

Ingeniería en Computación.

Semestre: Cuarto

Unidad de aprendizaje: Circuitos Eléctricos
(L41034)

Unidad de Competencia: *Unidad 3*

TEMA: 3.14 Inductancia.

Docente: M. en C. Valentín Trujillo

Mora

Zumpango de Ocampo, Septiembre de 2018

Se presentan un material de proyección visual para introducir con una mejor perspectiva al alumno, en los temas de la UA de **Circuitos Eléctricos**, del cuarto semestre de la Licenciatura en Ingeniero en Computación.

Con este material se busca que el alumno **Entienda la definición Inductancia y las leyes físicas que conlleva para su explicación y aplicación**

La elaboración de este material es para apoyar más en la recopilación de conceptos, ideas y teorías del tema **3.14 Inductancia** de la Unidad de Competencia 3, perteneciente Unidad de Aprendizaje de: **Circuitos Eléctricos.**

El presente material es de apoyo tanto para el profesor como para el alumno.

Conocer la ingeniería de los Circuitos Eléctricos, su estructura, funcionamiento, aplicaciones, sus métodos de análisis y solución.

Propósito de la Unidad de Competencia

Comprender y resolver circuitos bajo excitaciones variables y corriente alterna, interpretar su tipo de respuesta, la influencia de la frecuencia así como los respectivos métodos de análisis.

Unidad de competencia 1. Conocer la teoría básica de los circuitos relativa a los diversos métodos de análisis y solución, las propiedades, características y estructura de los circuitos eléctricos simples de corriente directa donde se utilicen resistencias, condensadores e inductancias.

Unidad de competencia 2. Conocer la estructura de los circuitos básicos de primero y segundo orden, así como la estructura de las redes eléctricas de dos puertos

Unidad de competencia 3. Comprender y resolver circuitos bajo excitaciones variables y corriente alterna, interpretar su tipo de respuesta, la influencia de la frecuencia así como los respectivos métodos de análisis.

Unidad de Competencia 3

Habilidades.

- Asimilar los conceptos y la teoría dados en clase
- Analizar y relacionar los conocimientos obtenidos con situaciones reales
- Aplicar el razonamiento lógico adquirido en la solución de problemas teórico – prácticos específicos

Actitudes / Valores.

- Asistir a clases puntualmente
- Cumplir con las actividades y las tareas asignadas
- Mostrar interés en las actividades que se realicen
- Mostrar disposición para el trabajo en equipo.
- Mostrar tolerancia con las opiniones diversas y participar activamente

Conocimientos

- 3.1.- Circuitos de corriente alterna
- 3.2.- Señal senoidal y valores RMS
- 3.3.- Fasores
- 3.4.- Relaciones fasoriales para R, L y C
- 3.5.- Impedancia y Admitancia
- 3.6.- Respuesta a excitación senoidal
- 3.7.- Resistores, Inductores y Capacitares en Corriente Alterna.
- 3.8.- Resonancia

Conocimientos

3.9.- Impedancia equivalente

3.10.- Análisis de Fourier y su aplicación a los circuitos eléctricos

3.11.- Transformación de señales no trigonométricas a funciones trigonométricas

3.12.- Análisis de circuitos con señales no senoidales

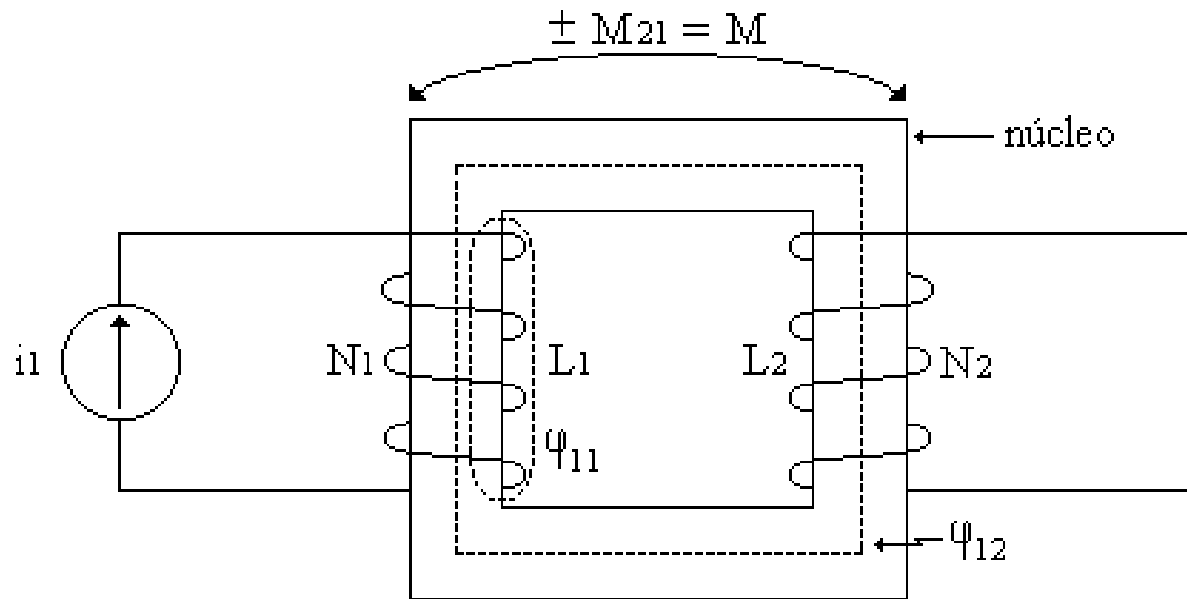
3.13.- Acoplamiento magnético de circuitos

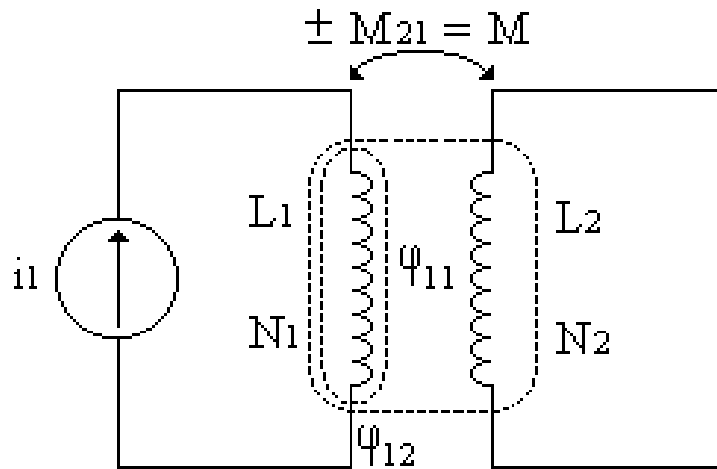
3.14.- Inductancia. Circuitos polifásicos

3.15 Conexión trifásica

Inductancia. El objetivo físico cuyo funcionamiento se basa inherentemente en la inductancia mutua es el transformador. No existe ningún elemento de circuitos llamado “bobina mutua”.

Henry L wb/A en MKS $1\text{wb} = 10^8$ maxwells o líneas
Acoplo magnético $1\text{H} = 1 \text{ VS/A}$
 $v = N (d\phi/dt)$ (Ley de faraday)

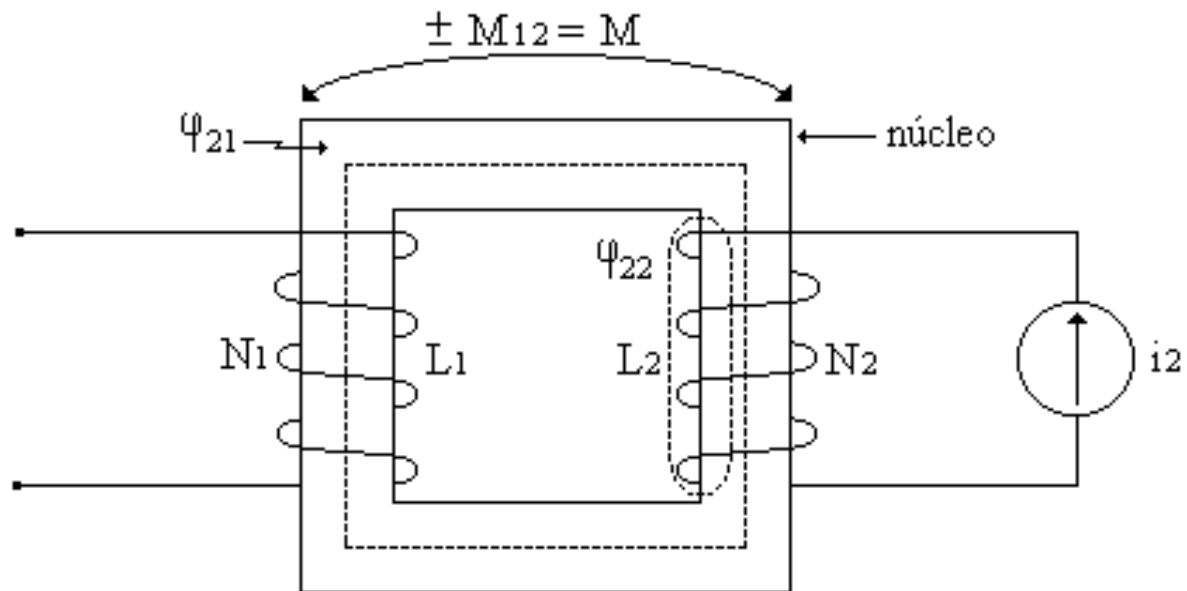


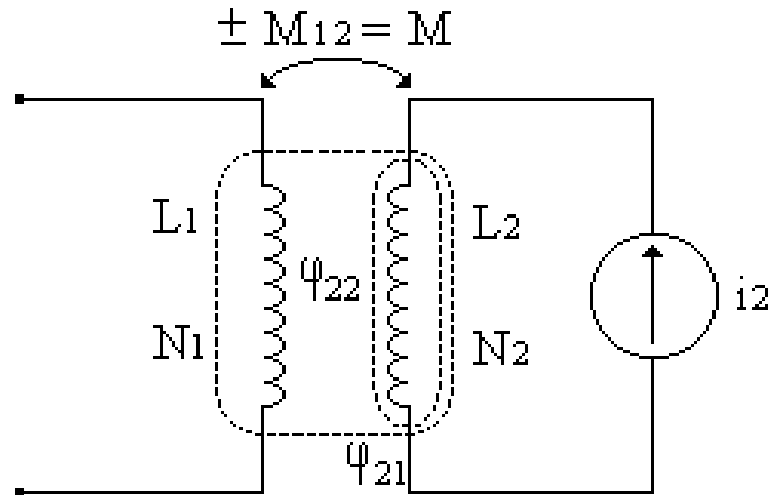


$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$V_2(t) = \pm M_{21} \frac{di_1(t)}{dt} \quad ; \quad V_2(t) = \pm N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

El subíndice (21) indica que se ha producido una respuesta de tensión en L2 debida a una corriente en L1.



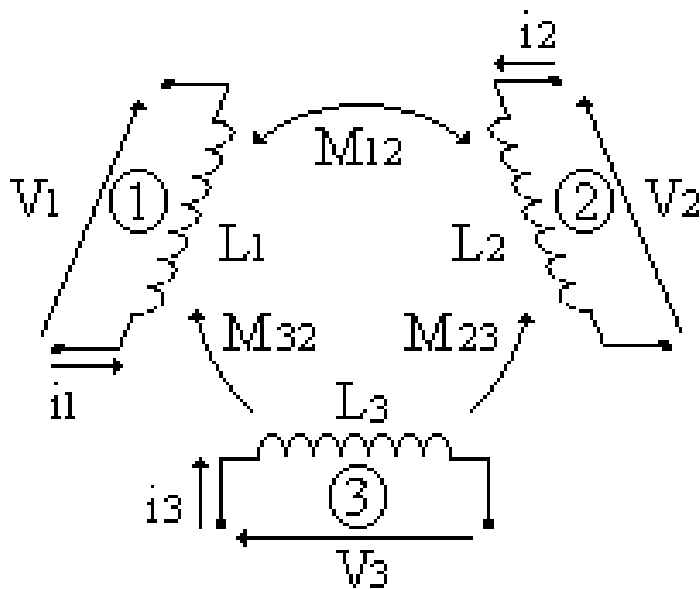


$$\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21}$$

$$V_1(t) = \pm M_{12} \frac{di_2(t)}{dt} \quad ; \quad V_1(t) = \pm N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

Cuando una corriente produce un campo magnético variable en una bobina e induce un voltaje en otra bobina, se dice que las bobinas están acopladas magnéticamente y los devanados constituyen un transformador, el acoplamiento mutuo es bilateral.

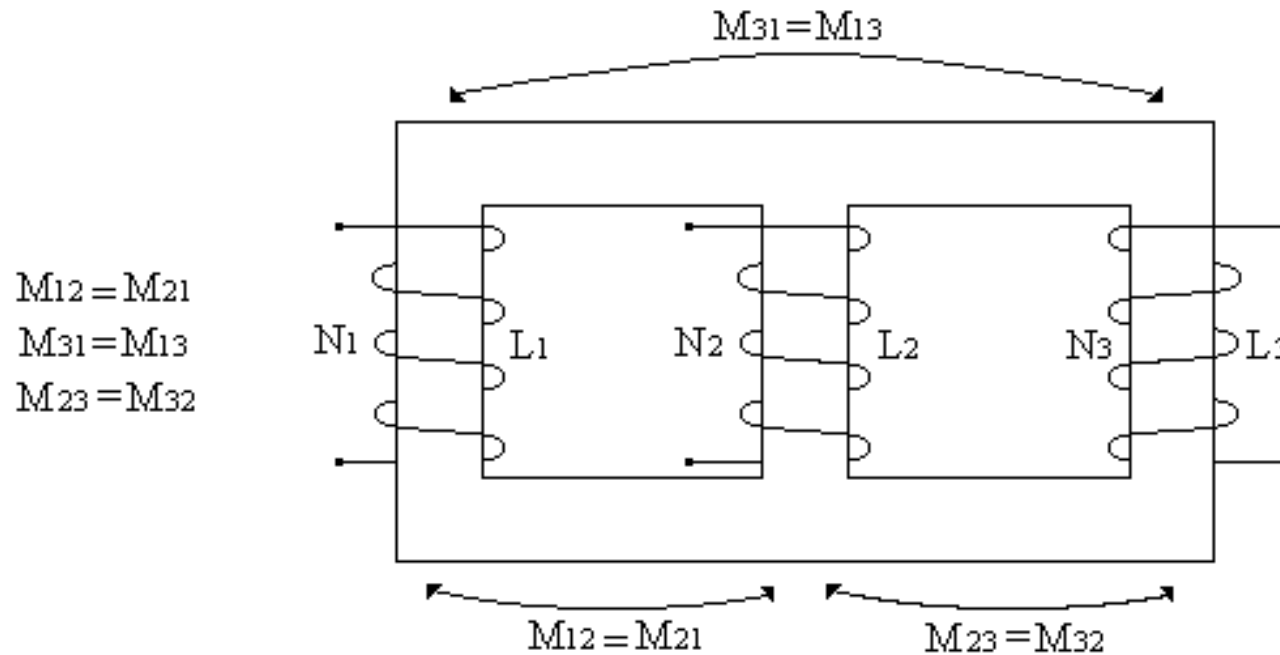
El termino “ inducción mutua” (M) significa la condición en la cual dos circuitos comparten la energía de uno de ellos, a la vez que existe un canje de energía de un circuito a otro.



$$V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M_{12} \frac{di_2}{dt} \pm M_{13} \frac{di_3}{dt}$$

$$V_2 = \pm M_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M_{23} \frac{di_3}{dt}$$

$$V_3 = \pm M_{31} \frac{di_1}{dt} \pm M_{32} \frac{di_2}{dt} + L_3 \frac{di_3}{dt}$$



Bobinas acopladas magnéticamente

Coeficiente de acoplo K.

La fracción del flujo total que acopla a las dos bobinas se llama coeficiente de acoplamiento K. El flujo de acoplamiento depende de la separación y orientación de los ejes de las bobinas y de la permeabilidad magnética del hierro.

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$$

$$K = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2} ; \text{ de acuerdo a esto, el valor máximo de K es la unidad}$$

$$\Phi_{12} \leq \Phi_1 \quad \Phi_{21} \leq \Phi_2$$

$$K = \frac{\phi_m}{\phi_T}$$

ϕ_m = Flujo mutuo

ϕ_T = Flujo total

$$V = L \frac{di}{dt} = N \frac{d\phi}{dt}; \quad L = N \frac{d\phi}{di}; \quad M = N \frac{d\phi}{di} \quad di$$

$$M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1}; \quad M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2}$$

$$M^2 = \left(\frac{N_2 \varphi_{12}}{i_1} \right) \left(\frac{N_1 \varphi_{21}}{i_2} \right) = \left(\frac{N_2 K \varphi_1}{i_1} \right) \left(\frac{N_1 K \varphi_2}{i_2} \right) = K^2 \frac{N_1 \varphi_1}{i_1} \frac{N_2 \varphi_2}{i_2}$$

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{N_1 \varphi_1}{i_1} \\ L_2 &= \frac{N_2 \varphi_2}{i_2} \end{aligned} \right\}$$

Si el medio de acoplo es el aire, la relación entre flujo y corriente es lineal.

$$M^2 = K^2 L_1 L_2 \quad 0 \leq K \leq 1 \quad M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

El grado en que M se aproxima a su valor máximo se describe exactamente por el coeficiente de acoplo K .

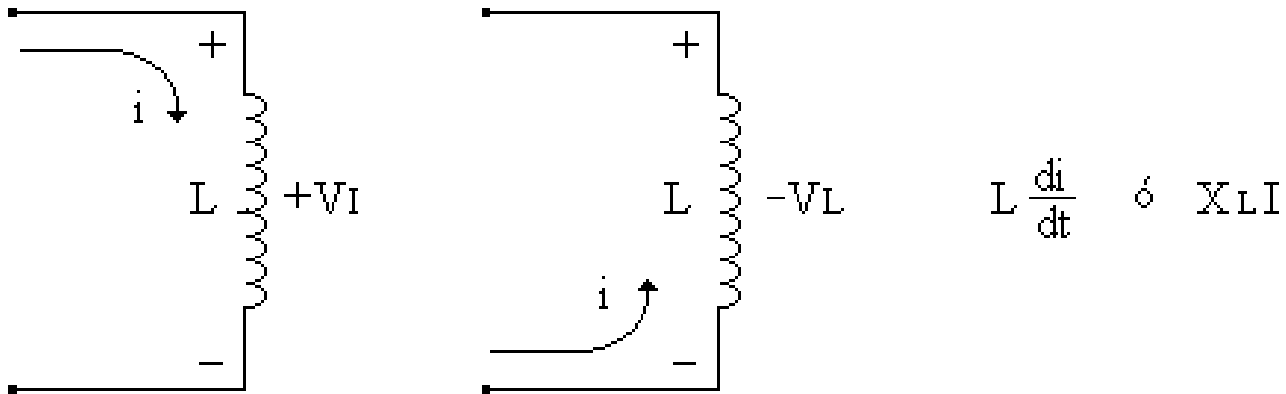
Análisis de circuitos con acoplo magnético y determinación del signo de la inducción mutua (M).

La bobina es un elemento con dos terminales y se puede utilizar el convenio de signos para elementos pasivos a fin de elegir el signo correcto de la tensión $L \frac{di}{dt}$, $X_L I$, o SLI . Si la corriente entra por el terminal en el cual se encuentra la referencia positiva de tensión, se toma el signo positivo.

En cambio, la inductancia mutua no puede tratarse de un modo igual, porque intervienen cuatro terminales. La elección del signo correcto se hace utilizando una de varias posibilidades, entre las que figuran la regla de los puntos.

El empleo de otros símbolos especiales no es necesario cuando son solo dos bobinas las que están acopladas.

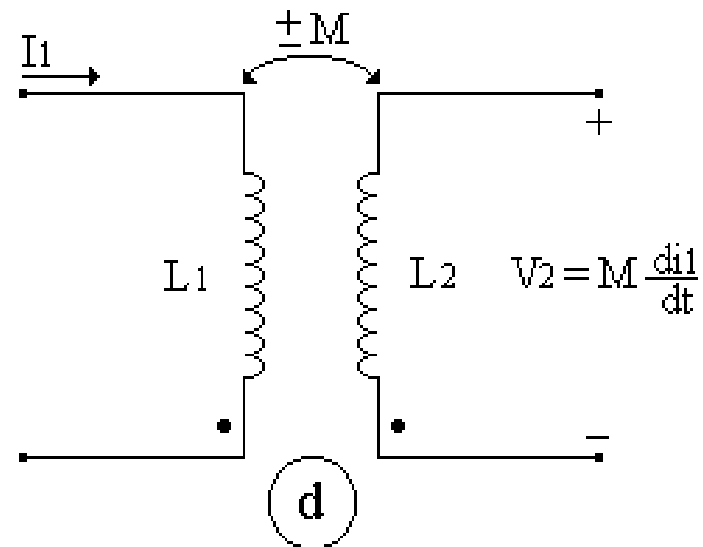
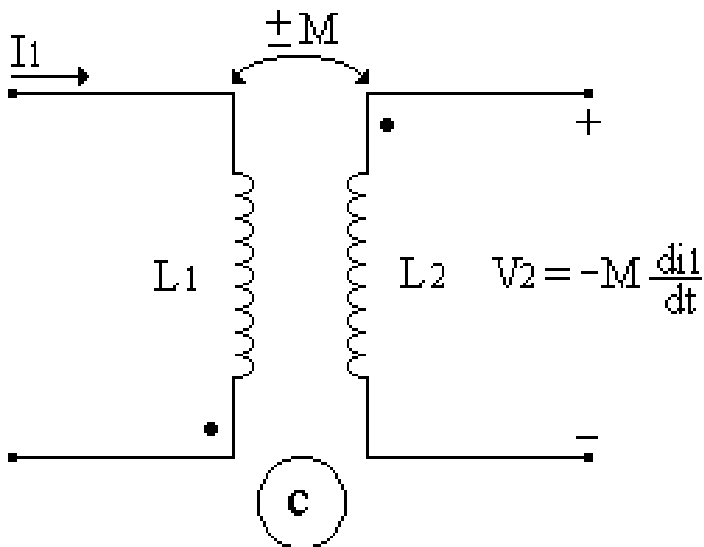
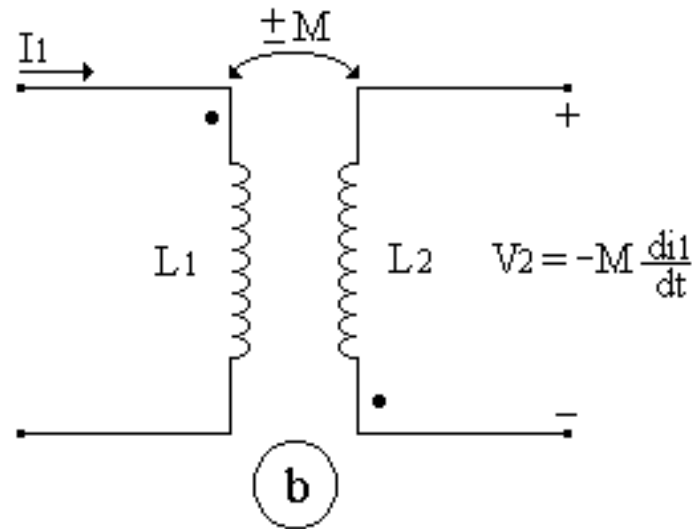
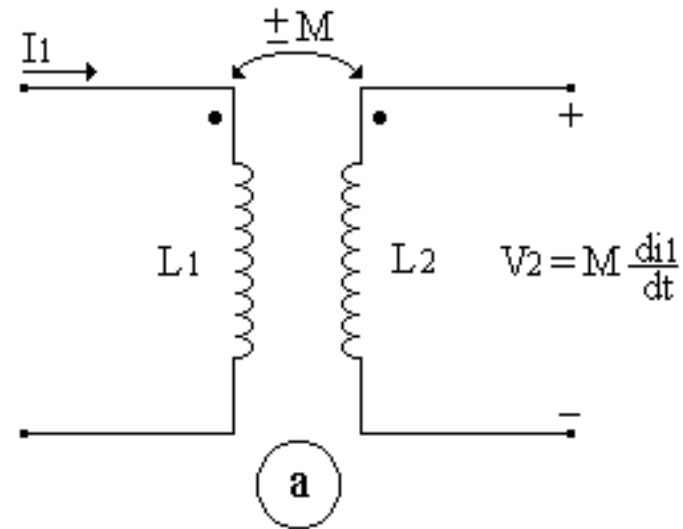
Regla para elementos pasivos.



Regla de los puntos.

Una corriente que entra por el terminal punteado(.) de una bobina produce una tensión de signo positivo en el terminal punteado de la otra bobina.

Una corriente que entra por el terminal sin puntear de una bobina produce una tensión de signo positivo en el terminal sin puntear de la otra bobina. Por lo tanto la inducción mutua “M” deberá aparecer con signo positivo.



La tensión entre las terminales de cada bobina estará compuesta por dos términos, $L \frac{di}{dt}$ y $M \frac{di}{dt}$, cada uno de ellos con un signo que depende de la dirección de las corrientes, del sentido tomado para la tensión y la colocación de los puntos. Observando las siguientes figuras:

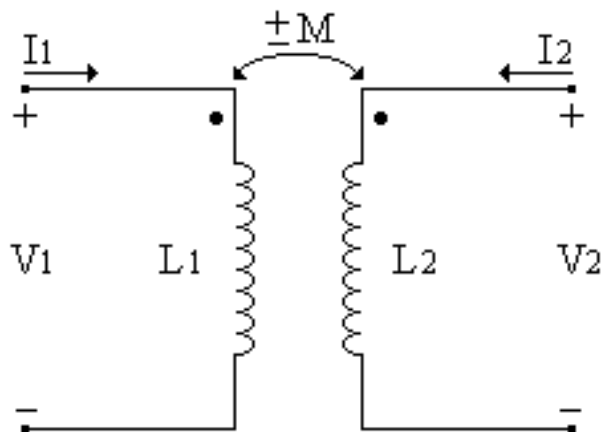


Figura 1 (a) .

$$V_1 = +L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = +L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

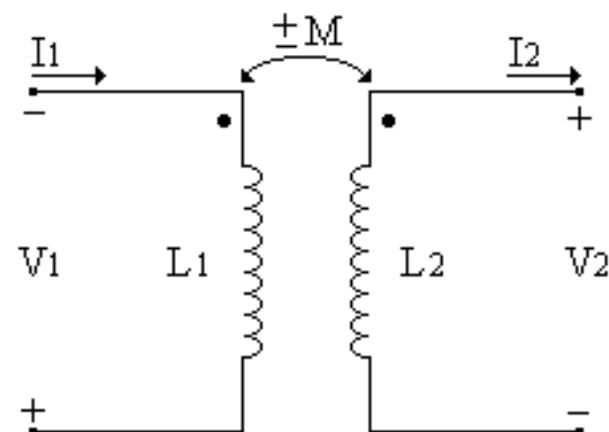
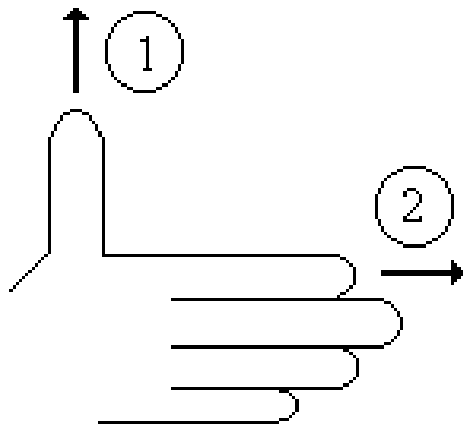


Figura 1 (b) .

$$V_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

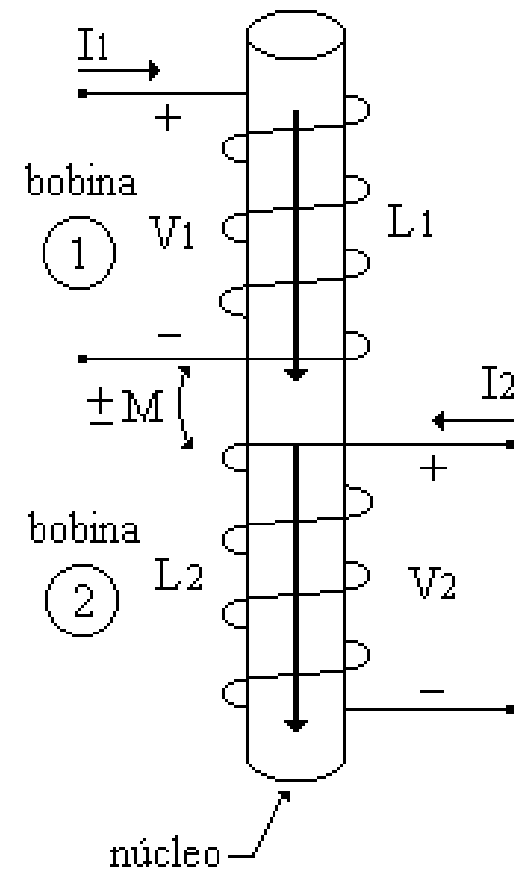
$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

El significado de los puntos se interpreta ahora en términos de flujo magnético.



Mano derecha.

1. Sentido del flujo.
2. Sentido de corriente.



Suponiendo que la corriente I_1 sea positiva y creciente con el tiempo. El flujo magnético que en el núcleo produce I_1 tiene una dirección que puede hallarse por la regla de la mano derecha. Lo mismo puede determinarse el sentido de flujo que produce I_2 , y son los mostrados en la figura, por tanto se puede decir que son flujos aditivos.

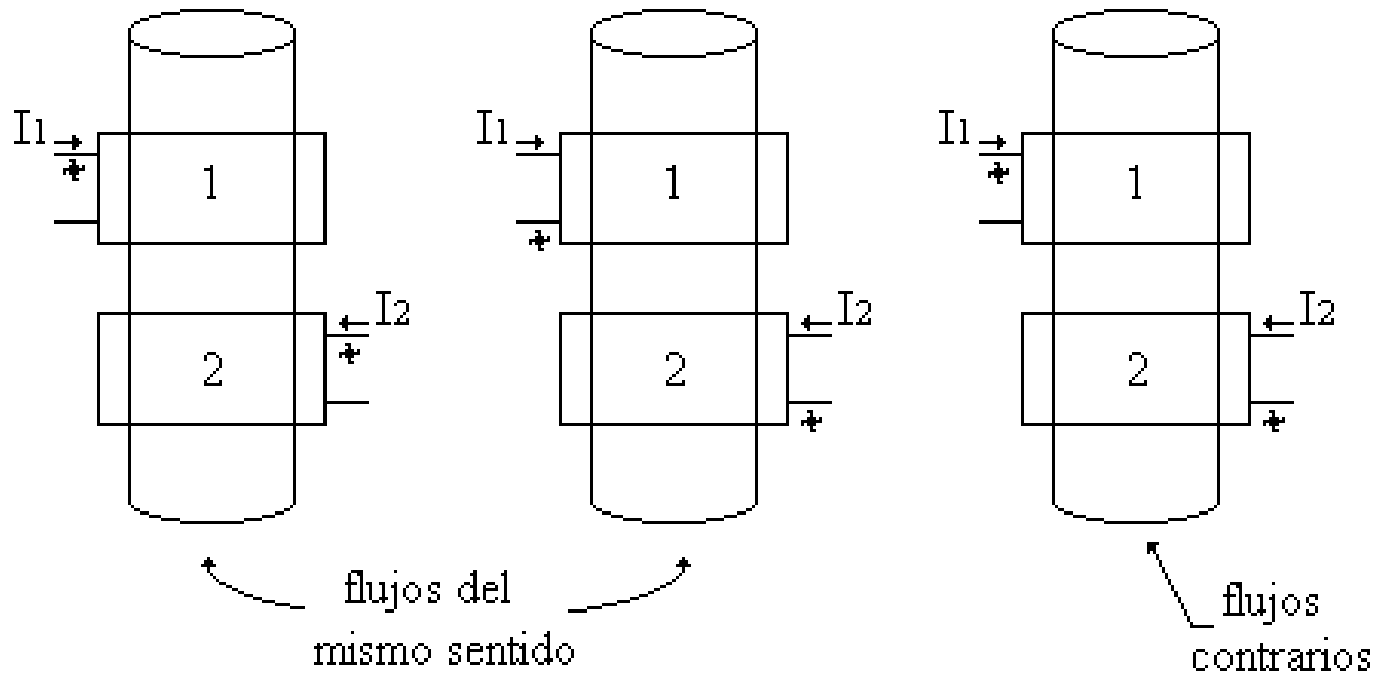
La tensión entre los terminales de cualquiera de las bobinas resulta de la razón con que varía el flujo que liga a la bobina. Por tanto, la tensión entre los terminales de la primera bobina cuando circula I_2 , es mayor de lo que sería si I_2 fuese cero

Así pues, I_2 induce en la primera bobina una tensión que tiene el mismo sentido que la tensión de autoinducción de dicha bobina, como el signo de la tensión de autoinducción se conoce a partir del convenio de signos para elementos pasivos, queda determinado también el signo de la tensión mutua.

El convenio del punto, permite, sencillamente, prescindir de la construcción física de la bobina colocando un punto en uno de los terminales de cada bobina en forma tal, que las corrientes que entran (o salen) por los terminales punteados producen flujos aditivos.

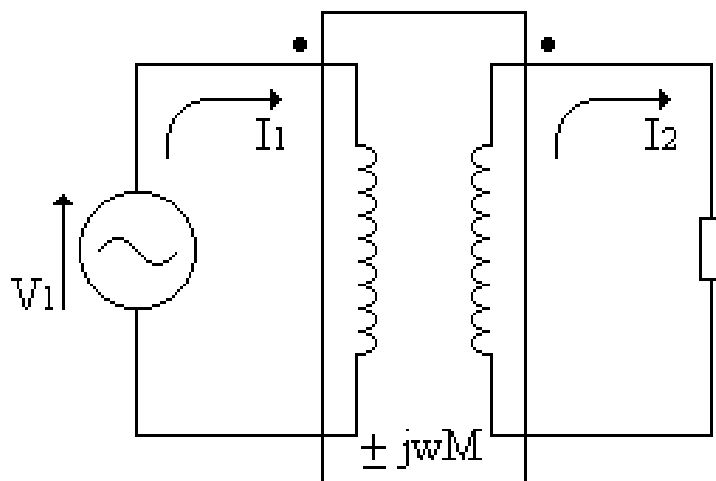
Siempre hay dos situaciones posibles para los puntos, los flujos seguirán siendo aditivos (aditivos sustractivos, o aditivos positivos).

En consecuencia, el método alternativo para elegir el signo correcto de los términos mutuos consiste en observar, en primer lugar, si las corrientes entran o salen; si lo hacen el signo de la tensión mutua es el mismo que el de la tensión de autoinducción de dicha bobina. Por el contrario, si no cumple ninguna de estas condiciones, resultan flujos substractivos y el signo de la tensión mutua en cada bobina es opuesto al de la tensión de autoinducción de dicha bobina.

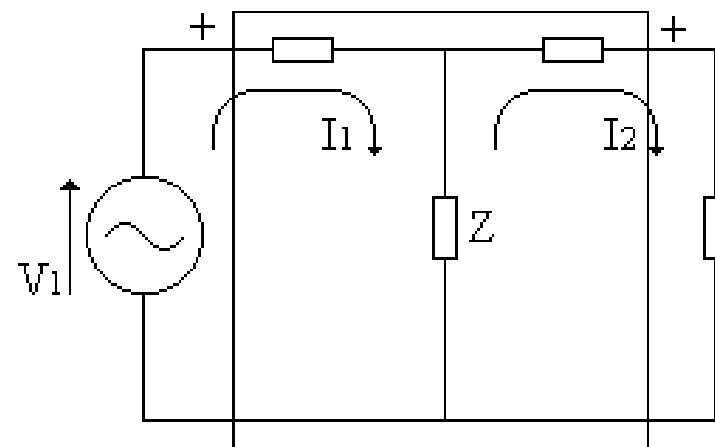


Equivalencias.

Acoplo magnético



Acoplo inductivo

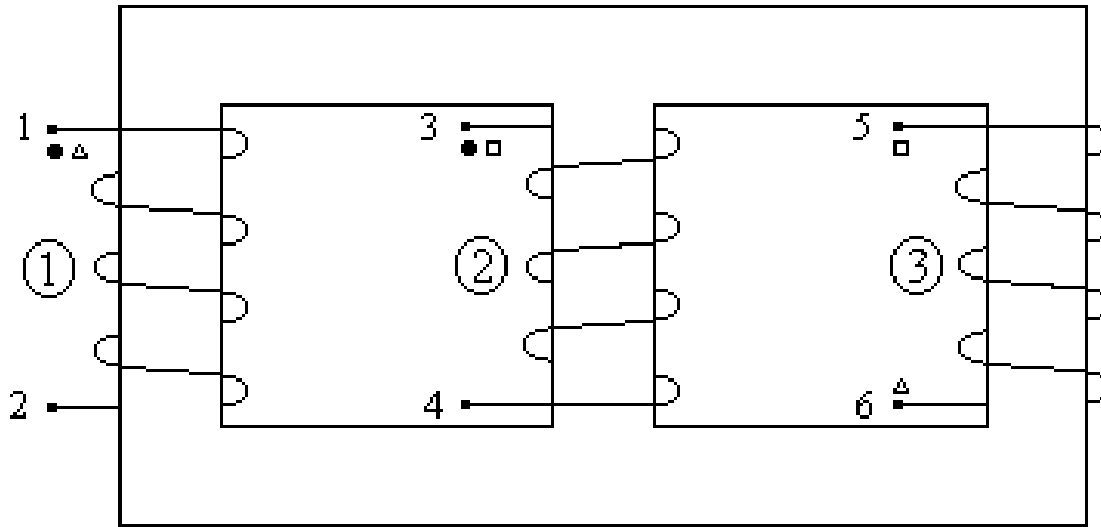


$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & -j\omega M \\ -j\omega M & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & -Z \\ -Z & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

En algún sistema con algunos devanados, el mismo tipo de análisis puede realizarse sobre cada par de devanados, suministrando alguna variación en las formas de los puntos empleados, tales como 0, □, ◆, ∇, *, para identificar las relaciones entre cada par de devanados. Para un sistemas con muchos devanados, este esquema evita la confusión de un gran número de puntos similares.

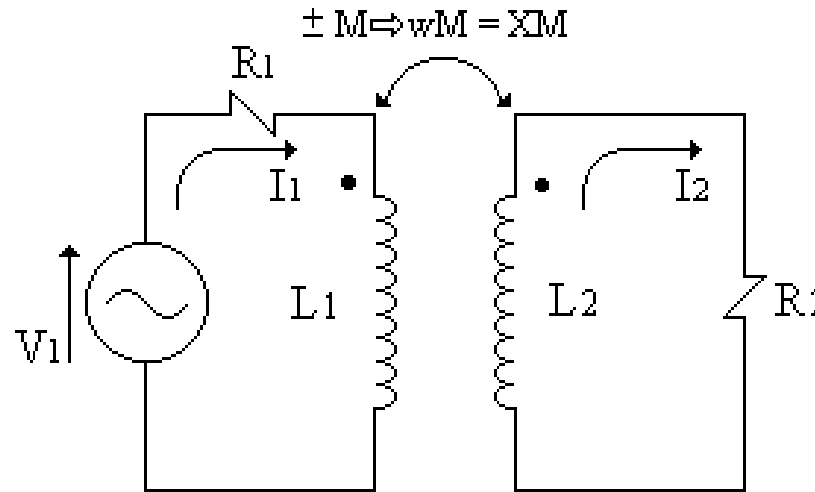
Uno de los puntos o marcas para cada par de devanados fue arbitrariamente seleccionado y la posición de los otros puntos se determina entonces



Para asignar los puntos o marcas de polaridad a un par de bobinas acopladas se elige un sentido de corriente en una de ellas y se coloca un punto o marca en la terminal por el que la corriente entra en el arrollamiento.

Aplicando la regla de la mano derecha se determina el flujo correspondiente, ahora, en la segunda bobina, según la ley de Lenz, el flujo ha de oponerse al creado por la variación de corriente y entonces, se coloca una marca en la terminal donde sale la corriente de la otra bobina.

Ejemplo

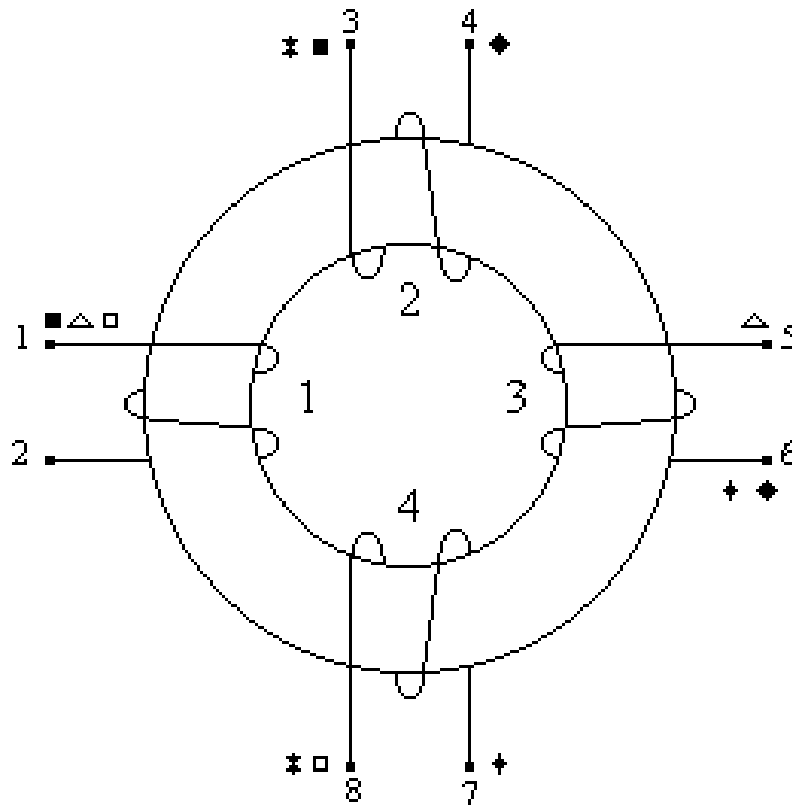


$$V_1 = I_1 (R_1 + jX_{L1}) - jX_M I_2$$

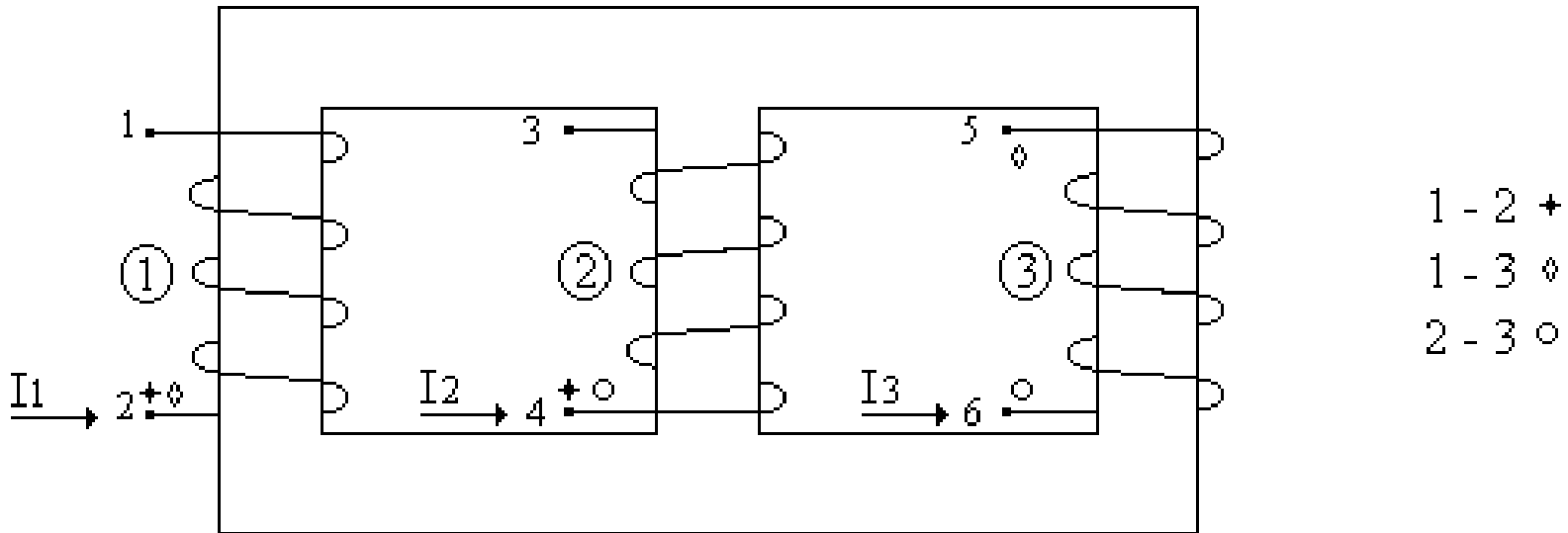
$$0 = -jX_M I_1 + (R_2 + jX_{L2}) I_2$$

$$\begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (R_1 + jX_{L1}) & -(jX_M) \\ -(jX_M) & (R_2 + jX_{L2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Otros ejemplos de marca de polaridad.



- 1-2 ■
- 1-3 ▲
- 1-4 □
- 2-3 ◆
- 2-4 *
- 3-4 †



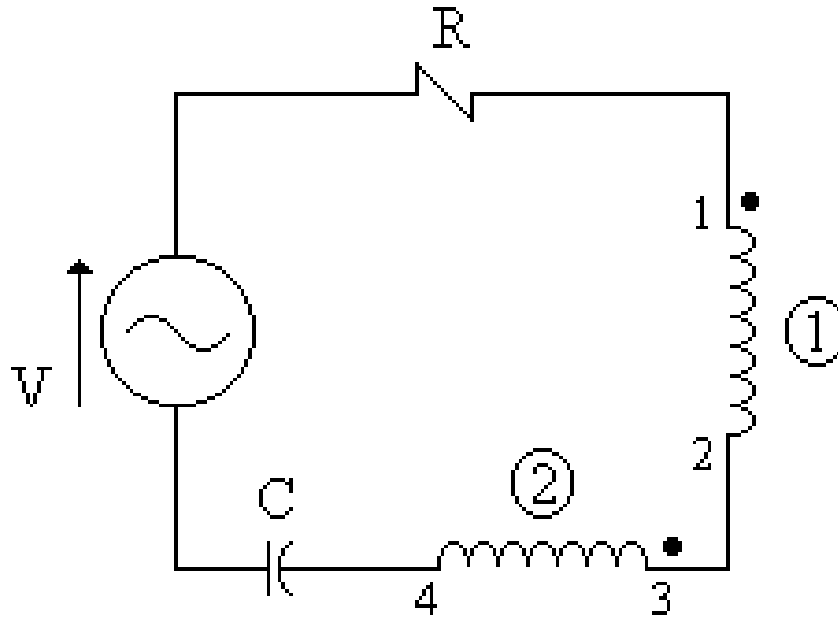
Cuando nos dan los sentidos de corriente establecidas, para analizar un par de bobinas, solo se toma un sentido de corriente de una bobina, la que se toma de una referencia, y el sentido de la otra bobina se ignora, y así sucesivamente, hasta terminar el acoplamiento entre todas.

DETERMINACION DE SENTIDOS DE ARROLLAMIENTO.

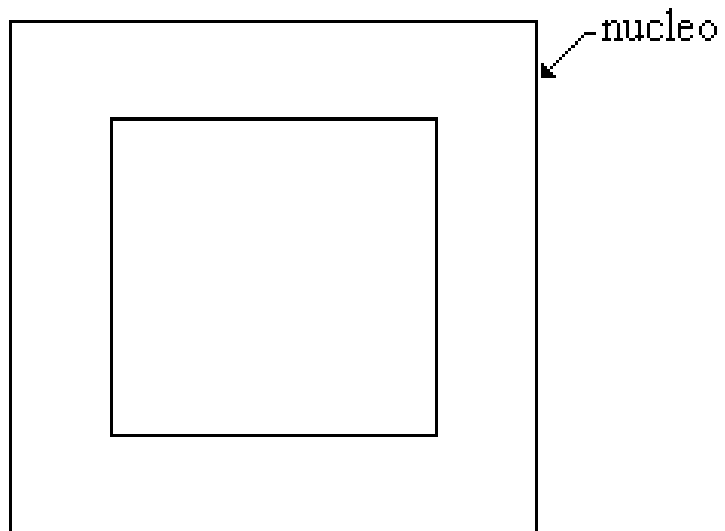
Este caso es contrario a la determinación de marcas de polaridad. Conocidas las marcas, encontrar el sentido de la bobina o arrollamiento.

Primero, se dibuja el núcleo donde estarán colocadas las bobinas.
Segunda, se representan las terminales de bobina en el núcleo.
Tercero, se supone el sentido de arrollamiento de una de ellas.
Cuarto, se determinan los otros sentidos de acuerdo a las marcas asignadas, y por último se acompleta el circuito.

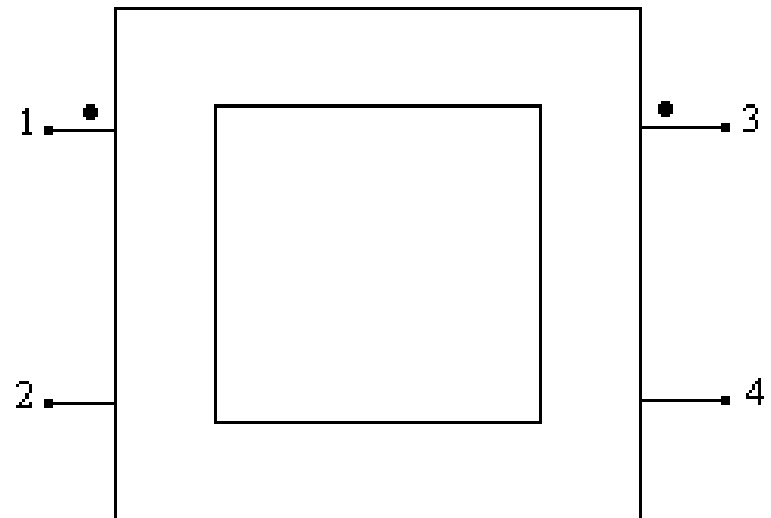
Ejemplo



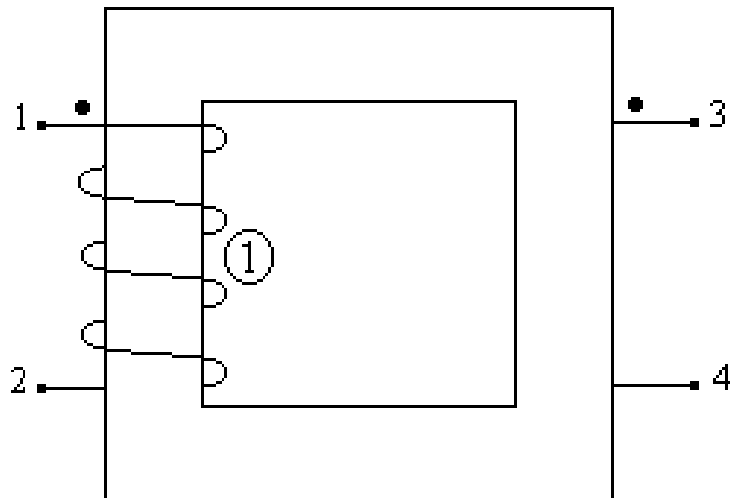
1°



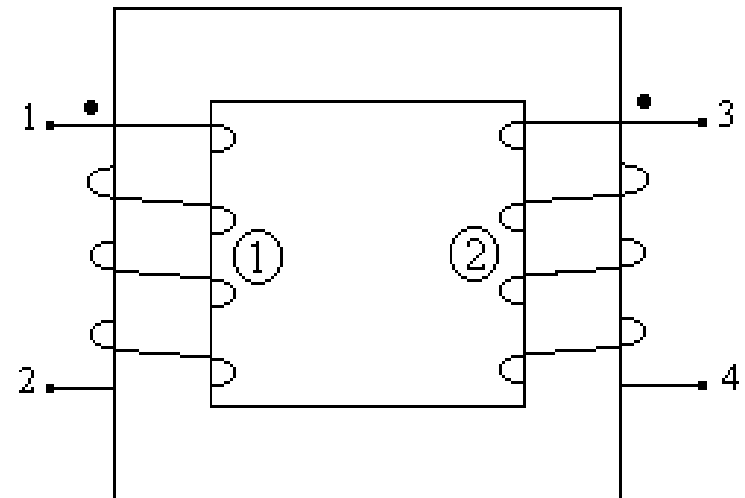
2°

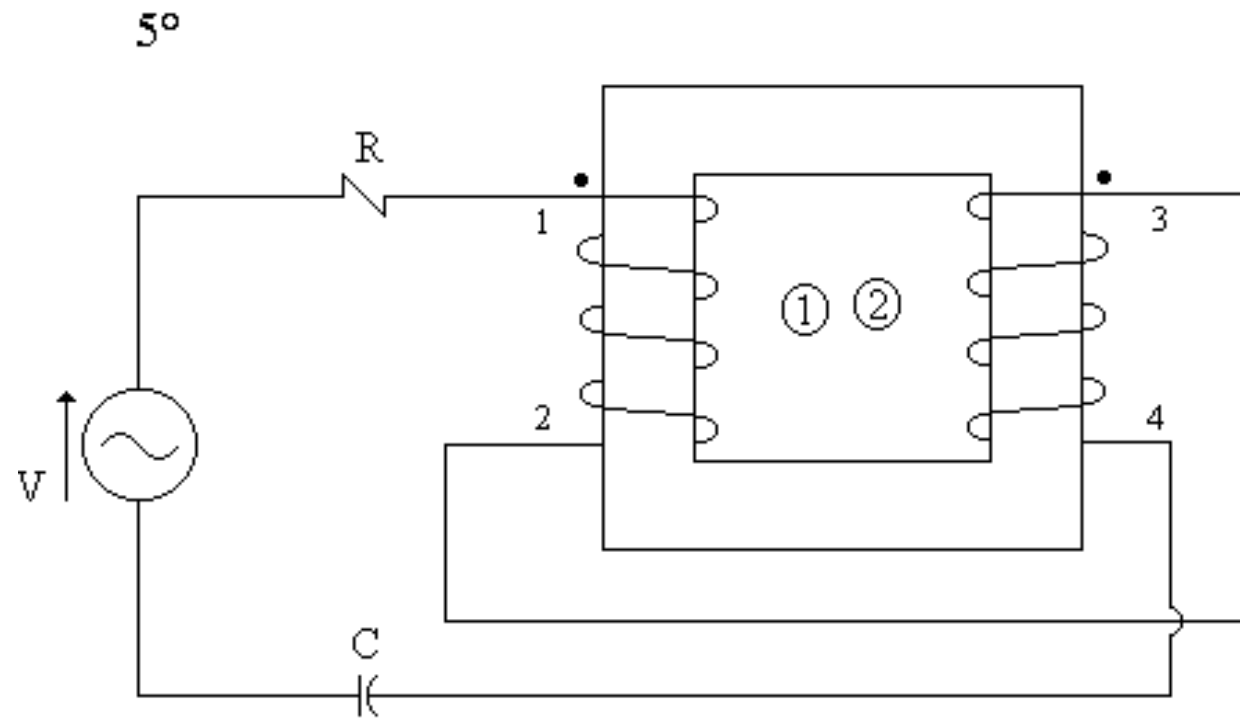


3°

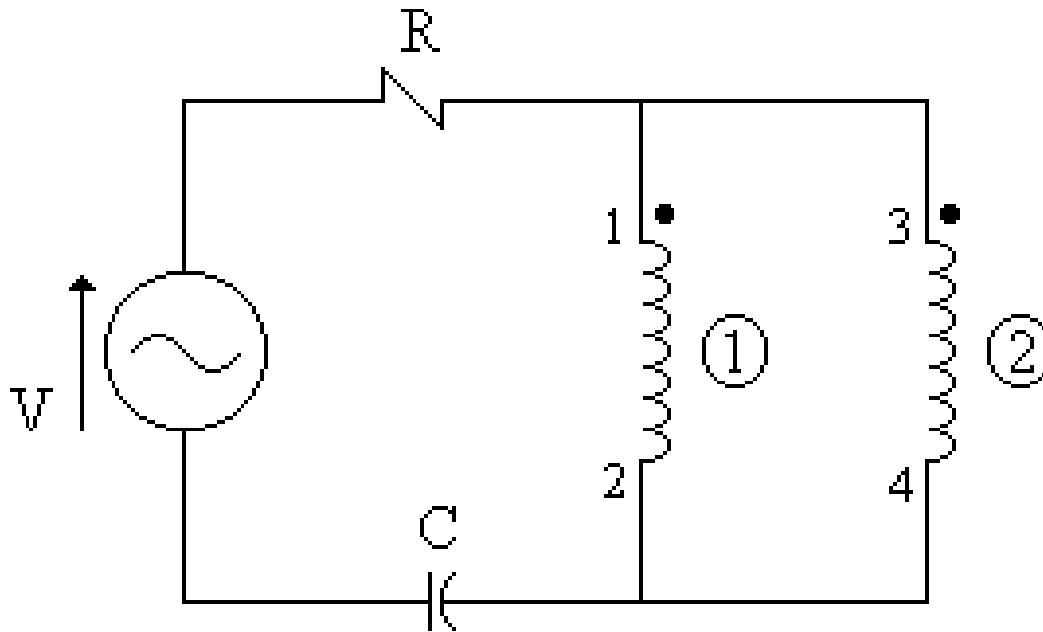


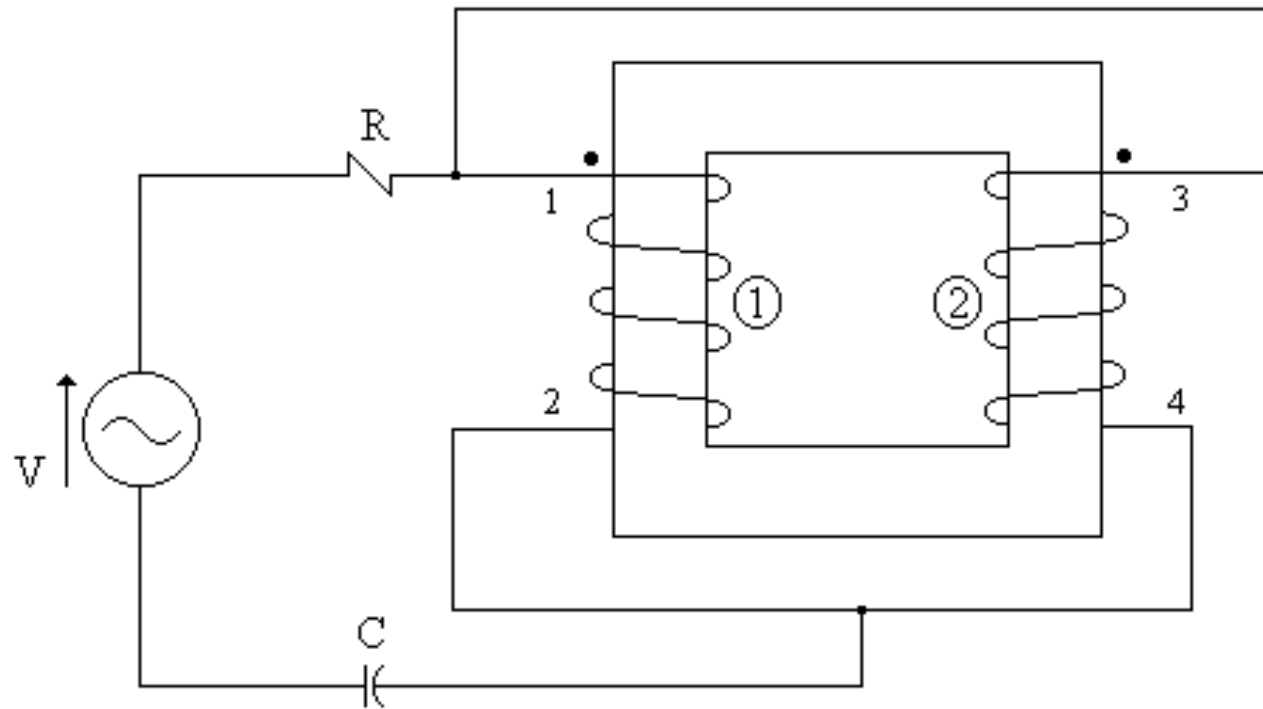
4°



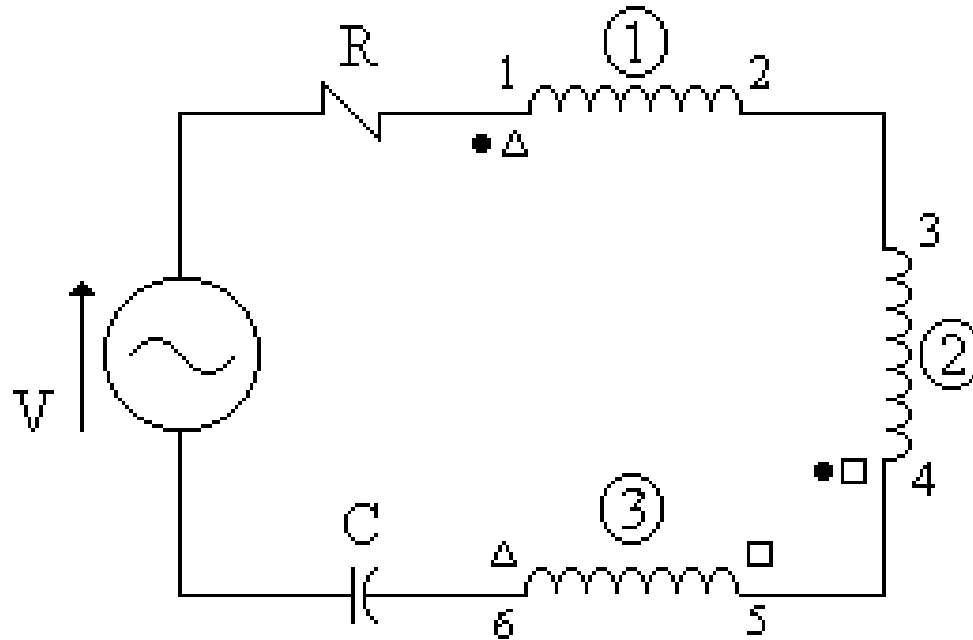


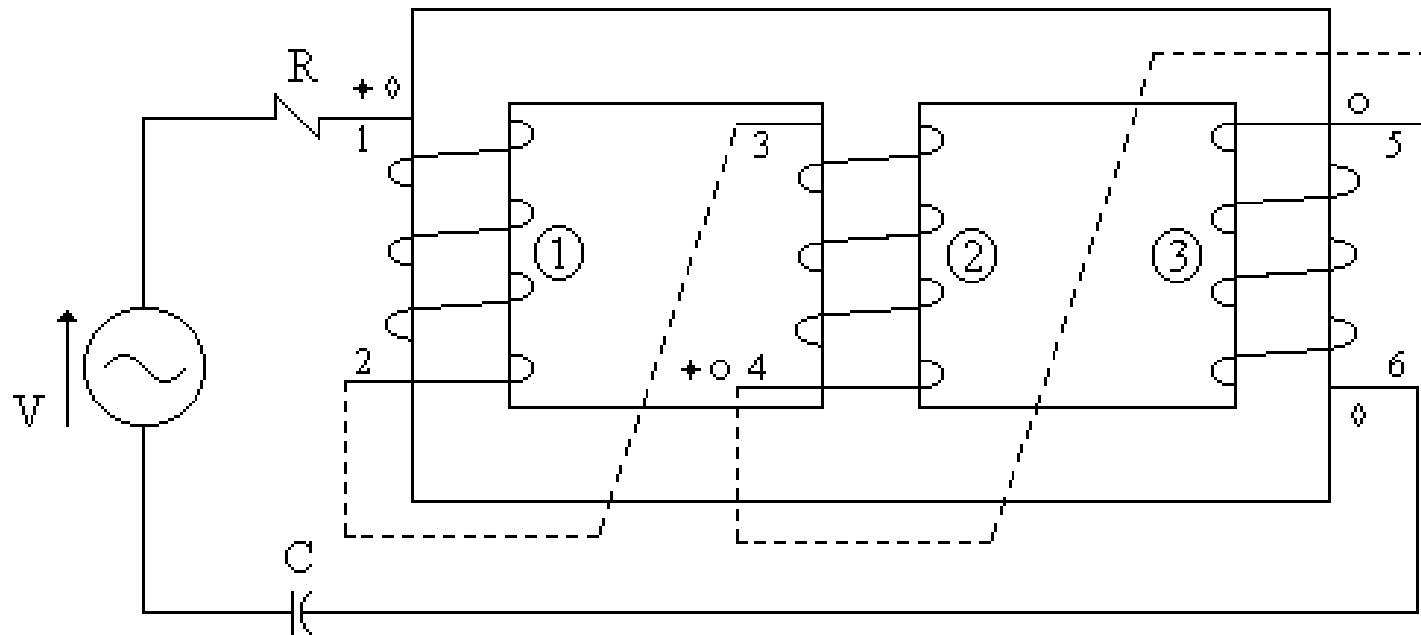
En el caso que el circuito estuviera conectado en paralelo, los pasos del primero al cuarto no cambian, solo el último paso sería diferente.





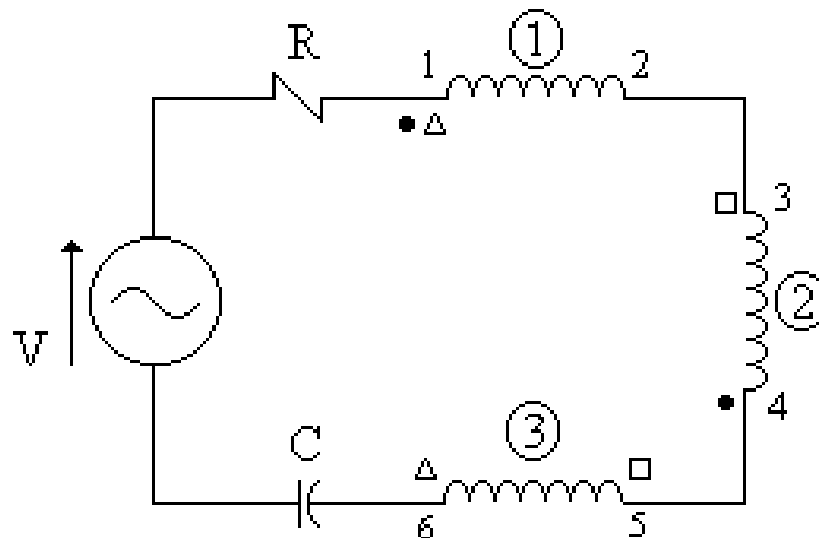
Todos los pasos se pueden resumir en uno solo.

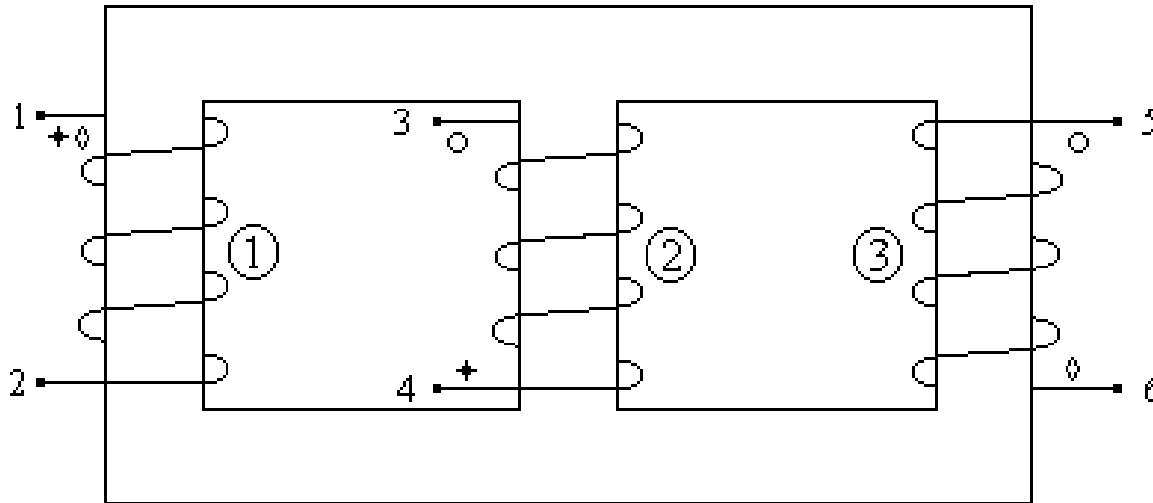




1 - 2 /
1 - 3 /
2 - 3 /

Todos los sentidos concuerdan con las marcas asignadas de acuerdo a la Ley de Lenz.





- 1 - 2 ✓
- 1 - 3 ✓
- 2 - 3 (no se cumple)

Los sentidos entre los arrollamientos 1-2 y 1-3 checan muy bien con las marcas asignadas y la Ley de Lenz, pero los sentidos entre los arrollamientos 2-3 no cumplen con las reglas antes mencionadas; por lo tanto puede deducirse dos cosas, que el núcleo no es el correcto, o que las marcas están mal colocadas.

1. Diccionario de Ingeniería Eléctrica
<http://electricidad.usal.es/Principal/Circuitos/Diccionario/Diccionario.php?b=id:248>
2. Apuntes de Circuitos eléctricos, Orta Barradas J.L., Tapia Amaya C. A., Itver.
3. Hayt, Williams H; Kemmerly Jacke y Durbin Steven M., Análisis de Circuitos en Ingeniería, Sexta Edición, Editorial Mc Graw Hill.

