Universidad Autónoma del Estado de México

FACULTAD DE ARQUITECTURA Y DISEÑO
Licenciatura en Administración y Promoción de la Obra Urbana

UNIDAD DE APRENDIZAJE:

MATEMATICAS FINANCIERAS

Material Didáctico **(Sólo visión proyectable)**

septiembre 2018

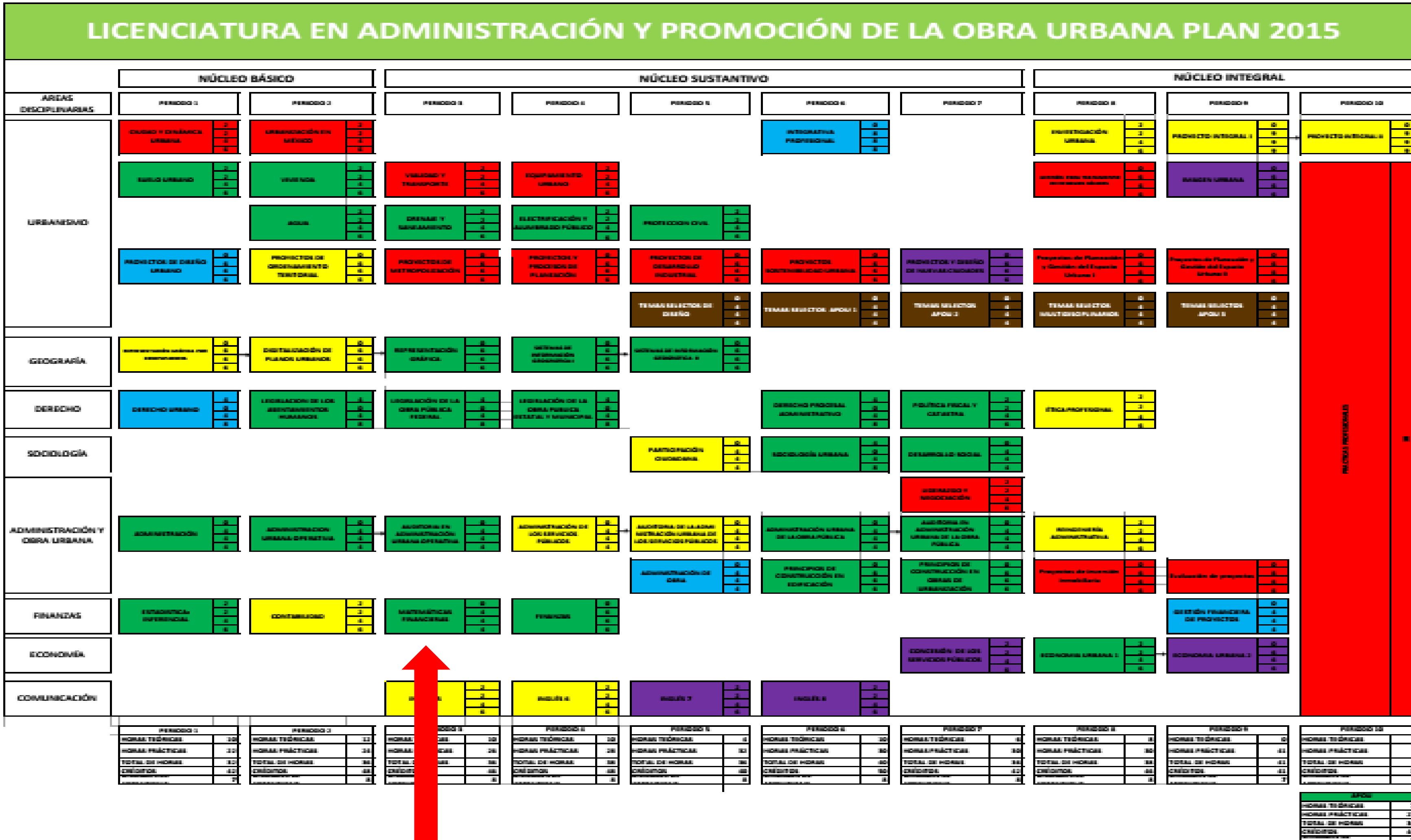
Unidad 1. MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS FINANZAS: FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

Docente: Dra. en A. María Luisa Becerril Carbajal

mlbecerrilc@uaemex.mx

Índice

Mapa Curricular



UNIDAD DE APRENDIZAJE

Portada Programa

Universidad Autónoma del Estado de México

Facultad de Arquitectura y Diseño

Licenciatura en Administración y Promoción de la Obra Urbana

Facultad de Arquitectura y Diseño
U A E M

Programa de Estudios:

Matemáticas Financieras

Elaboró:	M. EN A. MARÍA LUISA BECERRIL CARBAJAL. M. EN VAL. ROY ESTRADA OLIVELLA L.EN C. SERGIO GONZALEZ NAVARRETE DRA. GUADALUPE GONZALEZ GARCIA	Fecha:	Diciembre 2015

Fecha de aprobación	H. Consejo Académico	H. Consejo de Gobierno

I. Datos de Identificación

Espacio educativo donde se imparte	**Facultad de Arquitectura y Diseño**
Licenciatura	**Administración y Promoción de la Obra Urbana**
Unidad de aprendizaje	**Matemáticas Financieras** — **Clave** **L41719**

Carga académica

Horas teóricas	Horas prácticas	Total de horas	Créditos
0	4	4	4

Periodo escolar en que se ubica

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Seriación	UA Antecedente	UA Consecuente
	Ninguna	Ninguna

Tipo de Unidad de Aprendizaje

Curso	X	Curso taller	
Seminario		Taller	
Laboratorio		Práctica profesional	
Otro tipo (especificar)			

Modalidad educativa

Escolarizada. Sistema rígido		No escolarizada. Sistema virtual	

Estructura Capitular

Unidad 1. Matemáticas aplicadas a las Finanzas.
Unidad 2. Interés Simple
Unidad 3. Interés Compuesto
Unidad 4. Las Anualidades
Unidad 5. Amortización y Fondos de Amortización
Unidad 6. Evaluación Financiera

* PRESENTACIÓN

Este curso pretende que el alumnado adquiera los conocimientos y realice las prácticas que le permitan tener una visión prospectiva y de generación de propuestas para solución de problemas, dentro del ámbito contable-financiero. El alumno será capaz de formular herramientas matemáticas haciendo uso de logaritmos, exponentes, progresiones geométricas, tiempo, tasas de interés, amortización, entre otros conceptos básicos para realizar evaluaciones o estimaciones y propuestas de solución a diversas problemáticas de tipo financiero. Con los temas de este programa el alumno será capaz de: *Calcular el valor de los instrumentos o financieros para la ejecución de proyectos de espacios urbanos.* Analizar el proyecto urbano en materia de costos. Identificar las fuentes de financiamiento en los tres niveles de gobierno para la realización de un proyecto de obra urbana. Seleccionar las fuentes de financiamiento viables para la realización del proyecto.

(programa de estudios por competencia 2015)

* OBJETIVO DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Formular herramientas matemáticas haciendo uso de logaritmos, exponentes, progresiones geométricas, tiempo, tasas de interés, amortización, entre otros conceptos básicos para realizar evaluaciones o estimaciones y propuestas de solución a diversas problemáticas de tipo financiero.

(programa de estudios por competencia 2015)

* GUIÓN EXPLICATIVO

Para adentrarse en el mundo financiero, es importante iniciar con una exposición de diversos conceptos y fundamentos matemáticos relacionados en el ambiente económico y financiero de los conocimientos adquiridos a lo largo de su formación académica en la elaboración y desarrollo de la evaluación financiera, que promueva la posibilidad de integrar el estudio financiero de un proyecto vinculado a su profesión.

* SUGERENCIAS Y MOMENTO DE USO

Se recomienda que se utilice este material al inicio de la UNIDAD DE COMPETENCIA I, procurando desarrollar una serie de ejercicios apoyados con el material gráfico para una mejor comprensión de los temas expuestos.

Unidad de Competencia I:

Matemáticas Aplicadas a las Finanzas:

Fundamentos Matemáticos.

Concepto

- Las MATEMÁTICAS son el elemento fundamental de las matemáticas financieras, así como del principio de equivalencia y el principio de visión económica, que se aplican en el diagrama económico, para efecto de trasladar los flujos de caja al presente o al futuro. (Diaz, 2013)

“EXPONENTES”

El producto de un número real que se multiplica por si mismo se denota por a X a o aa. Si el mismo número vuelve a multiplicarse por si mismo se denota a X a X a o aaa. Para simplificar este tipo de expresiones se acostumbra utilizar una notación abreviada tal que:

$$a \times a = a^2$$

$$a \times a \times a = a^3$$

$$a \times a \times a \times a \times a = a^4$$

En la que el símbolo a se le llama base y al número escrito arriba y a la derecha del mismo se le llama exponente. El exponente indica el número de veces que la base a se toma como factor.

Por lo tanto podemos decir que si n es un entero positivo y a es cualquier número real,

$$a^n = a \times a \times a \times \ldots a$$

n factores

El término a^n se expresa como “ a elevado a la n-ésima potencia ”, donde a es la base y n es el exponente o potencia.

(EJEMPLOS)

a) $a \times a \times a \times a = a^4$

b) $b \times b \times b = b^3$

c) $a \times a \times a \times b \times b = a^3b^2$

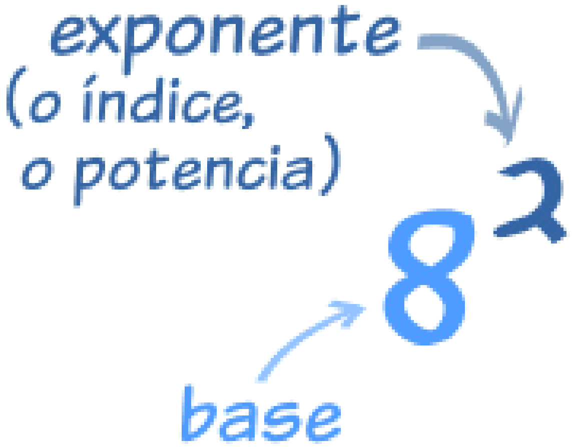
d) $(-4)(-4)(-4)(-4) = (-4)^4 = 256$

e) $(-2)(-2)(-2)(6)(6)(6) = (-2)^3(6)^3 = -1{,}728$

f) $(1+0.05)\ (1+0.05)\ (1+0.05)\ (1+0.05) = (1+0.05)^4 = 1.21550625$

g) $(1 + i)\ (1 + i)\ (1 + i) = (1 + i)^3$

h) $(1 - d)\ (1 - d) \ldots (1 - d) = (1 - d)^n$



Elaboración propia con información de:
Diaz (2013)


Exponente
4
8
Base
Leyes de los Exponentes

“LEYES DE LOS EXPONENTES”

Si a y b son números reales distintos de cero, y m y n son enteros positivos, entonces se pueden aplicar las siguientes leyes de los exponentes.

➢ Producto de dos potencias de la misma base

Para encontrar el producto de dos potencias de la misma base, elévese la base a una potencia igual a la suma de los exponentes.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(EJEMPLO)

a) $a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$

b) $a^4 \times a^2 = a^{4+2} = a^6$

c) $2^3 \times 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 = 64$

d) $(-2)^2 \times (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5 = -32$

e) $(5)(5)^2(5)^3 = 5^{1+2+3} = 5^6 = 15,625$

f) $(1+i)^2 (1+i)^{15} = (1+i)^{2+15} = (1+i)^{17}$

Elaboración propia con información: Kozikowski (2010)

➢ Cociente de dos potencias de la misma base

Para encontrar el cociente de dos potencias de la misma base, elévese la base a una potencia igual al exponente del numerador menos el exponente del denominador.

$$a^m / a^n = a^{m-n}$$

(EJEMPLO)

a) $a^5 / a^2 = a^{5-2} = a^3$

b) $x^{10} / x^4 = x^{10-4} = x^6$

c) $y^2 / y^5 = y^{2-5} = y^{-3}$

d) $2^4 / 2^3 = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

e) $2^3 / 2^4 = 2^{3-4} = 2^{-1}$

➢ Potencia de una potencia

Para elevar la m-ésima potencia de a a la n-ésima potencia elévese la base a a una potencia igual al producto de los dos exponentes.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

(EJEMPLO)

a) $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

b) $(x^3)^5 = x^{3 \times 5} = x^{15}$

c) $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12} = 4,096$

d) $(-3^2)^3 = -3^{2 \times 3} = -3^6 = 729$

e) $(-1^3)^3 = -1^{3 \times 3} = -1^9 = -1$

- **Potencia del producto de dos factores**

Para determinar la n-ésima potencia del producto de dos factores, encuéntrese el producto de cada factor elevado a la n-ésima potencia.

$$(ab)^n = a^n b^n$$

(EJEMPLO)

a) $(ab)^2 = a^2 b^2$

b) $(xy)^3 = x^3 y^3$

c) $(3x)^4 = 3^4 x^4 = 81x^4$

d) $(2 X 5)^2 = 2^2 X 5^2 = 4 X 25 = 100$

Potencia del cociente de dos factores

Para determinar la n-ésima potencia del cociente de dos factores, encuéntrese el cociente de cada factor elevado a la n-ésima potencia.

$$(a / b)^n = a^n / b^n$$

(EJEMPLO)

a) $(a / b)^2 = a^2 / b^2$

b) $(x / y)^4 = x^4 / y^4$

c) $(2 / 5)^3 = 2^3 / 5^3 = 8 / 125$

d) $((2a^2) / b)^3 = 2^3 a^{2 X 3} / b^3 = 8a^6 / b^3$

Elaboración propia con información: Kozikowski (2010)

“EXPONENTE CERO Y NEGATIVO”

- Exponente Cero

Si a es un número real diferente de cero, $a^0 = 1$. Esta aseveración puede demostrarse aplicando la regla del cociente de dos potencias de la misma base. Considérese el siguiente cociente:

$$a^m / a^m = 1$$

Puesto que todo número dividido entre si mismo es igual a la unidad. Ahora, si se aplica la regla del cociente de dos potencias se tiene:

$$a^m / a^m = a^{m-m} = a^0 = 1$$

(EJEMPLO)

a) $(5)^0 = 1$

b) $(3a)^0 = 1$

c) $-4x^0 = -4(1) = -4$ si x diferente de 0

d) 0^0 = no aplicable

“EXPONENTE CERO Y NEGATIVO”

➢ Exponente negativo

Si n es un número positivo y a diferente de 0.

$$a^{-n} = 1 / a^{n}$$

Para comprobar esto, obsérvese que, como antes se expuso:

$$y^{2} / y^{5} = y^{2-5} = y^{-3}$$

y, también:

$$y^{2} / y^{5} = y \text{ X } y / y \text{ X } y \text{ X } y \text{ X } y \text{ X } y = 1 / y^{3}$$

Por lo tanto,

$$y^{2} / y^{5} = y^{-3} = 1 / y^{3}$$

Numéricamente puede demostrarse utilizando el siguiente ejemplo:

$$3^{3} / 3^{4} = 3^{3-4} = 3^{-1}$$

$$3^{3} / 3^{4} = 27 / 81 = 1 / 3$$

$$3^{3} / 3^{4} = 3^{-1} = 1/3$$

Elaboración propia con información: Kozikowski (2010)

"DESPEJES DE VARIABLES"

Para el despeje de variables utilizamos las operaciones inversas, es decir:

Suma = Resta

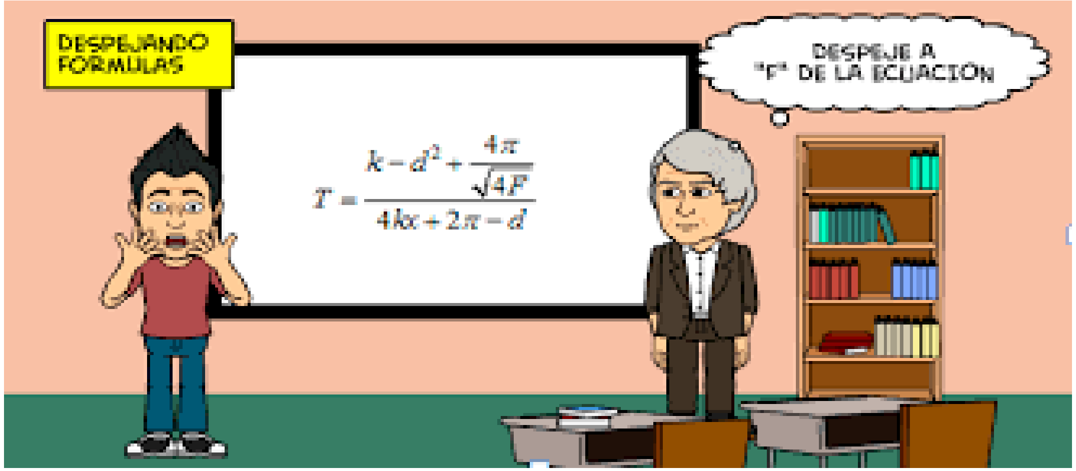
Resta = Suma

Multiplicación = División

División = Multiplicación

Raíz Cuadrada = Exponente

Exponente = Raíz Cuadrada



“LOGARITMOS”

Logaritmo de un número es el exponente a que hay que elevar otro número llamado base para obtener el número dado. Así,

$$5^0 = 1$$

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25, \text{etc.}$$

Luego siendo la base 5, el logaritmo de 1 (que se escribe Log 1) es 0, por que 0 es el exponente a que hay que elevar la base 5 para que de 1; el Log 5 es 1, el Log 25 es 2, etc.

“PROPIEDADES GENERALES DE LOS LOGARITMOS”

1.- La base de un sistema de logaritmos no puede ser negativa.

2.- Los números negativos no tienen logaritmo.

3.- En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la base es 1.

4.- En todo sistema el logaritmo de 1 es cero.

5.- Los número mayores que 1 tienen logaritmo positivo.

6.- Los números menores que 1 tienen logaritmo negativo.

Los logaritmos base 10 son llamados logaritmos comunes y para identificarlose utiliza el símbolo:

- $L=\log_{10} N = \log N$

- Log 1000= 3 ya que $10^3 = 1000$
- Log 100=2 ya que $10^2 = 100$
- Log 10=1 ya que $10^1 = 10$
- Log 1=0 ya que $10^0 = 1$
- Log 0.10= -1 ya que $10^{-1} = 0.10$
- Log 0.010= -2 ya que $10^{-2} = 0.010$
- Log 0.0010= -3 ya que $10^{-3} = 0.0010$

Elaboración propia con información de: Diaz (2013)

LEYES DE LOS LOGARITMOS

1 El logaritmo del producto de dos números positivos es igual a la suma de los logaritmos de los números.

$$\text{Log}\ (A \times B) = \log A + \log B$$

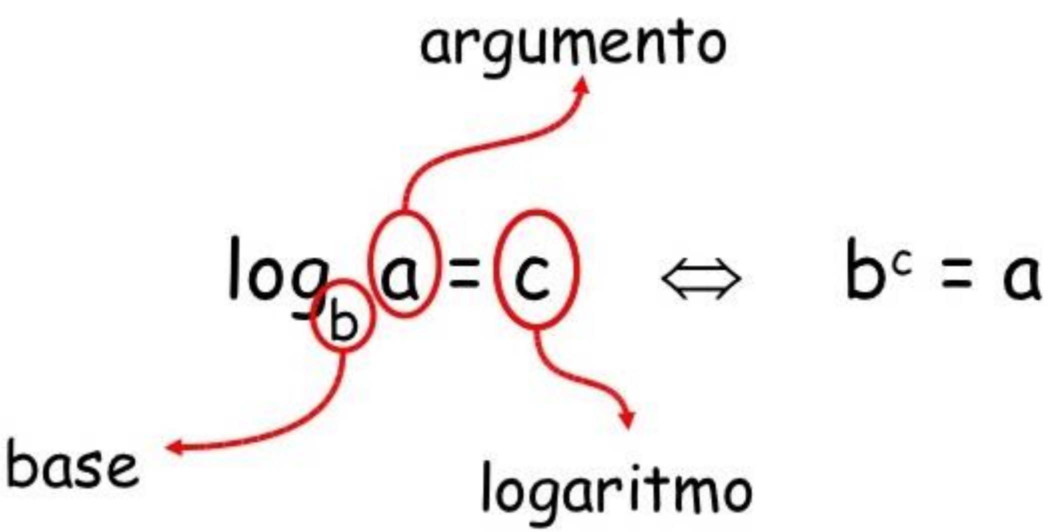
2 El logaritmo del cociente de dos números positivos es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.

$$\text{Log}\ \frac{A}{B} = \log A - \log B$$

El logaritmo de un número elevado a la potencia n es n veces el logaritmo del número.

$$\text{Log } A^n = n \log A$$

Elaboración propia con información de: Diaz (2013)



“SUCESIONES”

Es una colección de números en la que un número es designado como el primero, otro como el segundo, otro como el tercero, y así sucesivamente.

1 4 7 10 13 16

Cada número de la sucesión es llamado término.

Fibonacci

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

condiciones iniciales $a_1 = 1$, $a_2 = 1$

para n=1 $\quad a_3 = a_{1+2} = a_1 + a_{1+1} = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$

para n=2 $\quad a_4 = a_{2+2} = a_2 + a_{2+1} = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$

para n=3 $\quad a_5 = a_{3+2} = a_3 + a_{3+1} = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5$

para n=4 $\quad a_6 = a_{4+2} = a_4 + a_{4+1} = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8$

Elaboración propia con información de: Diaz (2013)

"PROGRESIONES ARITMETICAS"

Es una sucesión en la que cada término después del primero se forma sumando un número fijo al número precedente, este número se llama *diferencia común*.

- 2, 5, 8, 11, 14 diferencia común 3
- 10, 7, 4, 1, -2, -5 diferencia común -3

Si *a1* es el primer término y *d* es la diferencia común de una progresión aritmética, podemos escribir los términos sucesivos por adición repetida de *d.* Para n términos, tenemos:

$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \ldots, a_1 + (n-1)d$

Denotando al n- ésimo término por a_n *tenemos la fórmula:*

$a_n = a_1 + (n-1)d$

Para determinar cualquier término

- Encontrar el trigésimo término de la progresión aritmética 2, 6, 10,…

Solución:

$a_1 = 2$

$d = 4$

$n = 30$

$a_n = 2 + (30-1)\ 4 = 2 + 116 = 118$

Para determinar la suma de los términos de una progresión aritmética, tenemos la fórmula:

$$S_n = n\,(a_1 + a_n) / 2$$

- La suma de los primeros 100 números
  a1 = 1 n = 100

  $S_n = 100\,(1 + 100) / 2 = 5{,}050$

"PROGRESIONES GEOMETRICAS"

Es una sucesión en la que cada término después del primero, es el producto del término precedente por un término fijado de antemano; este número fijo es *r* y es la ***razón común o razón de progresión, debe ser diferente de cero y de uno***

- 2, 4, 8, 16 r = 2
- 1, -3, 9, -27 r = -3

Los elementos de una progresión geométrica son:

- El primer término a_1
- La razón común r
- El número de términos n
- El n-ésimo término a_n
- La suma de n términos S_n

Los términos de una progresión geométrica parten de los elementos a1, r y n como:
a_1, a_1 r, a_1 r^2, a_1 r^3,…, a_1 r^n-1

Dado el n-ésimo término por an tenemos la siguiente fórmula:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Encontrar el sexto término de la progresión geométrica 9, -6, 4, …

* el primer término multiplicado por -2/3 da el segundo término y sucesivamente

$a_1 = 9$ $r = -2/3$ $n = 6$

$a_n = 9 \cdot (-2/3)^{6-1} = -32/27$

Elaboración propia con información de:
Diaz (2013)

Para determinar la suma de los términos de una progresión geométrica, tenemos la fórmula:

$S_n = a_1 (1 - r^n) / 1 - r$

- Calcular la suma de los primeros seis términos de la progresión geométrica 2, 6, 18, …,

a1= 2   r = 3   n = 6

$S = 2 (1 - 3^6) / 1 - 3 \quad = \ 728$

Elaboración propia con información de: Diaz (2013)

Conclusiones

Trabajar la relación entre el conocimiento matemático y nuestro entorno es un objetivo que nunca debemos perder de vista. Y en este sentido, el estudio de los fundamentos matemáticos, nos ofrece múltiples ejemplos sobre el carácter útil y práctico que tienen las matemáticas.

- Formación de Conceptos: Conocer los conceptos involucrados, los códigos, sus reglas y leyes.
- Desarrollo de Procesos: Utilizar los conceptos comprensivamente, es decir, aplicarlos en ejercicios.
- Aplicación en la práctica: Solucionar problemas y explicar el por qué de las estrategias empleadas y la argumentación de sus razones.

Fuentes de consulta

- Díaz, Mata., (2013). *Matemáticas Financieras.* México. Mc Graw Hill Interamericana.
- Kozikowski, Zbigniew. (2010). *Matemáticas Financieras y El Valor del dinero en el tiempo*. México. Mc Graw Hill.

UAEM