

Universidad Autónoma del Estado de México
Centro Universitario UAEM Zumpango
Licenciatura en Administración



Progresiones aritméticas y geométricas

Matemáticas Financieras

DRA. LAURA ANGÉLICA DÉCARO SANTIAGO

SEPTIEMBRE 2019

GUIÓN

La unidad de aprendizaje “Matemáticas Financieras” se integra dentro del plan de estudios F8 de la Licenciatura en Administración en el núcleo sustantivo, dicha asignatura es obligatoria bajo una total de 7 créditos. Dentro del plan curricular se encuentra ubicado en el tercer periodo del programa de estudios.

Esta UA lleva por objetivo resolver problemáticas del entorno financiero con base al concepto del dinero a través del tiempo, para lo cual se requiere entender las bases matemáticas que se presentan en la Unidad 1: Progresiones aritméticas y geométricas.

ÍNDICE

TEMA	PÁGINA
INTRODUCCIÓN	5
OBJETIVO	6
SUCESIÓN	7
PROGRESIONES ARITMÉTICAS	9
DIFERENCIAL COMÚN	10
CÁLCULO DE CADA TÉRMINO	11
EJERCICIO	12
FORMULA	13
OTROS EJERCICIOS	14
EJERCICIO: DEPRECIACIÓN	16
EJERCICIO: PRECIO DEL DÓLAR	18

ÍNDICE

TEMA	PÁGINA
SERIE NUMÉRICA	20
EJERCICIO SERIE NUMÉRICA	23
OTROS EJERCICIOS DE SERIES NUMÉRICAS	27
SUCESIÓN GEOMÉTRICA	28
PROGRESIÓN GEOMÉTRICA	29
FORMULA	30
EJERCICIO PROGRESIÓN GEOMÉTRICA	31
SERIE GEOMÉTRICA	33
PROGRESIÓN-INTERÉS	36
CONCLUSIONES	37
FUENTES	38

INTRODUCCIÓN

- El administrador debe tener la capacidad para resolver problemas del entorno financiero, por lo que debe dominar el concepto del valor del dinero a través del tiempo; este, es un eje fundamental en la comprensión del mundo de las finanzas y sus fundamentos matemáticos también representan un cimiento colateral. En este sentido, las progresiones aritméticas y geométricas representan ese sustento matemático, útil para la comprensión el interés simple y compuesto.
- De tal forma que la unidad de aprendizaje contempla este tema como el elemento de la unidad 1 a manera de introducción. Y en el documento se desarrollan ambos tipos de progresiones con sus respectivos ejercicios que los ejemplifican.

OBJETIVO

- Identificar y diferenciar las progresiones aritméticas de las geométricas, así como resolver aplicaciones de las mismas. La finalidad tener el antecedente del interés simple y el interés compuesto.



SUCESIÓN

¿Qué patrón identificas en cada uno de los siguientes listados?

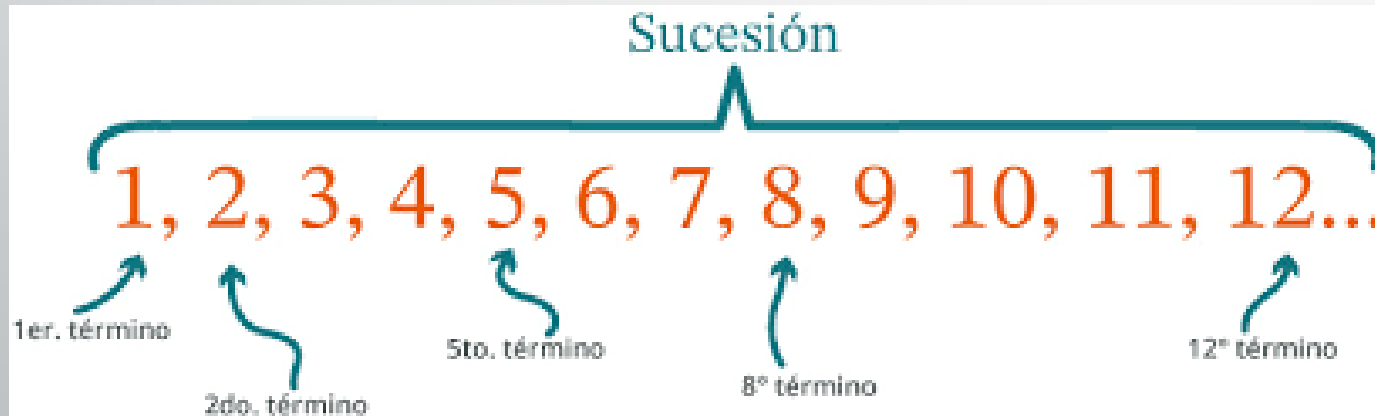
5, 9, 13, 17, 21, 25, 33



5, 10, 20, 40, 80, 160

SUCESIÓN

- Conjunto ordenado de números reales formado con base a una regla



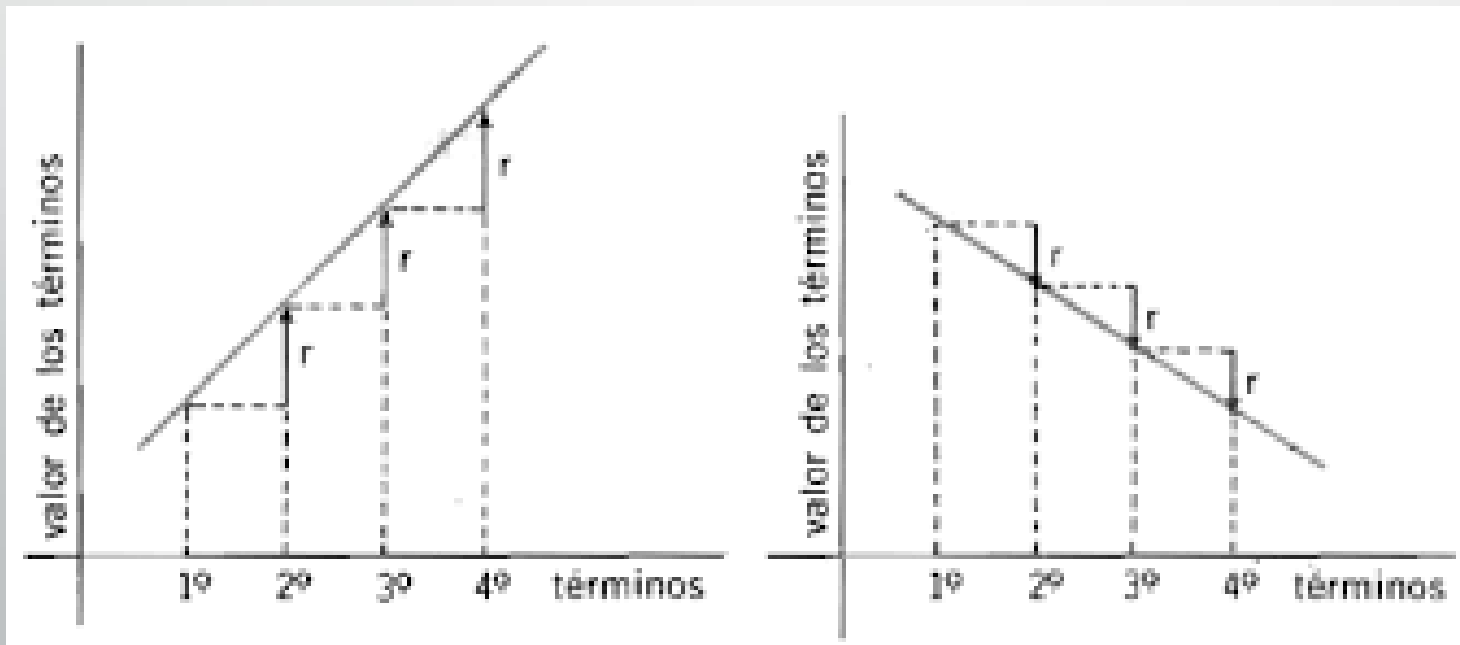
Sucesión
finita

Sucesión
Infinita

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Una sucesión es una progresión aritmética si la diferencia de cualquier término y el anterior es la misma a lo largo de cada sucesión.

Ese diferencial se le denomina **diferencial común**



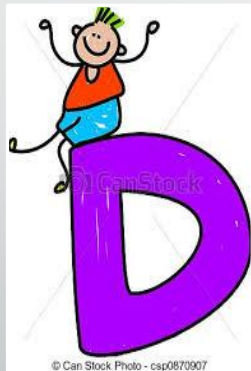
DIFERENCIAL COMÚN

15, 20, 25, 30, 35...

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_n$

$$a_2 - a_1 = 5$$

$$a_3 - a_2 = 5$$

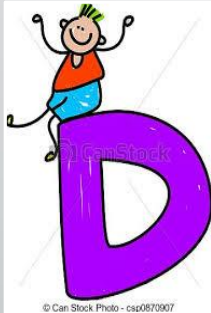


DIFERENCIAL COMÚN = 5

$$d = 5$$

CÁLCULO DE CADA TÉRMINO

4, 10, 16, 22, 28, 34, 40...



$$d=6$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

$$a_4 = a_3 + d$$

$$a_5 = a_4 + d$$

- Sucesión en la cual cada término, después del primero, se obtiene al sumarle al término anterior una cantidad constante llamada diferencial común.

EJERCICIO

Considere la progresión aritmética de la lámina anterior.

$$a_2 = a_1 + d$$

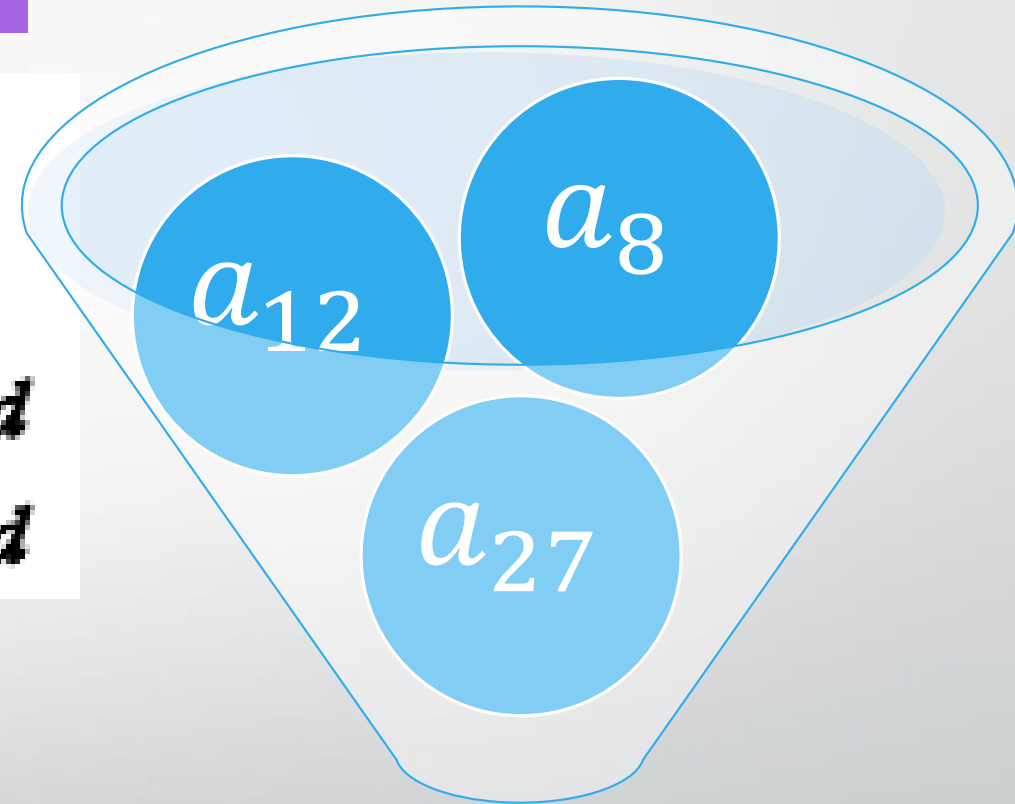
$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d$$



a_n



FORMULA

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$



OTROS EJERCICIOS

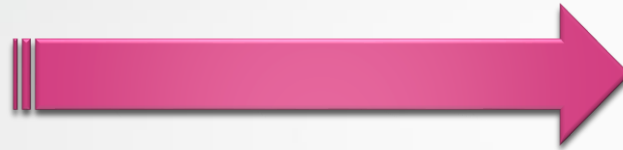
- ¿Cuáles de las siguientes son sucesiones aritméticas, y por qué?
- A) 2, 10, 18, 26
- B) 3, 6, 12, 24
- C) 42, 37, 32, 27
- D) 50, 58, 53, 61
- E) 16, 18.5, 21, 23.5



OTROS EJERCICIOS

Del inciso "A", ¿cuál es el valor del término 25?

$$D=8$$



$$a_{25} = 2 + (25-1)8$$

$$a_{25} = 194$$

Si $a_{12} = 71$ y $d=5$ ¿cuál será el valor inicial de la progresión aritmética?,
y ¿cuál será el valor de a_{32} ?

$$71 = a_1 + (12-1)5$$

$$a_1 = 16$$

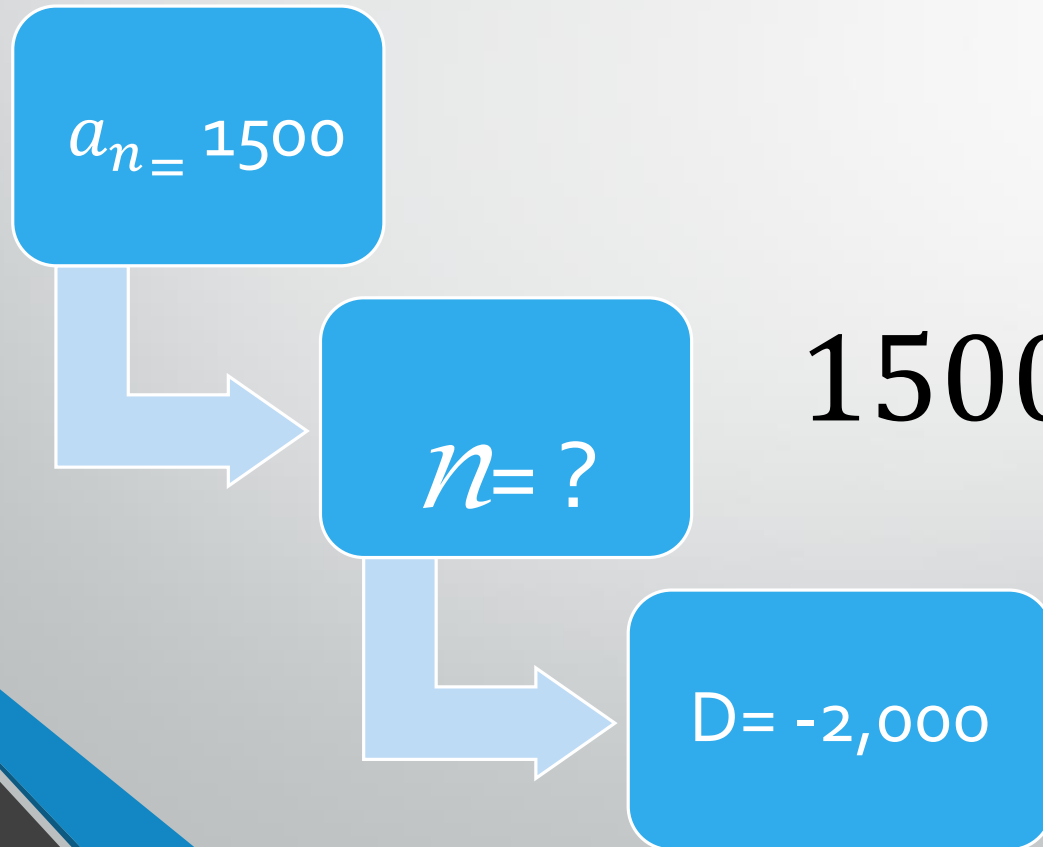


$$a_{32} = 16 + (32-1)5$$

$$a_{32} = 171$$

EJERCICIO: DEPRECIACIÓN

Una empresa adquirió una maquinaria por 25,500 pesos. La depreciación anual (lineal) de 2,000 pesos. Si el valor de desecho es de 1,500 pesos ¿Cuál es el tiempo de vida útil de la maquinaria?



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$1500 = 25,500 + (n-1) \cdot (-2000)$$

$$n = 13 \text{ años}$$

EJERCICIO DE DEPRECIACIÓN

AÑO	VALOR DEL ACTIVO
1	25500
2	23500
3	21500
4	19500
5	17500
6	15500
7	13500
8	11500
9	9500
10	7500
11	5500
12	3500
13	1500

**PROGRESIÓN
DECRECIANTE**

VALOR RESIDUAL

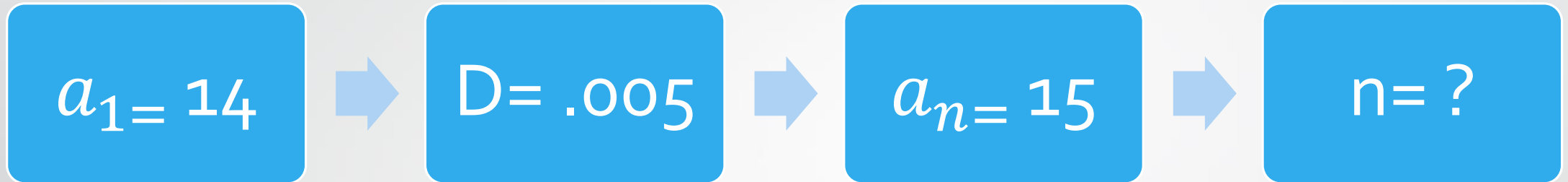
EJERCICIO: PRECIO DEL DÓLAR

- Suponga que el dólar aumenta de precio \$0.005 por día. Si hoy se cotiza en \$14.00 a la venta ¿Cuántos días tendrán que transcurrir para alcanzar el precio de \$15.00?

No olvides llevar un proceso. Separa los datos, coloca la o las formular que vas a utilizar, sustituye y presenta el resultado que responde al cuestionamiento. Esto te ayudará a ver de manera más clara el camino..



EJERCICIO: PRECIO DEL DÓLAR



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$15 = 14 + (n-1) \cdot 0.005$$

$$n = 201$$

201 DÍAS

SERIE NUMÉRICA

- La suma de los términos de una serie aritmética

ANÉCDOTA DE GAUSS Y LAS SUCESIONES



SERIE NUMÉRICA

¿Cuál sería SUMA
de la serie
numérica de la
siguiente
progresión
aritmética?

Término	Valor	Término	Valor	Término	Valor
1	17	11	57	21	97
2	21	12	61	22	101
3	25	13	65	23	105
4	29	14	69	24	109
5	33	15	73	25	113
6	37	16	77	26	117
7	41	17	81	27	121
8	45	18	85	28	125
9	49	19	89	29	129
10	53	20	93	30	133

SERIE NUMÉRICA

$$S_n = n/2 (a_1 + a_n)$$

$$S_n = 30/2 (17 + 133)$$

$$S_n = 2,250$$



La suma total de la serie numérica es 2,250

EJERCICIO DE SERIE NUMÉRICA

- Una secretaria ahorra para dar el enganche de un automóvil. La primera semana guarda \$80; la segunda, \$100; la tercera, \$120 y así sucesivamente, durante 52 semanas. ¿Cuánto dinero tendrá al final de 52 semanas?

$$a_1 = 80$$

$$n = 52$$

$$D = 20$$

?

EJERCICIO DE SERIE NUMÉRICA

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{52} = 80 + (52-1)20$$

$$a_{52} = 1100$$

Primero se requiere identificar el valor del último término de la progresión.



EJERCICIO DE SERIE NUMÉRICA

$$S_n = n/2 (a_1 + a_n)$$

$$S_{52} = 52/2 (80 + 1100)$$

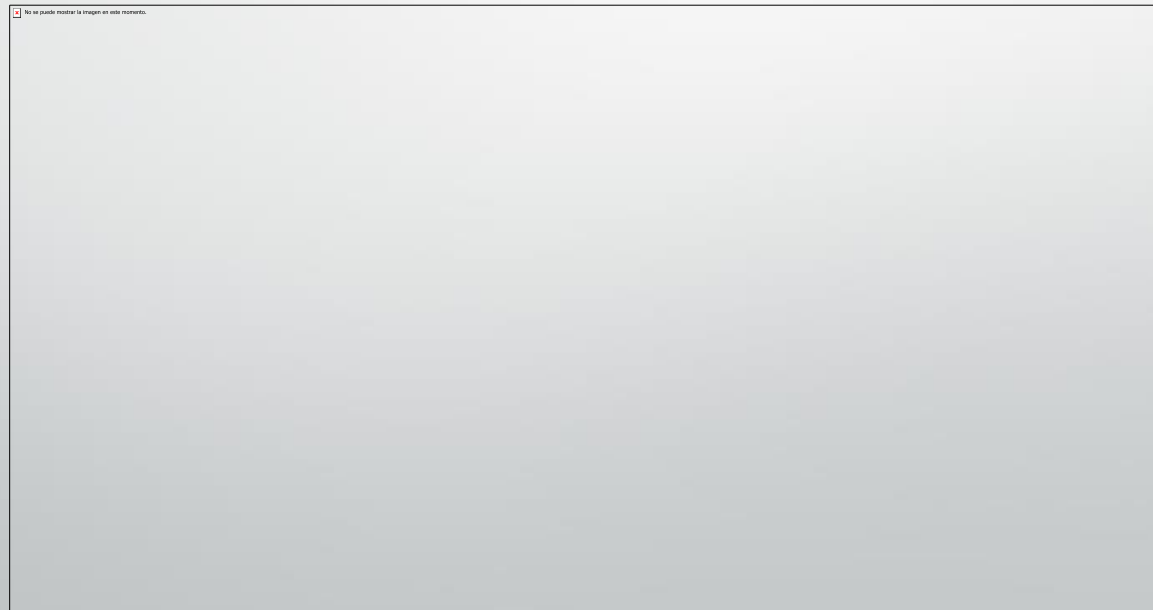
$$S_{52} = 30,680$$

La secretaria
ahorrarán en total
\$30,680



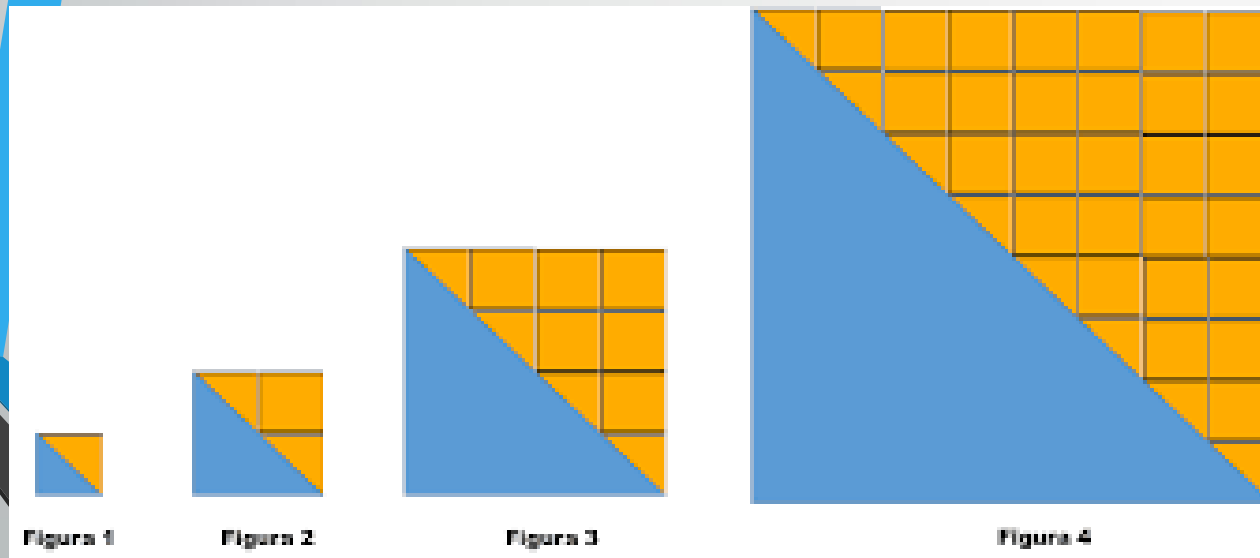
OTROS EJERCICIO DE SERIE NUMÉRICA

- Un administrador es requerido en dos empresas. La empresa X le ofrece un sueldo inicial de \$12 400 al mes y aumentos mensuales de \$290 durante un año. La empresa Y le ofrece un sueldo inicial de \$13 500 al mes, con incrementos mensuales de \$150 durante un año. Desde un punto de vista estrictamente monetario, ¿Cuál le conviene más?



SUCESIÓN GEOMÉTRICA

- También llamada progresión geométrica. Es una sucesión en la cual cada término, después del primero, se obtiene de multiplicar el término anterior por una cantidad constante llamada razón común.



Razón común = r

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

$1, 5, 25, 125, 625, \dots$

Progresiones

Crecientes

Decrecientes



$300, 150, 75, 37.5, 18.75, \dots$

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

¿Cuál de los siguientes términos son progresiones geométrica?

- A) 1, 1.35, 1.8225, 2.460375...
- B) 18, 21, 25, 30...
- C) 3, 6, 12, 36, 108...
- D) 75, 37.5, 18.75, 9.375...
- C) $8(1.6)$, $8(1.6)^2$, $8(1.6)^3$



FORMULA

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

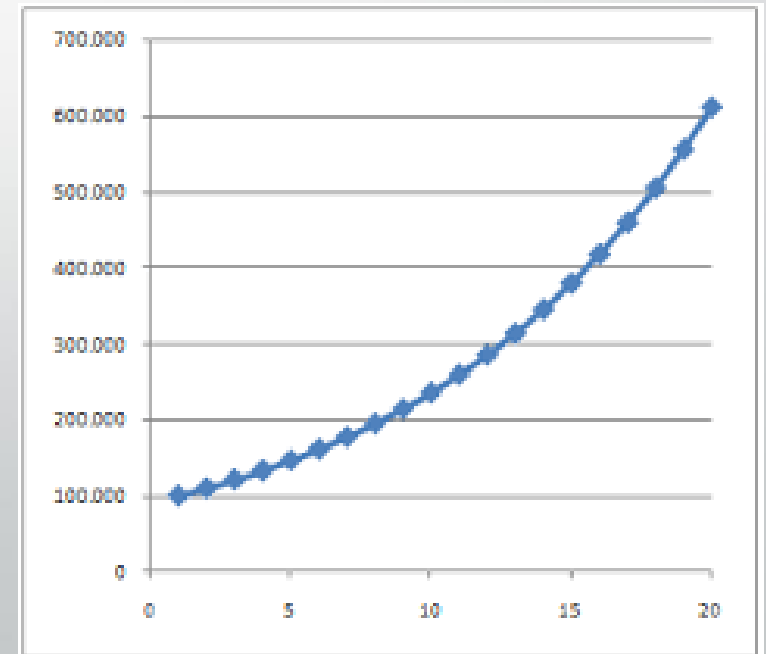
$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

$$a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^3 \cdot r = a_1 \cdot r^4$$



$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$



EJERCICIO PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

El gerente de una empresa realizó 30 depósitos cada mes en una cuenta e ahorros, el primero por \$20, 000 el segundo por \$22, 000 el tercero por \$24, 200 el cuarto por \$26, 620 y así sucesivamente ¿Cuánto depósito en el décimo mes? ¿Cuánto depositó al final?

$$a_1 = 20,000$$

$$r = 1.1$$

$$a_{10} = ?$$

$$a_{30} = ?$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

EJERCICIO PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

$$a_{10} = (20,000)(1.10)^{10-1}$$

$$a_{10} = 47,158.95$$



$$a_{30} = (20,000)(1.10)^{30-1}$$

$$a_{30} = 317,261.86$$

SERIE GEOMÉTRICA

Serie geométrica: la suma de los términos de una sucesión geométrica.

- $$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

SERIE GEOMÉTRICA

Cada año una persona invierte \$30,000 en un plan de ahorro que le ofrece el 7.5% tasa fija por concepto de interés ¿Cuál será el valor del ahorro, en el décimo año?, considerando que no existió retiro.

- $$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

Se considera el último pago

SERIE GEOMÉTRICA

AÑO	CAPITAL	MONTO
10	\$ 30,000.00	\$ 61,830.95
9	\$ 30,000.00	\$ 57,517.16
8	\$ 30,000.00	\$ 53,504.33
7	\$ 30,000.00	\$ 49,771.47
6	\$ 30,000.00	\$ 46,299.05
5	\$ 30,000.00	\$ 43,068.88
4	\$ 30,000.00	\$ 40,064.07
3	\$ 30,000.00	\$ 37,268.91
2	\$ 30,000.00	\$ 34,668.75
1	\$ 30,000.00	\$ 32,250.00
0	\$ 30,000.00	\$ 30,000.00
	SUMA	\$ 486,243.57

$$S_n = \frac{30,000 (1 - 1.075^{11})}{1 - 1.075}$$

$$S_n = 486,243.57$$

PROGRESIÓN - INTERÉS

PROGRESIÓN
ARITMÉTICA



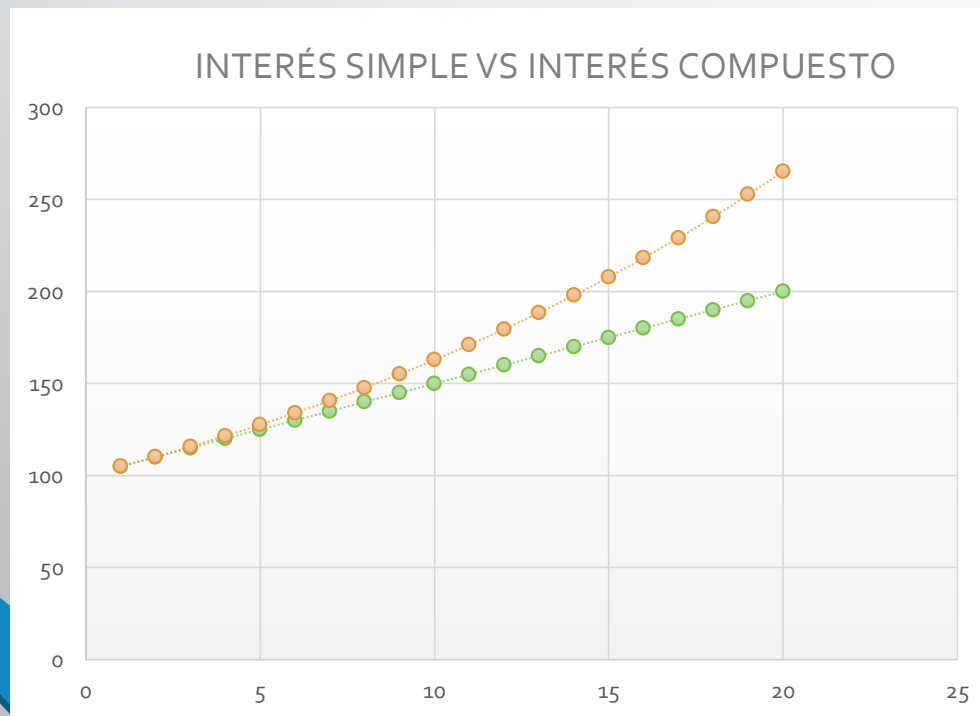
INTERÉS
SIMPLE



PROGRESIÓN
GEOMÉTRICA



INTERÉS
COMPUESTO



CONCLUSIONES

Como se pudo identificar a lo largo del documento las progresiones aritméticas están regidas por un diferencial común, mientras que la progresión geométrica es la razón común.

Comprender el comportamiento de las progresiones permite solucionar planteamientos de la vida cotidiana y empresarial. En dicha comprensión se identifica que las progresiones aritméticas crecen o decrecen a un menor ritmo que las progresiones geométricas; y a partir de este hallazgo es que se concluye que la progresión aritmética es el sustento matemático del interés simple; mientras que la progresión geométrica es la del interés compuesto.

FUENTES

Arya J y Lardner R (2009) Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía. 5ta ed. México: Pearson

Tan S (2002). Matemáticas para administración y economía. Segunda Edición. México: Thomson Learning

Vidaurri H. (2012) Matemáticas financieras. 5ta ed. México: Cengage Learning

Google imágenes recuperado de: <https://www.google.com.mx/imghp?hl=es>