

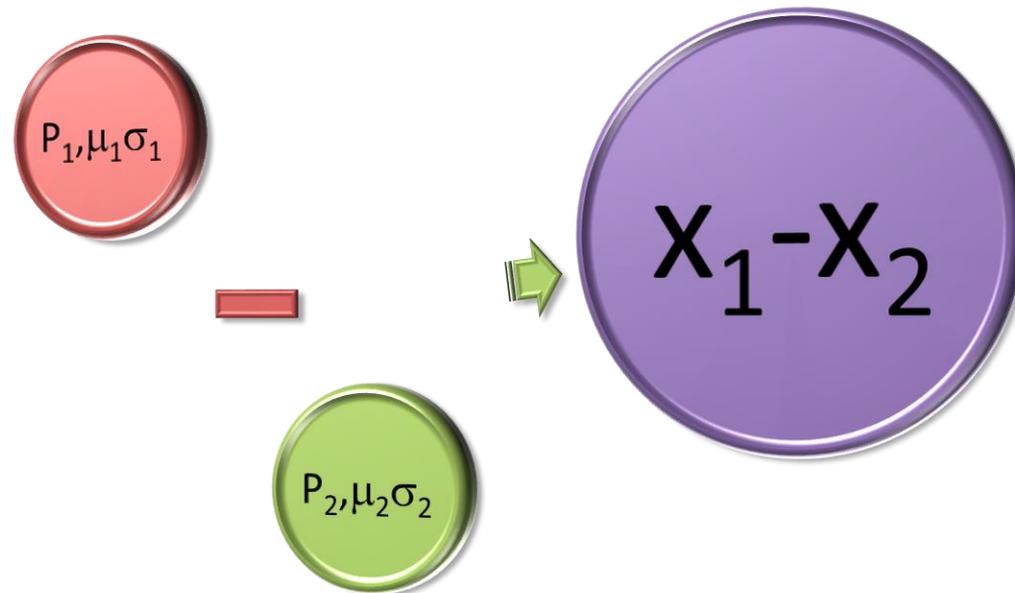


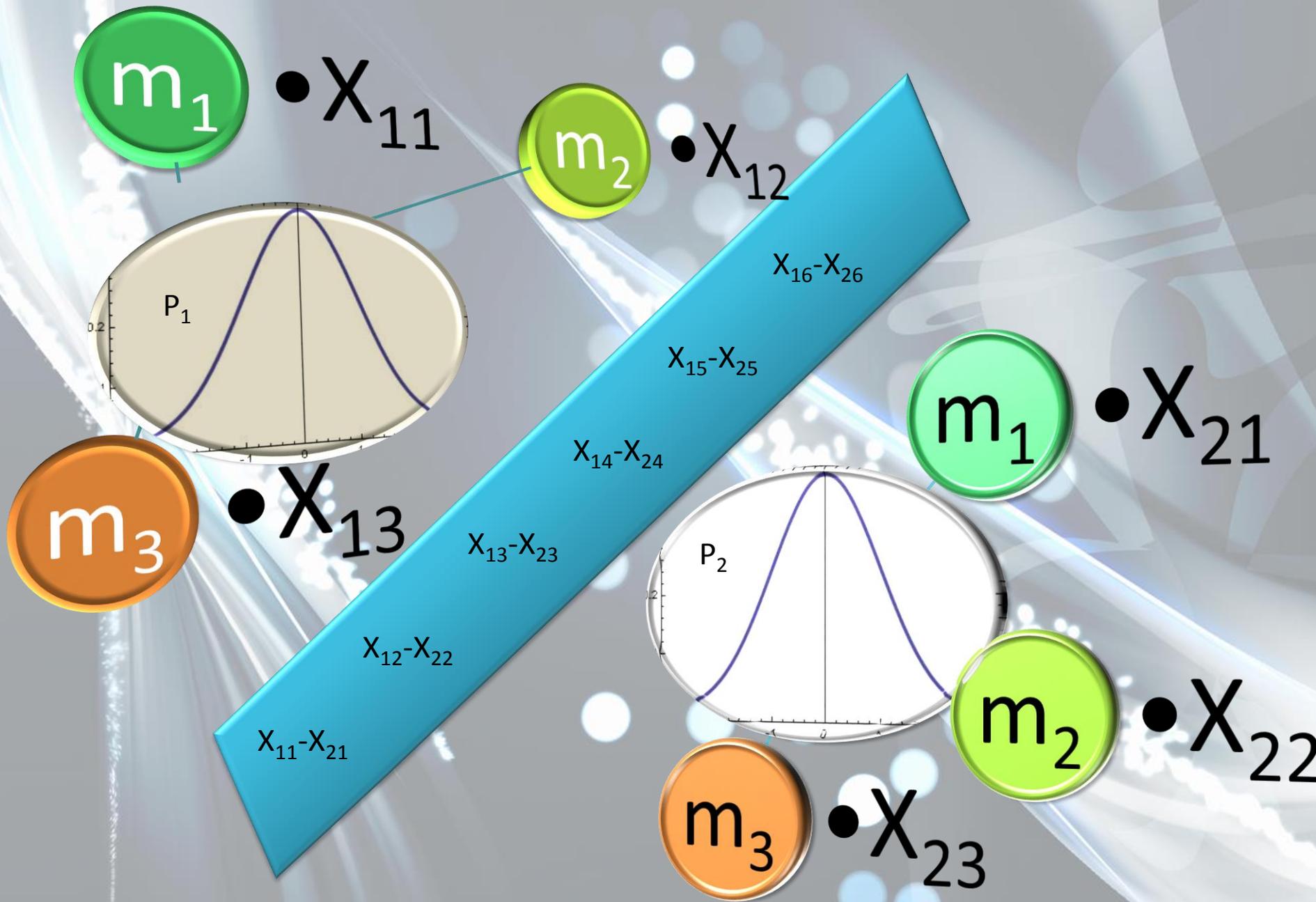
Distribuciones muestrales

Distribuciones muestrales

# Distribución muestral de diferencia de medias

Supongamos que se tienen dos poblaciones distintas, la primera con media  $\mu_1$  y desviación estándar  $\sigma_1$ , y la segunda con media  $\mu_2$  y desviación estándar  $\sigma_2$ . Más aún, se elige una muestra aleatoria de tamaño  $n_1$  de la primera población y una muestra independiente aleatoria de tamaño  $n_2$  de la segunda población; se calcula la media muestral para cada muestra y la diferencia entre dichas medias. La colección de todas esas diferencias se llama distribución muestral de las diferencias entre medias o la distribución muestral del estadístico  $x_1 - x_2$ .



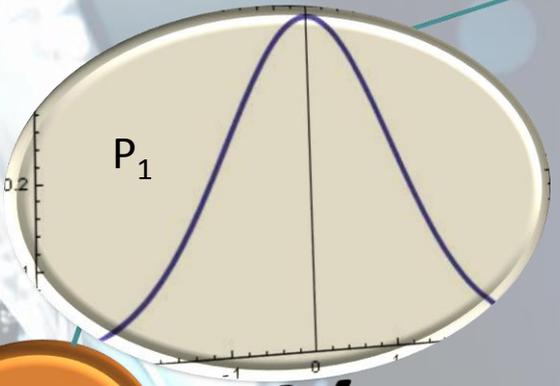


$m_1$

$\bullet X_{11}$

$m_2$

$\bullet X_{12}$



$m_3$

$\bullet X_{13}$

$X_{16}-X_{26}$

$X_{15}-X_{25}$

$X_{14}-X_{24}$

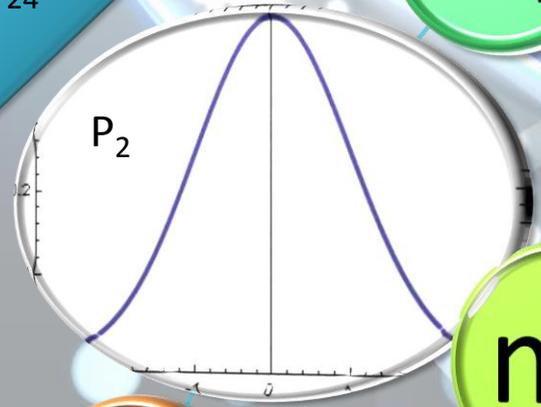
$X_{13}-X_{23}$

$X_{12}-X_{22}$

$X_{11}-X_{21}$

$m_1$

$\bullet X_{21}$



$m_3$

$\bullet X_{23}$

$m_2$

$\bullet X_{22}$

## OBSERVACIÓN

Del TLC

Se utilizan para demostrar

La distribución es aproximadamente normal para  $n_1 \geq 30$  y  $n_2 \geq 30$ . Si las poblaciones son normales, entonces la distribución muestral de medias es normal sin importar los tamaños de las muestras.

$$\mu = \mu_x \quad y \quad \sigma_x = \sigma / \sqrt{n}$$

$$\mu_{\bar{x}_1} - \mu_{\bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2 \quad y \quad \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

La formula que se utilizará para obtener el calculo de probabilidad del estadístico diferencias de medias es

$$z = \frac{[x_1 - x_2] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

## Ejemplo

En un estudio para comparar los pesos promedio de niños y niñas de sexto grado en una escuela primaria se usará una muestra aleatoria de 20 niños y otra de 25 niñas. Se sabe que tanto para niños como para niñas los pesos siguen una distribución normal. El promedio de los pesos de todos los niños de sexto grado de esa escuela es de 42 Kg y su desviación estándar es de 5.93, mientras que el promedio de los pesos de todas las niñas del sexto grado de esa escuela es de 35.7 Kg y su desviación estándar es de 5.14 Kg. Si  $\bar{x}$  representa el promedio de los pesos de 20 niños y  $\bar{y}$  es el promedio de los pesos de una muestra de 25 niñas, encuentre la probabilidad de que el promedio de los pesos de los 20 niños sea al menos 8.4 Kg más grande que el de las 25 niñas

## Ejemplo

### Datos



En un estudio para comparar los pesos promedio de niños y niñas de sexto grado en una escuela primaria se usará una muestra aleatoria de 20 niños y otra de 25 niñas. Se sabe que tanto para niños como para niñas los pesos siguen una distribución normal. El promedio de los pesos de todos los niños de sexto grado de esa escuela es de 42 Kg y su desviación estándar es de 5.93, mientras que el promedio de los pesos de todas las niñas del sexto grado de esa escuela es de 35.7 Kg y su desviación estándar es de 5.14 Kg. Si  $\bar{x}_1$  representa el promedio de los pesos de 20 niños y  $\bar{x}_2$  es el promedio de los pesos de una muestra de 25 niñas, encuentre la probabilidad de que el promedio de los pesos de los 20 niños sea al menos 8.4 Kg más grande que el de las 25 niñas

$$\mu_1 = 42$$

$$\mu_2 = 35.7$$

$$\sigma_1 = 5.93$$

$$\sigma_2 = 5.14$$

$$n_1 = 20$$

$$n_2 = 25$$

$$P(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 > 8.4) = ?$$

$$z = \frac{[8.4] - [42 - 35.7]}{\sqrt{\frac{5.93^2}{20} + \frac{5.14^2}{25}}} = \frac{2.1}{1.677} = 1.25$$

$$P(z=1.25)=0.10565$$

$$P(x_1 - x_2 > 8.4) = P(z > 1.25) = 0.10565$$

$$z = \frac{[x_1 - x_2] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$P(x_1 - x_2 > 8.4) = 10.56\%$$

## Ejemplo

Un fabricante de automóviles compra placas de acero a dos compañías distintas. El acero de la compañía A tienen una vida media de 7.2 años con una desviación estándar de 0.8 años, mientras que el acero de la compañía B tienen una vida media de 6.7 años con una desviación estándar de 0.7. Determine la probabilidad de que una muestra aleatoria de 34 placas de la compañía A tenga una vida promedio de al menos un año más que la de una muestra aleatoria de 40 placas de la compañía B.

## Ejemplo

### Datos

$$\mu_1 = 7.2$$

$$\mu_2 = 6.7$$

$$\sigma_1 = 0.8$$

$$\sigma_2 = 0.7$$

$$n_1 = 34$$

$$n_2 = 40$$

$$P(x_1 - x_2 > 1.0) = ?$$

Un fabricante de automóviles compra placas de acero a dos compañías distintas. El acero de la compañía A tienen una vida media de 7.2 años con una desviación estándar de 0.8 años, mientras que el acero de la compañía B tienen una vida media de 6.7 años con una desviación estándar de 0.7. Determine la probabilidad de que una muestra aleatoria de 34 placas de la compañía A tenga una vida promedio de al menos un año más que la de una muestra aleatoria de 40 placas de la compañía B.

$$z = \frac{[1] - [7.2 - 6.7]}{\sqrt{\frac{0.8^2}{34} + \frac{0.7^2}{40}}} = \frac{0.5}{0.1762} = 2.83$$

$$P(z = 2.83) = 0.00233$$

$$P(x_1 - x_2 > 1.0) = P(z > 2.83) = 0.0023$$

$$z = \frac{[x_1 - x_2] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$



$$P(x_1 - x_2 > 1.0) = 0.23 \%$$

## Ejemplo

Se prueba el rendimiento en Km/L de 2 tipos de gasolina, encontrándose una desviación estándar de 1.23 Km/L para la primera gasolina y una desviación estándar de 1.37 Km/L para la segunda gasolina; la primera gasolina se probó en 35 autos y la segunda gasolina fue probada en 42 autos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera gasolina de un rendimiento promedio mayor de 0.45Km/L que la segunda gasolina?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia en rendimientos promedio se encuentre entre 0.65 y 0.83 Km/L a favor de la gasolina 1?

# Ejemplo

## Datos a)



$$\mu_1 = ?$$

$$\mu_2 = ?$$

$$\sigma_1 = 1.23$$

$$\sigma_2 = 1.37$$

$$n_1 = 35$$

$$n_2 = 42$$

$$P(x_1 - x_2 > 0.45) = ?$$

$$z = \frac{[x_1 - x_2] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$P(x_1 - x_2 > 0.45) = 6.42 \%$$

Se prueba el rendimiento en Km/L de 2 tipos de gasolina, encontrándose una desviación estándar de 1.23 Km/L para la primera gasolina y una desviación estándar de 1.37 Km/L para la segunda gasolina; la primera gasolina se probó en 35 autos y la segunda gasolina fue probada en 42 autos.

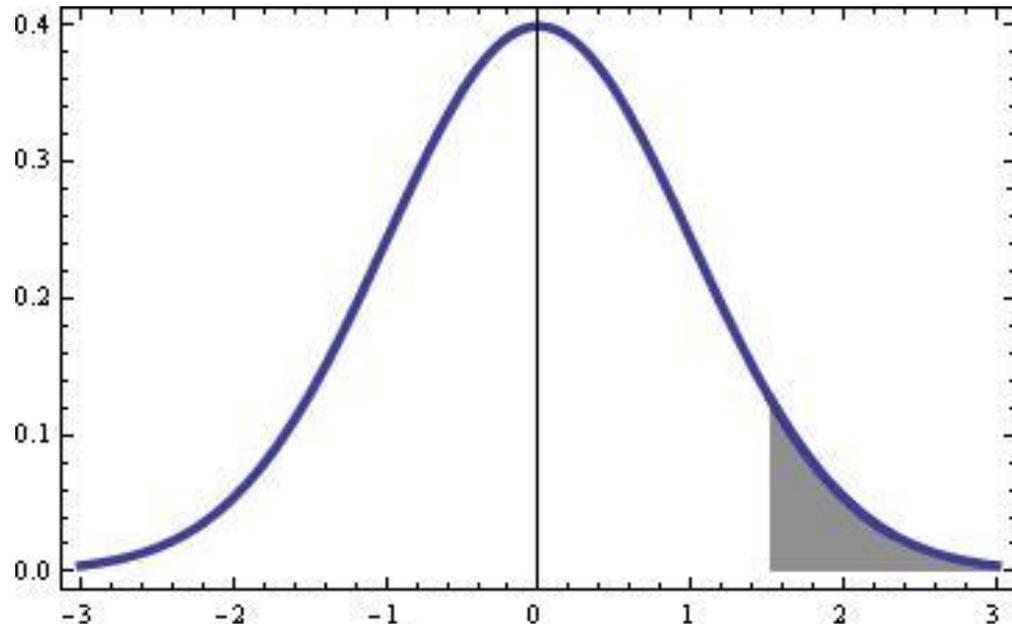
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera gasolina de un rendimiento promedio mayor de 0.45 Km/L que la segunda gasolina?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia en rendimientos promedio se encuentre entre 0.65 y 0.83 Km/L a favor de la gasolina 1?

$$z = \frac{[0.45] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{1.23^2}{35} + \frac{1.37^2}{42}}} = \frac{0.45}{0.2965} = 1.52$$

$$P(z=1.52) = 0.06425$$

$$P(x_1 - x_2 > 0.45) = P(z > 1.52) = 0.06425$$



# Ejemplo

Datos b)



$$\mu_1 = ?$$

$$\mu_2 = ?$$

$$\sigma_1 = 1.23$$

$$\sigma_2 = 1.37$$

$$n_1 = 35$$

$$n_2 = 42$$

$$P(0.65 < x_1 - x_2 < 0.83) = ?$$

$$P(z=2.19) = 0.01426$$

$$P(z=2.80) = 0.00256$$

$$P(0.65 < x_1 - x_2 < 0.83) =$$

$$P(2.19 < z < 2.80) =$$

$$0.01426 - 0.00256 =$$

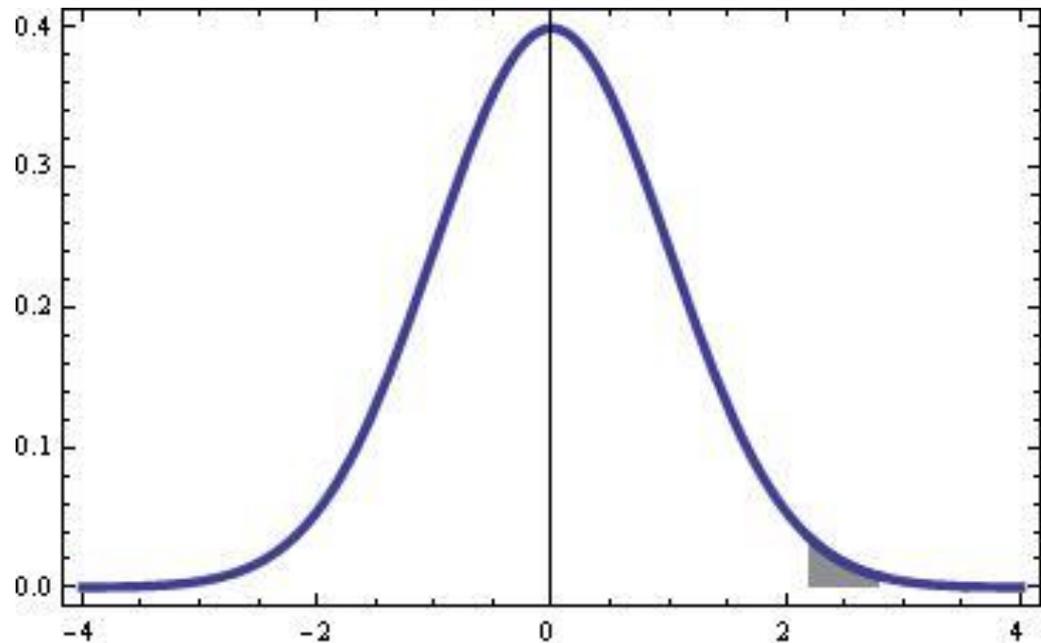
$$0.0117$$

$$P(0.65 < x_1 - x_2 < 0.83) = 1.17 \%$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia en rendimientos promedio se encuentre entre 0.65 y 0.83 Km/L a favor de la gasolina 1?

$$z = \frac{[0.65] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{1.23^2}{35} + \frac{1.37^2}{42}}} = \frac{0.65}{0.2965} = 2.19$$

$$z = \frac{[0.83] - [\mu_1 - \mu_2]}{\sqrt{\frac{1.23^2}{35} + \frac{1.37^2}{42}}} = \frac{0.83}{0.2965} = 2.80$$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	
-4.0	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002	
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003	
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005	
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008	★1
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011	
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017	
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024	★2
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035	
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050	
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071	
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100	★3
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139	
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193	
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264	★4
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357	
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480	
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639	★5
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842	
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101	
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426	★6
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02067	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831	
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330	
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938	★6
-1.7	0.04456	0.04363	0.04272	0.04181	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673	
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551	
-1.5	0.06681	0.06552	0.06425	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592	
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07214	0.07078	0.06944	0.06811	
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226	
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09852	
-1.1	0.13566	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702	
-1.0	0.15865	0.15625	0.15386	0.15150	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786	
-0.9	0.18406	0.18141	0.17878	0.17618	0.17361	0.17105	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109	
-0.8	0.21185	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673	
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23269	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21769	0.21476	
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26434	0.26108	0.25784	0.25462	0.25143	0.24825	0.24509	
-0.5	0.30853	0.30502	0.30153	0.29805	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28095	0.27759	
-0.4	0.34457	0.34090	0.33724	0.33359	0.32997	0.32635	0.32276	0.31917	0.31561	0.31206	
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36692	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34826	
-0.2	0.42074	0.41683	0.41293	0.40904	0.40516	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38590	
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43250	0.42857	0.42465	
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48404	0.48006	0.47607	0.47209	0.46811	0.46414	