

UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

FACULTAD DE PLANEACIÓN URBANA Y REGIONAL

MATEMÁTICAS I

**FUNCIONES
(LINEALES Y CUADRÁTICAS)**

POR:

LUIS CONRADO TOLEDO VEGA

FECHA DE ELABORACIÓN:

1ra quincena de Septiembre de 2015

Guión explicativo

El presente material didáctico constituye un apoyo para la presentación de los elementos teóricos y algunos ejercicios de las funciones como antecedente al estudio de las funciones lineales y cuadráticas en la unidad de aprendizaje Matemáticas I, perteneciente a la Licenciatura de Ciencias Ambientales de la Facultad de Planeación Urbana y Regional.

El material proyectable se desarrollo en este año, en el periodo 2015 B, contribuye a la capacidad de comprensión de la metodología que permite Comprender la teoría básica de las funciones en el cálculo y el planteamiento de algunos ejemplos resueltos y otros propuestos. Para su posterior análisis y explotación en casos prácticos tales como la representación de funciones lineales y cuadráticas o para su análisis en la unidad referente al cálculo. También será de utilidad en aplicaciones reales, como parte fundamental en la solución de múltiples problemas que resultan en el planteamiento de problemas propios de las Ciencias Ambientales.

Para el desarrollo del tema se consultaron diversas fuentes, resultando que donde mejor se explican los conceptos teóricos es en los libros de métodos numéricos incluidos en la bibliografía del programa de la Unidad de Aprendizaje.

Funciones

La noción de correspondencia aparece frecuentemente en la vida diaria.

Por ejemplo:

A cada libro de una biblioteca le corresponde un número de páginas:

A cada mexicano le corresponde una CURP.

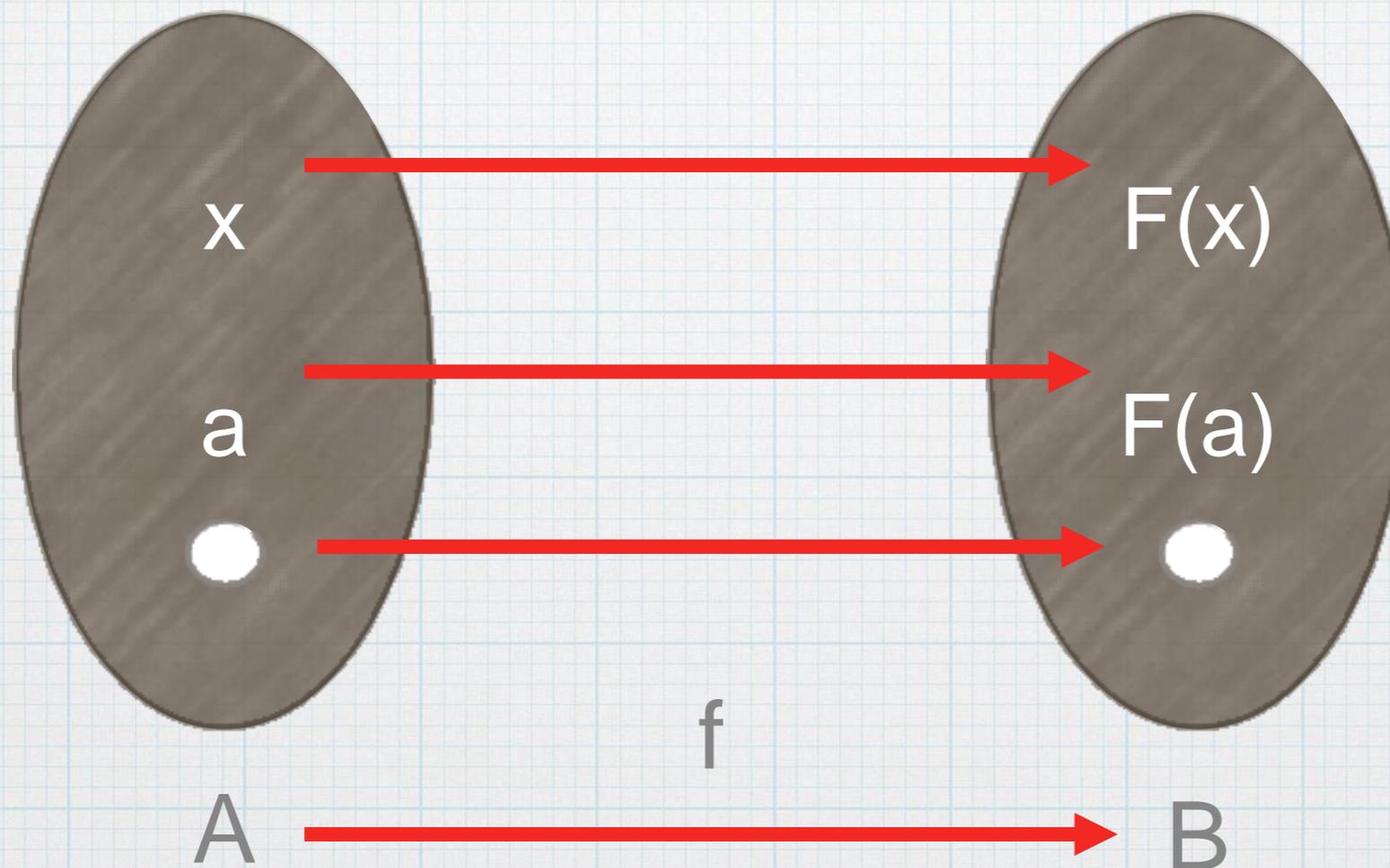
Si se registra la temperatura del aire a lo largo de un día, entonces a cada instante de tiempo le corresponde una temperatura.

Funciones

Estos ejemplos de correspondencia involucran dos conjuntos **A** y **B**. en el primer ejemplo **A** denota el conjunto de libros en una biblioteca y **B** es el conjunto de números positivos que corresponden al número de páginas de los libros. A cada libro **x** en **A**, le corresponde un entero positivo **y** en **B**, el número de páginas del libro.

Funciones

Una **función** f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento llamado $f(x)$ de un conjunto B

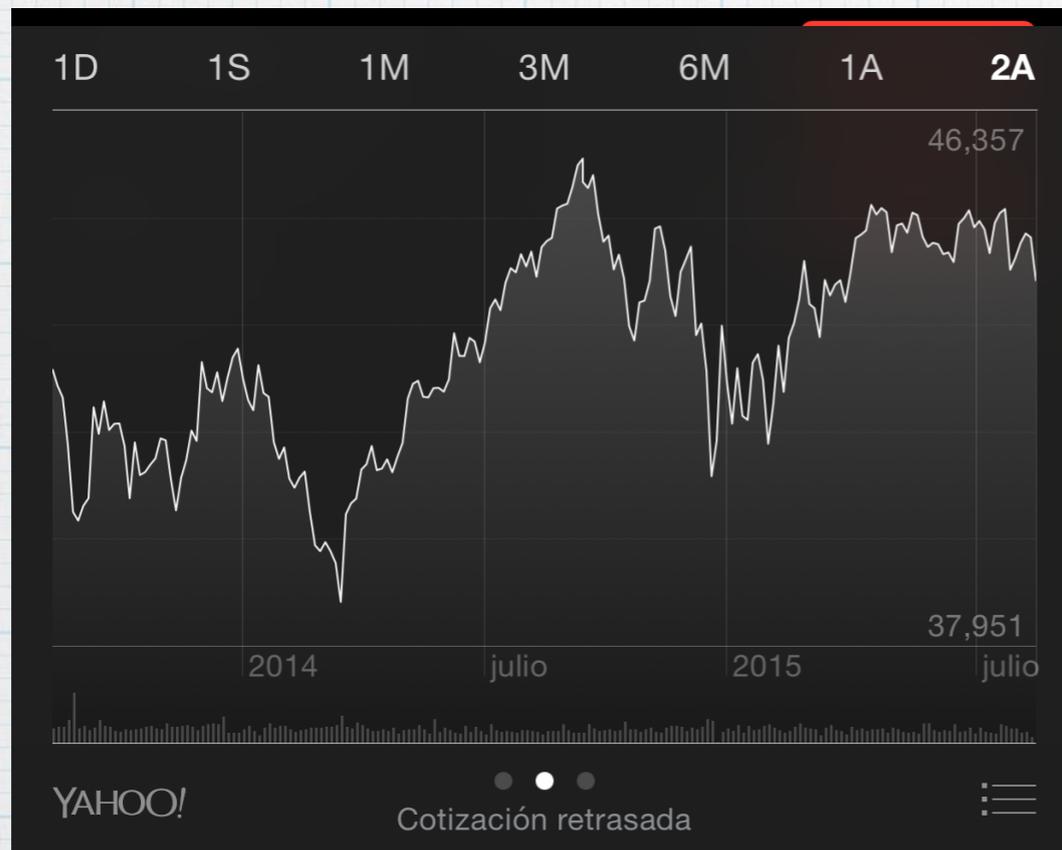


Funciones

La representación mas natural y conveniente de muchas funciones es la **gráfica**.

Ejemplos:

(Registros de electrocardiograma, sismógrafos, polígrafos, comportamiento de la bolsa de valores.)



Bolsa de valores



Actividad física

Funciones

Los objetos fundamentales que tratamos en cálculo son funciones, analizaremos ideas básicas de las funciones, sus gráficas, las maneras de transformarlas y combinarlas.

Funciones

Una función se puede representar de diferentes modos: mediante una ecuación, en una tabla, con una gráfica o con palabras.

Consideraremos los tipos principales de funciones que se presentan en el cálculo y describiremos el proceso de usarlas como modelos matemáticos del mundo real.

Representaciones de funciones:

$$f(x) = 2x^2 - x^3$$

$$g(x) = 3x$$

Algebraicamente

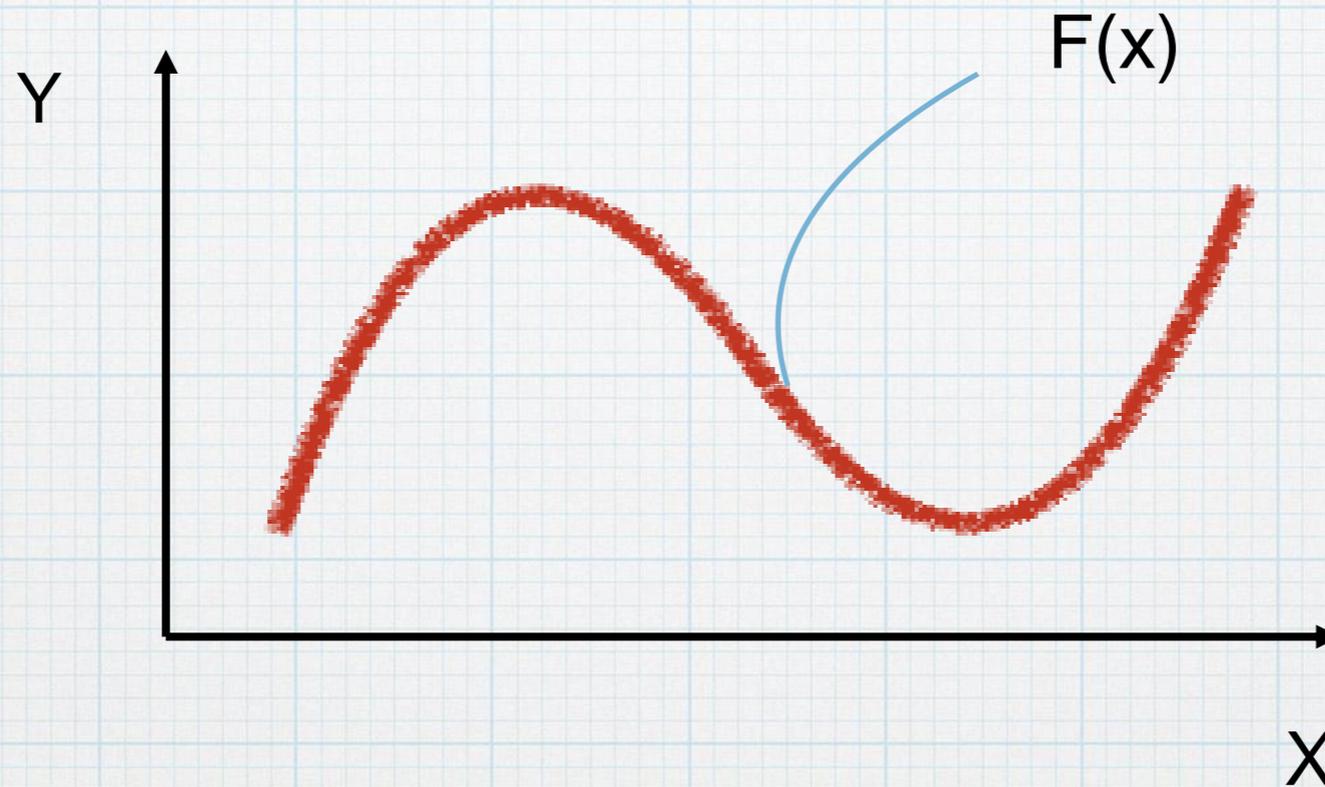
Con una ecuación o fórmula explícita

Representaciones de funciones:

x	$F(x)$
Año	Población (en miles)
1980	932
1990	1,276
2000	1,745
2010	2,324

Tabla de valores
Numéricamente

Representaciones de funciones:



Gráficamente
Visualmente

Representaciones de funciones:

Un recipiente rectangular para almacenamiento, con su parte superior abierta, tiene un volumen de 10 m^3 . La longitud de su base es el doble de su ancho. El material para la base cuesta 10 dólares por metro cuadrado y el material para los lados, cuesta 6 dólares por metro cuadrado. Expresa el costo del material como función del ancho de la base.

Sol. $C(w) = 20w^2 + 180/w$

Verbalmente

Con una descripción con palabras

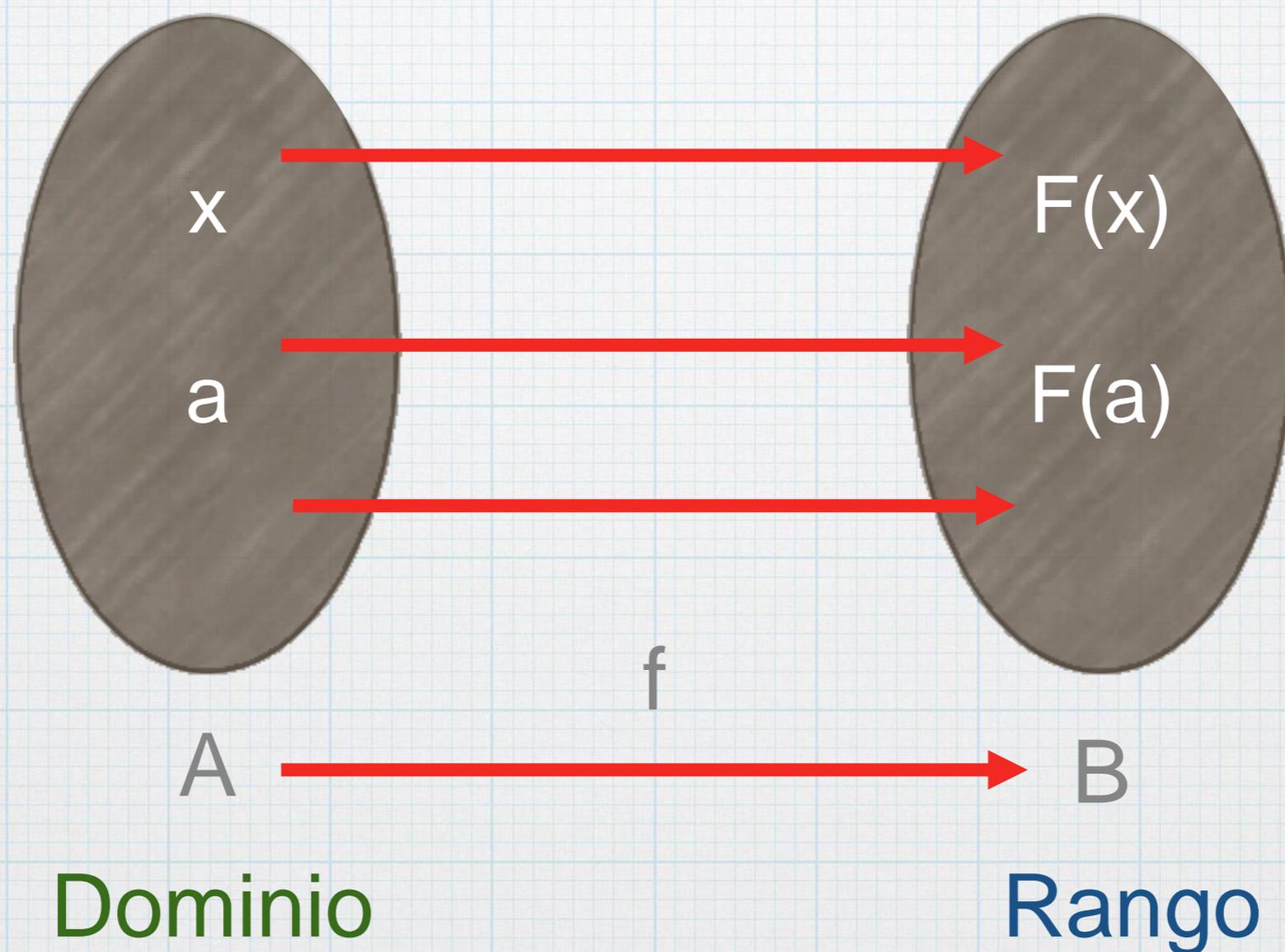
Representaciones de funciones:

- * Si una sola función se puede representar de las cuatro maneras, a menudo resulta útil pasar de una representación a otra, para adquirir un conocimiento adicional de esa función.
- * Pero ciertas funciones se describen de manera más natural con uno de los métodos que con otro.

Una **función** f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento llamado $f(x)$ de un conjunto B

- Consideramos funciones para las cuales los conjuntos A y B son conjuntos de números reales .
- El conjunto A se llama dominio de la función.
- El número $f(x)$ es el valor de f en x y se lee "f de x"
- El rango de f es el conjunto de todos los valores posibles de $f(x)$, conforme x varía en todo el dominio A .

- * Un símbolo que representa un arbitrario en el dominio de una función f se llama **variable independiente**.
- * Un símbolo que representa un número en el rango de f se llama **variable dependiente**.



- * Resulta útil concebir a una función como a una máquina. Si x está en el dominio de la función f , entonces x entra en la máquina, se acepta como entrada y la máquina produce una salida $f(x)$ de acuerdo con la regla de la función.
- * De este modo el dominio es todo el conjunto de entradas posibles y el rango como el conjunto de todas las salidas posibles.

(Ejemplo. Las funciones de las calculadoras)

El método más común para visualizar una función es su gráfica, si f es una función con dominio A , entonces su gráfica es el conjunto de las parejas ordenadas.

$$\{(x, f(x)) \mid x \in A\}$$

Qué son parejas entrada - salida.

En otras palabras, la gráfica de f consta de todos los puntos (x, y) en el plano coordenado, tales que

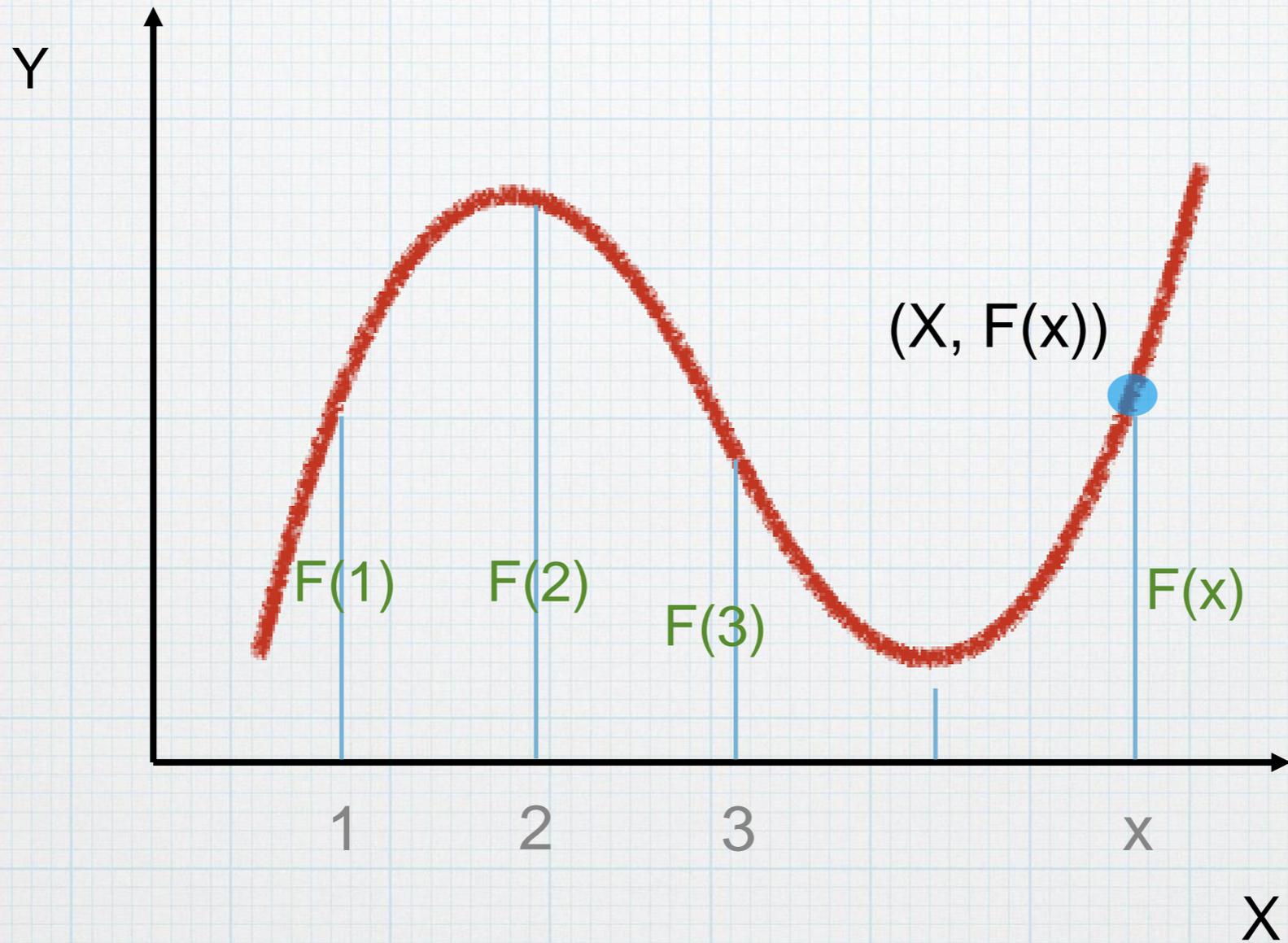
$$y = f(x) \text{ y } x \text{ esta en el dominio de } f.$$

La gráfica de una función f nos da una imagen útil del comportamiento o "la historia de vida" de una función.

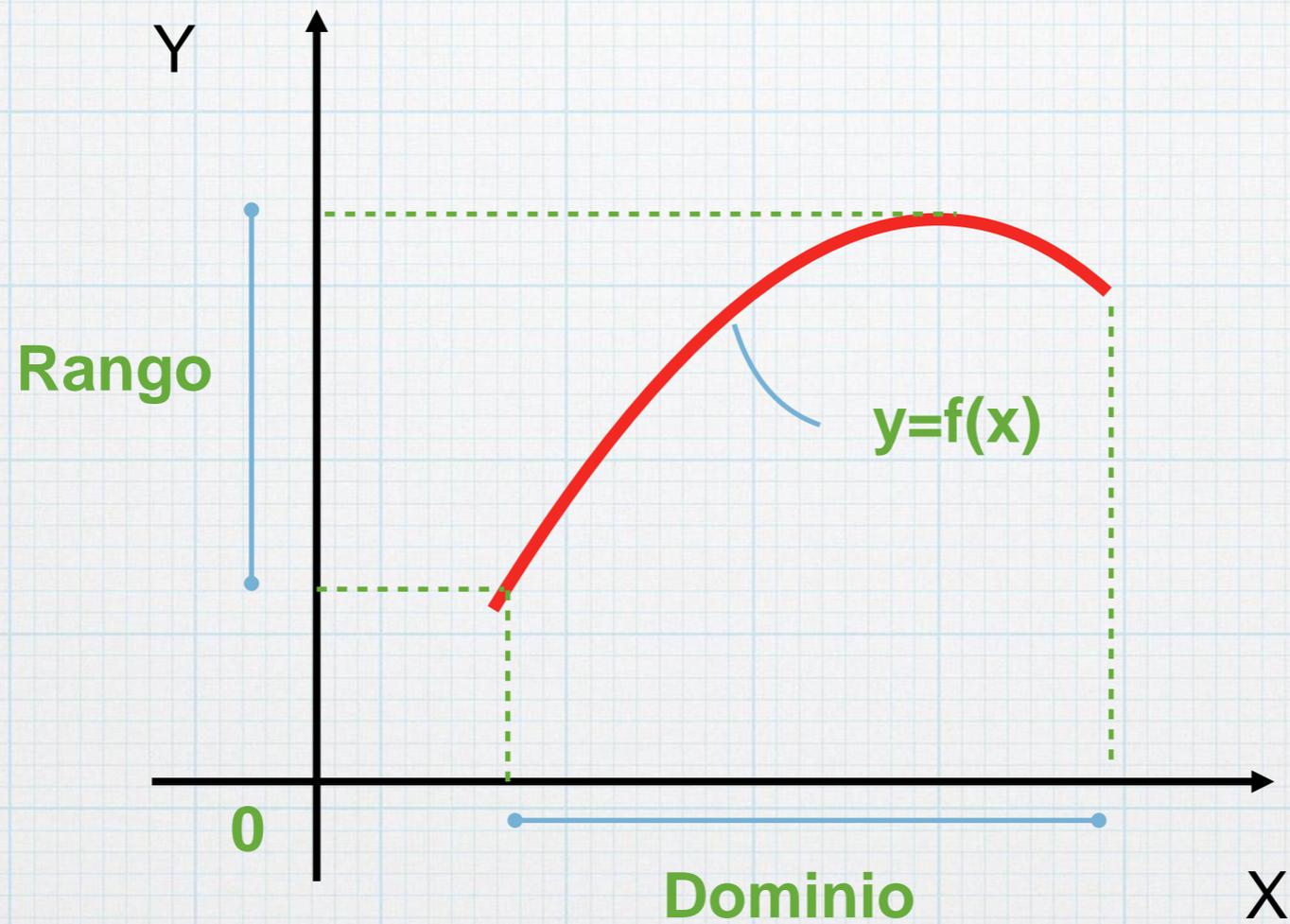
Como la coordenada y de cualquier punto (x, y) de la gráfica es $y=f(x)$, podemos leer el valor de $f(x)$ a partir de la gráfica como la altura de esta última arriba del eje x .

La gráfica de f también nos permite tener una imagen del dominio y del rango de f sobre el eje x y el eje y , respectivamente.

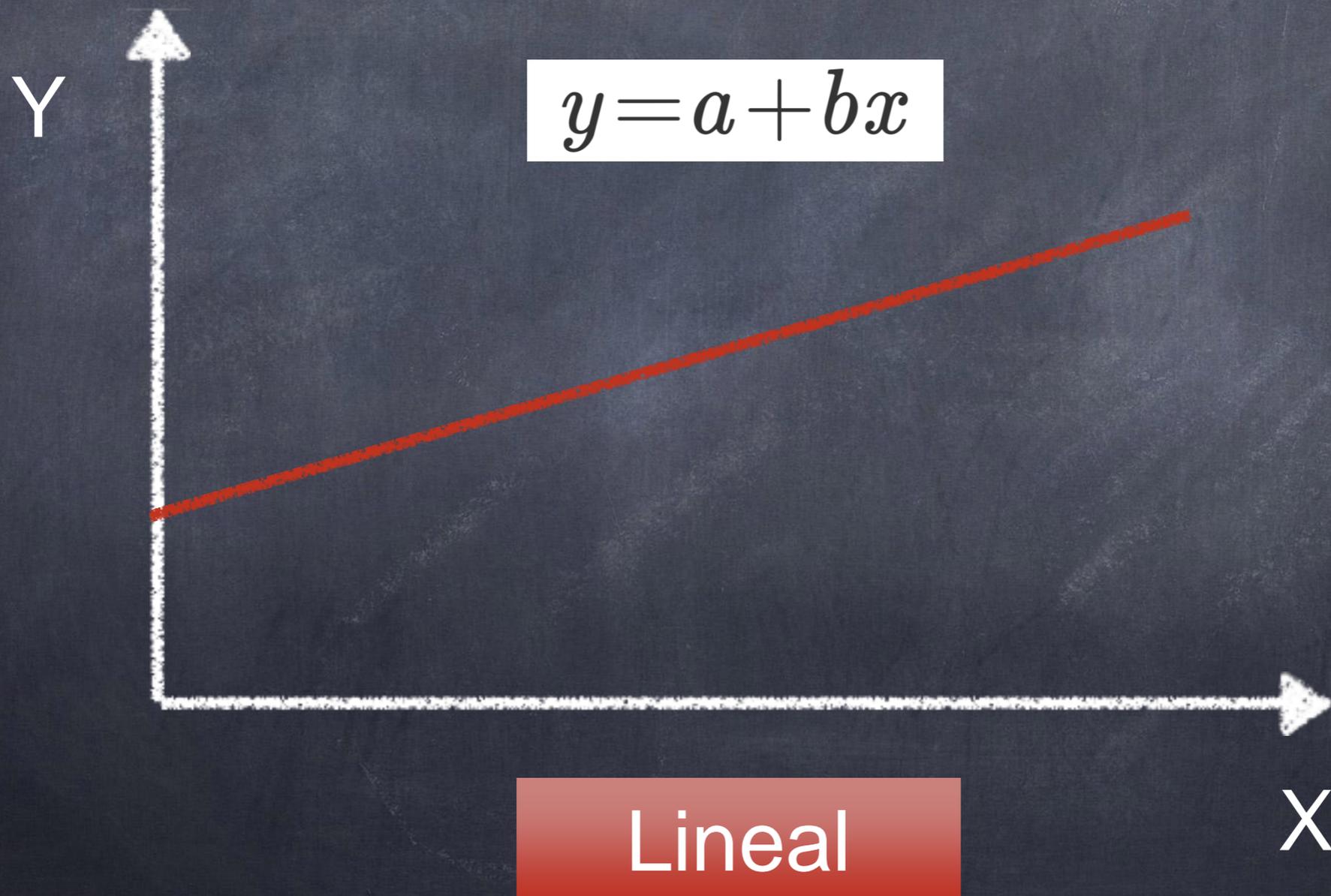
Gráfica de funciones



Gráfica de funciones

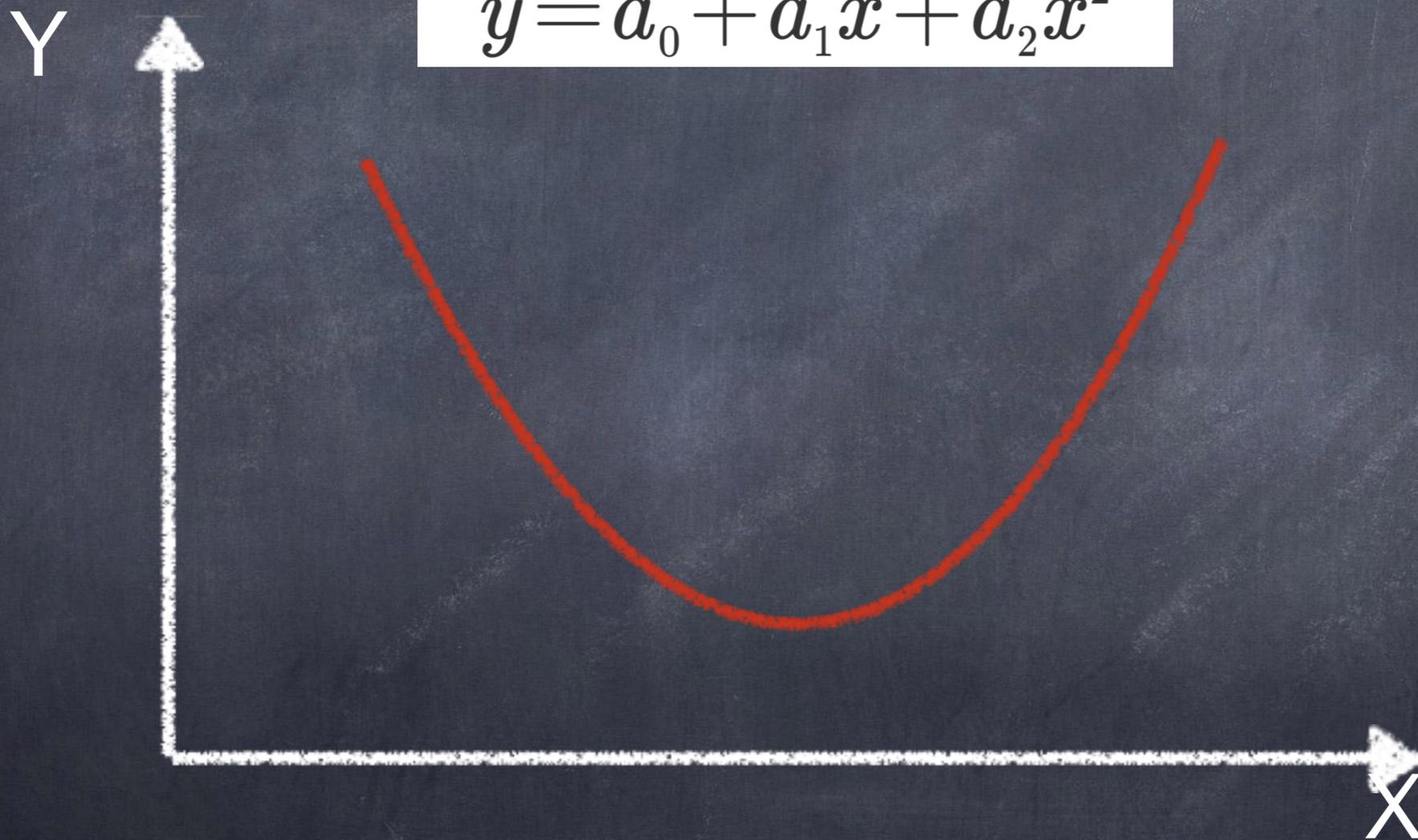


Representaciones gráficas



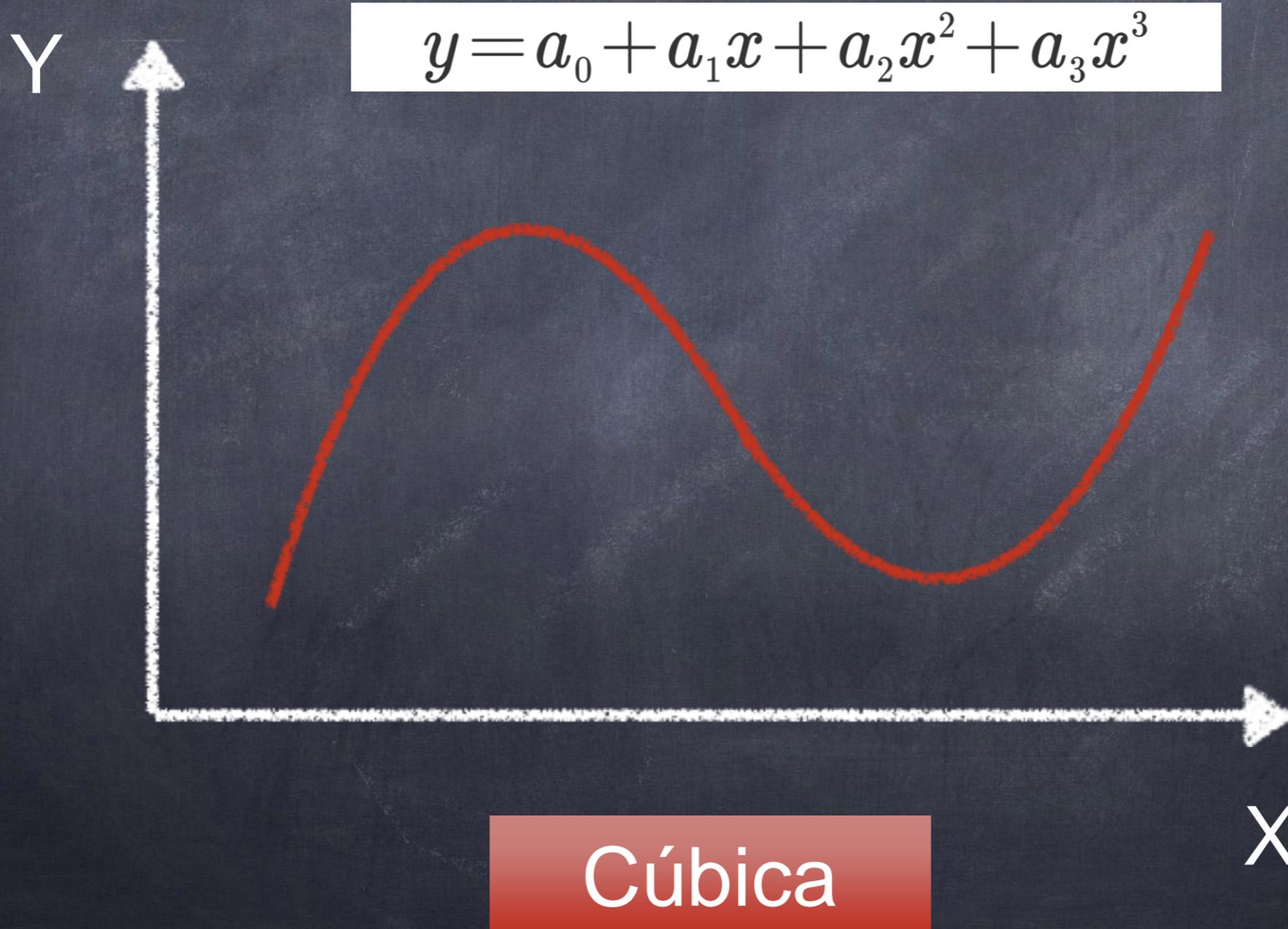
Representaciones gráficas

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$



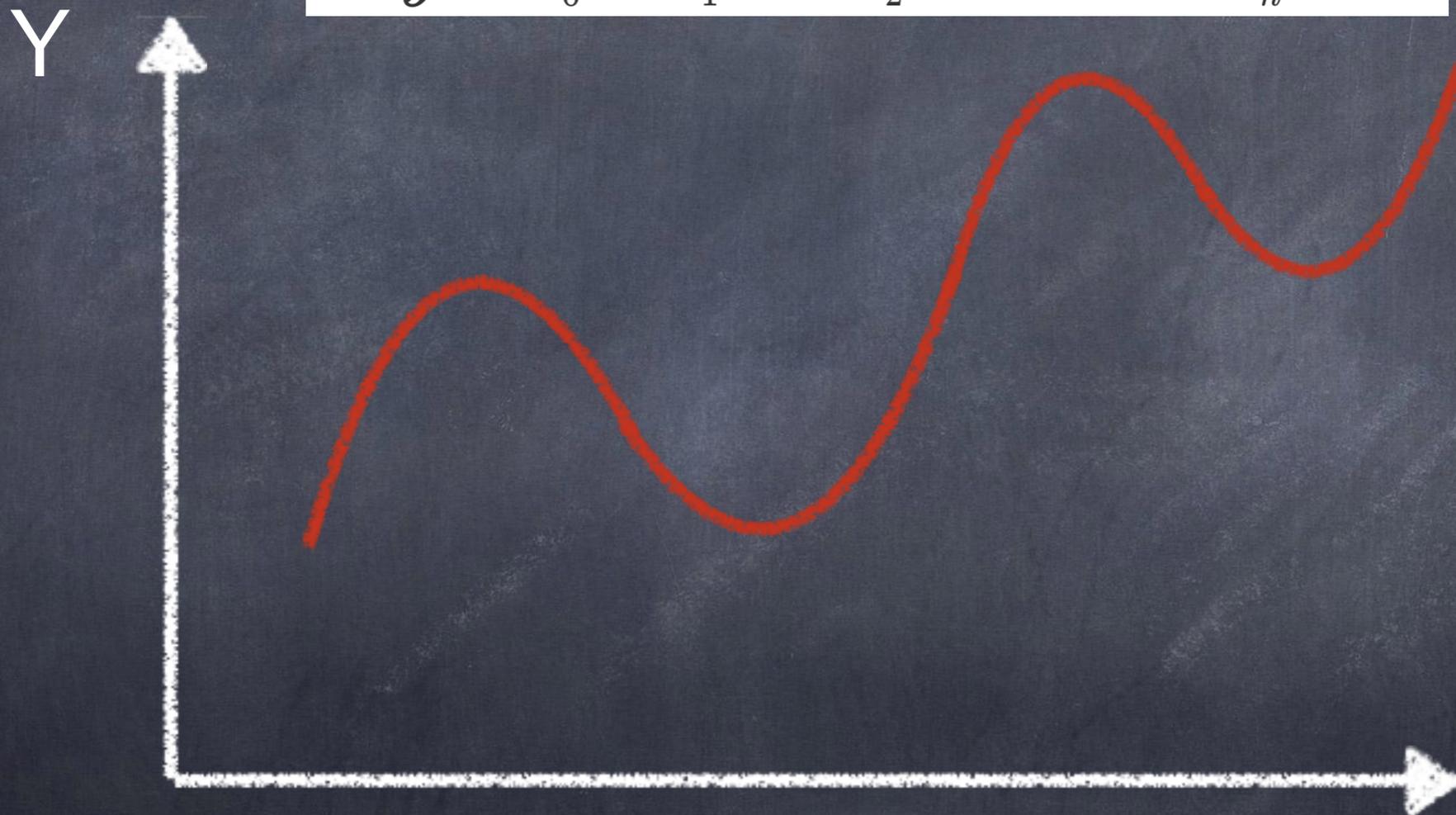
Cuadrática

Representaciones gráficas



Representaciones gráficas

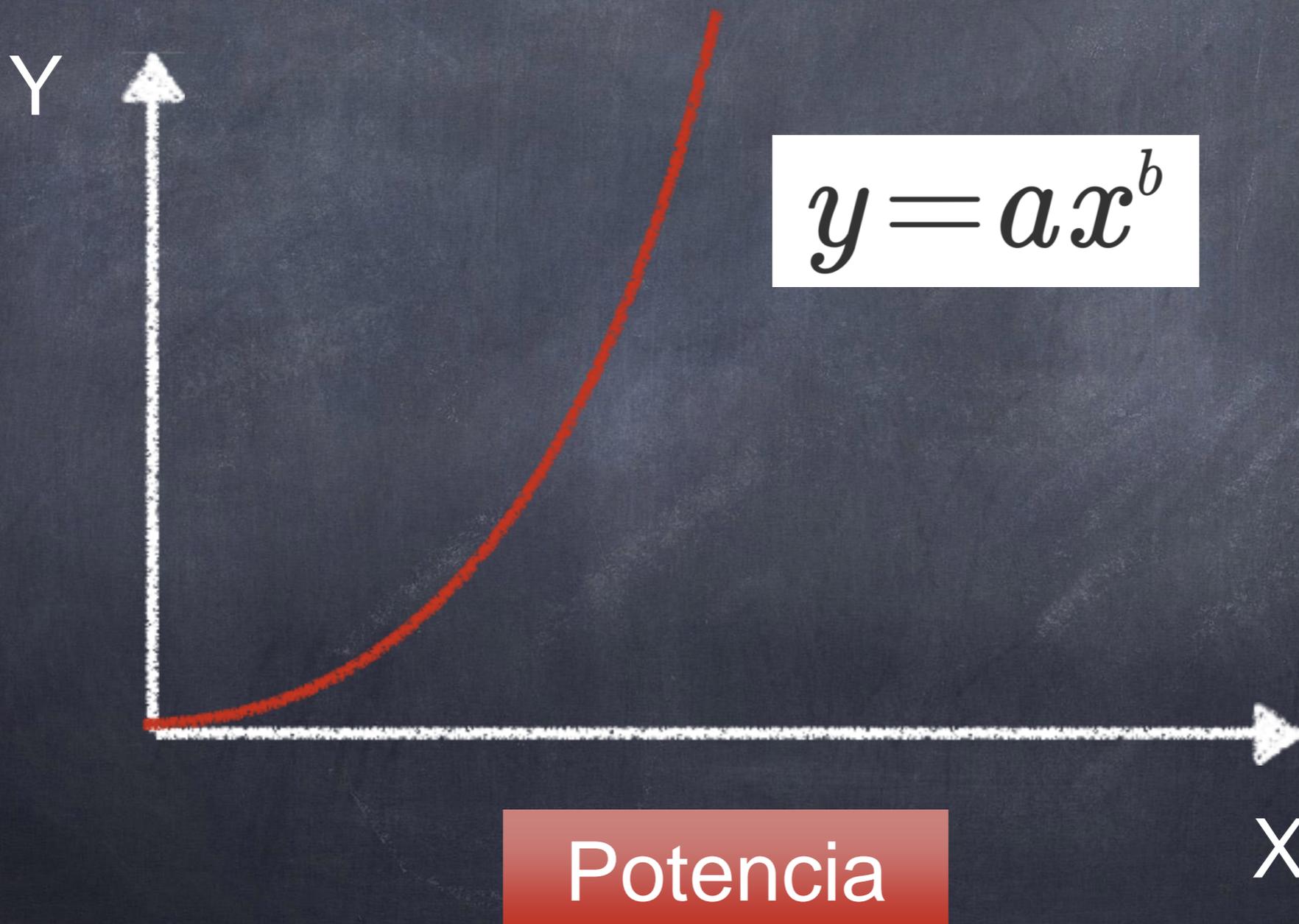
$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$



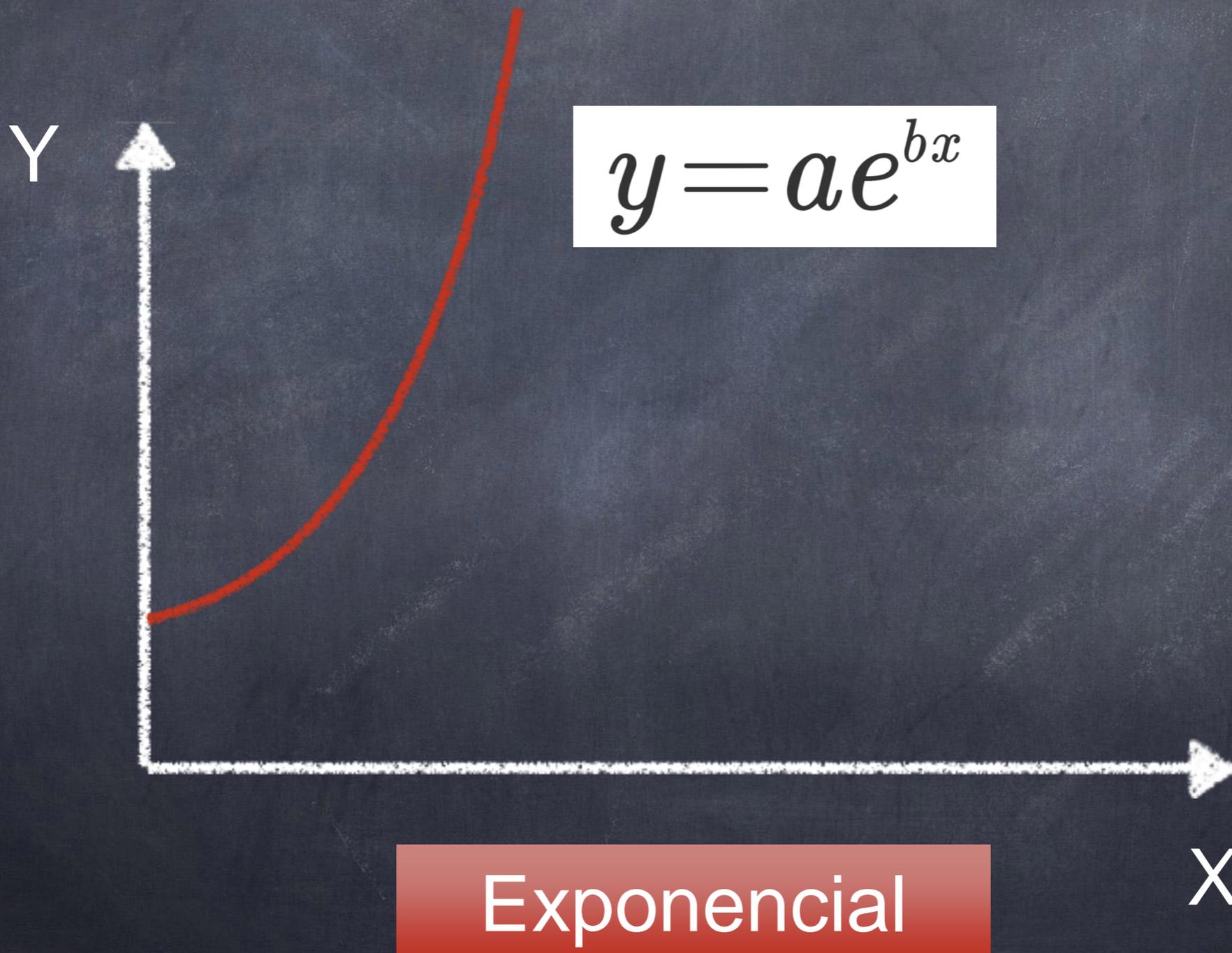
Polinomial

X

Representaciones gráficas

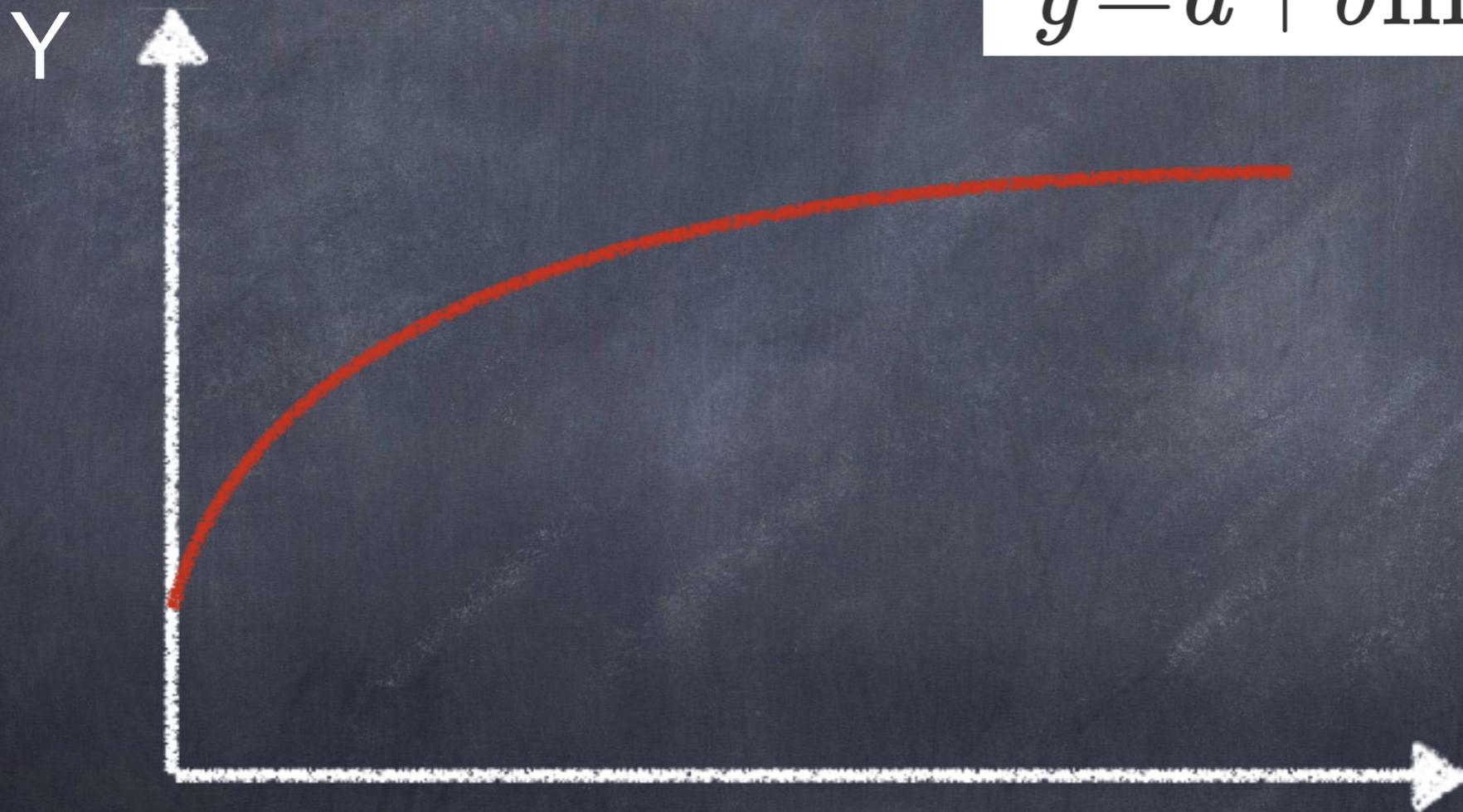


Representaciones gráficas



Representaciones gráficas

$$y = a + b \ln x$$



Logarítmica

X

La gráfica de una función f nos da una imagen útil del comportamiento o "la historia de vida" de una función.

Como la coordenada y de cualquier punto (x, y) de la gráfica es $y=f(x)$, podemos leer el valor de $f(x)$ a partir de la gráfica como la altura de esta última arriba del eje x .

La gráfica de f también nos permite tener una imagen del dominio y del rango de f sobre el eje x y el eje y , respectivamente.

Combinaciones de funciones

Álgebra de funciones

Sean f y g funciones con dominios A y B . Se pueden combinar para formar nuevas funciones, como sigue:

- * Suma: $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ Dominio = $A \cap B$
- * Resta: $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ Dominio = $A \cap B$
- * Multiplicación: $(fg)(x) = f(x)g(x)$ Dominio = $A \cap B$
- * División: $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$
Dominio: $\{x \in A \cap B \mid g(x) \neq 0\}$

Combinaciones de funciones

Ejemplo 1:

$$\text{Si } f(x) = \sqrt{4 - x^2} \text{ y } g(x) = 3x + 1$$

Encuentre las funciones $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f / g

$$(f + g)(x) = \sqrt{4 - x^2} + (3x + 1), \quad -2 \leq x \leq 2$$

$$(f - g)(x) = \sqrt{4 - x^2} - (3x + 1), \quad -2 \leq x \leq 2$$

$$(f \cdot g)(x) = \sqrt{4 - x^2}(3x + 1), \quad -2 \leq x \leq 2$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{3x + 1}, \quad -2 \leq x \leq 2, x \neq -\frac{1}{3}$$

Combinaciones de funciones

Ejemplo 1:

Si $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \sqrt{4-x^2}$

Encuentre las funciones $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f / g

Ejemplo 2:

Si $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = x^2 + 1$

Encuentre las funciones $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f / g

Composición de funciones

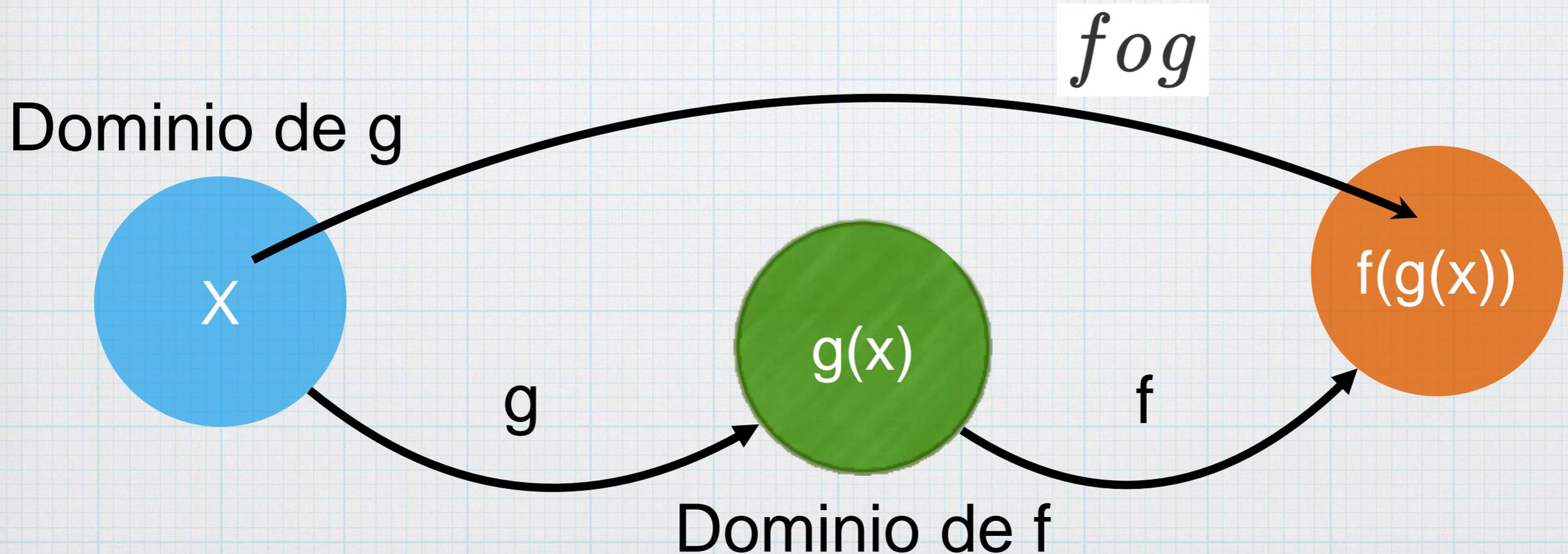
Definición

Dadas las funciones f y g , la función compuesta $f \circ g$

También llamada la composición de f y g

Está definida por: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

El dominio de $f \circ g$ Es el conjunto de todas las x del dominio de g tales que $g(x)$ esté en el dominio de f .



Combinaciones de funciones

Ejemplo 1:

$$\text{Si } f(x) = x - 2 \quad \text{y} \quad g(x) = 5x + \sqrt{x}$$

Encuentre la funcione $g \circ f$

Solución:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = g(x - 2)$$

$$g \circ f(x) = 5(x - 2) + \sqrt{x - 2} = 5x - 10 + \sqrt{x - 2}$$

Composición de funciones

Ejemplo 1:

Si $f(x) = x^2$ y $g(x) = x - 3$

Encuentre las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$

Ejemplo 2:

Si $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = \cos x$

Encuentre las funciones compuestas $f \circ g$ y $g \circ f$

Muchas gracias

REFERENCIAS

Larson Ron, Cálculo I, McGraw Hill, 2006

Swokowsky Earl, Cálculo con Geometría Analítica, Grupo editorial Iberoamérica

Leithold Lois, El Cálculo, Editorial Harla,

Spiegel Murray, Cálculo superior, Serie Schaum, McGrawHill, 1992

Sydsaeter Knut y Peter J. Hammond, Matemáticas para el Análisis Económico, Prentice Hall.1996

Granville W Anthony, Cálculo Diferencial e Integral, Limusa, 1980