Distribuciones muestrales

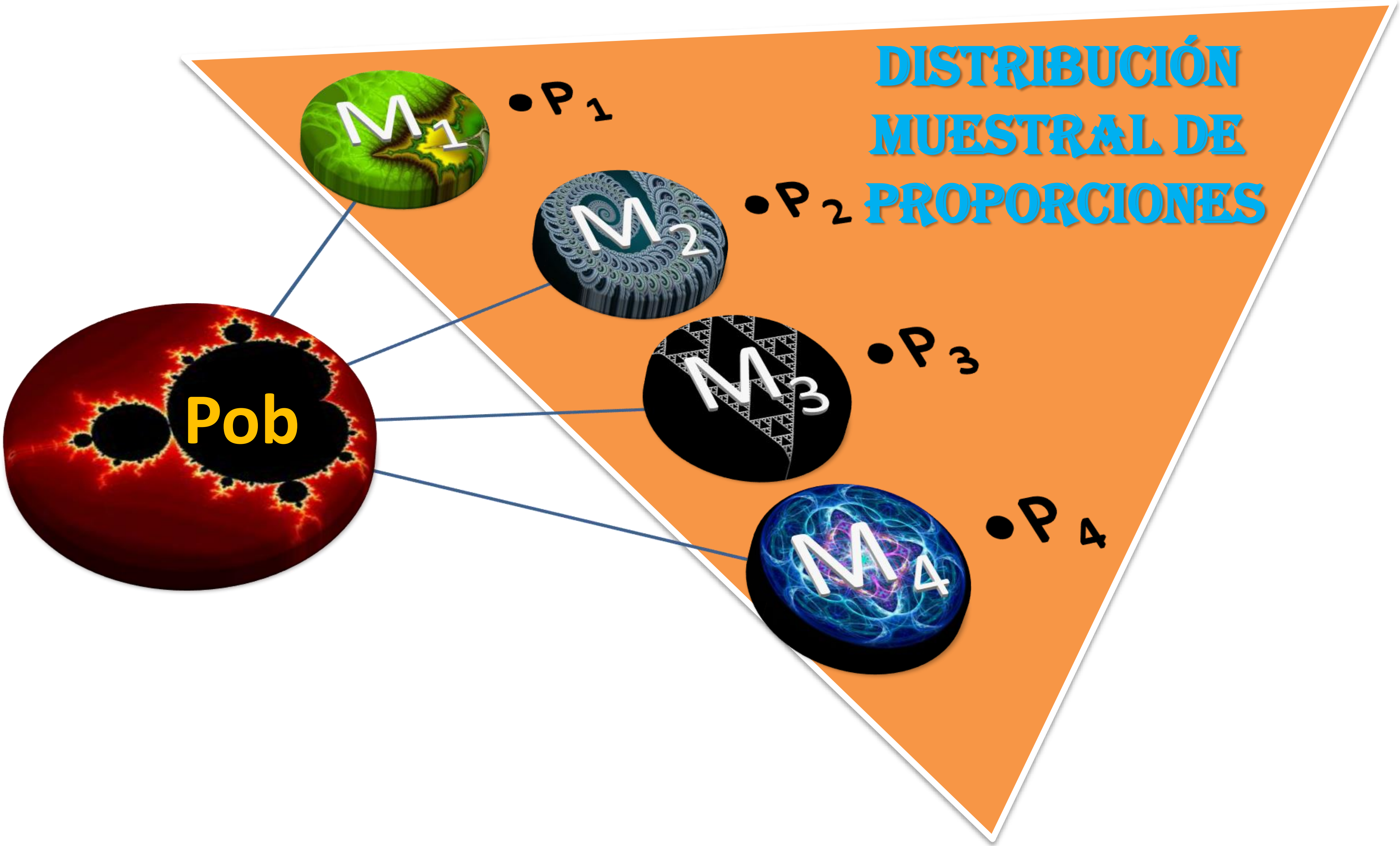
Distribución muestral de medias

DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE PROPORCIONES

Definición

$$p = \frac{x}{n}$$

En ocasiones no estamos interesados en la media de la muestra, sino deseamos investigar la proporción de artículos defectuosos o la proporción de alumnos reprobados en la muestra. La distribución muestral de proporciones es la adecuada para dar respuesta a estas situaciones. Esta distribución se genera de igual manera que la distribución muestral de medias, salvo que al extraer las muestras de la población se calcula el estadístico proporción (ver fórmula), donde "x" es el número de éxitos u observaciones de interés y "n" el tamaño de la muestra, en lugar del estadísitico media.


DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE PROPORCIONES
Pob
M_1
M_2
M_3
M_4
• P_1
• P_2
• P_3
• P_4

Una población binomial está estrechamente relacionada con la distribución muestral de proporciones; una población binomial es una colección de éxitos y fracasos, mientras que una distribución muestral de proporciones contiene las posibilidades o proporciones de todos los números posibles de éxitos en un experimento binomial, y como consecuencia de esta relación, las afirmaciones probabilísticas referentes a la proporción muestral pueden evaluarse usando la aproximación normal a la binomial, siempre que $n(\pi) \geq 5$ y $n(1- \pi) \geq 5$. Cualquier evento se puede convertir en una proporción si se divide el número obtenido entre el número de intentos.

Recordar

$$P(x) = {}_nC_x (\pi)^x \times (1-\pi)^{n-x}$$

Ejemplo

Suponga que se cuenta con un lote de **12** piezas, el cual tiene **4** artículos defectuosos. Seleccionamos **5** artículos al azar sin reemplazo de ese lote. Generar la distribución muestral de proporciones para el número de piezas defectuosas.

$$N=12 \;,\; n = 5,\; N_d=4,\; N_c=7$$

Solución

$$p = \frac{4}{12} = 0.333$$

Proporción de artículos defectuosos de esta población

$$33\%$$

Porcentaje de piezas defectuosas

$$_{12}C_5 = \boxed{792}$$

Número posible de muestras de tamaño 5 a extraer de una población de 12 elementos

Artículos buenos	Artículos malos	Proporción defectos		NMOM[1]	
1	4	4/5	0.8	$_8C_1 * {}_4C_4$	8
2	3	3/5	0.6	$_8C_2 * {}_4C_3$	112
3	2	2/5	0.4	$_8C_3 * {}_4C_2$	336
4	1	1/5	0.2	$_8C_4 * {}_4C_1$	280
5	0	0/5	0	$_8C_5 * {}_4C_0$	56
		Totales	2		792

[1] Número de maneras en las que se puede obtener la muestra

Media de la proporción

$$\mu_P = \frac{1}{\aleph}\sum_i p_i x_i = \frac{1}{792}\left[(0.8\times 8)+(0.6\times 112)+(0.4\times 336)+(0.2\times 280)+(0\times 56)\right]$$

$\mu_p = p$

$$\mu_P = 0.333$$

Varianza de la proporción

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{\aleph}\sum_i (p_i - \mu_P)^2 x_i =$$

$$\frac{1}{792}\begin{bmatrix}(0.8-0.33)^2\times 8+(0.6-0.33)^2\times 112+\\(0.4-0.33)^2\times 336+(0.2-0.33)^2\times 280+(0-0.33)^2\times 56\end{bmatrix} = \boxed{0.02829}$$

Varianza de la distribución binomial

$$\sigma^2 = n(\pi)(1-\pi)$$

$$\sigma^2 = \mu_p(1-\pi)$$

Pero debido a que es un estadístico por el TLC sabemos que:

$$\sigma_p^2 = \frac{\mu_p(1-\pi)}{n} \therefore$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\mu_p(1-\pi)}{n}}$$

Sin embargo

$$\sigma_p^2 = \frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}{5} = \boxed{0.0444}$$

Nos falta agregar la corrección por una muestra finita y obtenida sin reemplazamiento

Factor de corrección

$$\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{12-5}{12-1}} = \sqrt{\frac{7}{11}} = 0.7977$$

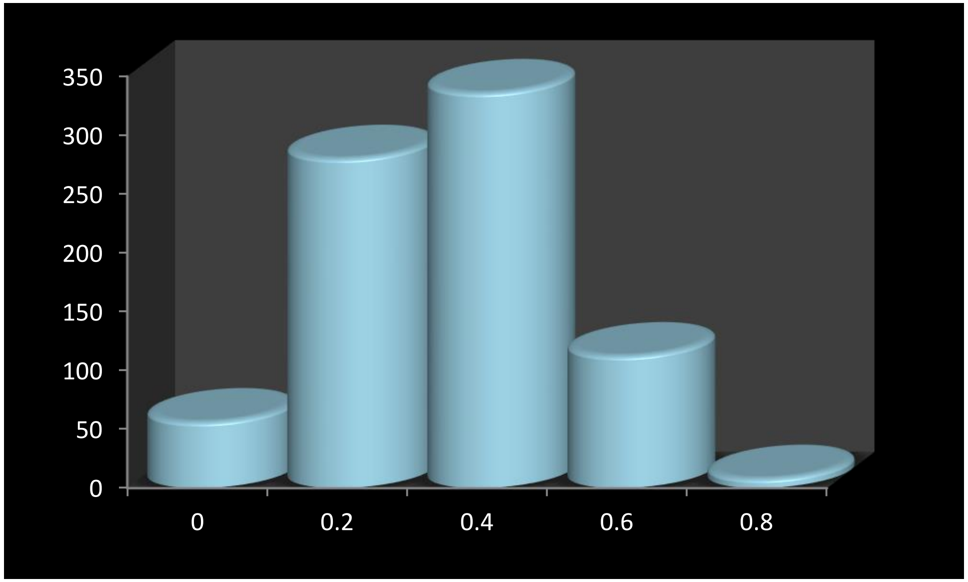
Desviación estandar

$$\sigma_P = \sqrt{0.04444} \times 0.79772 = 0.1681$$

Desviación estándar de la proporción

$$\sigma_p = \sqrt{0.02829} = 0.1681$$

Resultados equivalentes



Grafica de frecuencias para la proporción de las muestras