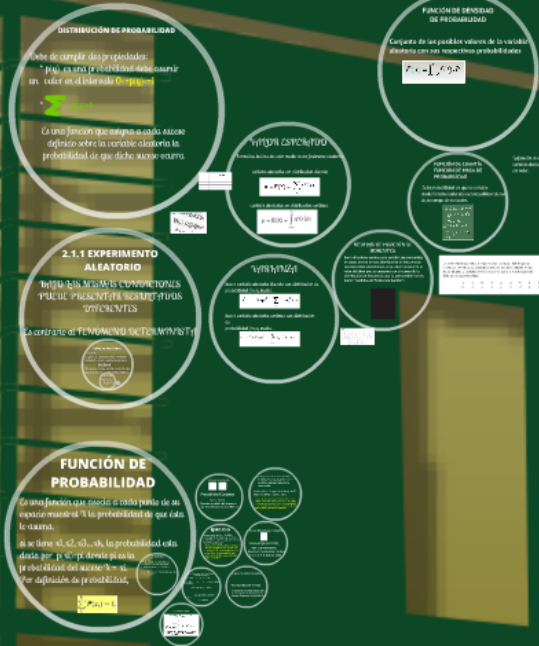


UNIDAD II. VARIABLES ALEATORIAS

¿QUE SON LAS VARIABLES ALEATORIAS?





UAEM

UNIDAD ACADÉMICA PROFESIONAL TIANGUISTENCO

PROGRAMA EDUCATIVO:
LICENCIATURA EN SEGURIDAD CIUDADANA

UNIDAD DE APRENDIZAJE:
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEMA:
“VARIABLES ALEATORIAS”

ELABORADO POR: L CID MARTIN GARCIA AVILA

Utilización del material

El presente material tiene como función facilitar la exposición gráfica correspondiente a la unidad de variables aleatorias, que se aborda en la unidad de aprendizaje “Probabilidad y Estadística” que corresponde al primer semestre de la licenciatura en Seguridad Ciudadana.



La presentación debe estar a la par de una explicación oral del catedrático, debido a que e el refuerzo que pueda hacer mediante ejemplos y situaciones cotidianas brindará la oportunidad de que los estudiantes comprendan mejor los diferentes tipos de variables aleatorias, así como su funcionamiento y aplicación.

UNIDAD II. VARIABLES ALEATORIAS

Una variable aleatoria es una variable que toma valores numéricos determinados por el resultado de un experimento aleatorio.

$$\begin{array}{lcl} X: & \Omega & \rightarrow \mathbb{R} \\ & \omega & \rightarrow X(\omega) \end{array}$$

VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

NO hay ningún valor intermedio entre dos valores



¿QUE SON LAS VARIABLES ALEATORIAS?

Una variable aleatoria es una variable que toma valores numéricos determinados por el resultado de un experimento aleatorio.

Es una codificación ya que a cada elemento del espacio muestral se le asigna un valor real (numérico).

$$\begin{array}{lll} X : & \Omega & \rightarrow \mathbb{R} \\ & \omega & \rightarrow X(\omega) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} X : & \Omega & \rightarrow & \mathbb{R} \\ & \omega & \rightarrow & X(\omega) \end{array}$$

VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

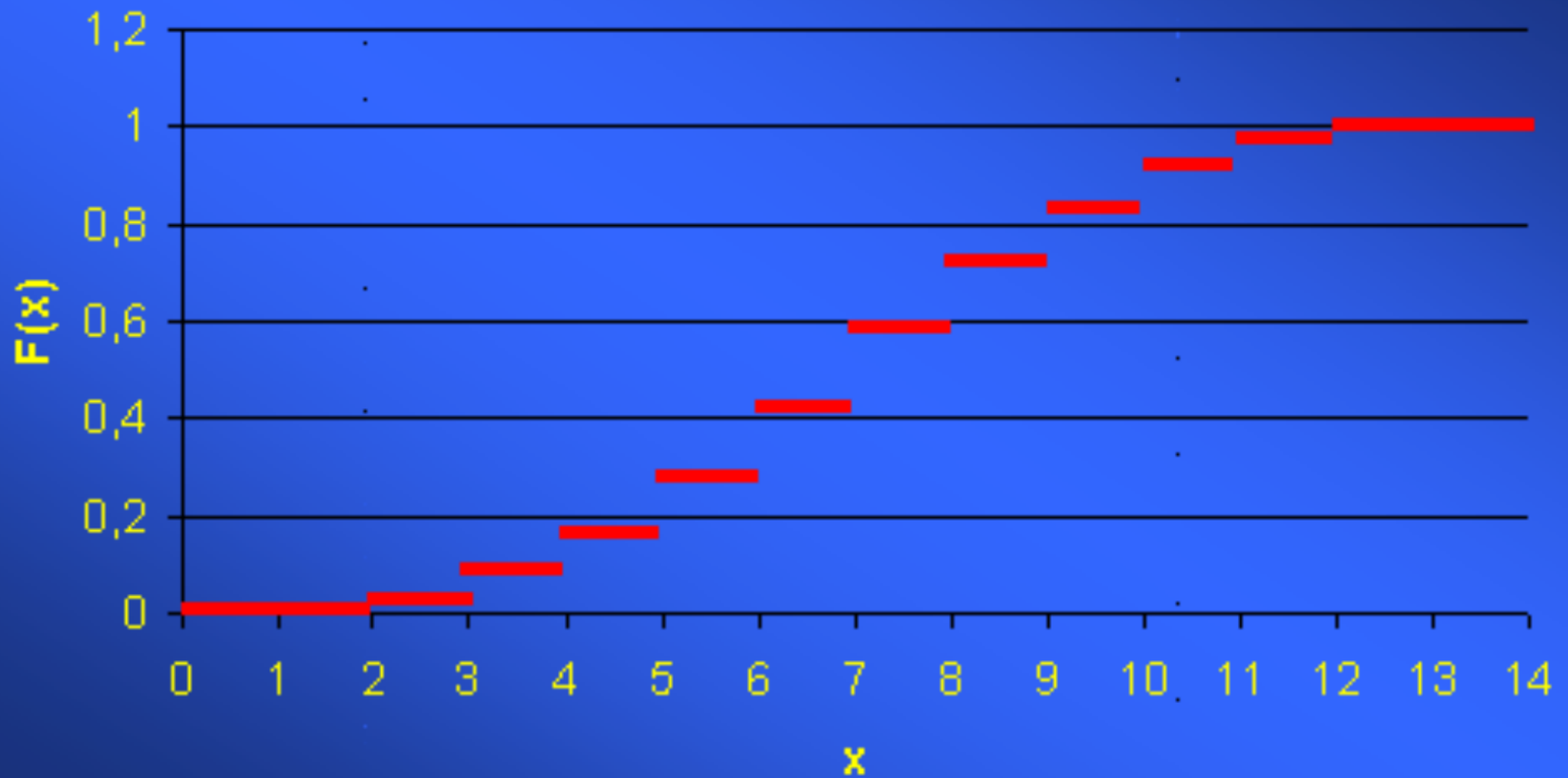
NO hay ningun valor intermedio entre dos valores



número finito o infinito numerable de elementos



Función de distribución



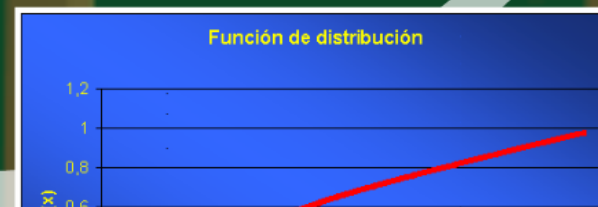
VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

Entre dos valores consecutivos, puede haber infinitos valores

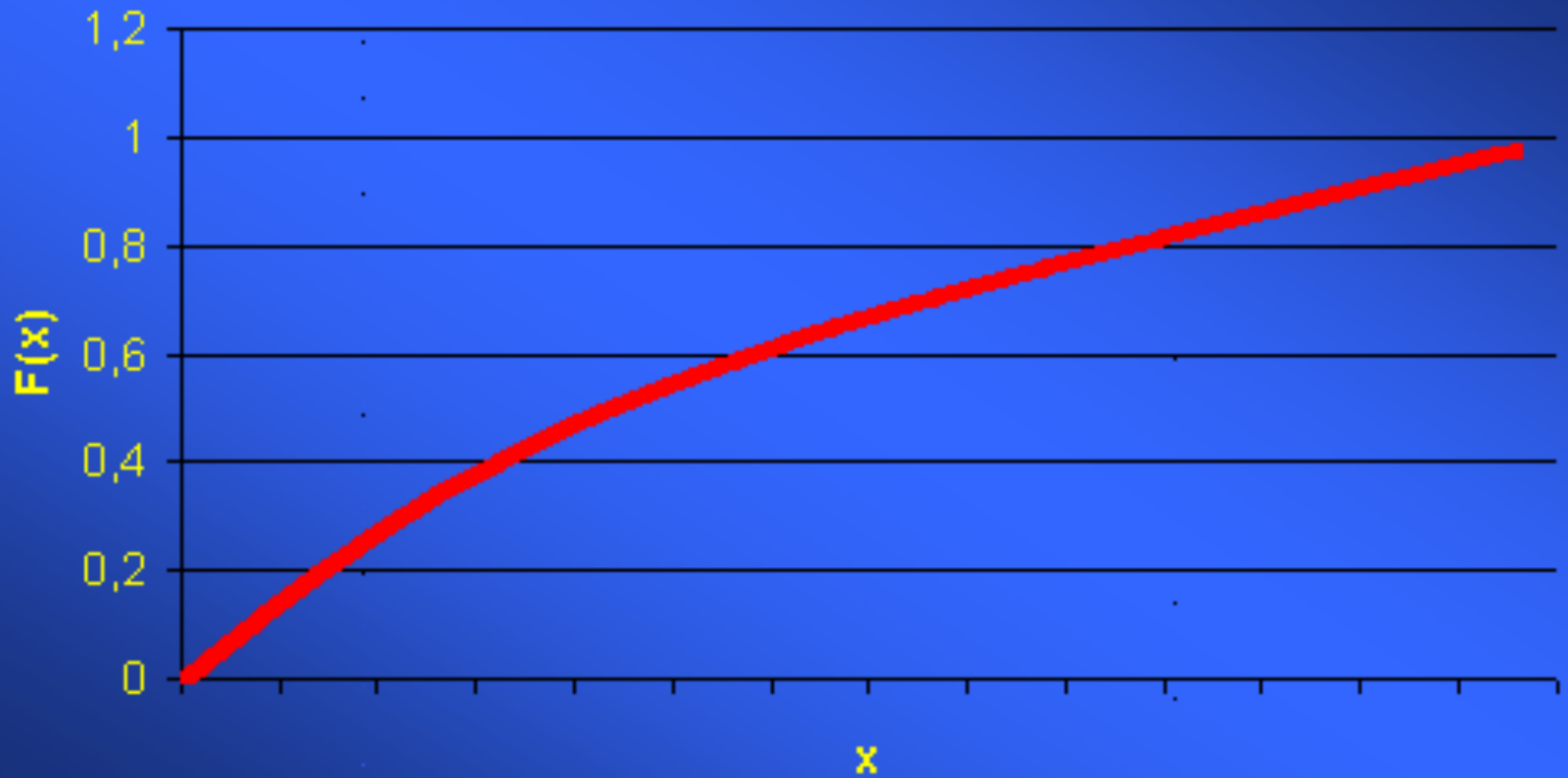
Sea X la estatura en centímetros de los 50 alumnos de ISD, suponiendo que el mas pequeño mide 160 cms. y el mas alto mide 190 cms.

X tal que $160 \leq X \leq 190$

número infinito no numerable de elementos



Función de distribución



Definir que tipo de variable son los siguientes ejercicios

- El número de robos del Valle de Toluca
- El número de asesinatos en México
- El número de cabellos encontrados en una escena de un asesinato
- Medir la Presión Arterial
- El número de presos de un penal
- Tiempo de vida de un foco

2.1.1 EXPERIMENTO ALEATORIO

BAJO LAS MISMAS CONDICIONES
PUEDE PRESENTAR RESULTADOS
DIFERENTES

Es contrario al FENÓMENO DETERMINISTA

ESPACIO MUESTRAL

$\mathcal{E}$, S , Ω ó

Conjunto de todos los posibles resultados
individuales de un experimento aleatorio.

SUCESOS

Un suceso o evento, posibles resultados que
se pueden dar en un experimento aleatorio.

EJERCICIO

Considera tres lanzamientos de una
moneda y analiza el siguiente:
- "Determinar el espacio muestral."
- "Determinar el número de sucesos."
- "¿Qué tipo de suceso es?"



ESPACIO MUESTRAL

ξ , S , $\mathcal{U}$ ó

Conjunto de todos los posibles resultados individuales de un experimento aleatorio.

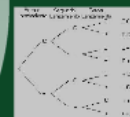
SUCESOS

Un suceso o evento, posibles resultados que se pueden dar en un experimento aleatorio.

EJERCICIO

Considera tres lanzamientos de una moneda y resuelve lo siguiente:

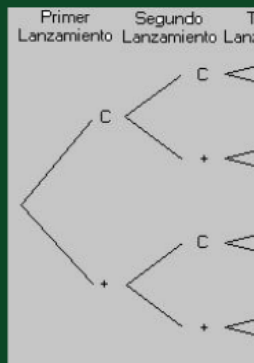
- Determinar el espacio muestral
- Determinar el número de sucesos
- ¿Que tipo de variable es?



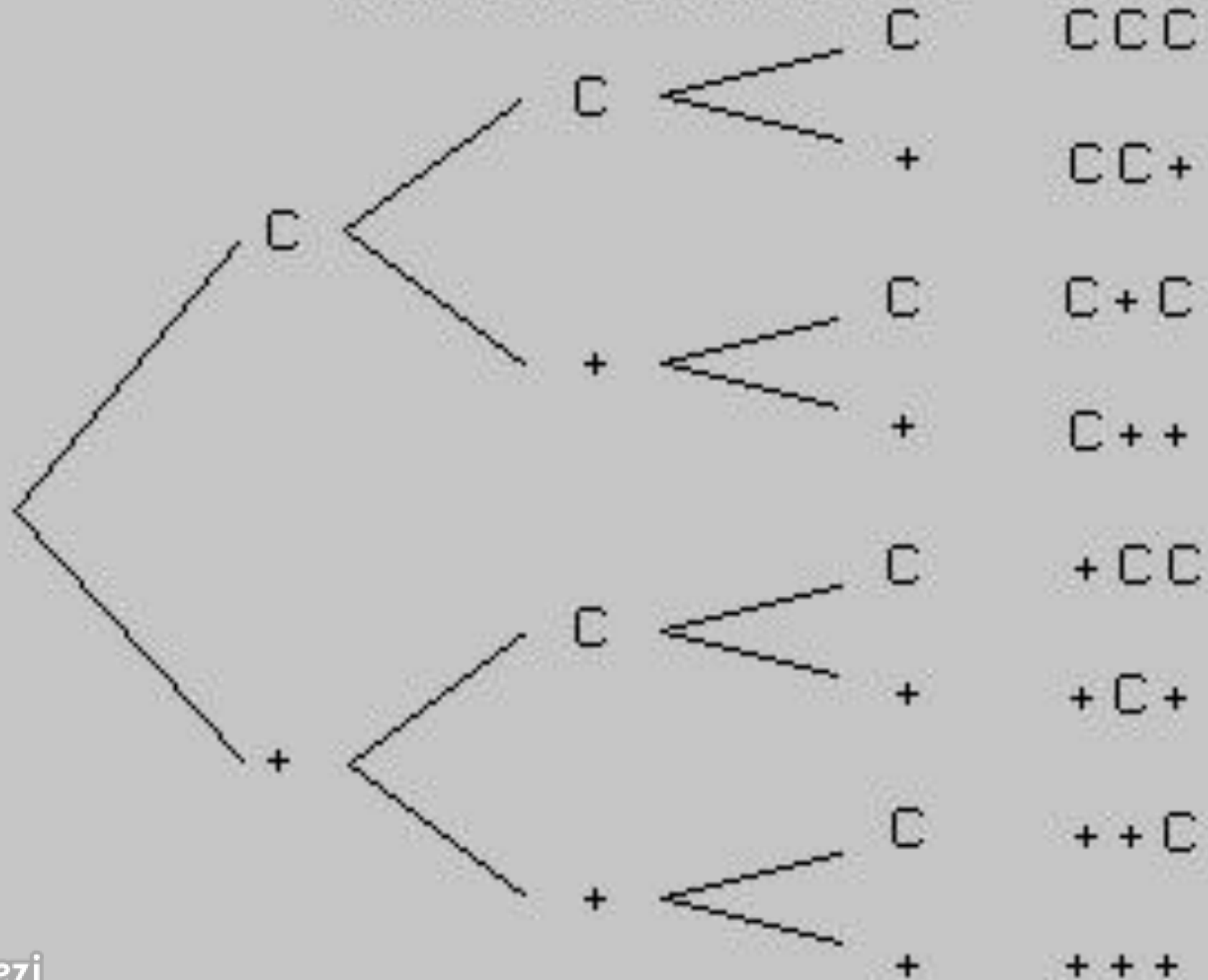
EJERCICIO

Considera tres lanzamientos de una moneda y resuelve lo siguiente:

- Determinar el espacio muestral
- Determinar el número de sucesos
- ¿Que tipo de variable es?



Primer Lanzamiento Segundo Lanzamiento Tercer Lanzamiento



FUNCIÓN DE PROBABILIDAD

Es una función que asocia a cada punto de su espacio muestral X la probabilidad de que ésta lo asuma.

si se tiene $x_1, x_2, x_3 \dots x_k$, la probabilidad esta dada por $p(x_i) = p_i$ donde p_i es la probabilidad del suceso $X = x_i$.
Por definición de probabilidad,

$$\sum_{i=1}^k P(x_i) = 1.$$

SUCESOS INDEPENDIENTES



Probabilidad Conjunta

$$P(M \text{ y } N) = P(M) \cdot P(N)$$

Ejercicio: probabilidad de sacar dos tiros de dados sacando

EJERCICIO

En una población de 1350 personas se han registrado sus temas de trabajo. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar sea de esta profesión?

En una colonia se entrevistaron a 10 personas y se les preguntó si usaban transporte público. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una familia de esa colonia que use transporte público?

EJERCICIO

Del ejercicio de los tres lanzamientos de una moneda, determina la función de probabilidad, tomando en cuenta que:

la variable aleatoria $x = n$ de caras al lanzar tres veces una moneda.

2.1.3 El concepto de probabilidad y su definición formal

*predicción.....estado sistemático (probabilidad)

La probabilidad es una medida numérica que refleja la posibilidad de que ocurra un evento.

¿En dónde está presente la probabilidad?

Casos favorables al evento A

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

CONCEPTO FORMAL

PROPIEDADES ELEMENTALES DE PROBABILIDAD

1. La probabilidad de cualquier evento E , es un número positivo

$$P(E) \geq 0$$

2. La suma de las probabilidades de todos los resultados posibles de un ensayo: $E_1, E_2, \dots, E_n$, mutuamente excluyentes, es igual a uno

$$P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_n) = 1$$

3. Si se tiene dos eventos mutuamente excluyentes E_1 y E_2 , la

a

EJERCICIO

Del ejercicio de los tres lanzamientos de una moneda, determina la función de probabilidad, tomando en cuenta que:

la variable aleatoria $X = n^\circ$ de caras al lanzar tres veces una moneda

La
que

2.1.3 El concepto de probabilidad y su definición formal

*predicción-----estudio sistemático (probabilidad)

La probabilidad es una medida numérica que refleja la posibilidad de que ocurra un evento.

¿En donde está presente la probabilidad?

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables al evento } A}{\text{Casos posibles}}$$

¿En donde está presente la probabilidad?

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables al evento } A}{\text{Casos posibles}}$$

CONCEPTO FORMAL

PROPIEDADES ELEMENTALES DE PROBABILIDAD

1. La probabilidad de cualquier evento E , es un número positivo

$$P(E) \geq 0$$

2. La suma de las probabilidades de todos los resultados posibles de un ensayo; $E_1, E_2, \dots, E_n$, mutuamente excluyentes; es igual a uno

$$P(E_1)+P(E_2)+\dots+P(E_n)= 1$$

3. Si se tiene dos eventos mutuamente excluyentes E_1 y E_2 , la probabilidad de E_1 es igual a 1 menos la probabilidad de E_2

$$P(E_1)=1-P(E_2)$$

EJERCICIO

En una población de 1350 ALUMNOS
8 han registrado su tema de tesis, ¿Cuál es la
probabilidad de emplear a alguien proveniente de
esta UAP que este titulado?

En una colonia se entrevistaron a 50 familias,
10 dijeron transportarse en coche propio a sus
trabajos y 30 dijeron utilizar algún transporte
público. ¿Cuál es la probabilidad de que al
seleccionar una familia de esa colonia utilice
el transporte público?

Sucesos Mutuamente Excluyentes



PROBABILIDAD TOTAL

$$P(M \text{ y } N) = P(M) + P(N)$$

Ejercicio: Probabilidad de sacar un 1 o un 4 al tirar un dado

SUCESOS INDEPENDIENTES



Probabilidad Conjunta

$$P(M \text{ y } N) = P(M) * P(N)$$

Ejercicio: probabilidad de que en dos tiros de dados sacar el Núm. 5

Se puede aplicar también para SUCESOS DEPENDIENTES, siempre y cuando en estos se busque la probabilidad simultanea de los sucesos y teniendo en mente que los valores cambian.

Ejercicio: Sacar 2 "reynas" de la baraja de 40 naipes, sin devolver la primer carta.

En una clase universitaria hay 52 alumnos, de los cuales 5 estudian física, 15 matemáticas y 10 biología. De estos mismos 22 son mujeres y el resto hombres. ¿Cuál sería la probabilidad de que al escoger un estudiante al azar para pasar al pizarrón éste fuera hombre y estudiante de matemáticas?

101. Una compañía utiliza tres líneas de producción diferentes A_1 , A_2 y A_3 para fabricar un componente en particular. De los fabricados por la línea A_1 , 5% necesitan volver a trabajarse para corregir un defecto, en tanto que 8% de los componentes de A_2 necesitan volver a trabajarse y 10% de los de A_3 necesitan retrabajarse. Supongamos que 50% de todos los componentes son producidos por la línea A_1 , en tanto que 30% son producidos por la línea A_2 y 20% vienen de la A_3 . Si un componente seleccionado al azar necesita retrabajarse, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la línea A_1 ? ¿De la línea A_2 ? ¿Y de la línea A_3 ?

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Debe de cumplir dos propiedades:

* $p(y)$ es una probabilidad debe asumir un valor en el intervalo $0 \leq p(y) \leq 1$

$$* \sum p(y) = 1$$

Es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable aleatoria la probabilidad de que dicho suceso ocurra

NÚMERO DE CASOS	PROBABILIDAD	EN TIEMPO DEL QUE FOTOREPRODUCIDA
1	1	
2		
3		
4	4	
5		

NUMERO DE CARAS	FRECUENCIA	DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES
0	1	:
1		.
2		.
3	4	
4		

VALOR ESPERADO

Formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio.

variable aleatoria con distribución discreta

$$\mu = E(X) = \sum_x xf(x)$$

variable aleatoria con distribución continua

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

DE CARAS	FRECUENCIA	DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES
1		
4		

VARIANZA

Sea x variable aleatoria discreta con distribución de probabilidad $f(x)$ y media μ .

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_x (x - \mu)^2 f(x)$$

Sea x variable aleatoria continua con distribución de probabilidad $f(x)$ y media μ .

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

Son indicadores de dispersión de datos que miden cuánto superan es el promedio el valor del dato. Se llama "Medida de dispersión".

Ejemplo

Una tienda de artículos electrónicos vende un modelo de computadora portátil. Hay sólo cuatro computadoras en el almacén. El dueño de la tienda quiere saber cuál será la demanda el día de hoy para este modelo. El dueño de la tienda le informa que la distribución de probabilidad para la computadora portátil, es la siguiente:

x	0	1	2	3
p(x)	0.10	0.40	0.20	0.30

Ejemplo

Una tienda de artículos electrónicos vende un modelo particular de computadora portátil. Hay sólo cuatro computadoras en el almacén, y la gerente se pregunta cuál será la demanda el día de hoy para este modelo particular. El departamento de mercadotecnia le informa que la distribución de probabilidad para x , la demanda diaria para la computadora portátil, es la que se proporciona en la tabla. Determine la media, varianza y desviación estándar de x . ¿Es probable que cinco o más clientes quieran comprar una computadora portátil hoy?

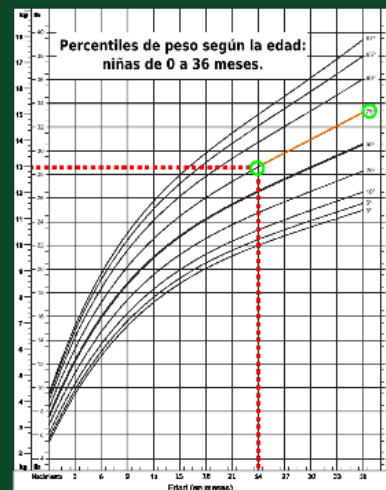
x	0	1	2	3	4	5
$p(x)$	0,10	0,40	0,20	0,15	0,10	0,05

$$\sum_{x \in X}$$

MEDIDAS DE POSICIÓN DE MOMENTOS

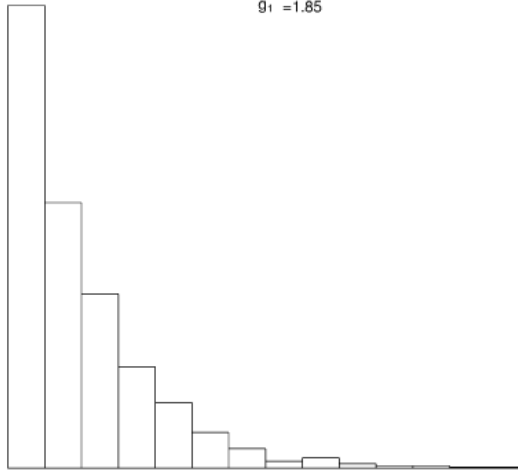
Son indicadores usados para señalar que porcentaje de datos dentro de una distribución de frecuencias superan estas expresiones, cuyo valor representa el valor del dato que se encuentra en el centro de la distribución de frecuencia, por lo que también se les llama " Medidas de Tendencia Central ".

En un
cliente
de 3 p
cada p



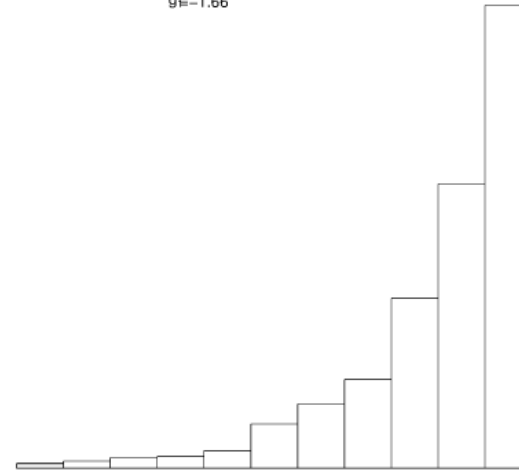
Asimetría Positiva

$g_1 = 1.85$

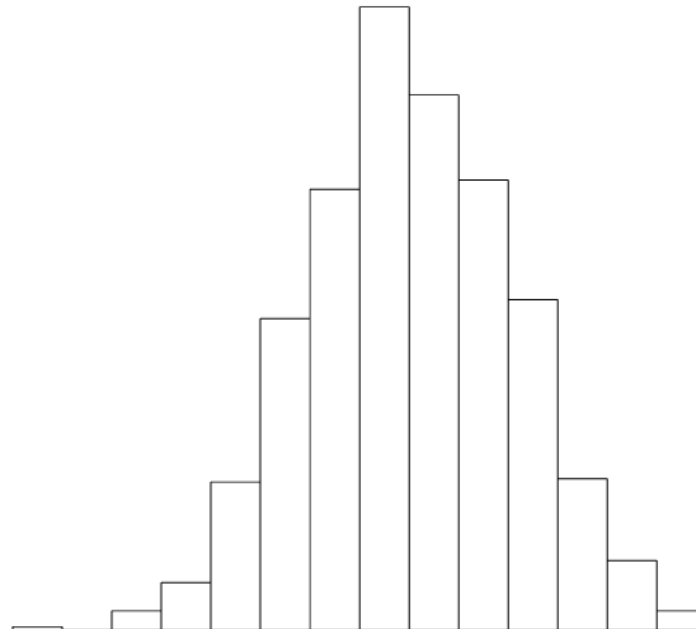


Asimetría Negativa

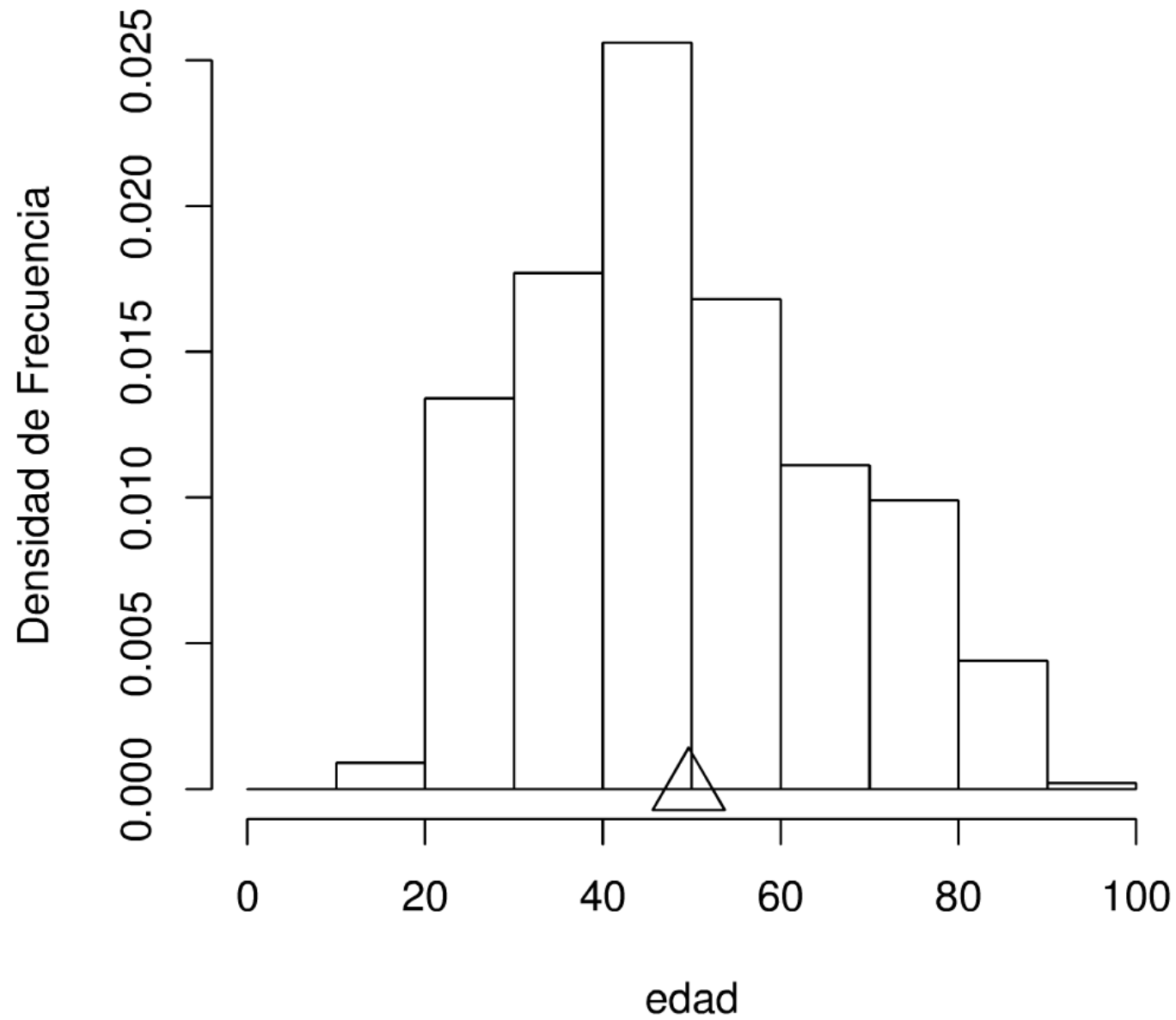
$g_1 = -1.66$



Simétrica



Histograma de Edades



FUNCIÓN DE CUANTÍA FUNCIÓN DE MASA DE PROBABILIDAD

Es la probabilidad de que la variable aleatoria tome cada uno de los posibles valores de su campo de variación.

$$\begin{aligned}(1) \quad & f_X(x) = P(X=x) \\ & f_X(x) \geq 0, \forall x \\ & \forall x \in \mathbb{X} \\ (2) \quad & P(X \in \mathbb{X}) = 1 \\ & \sum_{x \in \mathbb{X}} f_X(x) = 1\end{aligned}$$

La función de masa de probabilidad de una variable aleatoria discreta es un mapeo de los posibles valores de la variable aleatoria a los números reales entre 0 y 1.

$$\sum_{x \in X} x$$

En una tienda de abarrotes, se requiere saber la probabilidad de que los clientes se lleven de 3 a 5 productos, y también solicitan el dato de menos de 3 productos. Si los datos se van a realizar en base a la muestra que está dada por los siguientes datos:

2	2	0	1	3	3	4	6	0
6	5	5	2	5	2	3	3	3

La función de distribución asocia a cada valor de la variable aleatoria la probabilidad acumulada hasta ese valor.

FUNCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD

Conjunto de los posibles valores de la variable aleatoria con sus respectivas probabilidades

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$