UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

UNIDAD ACADÉMICA PROFESIONAL TIANGUISTENCO

PROGRAMA DE ESTUDIOS: LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN SOFTWARE

UNIDAD DE APRENDIZAJE: LÓGICA DIGITAL
Unidad de competencia II. Circuitos combinacionales.

Temas :

II.1 Teoremas de reducción.

Créditos institucionales de la UA: 8
Material visual: Diapositivas

ELABORADO POR: JOSÉ LUIS TAPIA FABELA.

JUNIO 2015.

Objetivo de la Unidad de Aprendizaje

- El propósito de la Unidad de Aprendizaje es diseñar circuitos digitales mediante el uso de técnicas de análisis y diseño de sistemas digitales así como los teoremas que apoyen el análisis de circuitos.

Objetivo de la Unidad Temática

- Analizar y diseñar circuitos lógicos combinacionales empleando circuitos integrados de pequeña y mediana escala de integración.

Competencias genéricas de la Unidad de Aprendizaje

- Conocer y aplicar de manera eficiente y eficaz los métodos de análisis y solución de circuitos digitales, el funcionamiento y aplicación de estos en la solución de problemas prácticos de su vida profesional.
- Poseer los conocimientos necesarios y suficientes que le permitan continuar con los estudios en las áreas subsecuentes como programación de micro controladores.

Prerrequisitos

- Los prerrequisitos que debe cumplir el estudiante para comprender apropiadamente el tema desarrollado son conocimientos de: Física básica, de circuitos eléctricos y matemáticas

Contenido

Conceptos básicos.

Teoremas de reducción

Conclusiones

Conceptos básicos

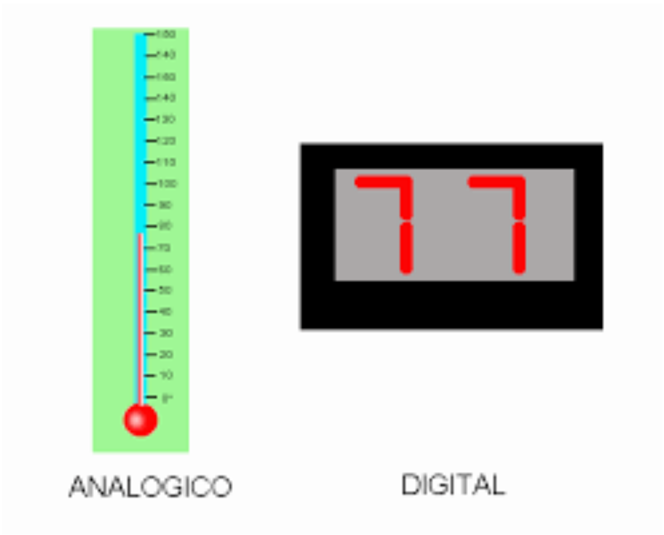
Ventajas de los sistemas digitales

1. Los sistemas digitales son generalmente más fáciles de diseñar.
2. El almacenamiento de información es más sencillo.
3. Alta precisión.
4. La operación puede ser programada.
5. Los circuitos digitales son menos propensos a ser afectados por el ruido.
6. La mayoría de circuitos digitales son fabricados en chips integrados.

Limitante de los circuitos digitales

- Hay una limitante principal para los circuitos digitales:

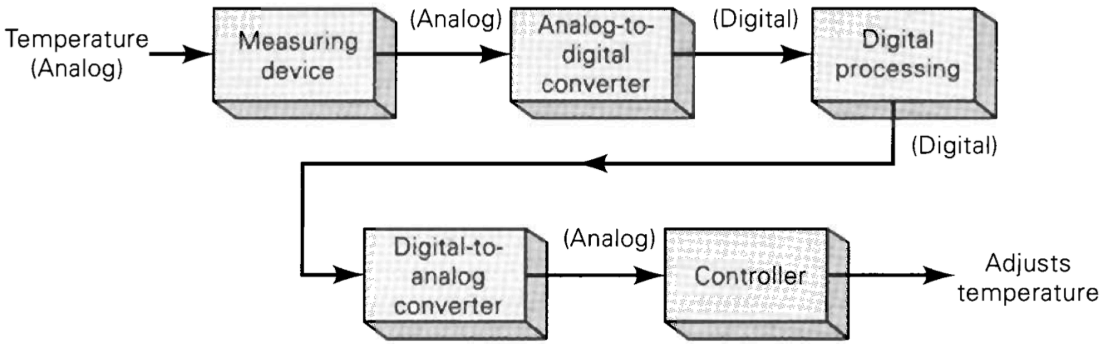
"El mundo real es analógico"



Control digital de temperatura

- Cuando tratamos con sistemas que tienen entradas y salidas analógicas se deben realizar tres acciones para poder tomar ventaja de las técnicas digitales.

1. Convertir la entrada analógica del mundo real a su forma digital.
2. Procesar la información digital.
3. Convertir la salida digital a su forma análoga



II.1 Teoremas de reducción

Álgebra de Boole

- El álgebra de Boole difiere del álgebra ordinaria principalmente porque las variables y constantes solo pueden tener dos posibles valores, 0 y 1.

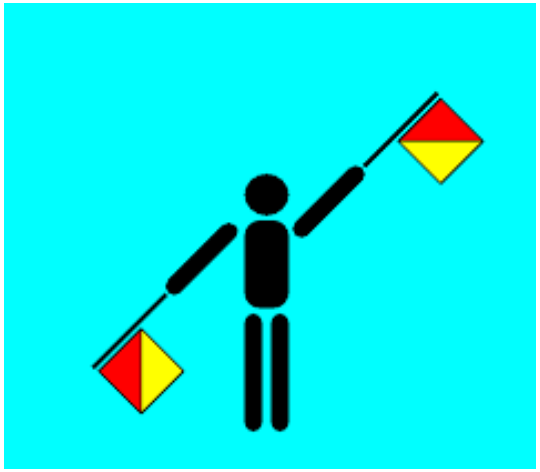
Variables y constantes Booleanas

- Las variables Booleanas son usadas a menudo para simbolizar niveles de voltaje presentes en un alambre o en una terminal de entrada o salida de un circuito.

	A	B	C	F	
0	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
2	0	1	0	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
3	0	1	1	1	$\rightarrow \bar{A}BC$
4	1	0	0	1	$\rightarrow A\bar{B}\bar{C}$
5	1	0	1	1	$\rightarrow A\bar{B}C$
6	1	1	0	1	$\rightarrow AB\bar{C}$
7	1	1	1	1	$\rightarrow ABC$

+Variables y constantes Booleanas

- En un sistema digital el valor Booleano de 0 puede ser asignado a cualquier voltaje en el rango de 0 a 0.8 V.
- De igual forma el valor Booleano de 1 puede ser asignado a cualquier valor de voltaje en el rango de 2 a 5 V.
- El álgebra de Boole es relativamente más sencilla debido a que solo hay dos valores posibles



Niveles lógicos

- Así, un 0 y 1 Booleano no representa un número sino el estado de un voltaje variable, o lo que se conoce como un nivel lógico. Un voltaje en un circuito digital puede estar en un nivel lógico 1 ó 0 dependiendo de su valor numérico actual. En lógica digital hay otros términos que son sinónimos de un 0 y 1, a continuación se muestran los más comunes.

Lógico 0	Lógico 1
Falso	Verdadero
Apagado	Encendido
Bajo	Alto
No	Sí
Circuito abierto	Circuito cerrado

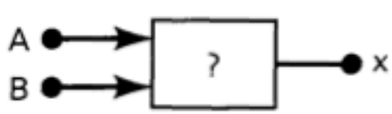
Tablas de verdad

- Una tabla de verdad es la la relación entre los valores de salida de un circuito lógico y los valores presentes en la entrada.

Output

Inputs

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0



(a)

A	B	C	x
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

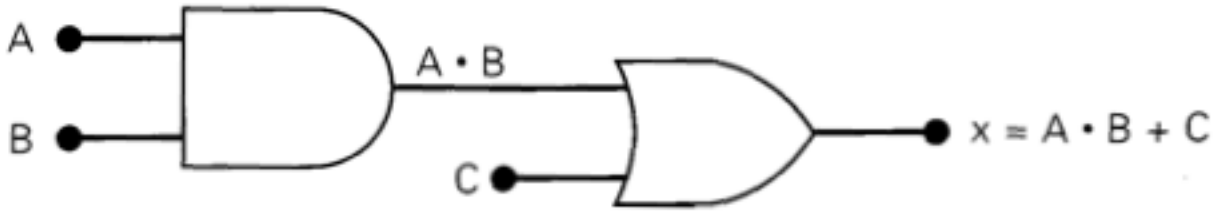
(b)

A	B	C	D	x
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

(c)

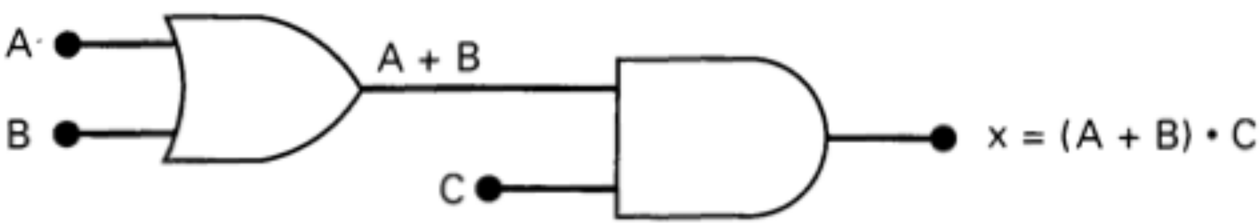
Descripción algebraica de los circuitos lógicos

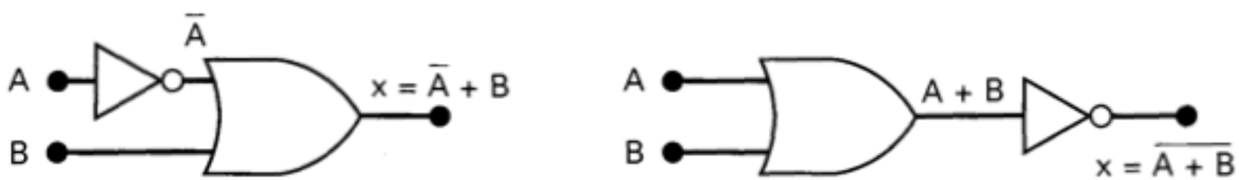
- Cualquier circuito lógico, independientemente de su complejidad, puede ser descrito completamente usando las tres operaciones Booleanas básicas: OR, AND, NOT.
- Considerando el circuito de la figura. Este circuito tiene tres entradas A, B, C y una sola salida x. Utilizando la expresión Booleana para cada compuerta, podemos determinar fácilmente la expresión para la salida.



Circuitos que contienen inversores y otros ejemplos

- Para ilustrar más consideremos los siguientes circuitos:

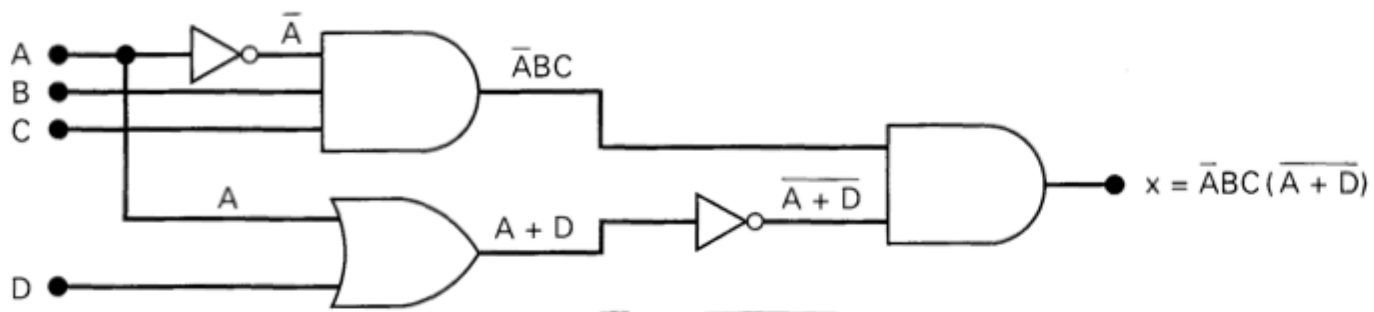




(a) (b)

Evaluación de las salidas de un circuito lógico.

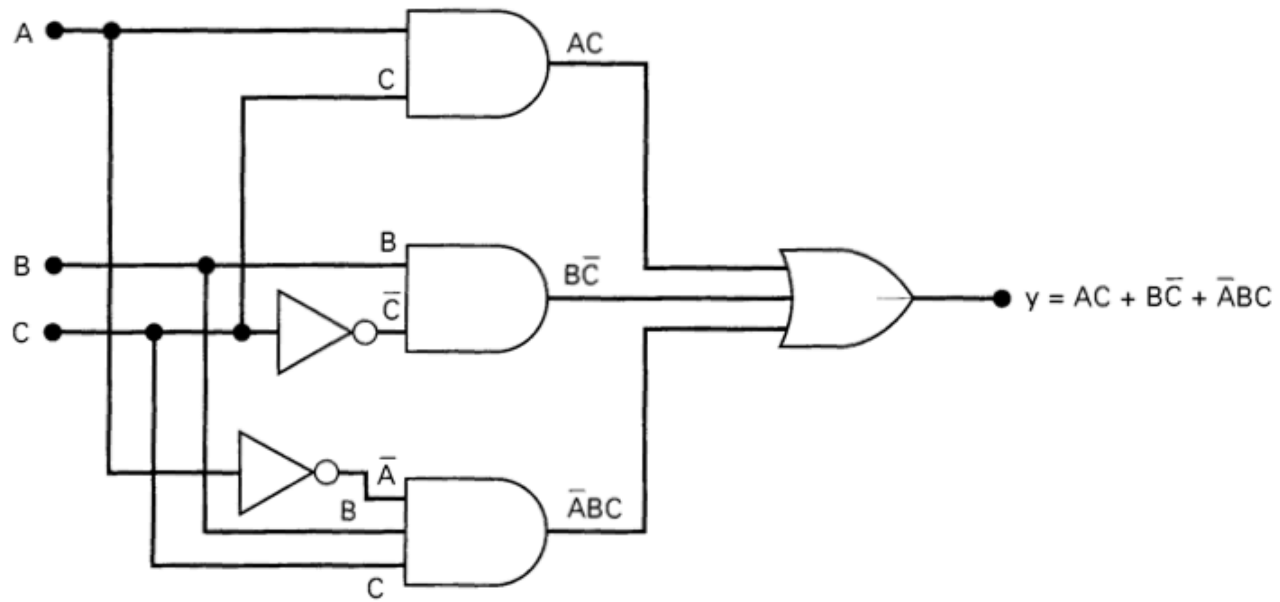
- Una vez que tenemos la expresión Booleana para la salida de un circuito, podemos obtener el nivel lógico de salida para cualquier conjunto de entradas. Para el circuito de la siguiente figura cuando A=0, B=1, C=1, y D=1 tenemos:



$$
\begin{aligned}
x &= \overline{A}BC(\overline{A + D}) \\
&= \overline{0} \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\overline{0 + 1}) \\
&= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\overline{0 + 1}) \\
&= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\overline{1}) \\
&= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Implementación de un circuito usando su expresión Booleana

- Cuando la operación de un circuito está definida por su expresión Booleana, podemos dibujar un diagrama lógico directamente de esta expresión. Suponga que queremos construir un circuito cuya salida es y=AC+BC´+A´BC. Esto se ilustrado en la siguiente figura.



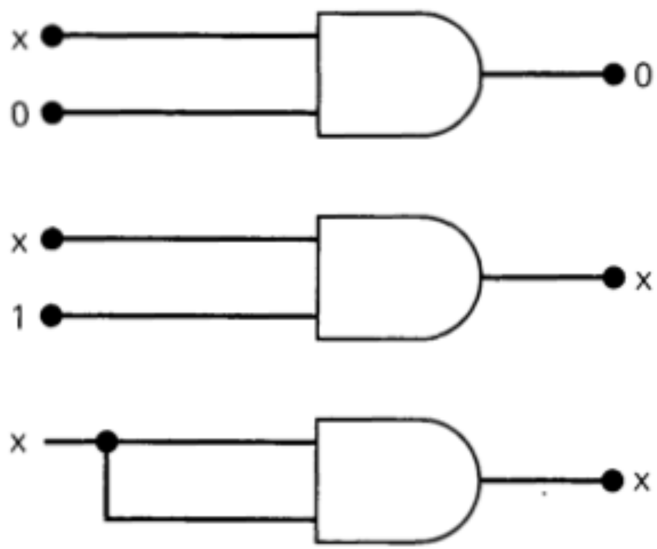
1. Teorema Booleanos

- Hemos visto como el álgebra de Boole puede usarse para analizar un circuito lógico y poder expresar su funcionamiento matemáticamente. Continuaremos nuestro estudio del álgebra de Boole investigando varios teoremas Booleanos que pueden ayudarnos a simplificar expresiones y circuitos lógicos.

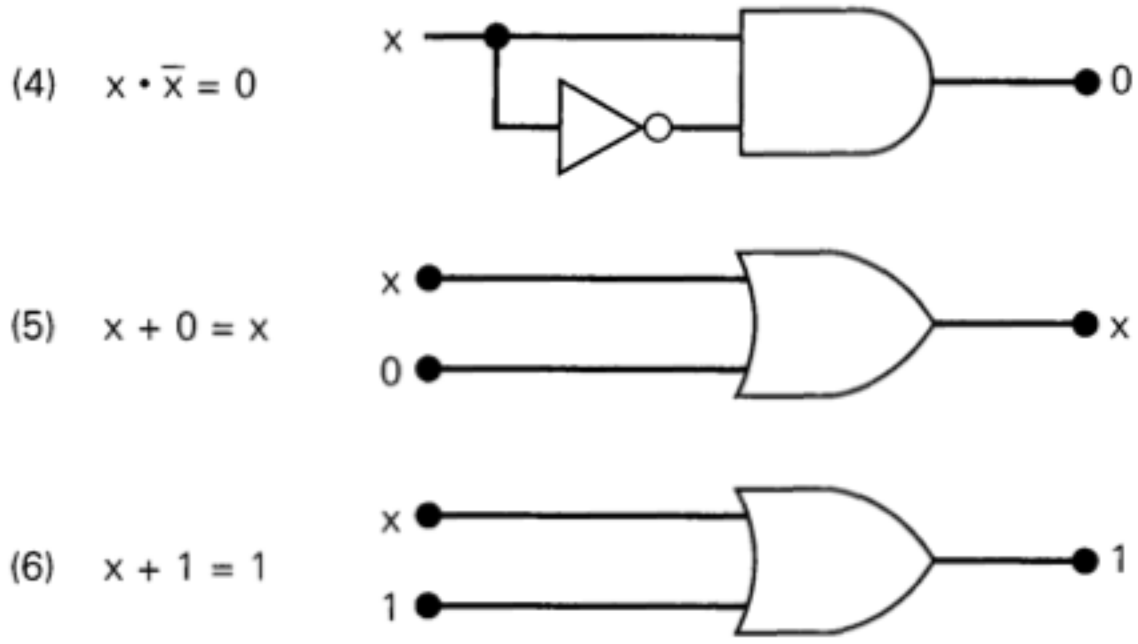
(1) $x \cdot 0 = 0$

(2) $x \cdot 1 = x$

(3) $x \cdot x = x$

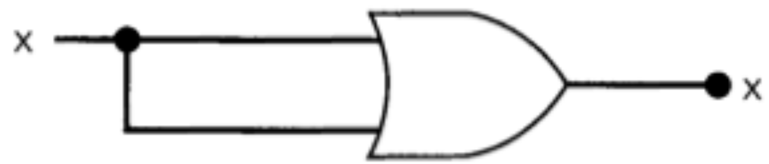


2. Teoremas Booleanos

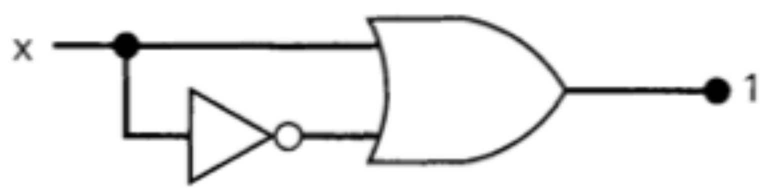


3. Teoremas Booleanos

(7) $x + x = x$



(8) $x + \overline{x} = 1$



Teoremas multi variable

(9)	$x + y = y + x$
(10)	$x \cdot y = y \cdot x$
(11)	$x + (y + z) = (x + y) + z = x + y + z$
(12)	$x(yz) = (xy)z = xyz$
(13*a*)	$x(y + z) = xy + xz$
(13*b*)	$(w + x)(y + z) = wy + xy + wz + xz$
(14)	$x + xy = x$
(15*a*)	$x + \overline{x}y = x + y$
(15*b*)	$\overline{x} + xy = \overline{x} + y$

1. Ejemplo de reducción de expresiones

- Simplificar la expresión

$$y = A\overline{B}(D + \overline{D})$$

- Si se factorizan las variables comunes como en el teorema 13a tenemos:

$$y = A\overline{B}(D + \overline{D})$$

- aplicando el teorema 8 y después el 2:

$$\begin{aligned} y &= A\overline{B} \cdot 1 \\ &= A\overline{B} \end{aligned}$$

2. Ejemplo de reducción de expresiones

- Simplificar $$z = (\overline{A} + B)(A + B).$$
- Realizamos la multiplicación de los dos factores.
$$z = \overline{A} \cdot A + \overline{A} \cdot B + B \cdot A + B \cdot B$$
- Aplicamos los teoremas 3 y 4
$$z = 0 + \overline{A} \cdot B + B \cdot A + B = \overline{A}B + AB + B$$
- Factorizamos la variable B
$$z = B(\overline{A} + A + 1)$$
- Finalmente usamos los teoremas 2 y 6
$$z = B$$

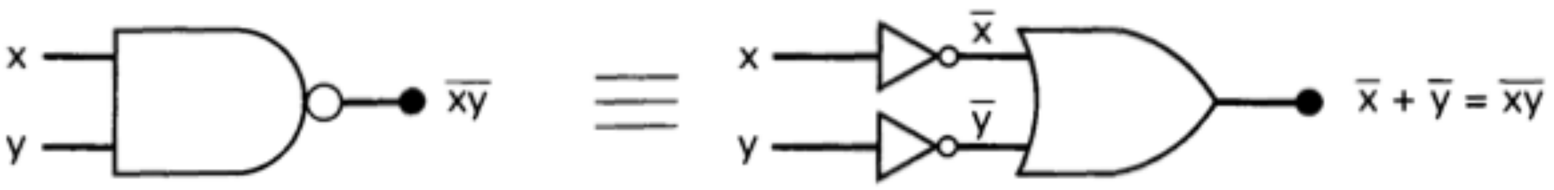
Teorema de DeMorgan

- Dos de los principales teoremas del álgebra de Boole fueron contribuciones de un gran matemático llamado DeMorgan. Los teoremas de DeMorgan son muy usados en la reducción de expresiones.

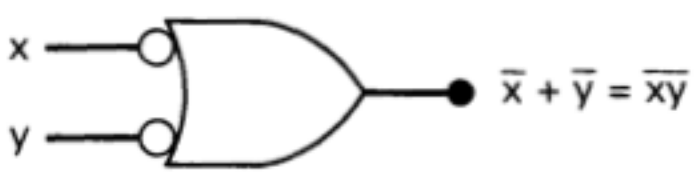
$$(16) \qquad (\overline{x + y}) = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$(17) \qquad (\overline{x \cdot y}) = \bar{x} + \bar{y}$$

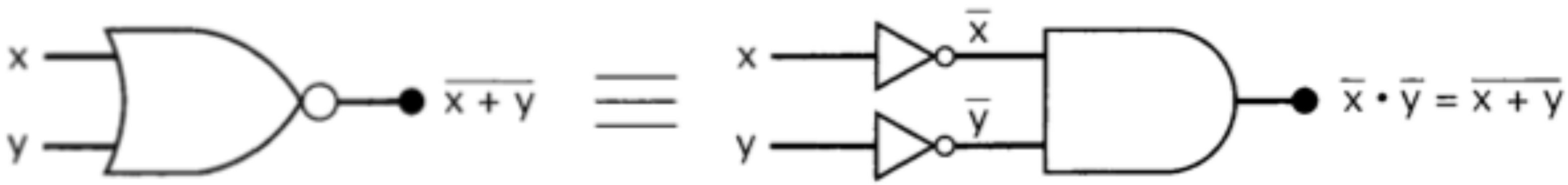
Implicaciones del teorema de DeMorgan



(a)



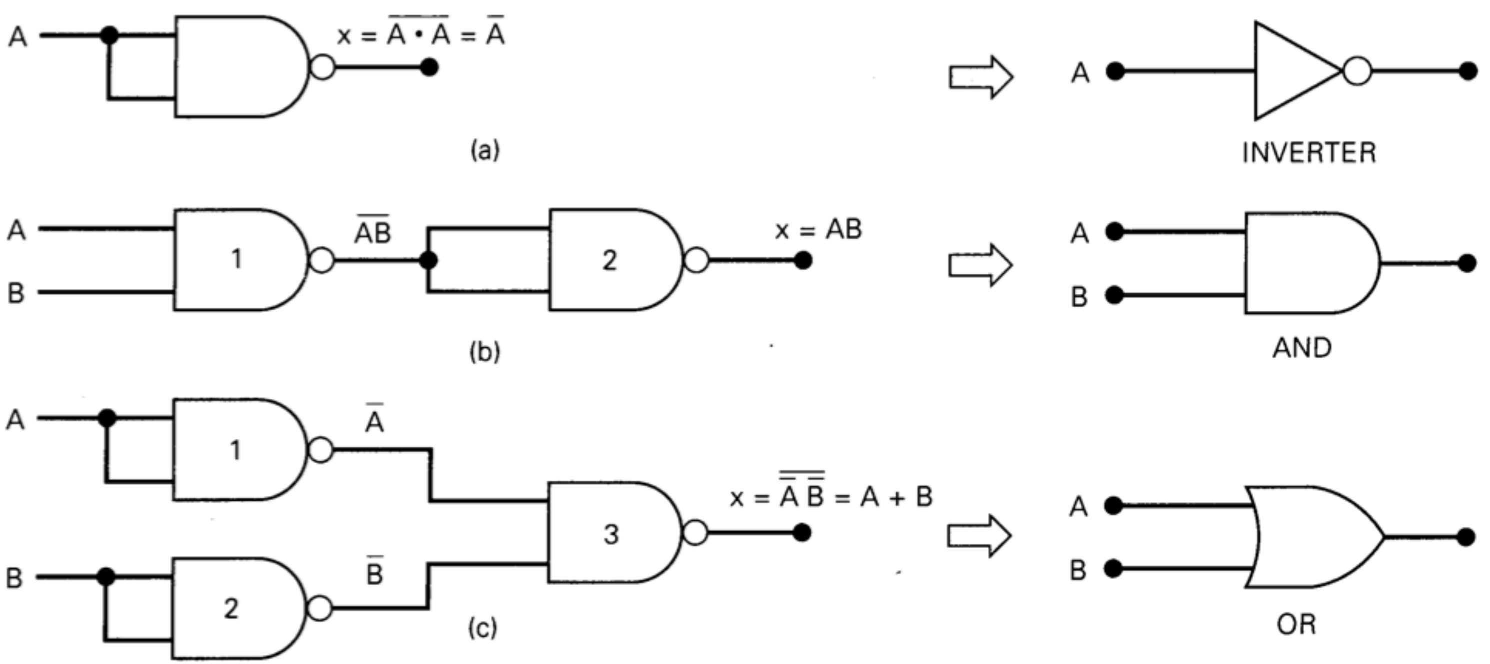
Implicaciones del teorema de DeMorgan



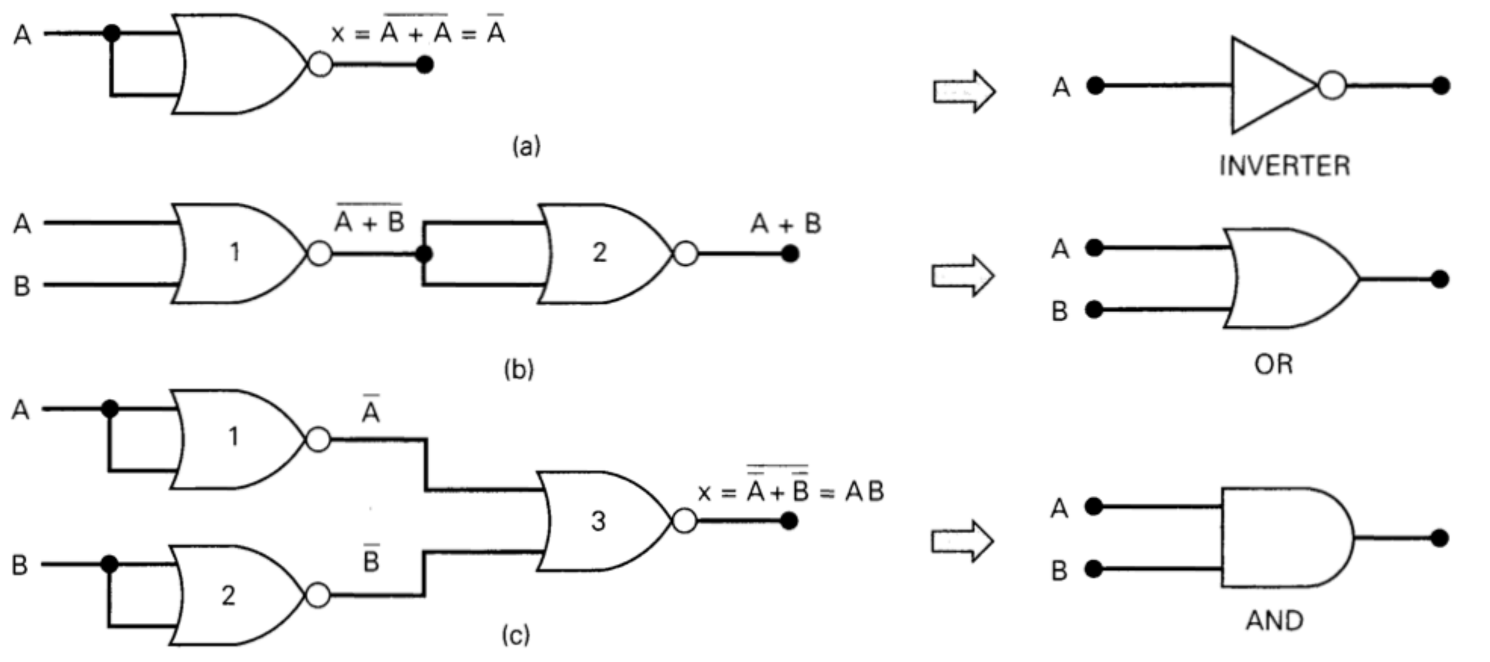
(a)

(b)

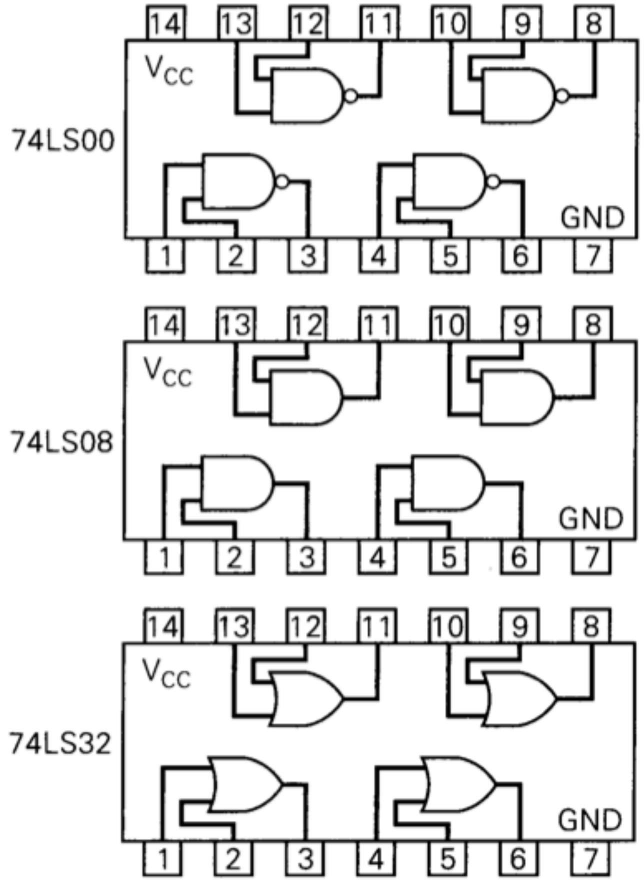
Universalidad de las compuertas NAND



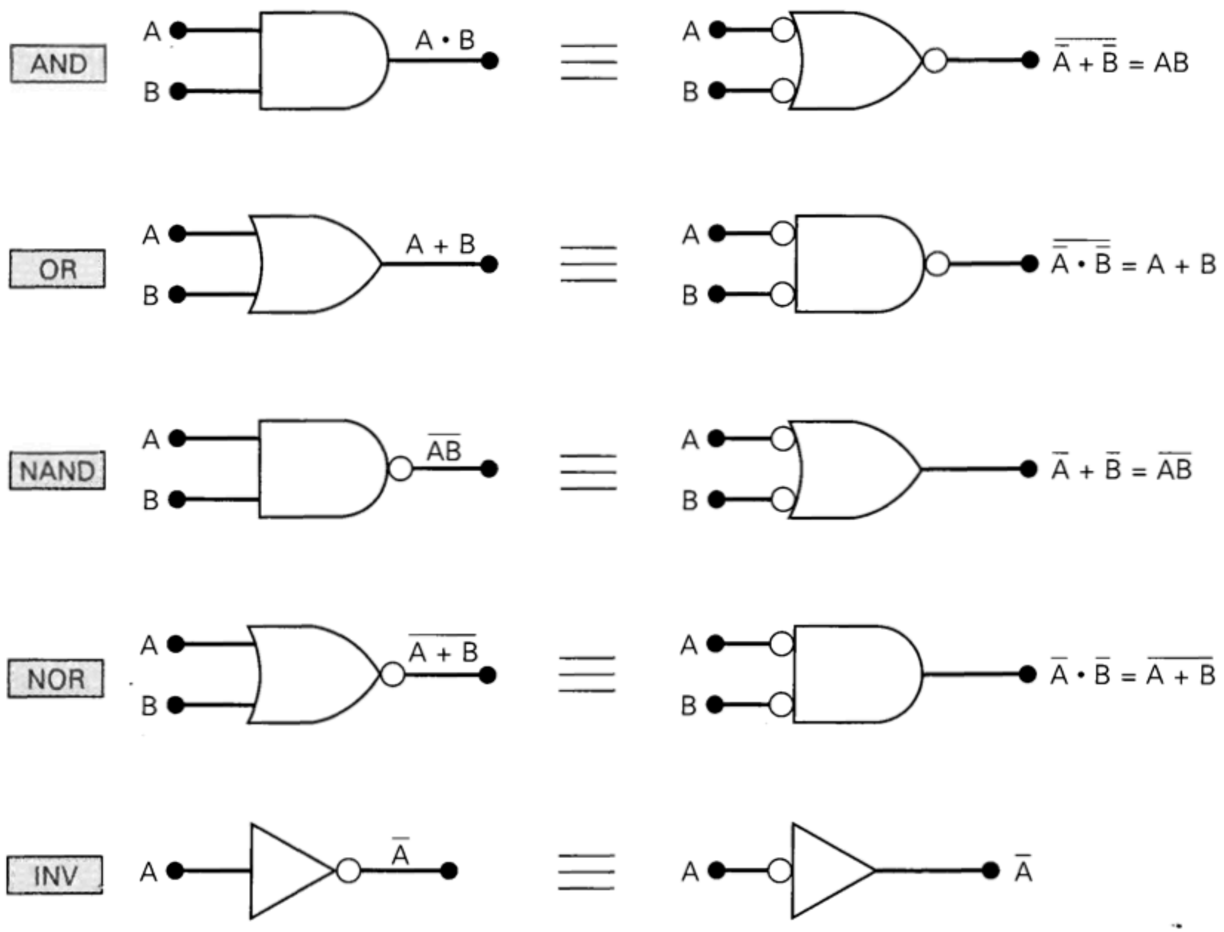
Universalidad de las compuertas NOR



Circuitos integrados disponibles para las compuertas NAND, AND y OR



Representación alternativa de las cinco compuertas básicas.



Conclusiones

- El álgebra de Boole es una herramienta matemática usada en el análisis y diseño de circuitos digitales.
- Las operaciones Booleanas básicas son OR, AND y NOT.
- Una compuerta OR proporciona un uno en su salida cuando cualquiera de sus entradas es uno. Una compuerta AND produce un uno en su salida cuando sus dos entradas son uno y la compuerta NOT produce una salida opuesta a su entrada.
- Los teoremas y reglas Booleanos se pueden usar para simplificar expresiones de un circuito lógico y pueden llevar a una forma más simple de implementar el circuito.
- Las compuertas NAND pueden usarse para implementar cualquier operación Booleana básica de la misma manera se pueden usar las compuertas NOR.

Referencias

1. Tocci R. J. (2007) Sistemas Digitales: Principios y Aplicaciones. (10ª Edición). México: Pearson Education.
2. Morris M. M. (2003) Diseño digital. (3ª Edición). México: Pearson Education.
3. Floyd, T.L. (2007) Fundamentos de sistemas Digitales. (9ª Edición). Madrid: Pearson Education.
4. Acha, A. S.(2010) Electrónica digital lógica digital integrada. (2ª Edición).México: Alfaomega Grupo Editor.
5. Garza, G. J.(2006) Sistemas digitales y electrónica digital.(1ª Edición).México: Pearson Education.
6. Morris M. M. (2007) Fundamentos de diseño lógico y de computadoras. (3ª Edición).Madrid: Pearson Education.