UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM ZUMPANGO

INGENIERO AGRÓNOMO EN PRODUCCIÓN

TEMA: “ESTIMACION Y PRUEBA DE HIPÓTESIS”

ELABORÓ: M. EN C. LUIS ENRIQUE KU MOO

FECHA: ENERO DE 2016

UNIDAD DE APRENDIZAJE

“PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA”

UNIDAD DE COMPETENCIA IV:

“INFERENCIA ESTADISTICA”

1. ESTIMACIÓN. CONCEPTOS Y TIPOS.
2. HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS
3. PROCEDIMIENTO DE LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS.
4. HIPÓTESIS CON RESPECTO A MEDIAS.

CONOCIMIENTOS Y OBJETIVO

CONOCIMIENTOS

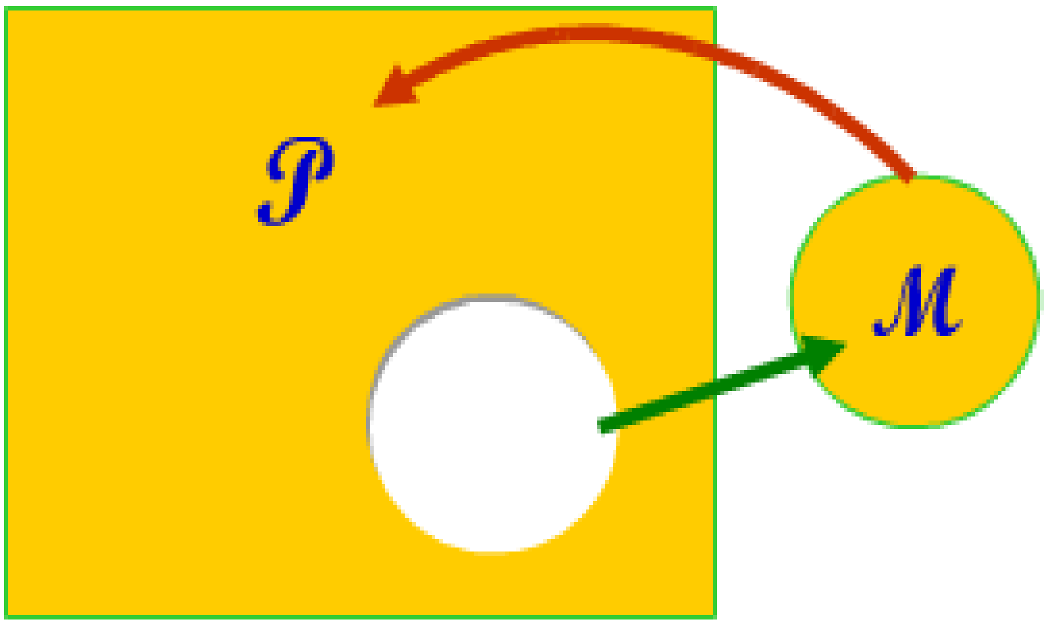
1. Estimación. Conceptos y tipos.
2. Hipótesis estadísticas
3. Procedimiento de las pruebas de hipótesis.
4. Hipótesis con respecto a medias.

OBJETIVO

Estimaciones y pruebas de Hipótesis para la interpretación e inferencia correcta en la resolución de estudio de caso.

Concepto de estimación

Es el conjunto de técnicas que permiten dar un valor aproximado de un parámetro de una población a partir de los datos proporcionados por una muestra.



Obtención de la muestra

Conclusiones

Estimaciones puntuales

- Una estimación puntual. Es un solo valor (punto) que se usa para estimar un parámetro de la población.
- Ejemplos de estimaciones puntuales son: *media muestral*, *desviación estándar muestral*, *varianza muestral*, *relación proporcional de la muestra,* etc.

- EJEMPLO 1: Se registra el número de toneladas por Hectárea en la producción de maíz durante la temporada primavera verano en 5 predios. La producción observada fueron 12, 4, 7, 14 y 10. La media muestral es 9.4. Entonces la estimación puntual de la producción de todos los productores es 9.4 .

2. Estimaciones por intervalo

- Una estimación de intervalo *establece la amplitud* en la que quizá se encuentre un parámetro poblacional. El intervalo dentro del cual se espera que esté un parámetro poblacional se llama intervalo de confianza.
- Los dos intervalos de confianza que más se usan son 95% y 99%.
- Nivel de confianza (1-α). es la probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en el intervalo de confianza.
- En general, un intervalo de confianza para la media se calcula mediante: $\bar{x} \pm Z\frac{s}{\sqrt{n}}$ ó $\bar{x} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}$

ERROR DE ESTIMACIÓN

El error estándar de las medias muestrales es la desviación estándar de la distribución de muestreo de las medias muestrales que se calcula con $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

$\sigma_{\bar{x}}$ es el error estándar de las medias muestrales.
σ es la desviación estándar de la población.
n es el tamaño de la muestra.

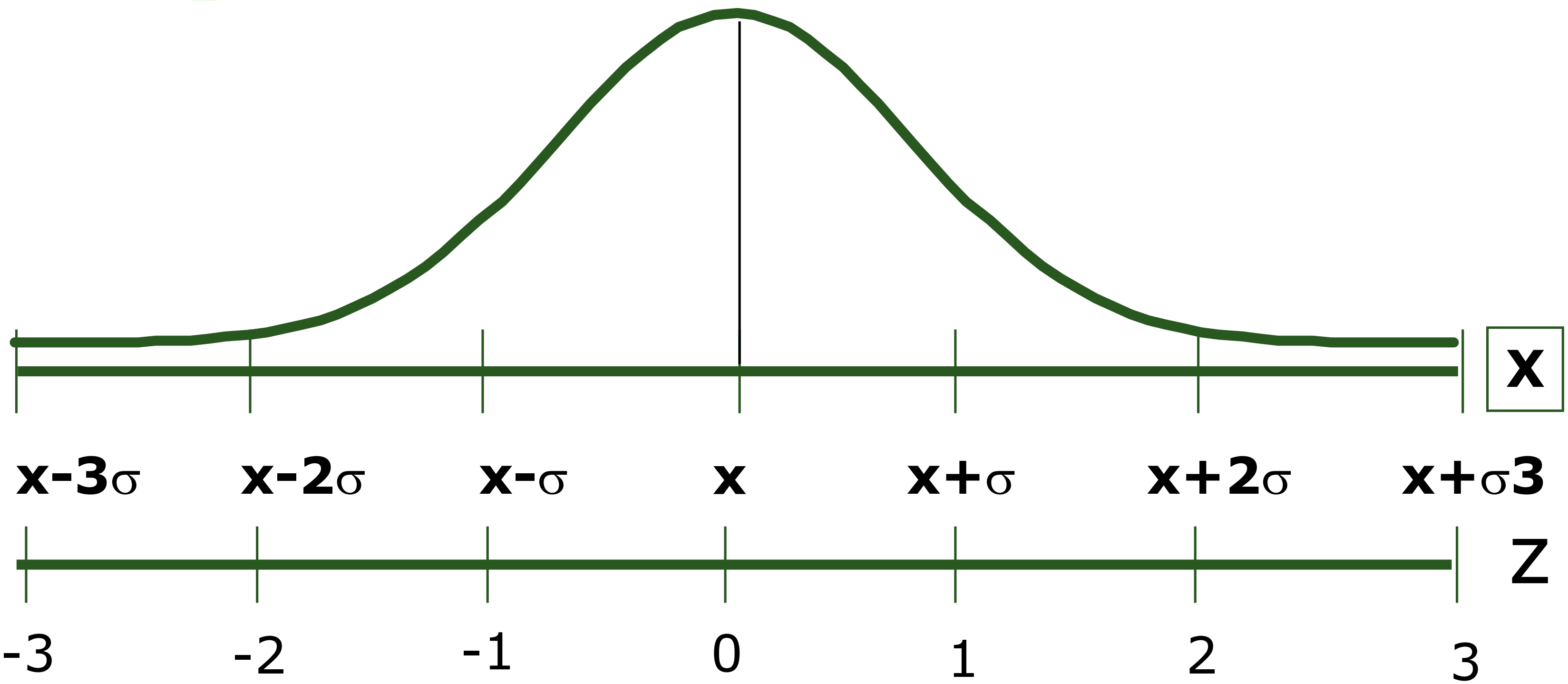
Si σ no se conoce y $n \geq 30$, la desviación estándar de la muestra, convierte en: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

3. Niveles de confianza: $z_{\alpha/2}$ más usados

Probabilidad del 95% → $1-\alpha = 0.95$ → $Z_{\alpha/2} = 1.960$

Probabilidad del 90% → $1-\alpha = 0.90$ → $Z_{\alpha/2} = 1.645$

Probabilidad del 99% → $1-\alpha = 0.99$ → $Z_{\alpha/2} = 2.580$



Intervalos de confianza

Parámetro	intervalo	Fórmula	1-α
μ con σ conocida	$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2}\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$	a) $\bar{x} \pm 1.645\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$ b) $\bar{x} \pm 1.96\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$ c) $\bar{x} \pm 2.58\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$	90% 95% 99%
μ con σ no conocida (Muestras grandes)	$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2}\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$	a) $\bar{x} \pm 1.645\, {}^{s}/_{\sqrt{n}}$ b) $\bar{x} \pm 1.96\, {}^{s}/_{\sqrt{n}}$ c) $\bar{x} \pm 2.58\, {}^{s}/_{\sqrt{n}}$	90% 95% 99%
μ con σ no conocida (Muestras pequeñas)	$\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$ (n=20)	a) $\bar{x} \pm 1.729\, {}^{s}/_{\sqrt{n}}$ b) $\bar{x} \pm 2.093\, {}^{s}/_{\sqrt{n}}$ c) $\bar{x} \pm 2.861\, {}^{s}/_{\sqrt{n}}$	90% 95% 99%

Estimaciones por intervalo: Ejemplo 2

Se desea estimar el número medio de horas por semana que estudian los alumnos de cierta Ingeniería. Una muestra de 49 estudiantes dio una media de 24 h con desviación estándar de 4 h.

La estimación puntual es 24 h (media muestral).

¿Cuál es el intervalo de confianza de 95% para el número promedio de horas por semana que estudian los alumnos?

$$24 \pm 1.96\frac{4}{\sqrt{49}} = 22.88 \text{ a } 25.12$$

Los puntos terminales del intervalo de confianza son los límites de confianza. El límite inferior de confianza es 22.88 y el límite superior de confianza es 25.12

Estimaciones por intervalo de confianza

Los intervalos de confianza para μ cuando *n* < 30 se calcula mediante: $\bar{x} \pm t_{\alpha,gl}\frac{s}{\sqrt{n}}$

$t_{\alpha,\, gl}$ es la distribución t de Student con nivel de significancia α y grados de libertad (*gl*) n-1

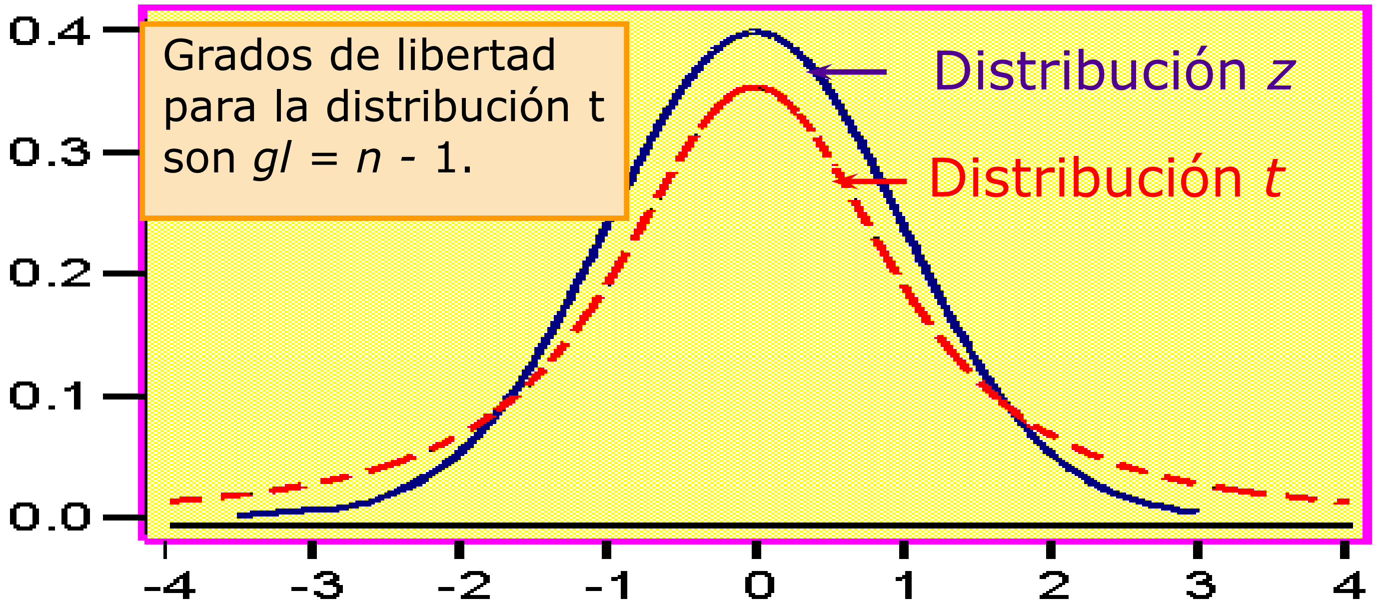
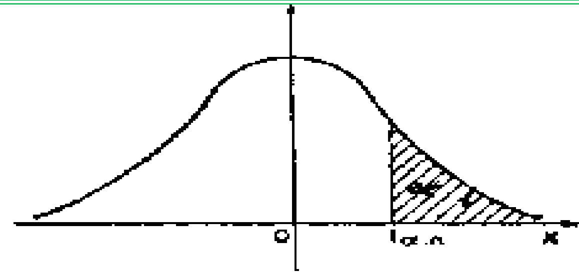


Tabla *t* de Student



$\alpha/2$ / gl	0,40	0,30	0,20	0,10	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001	0,0005
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3	636,6
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33	31,60
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,22	12,94
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,859
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3.408	3.674
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2.045	2,462	2.756	3,396	3.659
30	0,256	0.530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	0,255	0,259	0,851	1,303	1,648	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	0,255	0,528	0,849	1,298	1,676	2,009	2,403	2,678	3,262	3,495
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
80	0,254	0,527	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,415

CONCEPTOS

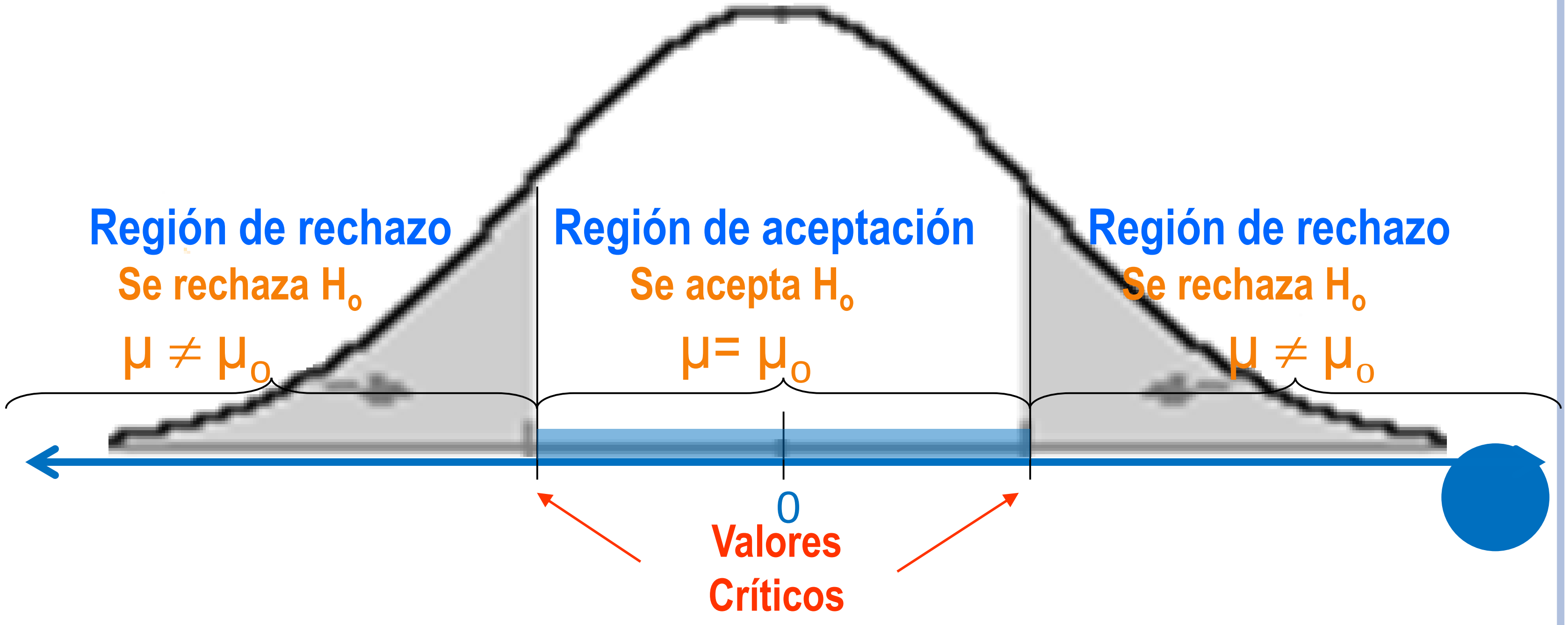
Prueba de hipótesis. El procedimiento para decidir si se aceptan o se rechazan se denomina Prueba de Hipótesis. Se plantean dos hipótesis excluyentes llamadas hipótesis nula Ho, e hipótesis alternativa Ha.

Hipótesis nula H_o: Afirmación acerca del valor de un parámetro poblacional. Es aquella que el investigador está dispuesto como cierta. Siempre debe contener la expresión “igual a”.

Hipótesis alternativa H_a (Hipótesis experimental): Hipótesis frente a la cual se contrasta la hipótesis nula. Afirmación que se aceptará si los datos muestrales proporcionan evidencia de que la hipótesis nula es falsa

CONCEPTOS

- La región crítica. Consiste en todos los valores del estadístico donde se hace la decisión de rechazar H_0
- Valor critico. El punto que divide la región de aceptación y la región de rechazo de la hipótesis nula.



DECISIONES SOBRE LAS HIPÓTESIS

Estados / Decisión	H_0 verdadera	H_0 falsa
Aceptar H_0	Decisión correcta $(1 - \alpha)$ Nivel de confianza	Error Tipo II β
Rechazar H_0	Error Tipo I α Nivel de significancia	Decisión correcta $(1 - \beta)$ Potencia

La verdad o falsedad. La decisión tomada está *sujeta a posibles errores*.

- Error tipo I. Si rechazamos una hipótesis nula verdadera.
- Error tipo II. Si aceptamos una hipótesis nula falsa.

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

1. Identificar el parámetro de interés y el modelo de probabilidad bajo el cual se operará.

2. Establecer un estadístico de prueba adecuado.

3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada.

4. Establecer una región de rechazo.

5. Seleccionar un nivel de significancia α.

6. Calcular todas las cantidades muestrales necesarias para el estadístico.

7. Decidir si debe o no rechazarse H_0.

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

1. Identificar el parámetro: La media μ es el parámetro y el modelo probabilístico bajo el cual se operará dado por el parámetro poblacional, pueden ser la Z o la t de Student:

2. Establecer un estadístico de prueba adecuado:

a) $z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ se usa para muestras grandes

b) $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ se usa para muestras pequeñas

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada:

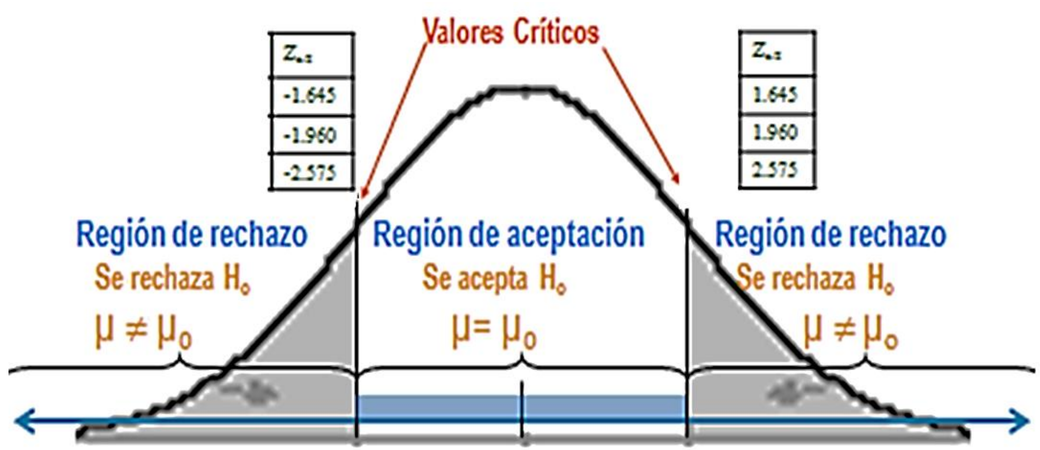
$H_o: \mu = \mu_0$

$H_a: \mu \neq \mu_0$

Reglas de decisión. Rechazar la hipótesis nula si:

a) Estadístico calculado (Z ó t) es mayor que el valor localizado en las tablas.

b) O si es menor que su negativo (Bilateral).



Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

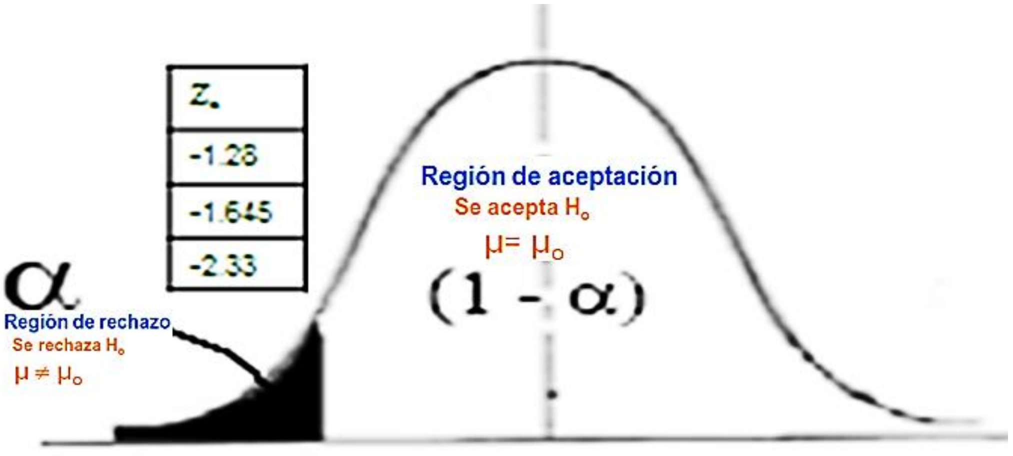
3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada:

b) H_o: $\mu = \mu_0$

H_a: $\mu < \mu_0$

Reglas de decisión. Rechazar la hipótesis nula si:

a) Estadístico calculado (Z ó t) es menor que su negativo localizado en las tablas (lado izquierdo).



Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

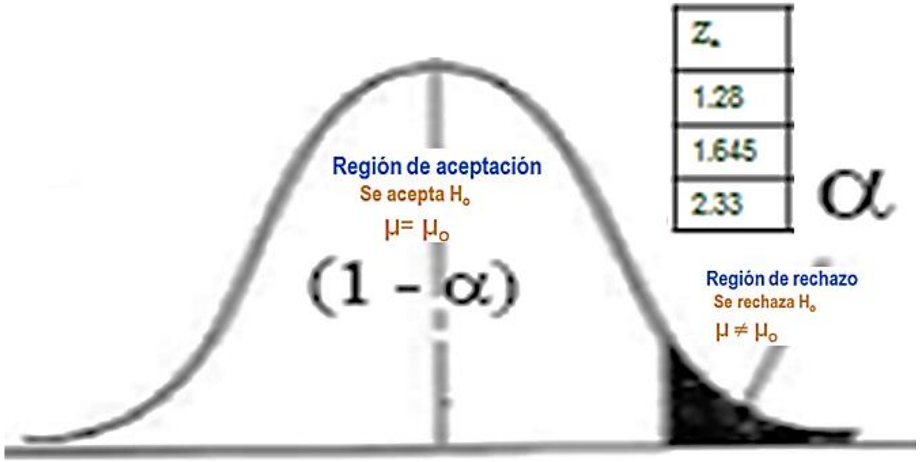
3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada:

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_a: \mu > \mu_0$

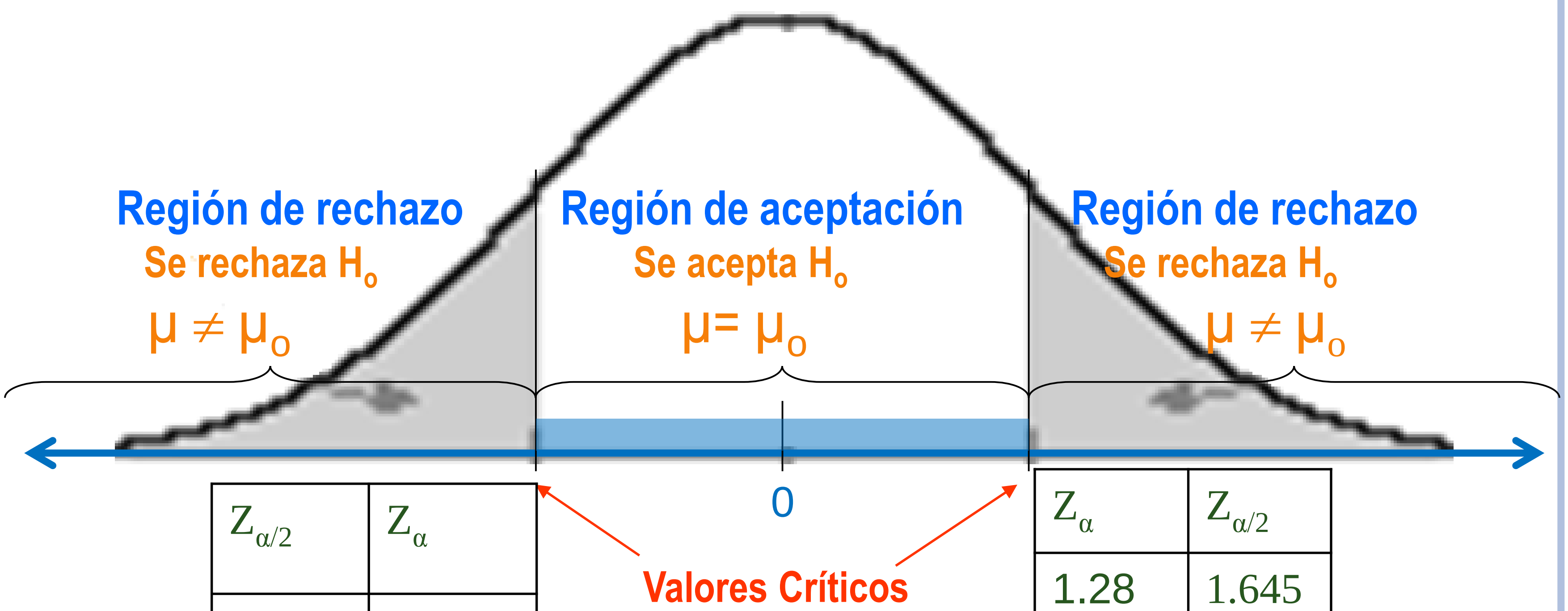
Reglas de decisión. Rechazar la hipótesis nula si:

a) Estadístico calculado (Z ó t) es mayor que el valor localizado en las tablas (lado derecho).



Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

4. Establecer una región de rechazo:



$Z_{\alpha/2}$	Z_{α}
-1.645	-1.28
-1.960	-1.645
-2.575	-2.33

Z_{α}	$Z_{\alpha/2}$
1.28	1.645
1.645	1.960
2.33	2.575

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

5. Seleccionar un nivel de significancia α:

Niveles de significancia mas usados para Z

α	$(1-\alpha)$	$Z_{\alpha/2}$	Z_{α}
0.1	0.90	**1.645**	**1.2816**
0.05	0.95	**1.960**	**1.645**
0.01	0.99	**2.575**	**2.326**

$Z_{\alpha/2}$ Se utiliza para pruebas bilaterales

Z_{α} Se utiliza para pruebas unilaterales

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

6. Calcular todas las cantidades muestrales:

Se sustituyen los valores muestrales en la fórmula respectiva del estadístico de prueba

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}; \qquad z = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} \qquad \text{ó} \qquad t = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$$

7. Decidir si debe o no rechazarse H_{0}: Se decide rechazar o no rechazar la hipótesis nula según la regla de decisión y los resultados de los cálculos.

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

EJEMPLO. Los fabricantes de un alimento balanceado indican en su etiqueta que el contenido del envase es de 360 ml. Cada hora se toma una muestra de 36 y se pesa el contenido. La muestra de la última hora tiene un peso medio de 361.2 ml con una desviación estándar de 5 ml. ¿Está el proceso fuera de control para un nivel de significancia de .05?

Haga una prueba de hipótesis para sostener su respuesta.

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

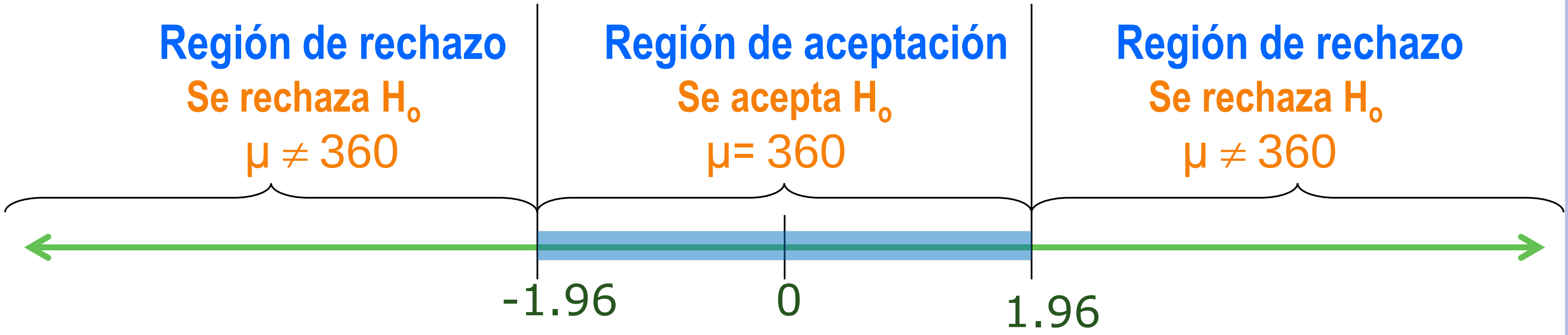
- Paso 1: Datos y parámetro: σ, n, $\bar{x}$ y μ
-
- Paso 2: Estadístico de prueba $z = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$
- Paso 3: Juego de hipótesis H_o: μ = 360
  H_a: μ ≠ 360

La regla de decisión es *"rechazar H_o si la Z calculada es mayor que el valor de Z localizado en las tablas".*

- Paso 4: Nivel de significancia α = 0.05 y Nivel de confianza = 0.95; Z = 1.96

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

- Paso 5: Región de rechazo



Rechace H_0 si *z calculada* < -1.96 o $z > 1.96$

- Paso 6: Calcular $z = \dfrac{361.2-360}{5/\sqrt{36}}$ =1.44

- Paso 7: Como $z = 1.44 < 1.96$, no se rechaza H_0 con un nivel de confianza de 95 %.

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

EJERCICIO. Los fabricantes de un alimento balanceado indican en su etiqueta que el contenido del envase es de 360 ml. Cada hora se toma una muestra de 36 y se pesa el contenido. La muestra de la última hora tiene un peso medio de 361.2 ml con una desviación estándar de 5 ml. ¿Está el proceso fuera de control para un nivel de significancia de .05?

Haga una prueba de hipótesis UNILATERAL.

Prueba de hipótesis sobre la media dos medias

1. Identificar el parámetro: Las medias μ_1 y μ_2 son los parámetros y el modelo probabilístico bajo el cual se operará dado por los parámetros poblacionales, pueden ser la Z o la t de Student:

2. Establecer un estadístico de prueba adecuado:

a) $z = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}}}$ se usa para muestras grandes

b) $t = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{{S_p}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ se usa para muestras pequeñas

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

Prueba de hipótesis sobre la media dos medias

3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada

Las pruebas de este tipo comparan la media μ_1 de una población con la media μ_2 de otra población. En general, las comparaciones de dos medias se basan en la hipótesis nula donde: $H_o : \mu_1 = \mu_2$

Contra alguna de la alternativas:

a) $H_a : \mu_1 > \mu_2$

b) $H_a : \mu_1 < \mu_2$

c) $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

Prueba de hipótesis sobre la media dos medias

3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada:

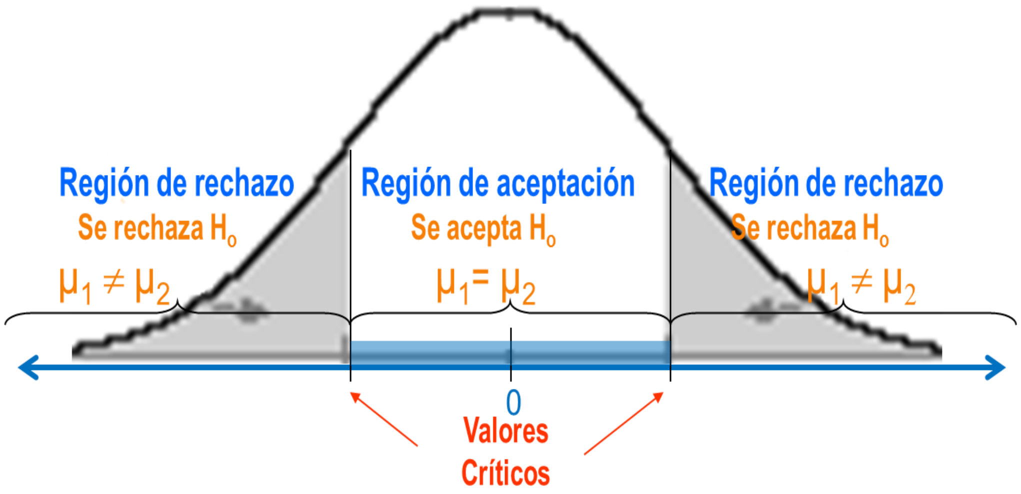
H_o: $\mu_1 = \mu_2$

H_a: $\mu_1 \neq \mu_2$

Reglas de decisión. Rechazar la hipótesis nula si:

a) Estadístico calculado (Z ó t) es mayor que el valor localizado en las tablas.

b) O si es menor que su negativo (Bilateral).



Prueba de hipótesis sobre la media dos medias

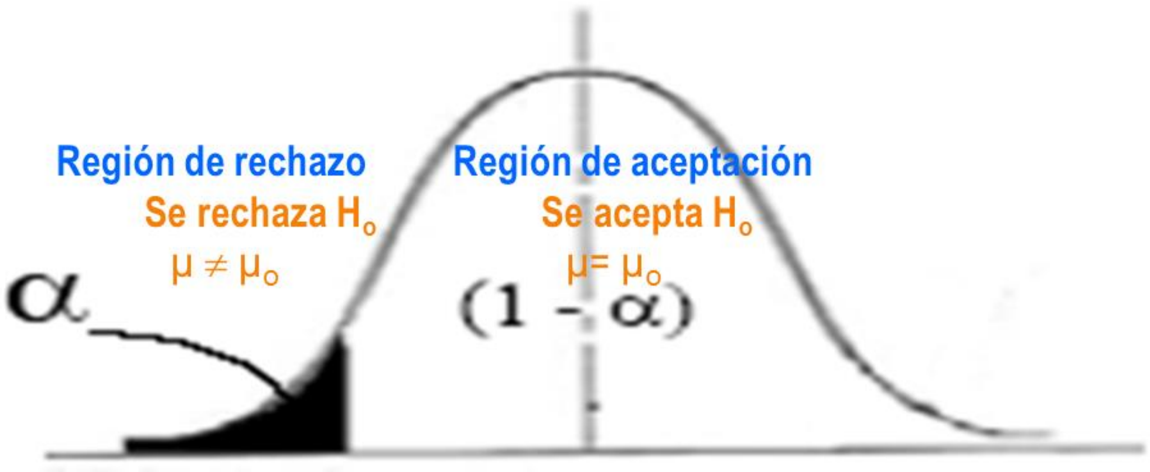
3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada:

b) $H_o: \mu_1 = \mu_2$

$H_a: \mu_1 < \mu_2$

Reglas de decisión. Rechazar la hipótesis nula si:

a) Estadístico calculado (Z ó t) es menor que su negativo localizado en las tablas (lado izquierdo).



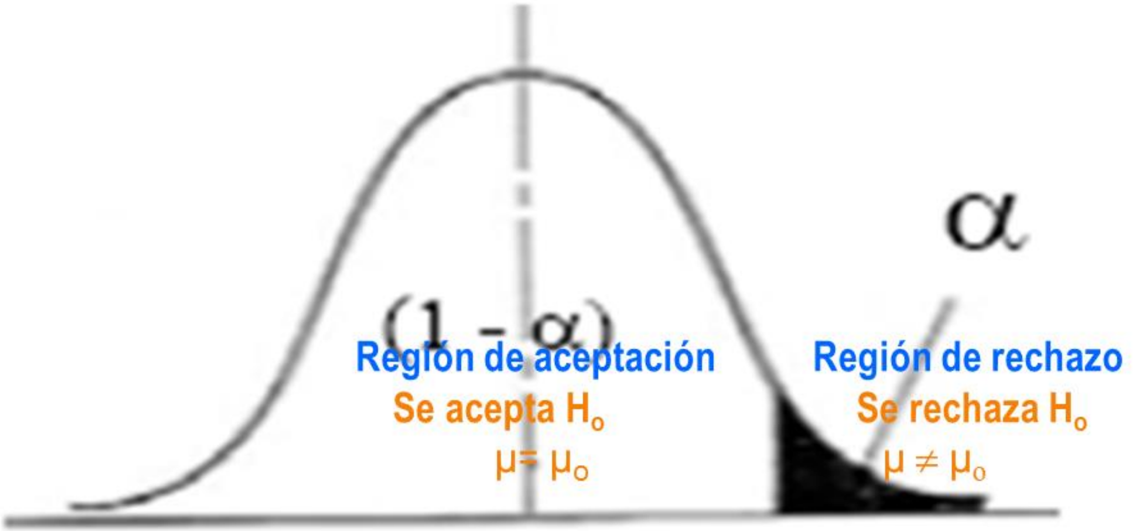
Prueba de hipótesis sobre la media dos medias

3. Establecer el juego de Hipótesis adecuada:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_a: \mu_1 > \mu_2$

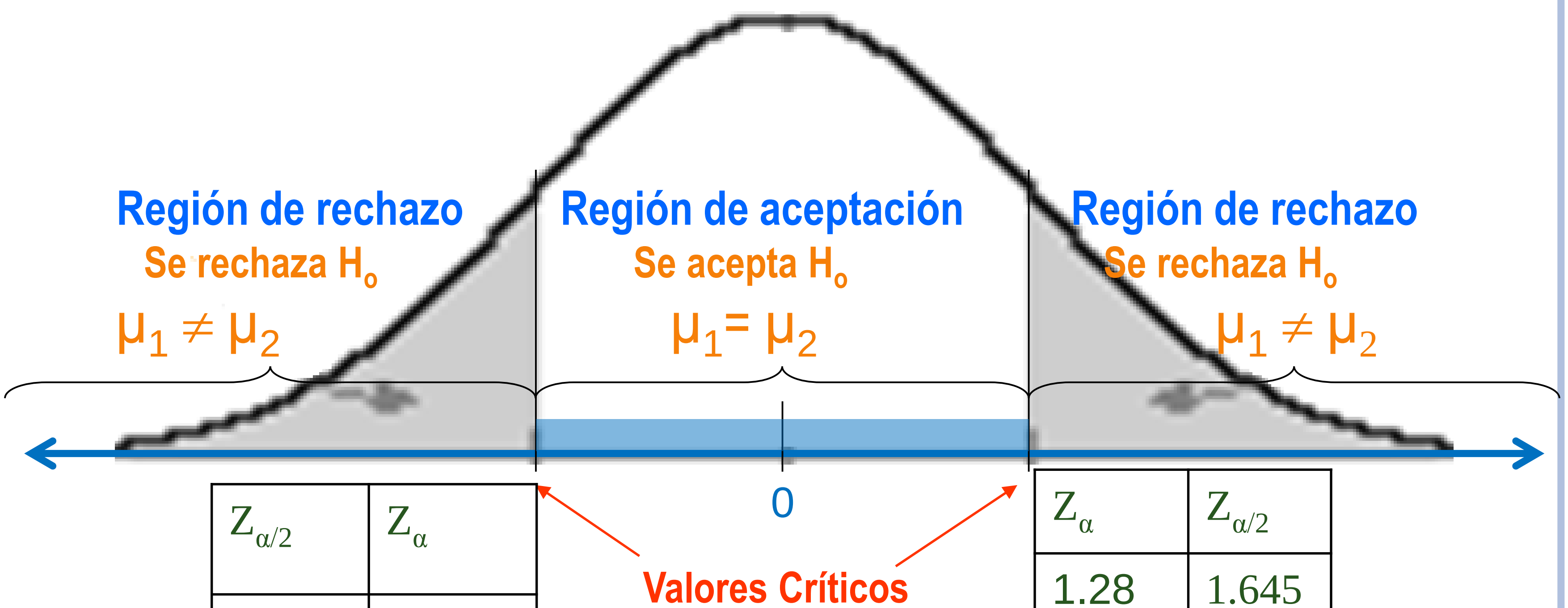
Reglas de decisión. Rechazar la hipótesis nula si:

a) Estadístico calculado (Z ó t) es mayor que el valor localizado en las tablas (lado derecho).



Prueba de hipótesis sobre la media dos medias

4. Establecer una región de rechazo:



$Z_{\alpha/2}$	Z_{α}
-1.645	-1.28
-1.960	-1.645
-2.575	-2.33

Z_{α}	$Z_{\alpha/2}$
1.28	1.645
1.645	1.960
2.33	2.575

Prueba de hipótesis sobre dos medias

5. Seleccionar un nivel de significancia α:

Niveles de significancia mas usados para Z

α	(1- α)	$Z_{\alpha/2}$	Z_{α}
0.1	0.90	**1.645**	**1.2816**
0.05	0.95	**1.960**	**1.645**
0.01	0.99	**2.575**	**2.326**

$Z_{\alpha/2}$ Se utiliza para pruebas bilaterales

Z_{α} Se utiliza para pruebas unilaterales

Pasos de una prueba de hipótesis sobre la media μ

6. Calcular todas las cantidades muestrales:

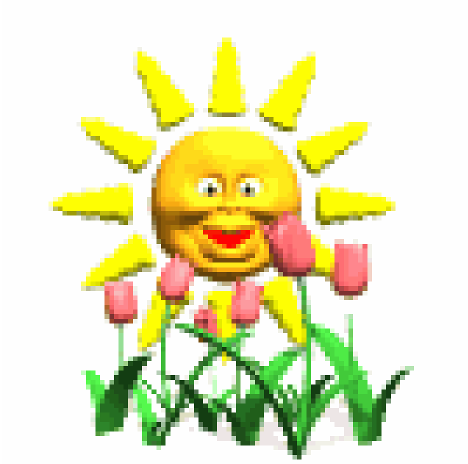
Se sustituyen los valores muestrales en la fórmula respectiva del estadístico de prueba

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}}} \quad \text{o} \quad t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{{S_p}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

7. Decidir si debe o no rechazarse H_{0}: Se decide rechazar o no rechazar la hipótesis nula según la regla de decisión y los resultados de los cálculos.

BIBLIOGRAFIA

1. Glantz, Stanton A. Perez Tamayo Ana Maria T. 2006. Bioestadística, Mc Graw-Hill Interamericana, México.
2. Fuenlabrada de la Vega Trucios, Samuel. 2008. Probabilidad y Estadística. Mc Graw-Hill. México.
3. Landero Hernández Rene.2014. Estadística con SPSS y Metodología de la Investigación. Trillas. México.
4. Marques de Cantú, María José. 1990. Probabilidad y Estadística, Para Ciencias Químicas- Biológicas, Edit. MCGraw Hill, México.
5. Murray y Spiegel. 2009. Estadística y Probabilidad, Serie Shawn, Edit. MC Graw Hill, Madrid España.
6. Sánchez Corona O. 2004. Probabilidad y Estadística. Edit. Mc Graw Hill. México.



FIN DE LA PRESENTACION