

UA: Síntesis de mecanismos

HORAS TEÓRICAS	3.0
HORAS PRÁCTICAS	0.0
TOTAL DE HORAS	3.0
CRÉDITOS INSTITUCIONALES	6.0
TÍTULO DEL MATERIAL	Síntesis analítica de levas de placa
TIPO DE UNIDAD DE APRENDIZAJE	Curso
CARÁCTER DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE	Obligatoria
NÚCLEO DE FORMACIÓN	Integral
PROGRAMA EDUCATIVO	Ingeniería Mecánica
ESPACIO ACADÉMICO	Facultad de Ingeniería
RESPONSABLE DE LA ELABORACIÓN	Juan Carlos Posadas Basurto

Presentación

La Unidad de Aprendizaje Síntesis de Mecanismos es obligatoria y se sugiere cursarla en el octavo período. No tiene antecedente seriado pero se da un curso de Análisis de Mecanismos en el sexto periodo donde el discente realiza análisis cinemático y dinámico de mecanismos y elementos de máquinas, aplicando los fundamentos de Mecánica Clásica y el software adecuado para su comparación y selección.

Estructura de la Unidad de Aprendizaje

1. SÍNTESIS GRÁFICA DE ESLABONAMIENTOS

1.1 Conceptos generales

1.2 Síntesis dimensional

1.3 Curvas de acoplador

2. SÍNTESIS ANALÍTICA DE ESLABONAMIENTOS

2.1 Generación de movimiento de dos y tres posiciones por síntesis analítica

2.2 Síntesis analítica de cuatro o cinco posiciones

3. DISEÑO DE LEVAS

3.1 Síntesis gráfica de levas

3.2 Síntesis analítica de levas

3.3 Síntesis de mecanismos combinados

Contenido de la presentación

La presentación comprende el punto 3.2, Síntesis analítica de levas, de la UA Síntesis de Mecanismos. Se revisan las ecuaciones para determinar los puntos que conforman el perfil de una leva de placa con seguidores de rodillo y de cara plana, con movimiento radial y oscilatorio.

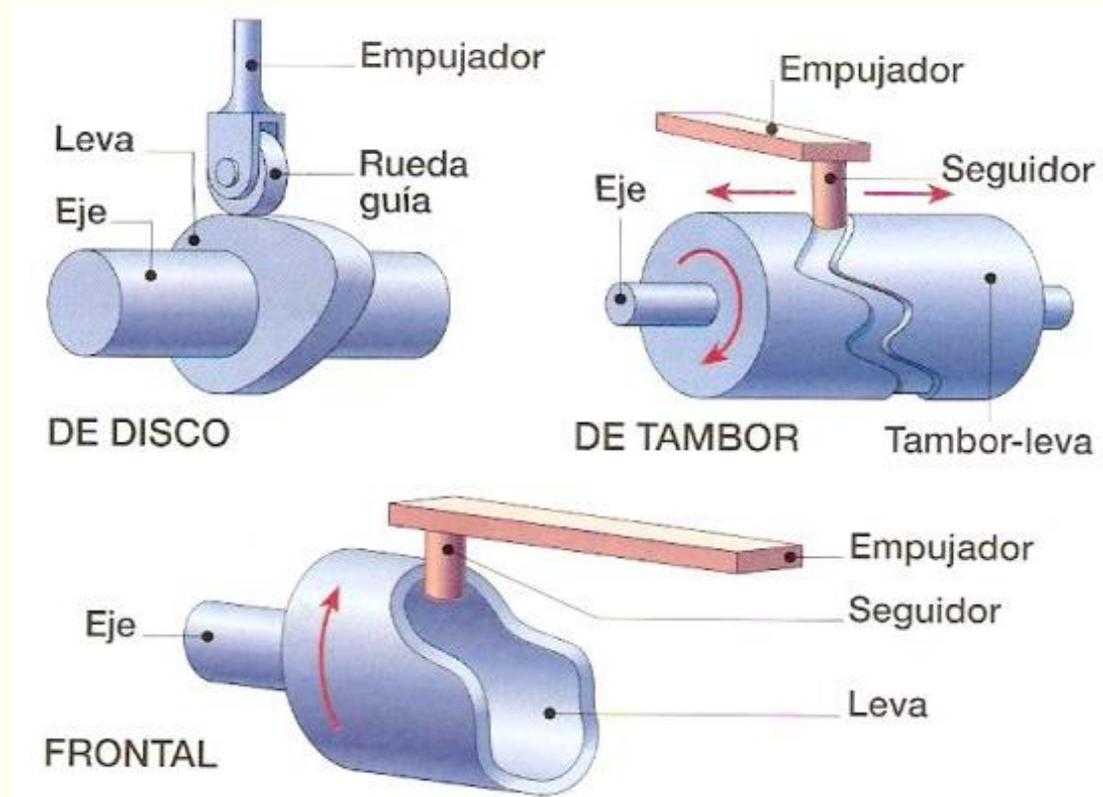
Los temas que se desarrollan son los siguientes:

- ✓ Síntesis analítica de leva de placa con seguidores de cara plana y de rodillo, con movimiento radial y oscilatorio
- ✓ Observaciones y sugerencias para un buen diseño de leva

Al final de la presentación se incluye un apartado de referencias para que tanto el docente como el discente profundicen en los temas de interés.

SÍNTESIS DE MECANISMOS

Síntesis analítica de levas de placa



Síntesis analítica del perfil de leva de placa

- La síntesis gráfica es adecuada para levas que giran a bajas velocidades pero para alta velocidad la síntesis analítica da una mayor precisión.
- La síntesis analítica usa inversión cinemática para obtener los puntos que determinan el perfil de la leva. Esto es, el seguidor gira en sentido contrario al original de la leva que permanecerá fija.
- El procedimiento general es establecer un sistema de coordenadas para ambos, la leva y el seguidor.
- La ubicación del seguidor relativo a la posición de la leva se obtiene al determinar la ubicación del sistema de coordenadas móvil del seguidor respecto al sistema de coordenadas fijas de la leva. Las posiciones sucesivas del seguidor generarán un envolvente que definirá la geometría del perfil de leva.

Seguidores para dar el perfil de la leva

La síntesis de la leva se hará considerando las siguientes características del seguidor:

- ✓ Seguidor de rodillo con desplazamiento radial respecto a la leva y posible excentricidad.
- ✓ Seguidor de cara plana con desplazamiento radial respecto a la leva.
- ✓ Seguidor de rodillo con desplazamiento oscilatorio con respecto a la leva.
- ✓ Seguidor de cara plana con desplazamiento oscilatorio con respecto a la leva y posible excentricidad.

Seguidor de rodillo con desplazamiento radial

- Se asume que se conoce el movimiento que realiza el seguidor en la forma $y=f(\theta)$, donde y es el desplazamiento radial del seguidor y θ es el ángulo de rotación de la leva.
- También son conocidos el radio base de la leva, r_b , el radio del seguidor, r_o , y la excentricidad, δ , si tiene.
- Si el movimiento de la leva es en el sentido de giro de las manecillas del reloj, entonces, cuando se deje fija, el seguidor girará en el sentido contrario al de las manecillas del reloj.
- La superficie de la leva es tangente a las posiciones sucesivas del seguidor. Para determinar el perfil de la leva se localizan los puntos sobre una curva que es tangente a la serie de círculos.

Rotación de la leva en sentido horario

$$R = r_o + r_b + f(\theta_i)$$

$$x_i = R \cos \theta_i - \delta \sin \theta_i$$

$$y_i = R \sin \theta_i + \delta \cos \theta_i$$

Convexo

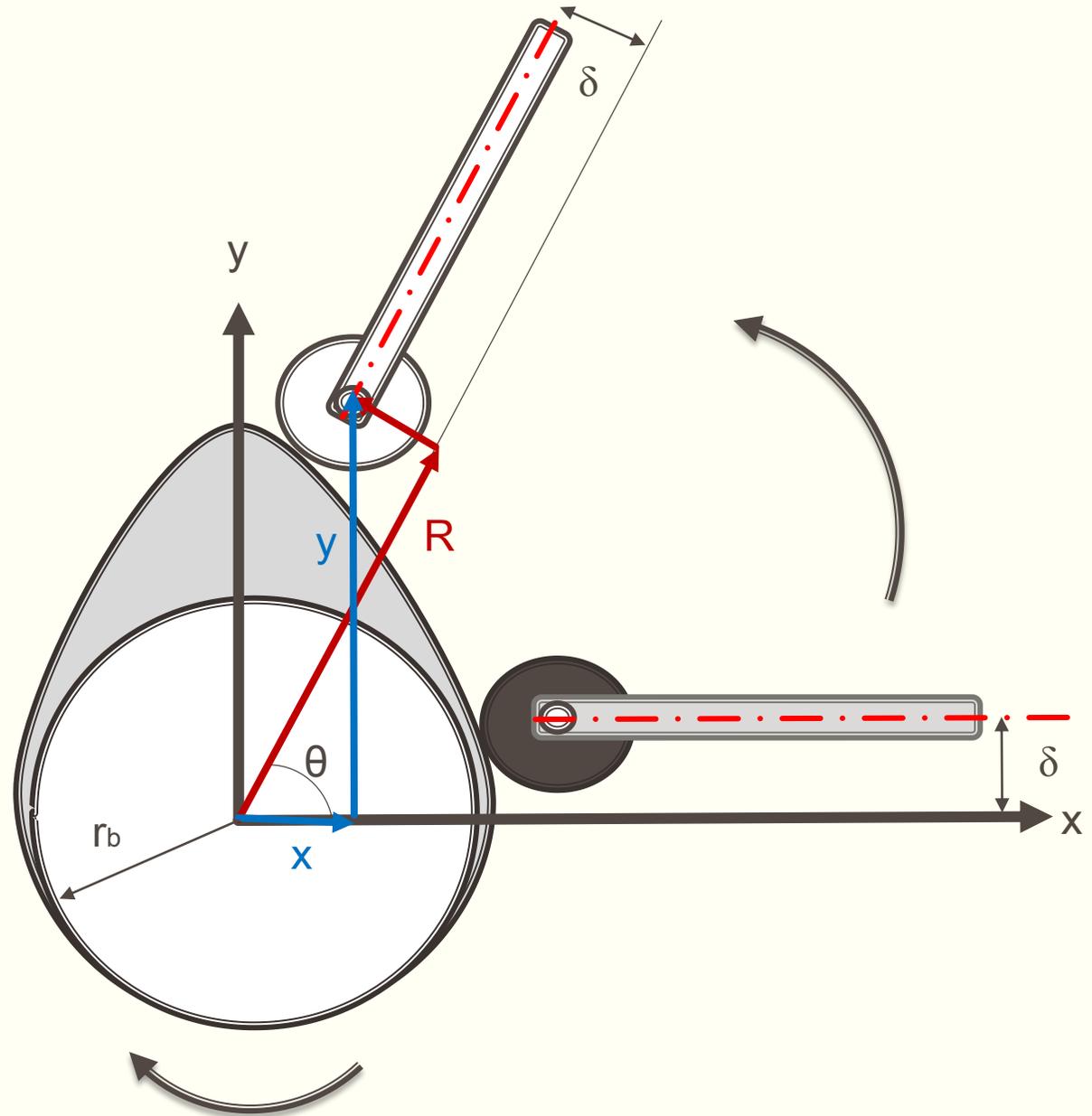
$$X_i = x_i - r_o \cos \psi_i$$

$$Y_i = y_i - r_o \sin \psi_i$$

Concavo

$$X_i = x_i + r_o \cos \psi_i$$

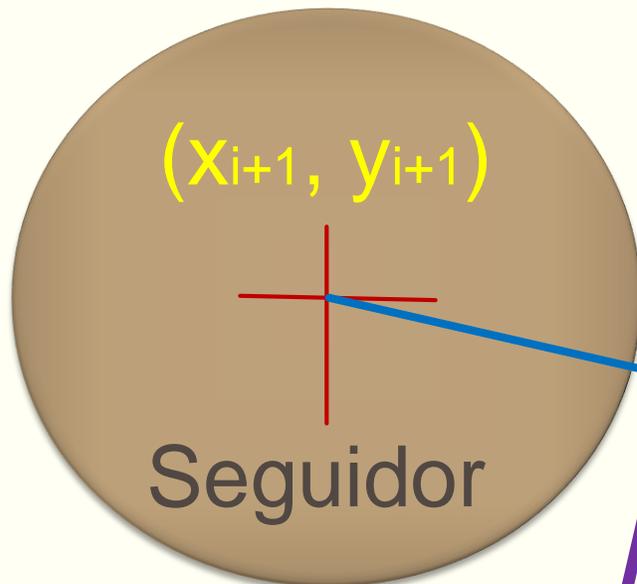
$$Y_i = y_i + r_o \sin \psi_i$$



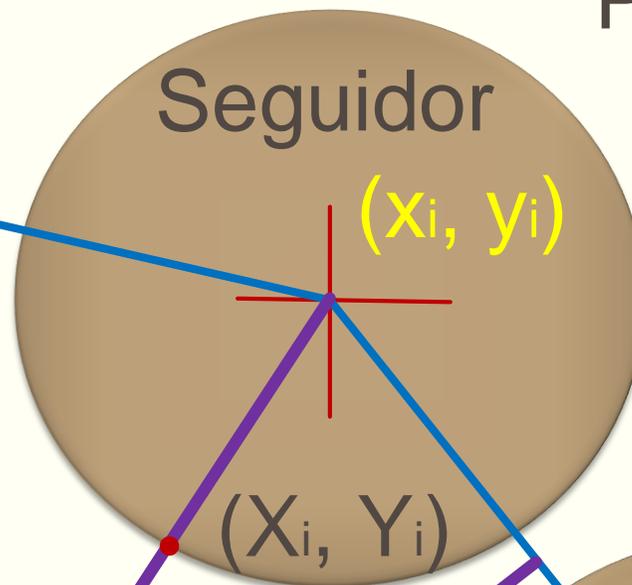
Aproximación del perfil usando centro de curvatura

- El procedimiento puede hacerse tan exacto como se desee usando incrementos cada vez más pequeños de la rotación de la leva θ .
- Se asume conocidas las coordenadas del centro de cada posición del círculo del seguidor relativo a la leva. El número de puntos centro van de 1 a n , donde n es el número total de posiciones.
- Para identificar el punto asociado con la posición i , se requiere de las coordenadas (x, y) del centro del seguidor en las posiciones $i - 1, i + 1$.
- Para localizar los puntos sobre el perfil de la leva, se aproxima el centro de curvatura de las tres posiciones sucesivas del seguidor.
- El centro de curvatura (x_{Ci}, y_{Ci}) se obtiene en la intersección de la proyección de líneas normales al punto medio de las líneas sucesivas que conectan los centros del seguidor.

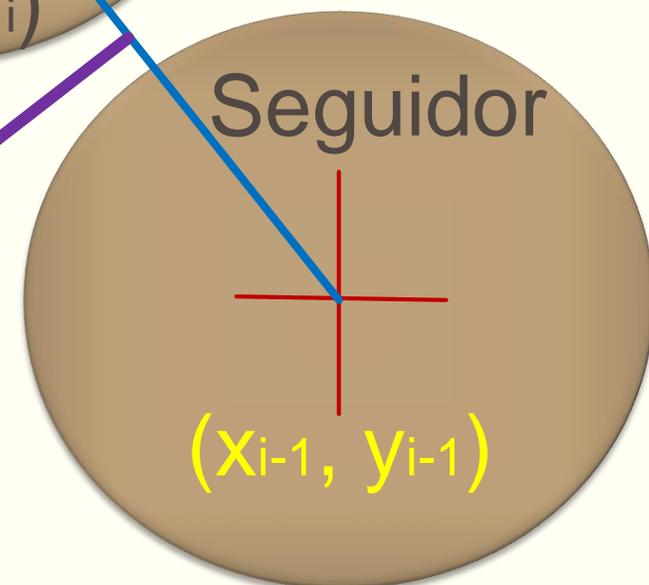
Posición i+1



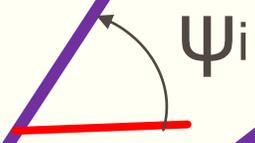
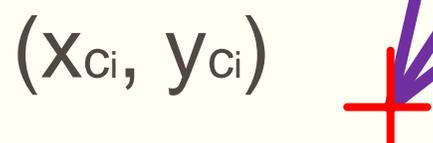
Posición i



Posición i-1



$\psi_i = \text{ang tan } \frac{(y_i - y_{ci})}{(x_i - x_{ci})}$



Fórmulas complementarias

Coordenadas del centro de curvatura

$$\begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(x_{i+1} - x_i) & 2(y_{i+1} - y_i) \\ 2(x_{i-1} - x_i) & 2(y_{i-1} - y_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} (x_{i+1}^2 - x_i^2) + (y_{i+1}^2 - y_i^2) \\ (x_{i-1}^2 - x_i^2) + (y_{i-1}^2 - y_i^2) \end{Bmatrix}$$

Radio de curvatura y signo

$$\rho = \frac{[(X_i - X_{i-1})(Y_{i+1} - Y_i) - (X_{i+1} - X_i)(Y_i - Y_{i-1})]}{|(X_i - X_{i-1})(Y_{i+1} - Y_i) - (X_{i+1} - X_i)(Y_i - Y_{i-1})|} \sqrt{(X_i - x_c)^2 + (Y_i - y_c)^2}$$

Ángulo de presión

$$\phi_i = \psi_i - \theta_i$$

Seguidor de rodillo de cara plana y desplazamiento radial

- Como en el seguidor de rodillo, se invierte el mecanismo de modo que el seguidor parece girar alrededor de la leva.
- En general se busca utilizar el círculo base más pequeño que satisfaga las restricciones geométricas. Ya que el ángulo de presión en un seguidor de cara plana es siempre cero, este criterio no es aceptable para obtenerlo.
- El radio mínimo del círculo base es el que evite cúspides en el perfil de la leva.
- Para un perfil de desplazamiento determinado, la leva se vuelve más aguda conforme decrece el radio del círculo base.
- El punto de contacto de la leva con el seguidor más alejado de su eje de simetría dará las longitudes de la cara, $t_{\text{máx, mín}}$.

Rotación de la leva en sentido horario

$$R = r_b + f(\theta_i)$$

$$x_i = [r_b + f(\theta_i)] \cos \theta_i - f'(\theta_i) \operatorname{sen} \theta_i$$

$$y_i = [r_b + f(\theta_i)] \operatorname{sen} \theta_i + f'(\theta_i) \cos \theta_i$$

Rotación de la leva en sentido anti horario

$$x_i = [r_b + f(\theta_i)] \cos \theta_i + f'(\theta_i) \operatorname{sen} \theta_i$$

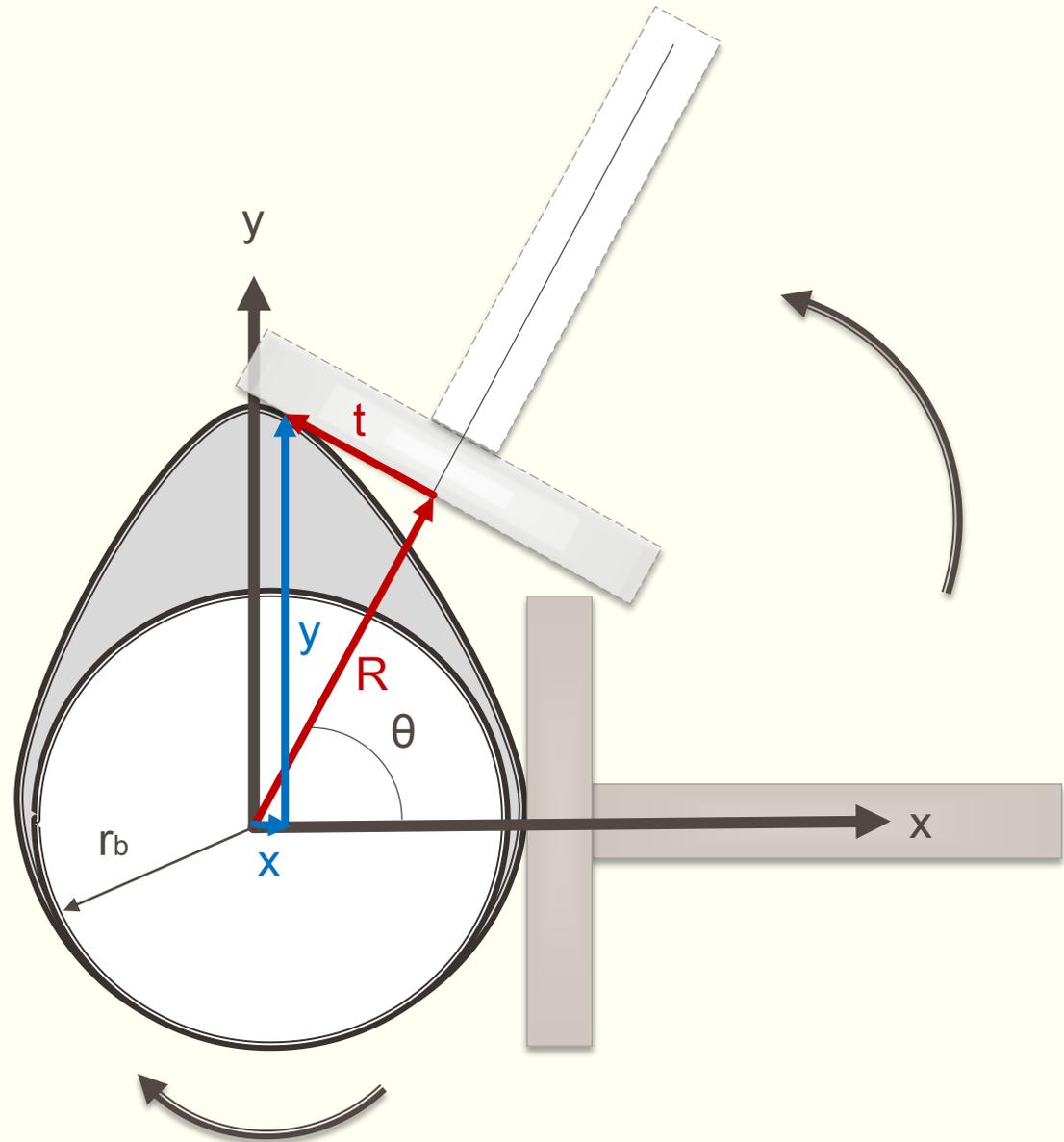
$$y_i = [r_b + f(\theta_i)] \operatorname{sen} \theta_i - f'(\theta_i) \cos \theta_i$$

Longitud de cara

$$t_{\text{máx.}, \text{mín.}} = f'(\theta_i) \Big|_{\text{máx.}, \text{mín.}}$$

Radio de curvatura

$$\rho = [r_b + f(\theta_i) + f''(\theta_i)]$$

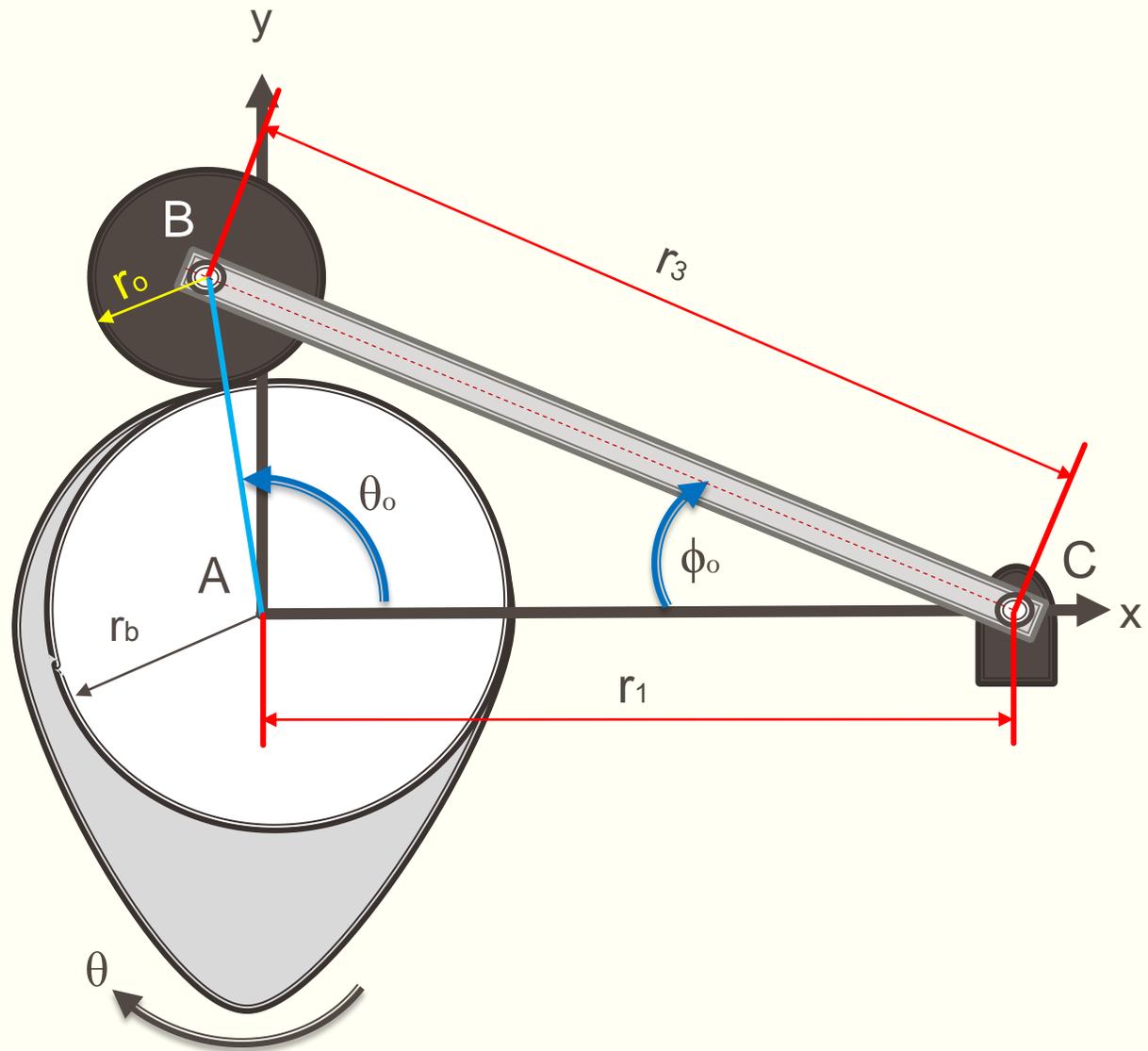


Seguidor de rodillo con desplazamiento oscilatorio

- Nuevamente se invierte el mecanismo de modo que el seguidor parece girar alrededor de la leva.
- Se asume que se conoce el movimiento que realiza el seguidor en la forma $\phi=f(\theta)$, donde ϕ es el desplazamiento angular del seguidor y θ es el ángulo de rotación de la leva.
- También son conocidos el radio base de la leva, r_b , el radio del seguidor, r_o , la distancia entre puntos de pivoteo fijos r_1 , y la distancia r_3 del centro del seguidor al pivoteo de oscilación.
- El seguidor inicia en su posición más baja cuando toca la leva en el círculo base.
- El movimiento será determinado por la posición relativa a los ángulos iniciales del seguidor, ϕ_0 , y de la leva, θ_0 .

$$\phi_0 = \cos^{-1} \left[\frac{r_1^2 + r_3^2 - (r_b + r_0)^2}{2r_1r_3} \right]$$

$$\theta_0 = \cos^{-1} \left[\frac{r_1^2 - r_3^2 + (r_b + r_0)^2}{2r_1(r_b + r_0)} \right]$$



Seguidor de cara plana y movimiento oscilatorio

- Nuevamente se invierte el mecanismo de modo que el seguidor parece girar alrededor de la leva.
- Se asume que se conoce el movimiento que realiza el seguidor en la forma $\phi=f(\theta)$, donde ϕ es el desplazamiento angular del seguidor y θ es el ángulo de rotación de la leva.
- También son conocidos el radio base de la leva, r_b , la distancia entre puntos de pivoteo fijos r_1 .
- En el procedimiento se localiza la línea que representa el primer punto de la leva. Se obtienen las siguientes posiciones de la leva localizando puntos sucesivos que son tangentes a las tres líneas.

Línea que define la cara del seguidor

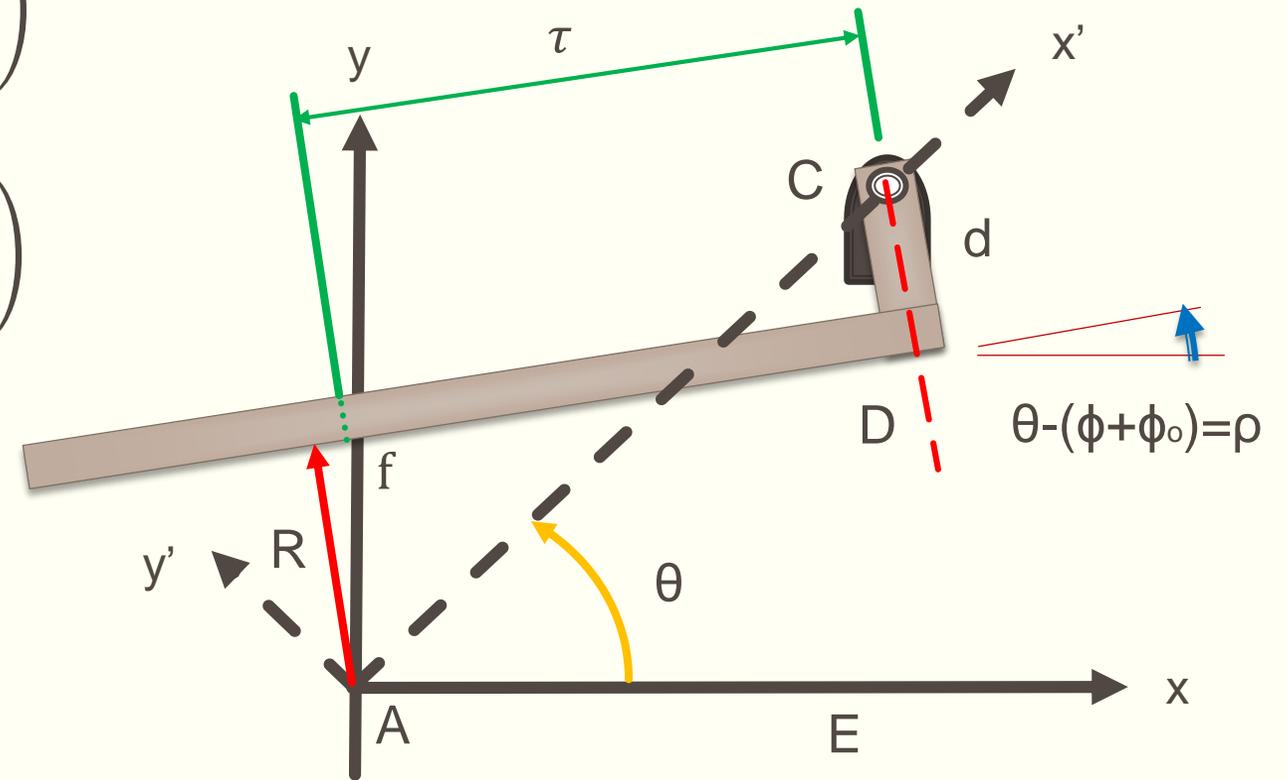
$$x_D = x_C + d \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \phi - \phi_0 + \theta \right)$$

$$y_D = y_C + d \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \phi - \phi_0 + \theta \right)$$

$$x_f = x_D + \tau \cos \rho$$

$$y_f = x_D + \tau \sin \rho$$

$$\rho = \theta - \phi - \phi_0$$



Coordenadas de diferentes puntos

$$x_{D_i} = x_{C_i} + d \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \phi_i - \phi_0 + \theta_i \right)$$

$$y_{D_i} = y_{C_i} + d \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \phi_i - \phi_0 + \theta_i \right)$$

$$\begin{Bmatrix} x_{D_i} - x_{D_{i-1}} \\ y_{D_i} - y_{D_{i-1}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \rho_i & \cos \rho_{i-1} \\ -\sin \rho_i & \sin \rho_{i-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_i \\ \tau_{i-1} \end{Bmatrix} \quad (i = 2, 3, \dots, n)$$

$$\begin{Bmatrix} x_{D_1} - x_{D_n} \\ y_{D_1} - y_{D_n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \rho_1 & \cos \rho_n \\ -\sin \rho_1 & \sin \rho_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_n \end{Bmatrix}$$

Círculo creado por la cara del seguidor de tres posiciones sucesivas

$$x_{G_i} = x_{D_i} + \tau_i \cos \rho_i$$

$$y_{G_i} = y_{D_i} + \tau_i \sin \rho_i$$

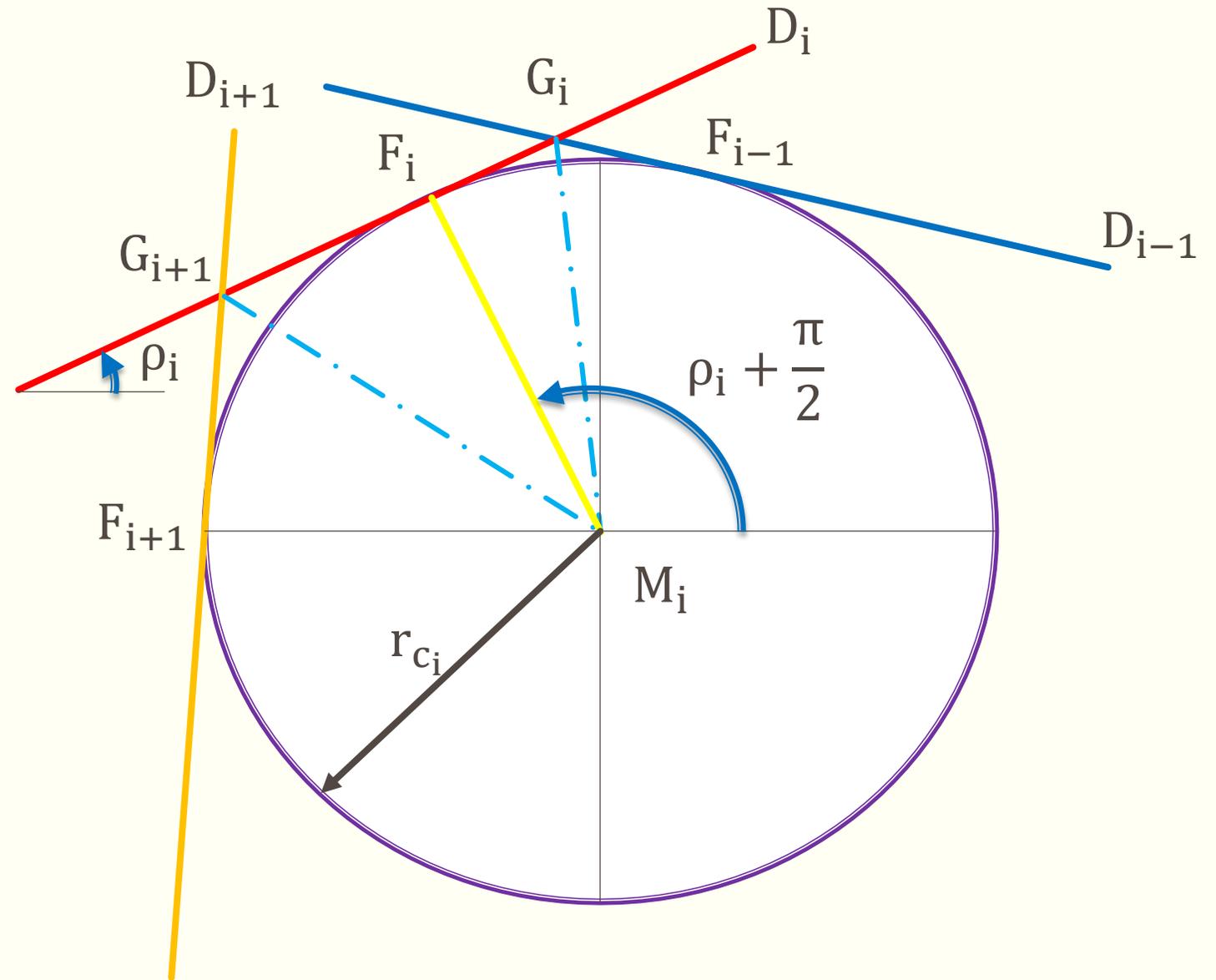
$$\gamma_i = \frac{\rho_i + \rho_{i-1}}{2} + \frac{3\pi}{2}$$

$$x_{M_i} = x_{G_i} + v_i \cos \gamma_i$$

$$y_{M_i} = y_{G_i} + v_i \sin \gamma_i$$

$$x_{F_i} = x_{M_i} + r_{c_i} \cos \left(\rho_i + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$y_{F_i} = x_{M_i} + r_{c_i} \sin \left(\rho_i + \frac{\pi}{2} \right)$$



Ecuaciones complementarias

$$x_{F_i} = x_{G_i} + \eta_i \cos(\rho_i)$$

$$y_{F_i} = x_{G_i} + \eta_i \sin(\rho_i)$$

Donde η_i es la distancia desde el punto G_i al punto de tangencia F_i

$$\begin{Bmatrix} x_{G_i} - x_{G_{i+1}} \\ y_{G_i} - y_{G_{i+1}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \gamma_i & \cos \gamma_{i+1} \\ -\sin \gamma_i & \sin \gamma_{i+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ v_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n - 1)$$

$$\begin{Bmatrix} x_{G_n} - x_{G_1} \\ y_{G_n} - y_{G_1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \gamma_n & \cos \gamma_1 \\ -\sin \gamma_n & \sin \gamma_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_n \\ v_1 \end{Bmatrix}$$

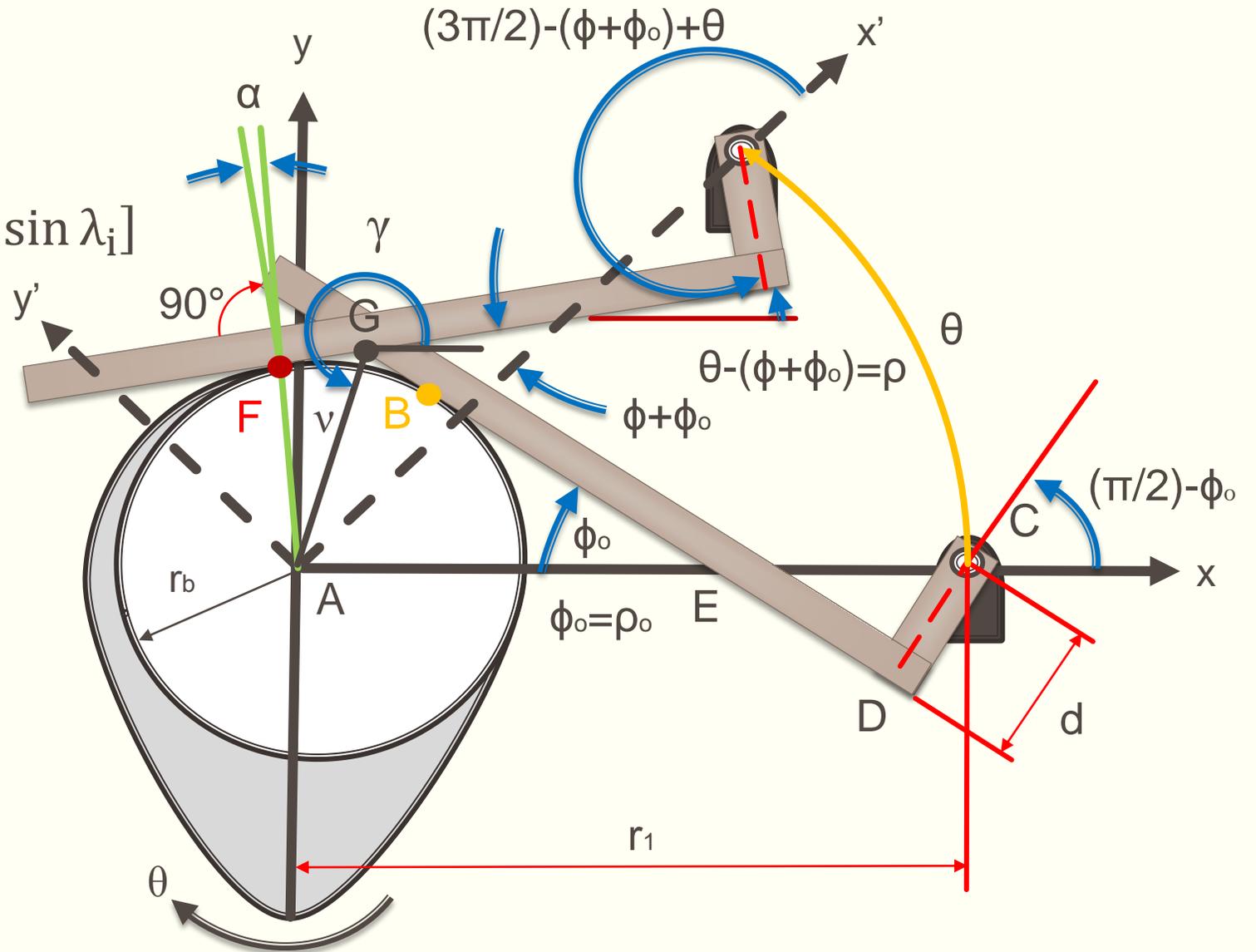
$$\begin{Bmatrix} x_{M_i} - x_{G_i} \\ y_{M_i} - y_{G_i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \left(\rho_i + \frac{\pi}{2} \right) & \cos \rho_i \\ -\sin \left(\rho_i + \frac{\pi}{2} \right) & \sin \rho_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{c_i} \\ \eta_i \end{Bmatrix}$$

Ángulo de presión α

$$\alpha_i = \cos^{-1} [\cos \Psi_i \cos \lambda_i + \sin \Psi_i \sin \lambda_i]$$

$$\Psi_i = \tan^{-1} \left(\frac{y_{F_i} - y_{C_i}}{x_{F_i} - x_{C_i}} \right) - \frac{\pi}{2}$$

$$\lambda_i = \tan^{-1} \left(\frac{y_{F_i} - y_{M_i}}{x_{F_i} - x_{M_i}} \right)$$



Observaciones

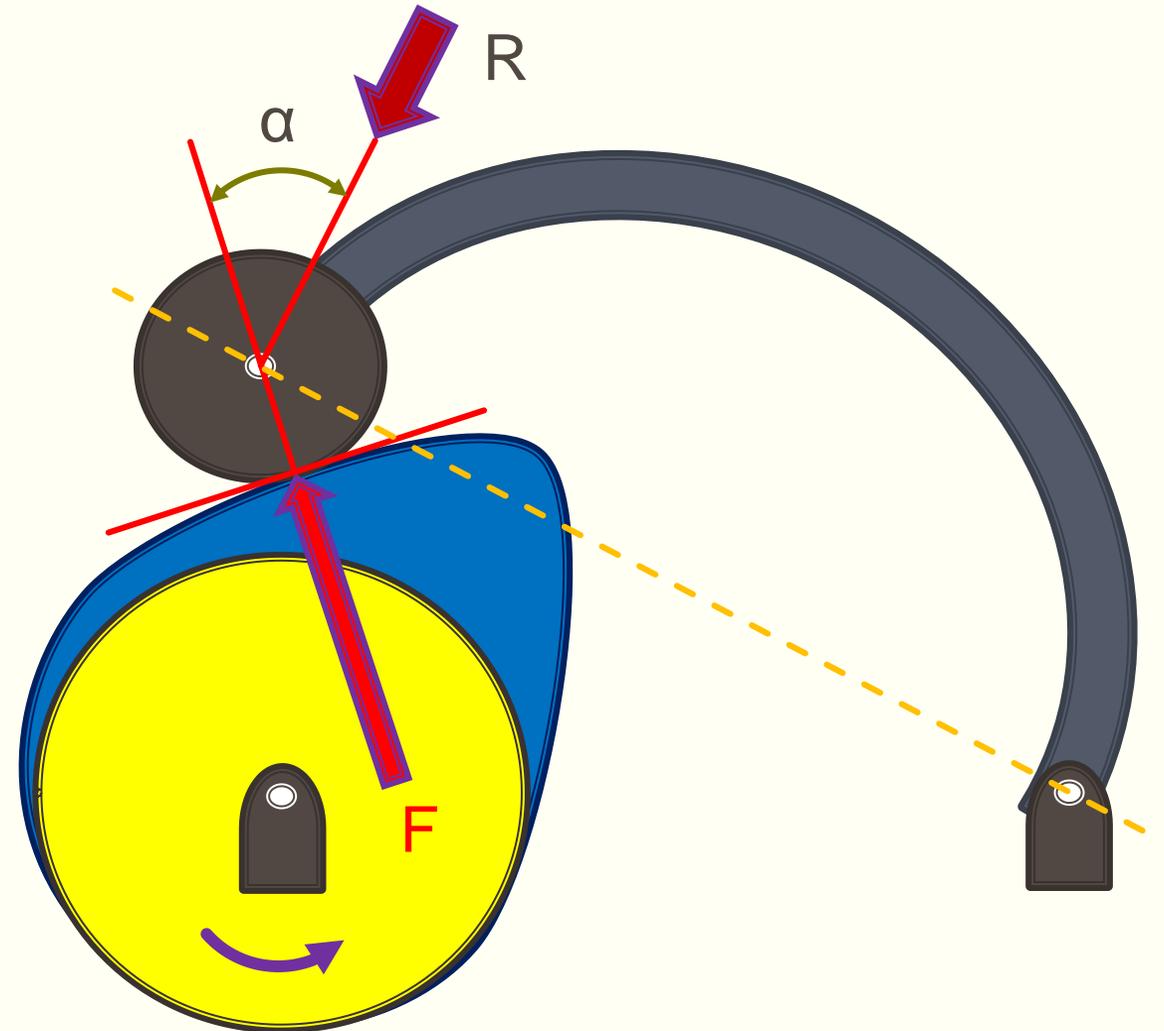
- Una vez obtenido el perfil de la leva, debe evaluarse para asegurar que su funcionamiento es el correcto.
- El ángulo de presión no permanece constante en todo el giro de la leva, pero debe ser el adecuado para accionar el mecanismo (máximo de 35°). Si el ángulo de presión es demasiado grande, aumentará la fricción entre la leva y el seguidor.
- El seguidor puede tener dimensiones que no le permitan mantener el contacto de la superficie de la leva.
- La leva con un radio base muy pequeño puede generar cúspides ocasionando cambios bruscos en la dirección del seguidor.

Ángulo de presión grande

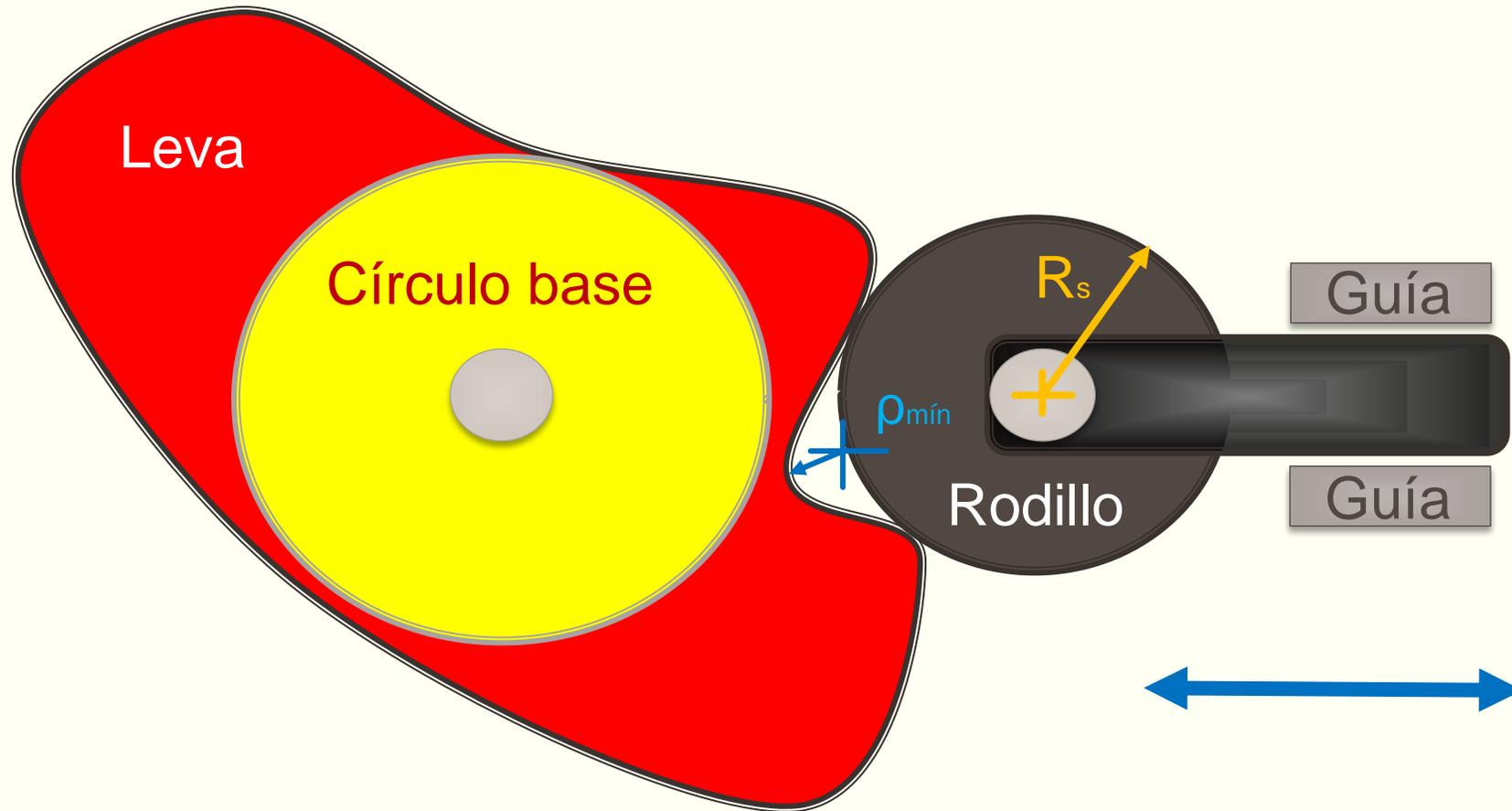
Un incremento en el tamaño del círculo base reduce el ángulo de presión α .

F: Fuerza transmisora de la leva.

R: Fuerza transmitida al seguidor.

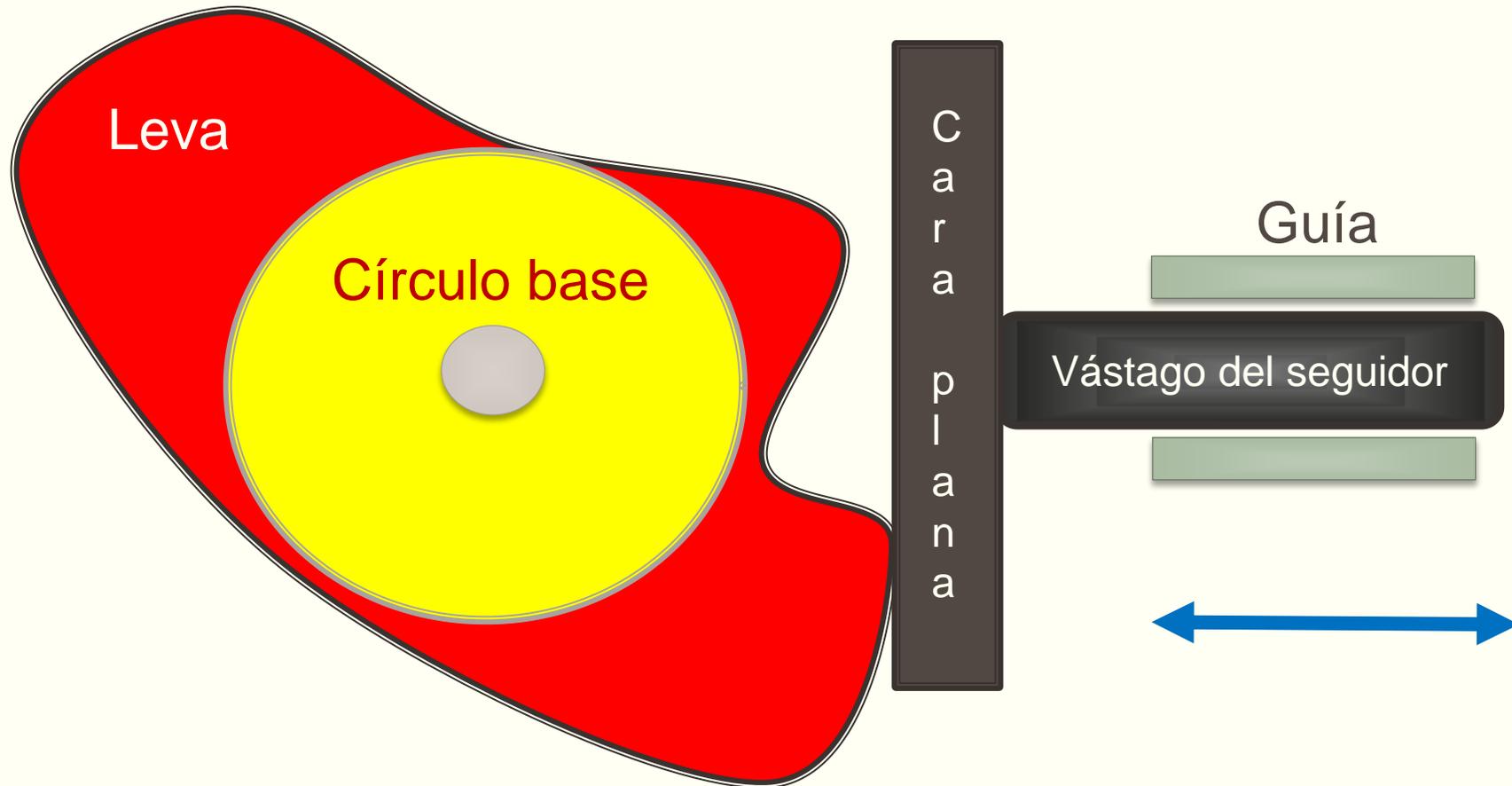


Seguidor mal dimensionado

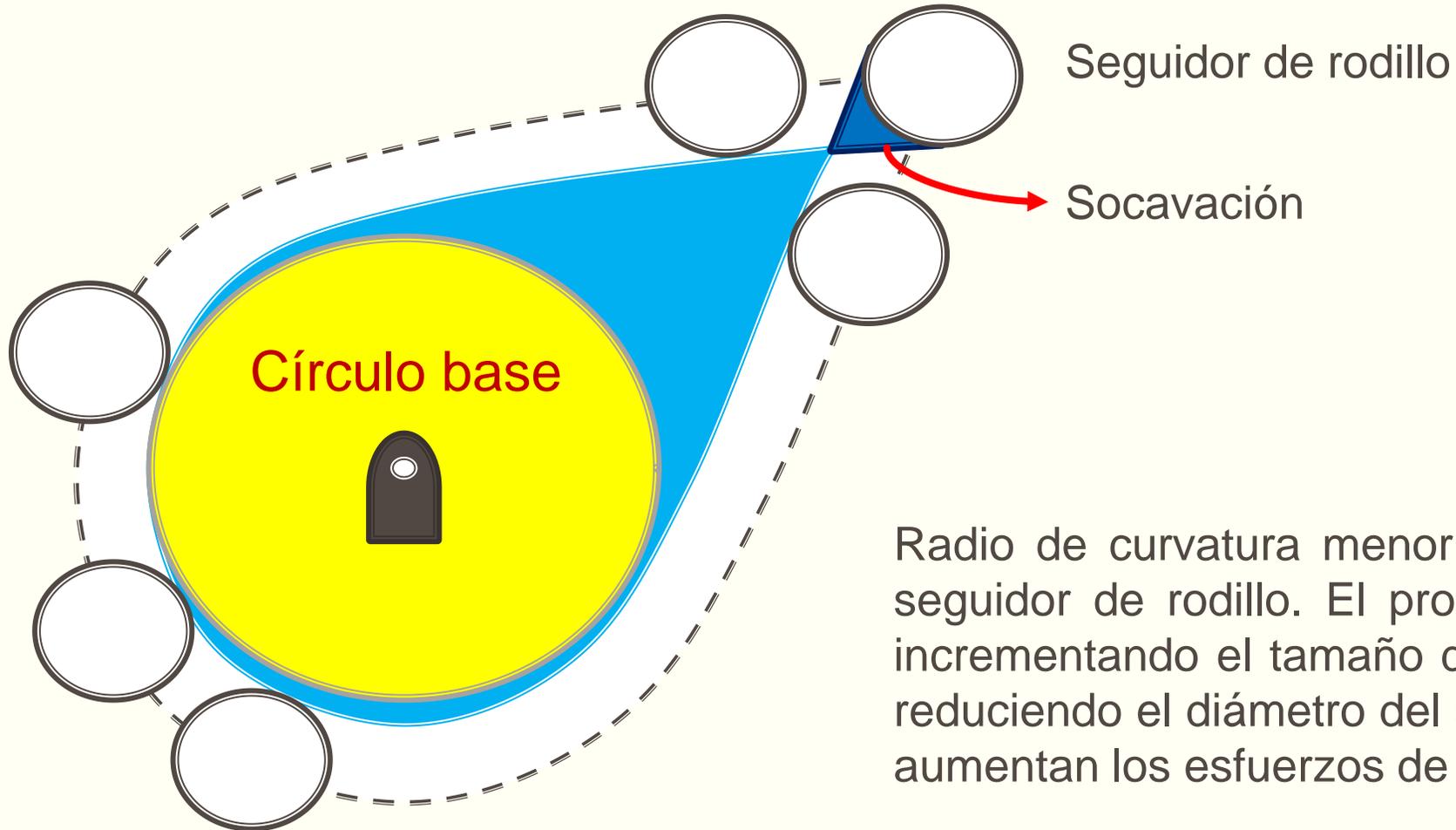


$$\rho_{\text{mín}} \gg R_s$$

Seguidor mal dimensionado



Radio base de la leva pequeño



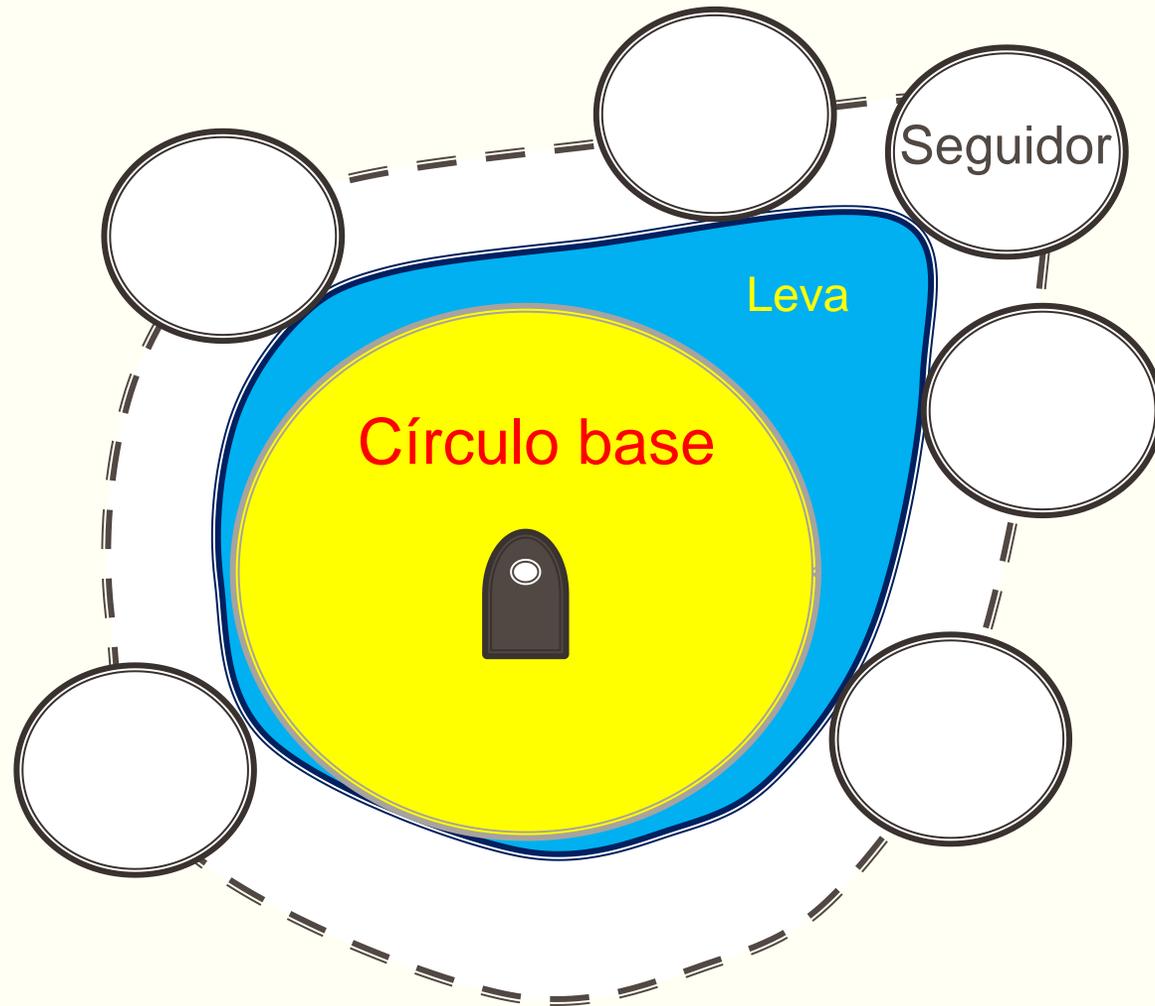
Radio de curvatura menor que el radio del seguidor de rodillo. El problema se corrige incrementando el tamaño del círculo base o reduciendo el diámetro del seguidor (pero se aumentan los esfuerzos de contacto).

Seguidor de cara plana

Para un seguidor de cara plana se produce socavación cuando se tiene una elevación demasiado grande dentro de una rotación de leva reducida, con una leva pequeña.

Una solución es aumentar el radio del círculo base de tal manera que el radio de curvatura no cambie de signo de positivo a negativo.

Radio base de la leva pequeño



Radio de curvatura igual que el radio del seguidor de rodillo

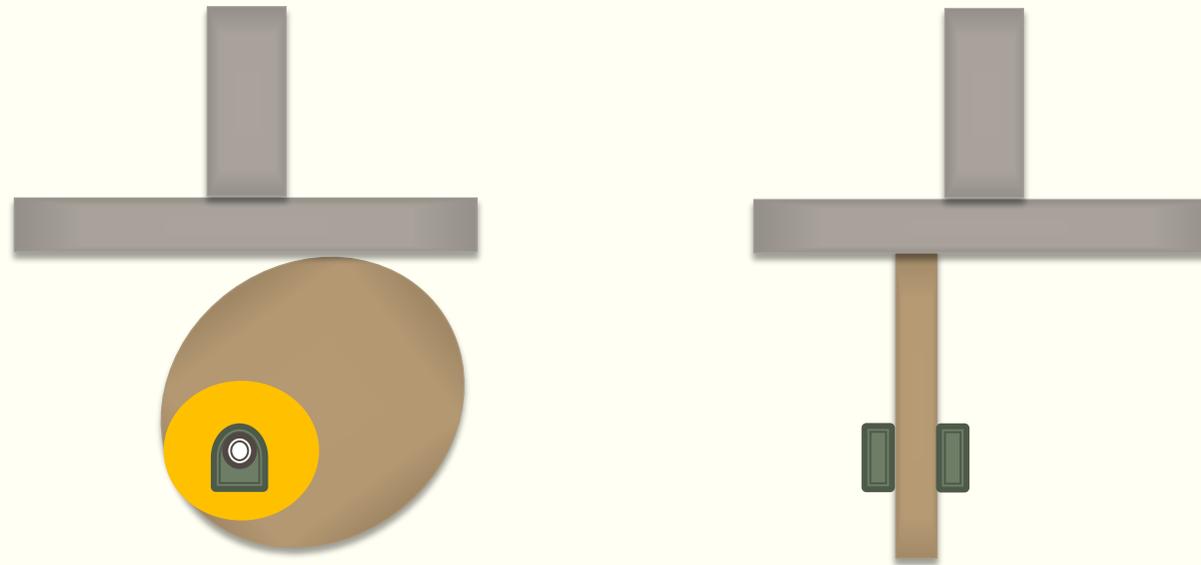
Sugerencias de diseño

Para un diagrama de desplazamiento dado, el ángulo de presión puede reducirse por uno o más de los métodos siguientes:

1. Incrementar el diámetro del círculo base.
2. Disminuir la elevación total del seguidor.
3. Aumentar la cantidad de rotación de la leva para un desplazamiento dado del seguidor.
4. Cambiar el tipo de movimiento del seguidor.
5. Aumentar o disminuir la excentricidad del seguidor.

Sugerencias de diseño

Para un seguidor de cara plana, el radio de su cara es un poco mayor que el requerido. La leva es generalmente descentrada de la línea de centro del seguidor para que su vástago rote. Así se reduce el desgaste y se distribuye el contacto en un área mayor.



Sugerencias de diseño

Las expresiones para el desplazamiento específico, y con ello la velocidad y aceleración, con frecuencia tienen que refinarse para reducir los picos de aceleración o para desplazar valores pico de un parámetro cinemático particular lejos de regiones críticas.

Referencias

- Erdman, A. G. & Sandor, G. N., 1998. Diseño de mecanismos, análisis y síntesis. México: PEARSON Prentice Hall.
- Myzka, D. H., 2012. Machines and mechanisms applied kinematic analysis. New Jersey: Prentice Hall.
- Waldron, K. J. & Kinzel, G. L., 2004. Kinematics, dynamics, and design of machinery. Second ed. New York: John Wiley & Sons, Inc.