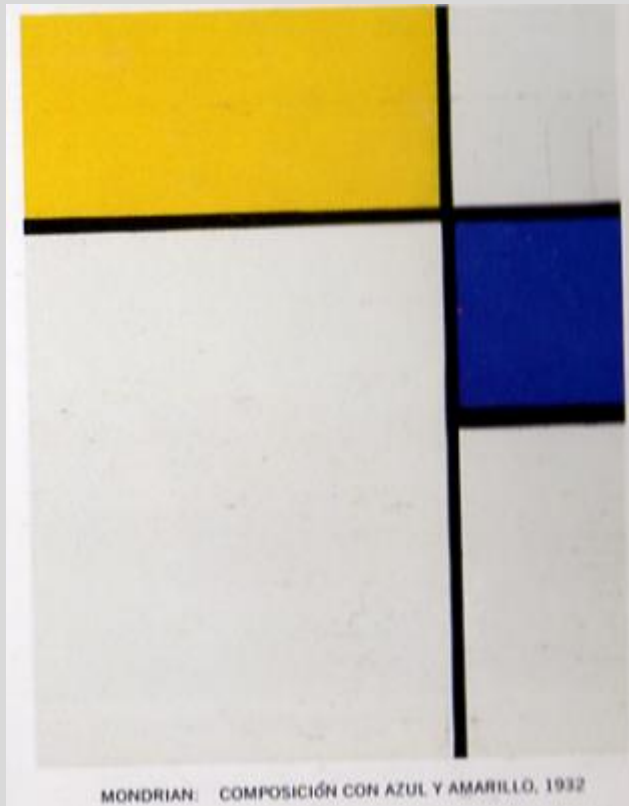


Unidad II: La función cuadrática y potencial



MONDRIAN. COMPOSICIÓN CON AZUL Y AMARILLO, 1932



¿Qué es una función potencial?

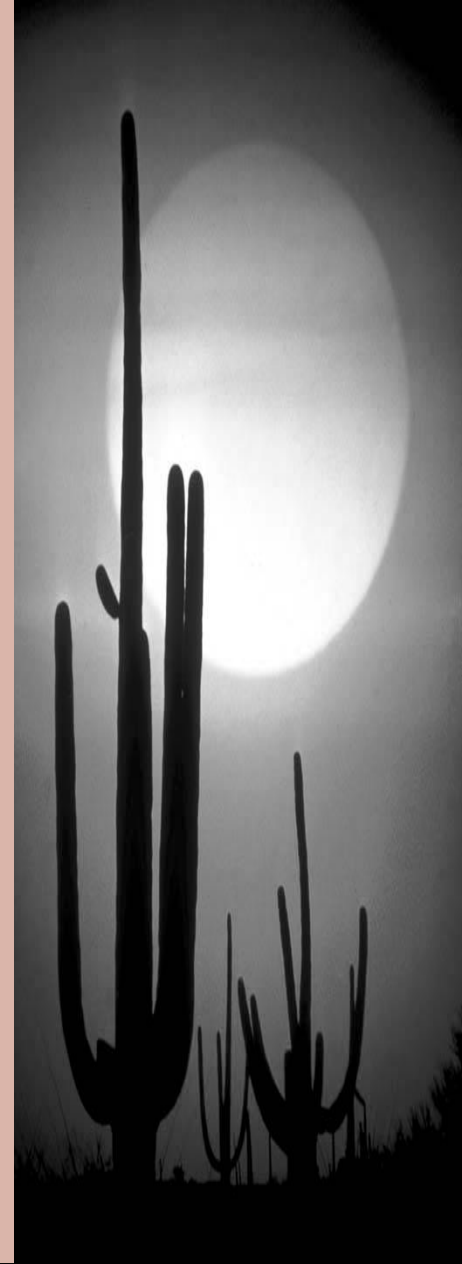


La función potencial

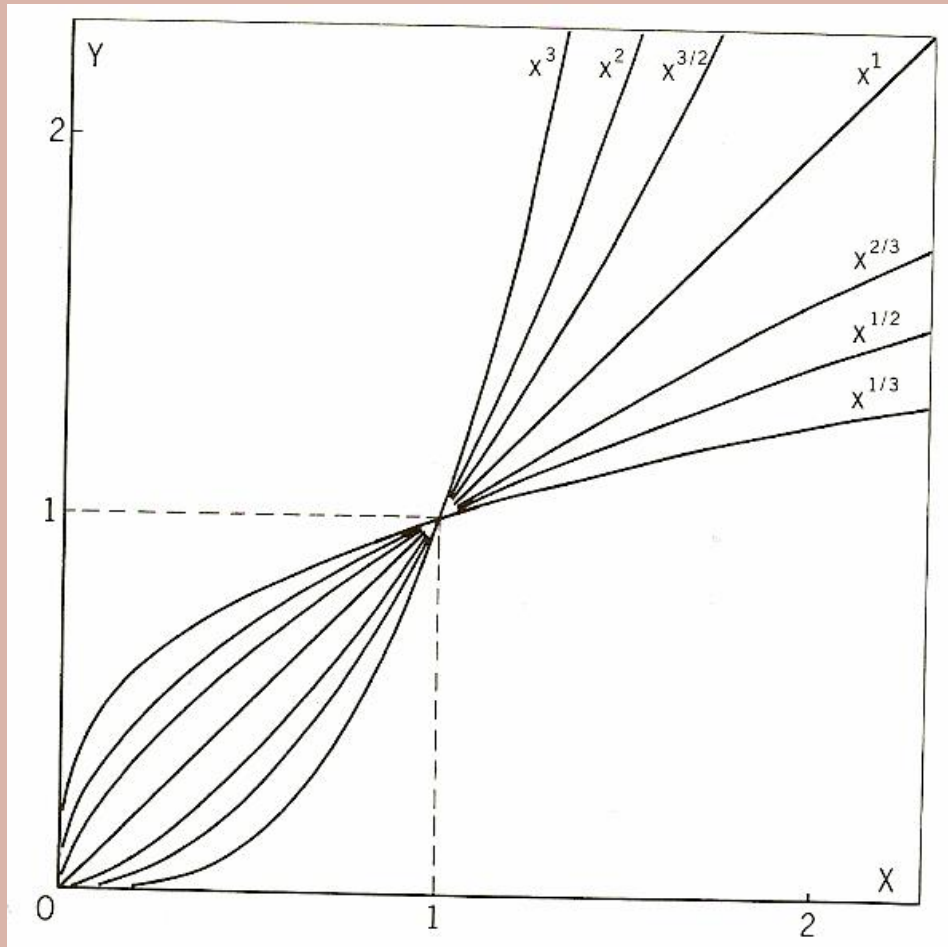
- La función potencial es aquella donde la variable x se puede escribir x como una primera potencia $y=x^1$ y se puede generalizar como $y=ax^n$.



Como es el comportamiento de una función potencial y cuadrática



Gráficos de funciones potenciales



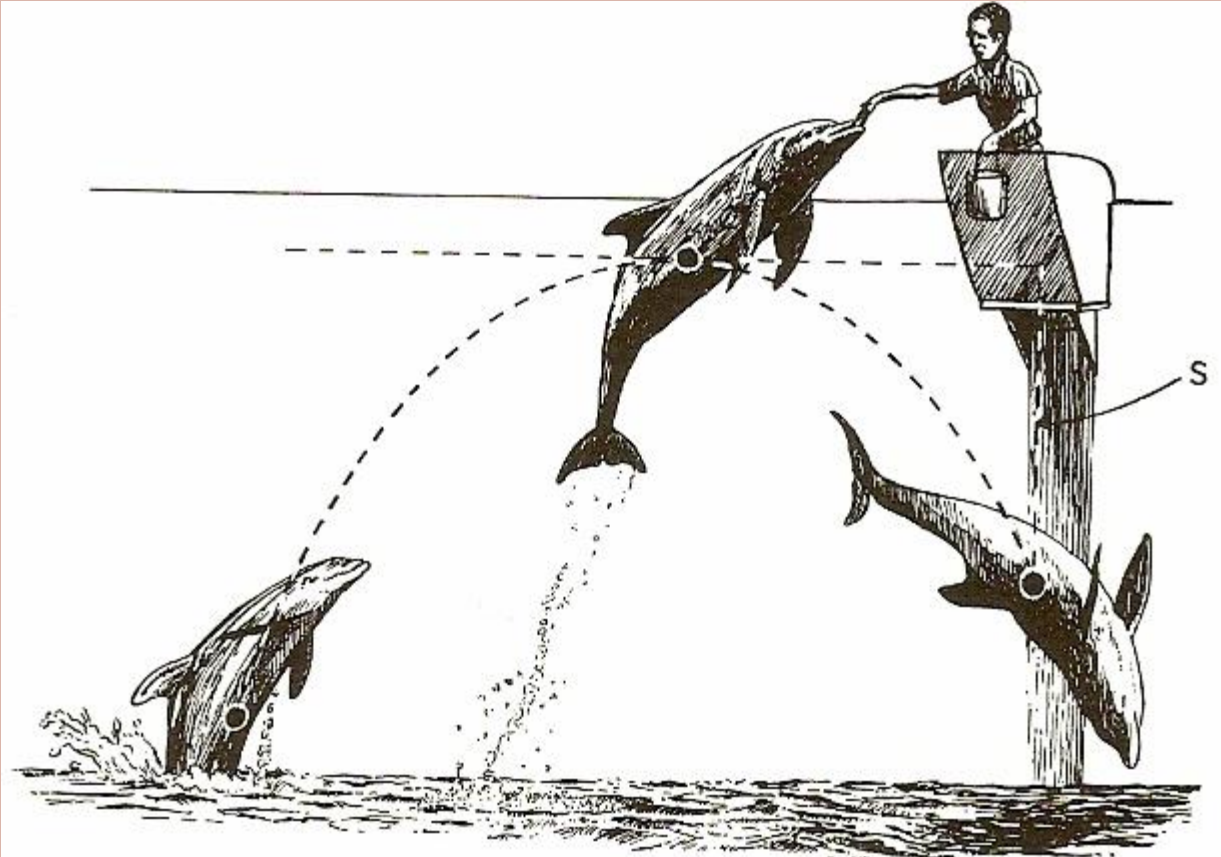
La función potencial con exponentes positivos
(Batschelet, 1979)



¿Qué animal describe un movimiento parabólico?



Salto del delfín



El salto del delfín que describe una parábola durante su movimiento (Batschelet, 1979).

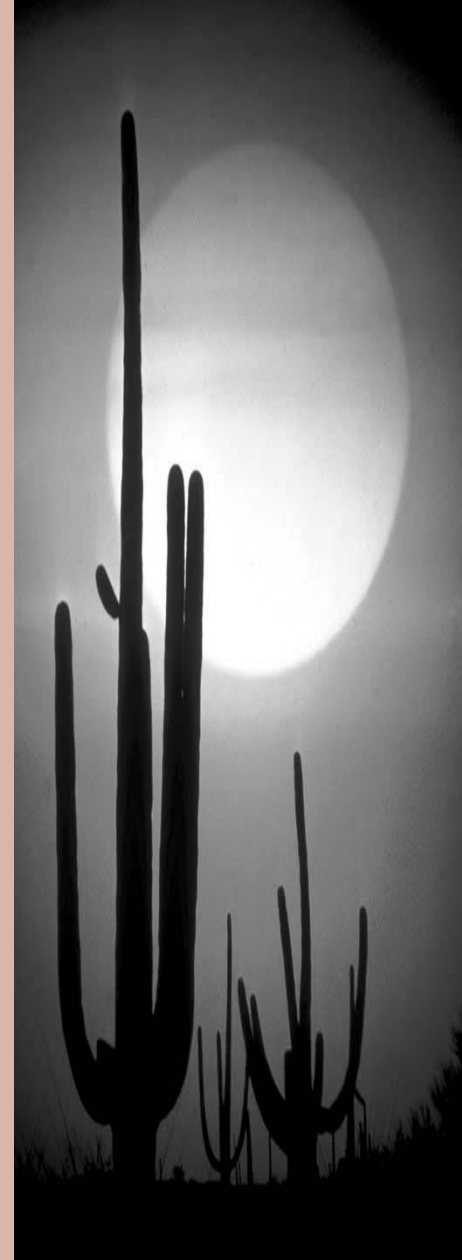
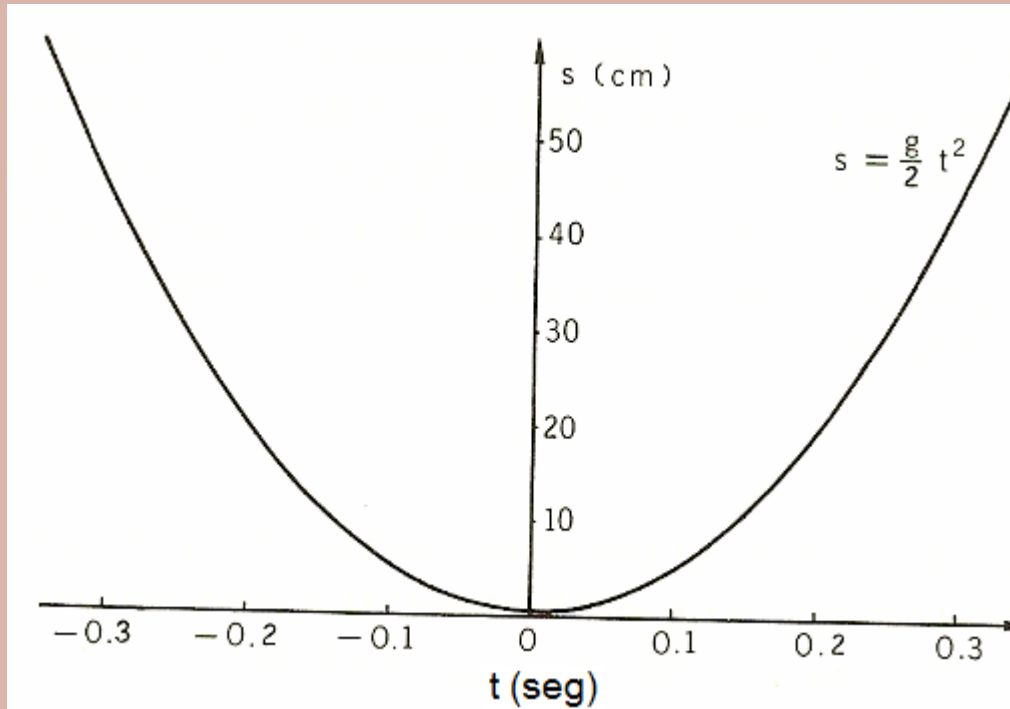


Gráfico de una función cuadrática



La grafica del desplazamiento vertical (s) es una función del tiempo (t) de la parábola (Baschelet, 1979).



¿Para qué se utiliza una sucesión de tipo potencial?

Un modelo de sucesión Potencial se utiliza para conocer el crecimiento de un organismo



La sucesión como un modelo Potencial

Sea w el peso inicial y p es la velocidad de crecimiento. El peso se incrementa cuando cambia n y toma valores de $n=0,1,2,\dots$ con respecto al tiempo y se presenta como:

$$w, w\left(1 + \frac{p}{100}\right), w\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2, w\left(1 + \frac{p}{100}\right)^3, \dots$$

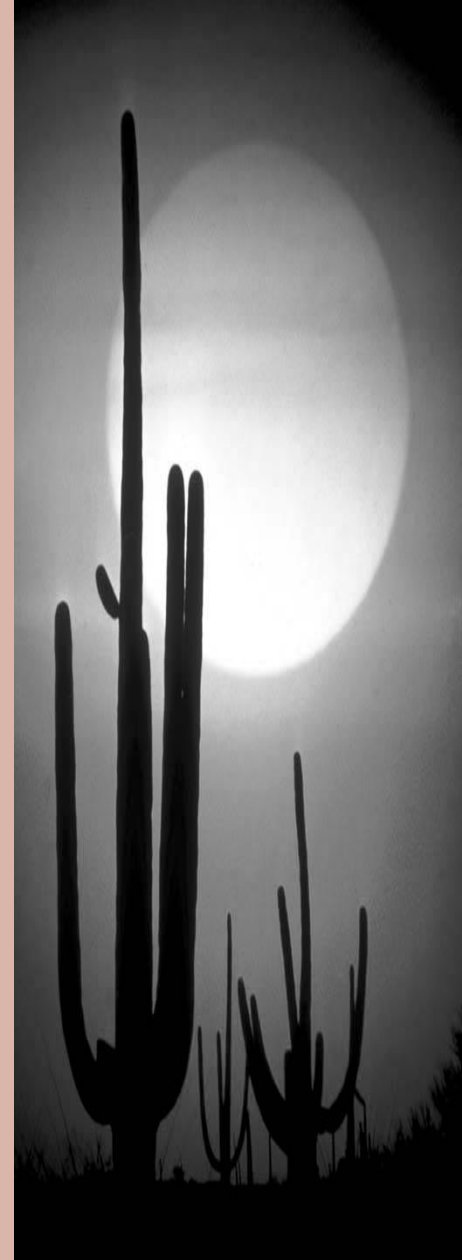
Podemos abreviar la notación anterior en:

El peso (p) es:

q = tasas de incremento

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

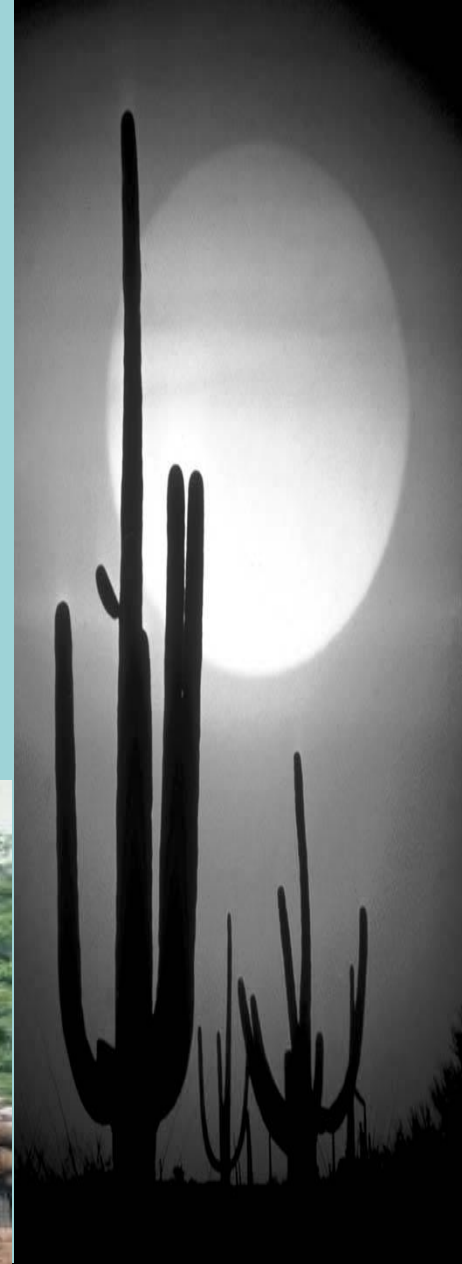
$$w, wq, wq^2, wq^3, wq^4, \dots$$



Problema aplicando la función inversa: producción de madera

La cantidad de madera de un bosque templado se incrementa de manera potencial. Se asume que la tasa anual de incremento de producción de madera es de 3.5%.

¿Cuál es el incremento que se espera a cabo de 10 años?



Solución del problema del bosque

Datos

$$q=3.5\%$$

$$x=10 \text{ años}$$

$$w=1$$

Modelo

$$y=wq^x$$

Sustitución y operación

$$q= 1(1.035)^{10}$$

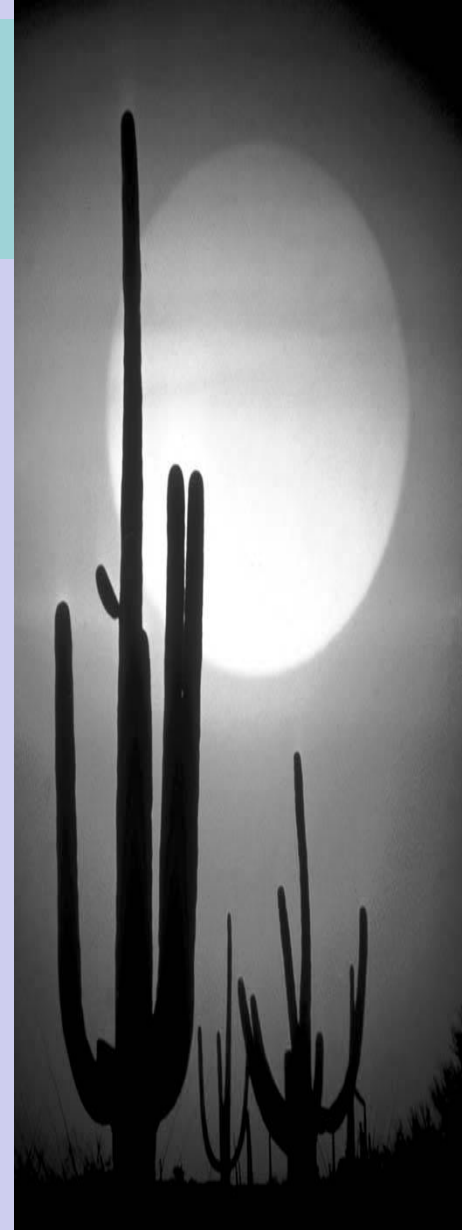
Aplicando logaritmos a ambos lados

$$\text{Log } q= \text{log}(1) + 10\text{log} (1.035)$$

$$\text{Log } q= 0+10(0.01494)=0.1494$$

$$\text{log}(q)=0.1494 \quad \text{por lo que } 10^{(0.1494)}=1.4105$$

$$q= 1.4105 \text{ por lo que } 1.4105=1 + \frac{x}{100} \quad \boxed{\text{donde } x = 41.05\%}$$



Continuación del problema anterior

Si la velocidad de producción de madera es del $p=3.5\%$ ahora se pregunta: ¿En cuanto tiempo debe pasar para que la producción se duplique?

Datos

$$q=3.5\%$$

¿ x = tiempo?

Modelo

$$y=w_0q^x \text{ donde } 2w_0=y$$

$$2=w_0q^x$$

Sustitución y operación

$$2= (1.035)^x$$

Aplicando logaritmos a ambos lados



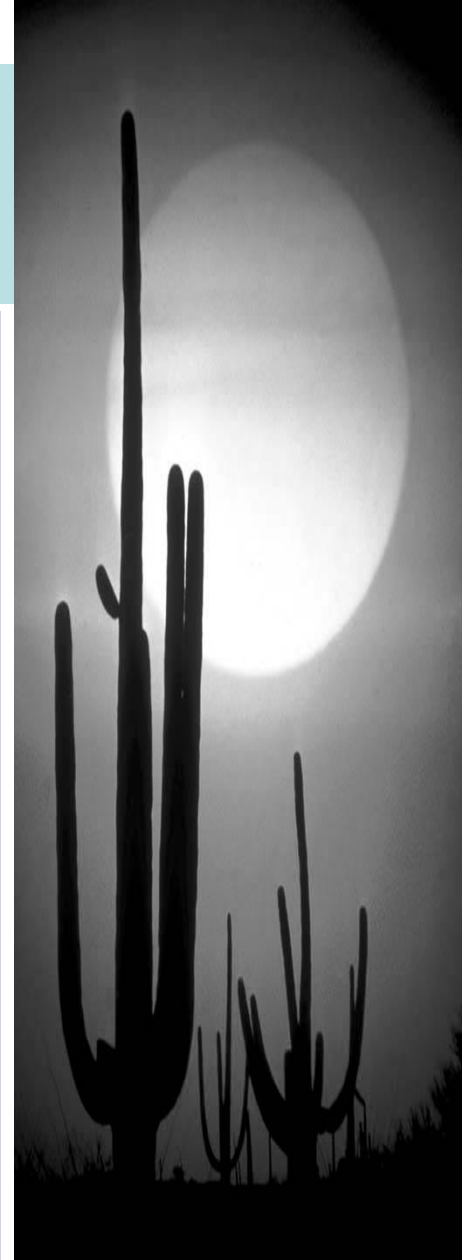
La sucesión aritmética

La sucesión aritmética se expresa de la siguiente manera.

$$a(n-1) + b, an + b, a(n+1) + b$$

Ejemplo: determine si la siguiente sucesión es de tipo aritmético.

$$7, 11, 15, 19$$



La sucesión geométrica

La sucesión geométrica contiene tres términos consecutivos.

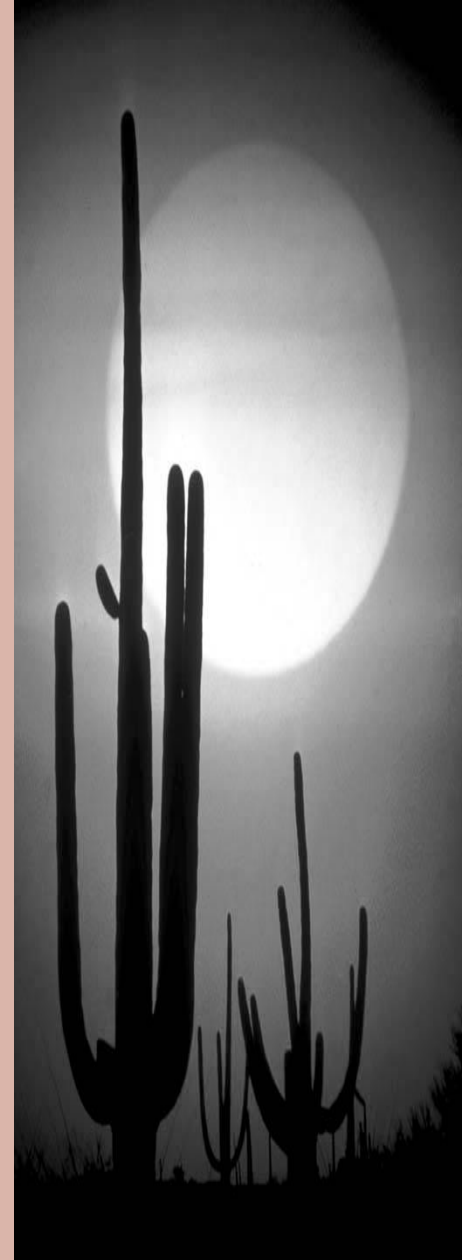
$$aq^{n-1}, aq^n, aq^{n+1}$$

Ejemplo: determine si la siguiente sucesión es de tipo geométrico.

$$2, 6, 18, 54, 162$$



Propiedades de una función potencial



Propiedades de la función potencial

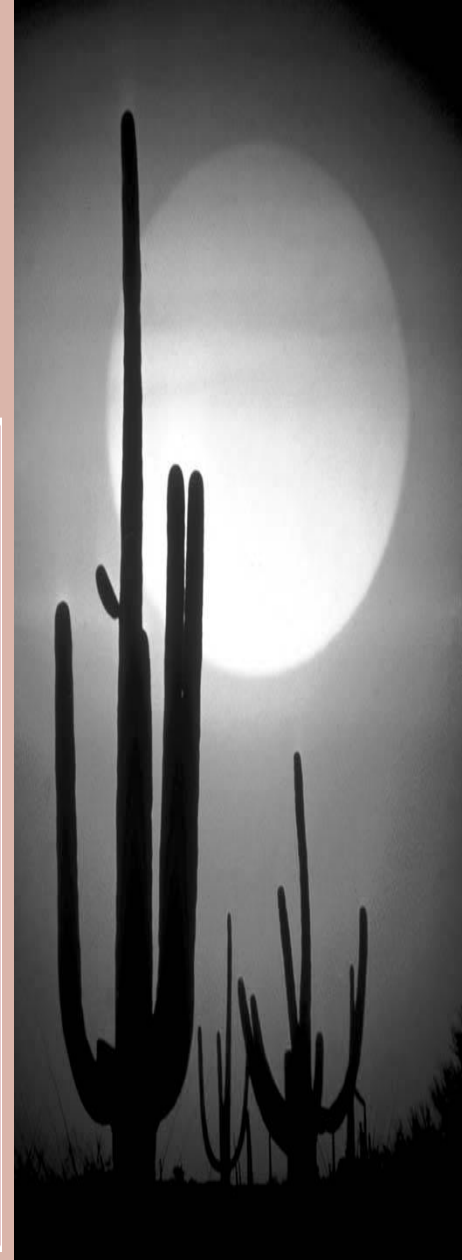
En las expresiones siguientes a y b son números racionales y “ m ” y “ n ” pueden ser positivos o negativos.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

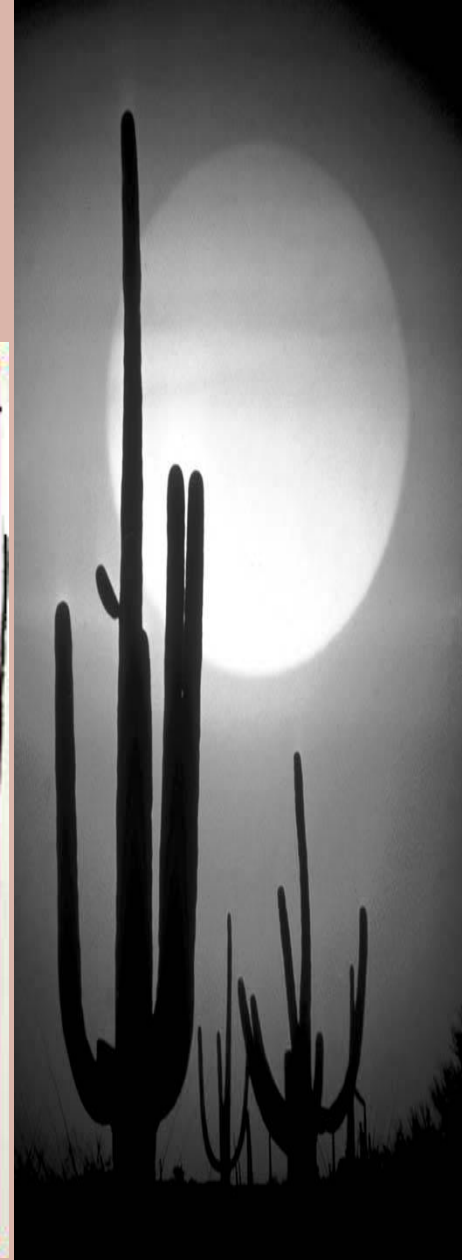
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

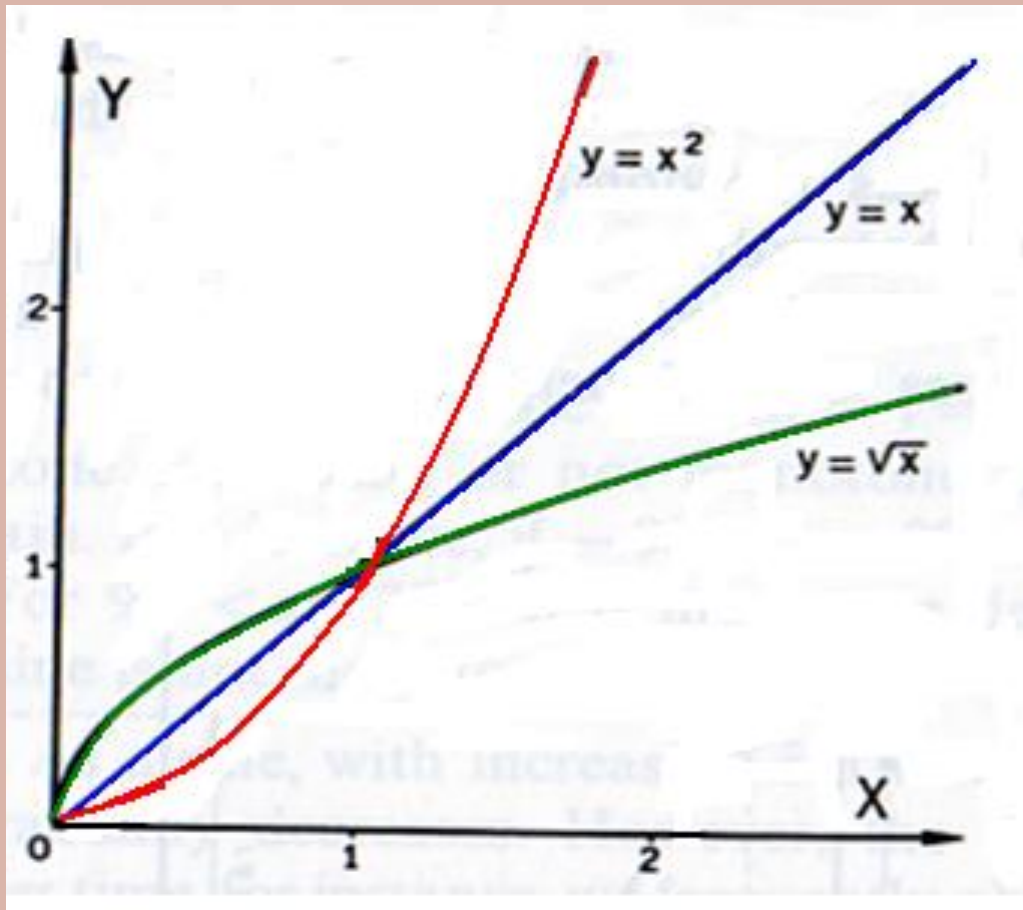
$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$



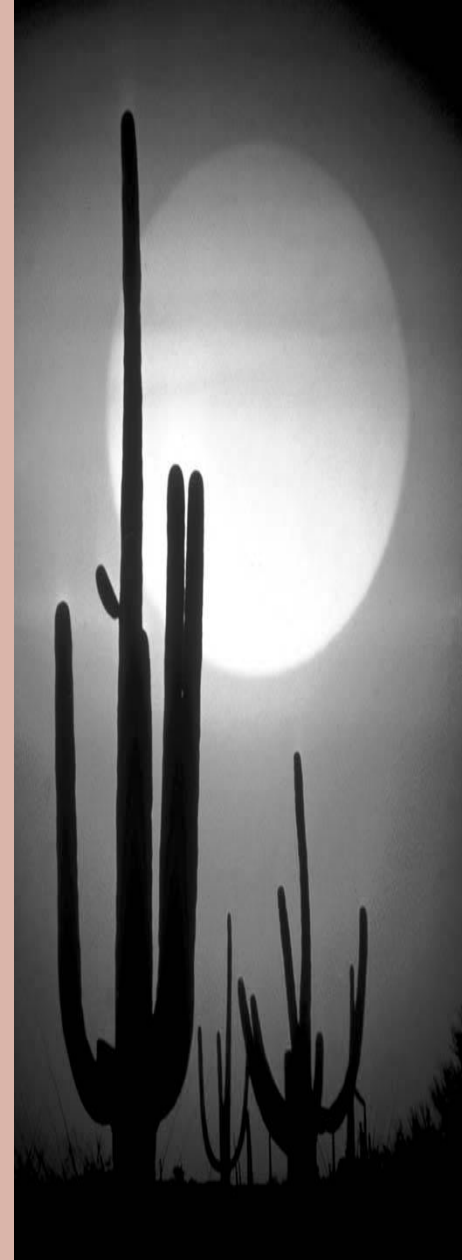
La función inversa de una función cuadrática



Función inversa de $y=x^2$



La función inversa de $y=x^2$ para $x \geq 0$ es $y=\sqrt{x}$
(Batschelet, 1979).



Propiedades de los logaritmos

El termino Log significa logaritmo base 10 y este presenta las siguientes propiedades:

$$\text{Log } ab = \text{log } (a) + \text{log } (b)$$

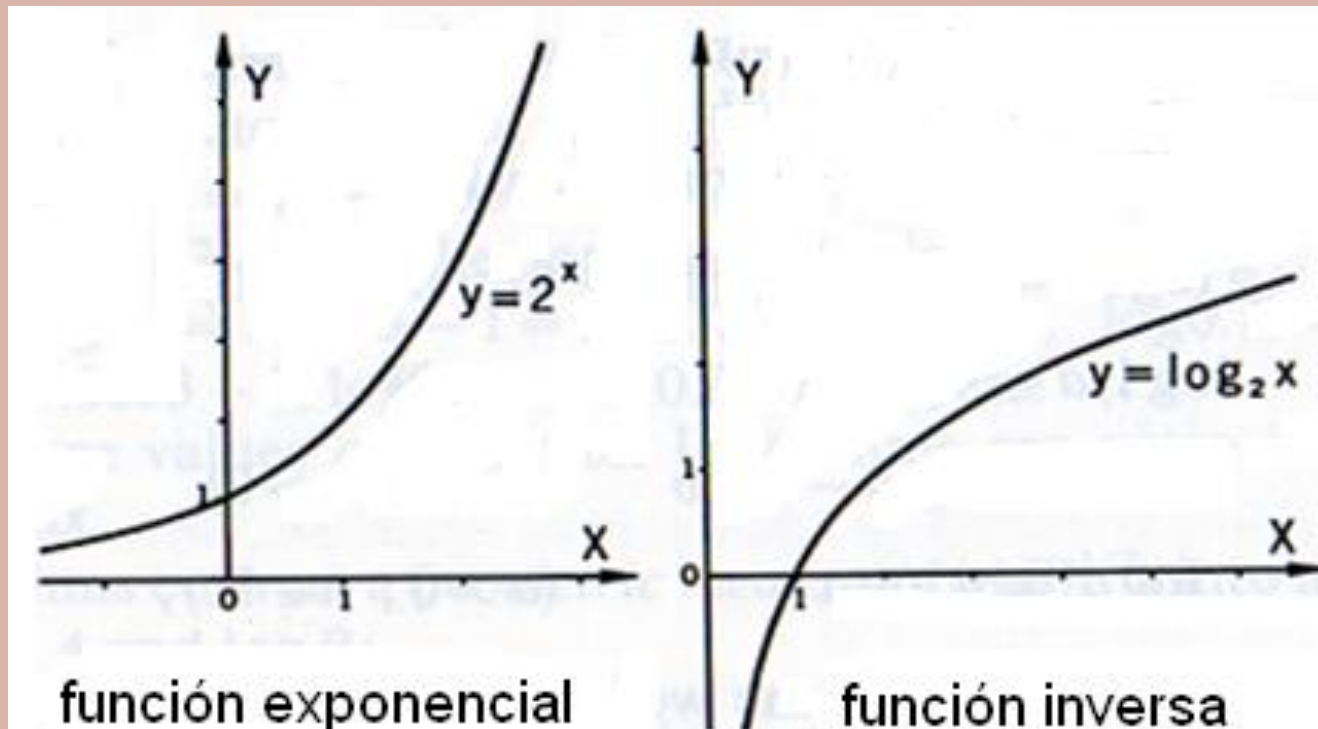
$$\text{Log } 1/a = \text{log } 1 - \text{log } (a)$$

$$\text{Log } a/b = \text{log } (a) - \text{log } (b)$$

$$\text{Log } a^n = n \text{log } (a)$$



La función inversa de una función exponencial: $y=2^x$ es $y=\log_2 x$ (Batschelet, 1979).



¿La función inversa de $r = \frac{1}{2}(5)^t$ es?

Si tenemos la función $r = \frac{1}{2}(5)^t$

Encontrar la función inversa

Aplicando logaritmos a ambos lados de la igualdad

$$\log(r) = \log\frac{1}{2} + t\log(5)$$

Despejar t

$$t = \frac{\log(r) - \log\frac{1}{2}}{\log 5} \quad \text{si se cambia la variable t por r entonces tenemos:}$$

$$r = \frac{\log(t) - \log\frac{1}{2}}{\log 5}$$

