

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO
FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN
UNIDAD LOS URIBE



UNIDAD DE APRENDIZAJE
MATEMÁTICAS FINANCIERAS
UNIDAD I y II



PROGRAMA EDUCATIVO
LICENCIATURA EN CONTADURÍA, TRONCO COMÚN CON
Y LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN

ELABORADO POR:
DR. EN C.A. FILIBERTO ENRIQUE VALDÉS MEDINA
PROFESOR DE TIEMPO COMPLETO

SEPTIEMBRE 2018

PROPÓSITO

- Proporcionar información que ayude al estudiante a conocer, identificar y diferenciar las progresiones aritméticas de las geométricas, y su aplicación.
- Así mismo explicar al alumno el concepto de interés simple y uso del mismo.

ÍNDICE

- Unidad I. Progresiones
- Unidad II. Interés Simple

1. UNIDAD I. PROGRESIONES



Fuente. Matemáticas Cercanas, 2014

Unidad I. Progresiones

1. DEFINICIÓN PROGRESIONES

Son series de términos donde los valores se obtienen sumando o multiplicándole al término anterior un número fijo. Si el valor es agregado mediante la suma, la progresión es aritmética, y será geométrica si el valor agregado se hace utilizando la multiplicación (Mena Torres, 2017).

Unidad I. Progresiones

1.1 TIPOS PROGRESIONES

Se expondrán dos tipos de progresiones que son aritméticas y las geométricas. Las primeras se caracterizan porque la diferencia entre dos términos sucesivos cualesquiera es siempre la misma; mientras que en las segundas, el cociente entre dos términos sucesivos es constante: es siempre el mismo (Mena Torres, 2017).

Las progresiones se representan como: a_1, a_2, \dots, a_n

Unidad I. Progresiones

1.1 EJEMPLO PROGRESIONES

Ventas anuales de una exportadora

- Las ventas anuales de la exportadora Cítricos y Derivados, S. A., en los últimos 7 años son: 6.80, 7.25, 8.30, 8.60, 9.70, 10.25 y 12.45, cantidades que representan una sucesión, donde el primer término es $a_1 = 6.80$, el segundo es $a_2 = 7.25$ y el último es $a_7 = 12.45$.

Unidad I. Progresiones

1.1 Tasas de rendimiento anual de los CETES

Suponiendo que, durante las últimas semanas de 2004, la tasa de rendimiento anual de los CETES, Certificados de la Tesorería de la Federación, a 28 días correspondió a los siguientes porcentajes: 8.21, 8.25, 8.29, 8.31, 8.32, 8.34, 8.37, y 8.36. Éstos son valores que constituyen una sucesión, cuyo primer término es $a_1 = 8.21$, el segundo es $a_2 = 8.25$, y el octavo es $a_8 = 8.36$.

Es común expresar los términos de las sucesiones mediante una fórmula en función de n o de cualquier otra literal, la cual se reemplaza sucesivamente por los números enteros positivos 1, 2, 3, ...

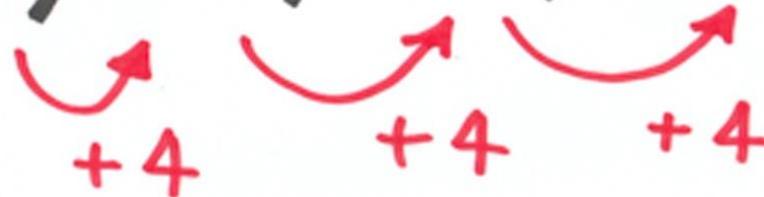
Unidad I. Progresiones

1.1 PROGRESIONES ARITMÉTICAS

De acuerdo a Villalobos, J. (2007) una progresión es aritmética si cada término es igual al anterior más una constante d llamada diferencia común, es decir, si el n -ésimo término es:

$$a_n = a_{n-1} + d$$

7, 11, 15, 19, ...



Fuente. Villalobos, J., 2007

Unidad I. Progresiones

Así bien, se tiene que para encontrar la diferencia entre los términos es necesario restar el que procede, es decir $d = a_n - a_{n-1}$

Progresión aritmética

Los primeros términos de la progresión $a_n = 5n + 1$ son $a_1 = 5(1) + 1 = 6$, $a_2 = 5(2) + 1 = 11$, $a_3 = 5(3) + 1 = 16$, $a_4 = 5(4) + 1 = 21$, $a_5 = 5(5) + 1 = 26$

La anterior es una progresión aritmética, ya que cada término es igual al anterior más 5 y la diferencia común es 5 Villalobos, J. (2007).

Unidad I. Progresiones

Teorema para encontrar cualquier término sin tener el inmediato anterior. El n -ésimo término de la progresión aritmética con a_1 como primer término y d como la diferencia común es:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Ejemplo. Término de la progresión aritmética

Se deberá encontrar el vigésimo cuarto término de la progresión aritmética 10, 4, ...; de lo anterior se tiene que $a_2 = a_1 + d$, la diferencia es $d = a_2 - a_1$, lo que quiere decir $d = 4 - 10$ o $d = -6$

$$a_{24} = 10 + (24 - 1)(-6)$$
$$a_{24} = -128$$

Unidad I. Progresiones

1.1 SUMA DE LOS PRIMEROS TÉRMINOS

De acuerdo a Villalobos, J. (2007) la suma también recibe el nombre de serie y puede ser finita o infinita. Como se ha mencionado anteriormente cada término es igual al anterior más una constante d , también es cierto que cada uno es igual al que le sigue menos d , lo anterior se representa como:

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n$$

o bien como

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1$$

Unidad I. Progresiones

Al sumar ambas ecuaciones se obtiene la siguiente ecuación:

$$2S_n = na_1 + na_n$$

Finalmente al dividir, y factorizar n , la ecuación se reduce a la siguiente expresión:

$$S_n = (n/2)(a_1 + a_n)$$

Así bien se interpreta como la suma desde el primer término a_1 , hasta el enésimo a_n , en una serie aritmética con diferencia común d .

Unidad I. Progresiones

Carl F. Gauss dio la respuesta correcta ante la suma de los primeros 100 números enteros positivos $1+2+3+\dots+99+100$ utilizando la fórmula $S_n = (n/2)(a_1 + a_n)$.

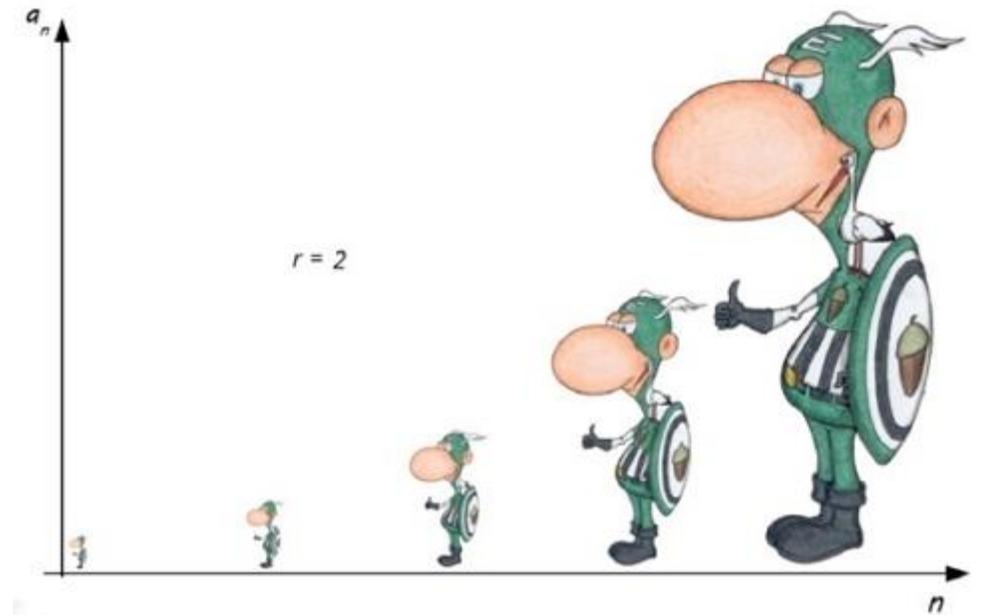
Argumentó que sumó el primero y el último término, el segundo con el penúltimo, el tercero con el antepenúltimo y así sucesivamente hasta llegar a los términos medios notando que tales sumas eran siempre iguales a 101; esto es, $a_1 + a_{100}$ o $a_1 + a_n$ con $n=100$, resultado que multiplicó por 50, es decir, por $n/2$.

Su respuesta fue 5050, lo cual significa que $50(101)$ o $(n/2)(a_1 + a_n)$.

Unidad I. Progresiones

1.2 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Se llama progresión geométrica a toda sucesión de términos en la cual la razón o cociente entre un término cualquiera y el anterior a este es constante y se utiliza para calcular el total del interés más al capital al cabo de un determinado tiempo, liquidados sobre una cantidad fija y una tasa de interés simple García, J. (2008).



Fuente. Matemáticas Cercanas, 2014

Unidad I. Progresiones

Una progresión es geométrica si cada término es igual al anterior por una constante r llamada razón común, es decir, si:

$$a_n = a_{n-1} (r)$$

Note que para hallar la razón se divide un término entre el que le precede, esto es:

$$r = a_n / a_{n-1}$$

Villalobos, J. (2007)

Unidad I. Progresiones

1.2 EJEMPLO PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Términos de una progresión geométrica los primeros seis términos de la progresión geométrica con $a_1 = 4$, el primer término, y $r = 1/2$, la razón común, son (Villalobos, 2009):

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 4(1/2)=2$$

$$a_3 = 2(1/2)=1$$

$$a_4 = 1(1/2)=1/2$$

$$a_5 = (1/2) (1/2)=1/4$$

$$a_6 = (1/4) (1/2)=1/8$$

Unidad I. Progresiones

Teorema para encontrar cualquier término sin tener el inmediato anterior. El n -ésimo término de la progresión geométrica, cuyo primer término es a_1 y la razón es r , se define como (Villalobos, 2009):

$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

Aplicando la fórmula obtenemos que el exponente de r en cada término es uno menos que el subíndice de a .

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r$$

$$a_4 = a_3 r$$

$$a_5 = a_4 r$$

Unidad I. Progresiones

1.2 SUMA DE LOS PRIMEROS TÉRMINOS

Si a_1 es el primer término y r es la constante en una serie geométrica, la suma de los primeros n términos se expresa como:

$$S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r} \quad \text{si } r \neq 1 \quad \text{o} \quad S_n = na_1 \quad \text{si } r = 1$$

2. UNIDAD II. INTERÉS SIMPLE



Fuente. Mate EAC, 2018

Unidad II. Interés Simple

2.INTERÉS SIMPLE

Se analizarán los elementos y metodología para trasladar, en el tiempo y de manera simbólica, con fines de reflejar la situación de la vida real, los capitales que intervienen en cualquier operación de índole financiera y comercial (Villalobos, 2007)



Fuente. Calcuworld, 2018

Unidad II. Interés Simple

2.1 INTERÉS

El interés se define como el pago por el uso del dinero ajeno y regularmente es denotado con la letra ***I***.

De acuerdo a Villalobos, J. (2007) otras formas de conceptualizar son:

- El cambio en el valor del dinero con el paso del tiempo.
- Es el precio que tiene el dinero como cualquier otro bien; es el pago por la adquisición de bienes y servicios en operaciones de crédito, etcétera.

Unidad II. Interés Simple

El dinero que produce un capital al prestarlo o invertirlo para que otros lo usen sin ser de su propiedad. Por ejemplo, si usted consigue un préstamo bancario, estará utilizando un dinero que no es suyo sino del banco. También si invierte un capital en un banco, entonces el banco le pagará intereses por usar el dinero de usted (Villalobos, 2007).

Numéricamente hablando, los intereses son la diferencia entre dos cantidades: el capital y el monto.

Unidad II. Interés Simple

2.2 MONTO Y CAPITAL

Si al transcurrir el tiempo una cantidad de dinero, C , se incrementa hasta otra, M , entonces el interés es $I = M - C$, donde C es el capital, y M el monto del capital.

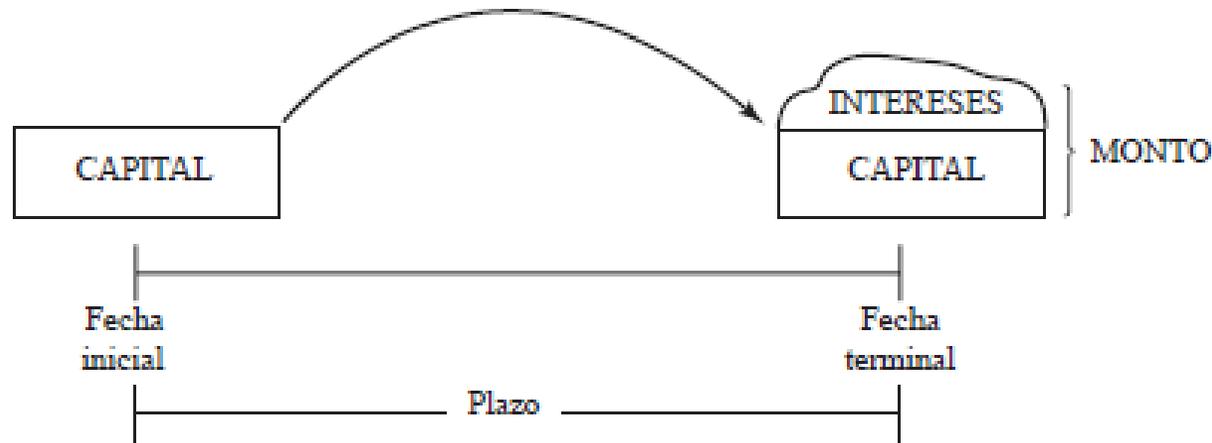


Fuente. Amen, 2018

Unidad II. Interés Simple

2.3 PLAZO O TIEMPO

Al número de días u otras unidades de tiempo que transcurren entre las fechas inicial y final se le llama **plazo** o **tiempo**.



Villalobos, J. (2007)

El monto siempre es mayor que el capital y se ubica en un tiempo futuro respecto del capital.

Unidad II. Interés Simple

2.4 TASA DE INTERÉS

La razón entre el interés I y el capital C por unidad de tiempo se llama tasa de interés, por lo tanto:

$$i = I/C$$

Estas tasas son variables y se determinan sumando puntos porcentuales a las tasas de referencia siguientes:

- La *tasa líder*, de rendimiento, con que se ofrecen los certificados del Tesoro (CT) a 28 días de plazo en su colocación primaria.
- El CPP, o costo porcentual promedio de captación.
- La TIIE o tasa de interés interbancaria de equilibrio.

Unidad II. Interés Simple

2.5 EJERCICIO

Intereses, capital, monto, tasa de interés, plazo y tipo de interés

Se invierten \$4,000 y al término de 1 año se reciben \$4,500 por la inversión. El valor presente es $C=\$4,000$, el monto es $M=\$4,500$ y los intereses son la diferencia de M y C :

$$I = 4,500 - 4,000$$

$$I = \$500$$

La tasa de interés es $i = 500/4,000 = 0.125$. El tipo de interés es, por lo tanto, $0.125(100) = 12.5\%$ anual, y el plazo es de 1 año.

Unidad II. Interés Simple

2.6 INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

- **Interés Simple.** Solo el capital gana intereses.
- **Interés Compuesto.** A intervalos de tiempo preestablecidos, el interés se agrega al capital por lo que también genera intereses.



Fuente. Rawpixel, 2018

Unidad II. Interés Simple

2.7 INTERÉS SIMPLE

Los intereses que produce un capital C con una tasa de interés simple anual i durante n años están dados por:

$$I = Cin$$

Así mismo se entiende que los intereses son proporcionales al capital, al plazo y a la tasa de interés.

Cuando al final del periodo de una inversión sólo se retiren los intereses, se entiende los intereses ganados son simples.

Unidad II. Interés Simple

Aplicando el interés simple en un préstamo

Se pide determinar la tasa de interés anual, si con 25,000 se liquida un préstamo de 20,000 en un plazo de 6 meses.

$$I = M - C$$

$$I = 25,000 - 20,000$$

$$I = 5,000$$

Despejamos $I = Cin$, ya que el plazo es $n=1/2$.

$$5000 = 20,000(i)(1/2)$$

$$5000(2)/20,000 = i$$

$$i = 0.5 \text{ o } 50\% \text{ simple anual}$$

La unidad de tiempo para la tasa de interés puede no ser anual, sino mensual, diaria, trimestral o de cualquier otra unidad de tiempo. Sin embargo, en cualquier caso es importante hacer coincidir la con las unidades de tiempo del plazo
Villalobos, J. (2007).



Fuente. Culturacion, 2012

Unidad II. Interés Simple

2.8 MONTO

El valor acumulado M de un capital C que devenga intereses con la tasa de interés simple anual, i , al final de n periodos anuales es:

$$M = C(1 + in)$$



Fuente. Ganol, 2018

Unidad II. Interés Simple

Monto acumulado en cuenta bancaria

Determinar cuál es el monto acumulado en la cuenta bancaria, si se invierten 56,000 ganando intereses del 7.3% simple anual.

$$M = C(1 + in)$$

$$M = 56,000(1 + (0,073(2)))$$

$$M = 56,000(1.146)$$

$$M = 64,176$$

Unidad II. Interés Simple

2.9 DESCUENTO SIMPLE

Cuando se consigue un préstamo por un capital C , el deudor se compromete a pagarlo mediante la firma de un pagaré, cuyo valor nominal generalmente es mayor que C , puesto que incluye los intereses. Es práctica común que el acreedor, es decir, el propietario del documento, lo negocie antes de la fecha de vencimiento, ofreciéndolo a un tercero, a un precio menor que el estipulado en el propio documento, con un descuento que puede evaluarse de dos formas:

- Descuento real.
- Descuento comercial.

Unidad II. Interés Simple

El descuento nominal se expresa a través de la fórmula de interés simple $M = C(1 + in)$, siendo M al valor nominal.

El descuento comercial es calculado al restar un descuento al valor nominal a través de la fórmula $D = Mnd$ donde d es la tasa de descuento simple anual, n se refiere al plazo en años, D es el descuento comercial y M es el valor nominal.

Unidad II. Interés Simple

2.10 INTERÉS SIMPLE EXACTO Y COMERCIAL

El interés comercial u ordinario al utilizar 360 días.

El interés exacto es considerado al utilizar 365 o 366 días si es año bisiesto.

El plazo se evalúa de dos maneras:

- Con el tiempo real o exacto se contabilizan los días naturales entre las fecha inicial y terminal.
- Con el tiempo aproximado todos los meses se consideran de 30 días.

Unidad II. Interés Simple

2.11 PAGARÉ

Un pagaré es un promesa escrita de pago de determinada cantidad de dinero, con intereses o sin ellos, en una fecha dada, suscrita por un deudor a favor de un acreedor. Los elementos del pagaré son plazo, valor nominal, fecha de vencimiento y valor de vencimiento (Ayres, 1991).



Fuente: Shutterstock, 2014.

Unidad II. Interés Simple

Por otro lado Villalobos (2009) menciona que los pagarés bancarios son instrumentos que suscriben las instituciones de crédito, con rendimientos liquidables al vencimiento; se colocan mediante ofertas pública y privada, y cuentan con la garantía del patrimonio de la empresa emisora. Tienen alta bursatilidad y su plazo de vencimiento es determinado por la emisora.



Fuente. Ganol, 2018.

Unidad II. Interés Simple

2.12 Fecha Focal o Fecha de Valuación

Por otro lado se menciona que es una igualdad que establece que la suma de los valores de un conjunto de deudas es igual a la suma de los valores de un conjunto de pagos, una vez que estos valores se han trasladado a una fecha común, llamada fecha focal o fecha de valuación (Jurado, 2016)



Fuente. Shutterstock, 2014

BIBLIOGRAFÍA

1. Ayres, F. (1991). Matemáticas Financieras. Colombia: McGrawHill/Interamericana Editores S.A. de C.V. PP: 405.
2. Díaz Mata, A., & Aguilera Gómez, V. (2008). Matemáticas Financieras. México: McGrawHill.
3. García Crespo, P. (2007). Financiación Internacional. Madrid: Paraninfo.
4. García, J. (2008). Matemáticas Financieras para Ecuaciones de Diferencia Finita. Santa Fe de Bogotá: Pearson Educación de Colombia.

BIBLIOGRAFÍA

5. Jara López, B., Vargas Jiménez, M., & Solórzano González, A. (2015). Matemáticas Financieras para no Financieros. Machala: UTMACH.
6. Jurado, J. A. (2016). Matemáticas Financieras. Huancayo: Universidad Continental.
7. Mena Torres, R. (2017). Introducción al Estudio de las Matemáticas Financieras. Barranquilla y Cucuta: Ediciones Universidad Simón Bolívar.
8. Morales Cataño, Carlos Mario (2014). Finanzas del Proyecto, Introducción a las matemáticas financieras. Medellín. Centro Editorial Esumer

BIBLIOGRAFÍA

9. Villalobos, J. (2007). Matemáticas Financieras (Tercera Edición ed.). México: Pearson Educación.
10. Villalobos, J. (2009). Matemáticas Financieras (Primera Edición ed.). México: Pearson Educación.

REFERENCIAS

1. Amen, S. (Septiembre de 2018). Silver Bear Coffe. Recuperado el 11 de Septiembre de 2018, de <http://www.silverbearcafe.com/private/10.11/nomura.html>
2. Brachfield, P. (9 de Junio de 2015). www.pmcm.es. Obtenido de <http://www.pmcm.es/blog/post/distintos-vencimientos-en-las-letras-de-cambio>
3. Calcuworld. (Septiembre de 2018). Calcuworld. Recuperado el 9 de Septiembre de 2018, de <https://es.calcuworld.com/que-es-el-interes-compuesto/>

REFERENCIAS

4. Comprar Acciones Bolsa. (Junio de 2017). compraraccionesdebolsa. Recuperado el 11 de Septiembre de 2018, de <https://compraraccionesdebolsa.com/libertad-financiera/interes-compuesto/>
5. Culturacion. (Agosto de 2012). culturacion. Recuperado el 9 de Septiembre de 2018, de <http://culturacion.com/%C2%BFque-significa-el-signo-de-admiracion-en-los-dispositivos/>
6. Finanzas en Línea . (Junio de 2016). finanzasenlinea.net. Obtenido de <http://www.finanzasenlinea.net/2012/04/la-importancia-del-valor-futuro.html>

REFERENCIAS

7. Finanzas en Línea . (Junio de 2016). finanzasenlinea.net. Obtenido de <http://www.finanzasenlinea.net/2012/04/la-importancia-del-valor-futuro.html>
8. Ganol, M. (Septiembre de 2018). 123rf. Recuperado el 10 de Septiembre de 2018, de https://es.123rf.com/photo_82927031_concepto-de-inter%C3%A9s-compuesto-el-tiempo-es-dinero-inversi%C3%B3n-financiera-en-bolsa-futuro-crecimiento-del-in.html

REFERENCIAS

9. Mate EAC. (Septiembre de 2018). mateeac. Recuperado el 9 de Septiembre de 2018, de <https://mateeac.wordpress.com/tag/teoria-interes-simple/>
10. Matemáticas Cercanas. (Agosto de 2014). Recuperado el 7 de Septiembre de 2018, de <https://matematicascercanas.com/2014/08/10/serie-de-domino-i/>
11. Rawpixel. (Septiembre de 2018). Unsplash. Recuperado el 9 de Septiembre de 2018

REFERENCIAS

12. Roseke, B. (1 de Abril de 2016). projectengineer. Recuperado el 13 de Septiembre de 2018, de <http://www.projectengineer.net/how-to-calculate-present-value-2/>
13. Shutterstock. (2014). Shutterstock: Fotos, imágenes libres de regalías, vectores, videos y música. Obtenido de <https://www.shutterstock.com/es/image-photo/coins-hands-saving-money-concept-789092797?src=qrdqwJLSW-El-J644MmxtA-1-33>