



Universidad Autónoma del Estado de México
Centro Universitario UAEM Ecatepec



Centro Universitario UAEM Ecatepec

Licenciado En Informática Administrativa

Unidad De Aprendizaje

Matemáticas Discretas

FECHA 2018 B

Autor: Sonia Guadalupe Morales Martínez



Universidad Autónoma del Estado de México
Centro Universitario UAEM Ecatepec



Guion explicativo

El presente cuaderno de ejercicios, sirve como apoyo para el reforzamiento de los conocimientos necesarios sobre las Matemáticas Discretas, para que el alumno domine y tenga la capacidad de resolver problemas de la vida cotidiana de una forma estructurada y analítica.

Objetivo de la Unidad de Aprendizaje

Comprender de mejor manera la relación entre las ciencias computacionales y aspectos de las matemáticas finitas, especialmente la lógica, las relaciones y funciones así como los árboles y grafos que le permitirán, al estudiante de informática, aplicarlos a problemas de lenguajes de programación y estructura de datos.



Secuencia Didáctica

IDIOMAS	
MATEMÁTICAS	
ADMINISTRACIÓN	
COMPETENCIAS	
CONTABILIDAD	



UNIDAD I

Proposiciones lógicas

Propósito

Identificar las operaciones básicas de las proposiciones lógicas con los conectores y resolver ejercicios utilizando las tablas de verdad que brinden para estimar los valores de verdad de expresiones lógicas.

Proposiciones

- Sentencias declarativas o reglas que tienen valores
- Valores, verdadero o falso, pero no ambos y tampoco pueden no tomar ningún valor
- Una proposición es un echo

Ejemplos: Verdaderos

- El cielo es azul
- La nieve es fría
- $12 \times 12 = 144$
- Vicente fox fue presidente

Ejemplos: Falsos

- Holanda hace televisiones
- $8 + 99 = 231$
- Los insectos crean su comida a través de la fotosíntesis

Conectivos:

Las proposiciones son expresadas a través de variables (P, Q, R, S) conectivos lógicos y operadores establecen relaciones entre 2 o más proposiciones.

Nombre	Simbología	Significado
Negación	$\neg, -, \sim$	no
Conjunción	\wedge o *	and, y
Disyunción	\vee, \pm	or, o
Condiciónal	\rightarrow, \supset	si.... Entonces
Bicondiciónal	\leftrightarrow, \equiv	si y solo si



Negación: La negación es la inversa de los valores de verdad de una declaración

P	$\neg P$
V	F
F	V

- Algunas personas tienen miedo a morir (P)
- Algunas personas no tienen miedo a morir ($\neg P$)

Conjunción: Cuando conjugamos 2 declaraciones tienen el sentido de afirmar o son simultáneamente verdaderas.

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

-P: Londres es capital de Inglaterra

-Q: Cuba es una Isla

Londres es la capital de Inglaterra y cuba es una isla.

Disyunción: Tienen la función de encarar 2 proporciones indicando que al menos una de ellas es verdadera o ambas.

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

-P: 3 ES UN NUMERO PRIMO

-Q: 3 ES UN NUMERO NATURAL

3 ES UN NUMERO PRIMO O 3 ES UN NUMERO NATURA



Condicional: Al relacionarse 2 proposiciones con este conector es muy importante distinguir la esta a la izquierda (a la que se le llama antecedente) de la que queda a la derecha (consecuente)

El sentido de este conector es señalar, que si la proporción antecedente es verdadera, también lo es la proporción consecuente.

P Q $P \rightarrow Q$

V V V

V F F

F V V

F F V

P: MARTE ES UN PLANETA

Q: MARTE BRILLA CON LUZ PROPIA

SI MARTE ES UN PLANETA ENTONCES MARTE BRILLA CON LUZ PROPIA

Bicondicional: Conector lógico que al reaccionar 2 proposiciones indica que el valor de verdad de ambas es el mismo ya sea verdadero o falso.

P Q $P \leftrightarrow Q$

V V V

V F F

F V F

F F V

P: FEBRERO TIENE 29 DIAS

Q: EL AÑO ES BICIESTO

FEBRERO TIENE 29 DIAS SI Y SOLO SI EL AÑO ES BICIESTO



EJERCICIOS:

EJEMPLO:

P	Q	R	(P	\wedge	Q)	V	(R	\rightarrow	Q)
V	V	V				V			V
V	V	F				V			V
V	F	V				F			F
V	F	F				F			V
F	V	V				F			V
F	V	F				F			V
F	F	V				F			F
F	F	F				F			V

1.-

P	Q	R	(P	\vee	Q)	V	R	\leftrightarrow	P	\vee	(Q	\vee	R)
V	V	V				V			V				V
V	V	F				V			V				V
V	F	V				F			V				V
V	F	F				F			V				F
F	V	V				F			V				V
F	V	F				F			V				V
F	F	V				F			V				V
F	F	F				F			V				F

2.-

P	Q	R	(P	\wedge	Q)	\wedge	R	\leftrightarrow	P	\wedge	(Q	\wedge	R)
V	V	V				V			V				V
V	V	F				V			F				F
V	F	V				F			F				F
V	F	F				F			F				F
F	V	V				F			F				V
F	V	F				F			F				F
F	F	V				F			F				F
F	F	F				F			F				F

3.-

P	Q	(P	\vee	Q)	\leftrightarrow	(Q	\vee	P)
V	V				V			V
V	F				V			V
F	V				V			V



F	F	V	V	V
---	---	---	---	---

4.-

	P	Q		(P	∧	Q)	↔	(Q	∧	P)
	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	V	F		F	F	F	V	F	F	F
	F	V		F	F	F	V	F	F	F
	F	F		F	F	F	V	F	F	F

5.-

	P	Q		(P	∨	Q)	≡	(Q	∨	P)
	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	V	F		V	F	V	V	V	V	V
	F	V		V	V	V	V	V	V	V
	F	F		F	F	V	V	F	V	F

EJERCICIOS

A)

	P	Q		P	→	Q
	V	V		V	V	V
	V	F		F	F	V
	F	V		V	V	V
	F	F		V	V	V

B)

	P	Q	R		(P	∧	Q)	→	(¬Q	∧	R)
	V	V	V		V	V	V	F	F	F	F
	V	V	F		V	V	V	F	F	F	F
	V	F	V		F	V	V	V	V	V	V
	V	F	F		F	V	V	V	V	F	F
	F	V	V		F	V	V	V	F	F	F
	F	V	F		F	V	V	V	F	F	F
	F	F	V		F	V	V	V	V	V	V
	F	F	F		F	V	V	V	V	F	F

EQUIVALENCIA

C)

	P	Q	R		(P	→	Q)	∧	(Q	∨	R)
	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	V	V	F		V	V	V	V	V	V	V
	V	F	V		F	V	V	F	V	V	V
	V	F	F		V	V	V	F	F	V	F



F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F

D)	A	B	C	D	S	A	→	(B	V	C)	∧	(¬D	→	S)
	V	V	V	V	V	V		V	V	V	V	F	V	V
	V	V	V	V	F	V		V	V	V	V	F	V	F
	V	V	V	F	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	V	V	V	F	F	F		F	V	V	F	V	F	F
	V	V	F	V	V	V		V	V	V	V	F	V	V
	V	V	F	V	F	V		V	V	V	V	F	V	F
	V	V	F	F	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	V	V	F	F	F	F		F	V	V	F	V	F	F
	V	F	V	V	V	V		V	V	V	V	F	V	V
	V	F	V	V	F	V		V	V	V	V	V	V	V
	V	F	V	F	F	F		F	V	V	F	V	F	F
	V	F	F	V	V	V		F	F	V	F	F	V	V
	V	F	F	F	V	V		F	F	V	F	V	V	V
	V	F	F	F	F	F		F	F	V	F	V	F	F
	F	V	V	V	V	V		V	V	V	V	F	V	V
	F	V	V	V	F	V		V	V	V	V	F	V	F
	F	V	V	F	F	V		V	V	V	F	V	F	F
	F	V	F	V	V	V		V	V	V	V	F	V	V
	F	V	F	V	F	V		V	V	V	V	F	V	F
	F	V	F	F	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	F	V	F	F	F	V		V	V	V	F	V	F	F
	F	V	F	F	F	V		V	V	V	V	F	V	V
	F	V	F	F	F	V		V	V	V	V	F	V	V
	F	V	F	F	F	V		V	V	V	V	F	V	V
	F	F	V	V	V	V		V	V	V	V	F	V	V
	F	F	V	V	F	V		V	V	V	V	F	V	F
	F	F	V	F	V	V		V	V	V	V	V	V	V
	F	F	V	F	F	V		V	V	V	F	V	F	F
	F	F	F	V	V	V		V	F	V	F	F	V	V
	F	F	F	V	F	V		V	F	V	F	F	V	F
	F	F	F	F	V	V		V	F	V	F	V	V	V
	F	F	F	F	F	V		V	F	V	F	V	F	F



EJERCICIOS DE EQUIVALENCIAS

1.-

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

(P	V	Q)	≡	(Q	V	P)
V				V		
V				V		
V				V		
F				F		

2.-

P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

(P	∧	Q)	≡	(Q	V	P)
V				V		
F				F		
F				F		
F				F		

3.-

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

(P	∧	(Q	V	R))	≡	(P	∧	Q)	V	(P	∧	R)
V			V			V		V		V		
V			V			V		V		F		
V			V			F		V		V		
F			F			F		F		F		
F			V			F		F		F		
F			V			F		F		F		
F			V			F		F		F		
F			F			F		F		F		

4.-

P	Q	R
V	V	V

P	V	(Q	∧	R)	≡	(P	V	Q)	∧	(P	V	R)
V			V			V		V		V		



V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	F	F	F	F

5.-

P	Q	$(P \leftrightarrow Q)$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

6.-

P	Q	$(P \leftrightarrow Q)$	$((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q))$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

7.-

P	Q	$\neg (P \leftrightarrow Q)$	$((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q))$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F



Lógica de predicados

Términos: Expresión con la que se nombra o se designa un único objeto ejemplo:

María está ausente

Donde el término es María y que algunos términos son nombres y algunos son descripciones que se refieren a un individuo u objeto ejemplo:

Este ejercicio es muy fácil.

Predicados: Frase que se dice sobre el termino ejemplo:

China es el país mas poblado del mundo

Termino Predicado

Sea S el predicado y sea J entonces Juan es nadador

Termino: Juan (Letra minúscula siempre)

Predicado Es nadador (Letra mayúscula siempre)

Sj

1. Maria es niña y es latosa – $Nm \wedge Lm$
2. Juan es alto y pedro bajo – $Aj \wedge Bp$
3. Maria es niña y no es latosa – $Nm \wedge \neg Lm$
4. Maria es tranquila o latosa – $Tm \vee Lm$

Ejercicios

Simbolizar las siguientes frases

1. Este libro es rojo – Rl
2. Juan es el presidente de nuestra clase y esta enojado – $Pj \wedge Ej$
3. Si tomas es elegido entonces Jorge será nombrado – $Et \rightarrow Nj$
4. Juan va a ganar si entrena todos los días - $Gj \leftrightarrow Ej$
5. Mi ejercicio de matemáticas fue suspendido – Se



2	(Pj	∧	Ej)	
P	E	P	∧	E
V	V		V	
V	F		F	
F	V		F	
F	F		F	

Cuantificadores, cuantificadores Existenciales y Universales

Cuantificadores: En lógica, teoría de conjuntos y matemáticas en general, los cuantificadores son símbolos utilizados para indicar cuántos elementos de un conjunto dado cumplen con cierta propiedad.

Cuantificadores Existenciales: La **cuantificación existencial** de P(x) "Es la proposición en que existe un elemento x en el universo de discurso tal que P(x) es verdad".

Se denota con el símbolo $\exists x$ y se lee de las siguientes maneras: "hay un x tal que...", "hay al menos un x tal que..." o "para algún x...".

Ejemplo:

Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ Determine el valor de verdad de cada uno de los enunciados siguientes:

a) $(\exists x \in A)(x+3=10)$

sol: es falso porque ningún número de A es una solución de $x+3=10$.

b) $(\forall x \in A)(x+3 < 10)$

sol: es Verdadero. cualquier número de A cumple que $x+3 < 10$

Cuantificadores Universales: Indican que algo es cierto para todos los individuos.

Sea A una expresión y sea x una variable. Si deseamos indicar que A es verdadero para todos los posibles valores de x, escribiremos $(\forall x) A$.

Ejemplos:

- Todos los humanos respiran

$(\forall x) (H(x) \rightarrow R(x))$ donde el predicado H significa humanos, R respiran y x es un elemento de un dominio general que podría ser el de las personas o cualquier subconjunto deseado.



- Todos los alumnos son estudiosos

$(\forall x) (A(x) \rightarrow E(x))$ donde el predicado A significa alumno, E estudioso y x es un elemento de un dominio general que podría ser el de las personas o cualquier subconjunto deseado.

Representación de cada cuantificador

- **Cuantificador Universal (\forall)**
- **Cuantificador Existencial (\exists)**

Cuantificadores universales

- **(\forall)** Todo o para todos
- **(\exists)** Al menos uno o algunos

Ejemplo: Todos los niños son latosos - $(\forall x) (Lx)$

Ejemplos de cuantificadores universales

Para toda x , si x es un hombre, entonces x es mortal - $(\forall x)(Tx \rightarrow Sx)$

Para algún x , x se puede hacer hombre o mujer - $(\exists x) (Tx \vee Sx)$

Ejercicios : convertir las formulas atómicas en preposiciones utilizando los cuantificadores

- Por cada x, x tiene un nombre - $(\forall x) (Nx)$
- Cada cosa, esta sujeta a un cambio $(\forall x)(Cx)$
- Para todo x , x es el valor de una variable - $(\forall x)(\forall y)$
- Nada es absolutamente frío $\neg (\forall x)(Fx)$

Ejercicios por mitad



1. Todos los alumnos de liceo asistieron al paseo - $(\forall x)(Px)$
2. Algunos profes asistieron al paseo - $(\exists x)(Ax)$
3. Todos los asistentes al paseo se bañaron en la quebrada - $(\forall x)(Bx)$
4. Cualquiera de los que se bañó en la quebrada es estudiante o profesor del liceo - $(\forall x)(Lx \vee Qx)$
5. Algunos de los alumnos reprueban el examen y se van a extraordinario – $(\exists x)(Rx \wedge Ex)$
6. Todos tienen o hacer ejercicio o se venden atrás - $(\forall x)(Vx \vee Ex)$
7. Si todos los niños estudian entonces nuestro nivel académico subirá - $(\forall x)(Nx \rightarrow Sx)$

Tarea

1. Todo entero es primo - $(\forall x)(Px)$
2. Es un entero que ni es primo ni es compuesto - (Ex)
3. Existe un entero cuyo cuadrado es 2 - $(Ex)(Cx)$
4. Todos los enteros son divisores entre cinco - $(\forall x)(Px)$
5. Algun entero es divisor entre siete - $(Ex)(Dx)$
6. El cuadrado de cualquier entero no es negativo

UNIDAD II

Relaciones

Las matemáticas son prolíficas en relaciones. En forma intuitiva. Una relación es una comparación entre dos objetos. Los objetos se relacionan o no de acuerdo con cierta regla. Por ejemplo menor que ($<$) es una relación definida en los enteros. Algunos pares de números, como (2,8) satisfacen la relación menor que, por que $2 < 8$, pero otros pares no como (10,3) ya que 10 no es menor que 3.

Hay otras relaciones definidas en los enteros, como divisibilidad, mayor que, igualdad, etc. Además hay relaciones entre otras clases de objetos, podemos preguntar si un par de conjuntos satisface la relación \leq o si un par de triángulos satisfacen la relación de congruencia en forma característica las relaciones se usan para estudiar objetos,



por ejemplo, la relación de congruencia es una herramienta central en geometría, para estudiar triángulos.

En realidad cuando en matemáticas se piensa en relaciones. Se consideran una relación R es una prueba si x y y se relacionan mediante R , si pasan la prueba se escribe xRy . En cualquier otro caso, si no se relacionan mediante R se pone una diagonal o atraviesa el símbolo.

\in = pertenece

\leq = Subconjunto

De relación como en $X \neq y$ o $A \leq B$ (A no es subconjunto de B)

Ejemplo: :

Sean $A = \{1,2,3,4\}$ y $B = \{4,5,6,7\}$ sean.

$R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

$S = \{(1,2), (3,2)\}$

$T = \{(1,4), (1,5), (4,7)\}$

$U = \{(4,4), (5,2), (6,2), (7,3)\}$

$V = \{(1,7), (7,1)\}$

Todas las anteriores son relaciones

$R =$ es una relación en A

$S =$ es una relación en A

$T =$ es relación en A a B

$U =$ es una relación de B a A

$V =$ es una relacion

Propiedades de las relaciones

Sea R una relacion definida en un conjunto A

- Si para toda $X \in A$ se cumple xRx , se dice que R es reflexiva
- Si para toda $X \in A$ se cumple xRx , se dice que R es irreflexiva



- Si para toda $X, Y \in A$ se cumple $xRy \rightarrow yRx$ se dice que R es simétrica
- Si para toda $X, Y \in A$ se cumple $(xRy \wedge yRx) \rightarrow X=Y$, se dice que R es antisimétrica
- Si para toda X, Y, Z , cumplen $(xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz$, se dice que R es transitiva

Ejercicios

Para cada una de las siguientes relaciones definidas en el conjunto $\{1,2,3,4,5\}$ determine si es reflexiva, simétrica, anti simétrica y/o transitivas

- $R = \{(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)\}$ Reflexiva, asimétrica
- $R = \{(1,2)(2,3)(3,4)(4,5)\}$ Irreflexiva, transitiva, anti simétricas
- $R = \{(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)\}$ Simétrica
- $R = \{(1,1)(1,2)(2,1)(3,4)(4,3)\}$ Anti simétrica

Indicar que tipo de relaciones es

$A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{6,7,8,9,10\}$ $C = \{11,12,13,14,15\}$

A a B

$R = \{(1,7)(2,8)(3,9)(4,10)(5,6)\}$

A a A

$R = \{(1,3)(2,4)(5,5)\}$

B a C

$R = \{(6,11)(7,12)(8,13)(9,15)\}$

B a A

$R = \{(8,3)(9,5)\}$

B a A

$R = \{(11,6)(8,12)(13,13)\}$

No es relación

$R = \{(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)\}$



A y A

Diagramas de R

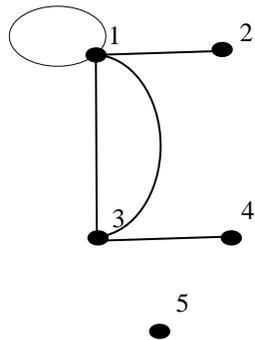
Los diagramas de los objetos matemáticos pueden ser auxiliares para comprender los conceptos, existe una forma de diagramar una relación en 1 conjunto o 1 relación de una conjunto a otro para trazar 1 dibujo de una relación R es un conjunto A, Se hace un diagrama en el que cada elemento de A este represente X un punto. Si aRb trazamos en el que cada elemento es una flecha del punto A al punto B y si Ara trazamos una flecha con bucle que salga de A y termine en A.

Ejemplo:

aRa

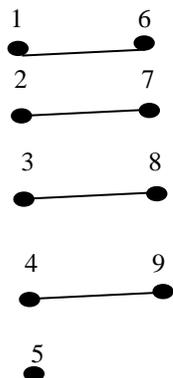
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$R = \{(1, 1)(1, 2)(1, 3)(4, 3)(3, 1)\}$





$$R = \{(1,6)(2,7)(3,8)(4,9)\}$$



Determinar las propiedades de lo siguiente

$R = \{(13,13)(7,9)(2,2)(12,15)(16,16)\}$ Transitiva y asimétrica

$R = \{(2,3)(3,4)(4,5)(5,6)\}$ Irreflexiva, transitiva y antisimétrica

$R = \{(1,1)\}$ Reflexiva y simétrica

Conjunto $a = \{1,2,3,4,5\}$ conjunto $b = \{4,5,6,7,8\}$ conjunto $c = \{8,9,10\}$

1. Hacer una relación en A de 6 pares ordenados
 $A = \{(1,1)(1,2)(2,3)(3,4)(4,5)(5,5)\}$
2. Hacer una relación de B a C de 5 pares ordenados
 $B a C = \{(4,4)(5,5)(6,8)(7,9)(8,10)\}$
3. Hacer una relación de C a A de 6 pares ordenados
 $C a A = \{(8,5)(9,4)(10,3)(9,5)(10,4)(8,2)\}$
4. $R = \{(3,4)(4,4)(5,6)(7,7)\}$
De A a B
5. $R = \{(3,8)(2,9)(10,2)\}$
A a C
6. $R = \{(4,4)(4,4)(4,6)(4,7)(4,8)\}$



De A a B

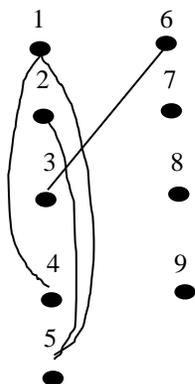
7. Hacer las relaciones inversivas de los ejercicios anteriores y determinar que tipo de relación son.

1. $\{(5,5)(5,4)(4,3)(3,2)(2,1)(1,1)\}$ conjunto A
2. $\{(10,8)(9,7)(8,6)(5,5)(4,4)\}$ Conjunto C a B
3. $\{(2,8)(4,10)(5,9)(3,10)(4,9)(5,8)\}$
4. $\{(7,7)(6,5)(4,4)(4,3)\}$ conjunto B a A
5. $\{(2,10)(9,2)(8,3)\}$ Conjunto C a A
6. $\{(8,4)(7,4)(6,4)(5,4)(4,4)\}$ conjunto B

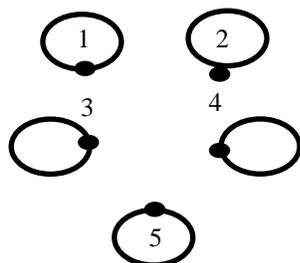
Hacer los siguientes diagramas de relaciones

$$A = \{1,2,3,4,5\} \quad B = \{4,5,6,7\}$$

1. $R = \{(1,4)(1,5)(2,5)(3,6)\}$

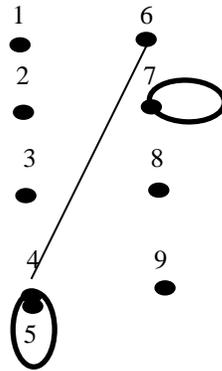


$$R = \{(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)\}$$



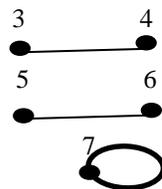


$$R = \{(4,6)(4,5)(6,7)(7,7)\}$$

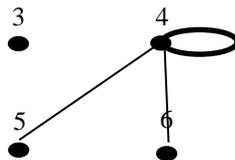


$$\text{Conjunto } A = \{1,2,3,4,5\} \quad B = \{4,5,6,7,8\} \quad C = \{8,9,10\}$$

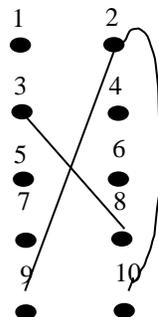
1. $R = \{(3,4)(4,4)(5,6)(7,7)\}$



2. $R = \{(4,4)(4,5)(4,6)\}$



3. $R = \{(3,8)(2,9)(10,2)\}$





Relación de equivalencia

Sea R una relación en un conjunto en un conjunto se dice que R es una relación de equivalencia siempre y cuando sea reflexiva, simétrica o transitiva.

Congruencia modulo A

Sea A un entero positivo, se dice que los enteros X y Y son congruentes modulo n y se escribe $X \equiv Y \pmod{A}$ y se va a cumplir si y solo si X y Y Difieren en un múltiplo de A.

Ejemplo: $3 \equiv 13 \pmod{5}$ $3 - 13 = -10$ (-10 múltiplo de 5)

$10 \equiv 7 \pmod{3}$ $10 - 7 = 3$ (3 múltiplo de 3)

Conteo de clases de equivalencia

Sea R una relación de equivalencias en un conjunto finito A si todas las clases de equivalencia de R tienen el mismo tamaño M la cantidad de clases de equivalencia es A / M

Ejemplo:

$A = \{1,2,3,4\}$

Clases de equivalencias

Tamaño de las clases

[0]

1 {1}{2}{3}{4}

[[1]]

4

[[1,2]]

6 {(1,2)(2,3)(3,4)(4,1)(4,2)(1,3)}

[[1,2,3]]

4 {(1,2,3)(1,2,4)(2,3,4)(1,3,4)}

[[1 2,3,4]]

1 {(1,2,3,4)}

$A = \{1,2,3,4,5\}$



Clases de equivalencia	Tamaño de la clase
{0}	1
{1}	5 {1}{2}{3}{4}{5}
{1,2}	10 {(1,2)(2,3)(3,4)(4,5)(5,3)(3,1)(5,1)(5,2)(1,4)(2,4)}
{1,2,3}	10 {(1,2,3)(1,2,4) (1,2,5)(2,3,4)(2,3,5)(3,4,5)(1,3,4) (1,3,5)(4,5,1) (2,4,5)}
{1,2,3,4}	5 {(1,2,3,4)(1,2,3,5)(3,4,5,1) (1,2,4,5) (2,3,4,5)}
{1,2,3,4,5}	1 {1,2,3,4,5}
2° Parcial	

UNIDAD III

Funciones

El concepto de función es central en matemáticas. En forma intuitiva se puede imaginar que una función es una maquina. Se alimenta un numero a la maquina, se oprime un botón y sale una respuesta. Una propiedad clave de la función es su consistencia. Cada vez que se alimenta un numero especifico, por ejemplo 4, sale el mismo resultado. La figura representa lo que explicamos en este caso, la función toma un entero por como entra y saca el valor $3x^2 - 1$. Así cada vez que se alimenta el numero 4 a la maquina entrega el resultado 47.

Una relación F se llama función simple que $(a,b) \in f$ y $(a,c) \in f$ impliquen que $b=c$.

Redactada en forma negativa, una relación f no es una función si existen a,b,c con $(a,b) \in f$ y $(a,c) \in f$ tales que $b \neq c$.

Ejemplo: $f = \{(1,2)(2,3)(3,1)(4,7)\}$

$g = \{(1,2)(1,3)(4,7)\}$

La relación F es una función, pero g no lo es porque $(1,2)(1,3) \in G \neq$



Notación de función

Sea f una función y sea A un objeto. Se define la notación $f(a)$ siempre y cuando exista un objeto b tal que $(a,b) \in f$. En este caso $f(a)$ es igual a B . En cualquier otro caso (no hay ordenada de la forma a) pertenece a f , La notación $f(a)$ no está definida. Los símbolos $f(a)$ se leen “efe de a ” para la función anterior, se cumple

$$f(1) = 2 \quad f(z) = 3 \quad f(3) = 1 \quad f(4) = 7$$

Pero para cualquier otro objeto x , es indefinida $f(x)$. se va aclarando la razón por la que g no es una función ¿Que es $g(1)$? como $(1,2)$ y $(1,3) \in G$, la notación $G(1)$ no especifica un valor único.

Dominio e imagen

Sea f una función. El conjunto de los primeros elementos posibles en los pares ordenados en f se llama dominio de f y se representa por $\text{dom } f$. El conjunto de los segundos elementos posibles en los pares ordenados en f se llaman imagen de f y se representa por $\text{im } f$

En otra notación

$$\text{Dom } f = \{a: \exists b, (a,b) \in f\} \quad \text{e} \quad \text{im } f = \{b: \exists a, (a,b) \in f\}$$

$$f = \{(1,2)(2,3)(3,1)(3,1)(4,1)\}$$

$$g = \{(1,2)(1,3)(4,7)\}$$

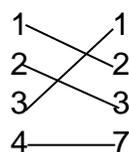
→ $F \times X$ →

$$f(x) = 2x + 1$$

$$X = 2 = 5$$

$F \times X$

X Y





Ejercicios

Hacer 10 pares ordenados de:

$$f = \{(x,y):x,y \in \mathbb{Z}, y = x^2\}$$

Determinar el dom y la Im

$$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\} \rightarrow \text{Dominio}$$

$$Y = \{1, 2, 3,16, 25 ,36, 49, 64, 81, 0\} \rightarrow \text{Imagen}$$

$$f = \{(1,1)(2,4)(3,9)(4,16)(5,25)(6,36)(7,49)(8,64)(9,81)(0,0)\}$$

Ejercicios

1. $f(x) = \{(x, y): x, y \in \mathbb{Z}, y=2x \}$
2. $f(x) = \{(x, y):x, y \in \mathbb{Z} \ y = 0\}$
3. $f(x) = \{(x, y):x, y \in \mathbb{Z}, y = 3x + 5\}$
4. $f(x) = \{(x, y):x, y \in \mathbb{Z}, y = e^x \}$

1. $x = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$
 $y = \{2,4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 0\}$

$$f = \{(1,2)(2,4)(3,6)(4,8)(5,10)(6,12)(7,14)(8,16)(9,18)(0,0)\}$$

2. $x = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$
 $y = \{0,0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$

$$f = \{(1,0)(2,0)(3,0)(4,0)(5,0)(6,0)(7,0)(8,0)(9,0)(0,0)\}$$

3. $x = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$
 $y = \{8,11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 0\}$

$$f = \{(1,8)(2,11)(3,14)(4,17)(5,20)(6,23)(7,26)(8,29)(9,32)(0,0)\}$$

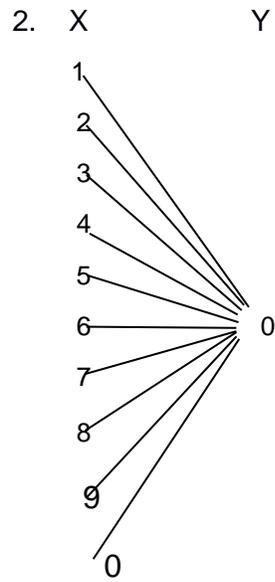
4. $x = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$
 $y = \{2.71, 7.38, 20.08, 54.59, 148.41, 403.42, 1096.63, 2980.95, 8103.08, 1\}$

$$f = \{(1, 2.71) (2, 7.38) (3, 20.08) (4, 54.59) (5, 148.41) (6, 403.42) (7, 1096.63) (8, 2980.95) (9, 8103.08)(0,1)\}$$



1. X Y

1	—	2
2	—	4
3	—	6
4	—	8
5	—	10
6	—	12
7	—	14
8	—	16
9	—	18
0	—	0



3. X Y

1	—	8
2	—	11
3	—	14
4	—	17
5	—	20
6	—	23
7	—	26
8	—	29
9	—	32
0	—	0

4. X Y

No hay grafica que aplique



Ejercicios

1. Sea $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
 $F = \{(x, y): x, y \in \mathbb{N}, 3y - 9x - 2 = 0\}$
 $F = \{(x, y): x, y \in \mathbb{Z}, ((x, y))\}$

- a) Hacer 10 pares ordenados de cada función
 b) Hacer el diagrama de flujo
 c) Determinar el dominio y la imagen
 d) Definir si $F: A \rightarrow B$

- a) $(1,1)(1,2)(2,3)(3,4)(4,5)(5,6)(6,7)(7,8)(8,9)(9,10)$
 b) $(1,1) (2,2) (2,3)(3,4)(4,5) (5,6)(6,7)(7,8)(8,9)(9,10)$

1) $y = \frac{9x + 2}{3}$

2) $(y)(x)$

Imagen

$y = (3.6)(6.6)(9.6)(12.6)(15.6)(18.6)(21.6)(24.6)(27.6)(30.6)$

$x = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \rightarrow$ Dominio entradas

$F = (1,3.6)(2,6.6)(3,9.6)(4,12.6)(5,15.6)(6,18.6)(7,21.6)(8,24.6)(9,27.6)(10,30.6)$

1	-----	3.6
2	-----	6.6
3	-----	9.6
4	-----	12.6
5	-----	15.6
6	-----	18.6
7	-----	21.6
8	-----	24.6
9	-----	27.6
10	-----	30.6

Es una F de: $B \rightarrow A$

Porque se demuestra primero la imagen y después el dominio.
 Que sea una función la imagen sea un sub de B.



- 2) Hacer la F^{-1} de los ejercicios anteriores
- a) Hacer el digrama
 - b) Determinar el dominio y la imagen
 - c) Determinar $F: A \rightarrow B$

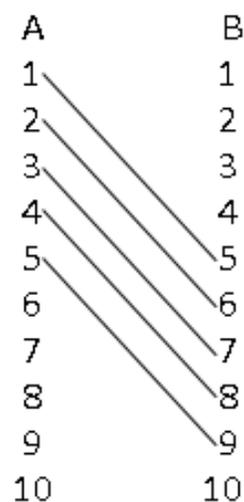
3) $A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{5,6,7,8,9,10\}$

$$F = \{(1,5)(2,6)(3,7)(4,8)(5,9)\}$$

- a) Es una función (por que) si porque es una relación de A a B
- b) Hacer el diagrama
- c) Determinar el dominio y la imagen
Dom = 1,2,3,4,5

$$\text{Imagen} = 6,7,8,9,10$$

- d) Es una función de A a B
Si por que demuestra que el dominio $f = A$ y demuestra que imagen CB



- 4) Hacer F^{-1}
Contestar a, b, c, d, del ejercicio anterior:

2. Sea $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
 $F = \{(x, y) = x, y \in \mathbb{Z}, x, y = 1\}$ $y = (x)$



(1,1)

$x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

$y = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100$

$F = (1,1) (2,4) (3,9) (4,16) (5,25) (6,36) (7,49) (8,64) (9,81) (10,100)$

Es una función de: $A \rightarrow B$ porque se demuestra el dominio y la imagen

0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

2) $y = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

$x = \{(3.6,1) (6.6,2)(9.6,3)(12.6,4)(15.6,5)(18.6,6)(21.6,7)(27.6,8)(27.6,9)(30.6,10)\}$

0	0
1	1
3.6	2
6.6	3
9.6	4
12.6	5
15.6	6
18.6	7
21.6	8
24.6	9
27.4	10
30.6	

Es una función B a A Porque se demuestra la imagen y después el dominio.

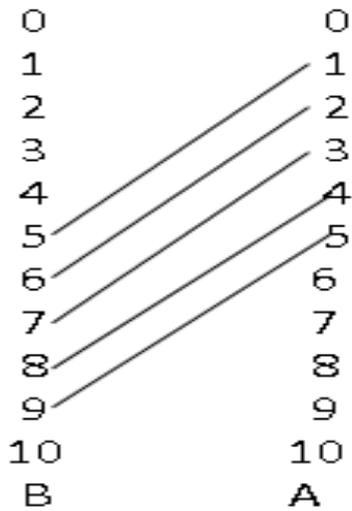
Dominio : $A = 1, 2, 3, 4, 5$

Imagen: $B = 6, 7, 8, 9, 10$

$\{(5,1)(6,2)(7,3)(8,4)(9,5)\}$



No porque es una R de $B \rightarrow A$



Biunívoca

Una relación f se llama biunívoca siempre que cuando $(x, b) (y, b) \in f$, se debe que $x=y$

En otras palabras, si $x \neq y$, entonces $f(x) \neq f(y)$

Sea f una función, la relación inversa f^{-1} es una función si y solo si f es biunívoca

Sea f una función f^{-1} también es una función entonces $f = \text{IM } f^{-1}$ e $\text{im } f = \text{Dom } f^{-1}$

Podemos definir que f es biunívoca

Método directo: Supongamos que $f(x) = f(y) \dots$ por consiguiente, f es biunívoca.

Método de contra positiva: Supongamos que $x \neq y$ por consiguiente $f(x) \neq f(y)$, f es biunívoca

Supongamos que $f(x) = f(y)$,

Pero $x \neq y \dots \rightarrow \leftarrow$ por consiguiente, f es biunívoca

Sobre



Sea $f: A \rightarrow B$ se dice que f es sobre B siempre cuando para toda $b \in B$ haya una $a \in A$ tal que $f(a) = b$. En otras palabras, que $\text{IM } f = B$

La oración " $f: A \rightarrow B$ es sobre" promete que la siguiente es cierto: primero que f sea una función: segundo que el $\text{dom } f = A$, tercero que $\text{IM } f = B$

La condición

Para que $f: A \rightarrow B$ sea sobre se puede expresar con los cuantificadores \exists y \forall como siguiente:

$$\forall b \in B, \exists a \in A, f(a) = b$$

La condición para que f no sea sobre puedo expresar

$$\exists b \in B, \forall a \in A, f(a) \neq b.$$

Para demostrar que $f: A \rightarrow B$ es sobre:

Modo directo: Sea b un elemento arbitrario de B explique como determinar o formar un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$. Por consiguiente, f es sobre.

Metodo de conjuntos: Demostrar que los conjuntos b e IM son iguales.

Emplearemos el modelo de demostración

Como f biunívoca, de acuerdo con la proporción

BIYECCION

Sea $f: A \rightarrow B$ se llama f una biyección siempre y cuando sea biunívoca y sobre

Sea A el conjunto de los enteros pares y sea B el conjunto de los enteros impares, la función $f: A \rightarrow B$ definida por $f(x) = x + 1$ es una biyección

Demostración: Sea demostrar que f es biunívoca y sobre el mismo tiempo.

Conteo de funciones

Sea A y B conjuntos finitos $|A| = a$ y $|B| = b$

Cuentas con biunívoca?



Si $|A| > |B|$ entonces f (no) puede ser biunívoca por que: como f biunívoca para elementos distintos de B

Despues de los primeros b elementos de A están aplicados por f a b elemnto distinto de B .

Despues de ellos ya no hay mas elementos en B : A los cuales podemos aplicar elementos de A .

Por otra parte, si $|A| < |B|$ entonces f no puede ser sobre porque: no hay suficientes elementos en A para cubrir todos los elementos en B .

$$F = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, 3y - 9x - 2 = 0\}$$

$$A = \{1,2,3\} \quad B = \{4,5\}$$

$$F = \{(1,4)(2,3)(3,5)\}$$

$$F = \{(1,4)(2,5)\} \rightarrow \text{Es biunívoca y sobre}$$

Una función es biyectiva siempre y cuando sea biunívoca y sobre

Una función le tiene que corresponder una entrada y por ende tiene una salida.

$$x = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,0$$

$$y = 2,4,6,8,10,12,14,16,18, 0$$

$$f = \{(1,2)(2,4)(3,6)(4,8)(5,10)(6,12)(7,14)(8,16)(9,18)(0,0)\}$$

Es una función

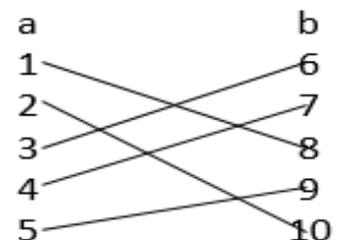
Si a cada entrada le corresponde una salida

Es una función biunívoca

Si cada salida le corresponde una entrada

Es una función sobre, si la imagen = B , es biyectiva si porque es biunívoca y sobre

$$\text{Sea } A = \{1,2,3,4,5\} \quad B = \{6,7,8,9,10\}$$





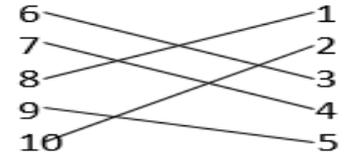
$$F = \{(3,6)(4,7)(5,9)(1,8)(2,10)\}$$

Función: si cada entrada corresponde una salida

Función biunívoca: si porque A cada salida corresponde una entrada

Función sobre: si cumple todos los elementos

Es biyectiva: si porque cumple con biunívoca y sobre.



$$A = \{1,2,3,4,5\} \quad B = \{7,8,9,10\}$$

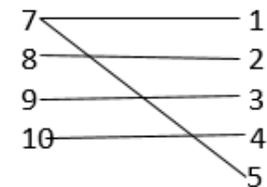
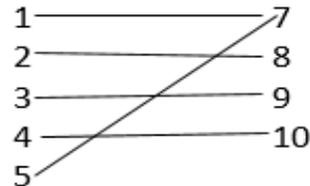
$$F = \{(1,7)(2,8)(3,9)(4,10)(5,7)\}$$

Función: Si a cada entrada corresponde una salida

Biunívoca: No es conjunto con un solo elemento

Sobre: si porque ocupa todos los elementos

Es biyectiva: no es biyectiva pero si sobre



$$A = \{1,2,3,4\} \quad B = \{5,6,7,8,9\}$$

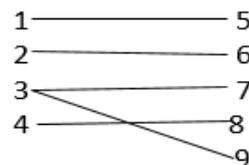
$$F = \{(1,5)(2,6)(3,7)(4,8)(3,9)\}$$

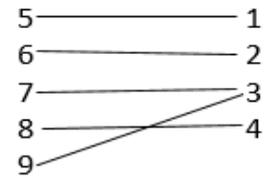
Función: Si a cada entrada corresponde una salida

Biunívoca: No es conjunto con un solo elemento

Sobre: no cumple con todos los elementos

Es biyectiva: no es biyectiva pero ni sobre





$$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$$

$$Y = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$$

$$F = \{(1,0)(2,0)(3,0)(4,0)(5,0)(6,0)(7,0)(8,0)(9,0)(0,0)\}$$

Es una función? Si a cada entrada le corresponde una salida

Es una función biunívoca? No por que todos los enteros son iguales

Es una función sobre?si por que se ocupa de todos los elementos

Es biyectiva? No cumple con biunívoca

$$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$$

$$Y = \{3,6,9,12,15,18,21,24,27,0\}$$

$$F = \{(1,3)(2,6)(3,9)(4,12)(5,15)(6,18)(7,21)(8,24)(9,27)(0,0)\}$$

Es una función? Si a cada entrada le corresponde una salida

Es una función biunívoca? si porque a cada salida le corresponde una entrada

Es una función sobre? si por que se ocupa de todos los element9s

Es biyectiva? Si cumple con sobre y biunívoca

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$Y = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$F = \{(1,5) (2,6) (3,7) (4,8) (5,9)\}$$

Es una función? Si a cada entrada corresponde una salida

Biunívoca? Si porque a cada salida corresponde una salida.

Sobre? No cumple con todos los elementos

Biyectiva? No cumple salida

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$



$Y = \{-3.2, -6.6, -9.6, -12.4, -15.6, -18.6, -21.6, -24.6, -27.6, -30.6\}$

$F = \{(1, -3.2) (2, -6.6) (3, -9.6) (4, -12.4) (5, -15.6) (6, -18.6) (7, -21.6) (8, -24.6) (9, -27.6) (10, -30.6)\}$

Función? Si a cada entrada corresponde una salida

Biunívoca? Si porque todas las entradas no son iguales

Sobre? Si se ocupan todos los elementos

Biyectiva? Si cumple con sobre y biunívoca.

UNIDAD IV

GRAFOS

Un grafo G es un par ordenado de V y A donde:

V = Es el conjunto de vértices o nodos del grafo y

A = Es un conjunto de pares de vértices a estos también se le llaman arcos o ejes del grafo, un vértice puede tener cero o más aristas pero toda arista debe unir exactamente a 2 vértices.

Los grafos representan conjunto de objetos que no tienen restricción de relación entre ellos, un grafo puede representar varias cosas de la realidad cotidiana (mapas, circuitos, vías ferreas, etc.)

Los grafos se constituyen principalmente por 2 partes las aristas y los vértices o caminos que puedan contener el mismo grafo.

Las aristas pueden dividirse o identificarse de 4 maneras:

- Adyacentes: Se dice que dos aristas son adyacentes si convergen en el mismo vértice
- Paralelos: Son paralelas si vértice inicial y final son el mismo
- Cíclicas: Arista que parte de un vértice para entrar al mismo
- Cruce: Son 2 aristas que cruzan en un punto.



Llamaremos grado de un vértice al número de aristas de las que es extremo y se dice que un vértice es par o impar según lo sea su grado

Vertice adyacente

Si tenemos un par de vértices de un grafo (U, V)

Y si tenemos una arista que los une entonces (U, V)

Son vértices adyacentes y se dice que U es el vértice inicial y V es el vértice adyacente.

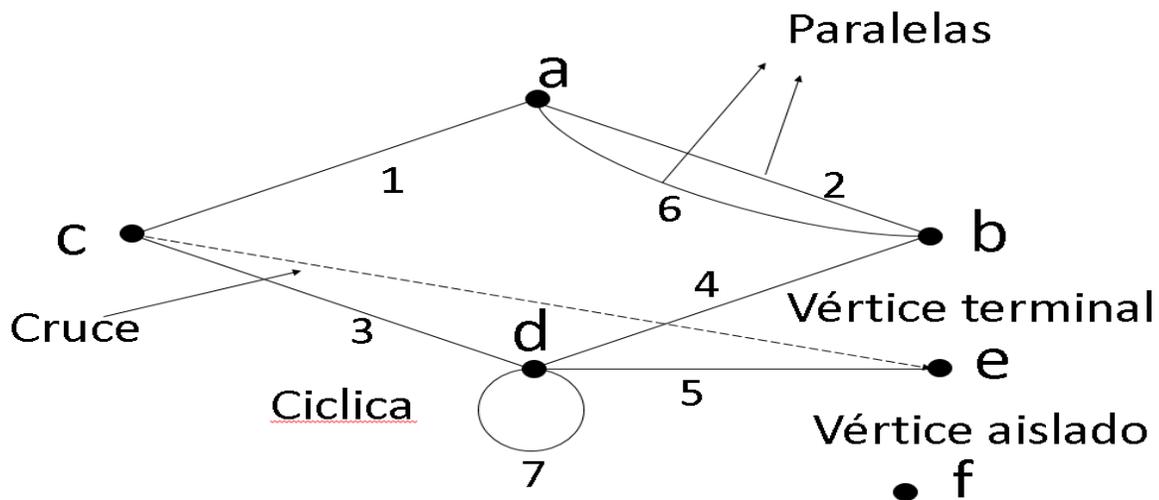
Vertice aislado

Es un vértice de grado 0

Vertice terminal

Es un vértice de grado 1

Los vértices siempre se van a formar letras los artistas siempre se van a formar por números.



$V = \{a, b, c, d, e, f\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$\{1, 4\} =$ Aristas adyacentes

C, D = Vertice adyacente, porque comparte la misma arista



Clasificación de los grafos

Podemos clasificar los grafos en 2 grupos, dirigidos y no dirigidos en:

Un grafo no dirigido el par de vértices que representa un arco no está ordenado, por lo tanto los pares $(V1, V2)$ y $(V2, V1)$ representan el mismo arco.

Un grafo dirigido

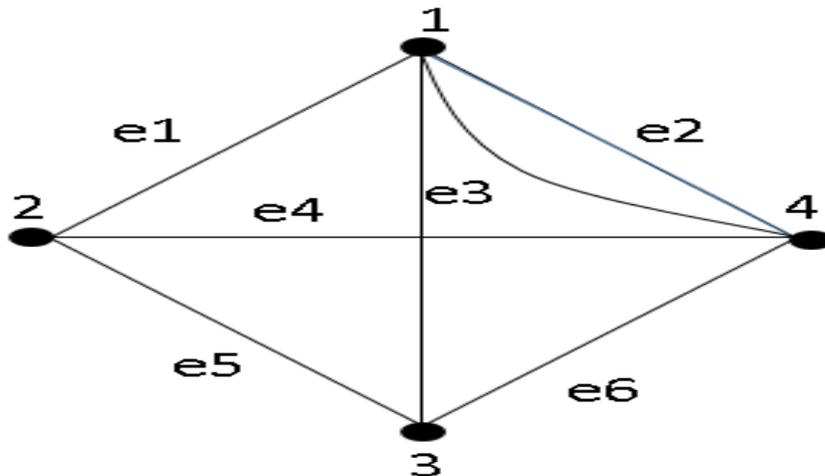
Cada arco está representado por un par ordenado de vértices de forma que representan dos arcos diferentes.

Ejemplo: (G)

$G1 = (V1, A1)$

$V1 = \{1, 2, 3, 4\}$

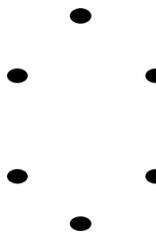
$A1 = \{(1,2)(1,3)(1,4)(2,3)(2,4)(3,4) (4,1)\}$



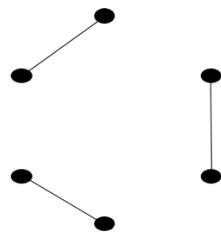


Hacer una ejemplo de cada tipo de grafo

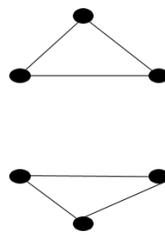
$$G = \{V, A\} \quad A = \{(A,B)(A,D)(B,C)(C,E)(E,D)\}$$



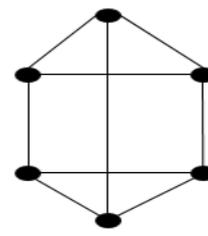
GRAFO – 0 REGULAR



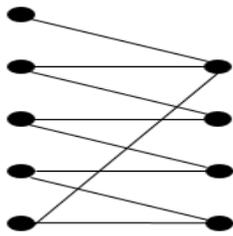
GRAFO – 1 REGULAR



GRAFO – 2 REGULAR



GRAFO – 3 REGULAR



GRAFO – BIPARTIDO

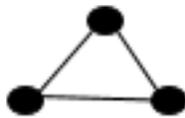
K1: 0



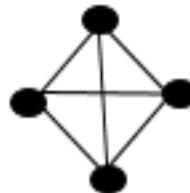
K2: 1



K3: 3

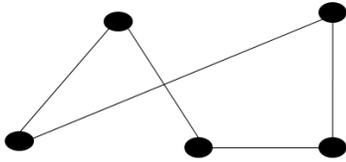


K4: 6

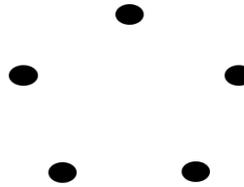


K5: 10





GRAFO BIPARTIDO REGULAR

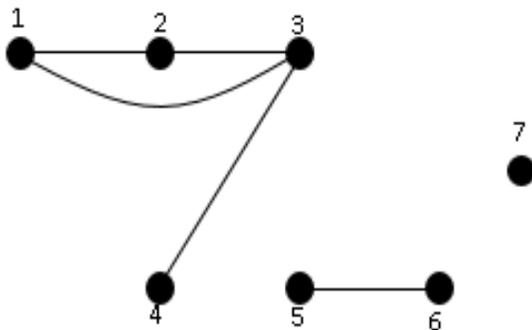


GRAFO NULO

Matriz de adyacencia

Sea $G = A$ pares ordenados V, E la suma de los grados de G es el doble de la cantidad de aristas donde:

$$E = \{1,2,3,4,5,6,7\} \quad A = \{(1,2)(1,3)(2,3)(3,4)(5,6)\}$$



ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0

Matriz de incidencia

INCIDENCIA

	e1	e2	e3	e4	e5	e6
1	1	0	1	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	1
6	0	0	0	0	1	1



7	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---

Aristas
paralelas

$G = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ CONJUNTO $\{(1,2)(1,3)(2,7)(2,4)(3,6)(3,5)(4,5)(6,7)\}$

$G = 14$

ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	0	0	0	0
2	1	0	0	1	0	0	1
3	1	0	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1	0	0
5	0	0	1	1	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	1
7	0	1	0	0	1	0	0

INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
1	1	0	0	0	0	0	0	1
2	1	1	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	1	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	0	1	1	0

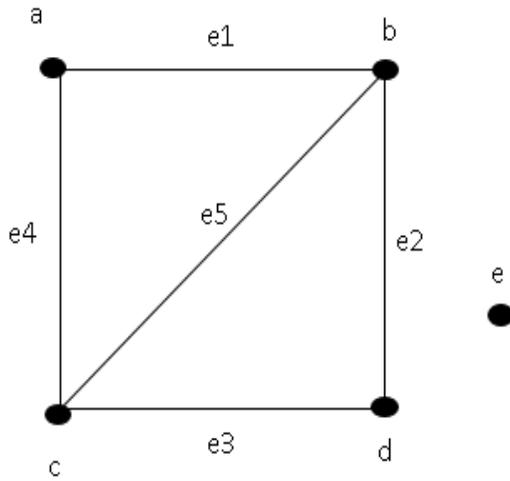
Ejercicios:

$A = \{a, b, c, d, e\}$ $C = \{(a,b)(a,c)(b,c)(b,d)(c,d)\}$

ADYACIENCIA

	A	B	C	D	E
A	0	1	1	0	0
B	1	0	0	1	0
C	1	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	0

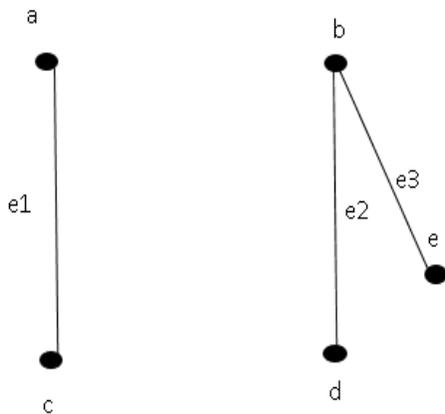
$G = 10$
INCIDENCIA



	E1	E2	E3	E4	E5
A	1	0	0	1	0
B	1	1	0	0	1
C	0	0	1	1	1
D	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	0

$A = \{a, b, c, d, e\}$ $C = \{(a,c)(b,d)(b,e)\}$

$G = 6$

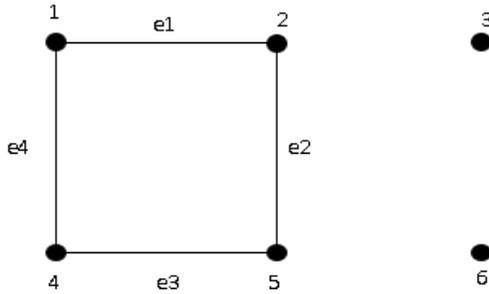


ADYACIENCIA

	A	B	C	D	E
A	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	1
INCIDENCIA	0			0	0
D	0	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0
B	0	1	1		
C	1	0	0		
D	0	1	0		
E	0	0	1		



$A = \{1,2,3,4,5,6\}$ Condición = $\{(1,2)(2,5)(5,4)(4,1)\}$ $G = 8$



ADYACIENCIA

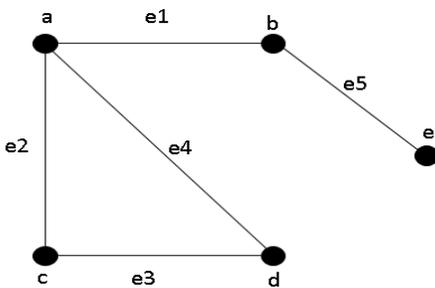
	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	1	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1	0
5	0	1	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	0

A =

INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4
1	1	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	1	1
5	0	1	1	0
6	0	0	0	0

$\{a,b,c,d,e\}$ $C = \{(a,b)(a,c)(a,d)(b,e)(c,d)\}$ $G = 10$



ADYACIENCIA

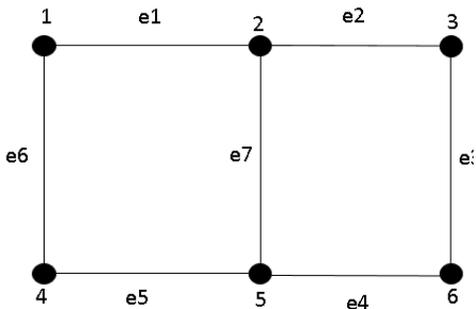
	A	B	C	D	E
A	0	1	1	1	0
B	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0

INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5
A	1	1	0	1	0
B	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0
D	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1

$A = \{1,2,3,4,5,6\}$ $G = 14$

$C = \{(1,2) (2,3) (1,4) (4,5) (4,5) (3,6) (5,6) (2,6)\}$



ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	1	0	0
2	1	0	1	0	1	0
3	1	1	0	0	0	1
4	1	0	0	0	1	1
5	0	1	0	1	0	1
6	0	0	1	1	1	0

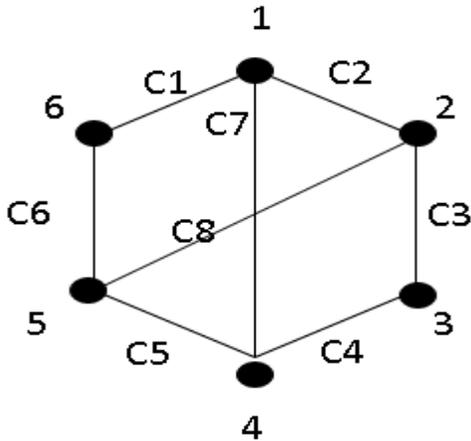
INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
1	1	0	0	0	0	1	1
2	0	1	0	0	0	0	1
3	0	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	1	1	0	1
6	0	0	1	1	0	0	0



$A = \{1,2,3,4,5,6\}$ $G = 16$

$C = \{(1,2) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6) (6,1) (1,4) (2,5)\}$



ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	1
2	1	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	1
4	1	0	1	0	1	0
5	0	1	0	0	1	1
6	1	0	0	0	1	0

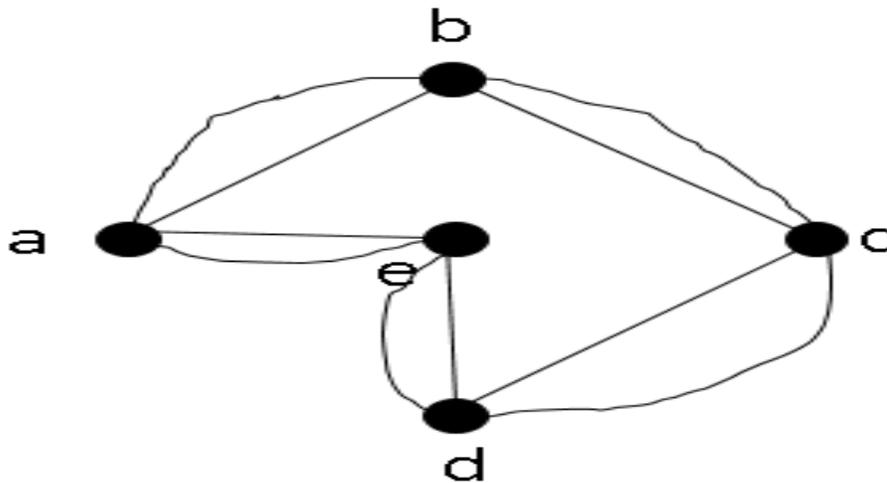
INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
1	1	1	0	0	0	0	1	0
2	0	1	1	0	0	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	1	0	1	0
5	0	0	0	0	1	1	0	1
6	1	0	0	0	0	1	0	0

Camino

Sea X, Y que pertenecen a V se dice que hay un camino en G de X a Y si existe una sucesión finita no vacía de aristas en este caso:

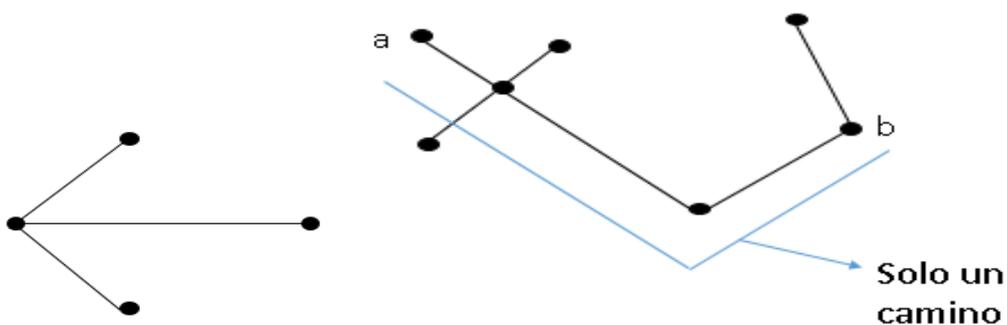
- a) X, Y son los extremos del camino
- b) El número de aristas del camino se llama longitud del camino
- c) Si los vértices no se repiten el camino se dice propio o simple
- d) Si hay un camino no simple entre dos vértices también habrá un camino simple entre ellos
- e) Cuando los 2 caminos son iguales el camino se llama circuito o camino cerrado
- f) Llamaremos ciclo a un circuito simple
- g) Un vértice a se dice accesible desde el vértice b si existe un camino entre ellos, todo vértice es accesible respecto a si mismo.



Arboles

Un árbol se define como un tipo de grafo que no contiene ciclos es decir es un grafo aciclico pero a su vez es conexo

Ejemplos:



Hoja:

Una hoja es un vértice de grado uno por lo tanto todo árbol con almenos 2 vertices tiene una hoja.



Sea T un árbol y V una hoja de T entonces T es adyacente a V

Sea T un árbol para 2 vertices a, b cualquiera haya un camino único.

Arboles Incorporados

Sea G un grafo un árbol incorporado de G es una subgrafica incorporada de G q es un árbol

$G_1 = \{1,2,3,4\}$ conjuntos $\{(1,1)(1,2)(1,3)(3,2)(2,4)\}$ $G = 8$ $E = E_5$

ADYACENCIA

	1	2	3	4
1	1	1	1	0
2	1	0	1	1
3	1	1	0	0
4	0	1	0	0

INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5
1	1	1	0	0	1
2	0	1	1	1	0
3	1	0	0	1	0
4	0	0	1	0	0

$G_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ conjuntos $\{(1,2)(2,3)(2,3) (3,4)(4,5) (5,6)(6,3) (3,7 (7,1))\}$ $G = 14$ $E = E_9$

ADYACENCIA

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	0	0	0	0	1
2	1	0	1	1	0	0	0
3	0	1	0	1	0	1	1
4	0	1	1	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1	0
6	0	0	1	0	1	0	0
7	1	0	1	0	0	0	0

INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9
1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	1	1	1	0
3	0	1	1	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	1	1	0	0	1
5	0	0	0	1	1	0	0	0	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	0
7	1	1	0	0	0	0	0	0	0



$G_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ $C = \{(1,2)(1,5)(1,4) (2,6)(2,7) (3,4)(3,5) (4,5) (6,10) (7,10) (7,11) (8,11) (8,3) (8,12) (9,12) (9,5) (10,11) (10,12) (11,12)\}$ $G = 24$ $E = E_{20}$

ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
4	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

INCIDENCIA

	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12	e13	e14	e15	e16	e17	e18	e19	e20
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
6	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0



$G_4 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $C = \{ (1,2) (1,4) (2,3) (3,4) (3,5) (4,5) \}$ $G = 10$ $E = E_6$

ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	0	0
3	0	1	0	1	1
4	1	0	1	0	1
5	0	0	1	1	0

INCIDENCIA

	e1	e2	e3	e4	e5	e6
1	1	0	0	0	1	0
2	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	1
4	0	0	0	1	1	1
5	0	0	1	1	0	0

$G_5 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $C = \{ (1,2)(1,5) (2,6)(2,3) (3,6)(3,4) (4,6) (4,5) \}$ $G = 12$ $C = E_9$

ADYACIENCIA

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	0	1	0	1
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	1	0	1
6	0	1	1	1	1	0

INCIDENCIA

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
2	1	1	0	0	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	1	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	1
5	0	0	0	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1	1	0	1	1



Conclusiones

El conocimiento de las Matemáticas Discretas les permite a los alumnos tener los conocimientos y habilidades necesarias para aplicarlas en casos reales, así como ejercicios de programación

El presente trabajo contiene la información necesaria para lograr el propósito de la Unidad de Aprendizaje, de una manera concreta, coherente y explícita.

Referencias bibliográficas

Matemáticas discreta y combinatoria Ralph P. Grimaldi, Pearson educación

MATEMATICAS DISCRETAS Kennet A. Ross & Charles R. B: Wright. Editorial Prentice Hall. 2da. Edición 1990