

Alejandro Cruz Retana

*“Caracterización fisicoquímica de cuerpos de aguas
superficiales por medio de Sensores Remotos: Caso de estudio
Presa J. A. Alzate, México”*

Tesis que para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS DEL AGUA

Presenta:
Lic. en Geo. Alejandro Cruz Retana

TUTOR ACADÉMICO:

Dr. Carlos Roberto Fonseca Ortiz

TUTOR ADJUNTO:

Dr. Miguel Ángel Gómez Albores

Dra. Rocío Becerril Piña



**INSTITUTO INTERAMERICANO DE TECNOLOGÍA Y
CIENCIAS DEL AGUA**

Tesis 2019



**INSTITUTO INTERAMERICANO DE
TECNOLOGÍA Y CIENCIAS DEL AGUA**

Sinodales: Dra. Sandra Gaytán Aguilar

Dra. Marivel Hernández Téllez



“Caracterización fisicoquímica de cuerpos de aguas superficiales por medio de Sensores Remotos: Caso de estudio Presa J. A. Alzate, México”

Tesis que para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS DEL AGUA

Presenta:

Lic. Alejandro Cruz Retana

TUTOR ACADÉMICO:

Dr. Carlos Roberto Fonseca Ortiz

TUTOR ADJUNTO:

Dra. Rocío Becerril Piña

Dr. Miguel Ángel Gómez Albores

Toluca, México, septiembre de 2019

Resumen

El monitoreo de la calidad del agua a través de los sensores remotos permite la estimación de Parámetros de Calidad del Agua (PCA) como los sólidos suspendidos totales (SST), nitrógeno total (NT), la demanda química de oxígeno (DQO), el fósforo total (PT) entre otros. La estimación de estos PCA se realiza generalmente a través de procesos de laboratorio, los cuales pueden requerir una cantidad considerable de tiempo y costos. El análisis del agua mediante sensores remotos considera la correlación entre los datos de calidad del agua y la reflectancia de los cuerpos de agua superficiales. Este estudio propone el uso de las bandas de la imagen Landsat 8 OLI para estimar cuatro PCA y validarlos mediante muestras de campos. La ventaja de estimar los PCA con sensores remotos radica en la precisión de sus resultados, en menores tiempo y costos a diferencias de los métodos tradicionales. Para obtener las funciones de PCA basadas en la reflectancia del agua, se propusieron regresiones multivariadas lineales, exponenciales y polinomiales. Dicho estudio es aplicado a La Presa J. A. Alzate. México como caso de estudio debido a las concentraciones de contaminantes transportados por el agua proveniente de la Zona Metropolitana de Toluca (ZMT). El análisis consideró 14 muestras de campo, 7 de las cuales se recolectaron antes de la temporada de lluvias (19/05/2018) y 7 después de la misma (16/10/2018).

La metodología de este estudio se divide en tres fases: pre-procesamiento (límite del área de estudio, calibración y corrección atmosférica), procesamiento (tamaño de la muestra, regresión múltiple y validación) y post-procesamiento (interpolación). En el pre-procesamiento el modelo MODTRAN 4 fue utilizado para la corrección atmosférica del área de estudio para identificar el modelo de atmósfera *ad hoc* a esta zona y, por lo tanto, obtener la reflectancia que más se ajuste a la realidad de la superficie analizada. El procesamiento requirió de muestras de campo en diferentes fechas (temporada antes y después de lluvias) para diseñar los modelos de regresión múltiple, además de lo anterior también se analizaron supuestos de validación para los valores de entrada y la evaluación del modelo se basó en el \bar{R}^2 , p-value, validación cruzada, estadístico F, estadístico t y coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe (E). Los resultados obtenidos en el presente estudio indican que el NT y la DQO pueden ser estimados de manera confiable con el modelo de regresión exponencial múltiple, para los SST y PT por medio de la regresión polinómica múltiple. El modelo que presenta la menor capacidad explicativa de los datos corresponde al modelo lineal para los SST ya que obtiene un $\bar{R}^2 = 0.6125$, a pesar de las transformaciones a la variable dependiente con la finalidad de linealizarlo. El post-procesamiento arrojó que la zona norte presenta altos contenidos de polutos, los cuales inclusive sobrepasan los límites permisibles de las normas mexicanas para la DQO, PT y SST. Únicamente el NT se encuentra dentro de los límites permisibles para aguas de uso de riego agrícola tanto para la temporada antes de lluvias, como para después de lluvias. A nivel mensual el comportamiento de la DQO, NT y PT tienden a presentar altas concentraciones en los

meses antes de secas. Para los SST a nivel mensual presenta disparidad en las concentraciones de este PCA.

Palabras clave: sensores remotos, regresión multivariable, reflectancia, Presa J. A. Alzate, Landsat 8 OLI, validación cruzada.

Abstract

The monitoring of water quality through remote sensing enables the estimation of Water Quality Parameters (WQP), such as Total Suspended Solids (TSS), Total Nitrogen (TN), Chemical Oxygen Demand (COD), Total Phosphorus (TP) among others. The estimation of these WQP is usually done through laboratory processes, which may require a considerable amount of time and costs. This alternative tool for water analysis is carried out through the correlation between water quality data and the reflectance of surface water bodies. This study proposes the use of the Landsat 8 OLI image bands to estimate four WQPs and validate them using field samples. The advantage of estimating WQPs with remote sensors lies in the accuracy of their results, in less time and costs than traditional methods. To obtain the WQP functions based on water reflectance, several multivariate regressions were proposed, such as linear, exponential and polynomial. This study is applied to The Dam J. A. Alzate, Mexico as a case study due to the concentrations of pollutants transported by water from the Toluca Metropolitan Area (ZMT). The analysis considered 14 field samples, 7 of which were collected before the rainy season (05/19/2018) and 7 after it (16/10/2018).

The methodology of this study is divided into three phases: pre-processing (limit of the study area, calibration and atmospheric correction), processing (sample size, multiple regression and validation) and post-processing (interpolation). In the pre-processing the MODTRAN 4 model was used for the atmospheric correction of the study area to identify the ad hoc atmosphere model to the study area and, therefore, obtain the reflectance that best fits the reality of the surface analyzed. The processing required field samples at different dates (seasons before and after rains) to design the multiple regression models, in addition to the above, validation assumptions were also analyzed the input data and the evaluation of the model was based on \bar{R}^2 , p-value, cross-validation, statistical F, statistical t and Nash-Sutcliffe efficiency coefficient (E). The results obtained in the present study indicate that the TN and the COD can be estimated reliably with the multiple exponential regression model, for the TSS and TP by means of the multiple polynomial regression. The model with the smallest explanatory capacity of the data corresponds to the linear model for the TSS since it obtains an $\bar{R}^2=0.6125$, even though transformations were applied to the dependent variable in order to linearize it. The post-processing showed that the north zone has high contents of pollutes, which even exceed the permissible limits of Mexicans standards for COD, TP and TSS. Only the TN is within the permissible limits for waters used for agricultural irrigation, both for the season before the rainy season and after the rainy season.

Key words: remote sensing, WQP, multivariate regression, reflectance, J. A. Alzate dam, Landsat 8 OLI and cross validation.

Índice

Resumen.....	VI
Abstract	VIII
Índice de figuras.....	5
Índice de tablas.....	7
Nomenclatura, acrónimos y unidades	8
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	11
1.1 Justificación contextual y científica	11
1.2 Hipótesis.....	12
1.3 Objetivos	12
1.3.1 Objetivo general	12
1.3.2 Objetivos específicos.....	12
CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE	14
2.1 Introducción al procesamiento de imágenes a través de SIG.....	14
2.2 Absorción y energía reflejada de la reflectancia por PCA	15
2.3 Regresión simple y múltiple.....	17
2.4 Otras metodologías.....	24
CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO	27
3.1 Calidad del agua.....	27
3.2 Características químicas.....	28
3.2.1 Nitrógeno total (NT).....	28
3.2.2 Demanda química de oxígeno (DQO).....	28
3.2.3 Fósforo total (PT).....	28
3.3 Característica física	29
3.3.1 Sólidos suspendidos totales (SST)	29
3.4 Sensores remotos.....	31
3.4.1 Radiación electromagnética	32
3.4.2 Imagen satelital	33
3.4.3 Absorción y dispersión atmosférica de las bandas multiespectrales	33
3.5 Validación de modelos de regresión múltiple.....	36
3.5.1 Supuestos de validación a los datos en la regresión múltiple.....	36
3.5.2 Validación de los modelos de regresión múltiple.....	38

CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA.....	39
4.1 Pre-procesado.....	40
4.2 Procesado	44
4.3 Post -procesado	53
CAPÍTULO 5. CASO DE ESTUDIO Y RESULTADOS	55
5.1 Acotamiento de la zona de estudio.....	55
5.2 Calibración y corrección atmosférica de las imágenes Landsat 8 OLI	56
5.3 Tamaño de muestra y georreferenciación	57
5.4 Modelos de regresión múltiple.....	58
5.4.1 Supuestos de validación a los datos en los modelos de regresión múltiple.....	59
5.4.2 Validación de los modelos de regresión múltiple.....	64
5.4.3 Interpretación de los modelos de regresión múltiple.....	68
5.5 Post- Procesado	71
5.5.1 Interpolación.....	71
5.5.2 Umbrales de reflectancias recomendables para la estimación de PCA en otros cuerpos de agua	79
5.6 Aplicación de los modelos de regresión múltiple a otros cuerpos de agua	81
5.6.1 Variación de ajustes entre modelos por medio del coeficiente de determinación.....	81
5.6.2 Variación de medias entre modelos de regresión	82
CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN Y ALCANCES DE LA ESTIMACIÓN DE PCA A PARTIR DE SENSORES REMOTOS.....	85
6.1 Análisis de costo de PCA medidos en laboratorio y los estimados con los sensores remotos	85
6.2 Alcances de la estimación de PCA a partir de sensores remotos	86
7. CONCLUSIONES	90
7.1 Ventajas.....	92
7.2 Desventajas	93
8. CONSIDERACIONES.....	95
BIBLIOGRAFÍA.....	97
GLOSARIO.....	107
Anexo I. Procedimiento de laboratorio para la estimación de PCA.....	112
I.1 Nitrógeno total	112
I.2 Demanda química de oxígeno.....	112
I.3 Fósforo total.....	112
I.4 Sólidos suspendidos totales.....	113

Anexo II. Rangos del espectro electromagnético.....	113
Anexo III. Modelos de atmósfera a diferentes latitudes.....	113
Anexo IV. Visibilidad antes y después de lluvias de la imagen Landsat 8 OLI	114
Anexo V. Aerosol aerostriaval aplicado a la Presa J. A. Alzate, México.	115
Anexo VI. Reflectancia de distintas especies en superficie estudiados por diversos autores	115
Anexo VII. Píxeles con valores fuera de rango con base en la desviación estándar	116
Anexo VIII. Estadísticas de la reflectancia aplicado a la Presa J. A. Alzate, México	117
Anexo IX. NDWI de la temporada antes de lluvias y después de lluvias para la identificación de zonas óptimas para la recolección de muestras	117
Anexo X. Recolección de muestras de agua de La Presa J. Antonio Alzate.....	117
Anexo XI. Contacto directo del Río Lerma con la Presa J. A. Alzate, México	118
Anexo XII. Comparación de regresión simple de PCA con bandas multiespectrales.....	118
XII.1. Nitrógeno total.....	118
XII.2. Demanda química de oxígeno	120
XII.3. Fósforo total.....	122
XII.4. Sólidos suspendidos totales	124
Anexo XIII. Dependencia-Independencia entre bandas multiespectrales	125
Anexo XIV. Validación de los supuestos de regresión lineal múltiple.....	127
XIV.1 Análisis del reporte de regresión para el NT	127
XIV. 2 Análisis de reporte de regresión para la DQO.....	129
XIV. 3 Análisis de reporte de regresión para el PT.....	131
XIV. 4 Análisis de reporte de regresión para los SST.....	134
Anexo XV. Validación de los supuestos de regresión exponencial múltiple.....	136
XV.1 Análisis de reporte de regresión para el NT	136
XV.2 Análisis de reporte de regresión para la DQO	139
XV.3 Análisis de reporte de regresión para el PT	142
XV.4 Análisis de reporte de regresión para los SST	145
Anexo XVI. Validación de los supuestos de regresión polinómica múltiple.....	148
XVI.1 Análisis de reporte de regresión para el NT	148
XVI.2 Análisis de reporte de regresión para la DQO.....	151
XVI.3 Análisis de reporte de regresión para el PT.....	153
XVI.4 Análisis de reporte de regresión para los SST.....	156
Anexo XVII. Resultados de los <i>t</i> grupos de la validación cruzada (<i>t-fold cross-validation</i>)	159

XVII.1 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para el NT	159
XVII.2 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para la DQO	160
XVII.3 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para el PT	161
XVII.4 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para los SST	162
XVII.5 Calibración cruzada de los modelos del NT	163
XVII.6 Calibración cruzada de los modelos de la DQO	165
XVII.7 Calibración cruzada de los modelos del PT	167
XVII.8 Calibración cruzada de los modelos de los SST	169
Anexo XVIII. Error absoluto y estándar de los PCA a través de los modelos de regresión exponencial, lineal y polinómicos	171
XVIII.1 Error absoluto y relativo del NT	171
XVIII.2 Error absoluto y relativo de la DQO.....	171
XVIII.3 Error absoluto y relativo del PT	172
XVIII.4 Error absoluto y relativo de los SST.....	172
Anexo XIX. Mapas de PCA por medio de la regresión lineal, exponencial y polinómica	173
XIX.1 Temporada antes de lluvia	173
XIX.2 Temporada después de lluvia	175
Anexo XX. Series de tiempo de los PCA (junio 2017 a junio 2019).....	177
XX.1 Interpolación de NT	177
XX.2 Interpolación de la DQO	180
XX.3 Interpolación de PT	183
XX.4 Interpolación de los SST	186
Anexo XXI. Firmas espectrales de las muestras de agua.....	189
Anexo XXII. Interpolación de resultados con cuerpos de agua de otras zonas de estudio.....	190
XXII.1 Prueba con Ruiz, 2017.....	190
XXII.2 Prueba con Figueroa et al., 2015.....	190
XXII.3 Prueba con Carrillo, 2016	191
XXII.4 Prueba con Gómez & Dalence, 2014.....	191
XXII.5 Prueba con Zeiny & Kafrawi, 2016	192
XXII.6 Prueba con Hajjgholizadeh, 2016	192
XXII.7 Prueba con Jaelani et al., 2016.....	193
Anexo XXIII. Identificación de tamaño de muestra para la comparación con diferencias de medias..	193
Anexo XXIV. Proceso de estimación de la variación de medias entre modelos de regresión	193

Índice de figuras

Figura 1. Profundidades en la que normalmente se encuentran los PCA (Elaboración propia con base en Metcalf & Eddy, 2003) y efecto de los nutrientes en el cambio de la calidad del agua, estado del ecosistema (adaptado de U.S. Environmental Protection Agency, 2019; Chang et al., 2015).....	16
Figura 2. Variación de la reflectividad en función de los sólidos suspendidos totales (SST; mezcla de barro y arcilla; Doña, 2016).	17
Figura 3. Comportamiento de la reflectancia del agua con diversas concentraciones de sedimentos, en azul y rojo se ubican el ancho de las dos primeras bandas del sensor MODIS. Imagen adaptada de Ritchie et al. (1976).	31
Figura 4. Esquema de reflectancias medidas desde satélite. Fuente CRISP (2019).....	33
Figura 5. Balance de la radiación solar en interacción con la atmósfera. Fuente: Vivancos et al.,2005.	34
Figura 6. Ventanas atmosféricas. Fuente: Vivancos et al., 2005.....	35
Figura 7. a) Distribución de residuos homocedásticos y b) distribución de residuos heterocedásticos (De Arce & Mahía, 2008).	37
Figura 8. Comportamiento de variables no lineales (Cavero et al., 2012).	38
Figura 9. Metodología para la estimación de parámetros de calidad del agua a partir de sensores remotos.	39
Figura 10. Mapa de localización del área de estudio	41
Figura 11. Firmas espectrales típicas del agua, vegetación y suelo (Chuvienco, 2002).	42
Figura 12. Determinación de sólidos suspendidos totales (SST).	45
Figura 13. Acotamiento de la zona de estudio y georreferenciación de muestras de campo de parámetros de calidad del agua.	56
Figura 14. Comparación de una imagen con: a) calibración radiométrica vs b) calibrada y corregida atmosféricamente.	57
Figura 15. Comparación de PCA medido en laboratorio vs estimado a través de imagen Landsat 8 OLI.	71
Figura 16. Mapas con función de regresión múltiple para NT, DQO, PT y SST en mg/L (temporada antes de lluvias). Clasificación en rangos con base en la norma oficial mexicana NOM 001.	72
Figura 17. Mapas con función de regresión múltiple para NT, DQO, PT y SST en mg/L (temporada después de lluvias). Clasificación en rangos con base en la norma oficial mexicana NOM 001.....	73
Figura 18. Correlación entre las muestras de los PCA medidos con base en el coeficiente de determinación.	75

Figura 19. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento del NT a nivel mensual.....	76
Figura 20. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento de la DQO a nivel mensual.....	77
Figura 21. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento del PT a nivel mensual.	78
Figura 22. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento de los SST a nivel mensual.....	78
Figura 23. Reflectancia mínima y máxima recomendadas a utilizar en otras zonas de estudios.	80
Figura 24. Variación de ajuste con base en el coeficiente de determinación en el estudio de Jaelani et al. (2016).	82
Figura 25. Costo de estimaciones en laboratorio y los estimados por sensores remotos	86
Figura 26A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo del NT (DOF, 2010).	112
Figura 27A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo de la DQO (DOF, 2012)	112
Figura 28A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo del PT (DOF, 2001).....	113
Figura 29A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo de los SST (DOF, 2015).	113
Figura 30A. Pixeles con valores fuera de rango (0.017702 desv. estándar). Bn: bandas multiespectrales	116
Figura 31A. Mapas de regresión múltiple de los parámetros químicos (temporada antes de lluvias).	173
Figura 32A. Mapas de regresión múltiple de las características físicas (temporada antes de lluvias).	174
Figura 33A. Mapas de regresión múltiple de los parámetros químicos (temporada después de lluvias).	175
Figura 34A. Mapas de regresión múltiple de las características físicas (temporada después de lluvias).	176
Figura 35A. Interpolaciones para la serie de tiempo del NT (junio 2017 a junio 2019).....	179
Figura 36A. Interpolaciones para la serie de tiempo de la DQO (junio 2017 a junio 2019).....	182
Figura 37A. Interpolaciones para la serie de tiempo del PT (junio 2017 a junio 2019).	185
Figura 38A. Interpolaciones para la serie de tiempo de los SST (junio 2017 a junio 2019).....	188

Índice de tablas

Tabla 1. Absorción y reflectancia de los PCA utilizando Landsat 8 OLI	15
Tabla 2. Principales aportes de distintos autores en la estimación de PCA. Elaboración propia.	18
Tabla 3. Tendencias metodológicas para el monitoreo de la calidad del agua.....	24
Tabla 4. Sensores remotos utilizados en el monitoreo de la calidad del agua.....	32
Tabla 5. Gases causantes del efecto de absorción en la atmósfera.....	34
Tabla 6. Principales tipos de dispersión presentes en la atmósfera.....	36
Tabla 7. Cantidad de mL para la dilución de las muestras en la estimación de SST.	45
Tabla 8. Regresiones consideradas en la presente investigación.....	46
Tabla 9. Supuestos de validación de los datos en los modelos de regresión múltiple.....	46
Tabla 10. Validación cruzada en los modelos de regresión	49
Tabla 11. Rangos jerárquicos en la evaluación del coeficiente de determinación.	50
Tabla 12. Valores referenciales del Criterio de Nash-Sutcliffe.....	52
Tabla 13. Límites permisibles para contaminantes básicos en cuerpos de aguas NOM 001.	53
Tabla 14. Coordenadas de los PCA de la Presa J. A. Alzate.....	58
Tabla 15. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para el NT.	59
Tabla 16. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para la DQO.	59
Tabla 17. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para el PT.	60
Tabla 18. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para los SST.	60
Tabla 19. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para el NT....	61
Tabla 20. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para la DQO.	61
Tabla 21. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para el PT. ...	61
Tabla 22. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para los SST.	62
Tabla 23. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para el NT.	62
Tabla 24. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para la DQO..	62
Tabla 25. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para el PT	63
Tabla 26. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para los SST ..	63
Tabla 27. Resultados de los coeficientes obtenidos mediante la validación cruzada.....	65
Tabla 28. Modelos de regresión múltiple para diferentes PCA.....	67
Tabla 29. Comparación de PCA medidos en laboratorio y estimados a través de sensores remotos.....	70
Tabla 30. Estimación de sólidos suspendidos totales aplicado al estudio de Jaelani et al. (2016).....	81
Tabla 31. Variación de medias entre modelos de regresión	83
Tabla 32. Costo de la estimación de PCA en laboratorio y estimados por sensores remotos.	85
Tabla 33. Comparación de costos de futuras estimaciones entre PCA estimados en laboratorio y sensores remotos.....	86
Tabla 34. Alcance de las ecuaciones de regresión múltiple	87

Nomenclatura, acrónimos y unidades

Símbolo	Descripción	Unidades
\$	Moneda mexicana (pesos)	\$
a_n	Diferencia de medias poblacionales obtenido de la variación de medias	mg/L
ACP	Análisis de Componentes Principales	-----
ANN	Artificial Neuronal Network	-----
B1	Banda azul profundo/aerosoles: Para mapeo de costas y estudios de aerosol	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
B2	Banda azul: Útil para mapeo batimétrico, delimitar costas, diferenciar suelo de vegetación, diferenciar coníferas de latifoliadas, detección de rasgos urbanos, vías y construcciones.	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
B3	Banda verde: Empleada para discriminar sedimentos en suspensión, evaluar vigor de las plantas por la alta reflectancia de la vegetación verde y sana, delinear aguas poco profundas, rasgos urbanos y de infraestructura.	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
B4	Banda roja: Permite un mayor contraste de áreas con y sin vegetación, discriminar gradientes de vegetación, delimitar áreas urbanas y áreas agrícolas.	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
B5	Infrarrojo cercano: Útil para el cálculo de biomasa de vegetación, delimitar costas, para diferenciación suelos-cultivos y suelos-agua, para geomorfología, suelos y geología.	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
B6	Infrarrojo medio: Se alcanzan a penetrar nubes delgadas. Es útil para discriminar contenido de humedad en los suelos y la vegetación, diferenciar entre nubes, nieve y hielo.	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
B7	Infrarrojo medio: Útil para discriminar tipos de rocas, para estudios de suelos y mejora la determinación de contenidos de humedad en suelos y vegetación.	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
<i>Band ratio</i>	Proporciones entre bandas	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
Bn	Banda multiespectral n	μm
β_n	Coefficientes multiplicativo para cada banda multiespectral	adimensional
BP	Back- Propagation Artificial Neural Network	-----
CF	Costos fijos	\$
χ^2	Valores de distribución chi-cuadrado del modelo basado en Breusch Pagan (tablas)	-----
CV	Costos variables	\$
CRISP	<i>Centure for Remote Imaging, Sensing & Processing</i>	-----
D	Estadístico Durwin Watson	-----
DBO	Demanda bioquímica de oxígeno	mg/L
σ	Desviación estándar	adimensional
σ^2	Varianza del modelo	mg/L
DOF	Documento Oficial de la Federación: correspondiente a la Secretaria de Economía que describe los procedimientos de laboratorio de los PCA	adimensional
DOS	<i>Dark Object Subtractor</i>	-----
DQO	Demanda química de Oxígeno	mg/L
E	Coefficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe	adimensional
ENVI	Environmental Imagery	-----
F_i	Corresponde al estadístico de contraste de White 1	-----
FIV	Factor de Inflación de la varianza	-----
FLAASH	Fast Line-of-sight Atmospheric Analysis of Hypercubes	-----
GeoEye	Imagen satelital de mayor resolución y más precisas del mundo, esta compañía también incluye a las imágenes IKONOS	adimensional
GPS	Global Position System	metros
i	Iteración utilizada en la validación cruzada	adimensional
ID	Identificador utilizado en SIG para los puntos de muestreo	-----
IITCA	Instituto Interamericano de Tecnología y Ciencias del Agua	-----
IKONOS	Imagen satelital cuyo término proviene del griego ikonos=imagen	-----

Símbolo	Descripción	Unidades
INEGI	Instituto Nacional de Estadística y Geografía	-----
$k - 1$	Grados de libertad del modelo de regresión incluyendo el intercepto	adimensional
L_i o $L\lambda$	Radiancia espectral captada por el sensor	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
Li	Intervalo de confianza del 95% para una observación de y dado un X_0 , $y = f(X_0)$	-----
LM	Corresponde al estadístico de contraste de White 2	-----
LP	Límite permisible de los PCA aplicado a aguas de uso en riego agrícola	mg/L
MALS	Modelamiento Analítico Luz-clima Subacuático	-----
MIN	Método de Matriz Inversa	adimensional
MNDWI	Modified Normalized Difference Water Index	μm
MOA	Modelo Óptico Analítico	-----
MODIS	Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer	adimensional
MODTran	Modelo de transferencia radioactiva	-----
MTL	Metadatos de la imagen Landsat 8 OLI	adimensional
n	Número de muestras obtenido por la ecuación de población finita	Número de población/muestra
NASA	National Aerospace Spatial Administration	-----
ND	Número digital	adimensional
NDWI	Normalized Difference Water Index	μm
nm	Nanómetro: equivale a una mil millonésima parte de un metro	$10^{-9}m$
NT	Nitrógeno total	mg/L
OLI	Operational Land Imager	-----
$\rho\lambda$	Reflectancia de la superficie de agua	$\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$
PCA	Paramento de Calidad del Agua	mg/L
PG	Programación Genética	-----
Pi	Suma del residuo al cuadrado entre la varianza	mg/L
PT	Fósforo total	mg/L
P-value	Significancia de los datos	Adimensional
$Q_{desc. local}$	Gasto estimado de descargas locales	m^3/s
Qk	corresponde a los números atípicos totales	-----
$Q_{m\acute{a}x}$	Gasto máximo mensual de descargas municipales	m^3/s
Q_{med}	Gasto medio mensual de descargas municipales	m^3/s
$Q_{m\acute{i}n}$	Gasto mínimo mensual de descargas municipales	m^3/s
r	Coefficiente de correlación	adimensional
R^2	Coefficiente de determinación	adimensional
\bar{R}^2	Coefficiente de determinación ajustado	adimensional
RASTER	Formato de archivo con la que trabaja el software TerrSet. En su forma más simple, un ráster consta de una matriz de celdas (o píxeles) organizadas en filas y columnas (o una cuadrícula) en la que cada celda contiene un valor que representa información	Adimensional/ megabyte
RBFN- Network	Radial Basis Function Neural (RBFN) Network	-----
RMSE	Error cuadrático medio	mg/L
SEMARNART	Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales	-----
SIG	Sistemas de Información Geográfica	adimensional
SPOT	Satellite Pour l'Observation de la Terre	adimensional
SST	Sólidos Suspendidos Totales	mg/L
TIFF	<i>Tagged Image File Format</i> (Formato de archivo de las imágenes Landsat)	adimensional
μ_n	Medias con un intervalo de confianza del 95%	adimensional
u^2	Residuos de las regresiones al cuadrado	mg/L
μm	Micrómetro: equivale a la millonésima parte del metro	$10^{-6}m$
UTM	Universal Transversa de Mercator	metros
USGS	<i>United States Geological Survey</i>	-----

Símbolo	Descripción	Unidades
v	grados de libertad y nivel de confianza	mg/L
$Vo\ Chi^2$	Valor observado chi-cuadrado del modelo	mg/L
WGS84	World Geodetic System 1984	métrico
\hat{y}	Parámetro de calidad del agua estimada	mg/L
\hat{y}_i	Modelo de regresión inicial propuesto	mg/L
ZMT	Zona Metropolitana de Toluca	adimensional

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

La caracterización del agua comprende la estimación de parámetros de calidad del agua (PCA) como los sólidos suspendidos totales (SST), nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO) y fósforo total (PT). La estimación de estos PCA se realiza de manera tradicional a través de procesos de laboratorio (Rostom et al., 2017). Sin embargo, existen desventajas en tiempo (accesibilidad al sitio, nuevas estimaciones en laboratorio) y costo (adquisición de reactivos cada vez que se desee estimar los PCA). Por ello, se ha trabajado en alternativas como los sensores remotos para la estimación de los PCA (Aguirre, 2013).

Por medio de sensores remotos es posible estimar la reflectancia de cuerpos de aguas superficiales almacenadas en diferentes bandas que integran una imagen satelital (Rostom et al., 2017). Dichas imágenes, según el número de bandas que contengan, se pueden clasificar en multispectral e hiperspectral (Samaniego, 2014). Este estudio propone el uso de las bandas de imágenes Landsat 8 OLI (USGS, 2013) para estimar algunos PCA y validarlo por medio de muestras de campo siguiendo las normas oficiales mexicanas vigentes (DOF, 2001; DOF, 2010; DOF, 2012; DOF, 2015). La importancia de la estimación de los PCA con sensores remotos radica en la precisión de la información que proporciona de manera rápida con costos razonables a diferencia de los métodos tradicionales (USGS, 2013). Para obtener las expresiones de los PCA en función de la reflectancia del sensor Landsat 8 OLI se propone una regresión multivariable (lineal, exponencial y polinómica) para cada PCA. Por tanto, se aprovechan los aportes de la reflectancia para el cálculo de PCA aplicado al caso de estudio de La Presa J. A. Alzate, México debido a las concentraciones de contaminantes que arrastra el agua proveniente de las Zona Metropolitana de Toluca (Villanueva & Botello, 1992). Para identificar el alcance de los modelos de regresión pueden ser comparadas con las ecuaciones desarrolladas por otros autores aplicadas a diferentes cuerpos de agua por medio de la diferencia de medias y variación de ajuste del \bar{R}^2 de cada modelo de regresión.

1.1 Justificación contextual y científica

La importancia de la estimación de parámetros de calidad del agua (PCA) radica en la implementación de medidas y políticas adecuadas para el manejo y asignación de los recursos hídricos (Aguirre, 2013). Para el caso de la Presa J. A. Alzate ubicada en el Estado de México se tiene presencia de contaminantes que degradan el hábitat de las especies que se encuentran en este cuerpo de agua superficial (SEMARNAT, 2013). Por lo tanto, es necesario el cálculo de PCA como NT, PT, DQO y SST con el fin de monitorear el grado de contaminación del cuerpo de agua.

De manera tradicional, la estimación de PCA se realiza en laboratorio, repitiendo el proceso constantemente cada vez que se desea conocer el comportamiento de estos. Una técnica reciente es el uso de los sensores remotos que aportan imágenes multiespectrales compuestas con datos de reflectancia captadas a distinta longitud de onda. Las ventajas de las imágenes multiespectrales se centran en proporcionar información con una mayor frecuencia temporal (16 días), haciendo posible el monitoreo de la calidad del agua por medio de la correlación de las variables de PCA con la reflectancia (Ojeda et al., 2017).

El aporte metodológico del presente proyecto se centra en la obtención de una expresión validada para la estimación de cada PCA en función de coeficientes correspondientes a cada banda multiespectral, generados por medio de regresión multivariable. Esto, posibilita el seguimiento y monitoreo de la evolución de contaminantes en los cuerpos de aguas superficiales, Lo anterior permite monitorear la calidad del agua para ayudar a la sustentabilidad del recurso hídrico (CEPAL, 2014; Bazán & Suárez, 2014). Como aporte tecnológico, se propone el uso de sensores remotos para la estimación de PCA, de manera continua y con un bajo costo en el monitoreo del cuerpo de agua. Dicho lo anterior, el presente estudio es una herramienta de apoyo a las autoridades encargadas en el monitoreo de recursos hídricos ya que indica la calidad del agua presente en la presa J. A. Alzate.

1.2 Hipótesis

La regresión multivariable de la reflectancia en las bandas multiespectrales (B1, B2, B3... B7) del sensor Landsat 8 OLI, proporcionará un coeficiente de determinación aceptable con los PCA (NT, PT, DQO y SST) asociados al cuerpo de aguas superficial de la presa J. A. Alzate, México.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

- Caracterizar la calidad del agua (NT, PT, DQO y SST) en un cuerpo superficial (presa J. A. Alzate) por medio de los datos de reflectancia asociados con las bandas multiespectrales del sensor Landsat 8 OLI.

1.3.2 Objetivos específicos

- Evaluar la cobertura del cuerpo de agua, dinámica de flujo y acceso al lugar para acotar la zona de estudio.

- Calibrar y corregir la influencia de la atmósfera para obtener las reflectancias de las bandas multiespectrales.
- Estimar los PCA en laboratorio de una muestra representativa del cuerpo de agua.
- Desarrollar un modelo de regresión multivariable asociado a la zona de estudio (presa J. A. Alzate, México) para estimar cada PCA.
- Validar los modelos de regresión multivariable para estimar e interpretar la distribución espacial y temporal de los PCA en la Presa J. A. Alzate.
- Determinar la correlación de los modelos de regresión en otros cuerpos de agua para la evaluación de su alcance.

CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE

En el campo de los recursos hídricos, los sensores remotos han ganado reconocimiento como herramienta para el monitoreo de la calidad del agua (Aguirre, 2013; Aiman et al., 2014). De manera general los sensores remotos captan la reflectancia a distintas longitudes de onda. Estas reflectancias son utilizadas para correlacionar PCA obtenidos en laboratorio y a partir de lo anterior obtener funciones de regresiones (Zimba, 2013). El procesamiento de la información se puede realizar a través de los Sistemas de Información Geográfica (SIG) para la posterior estimación de los PCA mediante métodos de regresión simple y múltiple.

2.1 Introducción al procesamiento de imágenes a través de SIG

Para el procesamiento y manejo de las imágenes Landsat 8 OLI, es necesario contar con un software de Sistemas de Información Geográfica (SIG), con el fin de procesar, interpretar y discriminar variables asociadas a los recursos hídricos (Hidalgo et al., 2009). Estos paquetes informáticos existen de manera libre y comercial. Dentro de los libres se encuentran GvSIG, QGIS (Olaya, 2014), etcétera y entre los softwares comerciales sobresalen: ArcGIS (ESRI, 2018), ENVI (HARRIS GEOSPATIAL SOLUTIONS, 2018), Erdas IMAGE, Erdas ERMapper (HEXAGON GEOSPATIAL, 2018) y TerrSet (Clark, 2013).

Cada uno de los anteriores se especializan en diferentes áreas como el análisis ráster, vector, base de datos, tratamiento de imágenes entre otros. ENVI sobresale en el pre-procesamiento debido a los diferentes modelos de atmósfera que puede procesar a través del módulo MODTRAN 4 (*MODerate Transferense Radioactive*; Samaniego, 2014; Compagnucci, 2011). Mientras que TerrSet sobresale en la aplicación de las regresiones lineales y logísticas múltiples (Eugenio et al., 2014). Sin embargo, de acuerdo con Kaburmarci et al. (2013) indica que es recomendable realizar el procesamiento con regresión múltiple de las bandas de Landsat 8 OLI a través del software TerrSet e IBM SPSS Statistics debido a la facilidad en el procesamiento de operaciones, sobre todo en la validación de supuestos. Los supuestos de validación para los datos de entrada de los modelos de regresiones corresponden a la heterocedasticidad versus homocedasticidad, micronumerosidad, no linealidad, multicolinealidad, normalidad y valores atípicos (Mun, 2012; Abdelmalik, 2016; Kavurmaci et al., 2013). La importancia de los supuestos se centra en la precisión de las futuras estimaciones de los PCA y es altamente recomendable aplicarlas para que el modelo arroje estimaciones confiables en otras temporadas del año, sobre todo con una variación de error constante (Mun, 2012; Carrillo, 2016).

Además de lo anterior, dichos supuestos deben considerar el análisis de sensibilidad banda por banda con cada PCA (Zeiny & Kafrawy, 2016) para conocer cuales bandas presentan mejor ajuste en la

caracterización de contaminantes (Victoria et al., 2014); considerando la dependencia, absorción y energía reflejada por los PCA a ciertos umbrales de longitud de onda (Flores, 2018; Aiman & Hossam, 2014). Además de lo anterior para los supuestos de validación a los datos en los modelos de regresión múltiple es necesario aplicar la validación cruzada a cada uno de ellos (Gil, 2018; López & Elosua, 2004). La validación y evaluación de los modelos de regresión múltiple son basados en el p-value, estadístico t, estadístico F, coeficiente de determinación ajustado y coeficiente de Nash-Sutcliffe (Alonso, 2015; Murillo & González, 2000; Krause et al., 2005; Kavurmaci et al., 2013) que tienen la función de evaluar la capacidad explicativa del modelo de regresión (Rojo, 2007).

2.2 Absorción y energía reflejada de la reflectancia por PCA

El haz de luz emitida por los sensores remotos a diferente longitud de onda tiene diferente comportamiento espectral en los cuerpos de aguas superficiales (PCE Instruments Chile S. A., 2018), causado no solo por las distintas longitudes de onda sino por las características fisicoquímicas (calidad del agua) que posee el cuerpo de agua (Abdelmalik, 2016). De manera general la firma espectral del agua refleja energía en la B1, B2 y B3 y casi no refleja energía en la B4, B5 y B6 (figura 11; Chuvieco, 2002; Arias, 2014). Sin embargo, cuando el agua tiene altas concentraciones de polutos la firma espectral tiende a tener diferente comportamiento. El NT normalmente absorbe energía del haz proveniente del satélite en las bandas B1 y B4 (Zeiny, 2015). Mientras tanto, la DQO absorbe energía en la B1 a B4; el PT en la B1 y B4 y los SST normalmente absorben energía en la B1 y B2 (tabla 1). Cabe mencionar que el comportamiento espectral descrito anteriormente está basado en la imagen Landsat 8 OLI y observación en aguas residuales y residuales tratadas (Metcalf & Eddy, 1997).

Tabla 1. Absorción y reflectancia de los PCA utilizando Landsat 8 OLI.

PCA mg/L	Bandas de Landsat 8 OLI						
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Demanda química de oxígeno (DQO)	A	A	A	A	R	R	R
Nitrógeno total (NT)	A	R	R	A	R	R	R
Fósforo total (PT)	A	R	R	A	R	R	A
Sólidos suspendidos totales (SST)	A	A	R	R	R	A	A

Simbología: absorbe (A), refleja (R). Banda multispectral (Bn). Fuente: Elaboración propia con base en Metcalf & Eddy, 1997; Chang et al., 2015; Doña, 2016; Ruiz, 2017.

En el comportamiento espectral del agua también es importante considerar que la energía absorbida o reflejada por las bandas multispectrales alcanzan a recolectar información a distintas profundidades (m) en la que los PCA normalmente se encuentran distribuidos (Hernández, 2018). De acuerdo con Metcalf y Eddy (2003) el NT se encuentra tanto en zonas profundas como con baja profundidad (figura 1), seguidamente se encuentran las concentraciones de DQO y la SST que se encuentran en profundidades intermedias del cuerpo de agua (<0.70 m; U.S. Environmental Protection Agency, 2002), sin embargo,

sus altas concentraciones se encuentran en la parte profunda del cuerpo de agua¹. Para el PT en la mayoría de los sitios suelen encontrarse en la parte superior del cuerpo de agua (0-0.60 m), con lo cual este PCA es recomendable para su estimación a través de los sensores remotos (satélites; Avalos, 2012).

Para el caso de las reflectancias captadas por el sensor Landsat 8 OLI son recopiladas a nivel de superficie (figura 1), máximo a 1 metro de profundidad para el caso de la B1 (azul profundo/aerosoles; Chang et al., 2015; USGS, 2013). A partir de lo anterior es recomendable recolectar las muestras de agua a una profundidad promedio de 0.5 m (Carrillo, 2016).

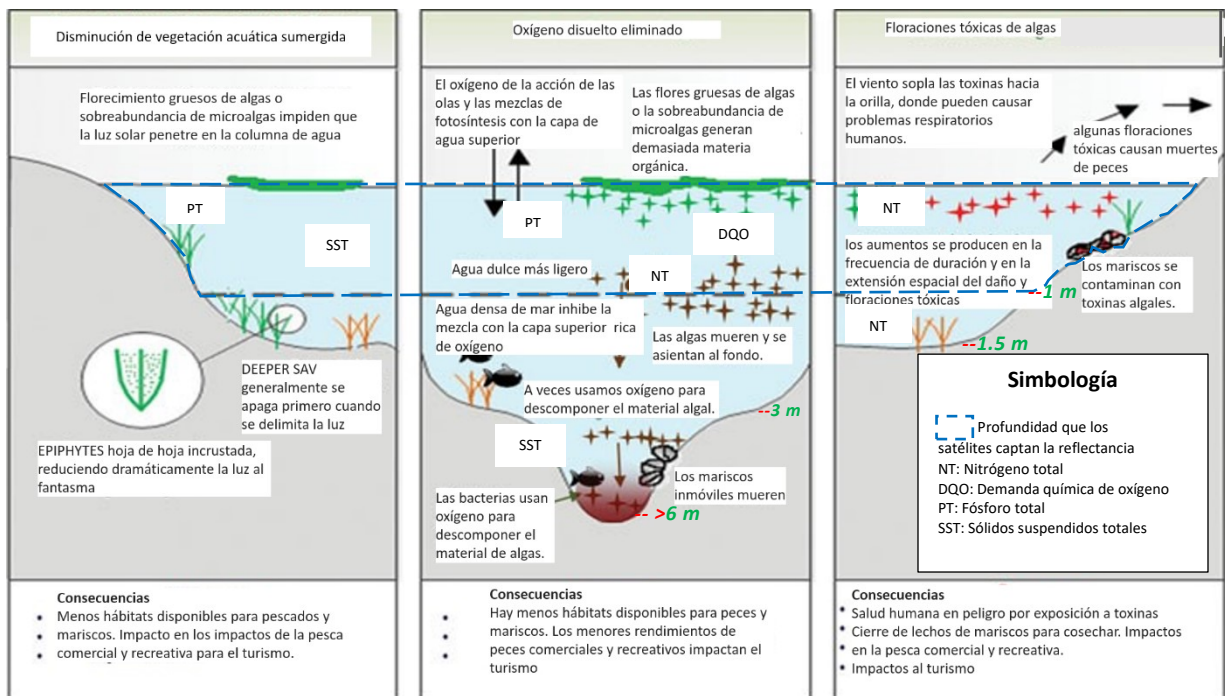


Figura 1. Profundidades en la que normalmente se encuentran los PCA (Elaboración propia con base en Metcalf & Eddy, 2003) y efecto de los nutrientes en el cambio de la calidad del agua, estado del ecosistema (adaptado de U.S. Environmental Protection Agency, 2019; Chang et al., 2015).

Además de lo anterior los SST tienen un aumento de la reflectividad de la concentración en el espectro comprendido entre los 400 y 1000 nm (Doña, 2016). El incremento de la reflectividad y la variación de la firma espectral dependerán del tamaño de la partícula y de las propiedades del sólido asociado. Cuando el tamaño de partícula disminuye la reflectividad aumenta. Sin embargo, sí las partículas son de origen orgánico, ésta dependerá también de sus características cromáticas. Por lo tanto, en caso de que el sitio presente fitoplancton, la reflectividad aumentará en la B3 (verde) y disminuirá en la B2 (azul). Si se trata de partículas inorgánicas y de origen arcilloso, a más concentración de estas partículas la reflectividad

¹ Para las aguas lénticas la estimación los SST a través de los sensores remotos se basan en las concentraciones a nivel de superficie. Para las aguas lóxicas los SST suelen encontrarse y estimarse de manera homogénea debido a la dinámica del flujo por medio de los sensores remotos (Peterson et al., 2018; University of Manchester, 2016).

aumentará, especialmente en la zona del B4 (rojo; figura 2). Por consecuencia los SST reflejan energía en la banda B3 y B4 y con menor energía en la B6 y B7.

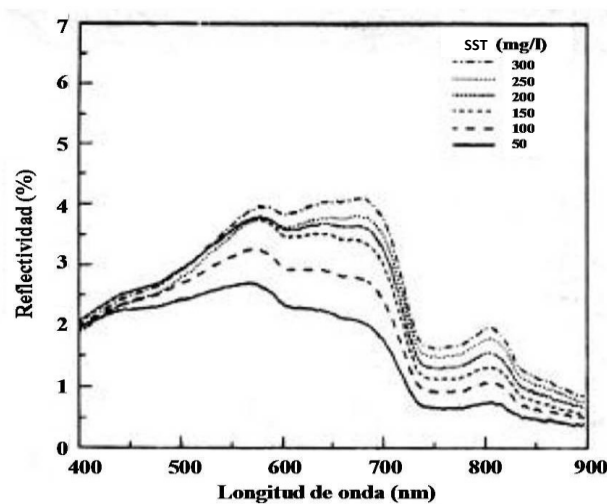


Figura 2. Variación de la reflectividad en función de los sólidos suspendidos totales (SST; mezcla de barro y arcilla; Doña, 2016).

A partir de lo anterior, la caracterización de contaminantes se fundamenta en la correlación de la reflectancia con las muestras de PCA (Chang et al., 2015) analizadas a través de clasificaciones no supervisadas, supervisadas, creación de índices, modelos matemáticos y estadísticos como el análisis de regresiones (Zhang et al., 2003).

2.3 Regresión simple y múltiple

Los datos geográficos son procesados por medio de técnicas de regresión simple y múltiple (Samaniego, 2014). La regresión simple se basa únicamente en una variable independiente (X) y una variable dependiente (\hat{Y}); mientras tanto la regresión múltiple consiste en la relación entre varias variables independientes ($X_1, X_2 \dots X_n$) y una dependiente (\hat{Y} ; Walpole & Myers, 1989). En cuanto a los tipos de regresión, en el análisis de datos espaciales predomina la regresión lineal y exponencial procesada a través de SIG (Carrasco et al., 2012). La evaluación de los tipos de regresión se lleva a cabo mediante el uso del coeficiente de determinación (R^2). Cuando, éste se acerca a 1.0 indica que los datos tienen una estrecha correlación entre las variables y menor relación cuando el valor es cercano a 0, ayudando a crear estimaciones por medio de ecuaciones diseñadas a través de las bandas multispectrales (Harrington & Schiebe, 1992). La evolución de los sensores remotos ha promovido la estimación de PCA a partir de la reflectancia correspondiente a distintas longitudes de onda, cuya relación varía según los coeficientes estimados para cada área de estudio, tipo de satélite, superficie, resolución, tamaño de muestra, bandas, tipo de regresiones, evaluación y autores (tabla 2).

Tabla 2. Principales aportes de distintos autores en la estimación de PCA. Elaboración propia.

PCA	Satélite	Superficie	Resolución (m)	Tamaño de muestra	Normalización de bandas	Tipo de regresión	Evaluación R ²	Autor
SST	IKONOS	28 km ²	5 m	9	$\hat{Y} = A_0 + A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 + A_4 B_4$	Lineal múltiple	R ² =0.8325	Ekerin (2007)
	EO-1	263 km ²	3 m y 5 m	35	$\hat{Y} = 252.618 - 0.078 \times ALI2 - 0.229 \times ALI3 - 0.032 \times ALI4 + 0.216 \times ALI5 + 0.070 \times ALI6 - 0.065 \times ALI7$	Lineal múltiple	R ² =0.95	Kavurmacı et al. (2013)
	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 3.003 + (94.349/B5) - (460.265/B3) - (208.127/B1) + (20.013/B7) - (49.474/B6)$	No lineal	R ² =0.338	Aiman et al. (2014)
	MODIS y Landsat 8 OLI	-----	30 m y 100 m	25	$\hat{Y} = 4.10B2^{*1.70} - 3.82B4^{*0.11} + 0.16(B2/B4)^{-3.0} + 4.67$	Logística múltiple	R ² =0.69	Swain & Sahoo, (2017)
	Landsat TM	-----	30 m	-----	$\hat{Y} = 33.7026 + 3.2425ND3 - 1.1793ND1 + 1.5770ND4$	Lineal múltiple	R ² =0.69	Fernández y Moreira (2014)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = -23.59 + 767.27(B1)$	Lineal simple	R ² =0.46	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = -5.34 + 632.31(B2)$	Lineal simple	R ² =0.51	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = -39.61 + 492.84(B1) + 447.83(B2)$	Lineal múltiple	R ² =0.66	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = 60.07 + 189.77(B2 - B1)$	Lineal simple	R ² =0.001	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = -38.70 + 466.62(B1 + B2)$	Lineal simple	R ² =0.67	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = 38.38 + 20.95(B2/B1)$	Lineal simple	R ² =0.01	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = 61.17 - 45.19[(B1 - B2) / (B1 + B2)]$	Lineal simple	R ² =0.01	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = -893.30 + 453.05 \cdot e^{(B1)} + 403.81 \cdot e^{(B2)}$	Lineal múltiple	R ² =0.67	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = -417.65 + 385.76 \cdot e^{(B1 + B2)}$	Lineal simple	R ² =0.69	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = 23.373 + 2913.27(B2^2)$	Polinómico	R ² =0.53	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$y\hat{Y} = -65.25 + 3122.35(B1) - 30654.23(B2^2) + 110716.01(B2^3)$	Polinómico	R ² =0.54	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	12000 km ²	30 m	26	$\hat{Y} = 15.94 + 15553.76(B1^3) + 10983.79(B2^3)$	Polinómico	R ² =0.77	Carrillo (2016)
	Landsat 8 OLI	1.254 ha	30 m	31	$\hat{Y} = -161.98(B5/B4)^3 + 713.478(B5/B4)^2 - 811.43(B5/B4) + 278.46$	Polinómica múltiple	$\bar{R}^2 = 0.9827$	Ruiz (2017)
	Landsat 8 OLI	1.254 ha	30 m	31	$\hat{Y} = -439321.72(B4)^3 + 64614.46(B4)^2 - 163.01(B4) - 16.41$	Polinómica múltiple	$\bar{R}^2 = 0.8585$	Ruiz (2017)
	Landsat 8 OLI	1.254 ha	30 m	31	$\hat{Y} = -2364.9(B4 - B5) + 20.373$	Lineal simple	$\bar{R}^2 = 0.9517$	Ruiz (2017)
	Landsat 8 OLI	1.254 ha	30 m	31	$\hat{Y} = -111957.39(B5)^3 + 27838.07(B5)^2 - 598.08(B5) + 10.52$	Polinómica múltiple	$\bar{R}^2 = 0.9177$	Ruiz (2017)
	Landsat 8 OLI	1.254 ha	30 m	31	$\hat{Y} = -229.34(B3/B5)^3 + 1001.65(B3/B5)^2 - 1422.7(B3/B5) + 665.17$	Polinómica simple	$\bar{R}^2 = 0.9643$	Ruiz (2017)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 72.05 - 2.16*B2 + 2.57*B5 + 0.82*B9$	Lineal múltiple	R ² =0.67	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 371.48*B3 - 1218.66$	Lineal simple	R ² =0.76	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 418.01*B2 - 15658.60$	Lineal simple	R ² =0.87	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 7.84*B2 - 324.48$	Lineal simple	R ² =0.97	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 0.51*B3 - 0.24*B2 - 0.06$	Lineal múltiple	R ² =0.99	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 4.14*B2 - 96.04$	Lineal simple	R ² =0.89	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 0.60*B5 - 11.53$	Lineal simple	R ² =0.83	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 80.67*B3 - 2.5709$	Lineal simple	R ² =0.92	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 0.9203*B5 - 15.92$	Lineal simple	R ² =0.83	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$Log(\hat{Y}) = 0.0038*B2 + 0.0034*B7 - 0.438$	Lineal múltiple	R ² =0.82	Peña et al. (1999)
	DAEDALUS 1268	>100 km	3.44 m	-----	$\hat{Y} = 0.248*B3 - 6.758$	Lineal simple	R ² =0.71	Peña et al. (1999)
	Landsat 8 OLI	131110 ha	30 m	26	$\hat{Y}_{secas} = -1037.79 - 74.63*(B2/B5) - 8.86*(B3/B5) + 517.91*(B4/B5) - 799.23*(B5/B2) + 127.76*(B5/B3) + 1100.92*(B5/B4)$	Lineal múltiple	R ² =0.82	Hijigholizadeh (2016)
	Landsat 8 OLI	131110 ha	30 m	26	$\hat{Y}_{lluvias} = 2855.76 - 182.90*(B2) + 361.89*(B4) - 1018.25*(B3/B4) - 1919.21*(B4/B3) - 26.15*(B4/B5)$	Lineal múltiple	R ² =0.76	Hijigholizadeh (2016)
DAEDALUS 1268	>100km	3.44 m	-----	$LN(\hat{Y}) = 0.045*B3 + 0.108*B7 + 0.032$	Log. múltiple	R ² =0.95	Peña et al. (1999)	
GeoEye	-----	1.6 m	-----	$\hat{Y} = 2421.41 - 760.20*B2 + 527.50*B3 + 53.32*NDVI + 64.52*JLWI$	Lineal múltiple	R ² =0.99	Gómez & Dalence (2014)	

PCA	Satélite	Superficie	Resolución (m)	Tamaño de muestra	Normalización de bandas	Tipo de regresión	Evaluación R ²	Autor
SST	GeoEye	-----	1.6 m	-----	$\hat{Y} = -100.36 + 15.26*B4$	Lineal simple	R ² =0.84	Gómez & Dalence (2014)
	GeoEye	-----	1.6 m	-----	$\hat{Y} = -104.31 + 15.47*B4$	Lineal simple	R ² =0.83	Gómez & Dalence (2014)
	GeoEye	-----	1.6 m	-----	$\hat{Y} = -118.56 + 16.25*B4$	Lineal simple	R ² =0.85	Gómez & Dalence (2014)
	GeoEye	-----	1.6 m	-----	$\hat{Y} = -244.83 + 40.21*B1 - 3.67*NDWI$	Lineal múltiple	R ² =0.88	Gómez & Dalence (2014)
	GeoEye	-----	1.6 m	-----	$\hat{Y} = -242.39 + 39.13*B1 - 3.41*NDWI$	Lineal múltiple	R ² =0.89	Gómez & Dalence (2014)
	MODIS	-----	100 m	105	$\hat{Y} = 0.659 + 25.623*(B(555) + B(670)) - 0.646*(B(490)/B(555))$	Logística múltiple	-----	Cheol et al. (S/A)
NT	Landsat 8 OLI	53 km ²	30 m	18	$\hat{Y} = e^{(8.228 - 2.713*\ln(B3/B2))}$	Exponencial	-----	Zeiny y Kafrawy (2017)
DBO	Landsat 8 OLI	53 km ²	30 m	18	$\hat{Y} = e^{(4.2380 - 2.2546*\ln((B2-B3)/B2))}$	Exponencial	-----	Zeiny y Kafrawy (2017)
DQO	Landsat 8 OLI	98.7444 km ²	30 m	-----	$\hat{Y} = 2.76 - 17.27*B1 + 72.15*B2 - 12.11*B3$	Lineal múltiple	-----	Figuerola (2016)
	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 3.684 - (494.576/B2) + (66.693/B7) - (176.324/B6)$	Lineal múltiple	R ² =0.429	Aiman et al. (2014)
PT	Landsat 8 OLI	53 km ²	30 m	18	$\hat{Y} = e^{(-0.4081 - 8.659*\ln(B3/B2))}$	Exponencial	-----	Zeiny y Kafrawy (2017)
Disc S.	IKONOS	28 km ²	5 m	9	$\hat{Y} = A_0 + A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 + A_4B_4$	Lineal múltiple	R ² =0.9154	Ekercin (2007)
	SPOT	5 000 ha	5 m	7	-----	Lineal simple	-----	Aguirre (2013)
SDT	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = -0.1204(B3)^2 + 10.663(B3) - 207.21$	lineal, Exponencial, Cúbica Cuadrática, Inversa Potencia Múltiple	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
Chl-a	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 5.906 + (727.830/B5) - (321.436/B6) - (1596.481/B3) - (1136.814/B4) + (647.486/B1)$	Lineal múltiple	R ² =0.656	Aiman et al. (2014)
	DubaiSat-1	8 km ² y 14 km	2 m	5	$\hat{Y} = -157.8x^3 + 365.5x^2 - 253.1x + 55.11$ $x = Chl-a = C1B1 + C2B2 + C3B4$	Polinómica	R ² = 0.981	Tarig et al. (2013)
	IKONOS	28 km ²	5 m	9	$\hat{Y} = A_0 + A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 + A_4B_4$	Lineal múltiple	R ² =0.9311	Ekercin (2007)
	Landsat TM	-----	30 m	-----	$\hat{Y} = -206.318 + 3.747ND1 - 3.014ND2 + 3.732ND7 + 4.657ND5 - 2.253ND3$	Lineal múltiple	R ² =0.85	Fernández y Moreira (2014)
	EO-1	263 km ²	3 m y 5 m	35	$\hat{Y} = 219.092 + 0.061*AL12 - 0.348*AL13 + 0.078*AL14 - 0.052*AL15 + 0.044*AL16 + 0.087*AL17$	Lineal múltiple	R ² =0.97	Kavurmaci et al. (2013)
	Quickbird	272.25 km ²	2.4 m	37	$\hat{Y} = -1.69996 + 990.717*B1xB1 + 1.69996 + 990.717*B1xB1 + 1.69996 + 990.717*B1xB1 + 1.69996 + 990.717*B1xB1 - 4655.07*B1xB4 + 4655.07*B1xB4 + 4655.07*B1xB4 + 6363.27*B4xB4 + 6363.27*B4xB4 + 6363.27*B4xB4 + 6363.27*B4xB4$	Lineal múltiple	R ² =0.678	Estruch (2010)
	Quickbird	272.25 km ²	2.4 m	37	$\hat{Y} = 4.48544 + 4484.73*B2xB2 - 23608.1*B2xB4 + 1344.45*B1xB3 - 17.6014*B3/B1 + 27237.2*B4xB4$	Lineal múltiple	R ² =0.778	Estruch (2010)
	Landsat 8 OLI	2000 km ² aprox.	32 m	12 estaciones (muestras mensuales 2 años)	$\hat{Y} = 0.41 + 113*B1 - 226.3*B2 + 120.2*B3 - 25.2*B4 + 23.7*B5$	Lineal múltiple	R ² =0.770	Aviña (2018)
	Landsat 8 OLI	98.7444 km ²	30 m	-----	$\hat{Y} = -1.69996 + 990.717*(B1*B1) - 4655.07*(B1*B4) + 6363.27*(B4*B4)$	Lineal múltiple	-----	Figuerola (2016)
	MODIS	-----	100 m	105 muestras integradas en 10 regiones	-----	Logística	-----	Cheol et al. (S/A)
FieldSpec	250 km ²	30 m	22	-----	Lineal múltiple	-----	Rostom & Shalaby (2017)	
Turb	DubaiSat-1	8 km ² y 14 km ²	2 m	5	$\hat{Y} = -A_0 + A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$	Lineal múltiple	R ² = 0.876	Tarig et al. (2013)
	FieldSpec	250 km ²	30 m	22	-----	Lineal múltiple	-----	Rostom & Shalaby (2017)
	DubaiSat-1	8 km ² y 14 km ²	2 m	5	-----	Lineal simple	-----	Tarig et al. (2013)
	EO-1	263 km ²	3 m y 5 m	35	$\hat{Y} = 42.360 + 0.050*AL12 - 0.138*AL13 + 0.038*AL14 - 0.022*AL15 + 0.041*AL16 + 0.003*AL17$	Lineal múltiple	R ² =0.94	Kavurmaci, et al. (2013)
	MODIS y Landsat 8 OLI	-----	30 m y 100 m	25	$\hat{Y} = 9.981B2^{*1.16} + 9.98B4^{*1.38} + 9.29(B1/B3) - 0.12 - 7.34$	Logística múltiple	R ² =0.80	Swain y Sahoo, (2017)
	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = 0.4121[(B3 * B2) / B1]^2 - 31.74[(B3 * B2) / B1] + 612.17$	Regresión múltiple y Simple, Potencia, Cúbico, Cuadrático, Compuesto, Inverso, Logarítmico	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
	Landsat TM	-----	30 m	-----	$\hat{Y} = -159.176 + 4.538ND1 - 3.541ND3 + 3.153ND7 - 2.042ND5$	Lineal múltiple	R ² =0.78	Hernández y Moreira (2014)
Landsat 8 OLI	2000 km ² aprox.	34 m	14 estaciones (muestras mensuales 2 años)	$\hat{Y} = -4.49*5*B3 + 73.85*B4 + 130.6*B6 + 12.25*(B3/B2) - 0.97*(B4/B5) - 33.6*(B6/B1)$	Lineal múltiple	R ² =0.600	Aviña (2018)	

PCA	Satélite	Superficie	Resolución (m)	Tamaño de muestra	Normalización de bandas	Tipo de regresión	Evaluación R ²	Autor
Turb	Landsat 8 OLI	5280 km ²	30 m	30	$\hat{Y} = 6.1437*B2 - 2.7020*B3 + 5.1736*B4 - 5.8274*B5$	Lineal múltiple	-----	Arias (2014)
	Landsat 7 ETM+	2900 ha	30 m	50	$\hat{Y} = 2.808 + 42.961*B1 + 1.994*B4$	Lineal múltiple	R ² =0.893	Avalos (2012)
	FieldSpec	250 km ²	30 m	22	-----	Lineal múltiple	-----	Rostom & Shalaby (2017)
CSS	Landsat ETM, TM	131338 km ²	30 m	15	$R_i = A_i + B_i ((1 - \exp(-CSS/S_i)))$	Función de base física exponencial	-----	Onderka & Rodný (2010)
					R _i =reflectancia en i-th banda espectral, A _i = coeficiente, B _i =valor asintótico de R _i , S _i = concentración saturada (mg/L), i=identificador de la banda espectral analizada			
CSedS	MODIS	-----	100 m	-----	-----	Aplicación de NDWI en vez de regresión	-----	Ghada et al. (2011)
Secchi	SPOT	5000 ha	5 m	7	-----	Lineal simple	-----	Aguirre (2013)
Temp	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = -0.0584((1/2) B8 - ((B11 + B13)/B10))^2 + 1.9456((1/2) B8 - ((B11 + B13)/B10)) + 15.443$	Lineal, Exponencial, Cúbica Cuadrática, Inversa, potencia múltiple	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
	Landsat 8 OLI	98.7444 km ²	30 m	-----	$\hat{Y} = 6.1437*B2 - 2.702*B3 + 5.1736*B4 - 5.8224*B5$	lineal múltiple	-----	Figuerola (2016)
	SPOT	5 000 ha	5 m	7	-----	Lineal simple	-----	Aguirre (2013)
	Landsat 8 OLI	77000 ha	30 m	17	$\hat{Y} = 4.44936 - 8.40649*B1 - 17.3028*B2 - 61.721*B3 + 155.881*B4 + 57.2486*B5 - 94.9118*B6 - 15.1281*B7 + 2.30265*B10 - 0.206874*B11$ (temp. secas)	Lineal múltiple	R ² > 0.738825	Hernández (2017)
					$\hat{Y} = -11.9786 - 41.5452*B1 + 155.843*B2 - 136.496*B3 + 127.288*B4 + 26.2139*B5 - 154.335*B6 + 89.6942*B7 + 2.35713*B10 + 1.14964*B11$ (temp. lluvias)	Lineal múltiple		
Landsat 8 OLI	2000 km ² aprox.	30 m	10 estaciones (muestras mensuales 2 años)	$\hat{Y} = 2.27 + 3.69*B10 - 2.91*B11$	Lineal múltiple	R ² =0.940	Aviña (2018)	
pH	Landsat 8 OLI	2000 km ² aprox.	31 m	11 estaciones (muestras mensuales 2 años)	$\hat{Y} = 3.39 + 106.8*B1 - 40.9*B2 - 9.8*B4 - 353.1*B1^2 + 140.9*B2^2 + 112.6*B4^2 - 0.25*B10 + 0.25*B11$	Polinómica múltiple	R ² =0.890	Aviña (2018)
	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 0.713 - (4.336/B7) + (9.166/B6) + (42.187/B3) - (9.630/B5) + (16.042/B4)$	Lineal simple y múltiple	R ² =0.607	Aiman et al. (2014)
DBO	Landsat 8 OLI	98.7444 km ²	30 m	-----	$\hat{Y} = 1.79 - 0.789*B1 + 52.36*B2 - 3.28*B3$	lineal múltiple	-----	Figuerola (2016)
	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 4.106 - (600.763/B2) + (88.565/B7) - (231.461/B6)$	Lineal múltiple	R ² =0.476	Aiman et al. (2014)
CF	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 9.001 - (1041.002/B3)$	Lineal simple	R ² =0.137	Aiman et al. (2014)
CT	Landsat 8 OLI	225 km de largo	30 m	146	$\hat{Y} = 25.255 - (586.640/B5) + (363.640/B7) - (2942.243/B1) - (1853.699/B2)$	Lineal múltiple	R ² =0.484	Aiman et al. (2014)
Salin	Landsat 8 OLI	2003 km ² aprox.	33 m	13 estaciones (muestras mensuales 2 años)	$\hat{Y} = 36.28 - 381.2*B1 + 446.4*B2 + 51.3*B4 - 75*B5 + 1587.6*B1^2 - 2329.8*B2^2 - 340*B3^2$	Polinómica múltiple	R ² =0.940	Aviña (2018)
	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = -0.0967 ((B5/B3) * B7)^2 + 4.4921((B5/B3) * B7) - 22.997$	Lineal simple	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
Alc	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = 2E-05[(B4/B5) + B6]^3 + 0.0013[(B4/B5) + B6]^2 + 0.0297[(B4/B5) + B6] + 0.0363$	Lineal, Exponencial, Cúbica Cuadrática, Inversa, potencia múltiple	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
Ortho-f	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = 0.0006(B5)^2 + 0.0388(B5) + 0.7684$	lineal, Exponencial, Cúbica Cuadrática, Inversa potencia, múltiple	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
CarOT	Aster	200 km ²	30 m	18 (15 muestras en campo y 3 inducidos)	$\hat{Y} = -0.1676 (B3)^2 + 14.857 (B3) * 289.86$	Lineal, Exponencial, Cúbica Cuadrática, Inversa potencia múltiple	R ² > 0.6	Abdelmalik (2016)
Cond. Elec	FieldSpec	250 km ²	30 m	22	-----	Lineal múltiple	-----	Rostom & Shalaby (2017)
ADO	FieldSpec	250 km ²	30 m	22	-----	Lineal múltiple	-----	Rostom & Shalaby (2017)
TDS	Landsat 8 OLI	77000 ha	30 m	17	$\hat{Y} = 19.3 - 325.039*B1 + 382.117*B2 - 290.304*B3 + 248.392*B4 - 48.8315*B5 + 59.4587*B6 + 135.711*B7 + 10.599*B10 - 3.6525*B11$ (temp. de secas)	Lineal múltiple	R ² > 0.896	Hernández (2017)

PCA	Satélite	Superficie	Resolución (m)	Tamaño de muestra	Normalización de bandas	Tipo de regresión	Evaluación R ²	Autor
SDT	Landsat 7 ETM+	2902 ha	30 m	50	$\hat{Y} = 592.218 - 102.538*B2 + 75.42*(B4/B2)$	Lineal múltiple	R ² >0.896	Avalos (2012)
				17	$\hat{Y} = -37.8346 + 58.9276*B1 - 8.72117*B2 - 445.429*B3 + 587.663*B4 + 158.394*B5 - 225.588*B6 - 54.0484*B7 + 11.7581*B10 + 1.39281*B11$ (temp. lluvias)	Lineal múltiple	R ² =0.795792	Hernández (2017)
Cond	Landsat 8 OLI	77000 ha	30 m	17	$\hat{Y} = -108.792 + 131.538*B1 - 39.518*B2 - 995.757*B3 + 1427.21*B4 + 346.082*B5 - 562.834*B6 - 124.695*B7 + 27.1056*B10 + 2.41271*B11$ (temp. secas)	Lineal múltiple	R ² > 0.783939	Hernández (2017)
					$\hat{Y} = 4.03263 - 955.567*B1 + 1136.8*B2 - 904.255*B3 + 1039.56*B4 - 100.365*B5 - 322.956*B6 + 484.366*B7 + 27.2598*B10 - 9.77492*B11$ (temp. lluvias)			
ADO	Landsat 8 OLI	2000 km ² aprox.	35 m	15 estaciones (muestras mensuales 2 años)	$\hat{Y} = 8.29 - 0.39*B10 + 0.27*B11$	Lineal múltiple	R ² =0.580	Aviña (2018)
OD	Landsat 8 OLI	77000 ha	30 m	17	$\hat{Y} = -862.787 + 1271.18*B1 - 2542.52*B2 + 6507.97*B3 - 10301.3*B4 + 2593.25*B5 + 3976.83*B6 - 3149.66*B7 + 95.4717*B10 + 3.41755*B11$ (temp. secas)	Lineal múltiple	R ² > 0.844808	Hernández (2017)
					$\hat{Y} = -1524.84 - 2015.51*B1 + 2281.12*B2 - 2580.1*B3 + 3614.07*B4 + 2845.66*B5 - 3048.96*B6 - 625.375*B7 + 148.391*B10 + 21.5661*B11$ (temp. lluvias)	Lineal múltiple		Hernández (2017)
ORP	Landsat 8 OLI	77000 ha	30 m	17	$\hat{Y}(\%) = -332.852 - 222.449*B1 - 120.325*B2 - 598.436*B3 + 1965.32*B4 + 1124.03*B5 - 1054.11*B6 - 421.728*B7 + 51.6249*B10 - 7.02515*B11$ (temp. secas)	Lineal múltiple	R ² > 0.553938	Hernández (2017)
					$\hat{Y}(\%) = -223.351 - 345.47*B1 + 1733.67*B2 - 195.03*B3 - 753.642*B4 + 498.019*B5 - 1261.23*B6 + 732.396*B7 + 20.1644*B10 + 13.2696*B11$ (temp. lluvias)			
IET	Landsat 8 OLI	6280 Km ²	30 m	30	$\hat{Y} = -2.6047*B2 + 0.5671*B3 + 2.9817*B4$	Lineal múltiple	-----	Arias (2014)
PM10 e	Landsat 7	-----	30 m	-----	$\hat{Y} = 545.743 B2 + 178,782 B1$	Lineal múltiple	R ² =0.99	Jerves & Machado (2016)
PM10 e	Landsat 8 OLI	-----	30 m	-----	$\hat{Y} = 319.395*B5 - 133,539*B7$	Lineal múltiple	R ² =0.99	Jerves & Machado (2016)
PM10 e	Landsat 8 OLI	-----	30 m	-----	$\hat{Y} = 228.630*B5 - 47,937*B6$	Lineal múltiple	R ² =0.998	Jerves & Machado (2016)
IETchl	Landsat 8 OLI	98.7444 km ²	30 m	-----	$\hat{Y} = 43.46 + 142.2*B3 + 104.54*(B4/B3) - 418.55*B5$	Lineal múltiple	-----	Figueroa (2016)
IET	Landsat 7 ETM+	2900 ha	30 m	50	$\hat{Y} = 51.466 - 92.645*B1 + 53.9*B2 + 75.42*B3$	Lineal múltiple	R ² =0.873	Avalos (2012)

Simbología: demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT), nitrógeno total (NT), sólidos disueltos totales (SDT), oxígeno disuelto (OD), coeficientes no mencionados (A_n), *Normalized Difference Water Index* (NDWI), prefijo de bandas del satélite *EO-1* (ALI), bandas de sensores remotos (B_n), coeficiente de determinación (R²) concentración de sedimentos suspendidos (CSedS), rango de 555 nm espectro electromagnético (B(555)), rango de 670 nm espectro electromagnético (B(670)), rango de 490 nm espectro electromagnético (B(490)), número digital (ND), alto contenido de oxígeno (ADO), concentración de sólidos suspendidos (CSS), sólidos suspendidos totales (SST), oxígeno disuelto (OD), disco secchi suspendido (Disc), carbono orgánico total (CarOT), ortofosfatos (Ortho-f), conductividad eléctrica (Cond. Elec), alcalinidad (Alc), salinidad (Salin), coliformes fecales (CF), demanda bioquímica de oxígeno (DBO), potencial hidrógeno (pH), coliformes totales (CT), conductividad (Cond), potencial oxígeno reducción (ORP), materia orgánica (PM10), índice de estado trófico (IET), coeficiente de determinación ajustado (\bar{R}^2), índice personalizado water index (JLWI) y hectáreas (ha).

Para que la estimación de PCA sea cercana a la realidad es necesario normalizar los datos (Riaño et al., 2000). El estudio realizado por Aiman et al. (2014) no fundamenta el tamaño de muestra (146 muestras) que utiliza para analizar el comportamiento de contaminantes en el Río Nilo, Egipto, además de no justificar el tipo de bandas que utiliza para el diseño de las ecuaciones (Swain & Sahoo, 2017). En el procesado de las bandas multiespectrales no argumenta la corrección atmosférica ni calibración radiométrica. Por lo tanto, el resultado puede estar reflejando datos con influencia de nubes y humedad relativa del ambiente (Masocha et al., 2017). Mientras tanto el estudio de Ekercin (2007) utiliza imágenes IKONOS (alta resolución 2 m), lo que permite una representación fina en la distribución espacial de cada PCA (Aguirre, 2013). Sin embargo, la cantidad de muestras que utiliza (9 muestras) es pequeña en comparación con el número de píxeles que integra la zona de estudio (0.12% de cobertura).

Onderka & Rodney (2010) estimaron los sólidos suspendidos totales (SST), al igual que los estudios anteriores la resolución espacial de las imágenes es de 30 m y el estudio sólo utiliza la banda azul (B2) para la determinación de SST, por tanto, no aprovecha la información de otras longitudes de onda y carga el peso explicativo de los SST a una sola banda. Swain & Sahoo (2017) estiman los SST, pero no indican la cantidad de muestras que se recolectaron para la elaboración de la investigación. Aunado a esto, no fundamenta el valor del coeficiente de determinación. Por otro lado, Kavurmaci et al. (2013) estiman los SST, clorofila (Chl-a) y turbiedad (Turb) a través del sensor EO-1 con una resolución de 30 m y utilizó 35 muestras de campo para 263 km² (tabla 2) lo que indica que el tamaño de muestra es pequeño para el área de estudio con base en la ecuación de población finita (Ghada et al., 2011; Harrington & Schiebe, 1992; Walpole & Myers, 1989; Alonso, 2015). Mientras tanto, el estudio de Abdelmalik (2016) analiza diferentes tipos de regresión: lineal, logarítmico, inverso, cuadrático, compuesto y potencial. Los tipos de regresión que mostraron un mejor ajuste en el coeficiente de determinación (R^2) corresponden a la regresión cúbica (R^2 mayor a 0.943) y el de menor ajuste al potencial (por debajo de 0.7). La importancia de este estudio radica en la comparación de diversos métodos de regresión múltiple para la determinación de pH, CE, Turb, SDT, Salin, T, Alc, Ortho-f, DQO (tabla 2).

Los estudios de Rostom et al. (2017), Zeiny & Kafrawy (2016) y Swain & Sahoo, (2017) se centran en la estimación de SST, nitrógeno total (NT), fósforo total (PT). Sin embargo, estos trabajos presentan deficiencias en comparación con el estudio de Ekercin (2007) ya que no profundizaron en las ventajas y desventajas de la calibración radiométrica y corrección atmosférica. Zeiny & Kafrawy (2016) realizan el cálculo del NT y el tratamiento de las imágenes multiespectrales incluyen únicamente la calibración radiométrica. Además, de lo anterior, para la representación final de los PCA, realizan una clasificación en 3 niveles de contaminación donde el nivel 1, corresponde a un rango alto, el nivel 2 a un rango

moderado y el nivel 3 a un nivel bajo. Por tanto, dichas estimaciones pueden clasificarse en rangos que establecen las normas oficiales para identificar rangos permisibles y rangos dañinos (Aguirre, 2013).

Zeiny & Kafrawy (2016) utiliza el modelo de regresión exponencial, sin embargo, no menciona el valor del coeficiente de determinación de cada PCA (NT, PT, DBO). Además, no fundamenta el tamaño de muestra utilizada para los 53 km² de longitud del Lago Burullus, Egipto. De igual manera, solo utilizaron las longitudes de onda del espectro visible (B2 y B3) del sensor Landsat 8 OLI, por lo que no aprovecharon las longitudes de onda correspondiente al térmico e infrarrojo. Uno de los PCA que no consideran los autores mencionados en la tabla 2 es el color. De acuerdo con Kaab et al. (2014), este parámetro puede ayudar a inducir el contenido de contaminantes en los cuerpos de agua.

La determinación del color se lleva a cabo a través del índice de diferencia normalizada del agua (por sus siglas en inglés *normalized difference water index* NDWI). Su función principal es fungir como una banda extra en el proceso de la regresión múltiple, es decir se consideran las bandas del sensor más el índice NDWI. Sin embargo, Kaab et al. (2014) no fundamenta en los modelos de regresiones que se deben de utilizar para la estimación de la calidad del agua (Kavurmaci et al., 2013). El modelo de regresión multivariable debe reflejar la correlación de los SST con las bandas espectrales que la materia orgánica² tiene incidencia en los valores de reflectancia que capta el sensor (Zhang et al., 2003). La evaluación de este estudio se basó en el valor de la $R^2 > 0.94$ y $p\text{-value}^3 < 0.01$, lo cual indica una alta correlación entre las variables analizadas (Francisco et al., 2009).

Como se mencionó anteriormente los SST corresponden a uno de los parámetros de calidad del agua más estudiados (Ekercin, 2007; Kavurmaci et al., 2013; Aiman & Hossam, 2014; Swain & Sahoo, 2017; Fernández & Moreira, 2014; Carrillo, 2016; Ruiz, 2017; Peña & Ordoñez, 2017) a nivel mundial. Por lo tanto, corresponde a uno de los parámetros susceptible a estudiarse en otros cuerpos de agua a través de las técnicas de regresión múltiple (Ruiz, 2017; Sobrino, 2015). Además de lo anterior, de acuerdo con Carrillo (2016) los SST son susceptibles a compararse por medio de la diferencia de medias en relación con otras zonas de estudio.

² El diseño de los modelos de regresión puede enfocarse directamente a la materia orgánica (bandas del visible: región en la que el agua apenas absorbe luz) o solo a los sedimentos suspendidos (bandas del infrarrojo), sin embargo, puede utilizarse todas las bandas multiespectrales para que la ecuación estime ambas variables (Sobrino, 2015; Carrillo, 2016; Ruiz, 2017; Peña & Ordoñez, 2017).

³ El p-value refleja la significancia de los datos y cuantifica el riesgo a equivocarse y que se debe asumir si queremos rechazar H_0 (hipótesis nula; Botella et al., 2012). El p-value se aplica a diferentes campos de la ciencia basada en intervalos de confianza. Lo más común es utilizar el p-value <0.05 (Monterrey, 2012).

2.4 Otras metodologías

Además de los métodos de regresión múltiple existen estudios que emplean otros tipos de metodologías, los cuales de manera general suelen integrarse en tres categorías: métodos empíricos, analíticos y semi-analíticos/semi-empíricos (tabla 3).

Tabla 3. Tendencias metodológicas para el monitoreo de la calidad del agua.

Década	Métodos empíricos	Métodos analíticos	Método semi-empírico/semi-analítico
1990	Estadísticas de regresión (ER) Artificial Neuronal Network (ANN)	Método de Matriz Inversa (MMI) Método Puramente Analítico (MPA)	Método semi-analítico
2000	Estadísticas de regresión (ER) Programación genética (PG) Radial Basis Function Neural (RBFN) Network Artificial Neuronal Network (ANN) Back- Propagation Artificial Neural Network (BP) Parallet Grammatical Evolution and Genitic Algorithm (GEGA)	Matriz de Radio Inversión (MRI) Modelado Bio-óptico Delantero e Inverso (MBDI) Modelo Analítico de Luz-clima Subacuático (MALS) Modelado Óptico Analítico (MOA)	Algoritmos semi-empíricos Modelo semi-analítico de Garver-Siegel-Monitoreo (GSM) Enfoque de fusión de color de océano basado en modelos Semi-analíticos Semi-Analytical Inversion Algorithm Semi-Analytical IOP Model Semi-Empirical Remote Sensing Method Modified (GS,) Semi-Analytical Inversion Model
2010	Radial Basis Function Neural (RBFN) Network Espalda-Propagación (BP) Artificial Neural Network Parallet Grammatical Evolution and Genitic Algorithm (GEGA) Método de Fusiones basado en Fuzzy Integral (MFBFI) Artificial Neuronal Network (ANN) Programación genética (PG) Algoritmo Genético y Cuadrado Mínimo Parcial (GA-PLS)	Modelo bio-óptico	Semi-Analytical Method

Fuente: Chang, N. B., Imen, S., & Vannah, B. (2015). Remote Sensing for Monitoring Surface Water Quality Status and Ecosystem State in Relation to the Nutrient Cycle: A 40-year Perspective. *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, USA, 124 p.

Los métodos empíricos, analíticos y semi-empírico/semi-analíticos para el monitoreo de la calidad del agua han ido evolucionando desde la década de los 90s hasta la actualidad. En los empíricos se encuentran las estadísticas de regresión (ER), programación genética (PG; Santos et al., 1999), *Artificial Neuronal Network* (ANN), etcétera. Las ANN trabajan bajo modelos estadísticos, y requieren de la recolección de muestras vecinas (clúster). Este método es recomendable para zonas costeras donde el comportamiento de la calidad del agua es no lineal (Awad, 2014) y representa su principal ventaja sobre otros métodos (Pérez et al., 2007; Victoria et al., 2014). Sin embargo, en aguas continentales el modelo puede ser no

representativo debido a la presencia de turbiedad (Mehta & Flores, 2018). La manera en la que las ANN integran los datos se basa en la asignación de pesos arbitrarios que puedan ser comparados con las clases a las que pertenece cada píxel de entrenamiento, obteniéndose una tasa de error inicial. Este error es la desviación cuadrática entre el resultado esperado y el producido por la red (Lara, 2012; Andrade, 2013). El error de predicción se va modificando gradualmente hasta volverlo mínimo o nulo, a partir de iterar el cálculo descrito en el paso anterior (Chuvienco, 2002). Al ser funciones no lineales las ANN permiten mayor flexibilidad y adaptabilidad de los resultados (Lara 2012; Núñez et al., 2016).

Además de lo anterior las ANN⁴ posee resistencia a fallos y una tolerancia alta ante conjuntos de datos que posean información errónea o inexistente con resultados adecuados. Por otro lado, presentan la desventaja de requerir el dato de la semilla de entrada para estimar la variable dependiente (Núñez et al., 2016). Mientras tanto la PG presenta complicaciones en la dimensión espacial de los datos, y sobre todo en el comportamiento lineal del agua de los lagos (Chang et al., 2012). Además de los métodos de ANN y PG que pueden trabajar con distintos sensores también existen los métodos de RBFN- Network, *Back-Propagation Artificial Neural Network* (RP), *Fuzzy Integral Based Fusion Method* (Montaño, 2002).

En los analíticos la evolución de 1990 a la fecha se basa en el método de *Purely Analytical Method* y modelamiento óptico analítico. Estos métodos son los que marcan la tendencia a donde se dirigen los estudios de calidad del agua. Estos métodos están enfocados al análisis de la calidad del agua a partir a ciertas regiones específicas donde se recolectaron las muestras y se derivaron las fórmulas (Chang et al, 2015). Sin embargo, los científicos han derivado nuevos métodos transferibles en el que los métodos analíticos se desarrollan con base en las propiedades ópticas correlacionadas con la ecuación de transferencia radiactiva (Mao et al. 2006). Para los modelos semiempíricos y semianalíticos desde 1990 a la fecha sobresale los algoritmos empíricos y enfoques de fusión de color (Mehta & Flores, 2018) ya que son fáciles de trabajar en la determinación de PCA (Chang et al., 2015).

Así como los diversos métodos para la caracterización del agua han ido evolucionando, también han surgido nuevos sensores remotos; tal es el caso del sensor SENTINEL 2^a (Zheng & DiGiacomo, 2017; Zhang et al., 2017), puesto en marcha en 2015 y presenta una mejor resolución espacial. Sin embargo, existen diferentes categorías de resolución espacial⁵ para cada sección de longitud de onda (espectro visible, infrarrojos y térmicos). El sensor presenta una resolución de 10 metros en las bandas B2, (490

⁴ Las ANN corresponde a un método basado en el entrenamiento de los datos a partir del dato semilla (Chang et al, 2017). La aplicación de las ANN a los estudios de calidad del agua también presenta la ventaja de reducir la incertidumbre de eliminar las bandas en los relaciones lineales y no lineales (Chebud et al., 2012).

⁵ La razón por la cual el sensor SENTINEL 2^a presenta diferente resolución se debe a que su finalidad es aplicada al ordenamiento territorial (Clevers & Gitelson, 2013).

nm), B3, (560 nm), B4 (665 nm) y B8 (842nm). La resolución espacial es de 20 m en las bandas B5 (705 nm), B6 (740 nm), B7 (783 nm), B8 (865 nm) B11 (1610 nm) y B12 (2190 nm) y una resolución de 60 metros en las bandas B1 (443 nm), B9 (940 nm), B10 (1375 nm). Debido a la diferencia en resoluciones existe dificultad al integrar las bandas para análisis de regresión múltiple de reflectancia y PCA a menos que se decida generar modelos de regresión múltiple en ciertas bandas (visible, infrarrojos y térmicos por separado). La principal ventaja de trabajar con SENTINEL 2^a se encuentra en la fineza (alta resolución) de la distribución espacial⁶ y la resolución temporal de 5 días. Por lo tanto, disminuye el sesgo entre la muestra recolectada y la reflectancia del píxel (Clevers & Gitelson, 2013).

⁶ El tamaño de píxel del sensor SENTINEL 2^a es de 5m x 5m (Clevers & Gitelson, 2013). La misión SENTINEL 2^a proporciona información útil de las prácticas agrícolas y forestales, en lo referente a temáticas de aguas este sensor permite determinar índices de contenido de aguas y en estudios futuros se pretende utilizar estas imágenes para alertar de posible contaminación en los lagos u áreas costeras (ESA, 2019).

CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO

3.1 Calidad del agua

La calidad del agua consiste en la descripción o alteración de las características organolépticas, físicas, químicas y microbiológicas presentes en el agua (Metcalf & Eddy, 1997). Cuando estas características sobrepasan los límites permisibles de la normatividad representa un riesgo de transportar agentes contaminantes que puedan causar enfermedades de origen hídrico al hombre y los animales o alterar el normal desempeño de las labores dentro del hogar o la industria (Hernández, 2017; Metcalf & Eddy, 1997). El valor del PCA puede correlacionarse con datos de reflectancia $\left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$ por medio del análisis estadístico y posteriormente ser interpolados con la reflectancia almacenadas en pixeles (ráster). Esta correlación se fundamenta en la materia disuelta y suspendida en el agua que cambian las propiedades ópticas; dando como consecuencia un color diferente en el agua (Mehta & Flores, 2018). En la materia suspendida se incluyen cambios en los minerales y otros PCA como NT, PT, DQO y SST (Peterson et al., 2018; Mehta & Flores, 2018). Por lo tanto, se pueden tener estimaciones de PCA con un coeficiente de determinación aceptable ($R^2 > 0.90$; Hernández, 2017). Entre los principales factores que afectan la calidad del agua, de manera general sobresalen la eutrofización por carga de nutrientes (Zeiny. & Kafrawy, 2016), contaminación por arrastre de materiales químicos, industriales, domésticas y agrícolas (Mehta & Flores, 2018). Para su análisis, suele caracterizarse a través de PCA obtenidos de manera tradicional; sin embargo, como se mencionó anteriormente puede caracterizarse el valor del PCA por medio de la correlación de los datos obtenidos en el laboratorio con las reflectancias captadas por el sensor remoto.

Las alteraciones físicas y químicas son evaluadas a través de diferentes normativas existentes con la finalidad de conocer las características de los PCA. Para el caso de México los PCA se basan en las normas oficiales mexicanas existentes referentes a nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT), sólidos suspendidos totales (SST) entre otros (DOF, 1996). En cada una de las normas es necesario aplicar el procedimiento en el laboratorio de manera adecuada (anexo I) tanto para los parámetros químicos como físicos.

3.2 Características químicas

3.2.1 Nitrógeno total (NT)

El NT es uno de los parámetros claves en la eutrofización de los cuerpos de agua, particularmente en aguas provenientes de cultivos debido a los fertilizantes, desechos de animales y aguas domésticas (Fernández & Moreira, 2014). El nitrógeno es necesario para el crecimiento de los organismos y para el florecimiento de algas (Zeiny & Kafrawy, 2016). Las fluctuaciones de nitrógeno son inversamente asociadas con las fluctuaciones del oxígeno disuelto (Zeiny, 2015). El NT también es definido como la suma del nitrógeno amoniacal y nitrógeno orgánico, los cuales son convertidos a sulfato de amonio $[(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4]$, bajo las condiciones de digestión descritas en este método (DOF, 2010). Para su obtención se deben seguir los pasos correspondientes a la norma oficial mexicana, o bien utilizando tubos preparados (viales) para su estimación (anexo I.1).

3.2.2 Demanda química de oxígeno (DQO)

La DQO corresponde a la cantidad de oxígeno para que desarrollar la oxidación química de la materia orgánica e inorgánica en el agua (Ramírez et al., 2008). Se usa en aguas que tiene compuestos tóxicos para la vida biológica. La DQO es normalmente mayor a la DBO porque muchas sustancias pueden oxidarse químicamente pero no biológicamente (APHA, 2000). Por lo tanto, de manera general corresponde a una prueba que se realiza en muchos laboratorios, ya que es uno de los parámetros más usados para establecer la concentración de materia orgánica en muestras de aguas y aguas residuales (Arias, 2014). Durante la aplicación de esta prueba se genera una cantidad importante de residuos considerados como peligrosos por su contenido de metales (cromo hexavalente, plata y mercurio). De acuerdo con la Norma Oficial Mexicana (DOF, 2012). La DQO también pueden estimarse a través de los viales de digestión con la cual minimiza el número de pasos a seguir en el procedimiento de laboratorio (anexo 1.2).

3.2.3 Fósforo total (PT)

El PT es usado como indicador de calidad en las aguas residuales domésticas, o zonas agrícolas. El significado medioambiental del PT radica en el rol que juega en los nutrientes para los microorganismos y las plantas (Valoon & Duffy, 2000). El fósforo es considerado el límite de nutriente para la eutrofización y como contaminante presente en grandes concentraciones (Zeiny & Kafrawy, 2016). De manera general, suelen encontrarse niveles altos de PT en aguas residuales industriales y domésticas (Estruch, 2010).

Además de lo anterior, en zonas agrícolas el PT es uno de los contaminantes presentes en los ríos cercanos a las zonas de cultivo ya que es un elemento esencial en los fertilizantes (anexo I.3; Kramer et al., 1972; DOF, 2012).

3.3 Característica física

3.3.1 Sólidos suspendidos totales (SST)

Los SST se definen como la porción de sólidos retenidos por un filtro de fibra de vidrio que posteriormente son secados a 103 -105 grados Celsius (°C) hasta llegar a un peso constante (Doña, 2016). Este método se basa en la medición cuantitativa de los sólidos y sales disueltas, así como la cantidad de materia orgánica contenidos en aguas naturales y residuales, mediante la evaporación y calcinación de la muestra tanto filtrada como no filtrada, considerando temperaturas específicas, en donde los residuos son pesados (Jerves & Machado, 2016). Además de medir el material disuelto, también miden la materia orgánica, nutrientes entre otros (Gómez & Dalence, 2014). De manera general se define a los SST como el material constituido por los sólidos sedimentables, los sólidos suspendidos y coloidales que son retenidos por un filtro de fibra de vidrio con poro de 1,5 μm secado y llevado a masa constante a una temperatura de $105\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ (DOF, 2015).

Los sólidos suspendidos totales (SST) incluyen al plancton, minerales de arcilla, arena, limo, coloides agregados, materia orgánica e inorgánica finamente dividida y otros microorganismos en el agua. Pueden originarse en fuentes alóctonas o autóctonas, de levantamiento de tierra o resuspensión (Håkanson, 2004). Para la determinación de este parámetro en laboratorio, los SST son el residuo no filtrable de una muestra de agua natural o residual industrial o doméstica. Los SST se asocian a la turbidez y el color del agua obedece también a la dinámica de los ríos, en cuanto al tipo de material del cauce y el clima de la región (precipitación). Los valores altos de SST ($>1000\text{ mg/L}$) afectan la entrada de luz, limitando el desarrollo de la vida acuática, así como es posible que transporte sustancias tóxicas o nocivas cuando existe partículas pequeñas ($< 63\text{ }\mu\text{m}$; Kulkarni, 2011). En escenarios con menor turbulencia, como lagos, embalses, ciénagas, los SST se depositan en el lecho del cuerpo de agua (Avalos, 2012). Este depósito puede impedir la transferencia de oxígeno y resultar en la muerte de los organismos enterrados bajo esta capa (Ruiz, 2017).

En teledetección los modelos empíricos frente a los modelos teóricos requieren de establecer una relación numérica entre el PCA y los valores de reflectancia captadas por el sensor, con base en las observaciones medidas en campo, tomadas en el momento de adquisición de la imagen (Wu et al., 2014; Min et al.,

2012). Esta relación entre los parámetros a observar de calidad del agua y los datos multiespectrales suele abordarse mediante análisis de regresión. Esta técnica de regresión, tanto simple como múltiple es el más utilizado por su simplicidad y precisión (Chen et al., 2015). Sobre todo, ya que, implícitamente toma en cuenta todos aquellos factores que pueden influir en la relación existente entre esos parámetros y los datos multiespectrales (Carrillo, 2016; Ekercin, 2007). Sin embargo, los modelos de regresión carecen de fundamento físico y las relaciones son geográficamente más específicas y por consecuencia resulta difícil que se pueda aplicar a otros cuerpos de agua (Zhang et al., 2003). Lo anterior, debido a la naturaleza variable de las propiedades ópticas de los diferentes cuerpos de agua y procedimiento de recolección de muestras de campo durante las diferentes estaciones (Kumar et al., 2016; Carrillo 2016). Por lo tanto, hace falta profundizar, en los análisis estadísticos de la reflectancia con los PCA para detectar formas en las que los modelos de regresión puedan aplicarse a otros cuerpos de agua.

En altas concentraciones los SST aumentan el resplandor del agua en la zona del visible (Nezlin et al., 2008) e infrarrojo cercano (Carrillo, 2016; Kumar et al., 2016; figura 3). La elaboración de un modelo de sedimentación conlleva elegir las bandas del sensor que presentan una sensibilidad en la reflectancia según el rango de concentraciones de SST (Carrillo, 2016; Mao et al., 2012). Es importante reconocer que los modelos aplicados a las imágenes pueden ser válidos solo para las condiciones específicas en que se obtengan los datos, en caso de omitir la validación del modelo. Por lo tanto, se debe considerar muestras en diferentes condiciones con precaución y validación apropiada (Chen et al., 2015). La validación cruzada y supuestos de validación permiten identificar mayor rango de aplicación de los modelos de regresión en las estimaciones (Mun, 2012; Aparicio et al., 2017). La mayoría de los algoritmos desarrollados para la estimación de los SST en los lagos y estuarios de todo el mundo se basan en la reflectancia en la banda roja e infrarrojo cercano o una combinación de ambos (Arias, 2014; Carrillo, 2016). Sin embargo, la naturaleza de la relación (lineal, exponencial, polinómicas, logarítmicas y cúbica) entre SST y la reflectancia varía de un lugar a otro (Simionato et al., 2011). La reflectancia en diferentes bandas se puede usar para recuperar los SST (Carrillo, 2016), a medida que la sensibilidad de la reflectancia está relacionada con las longitudes de onda y el rango de concentraciones de SST las combinaciones de la reflectancia en diferentes bandas pueden mejorar el rendimiento de los modelos de SST (Mao et al., 2012), también porque la aplicación de las dos bandas reduce el impacto de la incertidumbre de la corrección atmosférica en los resultados de estimación de SST (Wu et al., 2013; Long & Pavelsky, 2013; Carrillo, 2016).

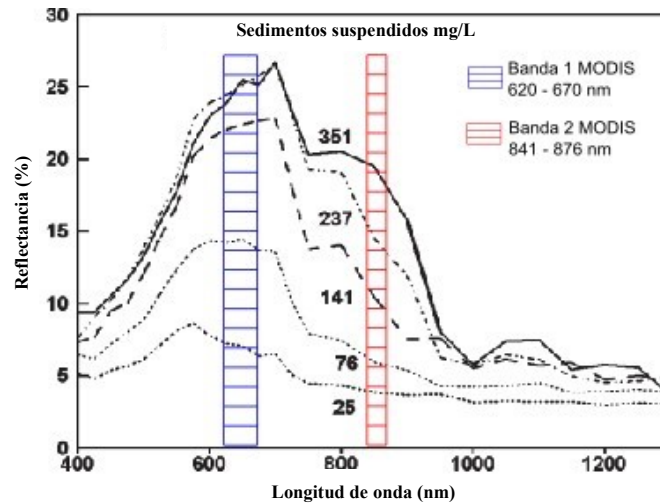


Figura 3. Comportamiento de la reflectancia del agua con diversas concentraciones de sedimentos, en azul y rojo se ubican el ancho de las dos primeras bandas del sensor MODIS. Imagen adaptada de Ritchie et al. (1976).

También se ha observado que, sin la presencia de una cantidad significativa de fitoplancton, la reflectancia está relacionada linealmente con los SST en esas longitudes de onda para las concentraciones que oscilan entre 0 y 50 mg/L (Carrillo, 2016). En el rango inferior o igual a 200 mg/L, la relación se convierte curvilínea (Kumar et al., 2016; Long & Pavelsky, 2013). Las bandas en la parte B3 (verde) y B2 (azul) del espectro pueden ser tan eficaces como la B4 (rojo) para los SST (figura 3), siempre y cuando se combinen con una banda de infrarrojo cercano (B5 y B7; Long & Pavelsky, 2013). Para la correlación de los SST con los valores de reflectancia, algunos estudios indican que los SST, también guardan relación con la variable color y turbiedad (Aiman et al., 2014). En lo referente a la turbiedad se tiene la asociación de que, a mayor agua turbia, mayor es la concentración de SST (Zheng & DiGiacomo, 2017). La variable color es una variable fundamental que considerar en la estimación de la calidad del agua (Mehta & Flores, 2018), ya que en las aguas con mayor contaminación tienden a tener una tonalidad intensa y viceversa. (Zeiny, 2015).

3.4 Sensores remotos

Los sensores remotos se clasifican en activos y pasivos (Chuvieco, 2002; Avalos, 2012). Sin embargo, en el monitoreo de la calidad del agua el uso de la percepción remota se basa en las bandas que éste posee (Kavurmaci et al., 2013). Considerando lo anterior, la caracterización de la calidad del agua utiliza imágenes tanto multiespectrales como hiperespectrales (tabla 4). Dichos sensores son utilizados para la estimación de diferentes PCA, al emplear las reflectancias de distintas longitudes de onda almacenadas en las bandas que integran la imagen satelital (Chang et al., 2015; Peterson et al., 2018; Hellweger et al.,

2004). Además, para la correlación de los datos se consideran el número de bandas que contiene el sensor multiespectral, la resolución temporal, radiométrica y espacial (USGS, 2013).

Tabla 4. Sensores remotos utilizados en el monitoreo de la calidad del agua.

Sensor	Tipo	Resolución espacial (m)	Resolución radiométrica (bits)	Resolución temporal (días)	Resolución espectral (bandas)
Hiperion	Hiperespectral	30	16 bits	Descontinuado	256
AVIRIS	Hiperespectral	30	16 bits	aerotransportado	224
AVHRR-11	Multiespectral	1100	10 bits	12 horas	6
ASTER	Multiespectral	30	16 bits	16 días	14
GeoEye2	Multiespectral	1.4	11 bits	< 3 días	4
DubaiSat-2	Multiespectral	2	10 bits	8 días	4
RapidEye	Multiespectral	5	16 bits	1 día	5
Landsat	Multiespectral	30	16 bits	16 días	14
IKONOS	Multiespectral	1.5	11 bits	3-5 días	5
QuickBird	Multiespectral	2.44	11 bits	3-5 días	5
Sentinel	Multiespectral	20	8 bits	5 días	13
SPOT	Multiespectral	5	12 bits	26 días	14
WorldView	Multiespectral	1.84	11 bits	1-4 días	9
MODIS	Multiespectral	250	12 bits	1-8 días	36

Fuente: Elaboración propia.

Estos satélites han sido lanzados desde la década de 1960, aunque ha sido hasta 1990 cuando se utilizaron los sensores en la estimación de PCA (SATELMAC, 2012; Geosystems, 2015; CREDAP, 2019; Chang, et al., 2015). Los sensores satelitales que sobresalen en los estudios de la calidad del agua son Landsat, IKONOS, ASTER, WorlView, Dubaisat-2 (Abdelmalik, 2016; Aiman, & Hossam, 2014; Kavurmaci et al., 2013; Rostom et al., 2017; Chang et al., 2015). La reflectancia obtenida por los satélites se debe gracias al flujo de información que circula a través de la radiación electromagnética.

3.4.1 Radiación electromagnética

La radiación electromagnética⁷ es el medio por la cual circula el flujo de información que detecta el sensor (Arias, 2014). De manera general, consiste en un campo eléctrico que varía en magnitud en dirección perpendicular a la dirección de propagación (Chuvieco, 2002). Existe dos modelos de radiación

⁷ Existe diferentes leyes de la física que ayudan a entender la radiación electromagnética, La Ley de Planck permite estimar la energía emitida por un cuerpo negro a una temperatura T en un dado rango de longitudes de onda (o de frecuencias). Como una función de la longitud de onda con la finalidad de entender mejor la interacción de la radiación electromagnética (Coutiño, 2012). La ley de Planck indica que cualquier objeto por encima del cero absoluto radia energía, y que es directamente proporcional a la temperatura, por lo que, a mayor temperatura, el cuerpo radiará con mayor intensidad en longitudes de onda más corta. La ley de Stefan – Boltzmann indica que cualquier cuerpo en la naturaleza emite radiación y lo hace con diferentes longitudes de onda. Es la integral de la ecuación de la ley de Planck. Otra ley fundamental para entender el comportamiento espectral de un cuerpo negro fue postulada por Wilhelm Wien. La Ley del desplazamiento de Wiens postula que el espectro de emisión de un cuerpo varía con la temperatura, y permite calcular a qué longitud de onda se produce el pico de máxima emisión de energía de un cuerpo a una temperatura T (Sepúlveda, 2011).

electromagnética, el modelo ondulatorio (el movimiento de la energía electromagnética sigue un comportamiento armónico y continuo que se mueve a la velocidad de la luz) y el modelo del movimiento de partículas (describe el movimiento de la energía electromagnética, regido bajo ciertas leyes de la física; Doña, 2016). A partir de lo anterior, los modelos de radiación electromagnética se describen mediante diversas características como la longitud y amplitud de onda formando las regiones del espectro electromagnético (anexo II; Avalos, 2012). La información de las regiones del espectro electromagnético se almacena en la imagen satelital.

3.4.2 Imagen satelital

Los sensores captan la información (reflectancia) emitida por los elementos de la superficie terrestre y de la atmósfera en una amplia zona del espectro electromagnético a través de la fuente de luz (sol), superficie terrestre y el sensor satelital (figura 4; Chuvieco, 2002). Por medio de la fuente de luz (sol) el sensor remoto emite un haz energético que representa información que es almacenada en imágenes satelitales a través de las bandas que la componen. Estas bandas son almacenadas en formato TIFF, cada banda almacena información de distinta longitud de onda, la cual sirve de base para la estimación de parámetros de calidad del agua (Liu et al., 2017).

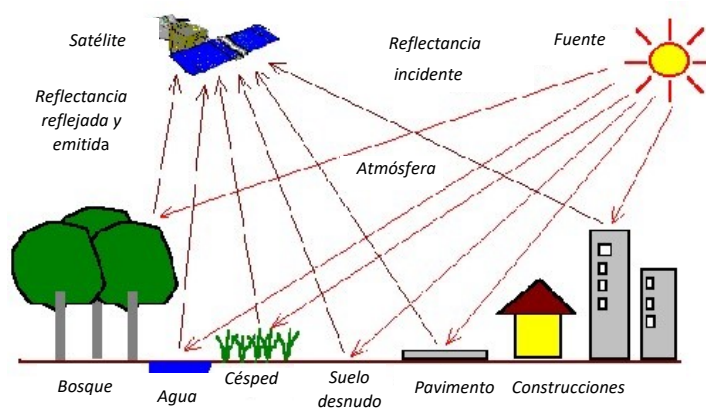


Figura 4. Esquema de reflectancias medidas desde satélite. Fuente CRISP (2019).

3.4.3 Absorción y dispersión atmosférica de las bandas multispectrales

Cuando los sensores remotos captan la información de la superficie terrestre y es almacenada en la imagen satelital, esta es afectada por gases que se encuentran en la atmósfera a causa de efectos de absorción y dispersión que interfieren con la transmisión del flujo de energía en el momento en el que el sensor capta la información. La figura 5 muestra el comportamiento de la radiación en la atmósfera en donde se

observa que algunos elementos son reflejados y dispersados antes de llegar a la superficie terrestre consecuencias de los gases de la atmósfera (Avalos, 2012).



Figura 5. Balance de la radiación solar en interacción con la atmósfera. Fuente: Vivancos et al.,2005.

3.4.3.1 Absorción atmosférica

La atmósfera tiende a comportarse como un filtro con ciertas longitudes de onda, de tal forma que algunas bandas del espectro no son captadas. Lo anterior, elimina la posibilidad de hacer análisis de percepción remota (Avalos, 2012). En dicho filtro se encuentran diferentes tipos de gases (tabla 5) que afectan diferentes longitudes de onda.

Tabla 5. Gases causantes del efecto de absorción en la atmósfera.

Gas	Efectos
Oxígeno (O ₂)	Filtra las radiaciones ultravioletas por debajo de 0.1 μm , pequeños sectores en el infrarrojo térmico y las microondas.
Ozono (O ₃)	Elimina la radiación ultravioleta inferior a 0.3 μm , así como un sector aproximado de 27 mm de microondas.
Vapor de agua	Absorbe ondas en torno a los 6 μm y otras menores entre 0.6 y 2 μm .
Dióxido de carbono (CO ₂)	Absorbe el infrarrojo térmico hasta 15 μm con efectos importantes en el infrarrojo medio desde 2.5 μm hasta 4.5 μm .

Fuente: Obtenido de Arias (2014).

Los gases que actúan como filtro en la atmósfera (tabla 5) provocan que la observación de la superficie terrestre se reduzca a determinadas bandas del espectro, conocidas como ventanas atmosféricas, en donde la transmisividad de la atmósfera es suficientemente alta (Avalos, 2012; Carrillo, 2016). Es decir, dejar de considerar las regiones espectro, pertenecientes a los rayos gama, X, ultravioleta, luz visible, infrarroja, microondas, radio y únicamente quedarse con aquellas bandas del espectro con longitudes de onda en

donde la mayoría de la radiación puede atravesar (figura 6). Las ventanas atmosféricas facilitan el proceso de recolección de datos (agua, suelo, vegetación, etcétera) y el diseño de sensores espaciales se ajusta a estas bandas para evitar interferencias que impidan observar un objeto. Las longitudes de onda en las que se centran las ventanas atmosféricas se encuentran en espectro visible e infrarrojo cercano (0.3 y 1.35 μm), infrarrojo medio (1.5 a 1.8 μm , 2.0 a 2.4 μm , 2.9 a 4.2 μm y 4.5 a 5.5 μm), infrarrojo térmico (8 y 14 μm) y microondas (encima de 200 μm), donde la atmósfera es prácticamente transparente (Arias, 2014).

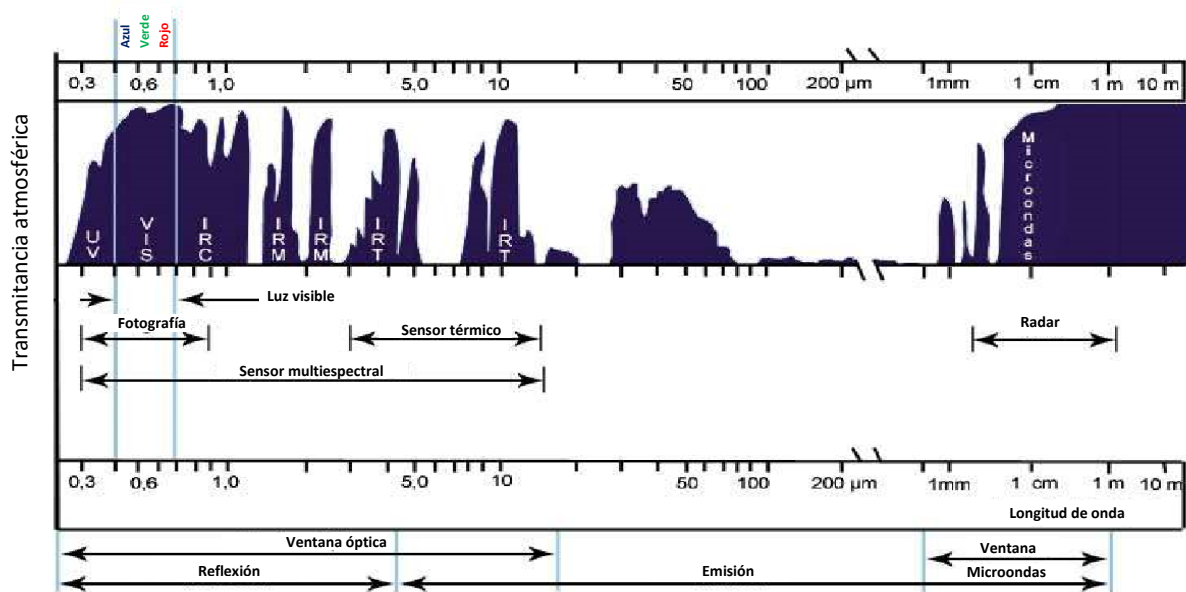


Figura 6. Ventanas atmosféricas. Fuente: Vivancos et al., 2005.

A pesar de que la información de las ventanas atmosféricas sirve para observar la superficie terrestre puede existir interferencia debido a la dispersión y la absorción de la atmósfera. Por lo tanto, la información recolectada debe ajustarse a través del pre-procesamiento de los datos mediante el tratamiento digital (Samaniego, 2014; Vivancos et al., 2005).

3.4.3.2 Dispersión atmosférica

La dispersión de la radiación electromagnética es causada por su interacción con los gases, partículas atmosféricas en suspensión o gotas de agua. Esta interacción da un aporte adicional a la radiación proveniente de la superficie terrestre. Considerando lo anterior para minimizar el impacto de este proceso en el tratamiento de datos se deben considerar diferentes modelos de atmósfera para asimilar la información cercana a la realidad (Tarig et al., 2013). Los principales tipos de dispersión son la dispersión Rayleigh, Mie y no selectiva (tabla 6).

Tabla 6. Principales tipos de dispersión presentes en la atmósfera.

Dispersión	Características	Moléculas de dispersión
Rayleigh	Cuando la longitud de onda de la radiación es más grande que el diámetro de las moléculas de gas responsables de la dispersión. Es decir, las longitudes de onda corta se dispersan con mayor facilidad.	Diversos gases de la atmósfera
Mie	Cuando la longitud de onda de radiación es similar al tamaño de la partícula responsable de la dispersión.	Vapor de agua, polvo, aerosoles
No Selectiva	Cuando la longitud de onda de la radiación es más pequeña que el diámetro de las partículas.	Agua

Fuente: elaboración propia con base en Chuvieco, 2002.

3.5 Validación de modelos de regresión múltiple

Para integrar los valores de reflectancia y las concentraciones de los PCA en la regresión múltiple es necesario revisar el comportamiento de los datos de entrada (Mun, 2012; Rojo, 2007; Coro, 2014) para que el modelo pueda predecir con una varianza de error constante (homocedasticidad). La mayoría de los estudios de calidad del agua con regresión múltiple no aplican los supuestos de validación a los datos en los modelos de regresión; lo cual provoca incertidumbre en las predicciones del PCA (Coro, 2014; Mun, 2012; Abdelmalik, 2016). Además de lo anterior es importante realizar la validación cruzada para que los coeficientes de la regresión sean óptimos para las estimaciones futuras. Para la evaluación y validación de los modelos de regresión se utilizan los estadísticos p-value, coeficiente de determinación ajustado y no ajustado y coeficiente de Nash-Sutcliffe.

3.5.1 Supuestos de validación a los datos en la regresión múltiple

Para que los modelos de regresión presenten un ajuste bondadoso (supuestos de validación) y puedan predecir las concentraciones del PCA se recomiendan utilizar los siguientes supuestos: heterocedasticidad versus homocedasticidad, multicolinealidad, valores atípicos, no linealidad y normalidad (Mun, 2012; Alonso, 2015; Botella et al., 2012). La heterocedasticidad indica el incremento a través del tiempo del valor de la varianza de los errores. Visualmente, el ancho de las fluctuaciones de los datos se incrementa y se dispersa con los cambios en las reflectancias desarrolladas a lo largo del año (figura 7b). Normalmente, el coeficiente de determinación (R^2) es representativo y significativo para los datos cuando existe heterocedasticidad. Lo anterior, provoca que el valor estimado de la varianza y de la pendiente en conjunto serán inexactos. La inexactitud puede ser no considerable si los valores de la variable independiente son simétricos respecto a sus medias (Cavero et al., 2012). Sin embargo, es altamente recomendable que los datos tengan un comportamiento netamente homocedástico (figura 7a).

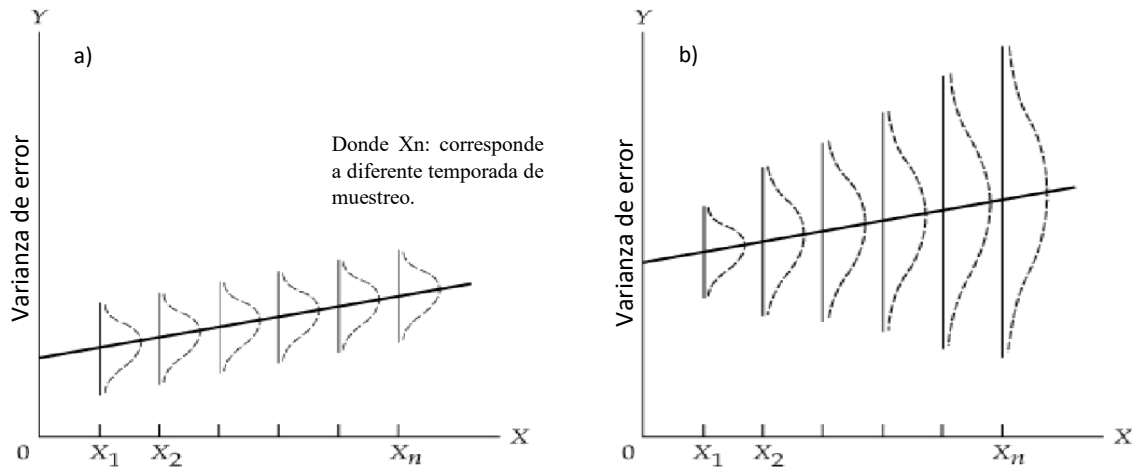


Figura 7. a) Distribución de residuos homocedásticos y b) distribución de residuos heterocedásticos (De Arce & Mahía, 2008).

La micronumerosidad en los datos debe justificarse de acuerdo con la naturaleza de la población que se está estudiando (Valdivieso et al., 2011). Además, el número de datos debe ser mayor a las variables independientes utilizadas en el modelo de regresión (Cavero et al., 2012). Si el número de datos es pequeño (micronumerosidad), puede resultar complicado detectar las violaciones de los supuestos. En lo referente a los valores atípicos tienden a incrementar la varianza residual, disminuyendo la probabilidad de rechazar la hipótesis nula, por ejemplo, creando altos errores de predicción. Esto puede deberse a errores de registro, los cuales se pueden corregir, o también debidos a que no todos los valores de la variable dependiente están siendo muestreados de la misma población (Mun, 2012).

El siguiente supuesto corresponde a eliminar la multicolinealidad entre las variables independientes ya que, este tipo de error puede provocar que la variancia de los residuos tenga un comportamiento como la heterocedasticidad (figura 7b). Ocurre cuando hay una relación entre las variables independientes. Cuando esto ocurre, la ecuación de regresión no puede estimarse del todo (Cavero et al., 2012). En ocasiones las variables que se desean utilizar para modelos de regresión lineal tienden a presentar no linealidad (figura 8). Para ajustar la linealidad de los datos es necesario realizar transformaciones a los datos (Gil, 2018; Mun, 2012). En algunos casos, ejecutar una regresión lineal puede no ser óptimo. Si el modelo lineal no tiene la forma correcta, entonces las estimaciones de la pendiente, el intercepto y los valores estimados de la regresión lineal serán sesgados, y estos valores estimados no serán de mucha ayuda. Una transformación no lineal debe aplicarse primero a los datos antes de ejecutar la regresión. Un sencillo acercamiento es tomar el logaritmo natural de la variable dependiente (otra manera sería tomar la raíz cuadrada de la variable dependiente o elevarla a la segunda o tercera potencia) y ejecutar un

pronóstico o predicción de la regresión utilizando los datos no lineales ya transformados (Cavero et al., 2012; Coro, 2014).

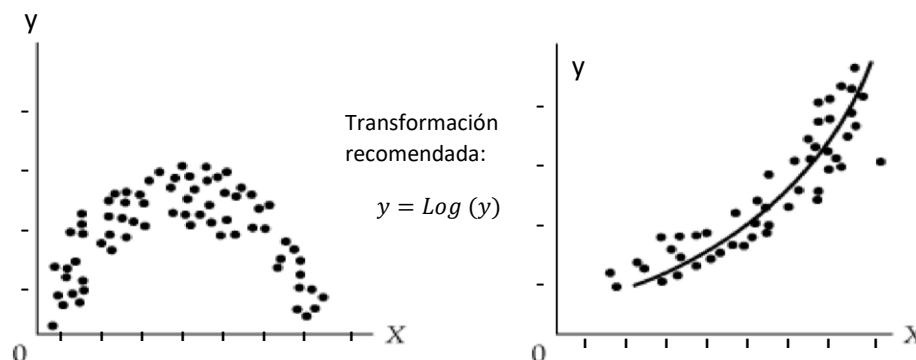


Figura 8. Comportamiento de variables no lineales (Cavero et al., 2012).

Existen diversas formas de transformar la variable (Febrero et al., 2008), siendo las más comunes el aplicar logaritmo, raíz cuadrada y exponenciación a la variable dependiente. En caso de que los datos presenten comportamientos difíciles de ajuste se recomienda utilizar las transformaciones Box-Cox (Alonso, 2015). Por lo tanto, las reflectancias y los PCA tienen que ser ajustados a que presenten linealidad en la regresión lineal y viceversa para los modelos no lineales (exponenciales y polinómicos). También si el supuesto de normalidad es violado por los valores extremos presentes, entonces la bondad de ajuste de la regresión lineal puede que no sea la más apropiado o informativa de las pruebas disponibles, y esto puede significar la diferencia entre detectar un ajuste lineal o no lineal.

3.5.2 Validación de los modelos de regresión múltiple

La validación y evaluación de los modelos de regresión múltiple se basa en el coeficiente de determinación ajustado (\bar{R}^2) y no ajustado (R^2), p-value ≤ 0.05 (intervalo de confianza de 95%; Mun, 2012), t estadístico vs t crítico, estadístico F vs F crítico, coeficiente de Nash-Sutcliffe ≥ 0.8 (Rojo, 2007; Murillo & González, 2000; Krause et al, 2005, Cabrera, 2015). Además de las estadísticas mencionados con muestras que no se utilizaron en el diseño del modelo de regresión o bien utilizar la técnica de validación cruzada (*cross validation*) para validar las ecuaciones de regresión (Gil, 2018).

CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

La figura 9 muestra el diagrama de flujo que comprende la metodología para la estimación de parámetros de calidad del agua (PCA) a partir de las imágenes multispectrales del sensor Landsat 8 OLI (USGS, 2016). Esta metodología se compone de 6 etapas que se integran en el pre-procesado, procesado y el post-procesado de los datos.

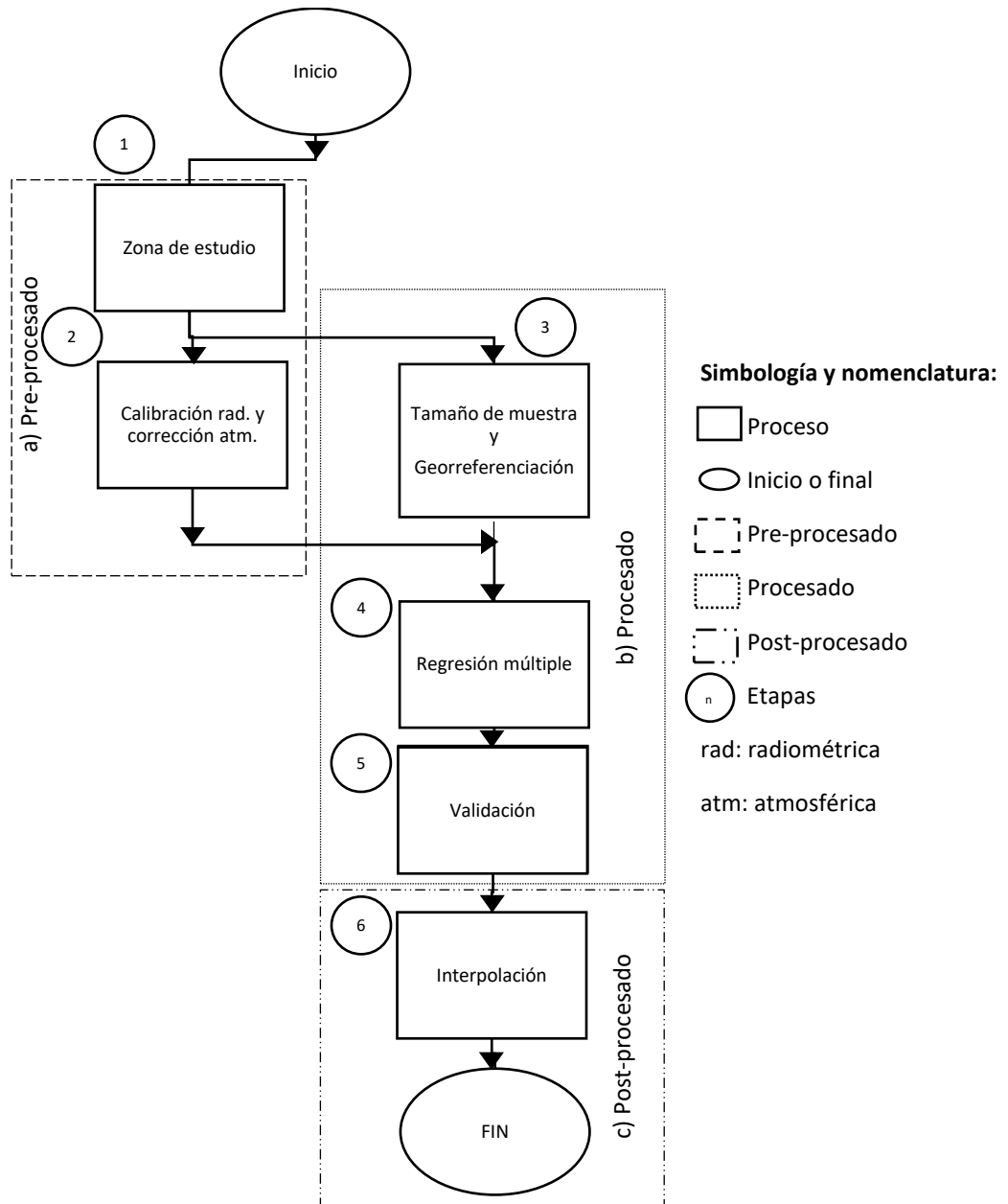


Figura 9. Metodología para la estimación de parámetros de calidad del agua a partir de sensores remotos.

4.1 Pre-procesado

Para la etapa 1 se selecciona la zona de estudio. En el presente proyecto se eligió La Presa José Antonio Alzate, ubicada en la zona norte del municipio de Toluca en el Estado de México (figura 10). Este cuerpo de agua toma relevancia por el contenido de contaminantes ya que arrastra diferentes polutos de tipo industrial, agrícola y domésticos provenientes de la Zona Metropolitana de Toluca (ZMT) y causan la degradación de la calidad del agua, disminución de la disponibilidad de agua, deforestación, fragmentación de ecosistemas, eutrofización de embalses entre otras problemáticas (SEMARNAT, 2013). En este estudio se propone el uso del sensor Landsat 8 OLI (*Path 26 Raw 46*; USGS, 2018) debido al acceso libre de su información. Este sensor se le denomina multiespectral por el número de bandas que posee (11 bandas). La resolución espacial de las imágenes Landsat 8 OLI es de 30 m y permite representar información con escala 1:50000 (USGS, 2013). La zona de estudio presenta una extensión territorial de 10.7 km² (INEGI, 2013). La superficie de agua factible para analizar se puede obtener por medio del Índice de Diferencia Normalizada del Agua (NDWI- *Normalized Difference Water Index*), donde los valores de 0 hasta 1 corresponde a superficies con presencia de agua y los valores de 0 hasta -1 corresponde al resto de las coberturas del suelo (ecuación 1, GIS & Beers, 2018; Xu, 2007).

$$NDWI = \frac{B3 - B5}{B3 + B5} \quad (1)$$

Donde B3 corresponde a la banda 3 (Green) y B5 a la banda 5 (NIR) del satélite Landsat 8 OLI. Además, debido a una posible lámina de agua no significativa en las orillas (0.50 m) y la presencia de plantas y eutrofización (SEMARNAT, 2013; Chuvieco, 2002; Zheng & DiGiacomo, 2017) en el cuerpo de agua se consideró un rango de 0.1 hasta 1, ya que esta sección presenta menor influencia de suelo y vegetación en el cuerpo de agua.

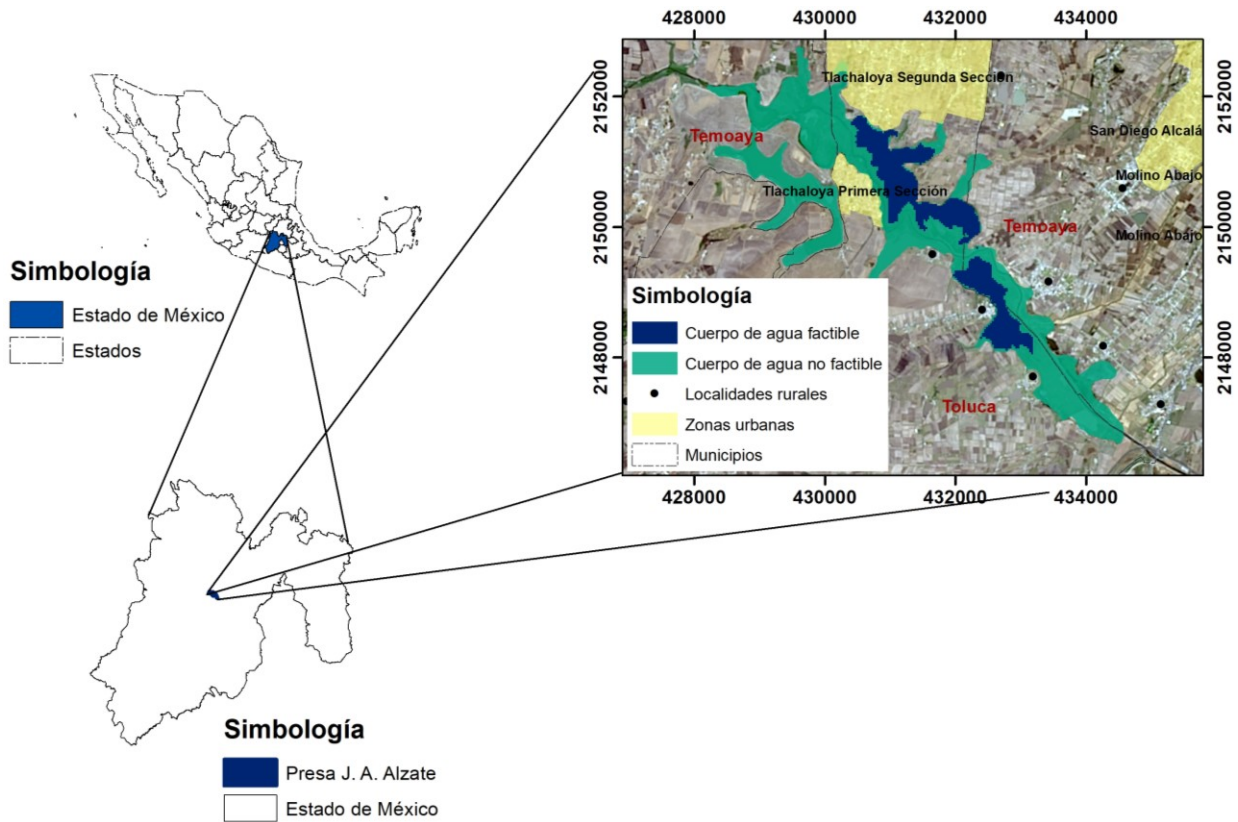


Figura 10. Mapa de localización del área de estudio.

La zona de estudio debe ser accesible y que las condiciones meteorológicas permitan días soleados para que el sensor capte información de los cuerpos de agua. Como paso paralelo se recomienda recolectar las muestras de agua a analizarse en la misma fecha que el sensor capta la información, para que la reflectancia recolectada por el sensor sea la misma que presentaba el cuerpo de agua (Masocha et al., 2017). Para que los resultados sean representativos es recomendable realizar muestras en diferentes temporadas o estaciones del año (Taring et al., 2013) y correlacionarlas con las reflectancias de las imágenes satelitales utilizadas. La imagen satelital Landsat 8 OLI posee información a distintas longitudes de onda (USGS, 2013), las cuales son las siguientes: en la banda 1 (0.435-0.451 μm), banda 2 (0.452-0.512 μm), banda 3 (0.533-0.512 μm), banda 4 (0.636-0.673 μm), banda 5 (0.851-0.879 μm), banda 6 (1.566-1.651 μm), banda 7 (2.107-2.294 μm), banda 8 (0.503-0.676 μm), banda 9 (1.363-1.384 μm), banda 10 (10.60-11.19 μm), banda 11 (11.50-12.51 μm). Cuando se integra la información de todas las longitudes de onda se forma una firma espectral y en general suelen distinguirse tres tipos de firmas: agua, suelo y vegetación. Para la evaluación del PCA suelen utilizarse únicamente las bandas multiespectrales que corresponden al azul profundo/aerosoles, espectro visible e infrarrojos (figura 11).

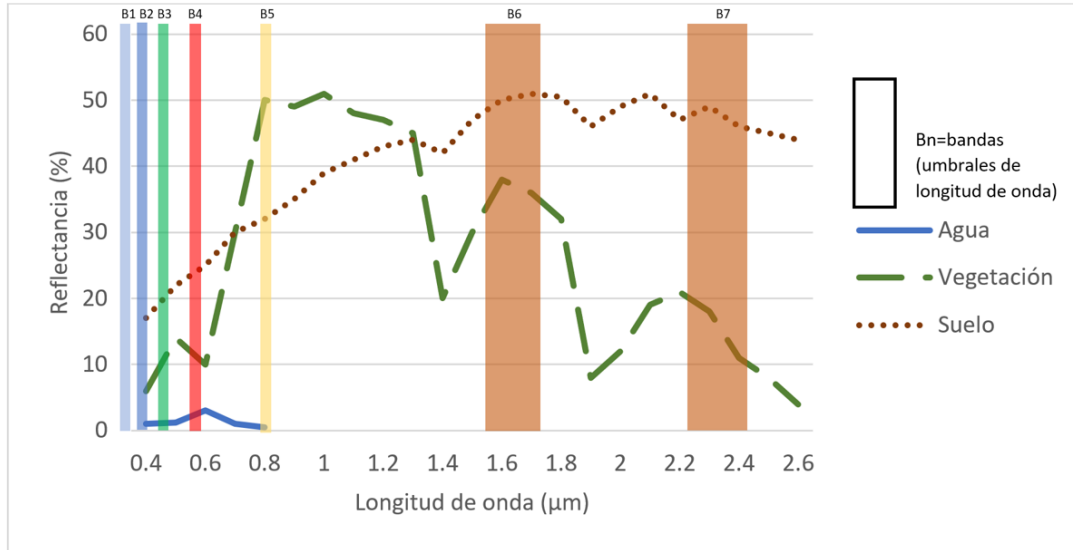


Figura 11. Firmas espectrales típicas del agua, vegetación y suelo (Chuvieco, 2002).

La etapa 2 corresponde a la calibración radiométrica y corrección atmosférica de la imagen analizada. La calibración radiométrica (ecuación 2) convierte los números digitales (ND) a unidades de radiancia, por medio de un factor de conversión que permite almacenar los datos en formatos más compactos. Lo anterior se obtiene a través de cálculo de variable de tipo flotante (Rodríguez, 2014). Para la calibración radiométrica y corrección atmosférica es recomendable utilizar el software ENVI, debido a que trabaja con el método MODTRAN 4 para diferentes zonas de estudio (latitud, estación del año, visibilidad de la imagen, contenido de CO₂, entre otros; anexo III, IV, V). De esta manera, el modelo simula el comportamiento atmosférico del área de la escena de acuerdo con las condiciones mencionadas anteriormente (Rodríguez, 2014; Samaniego, 2014). Por lo tanto, para la realización de este proceso primero se debe de aplicar la calibración radiométrica a la zona de estudio (ecuación 2; Felde et al., 2003).

$$L_l = \left(\frac{L_{max\lambda} - L_{min\lambda}}{Q_{m\acute{a}x} - Q_{min}} \right) (Q - Q_{min}) + L_{min\lambda} \quad (2)$$

Donde L_l : Radiancia espectral $\left(\frac{W}{m^2 * sr * \mu m} \right)$ para la banda L_i con apertura del sensor Landsat 8 OLI, Q : Valor del píxel previamente estandarizado en (ND), Q_{min} : Valor mínimo del píxel calibrado correspondiente a $L_{min\lambda}$ en (ND), $Q_{m\acute{a}x}$: Valor máximo del píxel calibrado correspondiente a $L_{m\acute{a}x\lambda}$ en ND, $L_{min\lambda}$: radiancia espectral $\left(\frac{W}{m^2 * sr * \mu m} \right)$ del sensor escalada para Q_{min} y $L_{m\acute{a}x\lambda}$: Radiancia espectral $\left(\frac{W}{m^2 * sr * \mu m} \right)$ del sensor escalada para $Q_{m\acute{a}x}$. La ecuación 2 también puede escribirse en forma de la ecuación 3 (Samaniego, 2014).

$$L\lambda = G * Q + B \quad (3)$$

Donde G: Factor de ganancia para cada banda en $\left(\frac{w}{m^2*sr*\mu m}\right)$ y B: Sesgo u off-set de cada banda en $\left(\frac{w}{m^2*sr*\mu m}\right)$.

El siguiente paso corresponde a la aplicación de la corrección atmosférica (ecuación 4; Felde et al., 2003). Para la conversión de radiancia a reflectancia se utilizan los coeficientes (anexo III) que se encuentran en los metadatos de la imagen (MTL), y sustituirlos en la ecuación de reflectancia (ecuación 4). Esto con la finalidad de eliminar la influencia de la reflectancia total de la atmosférica oceánica (TOA, *Top of the Atmosphere*, en sus siglas en inglés), humedad relativa del ambiente, el vapor de agua, aerosoles, etcétera (Space Imaging Eurasia, 2007).

$$\rho\lambda = MpQcal + Ap \quad (4)$$

Donde $\rho\lambda$: Reflectancia planetaria en la atmósfera a $[W/ (m^2 *sr*\mu m)]$, Mp : Factor multiplicativo de cambio de escala para una banda específica, (reflectancia B_n , donde n es el número de banda), AP : Factor de adición para cambio de escala (0.1), en una banda específica, (reflectancia B_n , donde n es el número de banda) y $Qcal$: Valor del píxel calibrado o número digital (Chander et al., 2009). Los datos de longitud de onda se pueden procesar por medio de los módulos *radiometric calibration* y *Flaash Atmospheric Correction* del software ENVI 5.3 (Samaniego, 2014) ya que proporciona resultados acordes a la atmósfera del sitio (Riaño et al., 2000). El módulo *radiometric calibration* convierte los números digitales en unidades de radiancia por medio de un factor de escala (RS-GEOIMAGE, 2011). El módulo *FLAASH Atmospheric Correction* procesa la información calibrada para compensar las distorsiones por aerosoles, humedad relativa del ambiente, vapor de agua, etcétera (anexo III, IV y V; Samaniego, 2014) y debido a que el modelo FLAASH trabaja con unidades enteros (0-10000) es necesario reescalar los valores a través de la ecuación 5 para tener valores entre 0 y 1.

$$p\lambda = \frac{(B_n le 0) * 0 + (B_n ge 10000) * 1 + (B_n gt 0 and B_n lt 10000) * float(B_n)}{10000} \quad (5)$$

Donde B_n : número de bandas, *float*: tipo de dato flotante, *le*: menor o igual, *ge*: mayor o igual, *gt* y *lt*; valor entre 0 y 10000.

Una de las complejidades de la corrección atmosférica corresponde a la validación de las reflectancias, ya que puede ser susceptible a tener errores. Por lo tanto, en el presente proyecto se utilizaron algunas referencias bibliográficas (Coll, et al., 2010; Barsi, et al., 2005; NASA, 2010; Geo et al. 2016; More et al. 2012) en donde se han realizado diferentes pruebas para conocer la reflectancia de objetos presente en superficie (anexo VI).

4.2 Procesado

La etapa 3 consiste en definir el tamaño de muestra de los PCA y la georreferenciación de los datos. Para el tamaño de muestra, se utiliza la ecuación 6 de población finita (Wang et al., 2019; Aguilar, 2005; FEEDBACK NETWORKS, 2018; Geo et al., 2016) que se compone del grado de confianza de las muestras (k), grado de desconfianza entre los datos (P), error estimado (Q) y el número total de la población: pixeles del sensor Landsat 8 OLI (N).

$$n = \frac{k^2 * P * Q * N}{e^2 * (N-1) + k^2 * P * Q} \quad (6)$$

El presente estudio considera un grado de confianza del 95% para reflejar valores cercanos a la realidad (Rojo, 2007). La ecuación 6 permite calcular el número de muestras con base en el tamaño de la población y la confianza con la que se desea trabajar (Walpole & Myers, 1989). Las muestras deben recolectarse de manera cercana al centroide de cada píxel de la imagen (Zhang et al., 2003) y de manera homogénea al cuerpo de agua analizado (Rostom et al., 2017). Los PCA químicos considerados son el nitrógeno total (NT), fósforo total (PT), demanda química de oxígeno (DQO) y los sólidos suspendidos totales (SST) para el parámetro físico. Dichos PCA se estiman en laboratorio siguiendo normas oficiales mexicanas (DOF, 2015; DOF, 2010; DOF, 2001; DOF, 2012).

La estimación de los PCA en laboratorio requiere diferentes equipos del laboratorio para su estimación los parámetros químicos propuestos en este estudio requieren del espectrofotómetro, tubos Hatch, viales de DQO preparados. Para el caso del parámetro físico (SST) requiere de crisoles, filtro, estufa, mufla, y balanza de espesado.

El procedimiento para el cálculo de cada uno de los PCA se especifica en las normas mexicanas (DOF, 2015; DOF, 2010; DOF, 2001; DOF, DOF, 2012). Sin embargo, dichos pasos pueden simplificarse; para el NT estos procedimientos se simplifican a través de la utilización de tubos Hatch (0-25 mg/L y 0-125 mg/L), para la DQO se utiliza los viales preparados de alto rango (150-1500 mg/L) debido a las condiciones de polutos de la presa J. A. Alzate. Para el PT se utilizó el método cloruro estañoso (anexo I.3). La determinación de los SST se determinó en el laboratorio a través del método gravimétrico (diferencia de pesadas). Para cada muestra se utilizó un crisol y un filtro de fibra, que se pesaron con una balanza de precisión. Por lo tanto, las muestras de agua se filtraron hasta la saturación del filtro, y se tomó nota del volumen filtrado. El conjunto de crisoles + filtros se introdujeron durante 45 minutos a la mufla y 20 minutos en una estufa a una temperatura de 103°C hasta que el filtro perdió el agua y solamente quedó el material en suspensión en el crisol. El siguiente paso corresponde a pesar y calcular la diferencia

de pesadas (figura 12). La concentración de las partículas en suspensión viene determinada por esa diferencia de pesos dividida por el volumen de agua filtrado (ecuación 7; anexo I.4).



Figura 12. Determinación de sólidos suspendidos totales (SST).

Para la determinación de los SST (tabla 7) se utilizaron diferentes valores de dilución (25, 50, 100 mL) para facilitar el paso de la muestra a través del filtro. Además de lo anterior se realizaron dos experimentos para cada muestra en el cálculo de cada PCA para tener una mejor estimación de los SST.

$$SST \text{ (mg/L)} = \frac{m_2 - m_1}{V} * 1000000 \quad (7)$$

Donde *SST*: son los sólidos suspendidos totales, en mg/L, m_1 : es la masa del soporte de secado con el filtro antes de la filtración, en g; m_2 : es la masa del soporte de secado con el filtro, en g y V : es el volumen de la muestra en mL.

Tabla 7. Cantidad de mL para la dilución de las muestras en la estimación de SST.

Temporada	<i>n</i>	Nombre	Peso constante m_1 (mg/L)	Peso constante m_2 (mg/L)	Dilución (mL)	Resultado SST (mg/L)	SST Promedio (mg/L)
Antes de lluvias	1	1AA1	34.1179	34.1257	100	78	92.5
	1	2AA1	25.2579	25.2686	100	107	
	2	1BB1	33.1621	33.1688	50	134	151.5
	2	2BB1	26.2295	26.2464	100	169	
	3	1CC1	33.0636	33.074	50	208	198
	3	2CC1	30.1401	30.1495	50	188	
	4	1DD1	26.8563	26.8574	50	22	48
	4	2DD1	30.3282	30.3319	50	74	
	5	1EE1	25.1892	25.1914	50	44	33
	5	2EE1	34.1383	34.1394	50	22	
	6	1FF1	24.3504	24.353	50	52	55
	6	2FF1	33.4402	33.4431	50	58	
	7	1GG1	26.8974	26.8987	25	52	42
	7	2GG1	26.8767	26.8775	25	32	
Después de lluvias	8	1AA2	34.1336	34.1354	50	36	35
	8	2AA2	30.2669	30.2686	50	34	
	9	1BB2	33.1597	33.1613	50	32	

	9	2BB2	34.0208	34.0226	50	36	
	10	1CC2	29.2616	29.26212	50	10.4	15.2
	10	2CC2	33.2242	33.2252	50	20	
	11	1DD2	30.9831	30.9839	50	16	11
	11	2DD2	25.1968	25.1971	50	6	
	12	1EE2	30.1382	30.1388	50	12	16
	12	2EE2	27.7003	27.7013	50	20	
	13	1FF2	34.115	34.1158	50	16	17
	13	2FF2	27.4426	27.4435	50	18	
	14	1GG2	26.8531	26.854	50	18	19
	14	2GG2	24.0305	24.0315	50	20	

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST) y muestras (n). Elaboración propia.

La etapa 4 corresponde a la regresión multivariable⁸ (tabla 8). Para realizarlo es posible utilizar el módulo *MultiReg* del software TerrSet (regresión lineal múltiple; Clarck, 1993) y el paquete Excel e IBM SPSS Statistics (regresión exponencial y polinómica múltiple; Abdelmalik, 2013). Para el paquete de Excel es necesario instalar los complementos: Risk Simulator, Analyse-it y XLSTAT.

Tabla 8. Regresiones consideradas en la presente investigación.

Tipo	Ecuación	Fuente
Regresión lineal múltiple	$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \beta_3 * x_3 + \dots + \beta_n * x_n + u$	(Walpole & Myers, 1989)
Regresión exponencial múltiple	$\hat{y} = e^{(\beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \dots + \beta_n * x_n)}$	(Zeiny & Kafrawy, 2016; Graver & Boren, 1967)
Regresión polinómica múltiple	$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \beta_3 * x_1^2 + \beta_4 * x_2^2 + \beta_5 * x_1 x_2 + \dots + \beta_n * x_n^n$	(Walpole & Myers, 1989)

Simbología: coeficientes empíricos (β_0), reflectancia a cierta longitud de onda (x_n^n) y PCA estimada (\hat{y}).

Antes de diseñar los modelos de regresión múltiple, los datos empleados para los modelos de regresión múltiple deben de consideraron supuestos de validación (Mun, 2012) con la finalidad de determinar las propiedades de los datos a utilizar en el análisis de regresión múltiple. Los supuestos considerados en el presente estudio se muestran en la tabla 9. Además de lo anterior, también debe de considerarse la validación cruzada (*cross validation*; Cavero et al., 2012) de cada modelo de regresión múltiple.

Tabla 9. Supuestos de validación de los datos en los modelos de regresión múltiple.

Supuestos	Características	Función
Heterocedasticidad versus homocedasticidad	La prueba de White se basa en ver si los residuos mínimos cuadráticos ordinarios (MCO) al cuadrado son de algún modo función de los regresores; en este caso, se deduce que la varianza de las perturbaciones son función de los regresores y, por tanto, no son constantes (heterocedasticidad). El test de White analiza la significación de una regresión auxiliar que trata de explicar los	a) Prueba de White y Gráfica de residuos en forma de embudo o conos creciente y decreciente $\hat{u}^2 = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1^2 + \beta_4 X_2^2 + \beta_5 X_2 X_1 + \dots + \beta_n X_n + e$

⁸ Los modelos de regresión multivariable: presenta la ventaja de no cargar todo el peso explicativo a una variable independiente y para estar en posibilidad de predecir una respuesta importante (Walpole & Myers, 1989).

	<p>residuos al cuadrado de la regresión inicial \hat{u}^2, a partir de los regresores, sus cuadrados y sus productos cruzados dos a dos.</p> <p>a) Donde: \hat{u}^2, son los residuos al cuadrado, X_n: variable independiente (banda multiespectral), LM: corresponde al estadístico de contraste de White al igual que F_i, n: total de muestras y R^2: corresponde al coeficiente de determinación.</p> <p>La Prueba Breusch-Pagan sirve para comprobar si se puede encontrar un conjunto de variables Z que sirvan para explicar la evolución de la varianza de las perturbaciones aleatorias, estimada. Ésta a partir del cuadrado de los errores del modelo inicial sobre el que se pretende comprobar si existe o no heterocedasticidad.</p> <p>b) Donde \hat{Y}: modelo inicial propuesto, X_n: variable independiente (banda multiespectral), σ^2: varianza del modelo, Pi: suma del residuo al cuadrado entre la varianza, u^2: residuos al cuadrado, $Vo Chi^2$: valor observado del modelo, SCE: suma de los cuadrados explicados, Chi^2: valor de las tablas chi-cuadrado (apéndice 1.2), p-value: significancia de datos de 0.05 y gl: grados de libertad incluyendo el intercepto (k-1).</p>	<p>Se requiere LM o el estadístico F</p> $LM = nR^2 \sim \chi_k^2$ $F_i = \frac{R^2/k}{(1 - R^2)/(n - k - 1)}$ <p>Prueba W vs P-value (0.1) Sí $W \geq 0.1$ Homocedasticidad Sí $W \leq 0.1$ Heterocedasticidad</p> <p>b) Prueba Breusch-Pagan</p> $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \dots + \beta_n * x_n + u$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n}$ $Pi = \frac{u^2}{\sigma^2}$ $Pi = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \dots + \beta_n * x_n + u$ <p>Valor observado $Vo Chi^2 = 1/2 * SCE$ $Chi^2 > \chi^2_{p-value, \alpha}$ $\alpha = gl = k - 1$</p> <p>Sí $Vo Chi^2 \geq Chi^2$ Heterocedasticidad Sí $Vo Chi^2 \leq Chi^2$ Homocedasticidad</p>
Micronumerosidad	<p>Con pequeñas muestras, la presencia de las violaciones de supuestos como heterocedasticidad y no-normalidad de la varianza son difíciles de detectar (cuando están presentes).</p> <p>Donde k: grado de confianza de las muestras, p: grado de desconfianza entre los datos, Q: error estimado y N: el número total de la población (píxeles del sensor Landsat 8 OLI).</p>	<p>$n > 10$ datos o mayor al número de variables independientes</p> <p>Ecuación de población finita</p> $n = \frac{k^2 * P * Q * N}{e^2 * (N - 1) + k^2 * P * Q}$
Valores atípicos	<p>Los valores atípicos tienden a incrementar la varianza residual, lo cual disminuye la probabilidad de rechazar la hipótesis nula (H_0).</p> <p>Donde Qk: corresponde a los números atípicos totales, Lk: corresponde al límite real inferior de la clase del cuartil k, $k = 1, 2, 3$, n: corresponde al número de muestras, Fk: corresponde a la frecuencia acumulada de la clase que antecede a la clase del cuartil k. fk: indica la frecuencia de la clase del cuartil k y c: corresponde a la longitud del intervalo de la clase del cuartil k. Si se desea calcular cada cuartil individualmente, mediante otra fórmula se tiene lo siguiente: el primer cuartil Q1, es el menor valor que es mayor que una cuarta parte de los datos; es decir, aquel valor de la variable que supera 25% de las observaciones y es superado por el 75% de las observaciones.</p>	$Q_{k=Lk} + \frac{K(\frac{n}{4}) - Fk * c}{fk}$
No linealidad	<p>Para identificar la linealidad y no linealidad se basa en la prueba de no linealidad basada en p-value. Donde sí p-value ≥ 0.1 linealidad y si p-value ≤ 0.09 no linealidad.</p> <p>Donde Y: corresponde al valor del PCA [mg/L], Y_{trans}: corresponde al valor del PCA transformado [mg/L], X_n: corresponde a cualquier banda multiespectral [μm] y $X_{n_{trans}}$: corresponde a cualquier banda multiespectral transformada [μm].</p>	$Y_{trans} = \text{Log}(Y)$ $Y_{trans} = (Y)^2$ $Y_{trans} = (Y)^3$ <p>Transformaciones Box-Cox</p> $Z(Y_{trans}) = 1/Y$ $Z(Y_{trans}) = 1/\sqrt{Y}$ $Z(Y_{trans}) = \sqrt{Y}$ $Z(Y_{trans}) = Y$ $X_{n_{trans}} = \text{Log } X_n$ $X_{n_{trans}} = X^2$ $X_{n_{trans}} = X^3$

Normalidad	Distribución continua que aparece con más frecuencia en estadística y en teoría de probabilidades. Para este supuesto se puede utilizar el estadístico Durbin & Watson para detectar la normalidad. Donde n : es el número de muestras, e_1 : corresponde a los errores estimados, e_1 : corresponde al valor real y H_0 : hipótesis nula. Niveles utilizados: 1,5 y 10% de nivel alfa.	$D = \frac{\sum_{i=2}^{i=n} (e_1 - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} e_i^2}$ <p>Sí</p> <p>$Est. D \leq Dc$ \Rightarrow no se rechaza H_0</p> <p>$Est. D \geq Dc \Rightarrow$ se rechaza H_0</p>
Multicolinealidad	En situaciones de colinealidad cercana, la ecuación de regresión estimada será sesgada y proporcionará resultados inexactos. También puede usarse la regla de oro consiste en que si una correlación con un valor absoluto mayor a $r_{abs} \geq 0.75$ es indicativa de múltiples multicolinealidades. En caso de que resulte difícil diferenciar la multicolinealidad entre las variables, se puede utilizar la prueba del Factor de inflación de la varianza (FIV). $FIV \geq 10$ indica multicolinealidad destructiva. Donde β_n : corresponde a los coeficientes del modelo, x_n : corresponde a la banda multispectral y R_i^2 : es el coeficiente de determinación.	<p>Prueba de correlación</p> $r = r = \frac{\beta_0 \sum y + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_1 y + \dots + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_2 y - n\bar{y}^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n y^2 - n\bar{y}^2}}$ <p>Prueba FIV</p> $x_1 = \beta_0 + \beta_1 * x_2 + u$ $FIV = \frac{1}{1 - R_i^2}$ <p>Nota: proceso repetitivo de acuerdo con las variables independientes.</p>

Fuente: obtenido de Mun, 2012.

Para la obtención de los supuestos anteriores se puede utilizar el software *risk simulator* 2016, que corresponde a una extensión del software Excel, así como los complementos de Analyse-it y XLSTAT. Además, de los supuestos de validación de los datos también es necesario aplicar la validación cruzada (*cross validation*) en el diseño del modelo de regresión múltiple para minimizar el impacto de la varianza en futuras predicciones.

Calibración del modelo con *cross validation* (75% de puntos y 25% validación)

En la validación cruzada de i iteraciones (*i-fold cross-validation*) los datos se dividen en i subconjuntos (folds; tabla 10). Uno de los subconjuntos se utiliza como datos de prueba y el resto ($i - 1$) como datos de entrenamiento (Gil, 2018). En cada i iteración se obtienen los coeficientes para cada variable independiente ($i = n$). El proceso de validación cruzada es repetido durante i iteraciones, con cada uno de los posibles subconjuntos de datos de prueba. El error se calcula como la media aritmética de los errores de cada iteración para obtener un único resultado. El error se calcula como el promedio de los errores cometidos (ecuación 8) e interpretados a través del error cuadrático medio (RMSE).

$$RMSE_{(i)} = \sqrt{\frac{1}{i} \sum_{i=1}^i (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (8)$$

Donde \hat{y}_i : es el valor estimado para y_i , entonces $(y_i - \hat{y}_i)^2$ denota el error en la iteración i -ésima, i : número de muestras consideradas en el entrenamiento del modelo.

Tabla 10. Validación cruzada en los modelos de regresión.

	i=0	i=1	i=2	i=3	i=4	$\bar{\beta}$
β_{00}	β_{01}	β_{02}	β_{03}	β_{04}	β_{nn}	$\bar{\beta}_0$
β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{nn}	$\bar{\beta}_1$
β_{20}	β_{21}	β_{22}	β_{23}	β_{24}	β_{nn}	$\bar{\beta}_2$
β_{30}	β_{31}	β_{32}	β_{33}	β_{34}	β_{nn}	$\bar{\beta}_3$
β_{nn}	β_{nn}	β_{nn}	β_{nn}	β_{nn}	β_{nn}	$\bar{\beta}_n$
E_n	E_0	E_1	E_2	E_3	E_{nn}	E_n

Simbología: número de iteraciones (i), coeficientes de la regresión (β_n) y error del modelo expresado por el RMSE (E_n).

Para la validación y evaluación de los resultados (etapa 5), se elige el tipo de regresión que mejor se ajusta al modelo, de acuerdo con el valor del coeficiente de determinación ajustado, p-value, estadístico t, estadístico F y coeficiente de Nash-Sutcliffe (E; Walpole & Myers, 1989; Mun, 2012; Carrillo, 2016; Murillo & González, 2000).

Coefficiente de determinación (R^2)

El coeficiente de determinación indica la capacidad explicativa del modelo a los datos utilizados (tabla 11). La obtención de la R^2 es basada en los valores del coeficiente $\beta_0 \dots \beta_n$, como se muestra en las ecuaciones 9 a 13.

$$R^2 = r^2 \quad (9)$$

$$r = \sqrt{\frac{\beta_0 \sum y + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_1 y + \dots + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_2 y - n\bar{y}^2}{\sum_{i=1}^n y^2 - n\bar{y}^2}} \quad (10)$$

$$\beta_1 = \frac{[\sum_{i=1}^n x_2^2 - n(x_2)^2][\sum_{i=1}^n x_1 y - n(\bar{x}_1)(\bar{y})] - [\sum_{i=1}^n x_1 x_2 - n(\bar{x}_1)(\bar{x}_2)][\sum_{i=1}^n x_2 y - n(\bar{x}_2)(\bar{y})]}{[\sum_{i=1}^n x_1^2 - n(\bar{x}_1)^2][\sum_{i=1}^n x_2^2 - n(x_2)^2] - [\sum_{i=1}^n x_1 x_2 - n(\bar{x}_1)(\bar{x}_2)]^2} \quad (11)$$

$$\beta_2 = \frac{[\sum_{i=1}^n x_1^2 - n(x_1)^2][\sum_{i=1}^n x_2 y - n(\bar{x}_2)(\bar{y})] - [\sum_{i=1}^n x_1 x_2 - n(\bar{x}_1)(\bar{x}_2)][\sum_{i=1}^n x_1 y - n(\bar{x}_1)(\bar{y})]}{[\sum_{i=1}^n x_1^2 - n(x_1)^2][\sum_{i=1}^n x_2^2 - n(x_2)^2] - [\sum_{i=1}^n x_1 x_2 - n(\bar{x}_1)(\bar{x}_2)]^2} \quad (12)$$

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}_1 - \beta_2 \bar{x}_2 \quad (13)$$

Donde R^2 : corresponde al coeficiente de determinación, r : corresponde al coeficiente de correlación, β_n : corresponde a los coeficientes de la regresión. y : corresponde al valor del PCA [mg/L] y X_n : corresponde a la reflectancia de la banda multiespectral utilizada $\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$.

Tabla 11. Rangos jerárquicos en la evaluación del coeficiente de determinación.

Rango	R ²	Características
Muy bueno	0.9-1	Alta similitud en los resultados
Bueno/Sospechoso	0.8-0.9	Similitud en los datos o sospechoso en la validación de los datos de entrada de la regresión
Aceptable	0.6-0.8	No todos los datos utilizados proporcionan un error aceptable
Regular	0.4-0.6	Dispersión de los datos, poco aceptable
Malo	0.2-0.4	Dispersión de los datos
Muy malo	0.0-0.2	Dispersión en los datos

Fuente: Elaboración propia con base en Walpole & Myers, 1996; Kulkarni, 2011; Rojo, 2007.

Coeficiente de determinación ajustado (\bar{R}^2)

Indica la capacidad explicativa de los datos con la penalización considerada con base en el número de bandas multiespectrales utilizadas (ecuación 14).

$$\bar{R}^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k-1} \right) * (1 - R^2) \quad (13)$$

Donde \bar{R}^2 : corresponde al coeficiente de determinación ajustado, n : corresponde al número de muestra de los pixeles estudiados, k : corresponde al número de variables independientes utilizadas en el modelo de regresión o bien integrados en $(k - 1)$ corresponde a los grados de libertad y R^2 : corresponde al coeficiente de determinación.

Intervalo de confianza del 95% para una observación de y dado un X_0 , $y = f(X_0)$

El intervalo de confianza del 95% representa a nivel de gráfica la dispersión de las muestras en relación con lo medido y estimado (ecuación 15).

$$Li = \hat{y} \pm t_{\alpha/2(n-2)} gl * S_e \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{SCx}} \quad (15)$$

Donde Li : corresponde al intervalo de confianza, \hat{y} : parámetro de calidad del agua estimada, n : número de muestras, gl : grados de libertad, X_0 : corresponde a las muestras y \bar{X} : corresponde al promedio de X_0 .

Estadístico de prueba de hipótesis (estadístico t)

El estadístico t se utiliza en la prueba de hipótesis, donde se establece la hipótesis nula (H_0) de manera que el coeficiente sea cero, y la hipótesis alternativa (H_a) diferente de cero, de manera que el verdadero valor del coeficiente no sea igual a cero. La prueba t calcula si cada uno de los coeficientes es estadísticamente significativo en presencia de otros regresores (ecuación 16 y 17). Esto significa que la prueba t comprueba estadísticamente cuando un regresor o variable independiente debe continuar en la regresión o de lo contrario, debe descartarse (Gómez & Dalence, 2014).

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_i}{S_R \sqrt{q_{i+1,i+1}}} \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (16)$$

$$\text{Se obtiene una relación: } R_{yic}^2 = \frac{t_i^2}{t_i^2 + n - (k-1)} \quad (17)$$

Donde t_c : corresponde al estadístico t crítico, $\hat{\beta}_i = [X'X]^{-1} X'Y$, (X' : es la matriz transpuesta del diseño), $k-1$; grados de libertad, $S_R^2 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=1}^n u_i^2$ (Nota: en esta ecuación se debe sacar la raíz cuadrada, debido al exponente de la ecuación), u_i^2 : residuos al cuadrado, $q_{i+1,i+1}$: son los elementos de la diagonal principal $[X'X]^{-1}$ y $c = \{1, 2, \dots, i+1, \dots, k\}$ conjunto de índices de todas las variables regresoras excepto el índice i -ésimo. El resultado se compara con el t estadístico $\frac{\alpha}{2}(n-k-1)$. Nota cuando el t estadístico $\leq t_c \Rightarrow$ se acepta H_0 y si t estadístico $\geq t_c \Rightarrow$ se rechaza H_0 . Donde $H_0 = \beta_i = 0$ y $H_a = \beta_i \neq 0$.

P-value

La importancia del p-value viene dada porque proporciona un resultado más informativo que el que proporciona el propio resultado del contraste, ya que éste determina únicamente si se acepta o no la hipótesis nula, ya sea con una gran holgura, o sin ella. Sin embargo, el p-value cuantifica el riesgo a equivocarse que se tiene que asumir para rechazar H_0 (hipótesis nula).

Cuando: el p-value es menor a 0.01 indica que la variable es estadísticamente significativa para un intervalo de confianza del 99 %. Mientras, para un p-value menor a 0.05 indica que la variable es estadísticamente significativa para un intervalo de confianza del 95 % y, si p-value es menor a 0.1 indica que la variable es estadísticamente significativa para un intervalo de confianza del 90 % (ecuación 18).

$$p - value = \Pr \{|t_{n-1}| > |t_c|\} \quad (18)$$

Donde: p-value: corresponde a la probabilidad correspondiente al estadístico de ser posible bajo la hipótesis nula. Si cumple con la condición de ser menor al nivel de significancia impuesto arbitrariamente, entonces la hipótesis nula será, eventualmente, rechazada (valor del estadístico calculado). Es decir, si $p - value < \alpha \Rightarrow$ se rechaza H_0 y si el $p - value > \alpha \Rightarrow$ se acepta H_0

Análisis de varianza (ANOVA)

Un análisis de varianza (ANOVA) prueba la hipótesis de que las medias de dos o más poblaciones son iguales. Los ANOVA evalúan la importancia de uno o más factores al comparar las medias de la variable de respuesta en los diferentes niveles de los factores. La hipótesis nula establece que todas las medias de la población (medias de los niveles de los factores) son iguales mientras que la hipótesis alternativa establece que al menos una es diferente. Los procedimientos de ANOVA funcionan bastante bien incluso

cuando se viola el supuesto de normalidad, a menos que una o más de las distribuciones sean muy asimétricas o si las varianzas son bastante diferentes. Las transformaciones del conjunto de datos original pueden corregir estas violaciones.

Estadístico F vs F crítico

El estadístico F se basa en la hipótesis de que las medias de múltiples poblaciones normalmente distribuidas y con la misma desviación estándar son iguales (Mun, 2012) o que las desviaciones estándar de dos poblaciones normalmente distribuidas son iguales (ecuación 19). El estadístico F puede calcularse como:

$$\text{Estadístico } F = \frac{\left(\frac{Rss - Rss_1}{m}\right)}{\frac{1 - Rss}{n - k}} \quad (19)$$

Estadístico F < F crítico ⇒ se acepta H₀ (hipótesis nula)

Estadístico F > F crítico ⇒ se rechaza H₀ (hipótesis nula)

Donde Rss : se refiere al coeficiente de determinación del modelo sin restringir (R^2), Rss_1 : se refiere al coeficiente de determinación del modelo restringido (R^2), m : se refiere al número de restricciones impuestas a los coeficientes estimados (coeficientes restringidos), k : se refiere al número de coeficientes estimados en el modelo sin restricciones y n : se refiere al número de muestras del modelo.

Coefficiente de Eficiencia de Nash-Sutcliffe

El coeficiente E propuesta por Nash y Sutcliffe (1970) se define como la unidad menos la suma de las diferencias cuadradas absolutas entre los valores pronosticados y observados normalizados por la varianza de los valores observados durante el período investigado (ecuación 20; Krause et al., 2005). Cuando el coeficiente E presenta un valor cercano a 1 (tabla 12) el modelo es excelente (Cabrera, 2015).

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_o - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_o - \bar{Y}_o)^2} \quad (20)$$

Donde E: coeficiente de Nash y Sutcliffe, Y_o : Valor medido, Y_i : corresponde al valor estimado y \bar{Y}_o : valor promedio de los medidos.

Tabla 12. Valores referenciales del Criterio de Nash-Sutcliffe.

E	Ajuste
>0.8	Excelente
0.6-0.8	Muy bueno
0.4-0.6	Bueno
0.2-0.4	Satisfactorio
<0.2	Insuficiente

Fuente: Molinar, 2011.

4.3 Post -procesado

La etapa 6 consiste en la interpolación, proyección e interpretación de los datos. Para la interpolación de los datos se emplea el macro modelador del software TerrSet (Clarck, 1993), el cual multiplica cada una de las bandas (reflectancia) por el coeficiente empírico a través del módulo *scalar*. Los resultados de este paso se adicionan o se sustraen a cada una de las operaciones realizadas. Por último, se deben de interpretar los resultados arrojados en donde los valores altos indican que se tiene mayor concentración de contaminantes (Aguirre, 2013). Los rangos se clasifican de acuerdo con los umbrales establecidos por las normas mexicanas oficiales (DOF, 2012; DOF, 2010; DOF, 2001; DOF, 2015; tabla 13).

Tabla 13. Límites permisibles para contaminantes básicos en cuerpos de aguas NOM 001.

Tipo	PARÁMETROS (mg/L)	RÍOS						EMBALSES NATURALES Y ARTIFICIALES				AGUAS					
		Uso en riego agrícola (A)		Uso público urbano (B)		Protección a la vida acuática		Uso en riego agrícola (B)		Uso público urbano (B)		Explotación, pesquera, navegación y otros usos (A)		Recreación (B)		Estuarios (B)	
		P. M.	P. D.	P. M.	P. D.	P. M.	P. D.	P. M.	P. D.	P. M.	P. D.	P. M.	P. D.	P. M.	P. D.	P. M.	P. D.
Químico	Demanda química de oxígeno	15	20	75	15	30	60	75	15	30	60	150	200	75	150	75	150
	Nitrógeno Total	40	60	40	60	15	25	40	60	15	25	N.A.	N. A	N.A.	N. A	15	25
	Fósforo Total	20	30	20	30	5	10	20	30	5	10	N.A.	N. A	N.A.	N. A	5	10
Físico	Sólidos Suspendidos Totales	15	20	75	12	40	60	75	12	40	60	150	200	75	125	75	125

Simbología: Promedio diario (P.D.), promedio mensual (P.M.), no es aplicable (N.A.), Tipo de Cuerpo Receptor según la Ley Federal de Derechos (A), (B) y (C). Nota: las concentraciones son en mg/L. DOF (1996).

De manera adicional los modelos de regresión obtenidos en el presente proyecto pueden ser utilizados en diversos cuerpos de agua con el fin de identificar el alcance de la aplicación. Para ello fueron seleccionados 5 cuerpos de agua a partir de la información proporcionados por Jaelani et al. (2016), Figueroa et al. (2015), Carrillo (2016), Ruiz (2017), Gómez & Dalence (2014) y Zeiny & Kafrawy (2016). Los estudios de estos autores fueron realizados a través de imágenes Landsat 8 OLI, por consecuencia son viables de ser utilizados para la comparación entre los estudios. Para lograr lo anterior se descargaron las imágenes Landsat 8 OLI correspondientes a cada zona de estudio considerando las fechas en la que el autor recolectó las muestras de los PCA posteriormente se aplicaron la ecuación de regresión.

El estudio proporcionado por Jaelani et al. (2016) aporta las fechas y coordenadas *in situ* de los PCA estudiados. A partir de lo anterior, es posible determinar la variación del ajuste entre modelos por medio del coeficiente de determinación obtenidos a partir de los datos entre el autor y la reflectancia de la imagen. Por lo tanto, sí:

$$R^2_{autor} \leq R^2_{propio}, \text{ la ecuación propia puede ser aplicada al cuerpo de agua}$$

$R^2_{\text{autor}} \geq R^2_{\text{propio}}$, la ecuación propia no puede ser aplicada al cuerpo de agua

Para los otros autores (Figueroa et al., 2015; Carrillo, 2016; Ruiz, 2017; Gómez & Dalence, 2014; Zeiny & Kafrawy, 2016) se cuenta únicamente con los modelos de regresión dados por los mismos autores. A partir de lo anterior es posible determinar los intervalos de confianza para la variación de medias entre los modelos de regresión. De esta manera es posible determinar si el modelo estimado en el presente trabajo es similar, subestima o sobreestima los valores de los PCA en dicho cuerpo de agua. Para ello se realizó la comparación del modelo de regresión múltiple por medio de la variancia de medias con un intervalo de confianza del 95% (ecuación 21) basado en el *estadístico t* y *valores críticos de distribución t* según el intervalo de confianza (Walpole & Myers, 1989).

$$a_1 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < a_2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad (21)$$

Donde $t_{\alpha/2}$ es el valor t con:

$$v \text{ grados de libertad} = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{[(s_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1)] + [(s_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)]} \quad (22)$$

Donde \bar{x}_1 , es la media muestral del estudio con la ecuación del autor [mg/L], \bar{x}_2 , es la media muestral del estudio con la ecuación del presente proyecto [mg/L], s_1^2 : corresponde a la variancia entre los datos del autor [mg/L], s_2^2 : corresponde a la variancia entre los datos de la ecuación propia [mg/L], μ_1 : corresponde al promedio de muestra poblacional del autor [mg/L], μ_2 : corresponde al promedio de muestra poblacional de la ecuación propia [mg/L], n_1 corresponde al número de muestras del autor, n_2 corresponde al número de muestras de la ecuación propia, $t_{\alpha/2}$: estadístico t con v grados de libertad y nivel de confianza α [mg/L].

De acuerdo con lo anterior si a_1 y $a_2 < 0$: el modelo sobreestima el PCA estudiado [mg/L]. Si a_1 y $a_2 > 0$: el modelo subestima el PCA estudiado [mg/L]. Si $a_1 < 0$ y $a_2 > 0$: el modelo puede ser similar entre el PCA estudiado (\bar{x}_1) y estimado (\bar{x}_2).

CAPÍTULO 5. CASO DE ESTUDIO Y RESULTADOS

Los resultados de la etapa 1 (acotamiento de la zona de estudio) se obtuvo al eliminar los pixeles con presencia de vegetación y los pertenecientes a la lámina de agua de baja profundidad poco significativa (0.5 m). A partir de lo anterior se encontró una población de 8004 pixeles. Para la etapa 2 se realizó la calibración y corrección atmosférica de las imágenes antes de lluvia (18/05/2018) y después de lluvias (16/10/2018). En la etapa 3 se estimó el tamaño de muestra a través de la ecuación de población finita resultando 14 muestras; 7 para la temporada antes de lluvias y 7 para la temporada después de lluvias. En la etapa 4, se diseñó los modelos de regresión múltiple (lineal, exponencial, polinómica) para cada PCA por medio de la integración de las bandas multiespectrales, uso de la técnica *band ratio* entre ellas (Abdelmalick, 2016) y logaritmo de los PCA que no presentan una tendencia lineal directamente, por la cual se transformó la variable dependiente y también se realizó validación cruzada para cada modelo. Para la etapa 5 (validación), se consideró la valoración del coeficiente de determinación ajustado (\bar{R}^2) p-value, coeficiente de Nash-Sutcliffe (E). En la etapa 6 se realizó la interpolación de los PCA (temporada antes y después de lluvias) y discutido a través del modelo de regresión múltiple con mejor ajuste de \bar{R}^2 . De manera adicional se calcularon la variación de ajuste entre modelos de regresión (R^2) y variación de medias a través de modelos de regresión para otros cuerpos de agua (ecuaciones de regresión) con la finalidad de identificar el alcance de los modelos de regresiones.

5.1 Acotamiento de la zona de estudio

A partir de una imagen satelital previamente calibrada de manera radiométrica y corregida atmosférica con fecha 15/03/2018 se aplicó el NDWI para identificar el límite de la superficie de agua de la zona de estudio (0-1). Sin embargo, debido a la presencia de una lámina de agua poco profunda en las orillas (0.5 m) se tomó un rango de 0.1-1. Además de lo anterior se discriminaron los pixeles con mayor variación de reflectancia en las bandas del infrarrojo (σ : 0.0177; figura 13). Dichas desviaciones estándar se encuentran en la banda 6 y 7 debido a que su capacidad de recopilar información del agua es alta (anexo VII; Chuvieco, 2002) y en la Presa J. A. Alzate la profundidad del agua en las orillas tiene un promedio de 0.5 m.

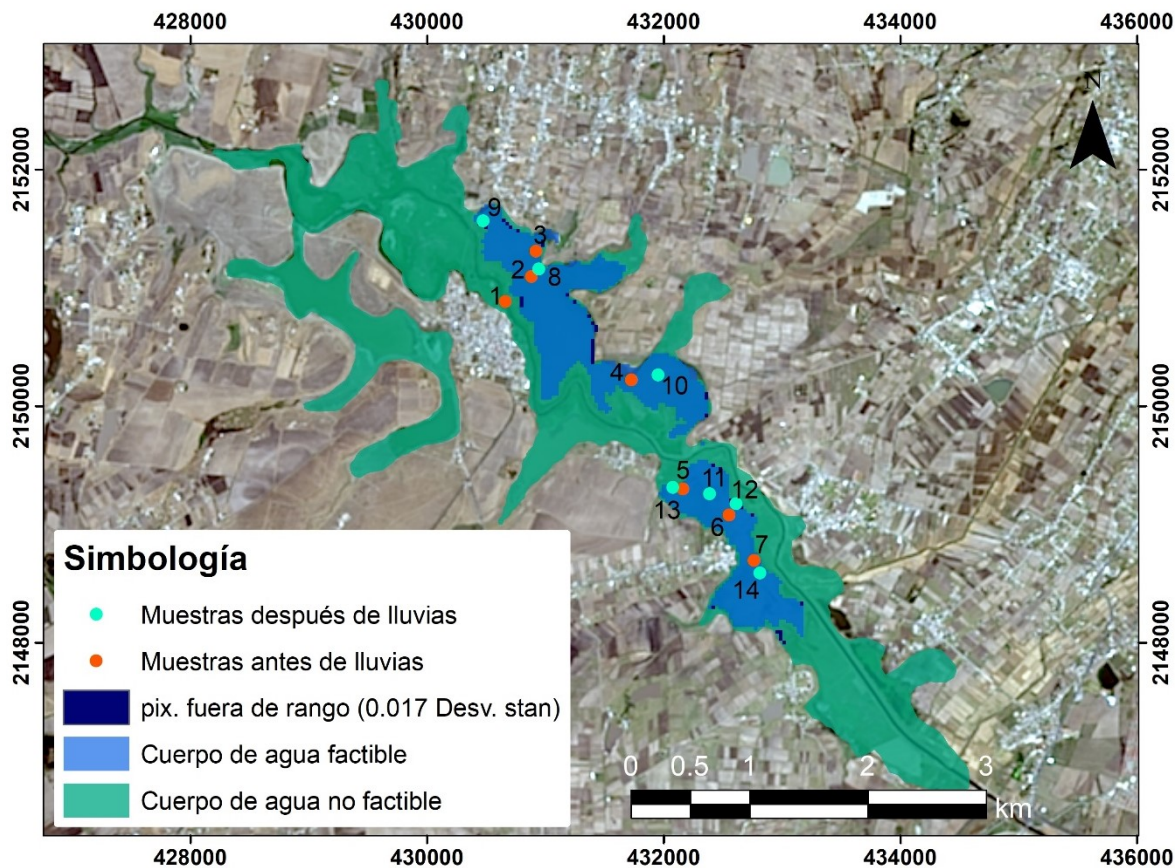


Figura 13. Acotamiento de la zona de estudio y georreferenciación de muestras de campo de parámetros de calidad del agua.

Además de lo anterior, también se calcularon las estadísticas del cuerpo de agua en el resto de las bandas multiespectrales (anexo VIII) con la finalidad de eliminar pixeles con incertidumbre (pixeles con contenido de humus lodos, baja profundidad <0.50 m) en el cuerpo de agua.

5.2 Calibración y corrección atmosférica de las imágenes Landsat 8 OLI

En la etapa 2, el modelo de corrección atmosférica estimó una lámina de vapor de agua, aerosoles, etcétera de 0.7406 cm para la imagen antes de lluvia (18/05/2018) y 0.7806 cm para la imagen después de lluvias (16/10/2018). A partir de esto se obtuvo la reflectancia de la superficie del cuerpo del agua para la temporada antes y después de lluvias. La figura 14 muestra la diferencia entre una imagen calibrada radiométricamente y otra calibrada y corregida atmosféricamente (imagen antes de lluvias). Para eliminar la incertidumbre de la corrección atmosférica las reflectancias fueron validadas por estudios de la NASA (2010), Barsi et al. (2005), Coll et al. (2010), Geo et al. (2016) y More et al. (2012) quienes han analizado el comportamiento de la reflectancia para diferentes coberturas de suelo y vegetación (anexo VI).

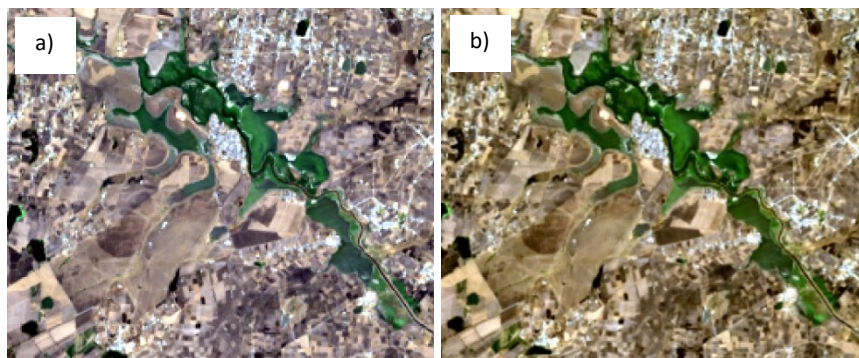


Figura 14. Comparación de una imagen con: a) calibración radiométrica vs b) calibrada y corregida atmosféricamente.

5.3 Tamaño de muestra y georreferenciación

El tamaño de muestra se dividió en dos temporadas, la primera antes de lluvias y la segunda después de lluvias (tabla 14). Para la obtención de dicho resultado se utilizó la ecuación de población finita considerando las variables de grado de confianza de las muestras ($k=0.95$), grado de desconfianza entre los datos ($P=0.5$), error estimado ($Q=0.5$) y el número total de la población ($N_{tot}=8004$ y $N_{10\%}=1094$). La ecuación arroja 13 muestras. Sin embargo, se consideraron 14 muestras, 7 en temporada antes de lluvias y 7 en temporada después de lluvias (anexo IX). Una vez identificado el tamaño de muestra, a través del NDWI se identificaron las zonas con mayor variación de este mismo índice (anexo IX) para identificar las zonas viables para la recolección de muestras con base en la variación de reflectancia. Además, es importante mencionar que se recolectó una muestra en un sitio en contacto directo con El Río Lerma (anexo IX). La razón por la que se recolectó una muestra en este sitio es por las altas concentraciones de SST proveniente de la ZMT, con la cual ayuda al modelo de regresión múltiple a identificar los valores de alta concentración de los SST [mg/L].

Las fechas en la que se recolectaron las muestras corresponden al 19/05/2018 y se utilizó la imagen: 18/05/2018 para la temporada antes de lluvias y la imagen: 16/10/2018 y muestras de: 16/10/2018 para la temporada después de lluvias (anexo IX). En la recopilación de las muestras de campo se identificó las coordenadas UTM de cada muestra recolectada (tabla 14) para georreferenciarlos. Para ello, se utilizó el software GPS Test (se programó WGS 1984 Zona 14) y se georreferenciaron las muestras por medio del módulo *Database Workshop* incluidos en el software TerrSet (figura 13).

Tabla 14. Coordenadas de los PCA de la Presa J. A. Alzate.

ID	X (UTM) metros	Y (UTM) metros	Nombre	Parámetros químicos			Par. físico
				NT (mg/L) LP = 40-60	DQO (mg/L) LP = 60-75	PT (mg/L) LP = 20-30	SST (mg/L) LP = 12-75
1	430664	2150883	AA1	33	173	99.762398	92.5
2	430883	2151094	BB1	11	127	46.274601	151.5
3	430921	2151309	CC1	16	66	44.3452	198
4	431729	2150221	DD1	9	93	34.253899	48
5	432162	2149300	EE1	28	107	70.9142	33
6	432553	2149077	FF1	20	98	67.346802	55
7	432766	2148695	GG1	10	109	74.920601	42
8	430478.6	2151563.7	AA2	7.2	67.5	33.1638	35
9	430947.9	2151158.2	BB2	6.3	64	34.46304	34
10	431955.9	2150262	CC2	3.9	80	23.64348	15.2
11	432392.2	2149258.9	DD2	4.4	21	30.76176	11
12	432613.4	2149172.9	EE2	3.5	30	32.79132	16
13	432815.7	2148588.9	FF2	2.8	26	30.39132	17
14	432079.7	2149312.3	GG2	3.3	39.5	33.71184	19

Simbología: nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT), sólidos suspendidos totales (SST), muestras antes de lluvias (AA1) y muestras después de lluvias (AA2), límite permisible (LP). Elaboración propia.

5.4 Modelos de regresión múltiple

Para el diseño de modelos de regresión múltiple se consideraron supuestos de validación enfocados a los datos de entrada, con la finalidad de ajustar las estimaciones del modelo a valores cercanos a la realidad y con una varianza de error constante (homocedasticidad). Estos supuestos se aplicaron a todos los puntos de muestreos (14 muestras). Dichos supuestos de validación arrojan una prueba W-p-value >0.1 en las bandas multiespectrales utilizadas, por lo tanto, los datos son homocedásticos. La micronumerosidad se cumplió en la selección del tamaño de muestra a través de la ecuación de población finita.

A pesar de que las pruebas de valores atípicos (cuartiles) arrojan que algunas bandas multiespectrales y variable dependiente (PCA) presentan valores atípicos, para el caso de la Presa J. A. Alzate estos valores son provocados por la presencia de concentraciones de otros contaminantes, presencias de florecimiento de algas y altos contenidos de humus que provocan que las reflectancias tengan diferente comportamiento en el cuerpo de agua. Además de lo anterior, es importante mencionar que las muestras utilizadas fueron recolectadas en sitios con mayor diferencia del NDWI (anexo IX), por consecuencia los valores altos del PCA son los que se esperan obtener en el laboratorio. En lo referente a los PCA que presentaban una tendencia de no linealidad se aplicaron transformaciones (logaritmo), con la finalidad de ajustar la variable al modelo de regresión. La normalidad de los datos se basó en el estadístico D (anexo XIV a XVI) y el grado de correlaciones entre las bandas utilizadas (anexo XIII) con la finalidad de eliminar

bandas que pueden ser similares entre ellas (multicolinealidad). La multicolinealidad se basó en el parámetro FIV, en donde los modelos arrojaron un FIV menor a 10 o bien con una $r_{abs} > 0.75$ lo cual indica que el modelo es significativo y no autodestructivo en las estimaciones futuras (anexo XIV a XVI). En la evaluación de la capacidad explicativa de los modelos de regresión múltiple se emplearon el R^2 , \bar{R}^2 , p-value, estadístico t, estadístico F y E en todos los modelos de regresión múltiple. En lo referente al análisis del estadístico t no todos los modelos de regresión múltiple indica que cada variable independiente utilizada es significativa, razón por la cual la interpretación de este supuesto se apoyó también en el p-value y estadístico F.

5.4.1 Supuestos de validación a los datos en los modelos de regresión múltiple

Modelos lineales

Los supuestos de validación lineal del NT se cumplieron al utilizar tres bandas multiespectrales (tabla 15) ya que, estas bandas presentan valores mayores a 0.1 en la prueba W-p-value lo cual indica homocedasticidad en los datos. En cuanto a los resultados de no linealidad la prueba arroja valores mayores a 0.1 lo cual indica un valor significativo para el desarrollo del modelo lineal múltiple.

Tabla 15. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para el NT.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
NT			Sin problemas	1		
B3	0.3389	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.9761	Lineal
B6	0.6177	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.7462	Lineal
B3+B7	0.3882	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.6585	Lineal

Fuente: elaboración propia.

Los supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para la DQO señalan que existen 4 proporciones de bandas (*band ratio*) que permiten estimar las concentraciones de este PCA. El resultado en la prueba W-p-value entre estas variables independientes son mayores a 0.1 por lo tanto elimina el supuesto de heterocedasticidad. Estas proporciones entre bandas también poseen valores mayores a 0.1 en la prueba de no linealidad; lo que indican alta significancia en el desarrollo del modelo lineal (tabla 16).

Tabla 16. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para la DQO.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado

Variable	P-Value	resultado	resultado	Valores Atípicos Potenciales	P-Value	resultado
DQO			Sin problemas	1		
B1/B6	0.503	Homoceadasticidad	Sin problemas	1	0.6041	Lineal
B7/B4	0.5111	Homoceadasticidad	Sin problemas	1	0.6035	Lineal
B2/B1	0.6532	Homoceadasticidad	Sin problemas	2	0.7932	Lineal
B2/B3	0.2562	Homoceadasticidad	Sin problemas	0	0.1824	Lineal

Fuente: elaboración propia.

Los supuestos de validación para las predicciones del PT (tabla 17) se basaron en la proporción de bandas. Lo anterior sirvió para que el modelo de regresión presentará homocedasticidad en los datos. Sin embargo, el PT presenta una tendencia no lineal, inclusive transformando la variable (Log PT), como consecuencia de lo anterior la prueba de no linealidad arroja valores ≤ 0.1 indicando que el modelo puede desarrollarse con mayor bondad de ajuste en los modelos no lineales.

Tabla 17. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para el PT.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W	Prueba de Hipótesis	Aproximación al	Número de	Prueba de No linealidad	Prueba de Hipótesis
	P-Value	resultado	resultado	Valores Atípicos Potenciales	P-Value	resultado
Log PT			Sin problemas	1		
B5/B4	0.6558	Homoceadasticidad	Sin problemas	1	0.0023	No Lineal
B5/B6	0.6405	Homoceadasticidad	Sin problemas	0	0.0003	No Lineal

Fuente: elaboración propia.

Para el parámetro físico de los SST, los supuestos de validación presentan homocedasticidad al utilizar 2 variables generados a través de la proporción entre bandas (tabla 18). Al igual que el PT, los SST tienen comportamiento no lineal por lo tanto se aplicó la transformación Box-Cox para linealizar los datos (Log SST). La prueba de no linealidad arroja un valor ≤ 0.1 en la B7/B5 a pesar de la linealización del PCA, lo cual proporciona indicios de poder estudiar el PT con regresiones no lineales.

Tabla 18. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión lineal múltiple para los SST.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W	Prueba de Hipótesis	Aproximación al	Número de	Prueba de No linealidad	Prueba de Hipótesis
	P-Value	resultado	resultado	Valores Atípicos Potenciales	P-Value	resultado
Log SST			Sin problemas	0		
B7/B4	0.8517	Homoceadasticidad	Sin problemas	1	0.1086	Lineal
B7/B5	0.1166	Homoceadasticidad	Sin problemas	0	0.004	No Lineal

Fuente: elaboración propia.

Modelos exponenciales

Para los modelos exponenciales el NT indica que se tiene tres bandas representativas para el diseño del modelo de regresión. En la prueba W-p-value se obtuvo un valor > 0.1 (homocedasticidad). En el tratamiento de los datos indica que las bandas utilizadas se comportan de manera no lineal (tabla 19).

Presenta un valor atípico en el LN_B5, sin embargo, lo anterior es ocasionado debido a las características fisicoquímicas de la Presa J. A. Alzate como se mencionó en los párrafos anteriores.

Tabla 19. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para el NT.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
NT			Sin problemas	0		
LN_B1	0.9071	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0224	No Lineal
LN_B5	0.8303	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0052	No Lineal
LN_B7	0.2516	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0017	No Lineal

Fuente: elaboración propia.

El modelo exponencial para la DQO utiliza 3 variables independientes. En la prueba de homocedasticidad el estadístico cumple con el supuesto ($W-p\text{-value} > 0.1$). Dichas variables independientes tienen un comportamiento no lineal (tabla 20). Los valores atípicos de este modelo corresponden a la B5, este valor como se mencionó anteriormente se debe a la naturaleza de la Presa J. A. Alzate.

Tabla 20. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para la DQO.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
DQO	0.475	Homocedasticidad	Sin problemas	0		
LN_B5	0.312	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0821	No lineal
LN_(B2/B3)	0.187	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0113	No lineal
LN_B7	0.412	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0532	No lineal

Fuente: elaboración propia.

En la regresión exponencial para el PT fue compuesta por dos bandas. Este modelo arroja una prueba FIV=2.63 lo cual indica que no existe presencia de multicolinealidad destructiva (anexo XV.3). Los resultados son homocedásticos con relación a la prueba $W-p\text{-value} (> 0.1)$; tabla 21). Por lo tanto, la varianza de los errores es constante.

Tabla 21. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para el PT.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
PT	0.356	Homocedasticidad	Sin problemas	1		
LN_B5	0.2876	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0159	No lineal
LN_B6	0.123	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0826	No lineal

Fuente: elaboración propia.

El comportamiento exponencial de los SST los estadísticos utilizados indican que las variables independientes utilizados en este modelo de regresión son homocedásticas ($W-p\text{-value} > 0.1$). Al igual que

los otros modelos exponenciales tienen una tendencia no lineal. Los valores atípicos (tabla 22) se deben a la presencia de otras concentraciones de contaminantes en la Presa J. A. Alzate.

Tabla 22. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión exponencial múltiple para los SST.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
SST	0.356	Homocedasticidad	Sin problemas	0		
LN_B4	0.2876	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0159	No lineal
LN_(B3+B5)	0.123	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0826	No lineal
LN_(B5+B7)	0.2253	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0869	No lineal
LN_(B2/B3)	0.1112	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0425	No lineal
LN_(B7/B6)	0.2105	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0548	No lineal

Fuente: elaboración propia.

Modelos polinómicos

El comportamiento polinómico del NT se basó en la proporción de bandas, correspondiente a la B7/B1 y B5/B4 debido a que estas bandas tienen mayor significancia en los datos (figura 15). Además de lo anterior las proporciones de bandas utilizadas en este modelo son homocedásticas (W -p-value >0.1), dichas proporciones de bandas tienen un comportamiento no lineal (tabla 23). La cual favorece al desarrollo de este modelo de regresión.

Tabla 23. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para el NT.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
NT			Sin problemas	1		
B7/B1	0.5649	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0028	No Lineal
B/B4	0.2363	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0008	No Lineal

Fuente: elaboración propia.

La demanda química de oxígeno (DQO) al igual que los SST utiliza dos proporciones entre bandas la prueba W -p-value arroja un valor representativo para el modelo de regresión (>0.1). Por consecuencia la varianza de los errores obtenidos en este modelo es constantes (tabla 24).

Tabla 24. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para la DQO.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
DQO			Sin problemas	1		
B3/B1	0.4902	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0018	No Lineal

B3/B5	0.3888	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0028	No Lineal
-------	--------	------------------	---------------	---	--------	-----------

Fuente: elaboración propia.

El modelo de regresión polinomial para el PT utiliza una banda y una proporción de bandas multispectrales y tienen un comportamiento no lineal, así como una varianza de error constante (tabla 25). Estas variables presentan valores atípicos tanto en la variable dependiente (debido a la naturaleza de la Presa J. A. Alzate) como la independiente (valor esperado de acuerdo con la variación del NDWI; anexo IX).

Tabla 25. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para el PT.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
PT			Sin problemas	1		
B5/B2	0.6368	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0008	No Lineal
B6	0.1012	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0023	No Lineal

Fuente: elaboración propia.

El caso de los SST de manera polinomial utiliza también una banda y una proporción entre bandas (homocedásticas; tabla 26) y no tienen presencia de multicolinealidad (anexo XVI.4). Estos datos tienen una distribución normal (distribución normal al 1%: anexo XVI.4). Las variables tienen una tendencia no lineal y es lo requerido para la naturaleza de los modelos polinómicos.

Tabla 26. Diagnóstico de supuestos de validación de la regresión polinómica múltiple para los SST.

Resultados del Diagnóstico						
Variable	Heterocedasticidad		Micronumerosidad	Valores Atípicos	No linealidad	
	Prueba - W P-Value	Prueba de Hipótesis resultado	Aproximación al resultado	Número de Valores Atípicos Potenciales	Prueba de No linealidad P-Value	Prueba de Hipótesis resultado
SST			Sin problemas	1		
B3	0.1268	Homocedasticidad	Sin problemas	0	0.0324	No Lineal
B3/B5	0.5004	Homocedasticidad	Sin problemas	1	0.0908	No Lineal

Fuente: elaboración propia.

En el supuesto de multicolinealidad la mayoría de los modelos de regresión múltiple arrojan un $r_{abs} \leq 0.75$, lo cual indica que los modelos no presentan multicolinealidad (anexo XIV a la XVI). Únicamente el modelo lineal de PT presenta un $r_{abs} = 0.9017$, este resultado sobrepasa el límite recomendado para detectar multicolinealidad. Sin embargo, se descartó la presencia de la multicolinealidad destructiva por medio de la prueba FIV, ya que arrojo un $FIV = 6.3$ por lo tanto el modelo de regresión lineal del PT es significativo para las estimaciones del PT. También en cada uno de los modelos de regresión se revisó la normalidad de los datos de cada PCA. Los resultados obtenidos de normalidad de acuerdo con el estadístico D indican que la mayoría de los modelos presentan una distribución normal al 1% nivel alfa

(anexo XIV a la XVI), únicamente el PT Lineal presenta una distribución del 10% nivel alfa (anexo XIV.3).

5.4.2 Validación de los modelos de regresión múltiple

Además de los estadísticos mencionados anteriormente también se aplicó la validación cruzada (*cross-validation*) y a partir de los resultados de la validación cruzada se obtuvo el R^2 , \bar{R}^2 y E de cada modelo de regresión, para ello se utilizó el 75% de los datos para el diseño de regresión y 25% de datos para validar el modelo de regresión, dicho proceso fue realizado en i iteraciones y finalmente se promediaron los coeficientes. Una vez obtenido el promedio, también se volvió a realizar la prueba de homocedasticidad, para este caso se utilizó la prueba de Breusch-Pagan con la finalidad de que la varianza de los errores siga siendo constante.

5.5.1.6 Validación cruzada en los modelos de regresión múltiple

La validación cruzada se realizó considerando 11 muestras para el diseño de la regresión (datos de entrenamiento) y 3 muestras para el proceso de validación (datos de prueba). A través de lo anterior se obtuvieron los coeficientes de cada iteración del modelo de regresión (β_n) y se promediaron los coeficientes de las iteraciones para obtener los coeficientes validados (anexo XVII).

La validación de los modelos de regresión exponencial presenta coeficientes con variación mínima en cada iteración (i). Por lo tanto, se espera que las estimaciones futuras presente menor variación entre los modelos de regresión (el NT y DQO presentan la menor variación en este modelo de regresión). La validación cruzada de los modelos lineales presenta variación en los coeficientes de cada iteración (anexo XVI.3). Únicamente el modelo lineal del PT presenta diferencias mínimas en los coeficientes, por lo tanto, este modelo corresponde al segundo modelo que mejor determina el PT. Para los modelos polinómicos presenta variación en los coeficientes de cada iteración. Sin embargo, en estos modelos el PT y SST presentan mejor ajuste \bar{R}^2 (anexo XVII). Los promedios de los coeficientes de la validación cruzada de cada modelo de regresión se muestran en la tabla 27.

Tabla 27. Resultados de los coeficientes obtenidos mediante la validación cruzada.

β_n	Nitrógeno total (NT)			Demanda química de oxígeno (DQO)			Fósforo total (PT)			Sólidos suspendidos totales (SST)		
	Exponencial	Lineal	Polinómico	Exponencial	Lineal	Polinómico	Exponencial	Lineal	Polinómico	Exponencial	Lineal	Polinómico
β_0	-4.49	30.72	8.41	4.21	-66.73	-129.05	5.13	1.35	14.79	-0.27	2.08	-72.79
β_1	-2.45	1120.40	-42.33	0.98	5.66	612.50	1.15	0.12	62.96	-4.06	0.34	1695.67
β_2	1.10	823.80	21.58	-2.42	110.16	-396.96	-0.52	0.05	-1644.85	7.49	-1.32	36.59
β_3	-0.69	-1269.81	109.30	-0.52	240.13	-266.25			41.87	-4.03		51579.00
β_4			34.54		-222.73	42.51			71481.28	4.00		143.87
β_5			-122.98			173.43			-3642.35	1.43		-6246.62
RMSE	3.82	4.24	31.13	16.10	21.40	15.35	10.25	9.63	5.49	14.37	43.90	7.19
E	0.9985	0.9996	0.9933	1.0000	0.9991	0.9992	0.9997	0.999	0.9988	0.9916	0.9982	0.998
\bar{R}^2	0.7858	0.731	0.6815	0.8064	0.6208	0.8426	0.7425	0.7901	0.9225	0.898	0.6125	0.9855
R ²	0.8352	0.7931	0.7305	0.8511	0.7375	0.8668	0.7821	0.8224	0.9404	0.9372	0.6721	0.9877
i	5	7	14	6	5	9	8	5	5	5	5	6

Simbología: Número de iteraciones (i), error cuadrático medio (RMSE), coeficiente de Nash-Sutcliffe (E), coeficiente de determinación (R^2) y coeficiente de determinación ajustado (\bar{R}^2).

La validación cruzada de los modelos de regresión aplicados al NT indica que el modelo exponencial presenta una menor variación en los coeficientes de cada iteración (i) a diferencia del modelo lineal y polinómico (anexo XVII.1). El RMSE que se obtuvo del modelo exponencial es menor a los obtenidos en los otros modelos con un RMSE=3.82 mg/L (tabla 27). La validación cruzada del modelo exponencial de la DQO presenta un RMSE de 16.10 mg/L y también presenta una menor variación entre los coeficientes del modelo (anexo XVII.2). Para el PT la validación cruzada (tabla 27) presenta coeficientes con mínimas variaciones entre cada iteración en los modelos analizados en el presente estudio (anexo XVII.3). El menor RMSE del PT se presenta en el modelo polinómico con un RMSE=5.49 mg/L y el modelo lineal del PT se realizó de manera transformada (Log PT) para que la varianza de los errores sea constante y obtuviese una distribución normal.

En los SST, el modelo que presenta el menor RMSE es el polinómico (RMSE= 7.19 mg/L). En cuanto a la variación de los coeficientes en cada iteración (i) son un poco mayores al modelo exponencial (anexo XVII.4), sin embargo, hay que considerar que los coeficientes utilizados en el modelo polinómico son mayores a diferencias del modelo lineal y exponencial. Para la descripción del p-value, estadístico t y f se basó en lo obtenido del análisis de todos los datos. El estadístico t (variable por variable), resultó difícil indicar que cada variable independiente es significativa, razón por la cual la interpretación de este supuesto se apoyó en el p-value y estadístico F.

La validación aplicada al NT lineal [mg/L] presenta un p-value máximo aceptable de 0.005 (variable independiente por variable independiente) y el estadístico F si rechaza la hipótesis nula, dando como resultado que el grupo de variables independientes utilizadas son significativamente diferentes ($F=13.20 > F_c=6.55$; anexo XIV.1). Para el modelo lineal de la DQO [mg/L] las variables independientes (bandas) presentan un p-value máximo variable independiente por variable independiente de 0.0986, este rango se encuentra por encima del p-value recomendado (0.05). Por lo tanto, solo se encuentra en un rango de 90% de confianza de los datos. Para el resultado de la prueba F, se rechaza la hipótesis nula (anexo XIV.2; $F=6.71 > F_c=6.42$). El p-value obtenido del PT corresponde a 0.00013 (anexo XIV.3) y el estadístico F en comparación con el F crítico rechaza la hipótesis nula ($F=10.73 > F_c=7.2057$). Por último, el parámetro físico de SST el p-value para cada variable utilizado corresponde a un valor menor a 0.0766 (intervalo de confianza del 90%) y el estadístico F en comparación con el F crítico rechaza la hipótesis nula ($F=18.86 > F_c=6.42$).

En los modelos exponenciales el p-value también debe ser menor a 0.05. En los PCA analizados en este estudio las bandas utilizadas obtienen un p-value máximo de 0.0192 para el NT (anexo XV.1), 0.0043 para la DQO (anexo XV.2), 0.0002 para el PT (anexo XV.3), y 0.0463 para el SST (anexo XV.4). El

estadístico F para el NT es de $F=22.90 > F_c=6.5523$. Para la DQO el estadístico $F=19.08 > F_c=6.5523$, para el PT el $F=18.65 > F_c=7.6757$ y en los SST el $F=30.60 > F_c=6.63$. Para los modelos polinómicos el p-value máximo es de 0.0948 para el NT (90% de confianza, anexo XVI.1), 0.0790 para la DQO (90% de confianza, anexo XVI.2), 0.0085 para el PT (anexo XVI.3), y 0.0941 para el SST (90% de confianza, anexo XVI.4). Para los modelos polinómicos, el NT presenta un $F=6.25 > F_c=3.6878$. Para la DQO el $F=11.82 > F_c=6.6518$, para el PT el $F=25.63 > F_c=6.6318$ y el parámetro físico de los SST el $F=136.12 > F_c=6.1318$.

A partir de lo anterior, se generó los valores estimados para cada muestra, así como los estadísticos de E, R^2 y \bar{R}^2 . En lo referente al coeficiente de Nash-Sutcliffe (E) aplicado a los tipos de regresión se obtuvo valores muy cercanos a 1, lo cual indica que los modelos son significativos para predecir los PCA en otras temporadas del año. Los coeficientes E mayores se presentan en los modelos de NT lineal, DQO exponencial PT exponencial y los valores mínimos en el NT polinómico, SST Lineal y SST polinómico (tabla 27). La tabla 28 muestra los modelos de regresión múltiples obtenidos con base en los supuestos de validación a los datos y validación cruzada considerados en el presente estudio. También la tabla 28 muestra el coeficiente de determinación tanto ajustado como no ajustado, así como el coeficiente de Nash-Sutcliffe.

Tabla 28. Modelos de regresión múltiple para diferentes PCA.

Tipo	Nombre	Modelo	Modelos de regresión	E	\bar{R}^2	R^2
Químico	NT	Exponencial	$NT (mg/L) = e^{(-4.48654633-2.44683459*LN_{B1}+ 1.09712065*LN_{B5}-0.689662947*LN_{B7})}$	0.9985	0.7858	0.8352
		Lineal	$NT (mg/L) = 30.7153+1120.3987*B3+823.7976*B6-1269.8093*(B3+B7)$	0.9996	0.7310	0.7931
		Polinómico	$NT (mg/L) = 8.4064-42.331*(B7/B1) + 21.5806*(B5/B4) + 109.3022*(B7/B1)^2 + 34.5379*(B5/B4)^2 - 122.9769*(B7/B1)*(B5/B4)$	0.9933	0.6815	0.7305
	DQO	Exponencial	$DQO (mg/L) = e^{(4.20693658+0.97882357*LN_{B5}-2.42153915*LN_{(B2/B3)}-0.52087344*LN_{B7})}$	0.99999	0.8064	0.8511
		Lineal	$DQO (mg/L) = -66.7315+5.6618*(B1/B6) + 110.1611*(B7/B4) + 240.1259*(B2/B1)-222.731*(B2/B3)$	0.9991	0.6208	0.7375
		Polinómico	$DQO (mg/L) = -129.0471+612.5005*(B3/B1)-396.9585*(B3/B5)-266.9585*(B3/B1)^2 + 42.5105*(B3/B5)^2 + 173.4295*((B3/B1)*(B3/B5))$	0.9992	0.8426	0.8668
	PT	Exponencial	$PT (mg/L) = e^{(5.12655509767502+1.15433498219208*LN_{B5}-0.522063559024837*LN_{B6})}$	0.9997	0.7425	0.7821
		Lineal	$Log PT (mg/L) = 1.354446+0.124039*(B5/B4) + 0.0461069*(B5/B6)$	0.9990	0.7901	0.8224
		Polinómico	$PT (mg/L) = 14.79+62.9632*(B5/B2)-1644.852*B6+41.8686*(B5/B2)^2 + 71481.2832*B6^2 - 3642.3463*((B5/B2)*B6)$	0.9988	0.9225	0.9404
Físico	SST	Exponencial	$SST (mg/L) = e^{(-0.2663-4.0587*LN_{B4}+ 7.4915*LN_{(B3+B5)}-4.03*LN_{(B5+B7)}+3.9964*LN_{(B2/B3)}+1.431*LN_{(B2/B4)})}$	0.9916	0.8980	0.9372
		Lineal	$Log SST (mg/L) = 2.084802023+0.338975855*(B7/B4)-1.316551882*(B7/B5)$	0.9982	0.6125	0.6721
		Polinómico	$SST (mg/L) = -72.7941+1695.6659*B3+36.5896*(B3/B5) + 51578.9958*B3^2 + 143.8716*(B3/B5)^2 - 6246.6175*((B3)*(B3/B5))$	0.9980	0.9855	0.9877

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT), nitrógeno total (NT), reflectancia a cierta longitud de onda (Bn), coeficiente de determinación ajustado (\bar{R}^2), coeficiente de determinación (R^2) y coeficiente de Nash-Sutcliffe (E). Nota: el modelo de regresión múltiple de PT y SST el E, R^2 y \bar{R}^2 está basado en la transformación logarítmica.

5.4.3 Interpretación de los modelos de regresión múltiple

El modelo de regresión lineal en el NT [mg/L] utiliza 2 bandas multiespectrales y 1 nueva variable independiente obtenida a través de la proporción entre bandas (*band ratio*) dando como resultado un $\bar{R}^2 = 0.7310$. Mientras tanto, el modelo exponencial presenta el mejor ajuste de $\bar{R}^2 = 0.7858$ al utilizar 3 bandas multiespectrales (tabla 28). Para la DQO [mg/L] el mejor ajuste se encuentra en el modelo de regresión polinómica ($\bar{R}^2 = 0.8426$) utilizando la técnica *band ratio* (B3/B1) y (B3/B5). Sin embargo, este modelo de regresión presenta variaciones altas en los coeficientes de la validación cruzada a diferencia del modelo exponencial. Por lo tanto, el modelo exponencial es el indicado para analizar la DQO. El modelo de regresión exponencial presenta una $\bar{R}^2 = 0.8064$ a través de 2 bandas multiespectrales y una proporción de bandas entre la B2/B3 y como este modelo de regresión presenta la menor variación en la validación cruzada corresponde al modelo recomendable para realizar futuras estimaciones de la DQO. Para el PT [mg/L] el modelo de regresión polinómica presenta un ajuste de $\bar{R}^2 = 0.9225$ a través de la relación de B5/B2 y B6; mientras que el modelo de regresión lineal la variable de PT fue linealizada a través del logaritmo de este, obteniéndose un $\bar{R}^2 = 0.7901$ y tiene influencia en la B5 y para el modelo exponencial el ajuste es $\bar{R}^2 = 0.7425$.

El caso de los SST [mg/L], el modelo de regresión múltiple polinómica presenta un ajuste $\bar{R}^2 = 0.9851$. El modelo lineal aplicado a SST fue desarrollado de manera transformada y se obtuvo un $\bar{R}^2 = 0.6125$. Este parámetro tiene una tendencia no lineal alta para el caso de la Presa J. A. Alzate ya que resultó difícil linealizar la variable a pesar de las transformaciones Box-Cox. También en el diseño de regresión exponencial posee un alto coeficiente de determinación ajustado ($\bar{R}^2 = 0.8980$).

A manera de evaluación (tabla 28), el análisis de regresión exponencial del NT en comparación con la regresión simple exponencial la B3 ($R^2 = 0.3366$) tiene mayor influencia en ambos tipos de regresión (anexo IX.1). La banda menos influyente en este PCA corresponde a la B6 tanto para la regresión simple como la múltiple. La DQO presenta mejor ajuste en el modelo polinómico y en comparación con la regresión simple de la B1 presenta mejor ajuste ya que en la regresión simple el coeficiente de determinación es alto ($R^2 = 0.76$). Sin embargo, en el análisis polinomial múltiple presenta un ajuste $\bar{R}^2 = 0.8590$. En este modelo se utilizó la técnica proporción entre bandas (*band ratio*) y la proporción B3/B1 es la más influyente en el modelo. Por último, el PT tiene mayor ajuste en el modelo polinómico siendo la B6 la que tiene la mayor influencia. Para el modelo simple la banda más influyente es la B5 ($R^2 = 0.8312$; anexo IX.3). En cuanto al parámetro físico correspondiente a los SST el modelo polinómico presenta mayor coeficiente de determinación y la banda influyente corresponde a la B3 y en el modelo

simple corresponde a la B1 ($R^2 = 0.4792$; anexo IX.4). Esta diferencia puede deberse a la significancia que aporta de manera simple y múltiple la banda utilizada (p-value). Además de lo anterior los modelos de regresión simple cargan el peso explicativo de los PCA a una sola longitud de onda ($\rho\lambda$) sin importar presencia de algas, turbiedad o sedimentos que pueden ser analizados con otras bandas multiespectrales e influir en el PCA estimado por el modelo de regresión.

El error absoluto máximo con base en los modelos de mayor coeficiente de determinación ajustado y con menor variación en los coeficientes de la validación cruzada sobre todo en la DQO son las siguientes: para el NT es de 9.77 mg/L, para la DQO corresponde a 39.13 mg/L y 14.16 mg/L para el PT (anexo XVII.1-3). Mientras tanto para el parámetro físico (SST) el error absoluto corresponde a 11.08 mg/L (anexo XVIII.4).

Considerando el modelo exponencial la B1 y B5 son las que influyen a determinar el NT. Mientras que la proporción de la $\ln(B2/B3)$ determina la DQO; para el caso del PT corresponde a la B6. Finalmente, en el parámetro físico de los SST la banda que tienen influencia directa en la estimación de este PCA corresponde a la B3 (tabla 28). Para el segundo tipo de regresión con mejor ajuste del NT (modelo lineal) indica que la B3 y B7 es más influyente, aunque en este modelo se suman ambas bandas. Para la DQO polinómica las bandas multiespectrales que están determinando este parámetro corresponde a la B1 y B3; para el PT lineal la banda influyente es la B5. Finalmente, para la determinación de los SST están la (B3+B5) en el modelo exponencial.

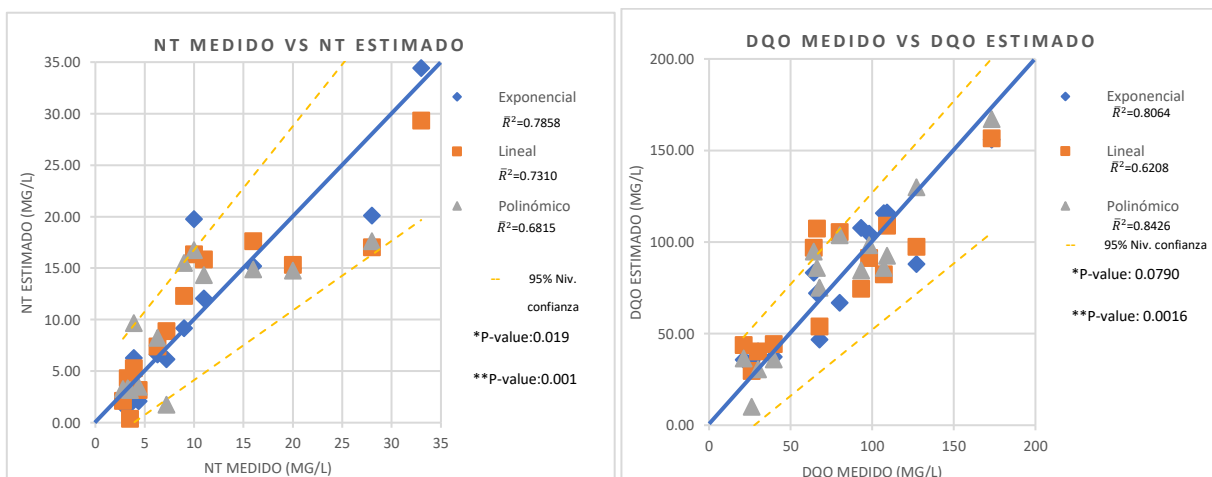
Los modelos con mayor capacidad explicativa de los datos (\bar{R}^2) arrojan valores significativos en las estimaciones de los PCA, ya que la diferencia entre el valor medido y estimado es mínima. Los resultados de campo se muestran en la tabla 29; así como los estimados a través de la ecuación generada en el presente estudio a través del modelo de regresión múltiple con el coeficiente de determinación más alto y para el caso de la DQO el modelo exponencial debido a la menor variación de los coeficientes de validación cruzada y mayor significancia de los datos (p-value; anexo XV.2). Lo anterior se debe a que el modelo lineal y polinómico presentan mayor error absoluto y mayor variación en la validación cruzada que provoca diferencias en el comportamiento espacial (anexo XVII).

Tabla 29. Comparación de PCA medidos en laboratorio y estimados a través de sensores remotos.

ID	Nombre	Parámetros químicos						Parámetro físico	
		NT (mg/L) Exponencial		DQO (mg/L) Exponencial		PT (mg/L) Polinómico		SST (mg/L) Polinómico	
		Med.	NT est.	Med.	DQO est.	Med.	PT est.	Med.	SST Est.
1	AA1	33	34.42	173	155.96	99.76	99.78	92.5	101.14
2	BB1	11	12.06	127	87.87	46.27	47.60	151.5	161.52
3	CC1	16	15.21	66	72.04	44.35	52.11	198	207.49
4	DD1	9	9.16	93	107.72	34.25	48.70	48	41.27
5	EE1	28	20.11	107	115.70	70.91	74.52	33	35.60
6	FF1	20	14.99	98	104.60	67.35	60.79	55	43.96
7	GG1	10	19.77	109	116.08	74.92	70.69	42	48.23
8	AA2	7.2	6.15	67.5	46.68	33.16	30.05	35	28.72
9	BB2	6.3	6.63	64	83.22	34.46	39.49	34	36.99
10	CC2	3.9	6.30	80	66.78	23.64	22.07	15.2	22.33
11	DD2	4.4	2.09	21	35.66	29.56	27.62	11	13.86
12	EE2	3.5	1.83	30	40.17	32.79	38.45	16	27.08
13	FF2	2.8	1.75	26	35.14	30.39	31.91	17	15.41
14	GG2	3.3	2.26	39.5	37.20	33.71	32.40	19	15.23

Simbología: nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT), sólidos suspendidos totales (SST), límite permisible (LP), análisis en temporada antes de lluvia (AA1) y análisis después de lluvias (AA2). Elaboración propia.

La comparación de los PCA obtenidos a través de los modelos de regresión múltiple y los medidos en laboratorio presentan una tendencia de casi 45 grados (figura 15) en el modelo exponencial para el NT y DQO y el modelo polinómico para el PT y SST. Lo anterior se debe al \bar{R}^2 y menor variación de coeficientes en la validación cruzada para la DQO.



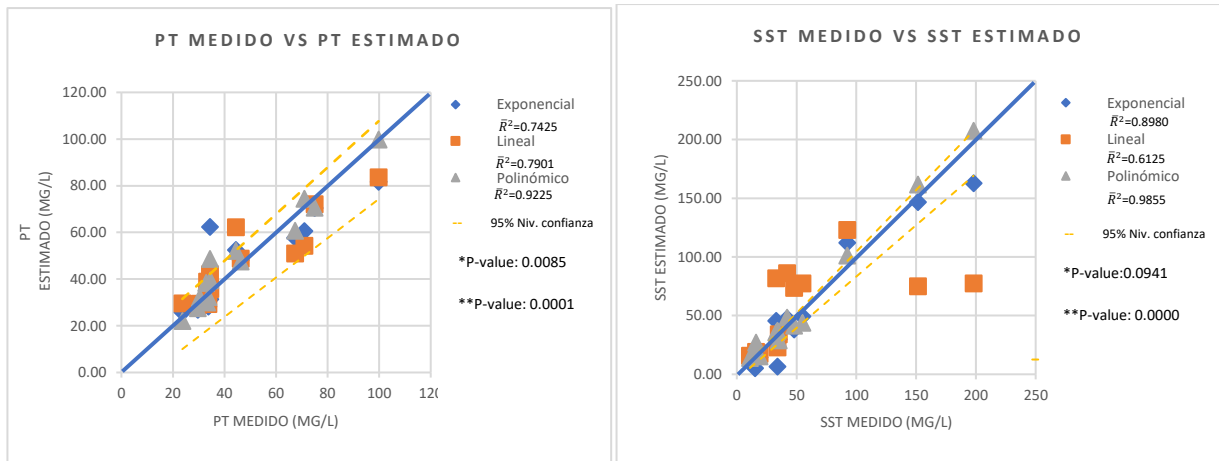


Figura 15. Comparación de PCA medido en laboratorio vs estimado a través de imagen Landsat 8 OLI. Elaboración propia. P-value máximo basado en variable independiente por variable independiente (*) p-value basado en el análisis ANOVA (**).

5.5 Post- Procesado

5.5.1 Interpolación

La interpolación de los datos representa el comportamiento espacial de cada uno de los PCA (figura 16 y figura 17). Los valores obtenidos de los PCA se clasificaron de acuerdo con los rangos establecidos por las normas mexicanas oficiales (DOF, 2015; DOF, 2010; DOF, 2001; DOF, 2012), principalmente la NOM 001 asociada a la secretaria de economía (DOF, 1996). La interpolación de la temporada antes y después de lluvia indican que la zona norte es el sitio donde se tiene de manera general, mayor concentración de contaminantes. La figura 16 muestra las interpolaciones de cada PCA, así como también los sitios de muestreos con su valor de PCA clasificado en los rangos que la NOM 001 establece para estos polutos.

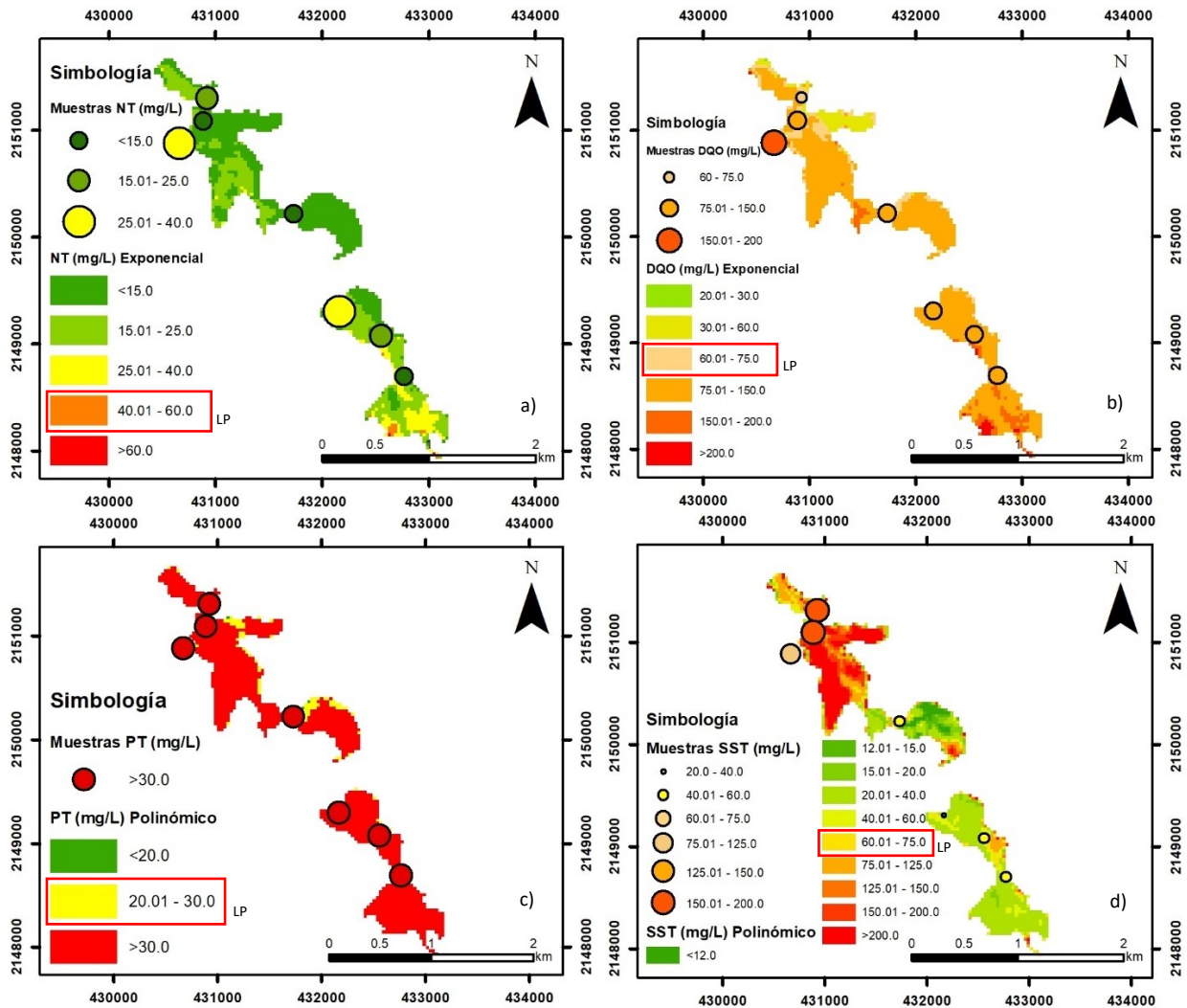


Figura 16. Mapas con función de regresión múltiple para NT, DQO, PT y SST en mg/L (temporada antes de lluvias). Clasificación en rangos con base en la norma oficial mexicana NOM 001.

El comportamiento de los SST muestra una concentración mayor en la zona norte de la Presa J. A. Alzate (figura 16d). Lo anterior, debido a que en la temporada antes de lluvias no aumenta el caudal para diluir los contaminantes presentes en el cuerpo de agua. La DQO en temporada antes de lluvia presenta un comportamiento casi de manera homogénea en todo el cuerpo de agua (figura 16b) y en la zona sur existe una superficie pequeña de agua con mayor concentración de este PCA. Mientras tanto para el PT [mg/L] se encuentra por encima de los límites permitirles casi de manera homogénea en el cuerpo de agua (figura 16c). Esto debido a la presencia de animales muertos, materia orgánica y concentraciones de basuras en el cuerpo de agua. Además de lo anterior en esta zona se encuentran campos de cultivo que utilizan fertilizantes provocando alto contenidos de PT que es arrastrado a la Presa J. A. Alzate. El NT en la

temporada antes de lluvias se encuentra dentro del límite permisible (LP; figura 16a) recomendados por la norma mexicana NOM 001.

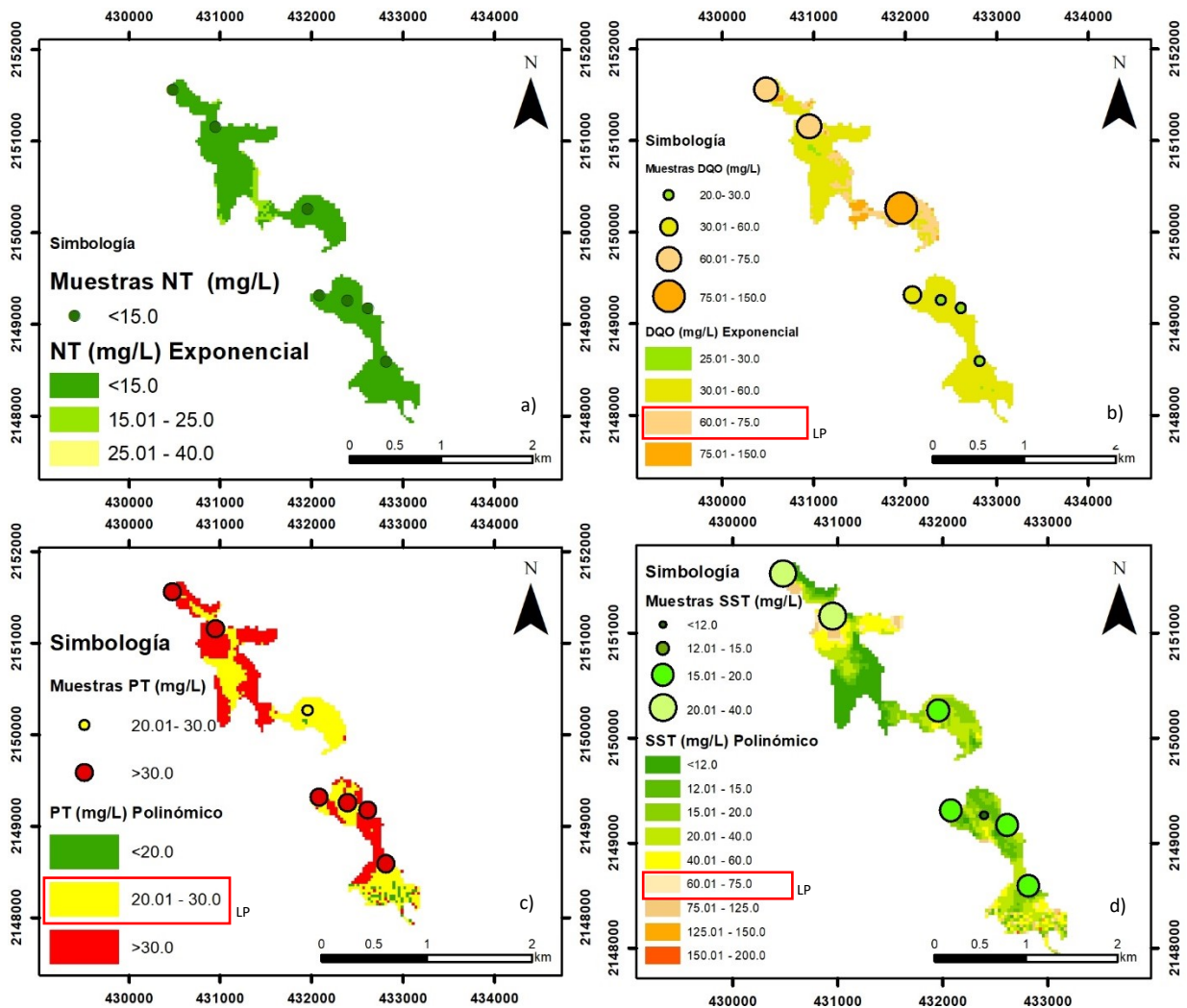


Figura 17. Mapas con función de regresión múltiple para NT, DQO, PT y SST en mg/L (temporada después de lluvias). Clasificación en rangos con base en la norma oficial mexicana NOM 001.

Al igual que la temporada antes de lluvias el NT después de lluvias arroja valores dentro de los límites permisibles (LP) por la NOM 001 (figura 17a). Las altas concentraciones de DQO, PT y SST se encuentra de manera homogénea en el cuerpo de agua (figura 17), principalmente atribuibles a las descargas municipales e industriales que trae consigo el arrastre de grandes concentraciones de contaminantes a la presa J. A. Alzate y porque en los meses anteriores (meses de lluvias) se presentaron precipitaciones que diluyó las altas concentraciones de los PCA (anexo XVI; SEMARNAT, 2013) durante la época de lluvias. Los rangos de estos PCA se encuentran fuera de los LP para aguas de uso agrícola (tabla13).

De acuerdo con las normas mexicanas se observa que la concentración del NT cumple con la NOM 001 aplicado a embalses naturales y artificiales enfocado a los LP en uso de riego agrícola (tabla 13), inclusive para uso público urbano, Además de lo anterior cumple con el límite permisible tanto para antes de lluvias como para el análisis después de lluvias, solo algunos pixeles presentan concentraciones ≥ 60 mg/L en la temporada antes de lluvias. Para la DQO en temporada antes de lluvias (figura 16b) el rango que predomina en el cuerpo de agua es de 75-150 mg/L y por consecuencia no cumple con los límites permisibles (15-75 mg/L) indicado por la NOM 001 (DOF, 2012). De igual manera la DQO en la temporada después de lluvias, el rango que predomina en el cuerpo de agua cumple con los límites permisibles (20-30 y 30- 60 mg/L; figura 17b), mientras que la zona norte no cumple con los LP ya que el rango predominante es 150-200 mg/L.

El PT de acuerdo con la NOM 001 los LP para los embalses naturales y artificiales es de 20-30 mg/L y en la Presa J. A. Alzate presenta concentraciones > 30 mg/L tanto para la temporada antes de lluvias como después de lluvia, es decir, no cumple con esta restricción. Por último, los SST presenta concentraciones > 75 mg/L en la zona norte en temporada de secas y no cumple con el LP (15-75 mg/L; figura 16d). Sin embargo, para la temporada después de lluvias sí cumple con la norma oficial mexicana ya que en el cuerpo de agua los valores de SST de manera general son menores a 60 mg/L (figura 17d).

5.5.1.4 Relaciones esperadas de contaminantes

El comportamiento entre los parámetros de calidad del agua muestra semejanzas unos con otros para el caso de la Presa J. A. Alzate con la excepción de los SST calculados en el laboratorio que son netamente no comparables con los demás PCA analizados ($R^2 < 0.01$; figura 18). Los demás parámetros estimados sí presentan tendencias esperadas, por ejemplo, el NT presenta un coeficiente de correlación alto con el PT ($R^2 = 0.7782$) entre las muestras medidas en campo (figura 18b), en la interpolación de estos PCA a través de los modelos de regresión estos valores esperados se cumplen (anexo XIX). Además de lo anterior el NT es comparable con la DQO con un coeficiente de correlación $R^2 = 0.61$ (figura 18a), al igual que la DQO es comparable con el PT ($R^2 = 0.64$; figura 18d) y por consecuencia en las interpolaciones futuras las concentraciones de DQO y PT se esperan que tengan un comportamiento similar entre ellas y en el análisis antes y después de lluvias esta tendencia se cumple en el cuerpo de agua analizado.

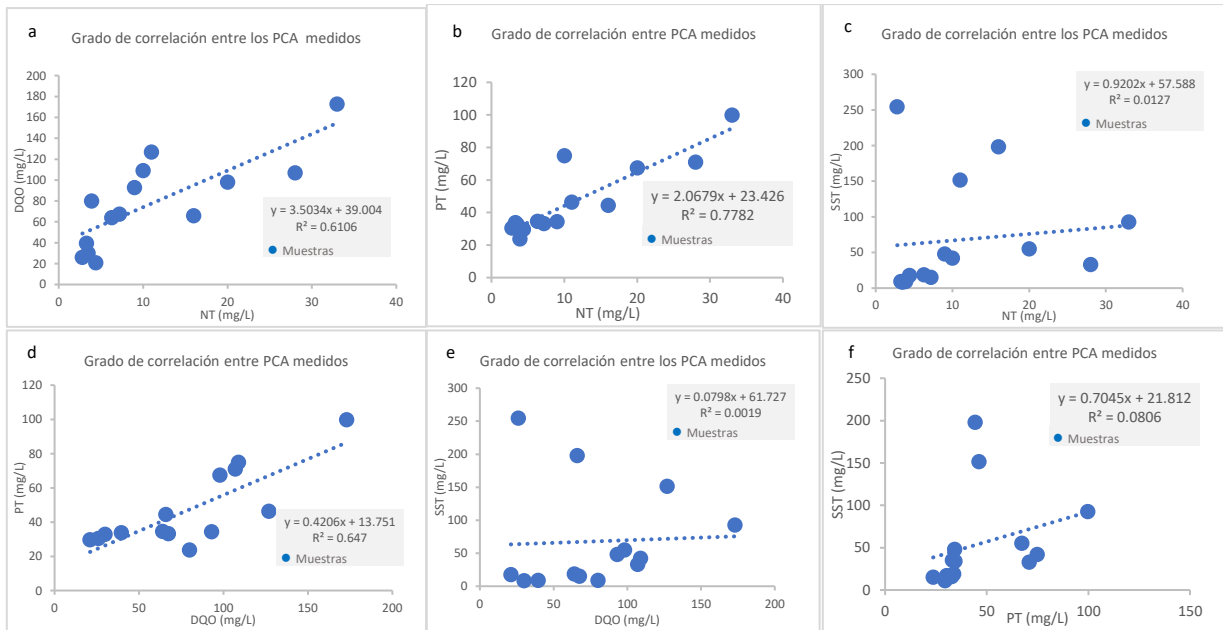


Figura 18. Correlación entre las muestras de los PCA medidos con base en el coeficiente de determinación. Simbología: nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT) y sólidos suspendidos totales (SST).

5.5.1.5 Análisis de series de tiempo

Con base en los modelos de regresión generados en el presente proyecto se realizó la interpolación para otras fechas. Estas fechas corresponden a las imágenes de 06/06/2017 al 06/06/2019. Lo anterior para analizar el comportamiento en las estimaciones de los polutos tanto en la cantidad de concentraciones del PCA como a nivel espacial. Para ello se utilizó una imagen de cada mes del año, y fue seleccionada con base en las condiciones atmosféricas que presentaba la zona de estudio (vapor de agua, aerosoles, nubes, etcétera). La estimación de los PCA en estas imágenes fue basada en el modelo de regresión que presenta el mejor coeficiente de determinación ajustado. Para la fecha correspondiente a junio de 2019, mayo 2019, septiembre de 2018, diciembre de 2018, noviembre de 2017 y junio de 2017 resultó difícil corregir atmosféricamente la imagen, ya que, las imágenes presentan nubes, sombras de las nubes, ruido en la imagen, precipitaciones a la hora que el sensor capto información de la escena, etcétera. Por lo tanto, se eliminaron los pixeles que presentaban estos rasgos en cada una de ellas y se analizaron únicamente los pixeles viables. Además de lo anterior en el análisis de series de tiempo, también se realizó la comparación de las concentraciones del PCA con los gastos de las descargas municipales y locales.

Para realizar la comparación de los PCA con las descargas de aguas municipales (Q) se descargaron los gastos de la estación 12374 correspondiente a la zona de estudio a través del portal *bandas* de CONAGUA (CONAGUA, 2019) y se realizó el promedio mensual del año 2000 al 2014. Estos datos se graficaron en

la caja y bigotes. También se graficó la estimación de gastos de descarga local ($Q_{desc. local}$). Para obtener lo anterior se utilizaron los datos de Hernández (2018) y se generó la ecuación de regresión ($Q_{desc. local} = 0.0763 * (AÑO) - 149.39, R^2 = 0.9975$) para estimar $Q_{desc. local}$ de junio de 2017 a junio de 2019.

De acuerdo con la figura 19 se observa que la mayor concentración del NT se encuentra en los meses de noviembre a febrero de cada año. Este comportamiento es comparable con la descripción de las imágenes de antes y después de lluvias (figura 16-17). En la figura 19 también se observa que los meses de enero a marzo de 2019 tienen concentraciones similares entre ellas, lo anterior se debe a que en estos meses no hubo precipitaciones que diluyeran las concentraciones de NT. El mes de noviembre de 2017 fue el mes que presentó la mayor concentración de NT de todos los meses analizados. Lo anterior debido a la dinámica de la Presa J. A. Alzate, ya que, estas zonas presentan acumulación de humus, materia orgánica, florecimiento de algas, etcétera. Por lo tanto, estas altas concentraciones es lo que se espera ver en la zona de estudio, sobre todo en las orillas de la presa. El comportamiento del NT a nivel espacial (anexo XX.1) de manera general presenta concentraciones altas en la zona norte, solo algunos meses en la zona sur presenta valores altos (NT mayo 2018 y NT febrero 2019).

La relación del NT con el gasto medio (Q_{med} m³/s) de las descargas municipales indican que el NT con el gasto de descarga municipal es inversamente proporcional en la mayoría de los meses. Para la relación con la descarga local ($Q_{desc. local}$), el NT tiene incidencia de manera inversa con este dato ya que la figura 19 muestra una tendencia inversamente proporcional.

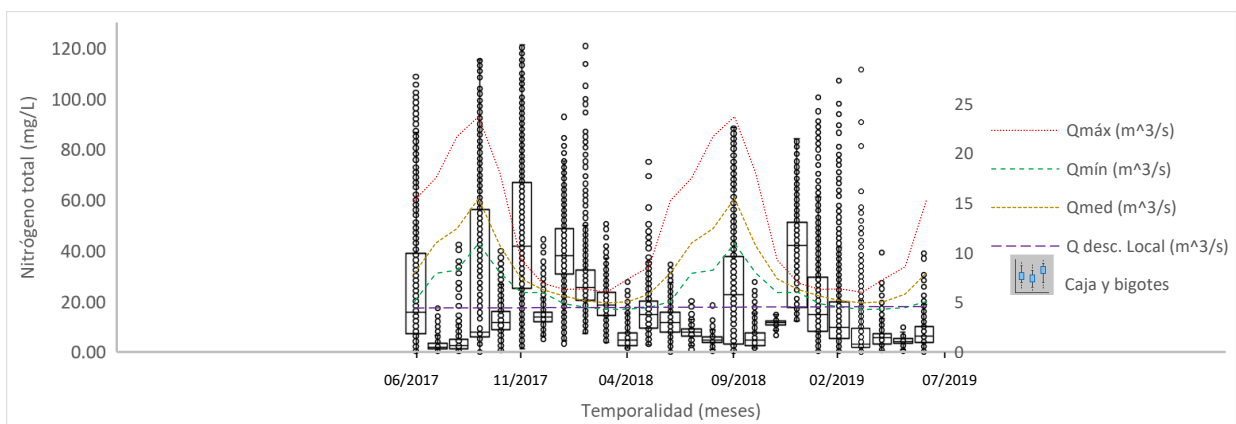


Figura 19. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento del NT a nivel mensual.

El comportamiento mensual de la DQO presenta mayores concentraciones en los meses antes de lluvias (figura 20). En cuanto a los valores extremos a nivel mensual las concentraciones se presentaron en el mes de noviembre de 2018 y en el mes de enero de 2019. El límite permisible de la DQO para uso agrícola

corresponde a 60-75 mg/L y la figura 20 indica que noviembre de 2017, enero de 2018, noviembre de 2018 y enero de 2018 el promedio se encuentra fuera de los límites permisibles por la NOM 001. A nivel espacial la DQO tiene un comportamiento homogéneo en la mayoría de los meses. Sin embargo, en algunos meses la mayor concentración de la DQO se encuentra en la zona sur (mayo 2018, junio 2018, julio 2017). Dichos meses corresponden a inicios de la temporada de precipitación. Para los meses de fin de año (noviembre 2017, diciembre 2019) las mayores concentraciones se encuentran en la zona norte (anexo XX.2). La relación de la DQO con las descargas municipales y locales es similar al que presenta el NT, dado que guardan una relación inversamente proporcional a los gastos de las descargas municipales (figura 20).

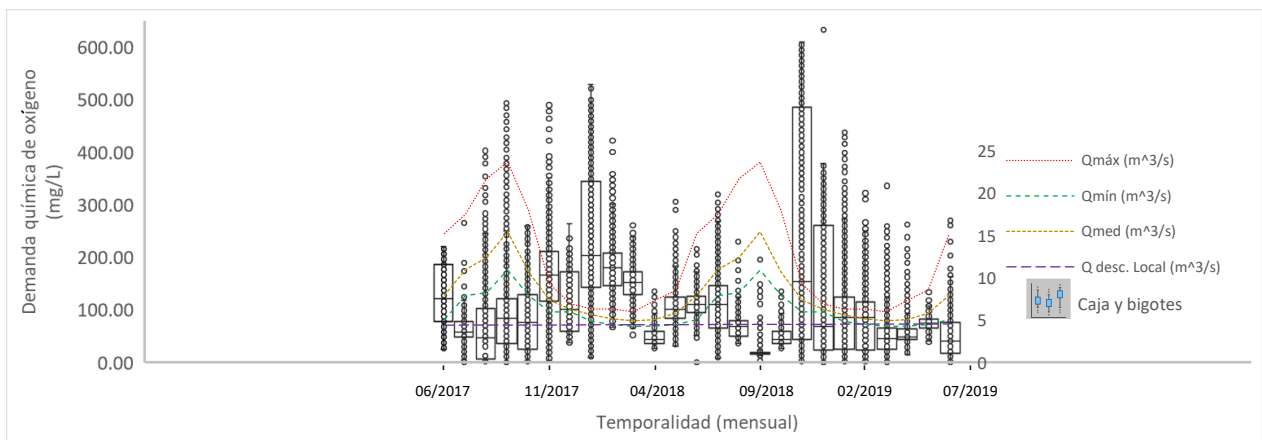


Figura 20. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento de la DQO a nivel mensual.

El PT presenta valores extremos (figura 21) en algunos meses, de los cuales sobresalen agosto y septiembre de 2017 y febrero de 2018. Los valores promedios tienen un comportamiento similar al NT, DQO ya que los valores altos se encuentran en los meses antes de lluvias. Únicamente los valores de diciembre de 2018 presentan bajas concentraciones del PCA. Los meses que se encuentran fuera del límite permisible de la NOM 001 (20-30 mg/L) se presenta de enero a marzo de 2018, así como enero de 2017 donde los promedios de las concentraciones son mayores al rango permisible. La distribución espacial del PT tiene mayor variabilidad a lo largo del año, ya que no tiene un comportamiento similar en los meses del año (anexo XX.3). Par el PT también presenta una relación inversamente proporcional a las descargas municipales y locales (figura 21).

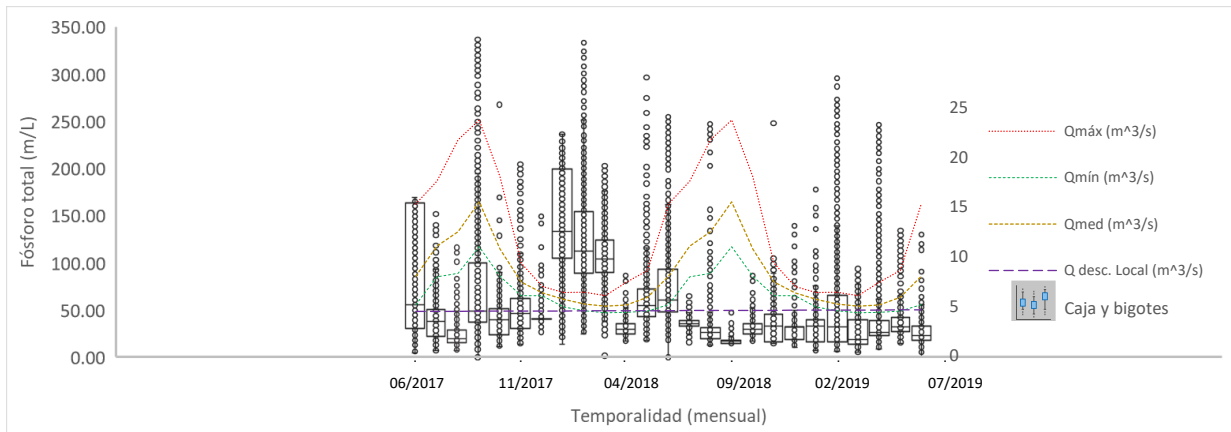


Figura 21. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento del PT a nivel mensual.

Por último, los SST tienen un comportamiento muy dinámico en cada uno de los meses, como lo refleja la dispersión de las concentraciones (figura 22). Los meses de enero de 2019 y marzo de 2019 presenta disparidad en la concentración de SST. Para los otros meses la concentración promedio de los SST tiene una variación mínima. Este parámetro presenta mayor disparidad en las concentraciones a nivel mensual en comparación con el NT, DQO y PT. Otra de las diferencias de los SST con los demás PCA se encuentra en los meses de septiembre a noviembre de 2017 ya que estos meses tienen valores altos de SST. Su distribución espacial de los SST en la mayoría de los meses se encuentra en la zona norte (anexo XX.4). Una de las características importantes a mencionar es que de acuerdo con Kulkarni (2001) las concentraciones de SST >1000 mg/L pueden afectar la vida acuática debido a que dificulta la entrada de luz al cuerpo de agua. Por lo tanto, la Presa J. A. Alzate puede presentar un decrecimiento de la vida acuática en los meses con estos rangos de concentraciones.

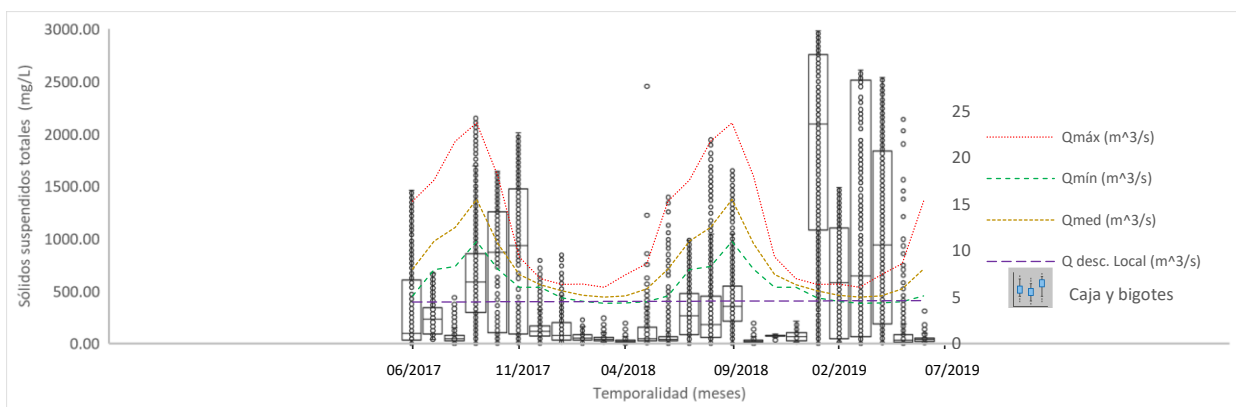


Figura 22. Diagrama de caja y bigotes para el comportamiento de los SST a nivel mensual.

Los SST si presentan una relación casi directamente proporcional a los gastos de las descargas municipales, así como los gastos de las descargas locales estimadas. Únicamente los meses de enero a mayo de 2019 tienen un comportamiento de manera inversa (figura 22).

5.5.2 Umbrales de reflectancias recomendables para la estimación de PCA en otros cuerpos de agua

Para la estimación de PCA en otros cuerpos de agua, es importante considerar los umbrales de reflectancia del cuerpo de agua a estudiar, ya que en algunos sitios las firmas espectrales presentan diferente tendencia (figura 23) debido a factores ambientales (presencia de algas, lodos, sombras debido a la pendiente o vegetación, etcétera).

El criterio de seleccionar los umbrales óptimos de reflectancia se basó en las firmas espectrales de la zona de estudio (anexo XXI). Lo anterior se recomienda debido a que los valores de reflectancia extremadamente bajos $\rho\lambda < 0.0001 \left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m} \right)$, o extremadamente altos $\rho\lambda > 0.0384 \left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m} \right)$, consecuencia de las aguas con mayor turbiedad (Mehta & Flores, 2018) puede presentar incertidumbre en las estimaciones. Por lo tanto, el presente estudio recomienda seguir un rango de reflectancia óptima en la que el modelo puede estimar los PCA de manera confiable (figura 23). Los estudios encontrados bajo estos umbrales de reflectancia son Jaelani et al. (2016), Figueroa et al. (2015), Carrillo (2016), Ruiz (2017), Gómez & Dalence (2014) y Zeiny & Kafrawy (2016) quienes han diseñado sus modelos de regresión con base en imágenes Landsat 8 OLI (tabla 31).

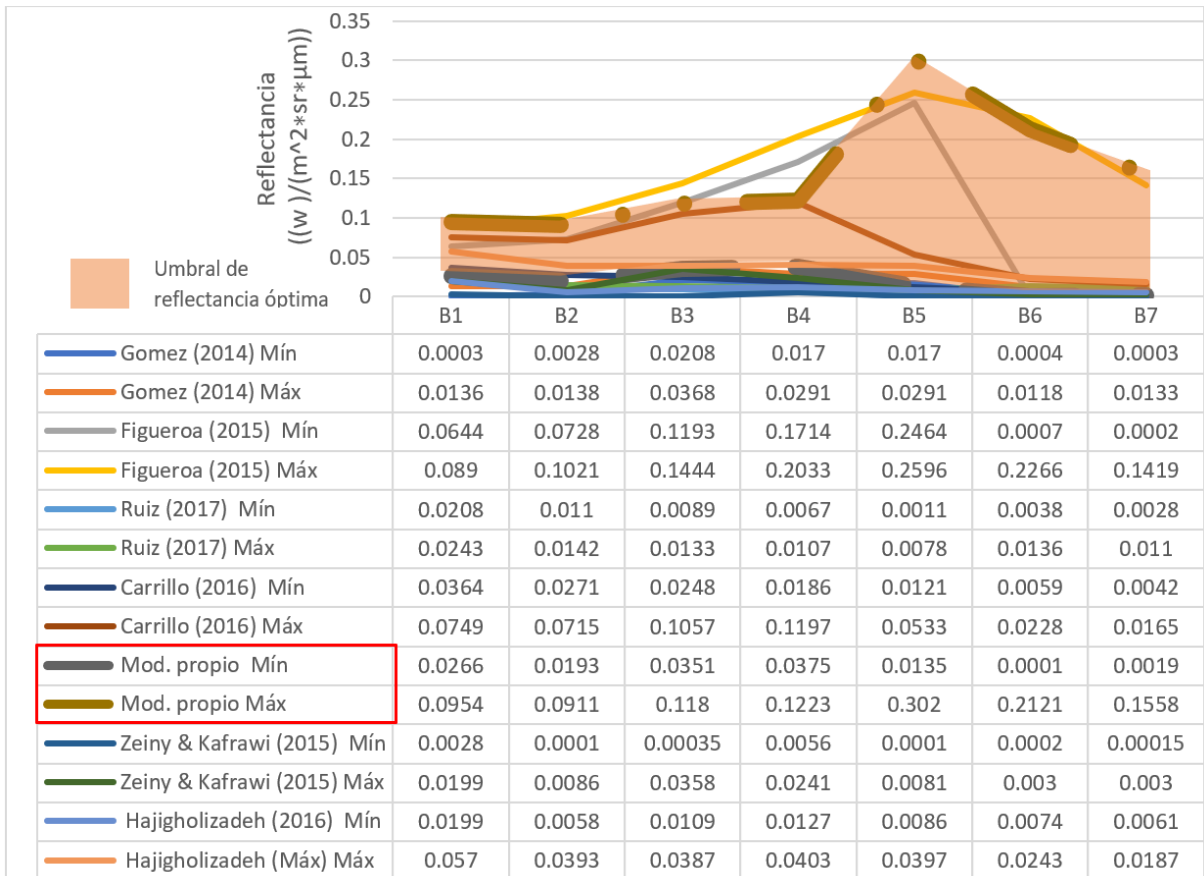


Figura 23. Reflectancia mínima y máxima recomendadas a utilizar en otras zonas de estudios.

La figura 23 muestra que los valores mínimos de reflectancia deben encontrarse con un valor ≥ 0.0266 $\left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$ para la B1 (azul profundo/aerosoles), para la B2 (azul) el valor mínimo ($\geq 0.0193 \frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}$) es similar a la B1, aunque presentan un decrecimiento entre la B1 y la B3. Mientras tanto para la B3 el valor de reflectancia debe ser $\geq 0.0351 \left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$ y para la B4 $\geq 0.0375 \left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$. En la B6 ($\geq 0.0001 \frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}$) y B7 ($\geq 0.0001 \frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}$) se presentan los valores bajos. Para los valores máximos se presenta una firma espectral de agua de manera caótica ya que no guarda la tendencia del agua sugeridos por las bibliografías (figura 11). Esto se debe a que esta firma espectral está influenciada por alto contenido de SST (>60 mg/L). Por consecuencia presenta valores altos en la B4= $0.302 \frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}$) y B6= $0.2121 \left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$.

También la figura 23 muestra las firmas espectrales de agua de los estudios que se utilizaron para la comparación de medias (Figuera, 2015; Gómez & Dalence, 2014; Ruiz, 2017; Carrillo, 2016; Zeiny & Kafrawi, 2015; Hajigholizadeh, 2016), las cuales en su mayoría se encuentran dentro del rango

susceptible a ser analizado a través de las ecuaciones obtenidas en el presente proyecto. Únicamente el modelo de Figueroa (2015) presenta valores altos en la B4 y B5, razón por la cual al aplicar las ecuaciones del proyecto sobreestiman (anexo XXIV) drásticamente el valor del PCA; en este caso la DQO (tabla 31) consecuencia del alto contenido de sólidos suspendidos totales (Gómez & Dalence, 2014). Para los otros estudios propuestos el rango de la reflectancia es aceptable para considerarse en el análisis del modelo de regresión obtenido en el presente estudio.

5.6 Aplicación de los modelos de regresión múltiple a otros cuerpos de agua

Los modelos de regresión estimados en el presente estudio fueron aplicados a diversos cuerpos de agua para identificar el alcance de cada uno de ellos. Para evaluar dicho alcance de los modelos de regresión se basó en la variación de ajuste por medio del coeficiente de determinación y variación de medias entre modelos de regresión. En la variación de ajuste por medio del coeficiente de determinación (R^2), es necesario tener las coordenadas de las muestras de la zona de estudio y para los valores estimados a través de la variación de medias es necesario contar con las ecuaciones de regresión aportadas por los autores.

5.6.1 Variación de ajustes entre modelos por medio del coeficiente de determinación

La comparación de las ecuaciones de regresión múltiple con base en muestras georreferenciadas fue basada en el estudio de Jaelani et al. (2016), quien en su estudio aporta las coordenadas geográficas (grados) de las muestras recolectadas en el cuerpo de agua perteneciente al Lago Poteran, localizado en la parte sureste de Madura Island (tabla 30). La fecha de recolección de muestras de este estudio corresponde al 22 de abril de 2015.

Tabla 30. Estimación de sólidos suspendidos totales aplicado al estudio de Jaelani et al. (2016).

Identificador	Coordenadas geográficas		Comparación de SST				
	ID	Lat (°)	Long (°)	Medido (mg/L)	Estimado Autor (mg/L)	Exponencial (mg/L)	Lineal (mg/L)
P-1	-7.0782	113.935	14	14.8	91.26	3.80	10624.58
P-2	-7.1058	113.969	13	13.1	41.87	9.69	2095.26
P-3	-7.1178	114.019	13	13.7	7.98	13.31	1080.87
P-4	-7.1191	114.056	15	15.2	12.25	9.43	710.47
P-5	-7.0901	114.064	14	13.2	95.44	7.08	1666.11
P-6	-7.0686	114.04	16	15.0	6.39	9.96	546.24
P-7	-7.0643	114.004	18	17.4	186.46	5.03	4920.74
P-8	-7.0624	113.972	17	15.7	15.62	8.92	1821.68
P-9	-7.0537	113.954	16	16.6	7.20	5.46	2424.54

simbología: sólidos suspendidos totales (SST), latitud (Lat) y longitud (Long). Elaboración propia.

Al aplicar la ecuación con mejor ajuste \bar{R}^2 (modelo polinómico) la estimación de los SST arroja un $R^2=0.00001$ (figura 24), este modelo sobreestima drásticamente los SST aplicado para estas aguas

costeras (Eastern Madura Island). El modelo exponencial presenta valores altos en comparación con los medidos en el cuerpo de agua (tabla 30) y con un coeficiente de determinación muy bajo ($R^2=0.0932$). El modelo lineal arroja valores cercanos al cuerpo de agua analizado, sin embargo, arrojo una $R^2=0.1546$, por lo cual los resultados pueden ser no representativos en el análisis de los SST. Por lo tanto, el modelo de regresión no se ajustó al estudio aplicado al Lago Poteran, localizado en la parte sureste de Madura Island.

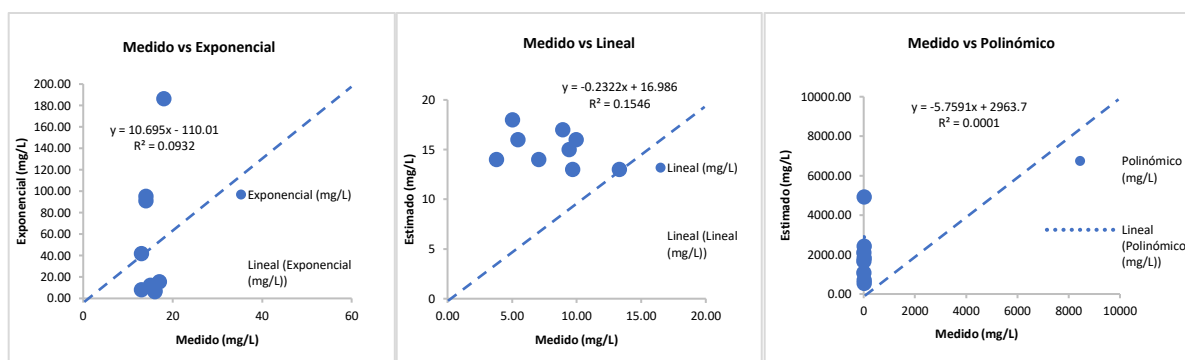


Figura 24. Variación de ajuste con base en el coeficiente de determinación en el estudio de Jaelani et al. (2016).

5.6.2 Variación de medias entre modelos de regresión

Además de la comparación a través del coeficiente de determinación (R^2) también se realizó la comparación de los resultados estimados con la ecuación propia y la de otros autores en otros cuerpos de agua por medio de la variación de medias ($\mu_1 - \mu_2$). Para la definición del número de pixeles representativos (tamaño de muestra) a utilizar se aplicó la ecuación de población finita (ecuación 6) a los cuerpos de aguas propuestos para la comparación en la estimación de los PCA (anexo XXIII). Por lo tanto, para obtener el punto anterior se descargaron las imágenes de dichos estudios y se obtuvieron los valores de PCA estimados a través de la ecuación de los autores con base en radiancia o reflectancia dependiendo del modelo de regresión del autor, así como los PCA a través de la ecuación propia (lineal, exponencial y polinómica) con base en la reflectancia. Por consecuencia, al utilizar los datos generales como la desviación estándar, promedios y número de muestra; se obtuvo las diferencias de medias de los PCA. Los estudios que se utilizaron para esta comparación se muestran en la tabla 31.

Tabla 31. Variación de medias entre modelos de regresión.

PCA	n		Medias muestrales (mg/L)				Desv. Estándar (mg/L)				Medias poblacionales con Intervalo de confianza (mg/L)						imágenes		Autor	
	mg/L	Autor	Propio	E. autor	Exponencial	Lineal	Polinómica	E. autor	Exponencial	Lineal	Polinómica	Exponencial ($\mu_1 - \mu_2$)		Lineal ($\mu_1 - \mu_2$)		Polinómica ($\mu_1 - \mu_2$)		Fecha im. 1	Fecha im. 2	Autor
DQO	91	91	91	5.88	2095.19	289.56	69.50	0.13	657.52	107.47	7.27	-2226.47	-1952.14	-306.10	-261.26	-65.13	-62.10	01/02/2014	01/02/2014	Figueroa, 2015
SST	91	91	91	470.16	1813.30	39.48	112.65	4.21	1316.45	4.32	91.08	-1617.76	-1068.52	429.44	431.92	338.49	376.53	02/01/2015	02/01/2015	Carrillo, 2016
SST	91	91	91	27.82	1813.30	39.48	112.65	2.79	1316.45	4.32	91.08	-2060.11	-1510.86	-12.73	-10.59	-103.84	-65.82	02/01/2015	02/01/2015	Carrillo, 2016
SST	91	91	91	50.95	1813.30	39.48	112.65	5.06	1316.45	4.32	91.08	-2036.98	-1487.73	10.10	12.84	-80.73	-42.67	02/01/2015	02/01/2015	Carrillo, 2016
SST	91	91	91	18.74	1813.30	39.48	112.65	2.06	1316.45	4.32	91.08	-2069.18	-1519.94	-21.72	-19.76	-112.91	-74.90	02/01/2015	02/01/2015	Carrillo, 2016
SST	91	91	91	3.54	1813.30	39.48	112.65	7.23	1316.45	4.32	91.08	-2084.38	-1535.13	-37.67	-34.20	-128.16	-90.04	02/01/2015	02/01/2015	Carrillo, 2016
SST	91	91	91	2.24	1813.30	39.48	112.65	7.84	1316.45	4.32	91.08	-2085.69	-1536.43	-39.08	-35.40	-129.48	-91.34	02/01/2015	02/01/2015	Carrillo, 2016
SST	91	91	91	11.06	2372.46	15.74	582.21	22.79	1423.65	8.81	1554.92	-2658.21	-2064.16	-9.51	0.57	-895.34	-246.53	03/09/2016	03/09/2016	Ruiz,2017
SST	91	91	91	26.52	2372.46	15.74	582.21	2.47	1423.65	8.81	1554.92	-2642.93	-2048.96	8.87	12.67	-880.07	-231.33	03/09/2016	03/09/2016	Ruiz,2017
SST	88	88	88	246.23	24.41	103.29	98.69	0.82	27.98	15.10	35.45	-276.58	-264.70	-352.73	-346.31	-352.45	-337.40	04/01/2015	04/01/2015	Gómez & Dalence, 2014
SST	91	91	91	128.65	70.94	32.25	61.80	86.11	45.25	5.44	41.59	-219.58	-179.60	-178.89	-142.90	-210.09	-170.80	09/09/2015	09/09/2015	Hajigholizadeh,2016
NT	91	91	91	23.71	90.35	26.99	14.55	1.36	44.73	0.94	4.22	-75.98	-57.31	-3.62	-2.94	8.24	10.08	15/01/2015	15/01/2015	Zeiny & Kafrawi, 2015
PT	91	91	91	33.21	11.02	36.14	149.08	8.15	3.98	5.32	71.16	20.33	24.06	-4.92	-0.92	-130.83	-100.90	15/01/2015	15/01/2015	Zeiny & Kafrawi, 2015

Simbología: nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT), sólidos suspendidos totales (SST), número de muestras (n), medias (μ_n), fecha de la imagen utilizada por el autor (fecha in1), fecha de la imagen utilizada en la ecuación propia (Fecha im.2), estudios viables a analizarse a través de las ecuaciones generadas en el presente proyecto (□).

A partir de las muestras obtenidas de la ecuación de población finita se identificó el número de píxeles representativos (anexo XXIII) y se aplicaron las estadísticas requeridas para cada PCA (tabla 31). Los píxeles de los cuerpos de agua utilizados para el análisis de variación de medias fueron seleccionados de manera dispersa (anexo XXIV). También el anexo XXIV muestra la estimación de cada píxel con las coordenadas del centroide de cada píxel. Además de lo anterior, se realizaron las interpolaciones de todo el cuerpo de agua para cada zona de estudio a través de los modelos de regresión que tiene el mejor ajuste \bar{R}^2 (anexo XXII).

En la comparación por medias, los resultados obtenidos indican que las ecuaciones de los PCA analizados en su mayoría no pueden ser aplicadas a otras zonas de estudios ya que, en general la comparación con variación de medias en los estudios utilizados sobreestima los valores de PCA estudiados por otros autores. Únicamente se obtuvo una diferencia de medias aceptable para el modelo aplicado al NT, SST y PT. En los casos de Figuera (2015), Gómez & Dalence (2014), Carrillo (2016) y Hajigholizadeh, (2016) el modelo sobreestima drásticamente la estimación del PCA, por ejemplo, la variación de medias de SST, con relación al estudio de Carrillo (2016) el intervalo más bajo que se obtuvo corresponde a $-12.73 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -10.59$ y también sobreestima los SST. En el estudio de Ruiz (2017) la estimación de los SST no presenta diferencia significativa ya que el modelo presenta $-9.51 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 0.57$. Sin embargo, estas variaciones de medias se obtuvieron en el modelo lineal, que corresponde a la ecuación con menor coeficiente de determinación ajustado.

El caso de Gómez & Dalence (2014) la estimación de los SST no es representativos ya que los valores se encuentran lejanos a la realidad, debido a que el modelo del autor predice los SST de manera negativa a diferencia del modelo lineal y polinómico desarrollado en el presente estudio. El mismo caso se presentó en el estudio de Hajigholizadeh (2016), quien estima los SST a través de una ecuación lineal múltiple con deficiencias ya que presenta colinealidad entre las bandas utilizadas (B3 y B4). Debido a esta característica la estimación realizada a través de esta ecuación arroja resultados caóticos en la interpolación (anexo XXII).

El estudio de Zeiny y Kafrawi (2015) aplicado al NT tiene una variación de medias aceptable en el modelo lineal $-3.62 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -2.94$, ya que el modelo sobreestima, pero en mínima concentración de NT ($\bar{x}_1=23.71$, $\bar{x}_2=26.05$). Para el PT la ecuación de regresión la variación de medias es de $-4.92 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq -0.92$ en la ecuación lineal por lo tanto el modelo sobreestima, pero en mínima cantidad entre la ecuación del autor como la ecuación diseñada en el presente proyecto ya que los promedios son $\bar{x}_1=33.02$, $\bar{x}_2=37.07$.

CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN Y ALCANCES DE LA ESTIMACIÓN DE PCA A PARTIR DE SENSORES REMOTOS

El estudio de la calidad del agua a través de los sensores remotos proporciona una estimación aceptable de los PCA ($\bar{R}^2 > 0.7858$). Por lo tanto, sirve como técnica (aporte tecnológico) para que las instituciones y dependencias encargadas de monitorear la calidad del agua puedan tener el pronóstico de los polutos en el agua con un costo y tiempo razonable (cada 16 días) inclusive permite la posibilidad de monitorear la evolución de cada uno de los contaminantes.

6.1 Análisis de costo de PCA medidos en laboratorio y los estimados con los sensores remotos

El análisis de costos de los PCA medidos en laboratorio y estimado a partir de los sensores remotos fueron basados con los costos de mayo de 2018 que presentaba el Laboratorio de Calidad del Agua del Instituto Interamericano de Tecnología y Ciencias del Agua (IITCA). La tabla 32 muestra el costo total por el cálculo de los PCA en laboratorio (\$10,780.00) así como el costo de calcular y diseñar las ecuaciones de los PCA con sensores remotos (\$16,025.00). Se puede observar que la inversión neta al comparar estos costos el método tradicional tiene un costo menor que el obtenido del diseño de los modelos de regresión múltiple. Sin embargo, es importante resaltar que esta inversión únicamente es al principio del estudio (figura 25).

Tabla 32. Costo de la estimación de PCA en laboratorio y estimados por sensores remotos.

	PCA	Variables	Cálculo en laboratorio			Estimación con sensores remotos		
	mg/L		Cantidad	Costo unitario	Costo total	Cantidad	Costo unitario	Costo total
Primer estudio (Inversión)	NT	Cálculo de PCA en laboratorio	14	\$156.00	\$2,184.00	21	\$156.00	\$3,276.00
	DQO	Cálculo de PCA en laboratorio	14	\$180.00	\$2,520.00	21	\$180.00	\$3,780.00
	PT	Cálculo de PCA en laboratorio	14	\$107.00	\$1,498.00	21	\$107.00	\$2,247.00
	SST	Cálculo de PCA en laboratorio	14	\$72.00	\$1,008.00	21	\$72.00	\$1,512.00
		Transporte	2	\$600.00	\$1,200.00	3	\$600.00	\$1,800.00
		Mano de obra especializada	2	\$1,000.00	\$2,000.00	3	\$1,000.00	\$3,000.00
		Materiales de campo*	1	\$370.00	\$370.00	1	\$370.00	\$370.00
		Permiso de acceso al sitio	2	\$0.00	\$0.00	2	\$0.00	\$0.00
		Procesamiento de los datos	0	\$10.00	\$0.00	2	\$10.00	\$20.00
		Descarga de las imágenes Landsat 8 OLI	0	\$10.00	\$0.00	2	\$10.00	\$20.00
		Otros	0	\$0.00	\$0.00	0	\$0.00	\$0.00
		Total	63	\$2,485.00	\$10,780.00	97	\$2,505.00	\$16,025.00

Simbología: nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT) y sólidos suspendidos totales (SST). Nota: costos basados en valor neto del peso en el año 2018 y costos de cálculo de PCA del Laboratorio de calidad del agua del IITCA. Elaboración propia.

Materiales de campo*

Materiales de campo			
Material	Tot material	Costo unitario	Costo total
guantes de látex	5	\$23.00	\$115.00

Los materiales de campo corresponden al total de materiales requeridos para la temporada antes de lluvias, como la después de lluvias. Los precios de cada producto corresponden a los que se presentaban en el 2018 cuando se realizaron la recolección de muestras en campo.

Frasco	1	\$12.00	\$12.00
Cubrebocas	5	\$14.00	\$70.00
Botellas de muestras	7	\$14.00	\$98.00
Hielo	3	\$25.00	\$75.00
Otros	0	\$0.00	\$0.00
Total			\$370.00

Los costos en las estimaciones futuras a través de sensores remotos presentan una inversión mínima (tabla 33) debido a que en estas estimaciones ya no es necesario los muestreos en campo. Lo anterior refleja la ventaja de los costos al estimar los PCA a través de los sensores remotos de manera constante con un costo accesible (figura 25).

Tabla 33. Comparación de costos de futuras estimaciones entre PCA estimados en laboratorio y sensores remotos.

Futuros muestreos	PCA	Variables	Cálculo en laboratorio			Estimación con sensores remotos		
	mg/L		Cantidad	Costo unitario	Costo total	Cantidad	Costo unitario	Costo total
NT, DQO, PT y SST		Cálculo de PCA en laboratorio, transporte, mano de obra especializada, materiales de campo, permiso de acceso al sitio	63	\$2,485.00	\$10,780.00	93	\$0.00	\$0.00
		Procesamiento de los datos	0	\$10.00	\$0.00	2	\$10.00	\$20.00
		Descarga de las imágenes Landsat 8 OLI	0	\$10.00	\$0.00	2	\$10.00	\$20.00
		Total	63	\$2,505.00	\$10,780.00	97	\$20.00	\$40.00

Simbología: nitrógeno total (NT), demanda química de oxígeno (DQO), fósforo total (PT) y sólidos suspendidos totales (SST). Nota: costos basados en valor neto del peso en el año 2018 y costos de cálculo de PCA del Laboratorio de calidad del agua del IITCA. Elaboración propia.

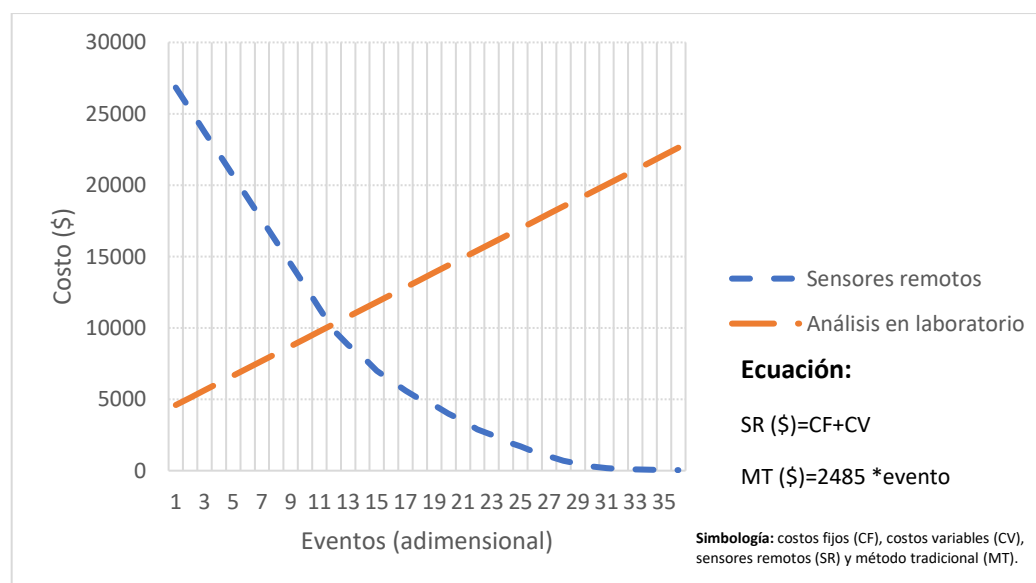


Figura 25. Costo de estimaciones en laboratorio y los estimados por sensores remotos.

6.2 Alcances de la estimación de PCA a partir de sensores remotos

La reflectancia recolectada por los satélites es una pieza clave para el monitoreo de los recursos naturales como puede ser el recurso hídrico. Además de lo anterior los avances en la corrección atmosférica tanto

en los modelos de transferencia radioactiva (MODTran) y métodos de aprendizaje automático (WRF y WRF/Chen) permiten eliminar la influencia de los efectos de atmósfera que pueden perturbar las reflectancias para estimar de los PCA. A partir de lo anterior se puede disminuir los errores del cálculo de la reflectancia real que puede verse afectada en la fase de pre-procesamiento de la imagen satelital. La tabla 34 describe los alcances y recomendaciones que se obtuvo en el presente proyecto.

Tabla 34. Alcance de las ecuaciones de regresión múltiple.

Tipo de límite	Descripción del alcance	Recomendaciones
En la información de entrada	En la selección de muestras se realizó la recolección de muestras en dos temporadas (antes de lluvias y después de lluvias).	Para conocer el comportamiento espectral de las bandas durante todo el año se puede recolectar muestras en cada estación del año (primavera, verano, otoño e invierno).
	La tolerancia en el muestreo es de 1 día para aguas que no tienen movimiento constante (el muestreo antes de lluvia se realizó el 19 de mayo de 2019 y el satélite toma la imagen el 18 de mayo de 2018).	Es altamente recomendable realizar los muestreos el mismo día en el que satélite capte la información de la zona de la escena de la zona de estudio para que la correlación sea cercana a la realidad.
Bases teóricas	La validación de la reflectancia se realizó a través de la consulta bibliográfica de estudios de la NASA (2010), Barsi et al. (2005), Coll et al. (2010), Geo et al. (2016) y More et al. (2012) quienes han analizado el comportamiento de la reflectancia para diferentes coberturas de suelo y vegetación (anexo VI).	En caso de tener un espectroradiómetro, es importante que se realice la validación de la reflectancia estimada por el sensor y la del espectroradiómetro de campo.
	La metodología de correlación de los datos de PCA (mg/L) y la reflectancia $\left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$ fueron basadas en función de regresiones múltiples.	Agregar métodos de estimación de PCA como los métodos empíricos (redes neuronales artificiales), programación genética (PG) métodos analíticos (método puramente analítico, matriz de radio inversión, modelo bio-óptico, modelo analítico de luz-clima acuático) y método semi-empírico y semi-analítico.
Base metodológica	Selección de puntos de muestreo para la recolección de las muestras de campo con base en la variación del NDWI.	Existe la alternativa de utilizar el índice ISADATA (clasificación no supervisada) para la creación de clúster de sitios comparables de reflectancia. Además de lo anterior también se encuentra el MNDWI para identificar la variación del índice de agua.
	La corrección atmosférica de las imágenes Landsat 8 OLI fue aplicada con base al modelo MODTran (modelo de transferencia radioactiva) para identificar la atmósfera similar a la presentada en la zona de estudio.	Cuando se trabaje con áreas pequeñas y con imágenes Dron captadas a través de una cámara multiespectral, se recomienda trabajar con el modelo DOS (<i>Dark Object Subtractor</i>) ya que en los vuelos a más de 300 m de altitud los componentes de la atmósfera pueden influir en la reflectancia (Ramos, 2015). Este tipo de estudio se recomienda para cuerpos de aguas profundas (≥ 6 m) debido a la naturaleza de las bandas multiespectrales y aplicaciones en cuerpo de aguas pequeños (resolución de 5 cm).
	Para la transformación lineal se basó en la raíz cuadrada de los datos, exponenciación y transformaciones Box-Cox en la variable dependiente.	Analizar las técnicas de transformación de bandas (variable independiente) a proceso lineales y no lineales con base en las transformaciones Box-Cox.
	Para la determinación de la heterocedasticidad se basó en la gráfica de los residuos, prueba W y Breusch-Pagan.	Comparar los métodos de Breusch-Pagan, White (prueba general de heterocedasticidad de White), Glesjer y mínimos cuadrados ponderados (MCP).

	<p>Para la validación de los modelos se basó en un p-value de 0.05 de cada variable, sensibilidad al estadístico t (no todos los variables independiente de cada modelo cumple con esta prueba) y estadístico F.</p>	<p>Analizar el estadístico t con el t crítico para ver si puede cumplir este parámetro en cada una de las variables independientes y desechar la hipótesis nula de manera independiente, es decir variable por variable.</p>
	<p>En el modelo MODTran se consideró la latitud, longitud, altitud, fecha y hora de captación de la escena, CO², modelo de atmósfera, tipo de aerosoles, etcétera.</p>	<p>Analizar la corrección angular del sensor en el pre-procesamiento de los datos. La herramienta <i>Convolutions and Morphology Tool</i> de ENVI permite aplicar este parámetro de corrección topográfica.</p>
Diseño de la ecuación	<p>El modelo con mejor ajuste para el NT y DQO corresponde al modelo exponencial y el polinómico para la PT y SST ya que proporciona una $R^2 > 0.7858$.</p>	<p>Para la aplicación de la ecuación a otras zonas de estudio es importante realizar el cálculo con las tres funciones para identificar que ecuación se ajusta a la zona de estudio, ya que en algunos cuerpos de agua tienen tendencia no lineal lo cual, provoca valores anormales en los resultados consecuencia de presencia de fitoplancton, materia orgánica, humus y florecimiento de algas, etcétera.</p>
	<p>Para la selección de bandas a utilizar en la función de regresión se analizó con base a la sensibilidad banda por banda.</p>	<p>Existe la alternativa de utilizar el método de Análisis de Componentes Principales (ACP), para identificar las bandas con mejor correlación.</p>
	<p>La validación del modelo fue basada en el R² estadístico t, estadístico F, E, p-value y coeficiente de Nash-Sutcliffe.</p>	<p>Existe la posibilidad de realizar la comprobación de manera empírica a través de la recolección de muestras de otros puntos y compararlas con las que predice la ecuación sin integrar la validación cruzada.</p>
	<p>En los supuestos de validación de los datos de la regresión para que el modelo tenga una varianza de error constante se consideraron supuestos de heterocedasticidad versus homocedasticidad, valores atípicos, normalidad, multicolinealidad, no linealidad, micronumerosidad y validación cruzada</p>	<p>En los estudios futuros se recomienda que la validación de los modelos de regresiones también considere la evaluación a través del Criterio de Predicción de Ameniya (CP), Criterio de Información Schwarz (BIC) y Criterio de Información Akaike (AIC).</p>
	<p>En el presente proyecto únicamente se utilizaron las muestras determinadas por la ecuación de población finita debido a que corresponde a las muestras recomendadas para el tamaño de población de esta. Sin embargo, para elevar la confiabilidad del modelo en diferente temporada del año es necesario incluir más n al modelo de diferente estación del año.</p>	<p>Además de los supuestos utilizados en el presente estudio también se recomienda aplicar el supuesto de autocorrelación y rezagos para los estudios futuros con la finalidad de revisar el comportamiento de la calidad del agua en distintas épocas del año, para ello se debe utilizar el estadístico Ljung-Box Q utiliza el p-value para identificar si los coeficientes de correlación superiores al primer rezago son iguales a cero (la hipótesis nula) contra la hipótesis de que no todos los rezagos son cero. Cuando los p-value son muy pequeños ($P < 0.001$) se puede rechazar la hipótesis nula inicial, es decir, existen valores de los coeficientes de autocorrelación que son significativamente diferentes de cero. Las líneas punteadas en las gráficas de las autocorrelaciones son los dos errores estándar aproximados a los límites. Si la autocorrelación está dentro de estos límites, no es significativamente diferente a cero en (aproximadamente) el 5% del nivel de significancia.</p>
	<p>Al incluir más n en el modelo también existe la alternativa de evaluar el estudio en función de la estacionalidad de los datos para poder predecir resultados con menor sesgo en otra temporada. Para ello se debe de analizar el proceso de Movimiento Browniano de Caminata Aleatoria puede utilizarse para pronosticar datos estocásticos de datos de series de tiempo dada una deriva y una volatilidad de las concentraciones de contaminantes presentes en el cuerpo de agua consecuencias de las interacciones de diferentes factores del sitio.</p>	

	En el diseño de las variables se consideraron como variables las bandas, proporciones entre bandas (band ratio), aritmética de bandas, transformaciones Box-Cox.	Se recomienda explorar índices obtenidos a través de bandas multispectrales (índices de agua, estado trófico, de calidad del agua) para comparar el ajuste \bar{R}^2 de los datos a los modelos de regresión en contra de los obtenidos en este estudio.
En el acotamiento de la zona de estudio	En la delimitación de la zona de estudio se utilizó el NDWI y discriminación de píxeles fuera de rango con base en el análisis de desviación estándar de la B6 y B7.	En otros cuerpos de agua cuyo comportamiento óptico del agua resulta caótico delimitarse existe la alternativa de utilizar el MNDWI (<i>Modified Normalized Difference Water Index</i>).
En la divulgación	Las modelos de regresión múltiple se plasmarán solamente en la presente tesis.	Integrar los valores de muestras de PCA recolectados en campo a la página Ocean Color web, Giovanni NASA y Google Earth Engine.
En la relación población-muestra de la ecuación	En el diseño de la ecuación se basó con base en el número de muestras de campo.	En los estudios de calidad del agua con base en regresiones se han basado únicamente en el tamaño de muestra sin embargo existe la alternativa de generar modelos determinísticos, con la finalidad de tener más datos de la población del PCA que se está analizando.
Aplicación de la ecuación a otros cuerpos de agua	La comparación de la ecuación con otros cuerpos de agua se basó en la variación de ajuste a través del R^2 y variación de medias entre modelos de regresión.	Comparar las ecuaciones de regresión con base en la varianza de los datos en relación con el p-value de cada estudio, así como revisar la varianza de cada uno de los datos obtenidos en el modelo de regresión.
En los propuestos PCA	El presente proyecto se analizó el NT, DQO, PT y SST para diseñar sus respectivas ecuaciones de regresión, ya que, el NT es clave en la eutrofización de los cuerpos de agua, florecimiento de algas. La DQO sirve para establecer la concentración de materia orgánica en muestras de aguas y aguas residuales. El PT es considerado el límite de nutriente para la eutrofización y es un elemento esencial en los fertilizantes y los SST tienen importancia cuando los valores altos de SST (>1000 mg/L) afectan la entrada de luz, limitando el desarrollo de la vida acuática, así como es posible que transporte sustancias tóxicas o nocivas cuando existe partículas pequeñas.	Se recomienda que en los estudios futuros de caracterización de la calidad del agua con sensores remotos incluya: Temperatura: La temperatura indica los cambios estacionales a los cuales los organismos son sometidos para soportan cambios de temperatura y sus ciclos de vida están acoplados a estos cambios. Cuando hay descargas de aguas a altas temperaturas pueden causar daños a la fauna y flora de las aguas. Para Faña (2002) citado por la Universidad de Tolima (2017) indica que la “ <i>Temperatura está determinada por la cantidad de energía calórica (ondas del infrarrojo que es absorbida por un cuerpo de agua, es el promedio de la velocidad media del movimiento de átomos, iones o moléculas en una sustancia o combinación de sustancias en un momento determinado</i> ”. pH: Corresponde al intervalo de la concentración adecuado para la proliferación y desarrollo de la vida acuática es bastante estrecha y crítico (Universidad de Tolima, 2017). La mayoría de los animales acuáticos prefieren un rango de 6.5 a 8.0, fuera de este rango se reduce a la diversidad por estrés fisiológico y la reproducción (Roldán, 2003). DBO: La descomposición de la materia orgánica por vías biológicas (microbios) se denomina demanda bioquímica o biológica de oxígeno (DBO). Es la medida de la valoración de la cantidad de materia orgánica que se encuentra en un cuerpo de agua. El exceso de materia orgánica agota el oxígeno en el agua; bajo estas condiciones el agua tiene apariencia de color turbio, grisáceo y olores característicos de huevos podridos (ácido sulfhídrico: Roldán, 2003).

Fuente: elaboración propia.

7. CONCLUSIONES

Los sensores remotos proporcionan datos de reflectancias que presentan una estrecha correlación entre los PCA; lo cual permite el estudio de estos PCA en menor tiempo y costo sobre todo para los parámetros de calidad del agua físico y químicos desarrollados en el presente proyecto. Dando como consecuencia la posibilidad del monitoreo espacial y temporal de los polutos de la Presa J. A. Alzate, México con mayor frecuencia a lo largo del año, con un menor tiempo y costo razonable a diferencias de los estimados de manera tradicional (laboratorio).

Para la delimitación de la zona de estudio (cuerpo de agua) factible de ser analizado es necesario tener algunas consideraciones, como un NDWI entre 0.1 y 1, además de eliminar los pixeles que se encuentran en la orilla del cuerpo de agua (0.5 m de profundidad) con $0.0177 \left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m} \right)$ de desviación estándar en los datos de reflectancia de las bandas multispectrales B6 y B7 (anexo VII). Lo anterior debido a que la B6 y B7 tienen una alta capacidad de recopilar información del cuerpo de agua; por consecuencia en aguas poco profundas (<0.50 m) el satélite Landsat 8 OLI tiende a estimar valores de reflectancia de elementos que se encuentre en la zona profunda del agua (lodos, sedimentos, humus, vegetación, etcétera).

En la realización de la corrección atmosférica fue necesario identificar un modelo de atmósfera cercana a la realidad del sitio estudiado. El modelo MODTRAN (modelo de transferencia radioactiva) permitió eliminar los efectos de la atmósfera con base en los modelos de atmósfera, aerosoles, visibilidad de la imagen, contenido de CO₂ de la atmósfera, aerosol *retrieval* y localización central de la escena. Con la cual, ayudó a identificar las firmas espectrales (*spectral profile*) cercanas a la realidad de los objetos de la superficie terrestre.

La recolección de muestras se realizó de manera dispersa (homogénea) en el cuerpo de agua para tener valores representativos en la interpolación de los datos. Además de lo anterior, se consideró recolectar las muestras durante el día en la que el sensor capta la imagen satelital (rango +/-24 horas en cuerpos de aguas lénticas, en aguas lóxicas las muestras deben ser recolectada con menor horas de diferencia de horas +/-3 horas; Carrillo, 2016).

A partir de la regresión múltiple de los PCA con base en la reflectancia a distintas longitudes de onda se encontró que el modelo exponencial múltiple es determinante para la estimación del NT y DQO, mientras que el modelo polinómico múltiple determina el PT y los SST. Estos modelos son los que poseen un alto coeficiente de determinación ajustado y con menor variación en los coeficientes de la validación cruzada para la DQO. En la comparación con variación de medias el modelo de Zeiny y Kafrawi (2015) aplicado

al NT el modelo de regresión lineal sobreestimó el PCA, pero de manera no significativa entre la ecuación diseñada entre el autor y el modelo propio por medio del modelo exponencial. Este estudio fue aplicado al Lago Burullus, Egipto. La diferencia de medias del PT también aplicado al Lago Burullus, Egipto sobreestima el PCA, pero en mínima cantidad. La estimación de la DQO en otros cuerpos de agua no se logró aplicar de manera confiable debido a que la ecuación de Figueroa (2015) estima el PCA de manera negativa. Mientras tanto, el parámetro físico de SST, el modelo polinómico (R^2 más alto) no puede utilizarse para otros cuerpos de agua, sin embargo, se puede utilizar el modelo lineal en el estudio de Ruiz ya que existe diferencia no significativa en la variación de medias $-9.51 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 0.57$. La aplicación de la ecuación obtenida a otras zonas de estudio debe cumplir ciertos umbrales de reflectancia para minimizar la incertidumbre en la estimación de los PCA.

El segundo modelo con mejor coeficiente de determinación ajustado de los PCA corresponde al exponencial para los SST, el modelo lineal múltiple para el NT y PT el modelo polinómico para la DQO (tabla 28). Además de lo anterior en el análisis de regresión simple con los PCA el modelo polinómico es el que presenta el mejor ajuste en el coeficiente de determinación. Sin embargo, a pesar de que los modelos poseen un coeficiente de determinación alto ($\bar{R}^2 > 0.7858$) fue necesario revisar los píxeles de los límites del cuerpo de agua (píxeles con profundidad < 0.50 m) para evitar disparidad en los resultados estimados. De acuerdo con la comparación entre los PCA, se espera que el comportamiento espacial entre el NT y PT sean similares debido a que existe una correlación fuerte entre ellas ($R^2 = 0.7782$).

En cuanto a la distribución espacial y temporal de los PCA la temporada antes de lluvias presentó la mayor concentración de contaminantes en la Presa J. A. Alzate, México, y en el caso de PT, DQO y SST se encuentran fuera de los límites permisibles para embalses naturales y artificiales aplicado al uso de riego agrícola. Únicamente el parámetro del NT se encuentra dentro de los límites permisibles establecidos por la norma mexicana NOM 001 asociada a la secretaria de economía. Por último, la distribución espacial de los SST, PT y DQO, de manera general tiene las altas concentraciones en la zona norte.

En la evaluación y validación de los modelos de regresión se consideraron diferentes estadísticos como p-value, estadístico t y F, coeficiente de determinación ajustado, coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe. Además de lo anterior, se aplicó la técnica *cross validation*, con la finalidad de obtener coeficientes promediados para la estimación confiable de los PCA. También se evaluó los alcances que tiene los modelos de regresiones aplicándolos a otras zonas de estudio, por lo tanto, abre paso a que los estudios futuros analicen la posibilidad de obtener ecuaciones que puedan aplicarse a diversos cuerpos de agua ya sea a nivel continental o costero. La razón de la propuesta anterior se debe a que los estudios

que se han realizados para la estimación de calidad del agua aun no profundizan en los alcances de las regresiones sobre otros cuerpos de agua. Considerando lo anterior, el presente estudio propuso la evaluación de los alcances a través de la variación de medias entre modelos de regresión y variación de ajuste entre los coeficientes de determinación.

El análisis a través de la serie de tiempo con base en las imágenes de junio de 2017 a junio de 2019 indica que la mayor concentración de polutos se encuentra en la zona norte en la mayoría de los meses analizados. Además de lo anterior en meses lluviosos las concentraciones de PCA son menores debido a que las precipitaciones diluyen las concentraciones presentes en el cuerpo de agua.

La innovación del presente método se centra en el procesado de los datos ya que incluye supuestos de validación a los valores de entrada que son aplicables para diferentes campos de la ciencia. Estos supuestos corresponden a la homocedasticidad, valores atípicos (análisis de cuartiles), normalidad. Lo anterior, con la finalidad de que el modelo de regresión genere estimaciones futuras con una varianza de error constante.

El impacto esperado en relación costo, operabilidad y accesibilidad corresponden a tener un coeficiente de determinación ajustado aceptable ($\bar{R}^2 > 0.7852$). La inversión del capital se centra únicamente en el primer muestreo (diseño de las ecuaciones), ya que en las siguientes estimaciones de PCA el costo es mínimo. Además de lo anterior el tiempo de procesamiento de los datos de reflectancia es menor al utilizado en el análisis de laboratorio. A partir de lo anterior se identifican las siguientes ventajas y desventajas del estudio de la calidad del agua a través de los sensores remotos.

7.1 Ventajas

1. La principal ventaja, sobre métodos tradicionales, de estimar los PCA a través de los sensores remotos radica en estimaciones cada 16 días, reducción de costos para estimar el comportamiento del PCA en el cuerpo de agua estudiado no solo a nivel puntual sino a nivel de toda la superficie de agua, menor inversión de tiempo en el procesamiento de los datos de reflectancia y no requiere de otras visitas a campo. Inclusive, para el caso de la Presa J. A. Alzate tiene la posibilidad de estimar los PCA cada 8 días debido al traslape de las escenas de las imágenes Landsat 8 OLI.
2. Estimaciones con una validación aceptable ($\bar{R}^2 > 0.7858$) para tomar decisiones con base en las predicciones realizadas con sensores remotos.
3. Las ecuaciones de regresión múltiple aportan indicios de poder generar estimaciones de NT y SST en otros cuerpos de agua a través de las ecuaciones generadas en el presente proyecto.

4. Permite la identificación de sitios altamente contaminadas (fuera de los límites permisibles por la NOM 001 y analizadas por la DOF, 2012; DOF, 2010; DOF, 2001; DOF, 2015) en un mismo cuerpo de agua.
5. Permite la realización del análisis espacio temporal de la calidad del agua durante todo el año (excepción días con extrema presencia de nubes).
6. Permite la interpolación de los datos para temporadas pasadas (desde 2013), con lo cual favorece a la interpretación del comportamiento espacio temporal de contaminantes desde años atrás.
7. El presente estudio fue desarrollado con base en modelos de regresión múltiple, ya que el desarrollo de regresiones simple puede cargar todo el peso explicativo del PCA en una sola banda multispectral y en los cuerpos de agua existen diferentes concentraciones de contaminantes que pueden influir en el valor de los contaminantes.

7.2 Desventajas

1. En los meses de extrema presencia de nubes las reflectancias captadas por el sensor corresponden a las nubes, por lo tanto, no es viable estimar el PCA debido a las condiciones meteorológicas de la atmósfera.
2. No permite el análisis del comportamiento químico dentro de un cuerpo de agua. Es decir, la interpretación de interacciones entre elementos químicos en el agua.
3. En aguas pocos profundas (<0.50 m) los valores de PCA estimados pueden ser no representativos en el cuerpo de agua analizado.
4. En aguas con muy bajas reflectancia en la B6 y B7 ($0.0001 \frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}$) la ecuación polinómica no es viable de aplicarse ya que arroja valores negativos.
5. Para el modelo de regresión exponencial múltiple es necesario que las bandas que tengan un valor de $0.00 \left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m} \right)$ de reflectancia (aguas claras) sean reclasificados con un valor de $0.00001 \left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m} \right)$ de reflectancia para que la ecuación pueda aplicarse.
6. Requiere del cuidado detallado en la corrección atmosférica (pre-procesamiento), por lo tanto es importante considerar los parámetros específicos del ambiente correspondiente a la zona de estudio.
7. Solo es aplicable para aguas superficiales, ya que la reflectancia recolectada por el sensor es la que incide directamente en la superficie y no para aguas subterráneas.

8. La caracterización de la calidad del agua con sensores remotos está enfocada a nivel de superficie ya que los valores de reflectancia corresponden a esta zona, con un máximo de profundidad de 1 metro (solo para la B1).
9. La utilización de las imágenes Landsat 8 OLI se centra en el análisis de calidad del agua para cuerpos de agua con grandes dimensiones (>6.25 ha área mínima cartografiable). Lo anterior debido a la resolución del píxel de las bandas multispectrales del sensor Landsat 8 OLI que almacenan los datos de reflectancia.
10. La caracterización de la calidad del agua con sensores remotos está enfocada a nivel de superficie ya que los valores de reflectancia corresponden a esta zona. Para el análisis de calidad del agua a mayores profundidades se recomienda utilizar el método tradicional del laboratorio.
11. Además de los PCA analizados en el presente estudio se recomienda que para los futuros estudios analicen también la temperatura, pH y DBO que son importantes para la vida acuática en el agua, tanto para la fauna como para la flora cercana al cuerpo de agua.

8. CONSIDERACIONES

- A partir de la ecuación de población finita se identifica el tamaño de muestra representativa para el análisis del cuerpo de agua a estudiar (número de píxeles representativos).
- Considerar un NDWI >0.1 a 1 para delimitar el cuerpo de agua factible.
- Eliminar los píxeles que se encuentran en la orilla del cuerpo de agua con $\sigma: 0.0177$ $\left(\frac{w}{m^2 * sr * \mu m}\right)$ en las reflectancias, sobre todo en la B6 y B7.
- La recolección de muestras es importante que se realice de manera dispersa en el agua para tener valores representativos en la interpolación de los datos.
- Antes de realizar los modelos de regresión múltiple es necesario revisar los supuestos de validación a los datos de entrada para que el modelo pueda realizar estimaciones en otras fechas. Dichos supuestos corresponden a: la heterocedasticidad versus homocedasticidad, valores atípicos, micronumerosidad, multicolinealidad, no linealidad, normalización e incluir la validación cruzada.
- Para la evaluación del modelo además de considerar el coeficiente de determinación ajustado, considerar otros parámetros como p-value, estadístico t, estadístico F, E para obtener la mejor capacidad explicativa de los PCA estimados.
- La determinación de los SST de manera lineal obtuvo el coeficiente de determinación más bajo en comparación con el resto de las ecuaciones. Lo anterior, da indicios de que los SST tiene una tendencia no lineal para el caso de la Presa J. A. Alzate con relación a la reflectancia de las bandas multiespectrales.
- Es necesario contar con muestras de otras estaciones del año para reflejar mayor precisión en la estimación de los PCA, ya que, el presente estudio abarca únicamente la temporada antes de lluvias y después de lluvias.
- En cuerpos de agua que son cubiertas por sombras debido a la geomorfología del sitio, es necesario revisar el modelo de corrección atmosférica y la hora en la que el sensor capta la información de la superficie para identificar únicamente los píxeles viables de analizarse en el cuerpo de agua.
- En los valores atípicos identificados en el desarrollo de la regresión múltiple, es importante fundamentar porque se eliminan estas variables o bien porque se deciden trabajar con estos datos a pesar de que estadísticamente es atípico tanto en las bandas multiespectrales como en las muestras de campo.

- La estimación de los PCA en cuerpos de agua debe de realizarse para superficies grandes (>6.25 ha área mínima cartografiable) debido a la resolución espacial de las imágenes Landsat 8 OLI (30m). Sin embargo, existe la posibilidad de utilizar imágenes de alta resolución correspondientes a otros sensores (SPOT, Quickbird, GeoEye, etcétera).

BIBLIOGRAFÍA

- Abdelmalik, K. W. (2016). Role of statistical remote sensing for Inland water quality parameters prediction. *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences*, 1-8.
- Aguilar, S. (2005). Fórmulas para el cálculo de la muestra en investigaciones de salud. *Redalyc*, 1-5.
- Aguirre, R. (2013). Hyperspectral optical analysis of Zumpango Lake, México. *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía, UNAM*, 32-41.
- Aiken, G. (2014). Florescence and dissolved organic matter: a chemist's perspective. *Aquatic Organic Matter Florescence*, 35-74.
- Aiman, M., Mohosen, M., & Hossam, S. (2014). Statistical estimation of Rosetta Branch Water Quality using multi-spectral data. *National Water Reserch Center*, 18-30.
- Alonso, O. L. (2015). *La econometría espacial un enfoque para el estudio a nivel de datos microterritoriales de las políticas de desarrollo rural de la Unión Europea. El caso de Asturias*. Málaga: Universidad de Málaga.
- Andrade, E. C. (2013). *Estudio de los principales tipos de redes neuronales y las herramientas para su aplicación*. Salesiana: Universidad Politécnica Salesiana.
- Aparicio, J., Martínez, A., & Morales, J. (2017). *Modelos Lineales Aplicados en R*. España: Universidad Miguel Hernández.
- APHA. (2000). *Métodos Normalizados par el análisis de Aguas Potables y Residuales*. España: Díaz Santos.
- Arias, L. (2014). *Estimación de la turbiedad mediante percepción remota en embalses del Estado de Aguascalientes*. México: UNAM.
- Avalos, K. (2012). *Percepción Remota y sus aplicaciones a la evaluación de la calidad del agua*. Ciudad Universitaria, México: UNAM.
- Aviña, R. J. (2018). *Estimación de parámetros ambientales a partir de imágenes Landsat 8 y mediciones in situ, en Bahía de la Paz, BCS*. La Paz, Baja California Sur: Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, S. C.
- Awad, R. (2014). *Análisis de redes neuronales artificiales*. España: Revista española de Teledetección.
- Barsi, J. A., Schott, J. R., Palluconi, F. D., & Hook, S. J. (2005). Validation of a Web-Based Atmospheric Correction Tool for Single Thermal Band Instruments. *Earth Observing Systems X*, 1-11.
- Bazán, C. I., & Suárez, M. (2014). Propuesta metodológica para detectar patrones geográficos de conflictos por el agua en el estado de Morelos, 2000-2010. *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía, UNAM*, 69-80.

- Botella, P., Alacreu, M., & Martínez, M. (2012). *Inferencia estadística (intervalos de confianza y p-valor). Comparación de dos poblaciones (test t de comparación de medias, comparación de dos proporciones, comparación de dos varianzas)*. Las Palmas: CEU Universidad Cardenal Herrera.
- Cabrera, J. (2015). *Calibración de Modelos Hidrológicos*. Colombia: Universidad Nacional de Ingeniería.
- Carrasco, M., Ortega, S., Lagos, O., Morales, L., Pablete, C., & Allen, R. G. (2012). Crop coefficients and actual evapotranspiration of a drip-irrigated Merlot vineyard using multispectral satellite images. *Centro de Investigación y Transferencia en Riego y Agroclimatología*, 485-497.
- Carrillo, I. D. (2016). *Elaboración de un modelo aplicado a imágenes MODIS para la Estimación de los sólidos suspendidos totales en la desembocadura del Río Atrato*. Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Cavero, J., Lorenzo, C., & Prieto, M. (2012). *Material Docente de Econometría*. Valladolid, España: Universidad de Valladolid.
- CEPAL. (2014). *El desafío de la sostenibilidad ambiental en América Latina y el Caribe*. Mexico: CEPAL.
- Chang, N. B., Imen, S., & Vannah, B. (2015). Remote Sensing for Monitoring Surface Water Quality Status and Ecosystem State in Relation to the Nutrient Cycle: A 40-Year Perspective. *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, 101-166.
- Charpentier, J. (2014). *Tratamiento de aguas residuales con lodos activados*. España: INTI.
- Chebud, Y., Ghinwa, M., Naja, R., & Mellese, A. (2012). Water Quality Monitoring Using Remote Sensing and an Artificial Neural Network. *Water air Soil Pollut*, 4875-4887.
- Chen, S., Han, L., Chen, X., Li, D., Sun, L., & Li, Y. (2015). Estimating wide range Total Suspended Solids concentrations from MODIS 250-m imageries: An improved method. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 58-69.
- Cheol, H., Son, s., Hoon, Y., Seong, J., Nam, J., Keun, W., Ryu, J. (2017). Remote sensing and water quality indicators in the Korean West coast: Spatio-temporal structures of MODIS-derived chlorophyll-a and total suspended solids. *Marine Pollution Bulletin*, 1-10.
- Chuvieco, E. (2002). *Fundamentos de Teledetección y percepción remota*. México: McGrawMillan.
- Clarck, L. (1993). *Manual IDRISI*. United States: Universidad de Clarck.
- Clevers, J. G., & Gitelson, A. (2013). Remote estimation of crop and grass chlorophyll and nitrogen content using red-edge bands on Sentinel-2 and -3. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 23, 344-351.
- Coll, C., Galve, J. M., Sánchez, J. M., & Caselles, V. (2010). Validation of Landsat-7/ETM+ Thermal-Band Calibration and Atmospheric Correction With Ground-Based Measurements. *IEEE Transactions of Geoscience and Remote Sensing*, 547-557.

- Compagnucci, M. (2011). *Utilización de tecnología espacial asociado a floraciones algales y presencia de Vibrios*. Córdoba Argentina: Instituto de Altos Estudios Espaciales "Mario Gulich".
- CONAGUA. (2019, Julio 01). *Comisión Nacional del Agua*. Retrieved from Bandas: ftp:ftp.conagua.gob.mx/Bandas/Bases_Datos_Bandas
- Coro, C. (2014). *Econometría espacial a la predicción-extrapolación de datos microterritoriales*. Madrid, España: Universidad Autónoma de Madrid.
- Coutiño, L. (2012). *Análisis multitemporal de imágenes satelitales para conocer la calidad del agua en La Presa: Valle de Bravo*. Ciudad Universitaria, México D. F.: UNAM.
- CREDAP. (2019, Marzo 20). *Área de Teledetección -CREPAD*. Retrieved from Área de Teledetección - CREPAD: <http://crepadweb.cec.inta.es/es/plataformas/avhrr.html>
- CRISP. (2019, Marzo 01). *Centre for Remote Imaging, Sensing & Processing*. Retrieved from Centre for Remote Imaging, Sensing & Processing-CRISP: <https://crisp.nus.edu.sg/>
- CRISP. (2019). *Centre for Remote Imaging, Sensing & Processing*. USA: CRISP.
- De Arce, R., & Mahía, R. (2008). *Conceptos básicos sobre la heterocedasticidad en el modelo básico de regresión lineal: Tratamiento con E-Views*. Madrid España: Universidad Autónoma de Madrid.
- DOF. (1996). *Límites máximos permisibles para contaminantes básicos*. México: Secretaría de Economía.
- DOF. (2001). *Determinación de Fósforo Total en aguas naturales, residuales y residuales tratadas - Método de Prueba*. México: Secretaría de Economía.
- DOF. (2010). *Análisis de agua-Medición de Nitrógeno Total Kjeldahl en aguas naturales, residuales y residuales tratadas-Método de Prueba*. México: Secretaría de Economía.
- DOF. (2012). *Análisis de agua- Medición de la Demanda Química de Oxígeno en aguas naturales, residuales y residuales tratadas.- Método de Prueba-Parte 1- Método de reflujos abiertos - (cancela a la NMX-AA-030-SCF1-2001)*. México: Secretaría de Economía.
- DOF. (2015). *Análisis de agua - Medición de Sólidos y Sales disueltas en aguas naturales, residuales y residuales tratadas – Método de Prueba*. México: Secretaría de Economía.
- Doña, C. (2016). *Monitoring water quality and hidrological patterns of wetlands using recent techniques in remote sensing*. Valencia: Universitat València.
- Ekercin, S. (2007). Water Quality Retrievals from High Resolution Ikonos Multispectral Imagery: A Case Study in Istanbul, Turkey. *Water Air Soil Pollut*, 239–251.
- ESA. (2019, abril 19). *European Spatial Agency*. Retrieved from Sentinel 2: http://m.esa.int/esl/ESA_in_your_country/Spain/SENTINEL_2
- ESRI. (2018, Agosto 18). *ArcGIS for Desktop*. Retrieved from ESRI: <http://www.esri.com/>

- Estruch, F. (2010). “Análisis de la clorofila a en el agua a partir de una imagen multiespectral Quickbird en la zona costera de Gandia”. Gandia: Universidad Politécnica de Valencia.
- Eugenio, F., Marcelio, J., & Marqués, F. (2014). *Tutorial de la teledetección espacial*. Europa: Universidad de las Palmas de Gran Canaria.
- Febrero, M., Galeano, P., González, J., & Pateiro, B. (2008). *Estadística: Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas*. Santiago de Compostela: Universidad de Santiago de Compostela.
- FEEDBACK NETWORKS. (2018, Abril 12). *Feedback Networks la información viva*. Retrieved from FEEDBACK NETWORKS: <https://www.feedbacknetworks.com/cas/experiencia/sol-preguntar-calculiar.html>
- Felde, Q. M., Aldler, Golden, M. W., & Berk, A. (21-25 de April 2003). Analysis of hyperion Data with the FLAASH Atmospheric Correction Algorithm. Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery IX. *SPIE Aerosense Conference*. Orlando, USA: SPIE Aerosense Conference.
- Fernández, A., & Moreira, J. M. (2014). Metodología para el seguimiento multitemporal de la calidad de las aguas costeras en Andalucía a través del tratamiento de imágenes Landsat-TM. *Teledetección usos y aplicaciones*, Universidad de Sevilla.
- Figueroa, E. I., Márquez, O. A., Quiñónez, M., & Alatorre, L. C. (2015). Estimación de parámetros relativos a la calidad del agua mediante percepción remota en la Laguna de Bustillos, Chihuahua, México. *Memorias de resúmenes en extenso SELPER-XXI-México-UACJ-2015*, 1-6.
- Francisco, N., Turrent, A., Florez, H. E., Martinez, M. R., & Enríquez, j. F., (2009). Estimación del escurrimiento superficial con el método SCS-CN en el trópico subhúmedo de México. *Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias*, 71-78.
- García, A. (2016). *Landsat*. México: Sistemas de Comunicación Vía Satélite.
- Geo, H., Gu, X., Yu, T., Sun, Y., Xie, Y., & Liu, Q. (2016). Validation of the Calibration Coefficient of the GaoFen-1 PMS Sensor Using the Landsat 8 OLI. *remote sensing*, 8, 1-16.
- Geosystems. (2015). *RapidEye productos estándares de imágenes*. México: Geosystems Mapping Solutions.
- Ghada, Y. E., Marieke, A. E., Meinte, B., Kessel, T., Gaytan, S., & Hendrik, J. (2011). Improving the Description of the Suspended Particulate Matter Concentrations in the Southern North Sea through Assimilating Remotely Sensed Data. *Ocean Science Journal*, 179-204.
- Gil, C. (2018). *Métodos de remuestreo y validación de modelos: validación cruzada y bootstrap*. México: Machine Learning R.
- GIS & Beers. (2018, Octubre 2). *SIG & Beers*. Retrieved from SIG & Beers: www.gisandbeers/calculo-del-indice-ndwi-diferencial-del-agua-normalizado

- Gómez, J. L., & Dalence, J. S. (2014). *Determinación del parámetro sólidos suspendidos totales mediante imágenes de sensores ópticos en un tramo de la cuenca media del Río Bogotá (Colombia)*. Colombia: Universidad Mayor de San Simón.
- González, C. (2012). *Procesamiento a bordo de imágenes hiperespectrales de la superficie terrestre hardware reconfigurable*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.
- Graver, C. A., & Boren, H. E. (1967). *Multivariate Logarithmic and Exponential Regression models*. United States- Santa Monica, California: The RAND Corporation.
- Hajigholizadeh, M. (2016). *Water Quality Modelling Using Multivariate Statistical Analysis and Remote Sensing in South Florida*. Florida: Florida International University FIU Digital Commons.
- Håkanson, L. (2004). A new solution to an old problem in aquatic sciences. *Lakes & Reservoirs. Lakes & Reservoirs. Research and Management*, 9, 3-23.
- Harrington, J. A., & Schiebe, F. R. (1992). Remote sensing of Lake Chicot, Arkansas: Monitoring suspended sediments, turbidity and Secchi depth with Landsat MSS data. *Remote Sensing of Environment*, 15-27.
- HARRIS GEOSPATIAL SOLUTIONS. (2018, Abril 14). *HARRIS GEOSPATIAL SOLUTIONS*. Retrieved from HarrisGeospatial: <http://harrisgeospatial.com>
- Hellweger, F. L., Schlosser, P., & Weissel, J. K. (2004). Use of satellite imagery for water quality studies in New York Harbor. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 437-448.
- Hernández, D. (2018). *El papel de la forma y concentración del nitrógeno inorgánico en un perfil vertical en dos tiempos del día sobre la población de *Cylindrospermopsis raciborskii**. Xalapa, Veracruz: Universidad Veracruzana.
- Hernández, J. (2018). *Metodología para la evaluación de impactos volumétricos y energéticos en caudales por trasvase: caso de estudio Curso Alto del Río Lerma*. Toluca, Estado de México: Centro Interamericano de Recursos del Agua/UAEMex.
- Hernández, J. L. (2017). *Monitoreo de la calidad del agua superficial mediante percepción remota: Estudio de caso "Valle de Bravo"*. Toluca, México: CIRA-UAEMex.
- HEXAGON GEOSPATIAL. (2018, Febrero 26). *Hexagon Geospatial*. Retrieved from Erdas Imagen and Erdas ERMapper: <http://hexagongeospatial.com>
- Hidalgo, H., Domínguez, I. R., & Granados, A. (2009). Mathematical modelling for the integrated management of water resources in hydrological basins. *Water Resources Management*, 721-730.
- INEGI. (2018). *Regiones hidrológicas 2.0 1:50000*. Aguascalientes: INEGI.
- Jaelani, L. M., Linehuwey, R., Pamungkas, A., Koenhardono, E. S., & Sulisetyono, A. (2016). Estimation of TSS and Chl-a Concentration from Landsat 8-OLI: The Effect of Atmosphere and Retrieval Algorithm. *IPTEK, The Journal for Technology and Science*, 16-23.

- Jerves, R., & Machado, J. (2016). *Análisis temporal del contenido de PM10 en el aire de cuenca a partir de Imágenes Landsat*. Ecuador: Universidad de Cuenca.
- Kaab, A., Boch, T., & Casey, K. (2014). Glacier mapping and monitoring using multispectral data. *Global Land Ice Measurements from Space*, 75-112.
- Kavurmaci, M., Ekercin, S., & Altas, L. (2013). *Use of EO-1 Advanced Land Imager (ALI) multispectral image data and real-time field sampling for water quality mapping in the Hirfanlı Dam Lake, Turkey*. Turquía: Environ Sci Pollut Res.
- Kramer, j. r., Herbes, S. E., & Allen, H. E. (1972). *Phosphorus Analysis of Water, Biomass and Sediment in Nutrients and in Natural Waters*. New York: Intercience.
- Krause, P., Boyle, D. P., & Base, F. (2005). Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment. *European Geosciences Union*, 89/97.
- Kulkarni, A. (2011). Water Quality Retrieval from Landsat TM Imagery. *Procedia Computer Science*, 475-480.
- Kumar, A., Equeenuddin, S. M., Mishra, D. R., & Acharya, B. C. (2016). Remote monitoring of sediment dynamics in a coastal lagoon: Long-term spatio-temporal variability of suspended sediment in Chilika. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 170, 155-172.
- Lara, F. (2012). *Fundamentos de redes neuronales artificiales*. México: CDMX.
- Liu, Q., He, L., & Lu, W. (2017). Haze removal for a single visible remote sensing image. *Signal Processing*, 33-43.
- Long, C. M., & Pavelsky, T. M. (2013). Remote sensing of suspended sediment concentration and hydrologic connectivity in a complex wetland environment. *Remote Sensing of Environment*, 129, 197-209.
- López, A., & Elosua, P. (2004). Estimaciones bootstrap para el coeficiente de determinación: un estudio de simulación. *Revista Electrónica de Metodología Aplicada*, 1-14.
- Lynn, H. (2017). *Differences Between Bodies of Water*. USA: Sciencing.
- Mao, Z., Chen, J., Pan, D., Zhu, Q., & Tao, B. (2012). A regional remote sensing algorithm for total suspended matter in the East China Sea. *Remote Sensing of Environment*, 819-831.
- Masocha, M., Murwira, A., & Magadza, C. (2017). Remote sensing of surface water quality in relation to catchment condition in Zimbabwe. *Physics and Chemistry of the Earth*, 1-16.
- Mehta, A., & Flores, A. (2018). *El monitoreo de la Calidad del Agua Mediante el Procesamiento de Imágenes Satelitales*. San Francisco: ARSET.
- Metcalf, R., & Eddy, E. (1997). *Ingeniería de Aguas Residuales (Contaminación e Ingeniería Ambiental ed., Vol. I)*. (H. & J- L- Bueno, Ed.) United States, EUA: Mc GrawHill.

- Min, J. E., Ryu, J. H., Lee, S., & Son, S. (2012). Monitoring of suspended sediment variation using Landsat and MODIS in the Saemangeum coastal area of Korea. *Marine Pollution Bulletin*, 382-390.
- Molinar, P. (2011). "Calibration of Hidrological. The Primer". *Hydrological Processes and Modelling, SS 2011. Swiss Federal Institute WSL. Switzerland*, 9-23.
- Montaño, J. J. (2002). *Redes Neuronales Artificiales aplicadas al análisis de datos*. Palma de Mallorca: Universitat de Les Illes Balears.
- Monterrey, P. (2012). $p < 0,05$, ¿Criterio mágico para resolver cualquier problema o leyenda urbana? *Universitas Scientiarum*, 203-215.
- More, G., Pons, L., Pesquer, L., & González, O. (2012). Corrección radiométrica automática de imágenes Landsat TM mediante áreas pseudoinvariantes y modelización MODTRAN. *Revista de Teledetección*, 67-73.
- Mun, J. (2012). *Simulador de riesgo Manual de Usuario en Español*. Dublin: R-Real Options Valuation.
- Murillo, C., & González, B. (2000). CAPITULO 5: Validación del modelo de regresión: contraste de especificación incorrecta y contrastes de especificación. In C. Murillo, & B. González, *Manual de Econometría* (pp. 1-35). Las Palmas: Universidad de Las Palmas.
- Nezlin, N. P., DiGiacomo, P. M., Diehl, D. W., Jones, B. H., Johnson, S. C., & Mengel, M. J. (2008). Stormwater plume detection by MODIS imagery in the southern California coastal ocean. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 141-152.
- Núñez, J. M., Rey, F. J., & Caridad, J. M. (2016). Neural networks (NN) applied to the commercial properties valuation. *Informes de Construcción*, 1-10.
- Ojeda, W., Azurelli, M., & González, A. (2017). Aplicaciones de los vehículos aéreos no tripulados en la Ingeniería hidroagrícola. *Instituto Mexicano de Tecnología del Agua*, 157-166.
- Olaya, V. (2014). *SIG Libre (SEXTANTE)*. España: ESRI España.
- Onderka, M., & Rodný, M. (2010). Can Suspended Sediment Concentrations be estimated from Multispectral Imagery using only Image-derived Information? *Photonirvachak*, 85-97.
- Ordoñez, A. E., & Serna, J. P. (2015). *Análisis superficial y multitemporal de imágenes Landsat 7 ETM+ y Landsat 8 OLI TIRS en el proyecto carbonífero La Luna entre los años 2001 y 2015*. Manizales: Universidad de Manizales.
- PCE Instruments Chile S. A. (2018, Noviembre 19). *PCE Instruments Chile S. A.* Retrieved from DQO HHI 83214 (Demanda química de O₂) medidor para la demanda química de oxígeno: <https://www.pce-iberica.es/medidor-detalles-tecnicos/instrumento-de-fotometrico/medidor-dqo-83214.htm>
- Peña, D., & Ordoñez, C. (2017). Studies of impact on fluvial ecosystems by airborne remote sensing: thermal discharges in river Tajo and suspended solids diffusion in rivers Esera and Cinca (Spain). Madrid, España: Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas.

- Peña, R., Serrano, A. & Ruiz, A. (1999). *Modelo para la evaluación de alternativas de localización de una PTAR para una ciudad en el Valle del Cauca Colombia*. Colombia: Universidad del Valle.
- Pérez, J. C., De Pablo, J., & Levi, J. P. (2007). Empleo de redes neuronales de base radial a un modelo econométrico de exportación de tomate. *Redalyc*, 6-14.
- Peterson , K. T., Sagan , V., Sidike, P., Cox , A. L., & Martinez , M. (2018). Suspended Sediment Concentration Estimation from Landsat Imagery along the Lower Missouri and Middle Mississippi Rivers Using an Extreme Learning Machine. *Remote Sensing*, 1-17.
- Ramírez, L. I., Durán, M. C., García, J. A., Montuy, R., & Oaxaca, M. (2008). *Demanda química de oxígeno de muestras acuosas*. México: UNAM.
- Riaño, D., Salas, J., & Chuvieco, E. (2000). Corrección Atmosférica y Topográfica, Información Multitemporal y Auxiliar Aplicadas a la Cartografía de Modelos de Combustibles con Imágenes Landsat-TM. *Universidad de Alcalá*, 222-239.
- Ritchie, J. C., Schiebe, F. R., & McHenry, J. R. (1976). Remote Sensing of Suspended Sediments in surface waters. *American Society of Photogrammetry, Journal of*, 66-74.
- Rodríguez, J. (2014). *Corrección atmosférica de imágenes de satélite por métodos de aprendizaje automático*. México: Universidad de Valladolid.
- Rojo, J. M. (2007). *Regresión lineal múltiple*. Madrid, España: Instituto de Economía y Geografía.
- Roldán, G. A. (2003). *Fisicoquímica de los ecosistemas acuáticos*. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.
- Rostom, N. G., Shalaby, A. A., & Yousry, M. I. (2017). *Evaluation of Mariut Lake water quality using Hypespectral Remote Sensing and Laboratory works*. Egipto: The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences.
- RS-GEOIMAGE. (2011). *Imágenes de Satélite en la Exploración Geológica-Minera*. Argentina: RS-GEOIMAGE.
- Ruiz, D. C. (2017). *Método de Estimación de Sólidos Suspendedos Totales como Indicador de la Calidad del Agua Mediante Imágenes Satelitales*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia
- Samaniego, L. (2014). *Procesamiento digital de imágenes de satélite con ENVI*. Perú: Universidad Nacional de Ingeniería.
- Sánchez, G. (2018). *La estadística aplicada al análisis económico*. México: UNAM.
- Santos, A., Arruda, D., Maia, R., Fernández, M., & Araújo, R. (2017). *Wave resource characterization through in-situ measurement followed by artificial neural networks' modeling*. Bahía: Federal University of Bahia.
- SATELMAC. (2012). *Satélites de Teledetección para la Gestión del Territorio*. Canarias: Universidad de La Laguna.

- SEGOB. (2012). *Datos generales del proyecto, del promovente y del responsable del estudio de impacto ambiental*. Estado de México: Ayuntamiento municipal.
- SEMARNAT. (2013). *Evaluación de las acciones realizadas por el sector ambiental en la cuenca Lerma Chapala*. México: SEMARNAT.
- Sepúlveda, R. T. (2011). *Diseño de modelos de Calidad del Agua mediante el uso de la Percepción Remota*. CDMX: UNAM.
- Simionato, C., Moreira, D., Piedra, I., Fossati, M., Guerrero, R., & De los campos, T. (2011). *Proyecto freplata – ffem modelado numérico y mediciones in-situ y remotas de las transferencias de sedimentos finos a través del río de la plata. Parte a: adquisición de datos*. Argentina: Frente Marítimo.
- Sobrino, R. (2015). Aguas continentales. In R. Sobrino, *Aplicación de la teledetección y modelos de regresión en la caracterización del Lago de Sanabria* (pp. 5-25). Cantabria: UNED-Facultad de Ciencias.
- Soca, R. (2017). *Corrección atmosférica SMAC para Imágenes del Sensor OLI del Satélite Landsat-8*. Ayacucho-Perú: Universidad Nacional de San Cristobal de Huamanga.
- Space Imaging Eurasia. (2007, Febrero 4). *Esquema de radiancias medidas desde satélite*. Retrieved from Space Imaging Eurasia: <http://www.crisp.com>
- Swain, R., & Sahoo, B. (2017). Improving river water quality monitoring using satellite data product and a genetic algorithm processing approach. *Sustainability of Water Quality and Ecology*, 122-149.
- Tarig, A., Mortula, M., & Atabay, S. (2013). Study of Water Quality in Dubai Creek Using DubaiSat-1 Multispectral Imagery. *American University of Sharjah*, 200-211.
- U.S. Environmental Protection Agency. (2002). *Nitrogen: Multiple and regional impacts. EPA-430-R-01-006*. Washington, DC: U.S. EPA: U.S. Environmental Protection Agency. Retrieved from U.S. Environmental Protection Agency.
- Universidad de Tolima. (2017). Plan de Ordenación y Manejo de la Cuenca Hidrográfica Mayor del Río Totare Convenio Cortolima. In U. d. Tolima, *Calidad de Aguas* (pp. 773-820). Tolima: Universidad de Tolima.
- University of Manchester. (2016). *Natural Sciences: Lentic Ecosystems*. Manchester: Oxbridgenotes .
- US Environmental Protection Agency. (2019, Febrero 28). *The National Water Quality Inventory: Report to Congress for the 2004 reporting cycle: A profile*. Retrieved from US Environmental Protection Agency: http://water.epa.gov/lawsregs/guidance/cwa/305b/2004report_index.cfm
- USGS. (2013). Aspectos Técnicos de las Imágenes Landsat. *Remote Sensing*, 4-22.
- Valdivieso, C. E., Valdivieso, R., & Valdivieso, O. A. (2011). *Determinación del tamaño muestral mediante el uso de árboles de decisión*. Bolivia: Universidad Privada Boliviana.
- Valoon, G., & Duffy, J. (2000). *Environmental Chemistry. A Global Perspective*. Nueva York: Oxford.

- Victoria, I., Marever, F., & Sánchez, F. (2014). Contenido en nitratos de aguas de consumo público españolas. *Revista de la Asociación Española de Teledetección*, 217-220.
- Villanueva, S., & Botello, A. V. (1992). *Metales pesados en la zona costera del Golfo de México y Caribe Mexicano: Una revisión*. México: UNAM.
- Vivancos, J., Llastarri, A., Grau, M., & Vivancos, D. (2005). *La Tierra a vista de Satélite, Introducción a la Teledetección*. USA: ICE (ImageCompositeExplorer).
- Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1989). *Probabilidad y estadísticas para ingenieros*. España: Interamericana.
- Wang, D., Ma, R., Xue, K., & Loiselle, S. L. (2019). The Assessment of Landsat-8 OLI Atmospheric Correction Algorithms for Inland Waters. *remote sensing*, 1-23.
- Wu, G., Liu, L., Chen, F., & Fei, T. (2014). Developing MODIS-based retrieval models of suspended particulate matter concentration in Dongting Lake, China. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 32, 46-43.
- Xu, H. (2007). Modification of normalized difference water index (NDWI) to enhance open water features in remotely sensed imagery. *remote sensing*, 3025-3033.
- Zeiny, A. M. (2015). *Remote Sensing and GIS assessment and mapping of the environmental degradation in the coastal region at Damietta, Damietta*. Egypt: Damietta Univ. Fac. of Science.
- Zeiny, A., & Kafrawy, S. (2016). Assessment of water pollution induced by human activities in Burullus Lake using Landsat 8 operational land imager and GIS. *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences*, 549-556.
- Zhang, Y., Pulliainen, J. T., Koponen, S. S., & Hallikainen, M. T. (2003). Water quality retrievals from combined Landsat TM Data and ERS-2 SAR Data in the Gulf of Finland. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 622-629.
- Zheng, G., & DiGiacomo, P. M. (2017). Uncertainties and applications of satellite-derived coastal water quality products. *Progress in Oceanography*, 45-72.
- Zimba, V. (2013). Remote Sensing Techniques to Assess Water Quality. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 694-704.

GLOSARIO

Aguas lénticas: Son todos aquellos cuerpos de agua estancada o quieta que no fluyen. Los ecosistemas lénticos, son ambientes estáticos donde el agua no se mueve porque no existen entradas o salidas a otros cuerpos acuáticos. Por esta razón la tasa de renovación de oxígeno es muy baja y se forman estratos de oxígeno y temperatura, afectados por la luz solar que reciben. Los lagos, lagunas, estanques, humedales, pantanos y charcas son aguas tranquilas que se encuentran en esta clasificación. Al no tener un flujo continuo de líquido, en las aguas lénticas tienden a formarse sedimentos en el fondo. Su única fuente de renovación con frecuencia es el agua de lluvia (Lynn, 2017; University of Manchester, 2016).

Aguas lólicas: Son las aguas que se encuentran continuamente en movimiento, sin importar la velocidad. En el sistema lólico, el flujo de agua es continua y se dirige siempre hacia la misma dirección. Generalmente, los ríos y arroyos que componen estos sistemas no son tan profundos como los lagos. Las aguas lólicas son la herramienta perfecta para transportar y diluir material de erosión. Los parámetros químicos y físicos de las aguas lólicas no son estables como pueden ser los de las aguas lénticas de un lago. El sistema lólico está en cambio continuo.

Absorción: Es el proceso en la que gases atmosféricos pueden llegar a absorber radiación en diferentes longitudes de onda e interacciona con la radiación que llega a la atmósfera. Gases tales como el dióxido de carbono, el vapor de agua y el ozono tiene bandas de absorción en regiones particulares del espectro electromagnético (García, 2016; Ordoñez & Serna, 2015).

Aerosoles: Corresponden a partículas microscópicas, sólidas o líquidas que se refractan o absorben la luz solar en distintos grados que dependen de sus características físicas, lo que complica determinar el efecto general que producen y aunque hay aerosoles que reflejan la luz solar, hay otros que la absorbe.

ANOVA: Evalúan la importancia de uno o más factores al comparar las medias de la variable de respuesta en los diferentes niveles de los factores (Rojo, 2007).

Banda multiespectral: Se le denomina con este término a la información de cierta longitud de onda almacenada en una serie de celdas en formato TIFF (USGS, 2013).

Coefficiente de determinación (R^2): Es un estadístico usado en el contexto de un modelo de regresión, además determina la calidad del modelo para replicar los resultados y la proporción de variación de los resultados que puede explicarse por el modelo, es decir, si las variables independientes explican la variable independiente.

Cuartiles: Los cuartiles son valores que dividen una muestra de datos en cuatro partes iguales. Utilizando cuartiles puede evaluar rápidamente la dispersión y la tendencia central de un conjunto de datos, que son los pasos iniciales importantes para comprender sus datos (Sánchez, 2018).

Dispersión: Es el resultado de la interacción entre la radiación electromagnética y las partículas o moléculas de gas presentes en la atmósfera. Estas partículas tienen un tamaño muy variable y redireccionan la radiación incidente, desviándola de su camino. Sus efectos pueden ser muy irregulares espacialmente y pueden variar rápidamente en el tiempo, de ahí la considerable dificultad que implica realizar un análisis cuantitativo de este proceso (García, 2016).

Estadístico t: Corresponde al estadístico para rechazarla hipótesis nula (H_0). Dicha hipótesis indica que variables independientes son significativas en un modelo de regresión múltiple; lo que se pretende demostrar con esta prueba es indicar que $\beta_i \neq 0$ (H_a).

Estadístico F: Se le denomina prueba F de Snedecor a cualquier prueba en la que el estadístico utilizado sigue una distribución F si la hipótesis nula no puede ser rechazada.

Firma espectral: Caracterizan las diferentes coberturas del suelo y su interacción con la energía capturada por el sensor. Muestran la variación de la radiación reflejada por los objetos en función de la longitud de onda, en general traza todas las variaciones de la radiación electromagnética (EM) reflejada en función de las longitudes de onda (Ordoñez & Serna, 2015).

Frecuencia: Se define como el número de onda (ciclos) por segundo que pasan por un punto dado en el espacio ($1/s = 1H$).

Tubos Hatch: Corresponde a los tubos preparados para la determinación del nitrógeno total (NT).

Homocedasticidad: Corresponde a un modelo de regresión donde la varianza de sus errores es constante (Mun, 2012).

Heterocedasticidad: Es aquel modelo en que las varianzas de las perturbaciones no son constantes, por lo tanto, la variabilidad es diferente para cada observación (De Arce & Mahía, 2008).

Interpolación: Corresponde a una técnica que predice los valores para las celdas de un ráster a partir de una cantidad limitada de puntos de datos de muestras. Puede utilizarse para prever valores desconocidos de cualquier dato de un punto geográfico (ESRI, 2018).

Landsat: Por sus siglas en inglés, LAND=tierra y SAT=satélite. Corresponde al primer satélite enviado por los Estados Unidos para el monitoreo de los recursos terrestres. Inicialmente se le llamó ERTS-1 (*Earth Resources Technology Satellite*) y posteriormente los restantes recibieron el nombre de Landsat.

Longitud de onda: Es la distancia entre dos picos consecutivos o valles en una onda la unidad más común utilizada es el μm o nm (Soca, 2017).

Metadatos: Archivo de información asociado que describe las características básicas de una fuente de datos. Para el caso de la imagen Landsat se encuentra presente en el archivo MTL (USGS, 2013).

Micronumerosidad: Se presenta cuando el número de muestras es pequeño y como consecuencia puede resultar complicado detectar las violaciones de los supuestos como heteroscedasticidad y no-normalidad de la varianza (cuando están presentes). También con pocos datos, puede ser difícil de determinar que tan bien ajustadas están las líneas resultantes con respecto a los datos, o cuándo una regresión no-lineal podría ser apropiada (Cavero et al., 2012).

Multicolinealidad: Es la correlación fuerte entre las variables independientes (Mun, 2012).

No linealidad: Con base en los supuestos de regresión se define como el valor esperado de la variable dependiente depende no linealmente de las variables independientes (regresiones no lineales). En caso de presentar lo contrario, es decir linealidad; indica que el valor esperado de la variable dependiente depende linealmente de las variables independientes.

Normalidad: Distribución continua que aparece con más frecuencia en estadística y en la teoría de probabilidades. Son los valores de determinada medición en un grupo de individuos normales de una población definida. Si el supuesto de normalidad es violado por los valores extremos presentes, entonces la bondad de ajuste de la regresión lineal puede que no sea la más poderosa o informativa de las pruebas disponibles, y esto puede significar la diferencia entre detectar un ajuste lineal o no lineal (Mun, 2012).

Número digital: Valor numérico en cada banda del espectro, corresponde a un número entero que varía en función de la resolución radiométrica con la que trabaja el sensor. Por ejemplo, para 8 bits, el ND en cada píxel puede variar de 0 a 255, completando los 256 posibles valores. Es por eso por lo que puede traducirse a una intensidad visual, a través de su nivel de gris.

P-value: Es el estadístico que indica la significancia de los datos. También se define como la probabilidad de error que se acepta en caso de rechazar la hipótesis nula con los datos de que disponemos (Alonso, 2015).

Píxel: Elemento pictórico más pequeño de una imagen susceptible a ser procesado (USGS, 2013).

Radiancia: Corresponde al número digital multiplicado por un factor de escala (0.1), medido en $\left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$.

Reflectancia: Radiación incidente que es reflejada por una superficie $\left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$.

Resolución espectral: Abarca los intervalos de longitud de onda que un sensor puede registrar y está determinado por el número de bandas adquiridas y su ancho de banda medido en micrómetros (μm) o nanómetros (nm; Sepúlveda, 2011).

Resolución espacial: Define el nivel de detalle espacial representado en la imagen y está directamente relacionado con el objeto en tierra más pequeño que sea distinguible como entidad aislada del resto de la imagen (USGS, 2013).

Resolución temporal: Hace referencia al lapso en el cual, un sensor adquiere imágenes de la misma porción de la superficie terrestre o el que exista entre adquisiciones sucesivas. El ciclo depende de las características de la órbita del satélite.

Resolución radiométrica: Es la cantidad de energía medida en términos de variaciones de la radiancia espectral. La mayor parte de los sistemas ofrecen 256 niveles por píxel (0 a 255). La interpretación de la imagen será mejor mientras mayor sea la resolución radiométrica (Peterson et al., 2018).

Viales de digestión de DQO: Corresponde a los tubos preparados para la determinación de la demanda química de oxígeno (DQO).

Varianza: Es una medida de dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media (Walpole & Myers, 1989).

Valores atípicos: Son anomalías en los datos. Pueden tener una gran influencia sobre el ajuste realizado sobre la pendiente y el intercepto, generando un pobre ajuste sobre el conjunto total de datos. Los valores atípicos tienden a incrementar la varianza residual, disminuyendo la probabilidad de rechazar la hipótesis nula. Esto puede deberse a errores de registro, los cuales se pueden corregir, o también debidos a que no todos los valores de la variable dependiente están siendo muestreados de la misma población.

Valores fuera de rango: Corresponde a los píxeles con un NDWI > 0.1 y a un valor de reflectancia de $B6 > 0.017 \left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$.

Variación de medias: Diferencia entre promedio para dos poblaciones ($\mu_1 - \mu_2$).

Validación: cruzada: corresponde al promedio de los coeficientes por medio de i iteraciones o i -fold *cross-validation* los datos se dividen en i subconjuntos (*fold*s). Uno de los subconjuntos se utiliza como datos de prueba y el resto ($i - 1$) como datos de entrenamiento. El proceso de validación cruzada es repetido durante i iteraciones, con cada uno de los posibles subconjuntos de datos de prueba.

ANEXOS

Anexo I. Procedimiento de laboratorio para la estimación de PCA

I.1 Nitrógeno total

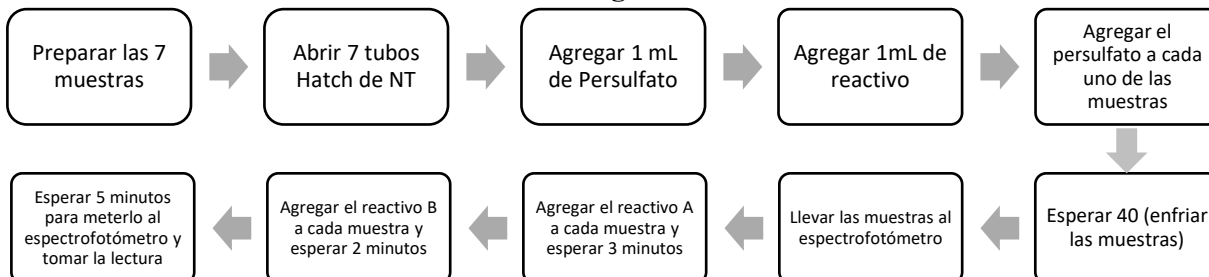


Figura 26A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo del NT (DOF, 2010).

I.2 Demanda química de oxígeno

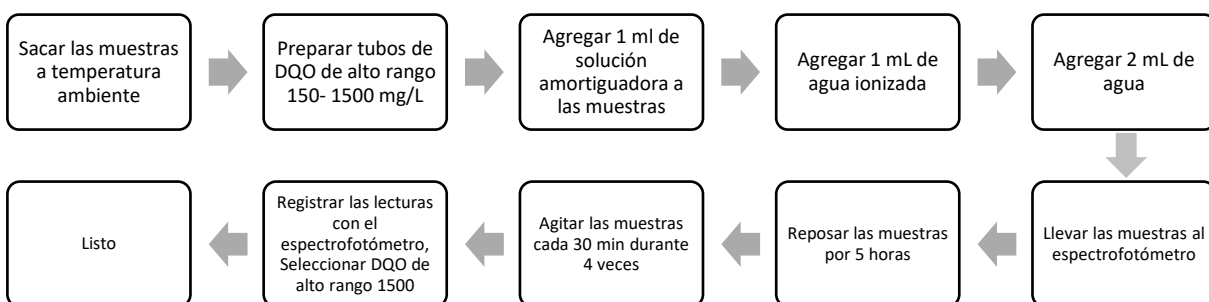
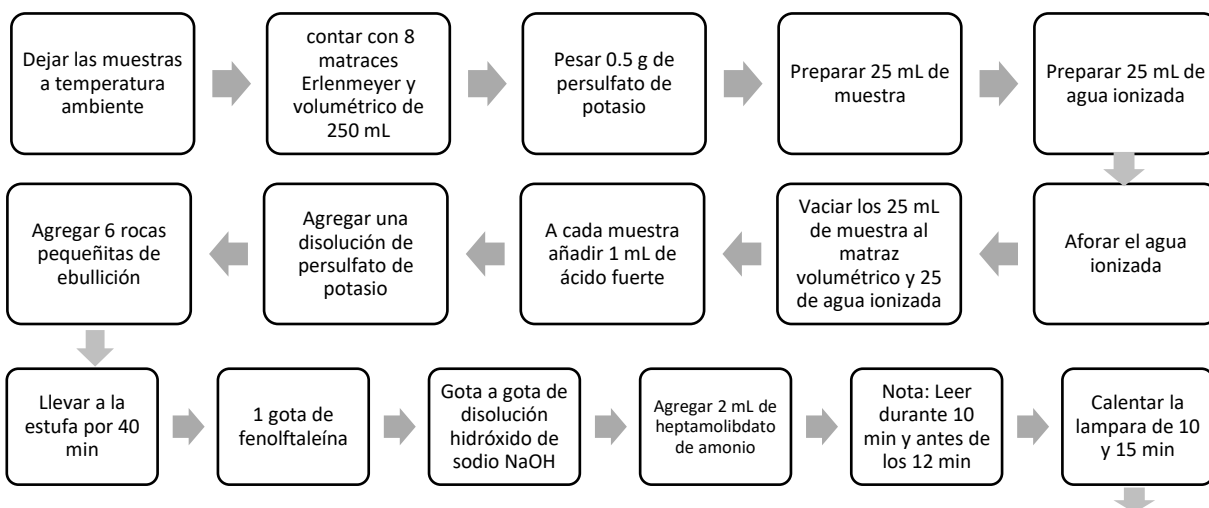


Figura 27A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo de la DQO (DOF, 2012)

I.3 Fósforo total



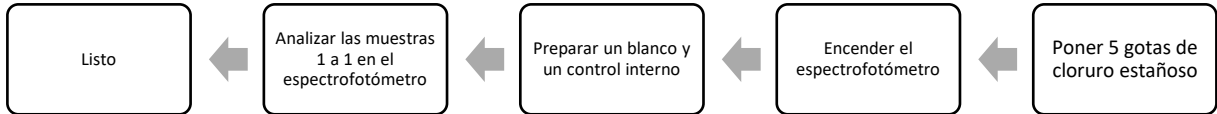


Figura 28A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo del PT (DOF, 2001)

I.4 Sólidos suspendidos totales

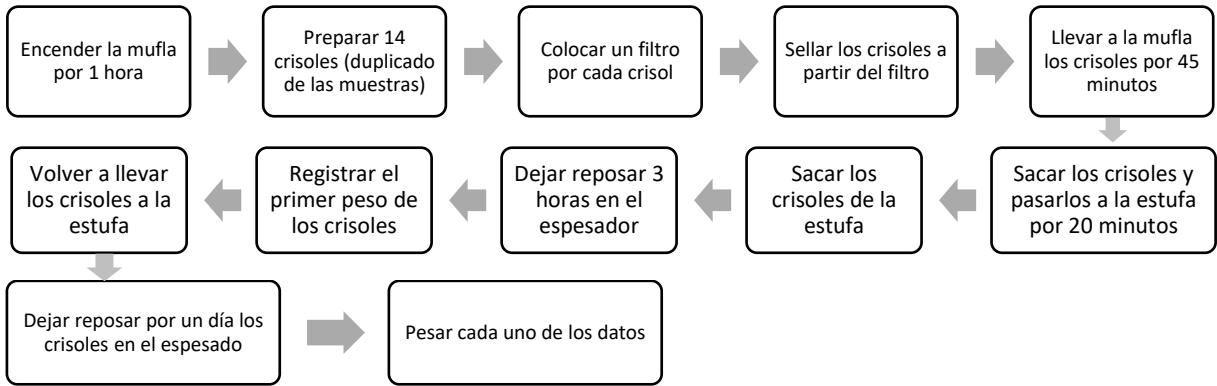
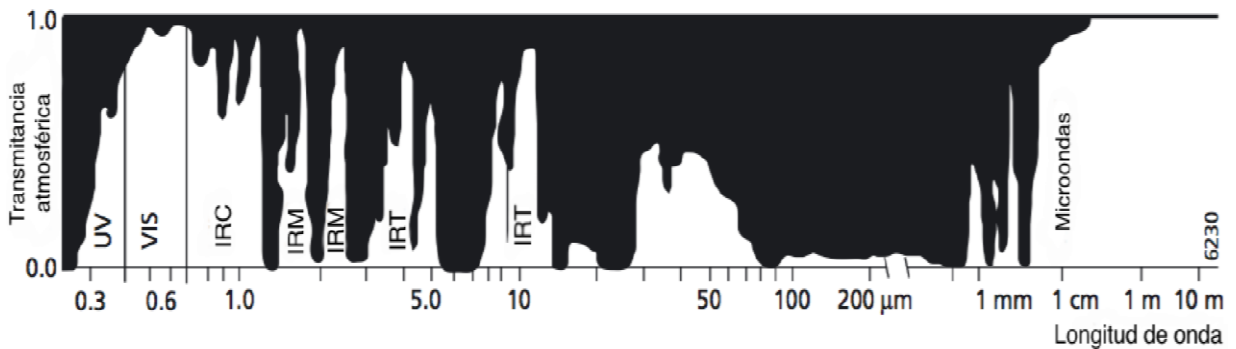


Figura 29A. Procedimiento que seguir en laboratorio para el cálculo de los SST (DOF, 2015).

Anexo II. Rangos del espectro electromagnético



Fuente: Obtenido de Arias (2014) y Sepúlveda (2011).

Anexo III. Modelos de atmósfera a diferentes latitudes

Latitud (°N)	Enero	Marzo	Mayo	Julio	Septiembre	Noviembre
80	SAW	SAW	SAW	MLW	MLW	SAW
70	SAW	SAW	MLW	MLW	MLW	SAW
60	MLW	MLW	MLW	SAS	SAS	MLW
50	MLW	MLW	SAS	SAS	SAS	SAS
40	SAS	SAS	SAS	MLS	MLS	SAS
30	MLS	MLS	MLS	T	T	MLS
20	T	T	T	T	T	T
10	T	T	T	T	T	T
0	T	T	T	T	T	T
-10	T	T	T	T	T	T

-20	T	T	T	MLS	MLS	T
-30	MLS	MLS	MLS	MLS	MLS	MLS
-40	SAS	SAS	SAS	SAS	SAS	SAS
-50	SAS	SAS	SAS	MLW	MLW	SAS
-60	MLW	MLW	MLW	MLW	MLW	MLW
-70	MLW	MLW	MLW	MLW	MLW	MLW
-80	MLW	MLW	MLW	MLW	MLW	MLW

Simbología; tropical (T), mid latitud summer (MLS), sub-arctic summer (SAS), Mid latitud Winter (MLW) and Sub-arctic winter (SAW). Rango aplicado a la zona de estudio (■). Fuente: Abreu & Anderson, 2015.

NOTA: en caso de que se conozca la presión y humedad atmosférica es recomendable utilizar el modelo de atmósfera basado en el vapor de agua y temperatura del aire en superficie:

Modelo de atmósfera	Vapor de agua (std atm-cm)	Vapor de agua (g/cm ²)	Temperatura del aire en superficie
Sub-Arctic Winter (SAW)	518	0.42	-16° C (3° F)
Mid-Latitude Winter (MLW)	1060	0.85	-1° C (30° F)
U.S. Standard (US)	1762	1.42	15° C (59° F)
Sub-Arctic Summer (SAS)	2589	2.08	14° C (57° F)
Mid-Latitude Summer (MLS)	3636	2.92	21° C (70° F)
Tropical (T)	5119	4.11	27° C (80° F)

Fuente: Samaniego (2014).

Tipo de aerosoles en el ambiente

Modelo de aerosoles	
Rural	Aplica para sectores que no están bajo influencia fuerte de coberturas industriales o urbanas, asume que existen dos distribuciones de partículas, gruesas y delgadas, mezcladas en la atmósfera.
Urbano	Este modelo asume que un 80% de las partículas son las mismas que considera el modelo rural y el 20% restante son de partículas similares al hollín.
Marítimo	Se utiliza para los sectores colindantes con áreas costeras o en áreas continentales con gran influencia de vientos marinos, este modelo asume que existen partículas provenientes del mar y otra parte de las partículas pequeñas del modelo rural.
Troposférico	Este modelo se aplica para condiciones de gran nitidez y asume que sólo están presentes las partículas delgadas del modelo rural.

Fuente: Abreu & Anderson (1996). Tipo de modelo de atmósfera considerado para la Presa J. A. Alzate (rural).

Anexo IV. Visibilidad antes y después de lluvias de la imagen Landsat 8 OLI

Condición del tiempo	Visibilidad de la escena
Clear	40 para 100 km
Moderate Haze	20 para 30 km
Thick Haze	15 km o menos

Nota: para la imagen antes de secas se anotó como coeficiente de visibilidad el 38 km (clear) debido a que presenta una mínima cantidad de aerosoles y niebla. Para la imagen después de lluvias se anotó como coeficiente 30 km (moderate haze) debido a la presencia de nubes.

Anexo V. Aerosol aerostrival aplicado a la Presa J. A. Alzate, México.

Water Retrieval	1135 nm	absorption	1117 - 1143 nm
		reference upper wing	1184 - 1210 nm
		reference lower wing	1050 - 1067 nm
	940 nm	absorption	935 - 955 nm
		reference upper wing	870 - 890 nm
		reference lower wing	995 - 1020 nm
	820 nm	absorption	810 - 830 nm
		reference upper wing	850 - 870 nm
		reference lower wing	770 - 790 nm
Aerosol Retrieval	2-Band (K-T)	KT upper	2100 - 2250 nm
		KT lower	640 - 680 nm
	2-Band Over Water	KT upper	800 - 950 nm
		KT lower	2100 - 2250 nm
Cloud Masking		cirrus clouds	1367 - 1383 nm

Simbología: Rango aplicado a la zona de estudio (□). Nota: esta variable de aerosol aerostrival fue aplicado a un modelo de atmósfera rural debido a las características de la Presa J. A. Alzate.

Anexo VI. Reflectancia de distintas especies en superficie estudiados por diversos autores

X (m UTM)	Y (m UTM)	Especie	Reflectancia estimada (NIR)	Reflectancia USGS (NIR)	Variación recomendada
431992.055	2149501.452	Variedades de pasto	0.993	0.991	+/-0.001
431850.2381	2149654.646	Pasto	0.052	0.970	+/-0.003
431818.488	2149210.146	Maíz	0.994	0.997	+/-0.005
431524.7999	2149360.958	Forraje	0.012	0.011	+/-0.002
432393.9579	2150357.117	Pasto	0.650	0.652	+/-0.003
429814.2652	2150722.242	Algas	0.9776	0.980	+/-0.006
430536.5792	2151208.415	Alfalfa	0.981	0.976	+/- 0.002
430405.6102	2151783.885	Gigantes	0.952	0.960	+/-0.006

Fuente: Elaboración propia con base en aportes de NASA (2010), Barsi et al. (2005), Coll et al. (2010), Geo et al. (2016) y More et al. (2012).

Anexo VII. Píxeles con valores fuera de rango con base en la desviación estándar

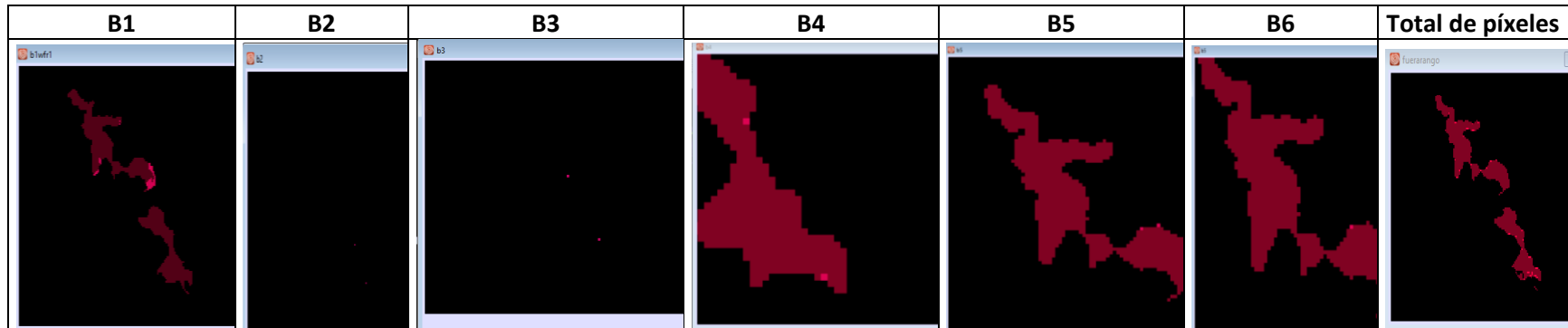


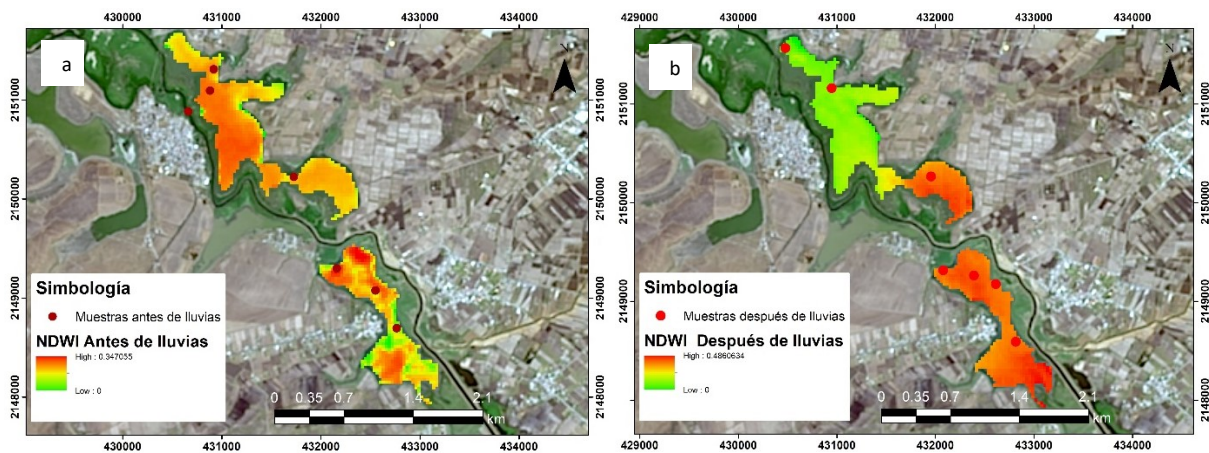
Figura 30A. Píxeles con valores fuera de rango (0.017702 desv. estándar). Bn: bandas multispectrales

Anexo VIII. Estadísticas de la reflectancia aplicado a la Presa J. A. Alzate, México

Estadísticas de la imagen antes de lluvias					Estadísticas de la imagen después de lluvias				
Bandas	Media	Min	Máx	Desviación estándar	Bandas	Media	Min	Máx	Desviación estándar
B1	0.053186	0.0337	0.0849	0.006737	B1	0.060796	0.0266	0.0954	0.016762
B2	0.054785	0.0299	0.086	0.007717	B2	0.056123	0.0193	0.0911	0.018459
B3	0.081281	0.0536	0.118	0.010662	B3	0.076283	0.0351	0.1087	0.021408
B4	0.083123	0.0375	0.1223	0.012345	B4	0.08249	0.0401	0.1223	0.027041
B5	0.043498	0.0135	0.302	0.022086	B5	0.0564	0.0298	0.103	0.013677
B6	0.009908	0.0001	0.2121	0.017702	B6	0.046539	0.0306	0.077	0.00947
B7	0.009416	0.0019	0.1558	0.012323	B7	0.040674	0.0276	0.0625	0.007115

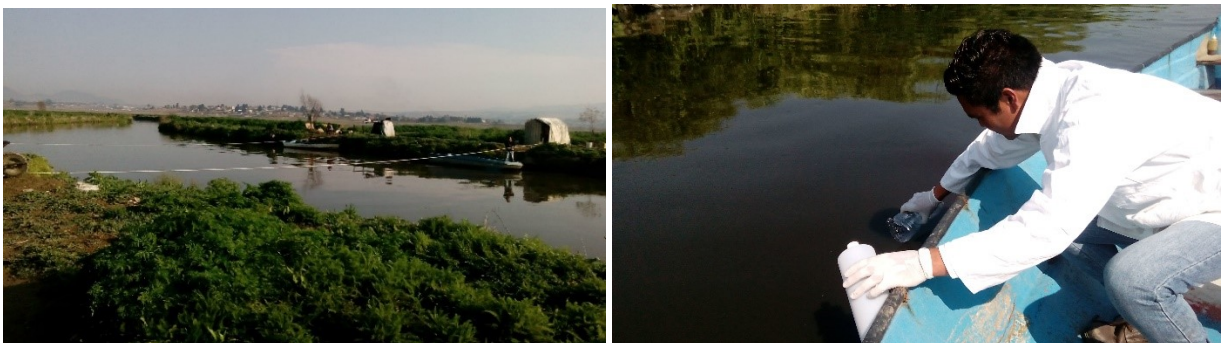
Fuente: elaboración propia. Reflectancias de cada banda medidas en $\left(\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m}\right)$.

Anexo IX. NDWI de la temporada antes de lluvias y después de lluvias para la identificación de zonas óptimas para la recolección de muestras



Simbología: Normalized Difference Water Index (NDWI), a) NDWI antes de lluvias b) NDWI después de lluvias.

Anexo X. Recolección de muestras de agua de La Presa J. Antonio Alzate.



Muestreo Zona Norte: en el muestreo de la zona norte el cuerpo de agua tiene contacto directo con el Rio Lerma. Para la recolección de muestra se enjuago el frasco de muestra tres veces para evitar la contaminación de la muestra, también se identificó sus coordenadas UTM y posteriormente se recolectó la muestra con un frasco; para después vaciarlo en la botella de muestra.



Muestreo zona sur: En la zona sur existe menor contaminación que en la zona norte tanto en temporada antes de lluvias como después de lluvias, debido a que en esta zona no siempre tiene contacto directo con el Río Lerma.

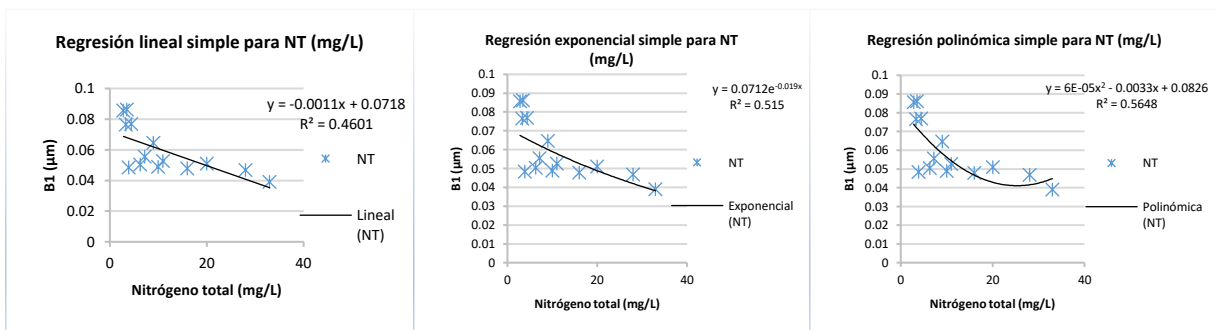
Anexo XI. Contacto directo del Río Lerma con la Presa J. A. Alzate, México

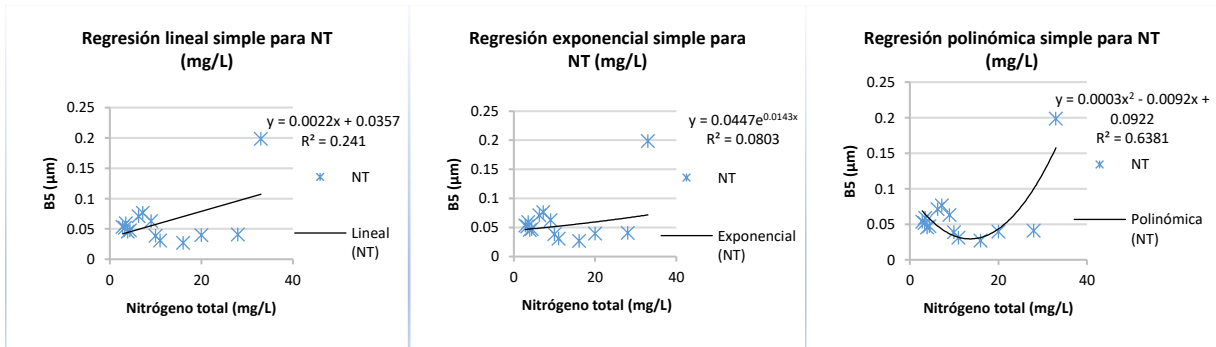
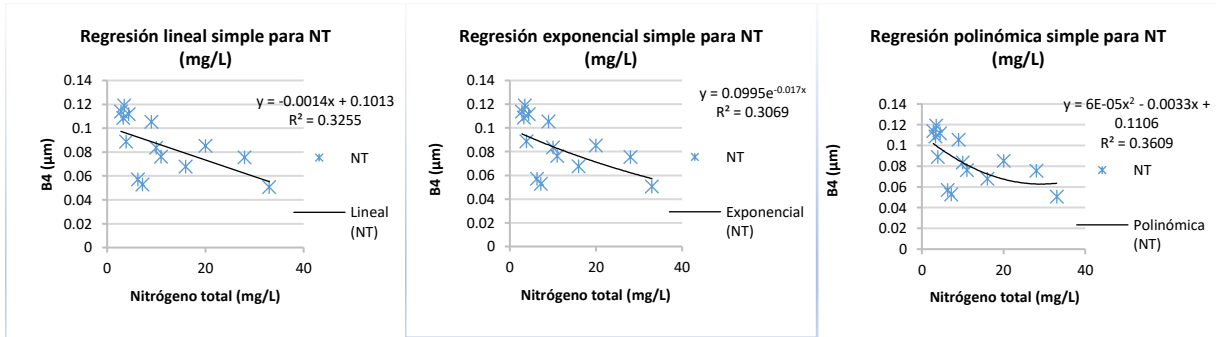
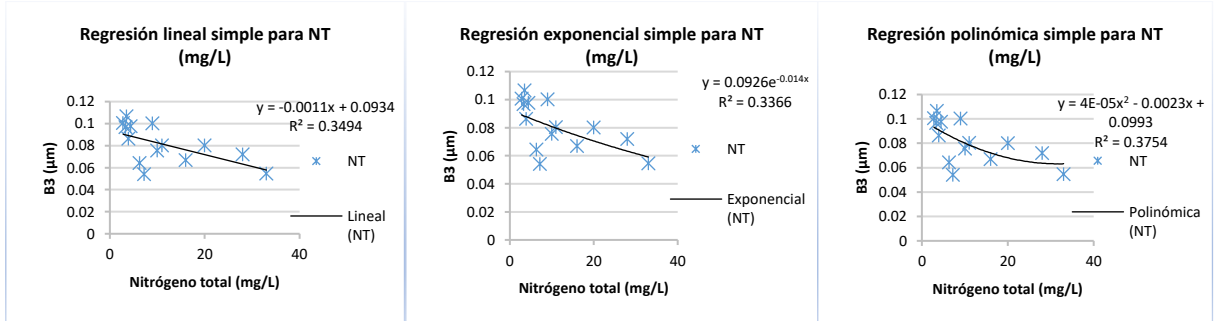
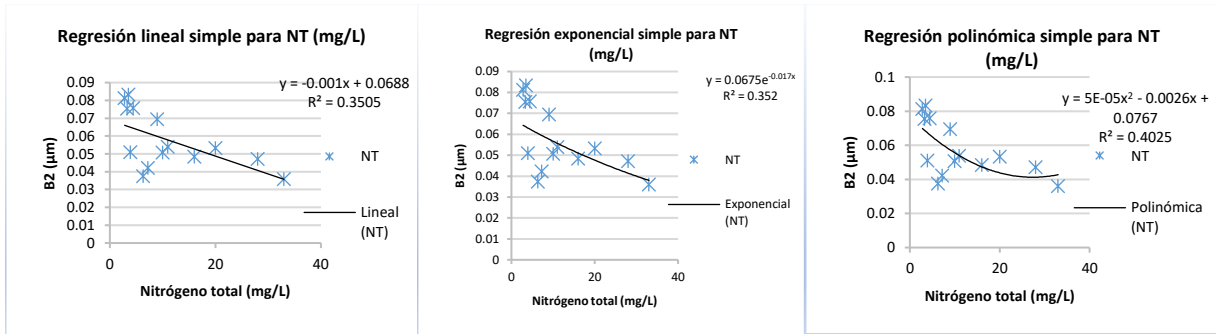


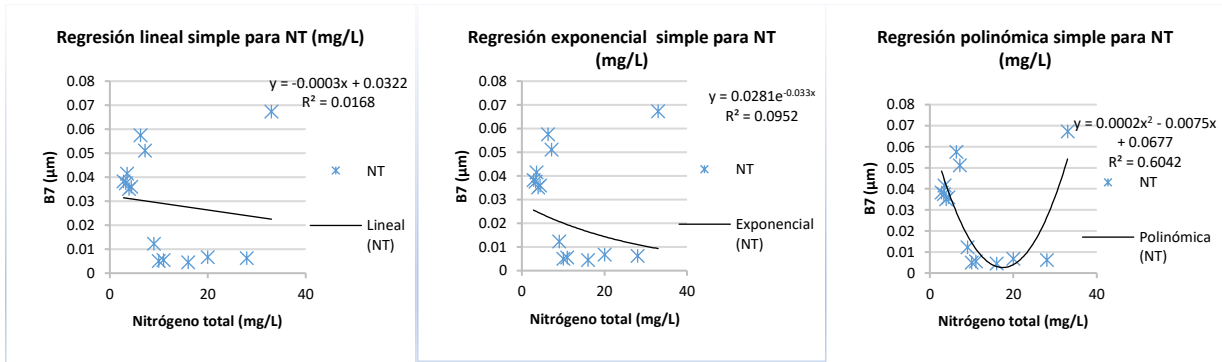
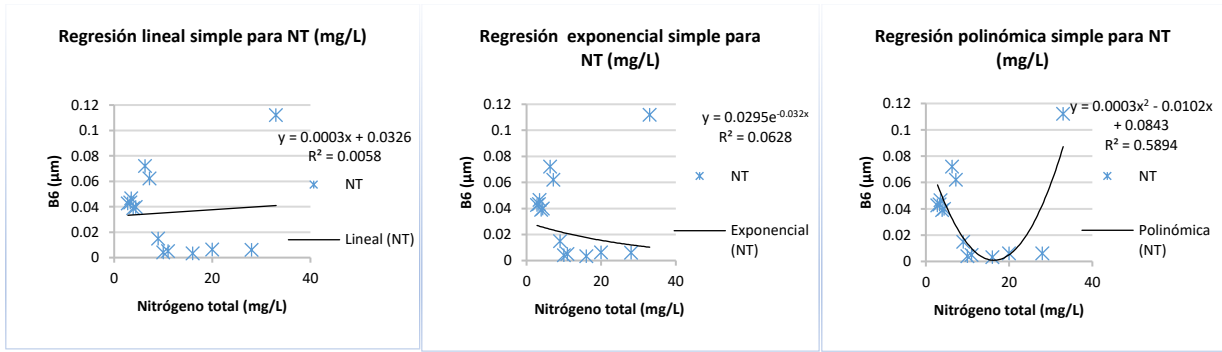
Simbología: Río Lerma (1), zonas o canales de flujo que provocan contacto directo con el cuerpo de agua de la zona norte de la Presa J. A. Alzate.

Anexo XII. Comparación de regresión simple de PCA con bandas multiespectrales

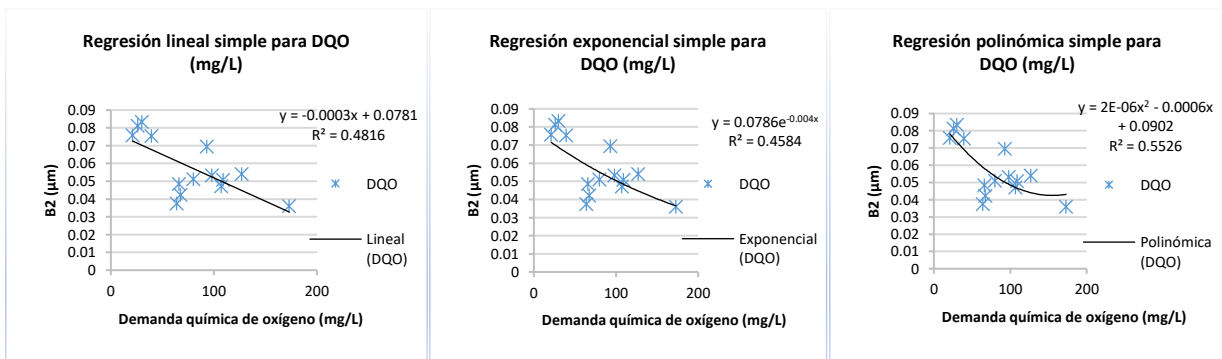
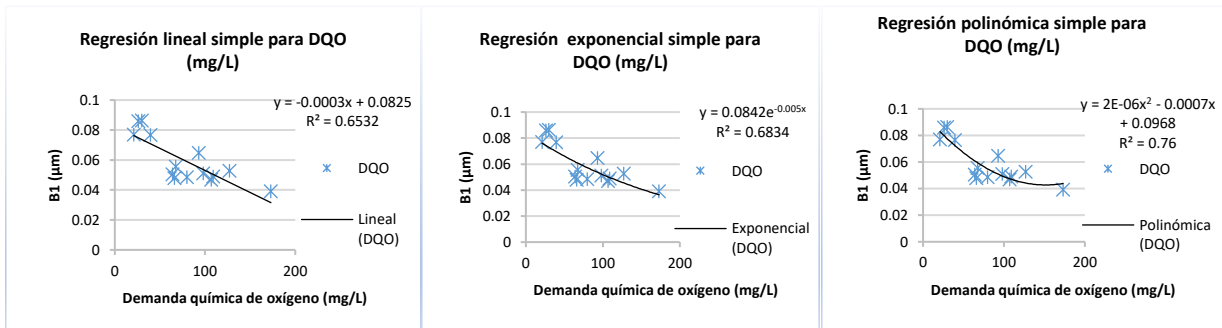
XII.1. Nitrógeno total

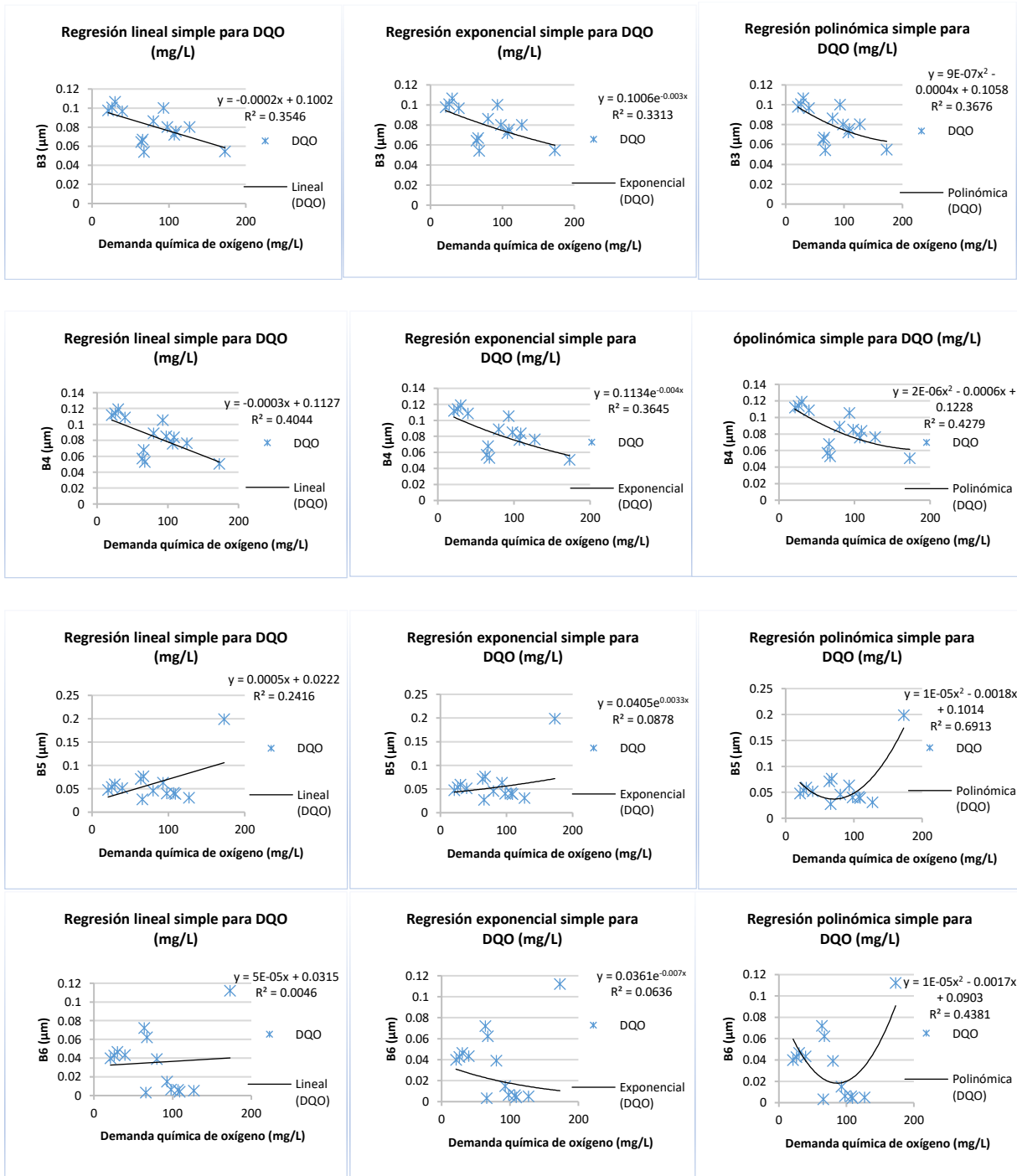


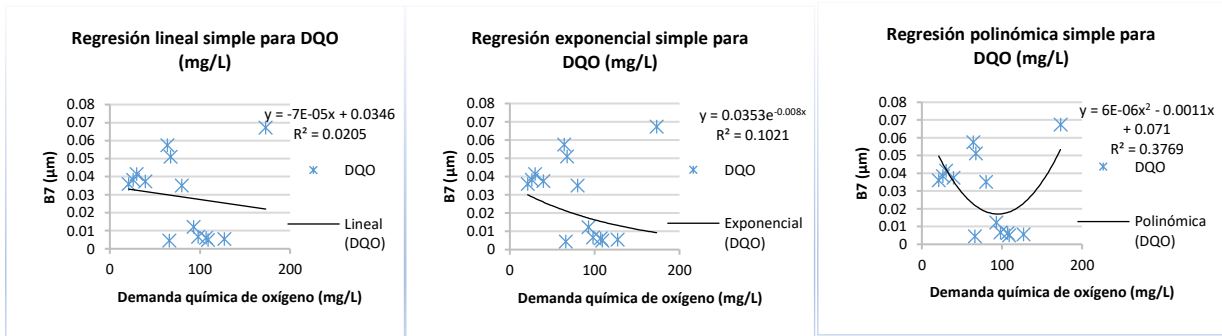




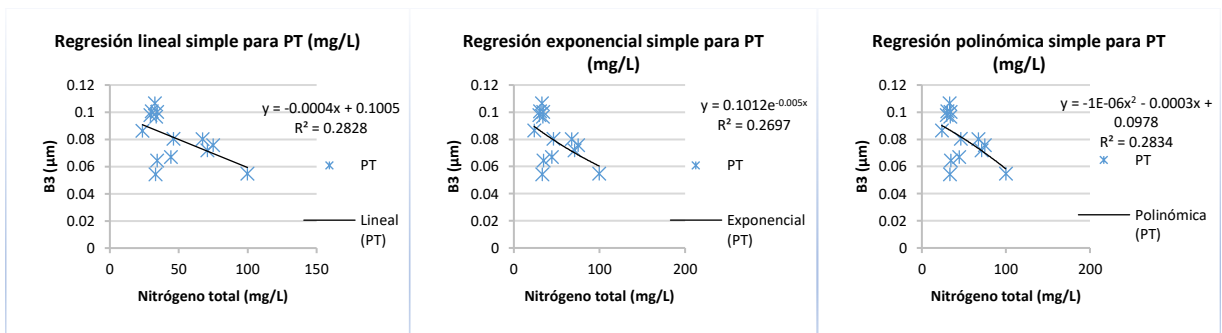
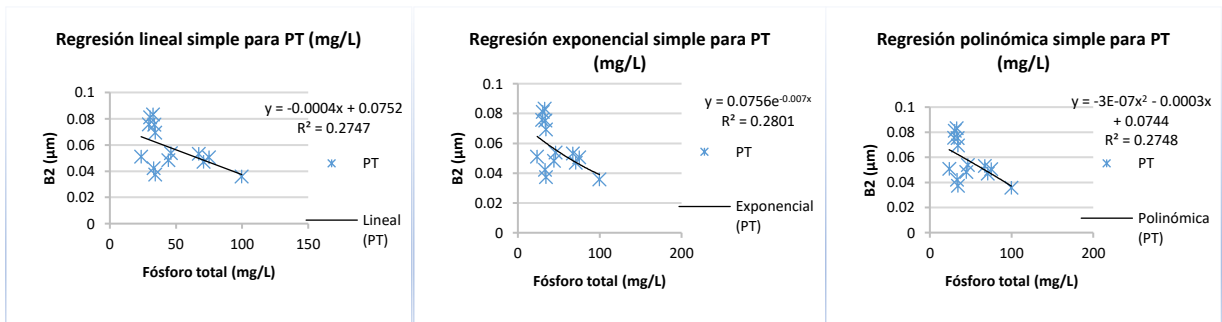
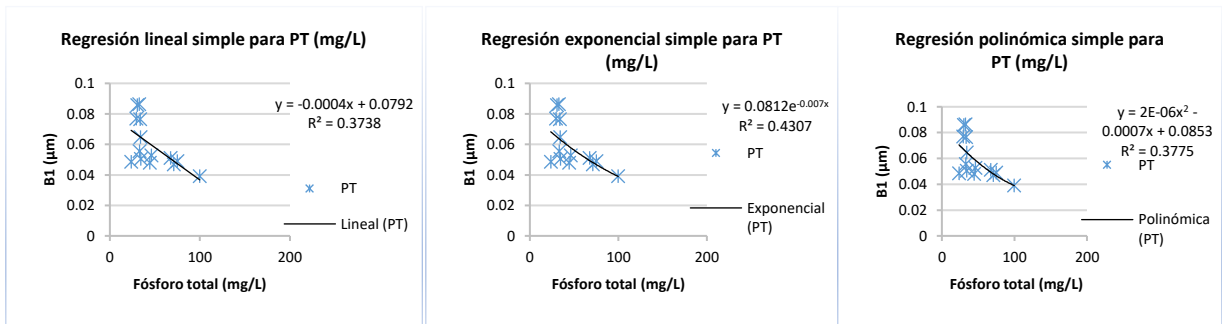
XII.2. Demanda química de oxígeno

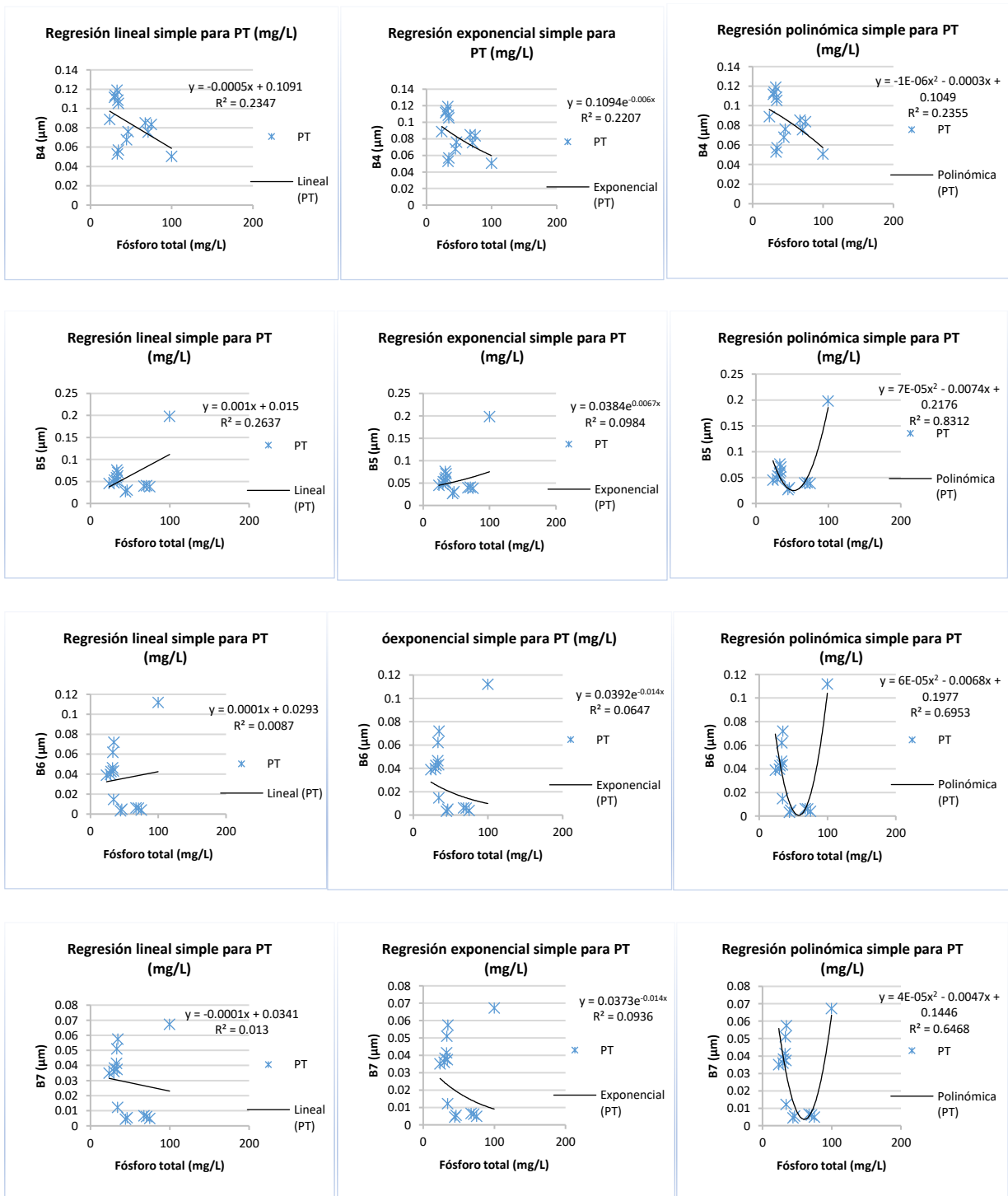




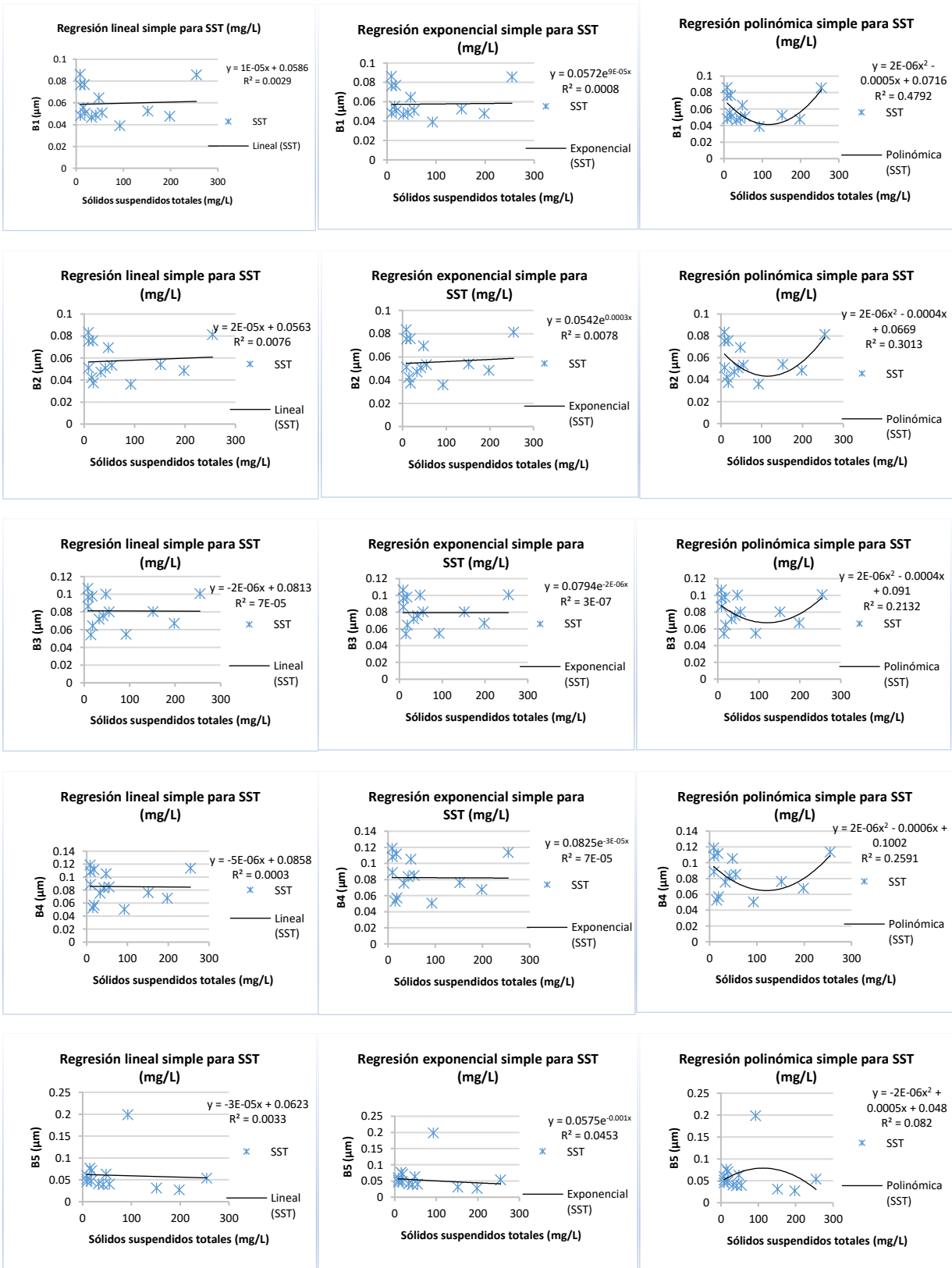


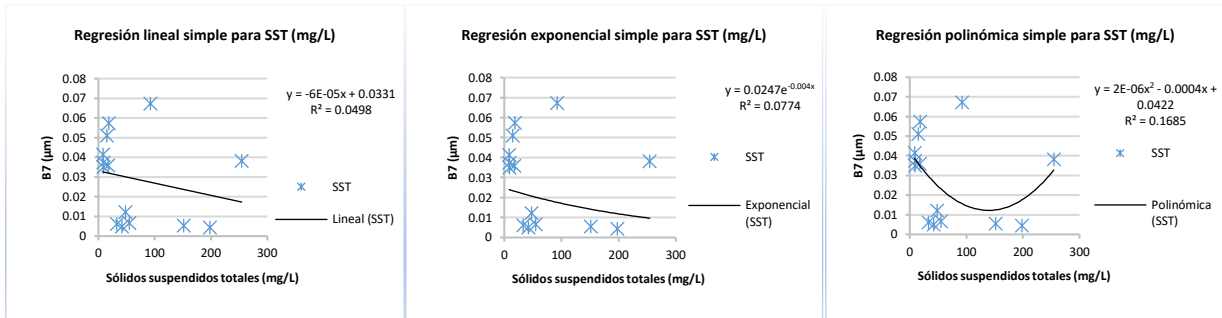
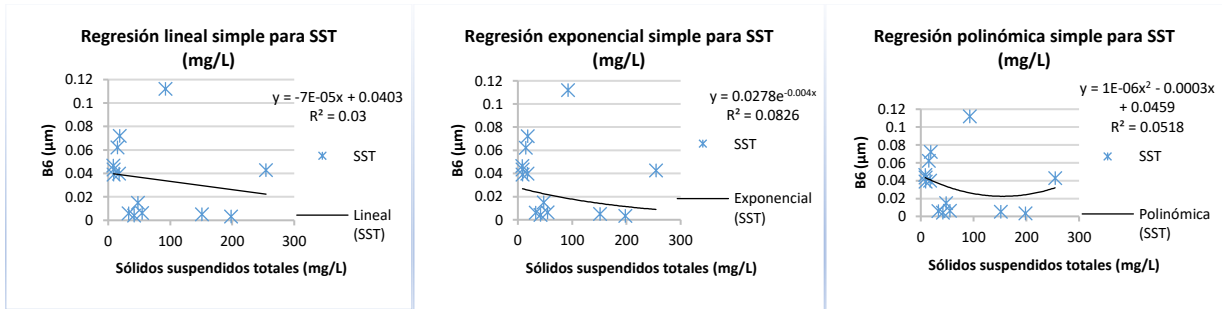
XII.3. Fósforo total



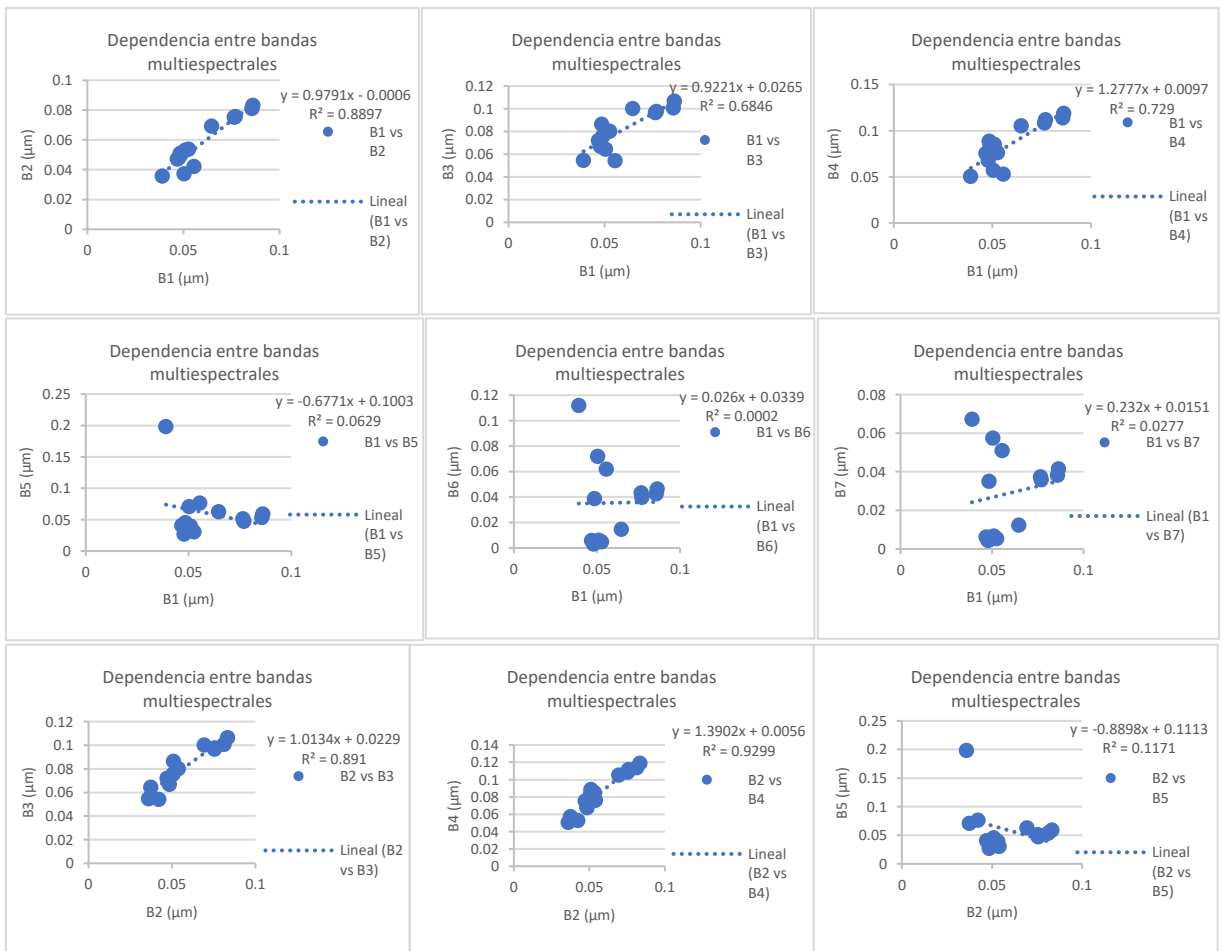


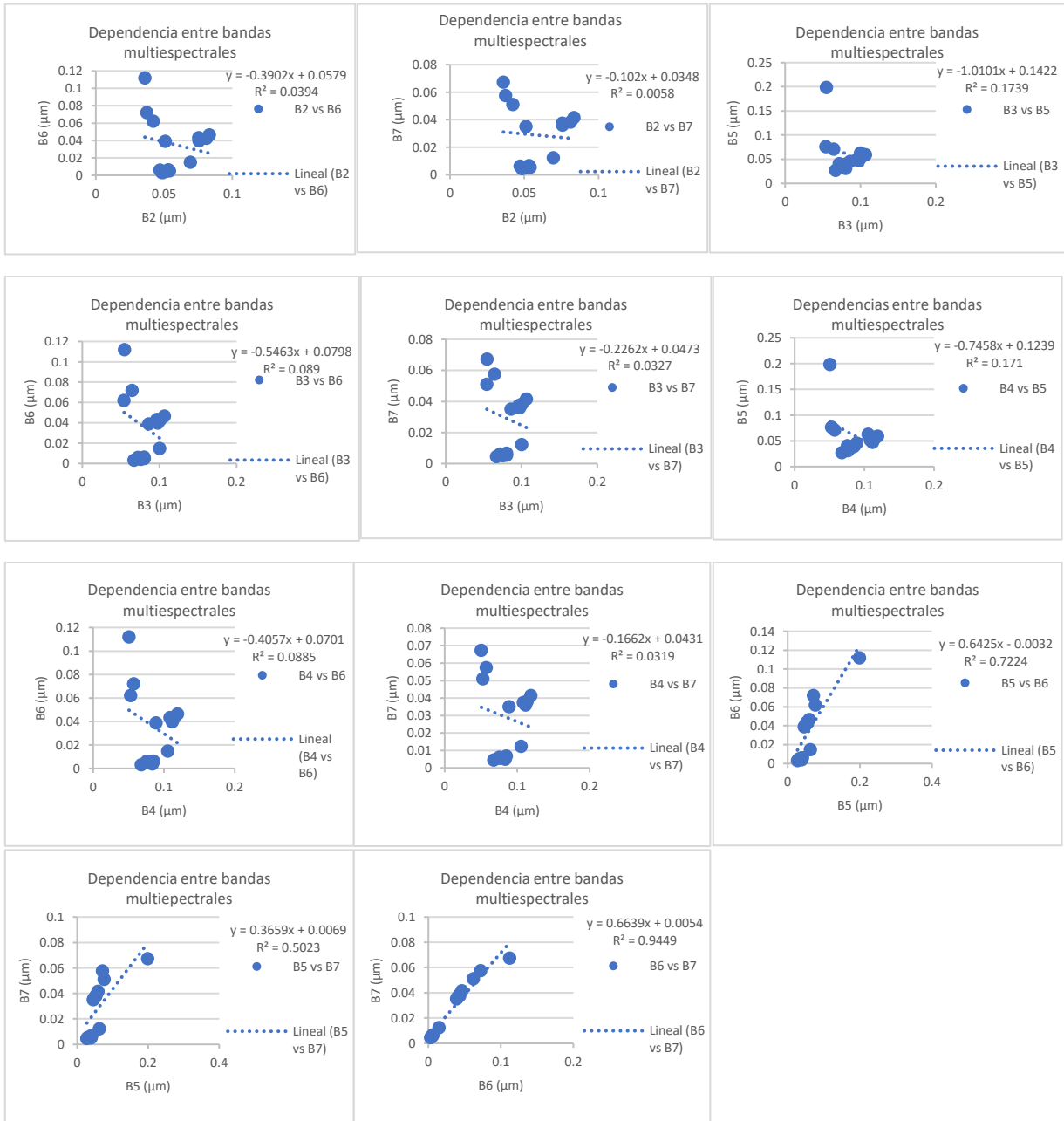
XII.4. Sólidos suspendidos totales





Anexo XIII. Dependencia-Independencia entre bandas multispectrales





Anexo XIV. Validación de los supuestos de regresión lineal múltiple

XIV.1 Análisis del reporte de regresión para el NT

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multispectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión				
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.7984	Intercepto	B3	B6	B3+B7	
R-Cuadrado Ajustado	0.7379	Coeficientes	29.4413	1287.5521	942.9534	-1417.9824
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.8935	Error Estándar	7.7466	359.2124	214.0946	304.2161
Error Estándar Estimado (EEy*)	4.9098	Estadístico t	3.8005	3.5844	4.4044	-4.6611
Observaciones n	14	P-Value	0.0035	0.0050	0.0013	0.0009
		Inferior al 5%	12.1808	487.1770	465.9209	-2095.8180
		Superior al 95%	46.7018	2087.9271	1419.9859	-740.1468

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	3
Grados de Libertad Residual	10
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 10)	3.1693
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 10)	2.2281
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 10)	1.8125

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de variancia

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	954.83	318.28	13.20	0.0008	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 3 y 10)
Residual	241.07	24.11			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 3 y 10)
Total	1195.90				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 3 y 10)
					6.5523
					3.7083
					2.7277

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.005 en la B3, que se encuentra por debajo de 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00					
<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	4.31	-6.25	0.07	0.07	0.0733	-0.0019
<i>Estadístico-D</i>	0.1731	-4.88	0.07	0.14	0.1284	0.0145
<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-3.89	0.07	0.21	0.1834	0.0309
<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-1.34	0.07	0.29	0.3779	-0.0922
<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-1.27	0.07	0.36	0.3840	-0.0268
<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-1.18	0.07	0.43	0.3917	0.0369
		-1.18	0.07	0.50	0.3919	0.1081
		-1.10	0.07	0.57	0.3992	0.1723
Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		0.51	0.07	0.64	0.5474	0.0955
		0.63	0.07	0.71	0.5583	0.1559
		1.23	0.07	0.79	0.6127	0.1731
		2.96	0.07	0.86	0.7542	0.1030
		4.67	0.07	0.93	0.8611	0.0675
		11.08	0.07	1.00	0.9950	0.0050

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad

Matriz de Correlación			Factor de Varianza en la Inflación		
CORRELACIÓN	X2	X3	FIV	X2	X3
X1	-0.298	0.533	X1	1.10	1.40
X2		0.631	X2		1.66

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

	X1	X2	X3
Y	-0.591	0.076	-0.519
X1	1.000	-0.298	0.533
X2		1.000	0.631
X3			1.000

	X1	X2	X3
Y	0.026	0.796	0.057
X1	N/A	0.300	0.050
X2		N/A	0.015
X3			N/A

	X1	X2	X3
Y	-0.640	-0.354	-0.727
X1	N/A	-0.086	0.556
X2		N/A	0.749
X3			N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XIV. 2 Análisis de reporte de regresión para la DQO

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multispectrales en el modelo (con todas las muestras)

R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.7488
R-Cuadrado Ajustado	0.6371
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.8653
Error Estándar Estimado (EEy*)	25.9058
Observaciones n	14

	Intercepto	B1/B6	B7/B4	B2/B1	B2/B3
Coefficientes	-171.4633	6.0521	126.4583	317.5336	-195.3890
Error Estándar	168.8329	2.1502	36.5859	119.1511	107.8430
Estadístico t	-1.0156	2.8146	3.4565	2.6650	-1.8118
P-Value	0.3364	0.0202	0.0072	0.0258	0.0986
Inferior al 5%	-553.3899	1.1880	43.6953	47.9950	-439.3468
Superior al 95%	210.4633	10.9163	209.2213	587.0722	48.5687

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	4
Grados de Libertad Residual	9
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 9)	3.2498
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 9)	2.2622
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 9)	1.8331

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de variancia

Análisis de Varianza						
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis	
Regresión	18000.74	4500.18	6.71	0.0087	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 4 y 9)	6.4221
Residual	6039.98	671.11			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 4 y 9)	3.6331
Total	24040.71				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 4 y 9)	2.6927

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de la mayoría de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que, únicamente el p-value de la B2/B3 es de 0.0986, es decir se encuentra por debajo de 0.05. Sin embargo en el análisis de variancia (ANOVA) si se cumple el supuesto de significancia menor a 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
	<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00				
	<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	21.55	-41.71	0.07	0.07	0.0265
	<i>Estadístico-D</i>	0.0846	-25.31	0.07	0.14	0.1202
	<i>D Crítico al 1%</i>	0.2070	-21.29	0.07	0.21	0.1616
	<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-18.05	0.07	0.29	0.2011
	<i>D Crítico al 10%</i>	0.2610	-8.03	0.07	0.36	0.3548
	<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-4.01	0.07	0.43	0.4262
			-0.54	0.07	0.50	0.4900
			0.56	0.07	0.57	0.5104
	Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		8.11	0.07	0.64	-0.0038
			10.10	0.07	0.71	0.0339
			17.49	0.07	0.79	-0.0057
			22.09	0.07	0.86	0.0099
			29.13	0.07	0.93	0.0168
			31.45	0.07	1.00	0.0723

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad

Matriz de Correlación				Factor de Varianza en la Inflación			
CORRELACIÓN	X2	X3	X4	FIV	X2	X3	X4
X1	-0.684	0.501	-0.139	X1	1.88	1.34	1.02
X2		-0.784	-0.123	X2		2.60	1.02
X3			-0.046	X3			1.00

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)					Probabilidad Valor por Pearson's R					La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)				
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
Y	0.283	0.191	0.161	-0.612	Y	0.327	0.513	0.582	0.020	Y	0.209	-0.235	0.371	-0.600
X1	1.000	-0.684	0.501	-0.139	X1	N/A	0.007	0.068	0.635	X1	N/A	-0.987	0.622	0.108
X2		1.000	-0.784	-0.123	X2		N/A	0.001	0.675	X2		N/A	-0.648	-0.073
X3			1.000	-0.046	X3			N/A	0.876	X3			N/A	-0.213
X4				1.000	X4				N/A	X4				N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XIV. 3 Análisis de reporte de regresión para el PT

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión			
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.8155	Intercepto	B5/B4	B5/B6	
R-Cuadrado Ajustado	0.7819	Coefficientes	1.3383	0.1405	0.0472
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9030	Error Estándar	0.0480	0.0267	0.0080
Error Estándar Estimado (EEy*)	0.0865	Estadístico t	27.8629	5.2633	5.9301
Observaciones n	14	P-Value	0.0000	0.0003	0.0001
		Inferior al 5%	1.2326	0.0818	0.0297

Superior al 95%	1.4440	0.1993	0.0647
-----------------	--------	--------	--------

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	2
Grados de Libertad Residual	11
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 11)	3.1058
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 11)	2.2010
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 11)	1.7959

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de variancia

Análisis de Varianza				
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value
Regresión	0.36	0.18	24.31	0.0001
Residual	0.08	0.01		
Total	0.45			

Pruebas de Hipótesis		
Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 2 y 11)		7.2057
Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 2 y 11)		3.9823
Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 2 y 11)		2.8595

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0003 en la B5/B4, que se encuentra por debajo de 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00					
<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	13.05	-15.76	0.07	0.07	0.1135	-0.0421
<i>Estadístico-D</i>	0.2331	-13.85	0.07	0.14	0.1442	-0.0013
<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-10.00	0.07	0.21	0.2217	-0.0074
<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-10.00	0.07	0.29	0.2218	0.0639
<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-8.27	0.07	0.36	0.2632	0.0940
<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-7.22	0.07	0.43	0.2900	0.1385
		-6.28	0.07	0.50	0.3151	0.1849

Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 10% nivel alfa	-5.44	0.07	0.57	0.3384	0.2331
	-1.52	0.07	0.64	0.4536	0.1893
	8.12	0.07	0.71	0.7331	-0.0188
	10.73	0.07	0.79	0.7947	-0.0090
	16.40	0.07	0.86	0.8956	-0.0385
	20.34	0.07	0.93	0.9405	-0.0119
	22.74	0.07	1.00	0.9593	0.0407

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multiespectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN	X2	FIV	X2
X1	0.9017	X1	6.31

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)			Probabilidad Valor por Pearson's R			La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)		
	X1	X2		X1	X2		X1	X2
Y	0.570	0.292	Y	0.033	0.311	Y	-0.314	-0.314
X1	1.000	0.917	X1	N/A	0.000	X1	N/A	1.000
X2		1.000	X2		N/A	X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XIV. 4 Análisis de reporte de regresión para los SST

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión			
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.6722	Intercepto	B7/B4	B7/B5	
R-Cuadrado Ajustado	0.6126	Coefficientes	1.9952	0.3526	-1.2116
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.8199	Error Estándar	0.1234	0.1805	0.2556
Error Estándar Estimado (EEy*)	0.2361	Estadístico t	16.1706	1.9540	-4.7408
Observaciones n	14	P-Value	0.0000	0.0766	0.0006
		Inferior al 5%	1.7236	-0.0446	-1.7742
		Superior al 95%	2.2668	0.7498	-0.6491

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	2
Grados de Libertad Residual	11
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 11)	3.1058
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 11)	2.2010
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 11)	1.7959

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de variancia

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	1.26	0.63	11.28	0.0022	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 2 y 11)
Residual	0.61	0.06			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 2 y 11)
Total	1.87				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 2 y 11)
					7.2057
					3.9823
					2.8595

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar

únicamente la media ya que a pesar de que el p-value máximo es de 0.0766 en la B7/B4, que se encuentra por encima de 0.05 sin embargo está en un intervalo de confianza (90%).

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00					
<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	0.22	-0.32	0.07	0.07	0.0694	0.0020
<i>Estadístico-D</i>	0.2054	-0.24	0.07	0.14	0.1381	0.0048
<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-0.15	0.07	0.21	0.2491	-0.0348
<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-0.12	0.07	0.29	0.2932	-0.0074
<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-0.09	0.07	0.36	0.3439	0.0133
<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-0.08	0.07	0.43	0.3596	0.0690
		-0.06	0.07	0.50	0.3854	0.1146
		-0.02	0.07	0.57	0.4707	0.1008
Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		-0.01	0.07	0.64	0.4737	0.1691
		0.02	0.07	0.71	0.5361	0.1781
		0.04	0.07	0.79	0.5804	0.2054
		0.16	0.07	0.86	0.7736	0.0835
		0.38	0.07	0.93	0.9584	-0.0298
		0.48	0.07	1.00	0.9863	0.0137

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multiespectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN	X2	FIV	X2
X1	0.466	X1	1.28

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)		
	X1	X2
Y	-0.050	-0.747
X1	1.000	0.466
X2		1.000

Probabilidad Valor por Pearson's R		
	X1	X2
Y	0.866	0.002
X1	N/A	0.093
X2		N/A

La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)		
	X1	X2
Y	-0.380	-0.657
X1	N/A	0.741
X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Anexo XV. Validación de los supuestos de regresión exponencial múltiple

XV.1 Análisis de reporte de regresión para el NT

Características del modelo exponencial (con todas las muestras)

Historial de iteraciones

Número de iteración	Residual de sumas de cuadrados	Parámetros			
		β_0	β_1	β_2	β_3
1.0	239.089	-7.36	-1.300	1.262	-7.22
1.1	200.332	-3.882	-2.262	.911	-.564
2.0	200.332	-3.882	-2.262	.911	-.564
2.1	199.059	-4.041	-2.300	.979	-.616
3.0	199.059	-4.041	-2.300	.979	-.616
3.1	199.024	-4.177	-2.341	.961	-.607
4.0	199.024	-4.177	-2.341	.961	-.607
4.1	199.022	-4.176	-2.340	.965	-.609
5.0	199.022	-4.176	-2.340	.965	-.609
5.1	199.022	-4.180	-2.341	.964	-.609
6.0	199.022	-4.180	-2.341	.964	-.609

Parámetros estimados

Parámetros	Estimado	Error estándar	95% intervalo de confianza	
			Lower Bound	Upper Bound
β_0	-4.180	3.518	-12.020	3.659
β_1	-2.341	1.028	-4.632	-.051
β_2	.964	.459	-.060	1.987
β_3	-.609	.263	-1.196	-.022

Correlación de parámetros estimados

	β_0	β_1	β_2	β_3
β_0	1.000	.996	.612	-.357
β_1	.996	1.000	.615	-.381
β_2	.612	.615	1.000	-.933
β_3	-.357	-.381	-.933	1.000

6.1	199.022	-4.180	-2.341	.964	-.609
7.0	199.022	-4.180	-2.341	.964	-.609
7.1	199.022	-4.180	-2.341	.964	-.609

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	2789.058	4	697.264
Residual	199.022	10	19.902
Uncorrected Total	2988.080	14	
Corrected Total	1195.897	13	

Variable dependiente: NT

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .834.

Fuente: Elaboración propia con base en IBM SPSS Statistics, 2019.

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales (linealización del modelo)

Estadísticas de Regresión	
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.834
R-Cuadrado Ajustado	0.7842
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9132
Error Estándar Estimado (EEy*)	0.3297
Observaciones n	14

Resultados de la Regresión				
	Intercepto	LN_B1	LN_B5	LN_B7
Coefficientes	-0.7361	-1.3003	1.2616	-0.7225
Error Estándar	1.6048	0.4664	0.3430	0.1668
Estadístico t	-0.4587	-2.7879	3.6785	-4.3305
P-Value	0.6563	0.0192	0.0043	0.0015
Inferior al 5%	-4.3118	-2.3396	0.4974	-1.0942
Superior al 95%	2.8397	-0.2611	2.0257	-0.3507

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	3
Grados de Libertad Residual	10
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 10)	3.1693
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 10)	2.2281
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 10)	1.8125

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de variancia

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	7.47	2.49	22.90	0.0001	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 3 y 10) 6.5523
Residual	1.09	0.11			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 3 y 10) 3.7083
Total	8.56				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 3 y 10) 2.7277

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0256 en la B2, que se encuentra por debajo de 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados							
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E	
	<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00					
	<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	0.08	-0.15	0.07	0.07	0.0323	0.0391
	<i>Estadístico-D</i>	0.1232	-0.09	0.07	0.14	0.1251	0.0178
	<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-0.09	0.07	0.21	0.1346	0.0797
	<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-0.08	0.07	0.29	0.1625	0.1232
	<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-0.02	0.07	0.36	0.3915	-0.0343
	<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-0.02	0.07	0.43	0.3997	0.0289
			0.02	0.07	0.50	0.5748	-0.0748
			0.02	0.07	0.57	0.5964	-0.0250
	Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		0.03	0.07	0.64	0.6268	0.0161
			0.03	0.07	0.71	0.6651	0.0492
			0.05	0.07	0.79	0.7255	0.0602
			0.07	0.07	0.86	0.7991	0.0580
			0.12	0.07	0.93	0.9273	0.0013
			0.12	0.07	1.00	0.9382	0.0618

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multispectrales)

Matriz de Correlación			Factor de Varianza en la Inflación		
CORRELACIÓN	X2	X3	FIV	X2	X3
X1	-0.126	0.321	X1	1.02	1.12
X2		0.740	X2		2.21

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)				Probabilidad Valor por Pearson's R				La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)			
	X1	X2	X3	Y	X1	X2	X3	Y	X1	X2	X3
Y	-0.796	0.116	-0.500	Y	0.001	0.692	0.068	Y	-0.763	-0.244	-0.358
X1	1.000	-0.126	0.321	X1	N/A	0.668	0.263	X1	N/A	0.222	0.262
X2		1.000	0.740	X2		N/A	0.002	X2		N/A	0.921
X3			1.000	X3			N/A	X3			N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XV.2 Análisis de reporte de regresión para la DQO

Características del modelo exponencial (con todas las muestras)

Historial de iteraciones

Número de iteración	Residual de sumas de cuadrados	Parámetros			
		β_0	β_1	β_2	β_3
1.0	3665.008	4.128	1.113	-2.816	-.592
1.1	3527.542	4.358	1.038	-2.360	-.532
2.0	3527.542	4.358	1.038	-2.360	-.532
2.1	3525.956	4.337	1.045	-2.406	-.537
3.0	3525.956	4.337	1.045	-2.406	-.537
3.1	3525.954	4.338	1.045	-2.404	-.537
4.0	3525.954	4.338	1.045	-2.404	-.537

Parámetros		Error estándar	95% intervalo de confianza	
			Lower Bound	Upper Bound
β_0	4.338	.470	3.291	5.385
β_1	1.045	.173	.660	1.430
β_2	-2.404	.905	-4.419	-.388
β_3	-.537	.109	-.779	-.294

4.1	3525.954	4.338	1.045	-2.404	-537
-----	----------	-------	-------	--------	------

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	107100.546	4	26775.137
Residual	3525.954	10	352.595
Uncorrected Total	110626.500	14	
Corrected Total	24040.714	13	

Variable dependiente: DQO

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .853.

Parámetros estimados

Correlación de parámetros estimados				
	β_0	β_1	β_2	β_3
β_0	1.000	.153	.867	.163
β_1	.153	1.000	-.023	-.875
β_2	.867	-.023	1.000	.116
β_3	-.537	.109	A3	.163

Fuente: Elaboración propia con base en IBM SPSS Statistics, 2019.

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales (linealización del modelo).

Estadísticas de Regresión

R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.853
R-Cuadrado Ajustado	0.8089
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9235
Error Estándar Estimado (EEy*)	0.2785
Observaciones n	14

Resultados de la Regresión

	Intercepto	LN_B5	LN_(B2/B3)	LN_B7
Coefficientes	4.1280	1.1131	-2.8156	-0.5916
Error Estándar	0.5813	0.2457	0.7653	0.1156
Estadístico t	7.1008	4.5293	-3.6791	-5.1170
P-Value	0.0000	0.0011	0.0043	0.0005
Inferior al 5%	2.8327	0.5655	-4.5207	-0.8492
Superior al 95%	5.4233	1.6606	-1.1104	-0.3340

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	3
Grados de Libertad Residual	10
Grados Totales de Libertad	13

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 10)	3.1693
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 10)	2.2281
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 10)	1.8125

Análisis de variancia

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	4.44	1.48	19.08	0.0002	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 3 y 10) 6.5523
Residual	0.78	0.08			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 3 y 10) 3.7083
Total	5.22				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 3 y 10) 2.7277

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.004 en el LN B2/B3 que se encuentra por debajo de 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados							
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E	
	<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00					
	<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	0.24	-0.38	0.07	0.07	0.0612	0.0102
	<i>Estadístico-D</i>	0.1989	-0.24	0.07	0.14	0.1584	-0.0155
	<i>D Crítico al 1%</i>	0.2070	-0.16	0.07	0.21	0.2625	-0.0482
	<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-0.15	0.07	0.29	0.2664	0.0193
	<i>D Crítico al 10%</i>	0.2610	-0.14	0.07	0.36	0.2770	0.0801
	<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-0.10	0.07	0.43	0.3466	0.0820
			-0.08	0.07	0.50	0.3716	0.1284
			-0.07	0.07	0.57	0.3892	0.1822
	Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		-0.03	0.07	0.64	0.4439	0.1989
			0.04	0.07	0.71	0.5698	0.1445
			0.21	0.07	0.79	0.8015	-0.0158
			0.23	0.07	0.86	0.8269	0.0302
			0.39	0.07	0.93	0.9446	-0.0160
			0.48	0.07	1.00	0.9763	0.0237

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multispectrales)

Matriz de Correlación			Factor de Varianza en la Inflación		
CORRELACIÓN	X2	X3	FIV	X2	X3
X1	-0.044	0.740	X1	1.00	2.21
X2		0.166	X2		1.03

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)			Probabilidad Valor por Pearson's R			La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)					
	X1	X2	X3		X1	X2	X3		X1	X2	X3
Y	0.150	-0.669	-0.421	Y	0.608	0.009	0.134	Y	-0.191	-0.600	-0.319
X1	1.000	-0.044	0.740	X1	N/A	0.882	0.002	X1	N/A	0.095	0.921
X2		1.000	0.166	X2		N/A	0.570	X2		N/A	0.112
X3			1.000	X3			N/A	X3			N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XV.3 Análisis de reporte de regresión para el PT

Características del modelo exponencial (con todas las muestras)

Historial de iteraciones

Número de iteración	Residual de sumas de cuadrados	Parámetros		
		β_0	β_1	β_2
1.0	19412.041	5.225	.206	.081
1.1	2541.671	5.258	.818	-.283
2.0	2541.671	5.258	.818	-.283
2.1	1332.590	5.400	1.190	-.489
3.0	1332.590	5.400	1.190	-.489

Parámetros	Estimado	Error estándar	95% intervalo de confianza	
			Lower Bound	Upper Bound
β_0	5.441	.250	4.891	5.991
β_1	1.278	.198	.843	1.713
β_2	-.536	.100	-.757	-.315

Correlación de parámetros estimados

3.1	1302.319	5.438	1.272	-533
4.0	1302.319	5.438	1.272	-533
4.1	1302.185	5.441	1.278	-536
5.0	1302.185	5.441	1.278	-536
5.1	1302.185	5.441	1.278	-536
6.0	1302.185	5.441	1.278	-536
6.1	1302.185	5.441	1.278	-536

	β_0	β_1	β_2
β_0	1.000	.704	-.360
β_1	.704	1.000	-.909
β_2	-.360	-.909	1.000

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	36037.258	3	12012.419
Residual	1302.185	11	118.380
Uncorrected Total	37339.443	14	
Corrected Total	6531.370	13	

Variable dependiente PT

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .801.

Fuente: Elaboración propia con base en IBM SPSS Statistics, 2019.

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales (linealización del modelo)

Estadísticas de Regresión	
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.801
R-Cuadrado Ajustado	0.7672
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.8961
Error Estándar Estimado (EEy*)	0.2213
Observaciones n	14

Resultados de la Regresión			
	Intercepto	LN_B5	LN_B6
Coefficientes	5.2254	1.1377	-0.4845
Error Estándar	0.4118	0.2060	0.0813
Estadístico t	12.6903	5.5229	-5.9554
P-Value	0.0000	0.0002	0.0001
Inferior al 5%	4.3191	0.6843	-0.6635
Superior al 95%	6.1317	1.5911	-0.3054

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	2
Grados de Libertad Residual	11
Grados Totales de Libertad	13

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 11)	3.1058
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 11)	2.2010
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 11)	1.7959

Análisis de variancia

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	1.83	0.91	18.65	0.0003	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 2 y 11) 7.2057
Residual	0.54	0.05			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 2 y 11) 3.9823
Total	2.37				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 2 y 11) 2.8595

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.002 en el LN B5 que se encuentra por debajo de 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
	<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00				
	<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	0.20	-0.59	0.07	0.07	0.0694
	<i>Estadístico-D</i>	0.1663	-0.14	0.07	0.14	-0.0986
	<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-0.12	0.07	0.21	-0.0682
	<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-0.11	0.07	0.29	-0.0066
	<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-0.01	0.07	0.36	-0.1297
	<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		0.00	0.07	0.43	-0.0643
			0.00	0.07	0.50	-0.0037
			0.05	0.07	0.57	-0.0240
	Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		0.11	0.07	0.64	-0.0594
			0.12	0.07	0.71	-0.0011
			0.15	0.07	0.79	0.0222
			0.16	0.07	0.86	0.0783
			0.19	0.07	0.93	0.1007
			0.20	0.07	1.00	0.1663

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multispectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN X1	X2 0.787	FIV X1	X2 2.63

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)			Probabilidad Valor por Pearson's R			La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)		
	X1	X2		X1	X2		X1	X2
Y	0.195	-0.375	Y	0.505	0.186	Y	-0.2132	-0.2835
X1	1.000	0.787	X1	N/A	0.001	X1	N/A	0.9165
X2		1.000	X2		N/A	X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XV.4 Análisis de reporte de regresión para los SST

Características del modelo exponencial (con todas las muestras)

Historial de iteraciones								Parámetros estimados			
Número de iteración	Residual de suma de cuadrados	Parámetros						Estimado	Error estándar	95% intervalo de confianza	
		β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5			Lower Bound	Upper Bound
1.0	5918.270	1.966	-1.899	4.245	-2.597	-4.145	7.218				
1.1	1772.248	-1.238	-3.276	4.49	-2.819	1.244	3.125				
2.0	1772.248	-1.238	-3.276	4.49	-2.819	1.244	3.125				
2.1	1433.618	-0.94	-3.578	5.537	-3.289	2.457	2.748				
3.0	1433.618	-0.94	-3.578	5.537	-3.289	2.457	2.748				
3.1	1346.837	-0.455	-3.716	6.184	-3.562	3.567	2.44				
4.0	1346.837	-0.455	-3.716	6.184	-3.562	3.567	2.44				
4.1	1320.992	-0.192	-3.809	6.591	-3.737	4.219	2.247				
5.0	1320.992	-0.192	-3.809	6.591	-3.737	4.219	2.247				
5.1	1314.694	-0.064	-3.86	6.806	-3.83	4.555	2.144				

Parámetros	Estimado	Error estándar	95% intervalo de confianza	
			Lower Bound	Upper Bound
β_0	0.041	1.709	-3.901	3.983
β_1	-3.905	0.581	-5.245	-2.566
β_2	6.993	1.48	3.581	10.405
β_3	-3.911	0.656	-5.423	-2.399
β_4	4.841	2.29	-0.44	10.121
β_5	2.054	1.617	-1.674	5.782

Correlación de parámetros estimados						
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5

6.0	1314.694	-0.064	-3.86	6.806	-3.83	4.555	2.144
6.1	1313.349	-0.005	-3.885	6.91	-3.875	4.714	2.094
7.0	1313.349	-0.005	-3.885	6.91	-3.875	4.714	2.094
7.1	1313.082	0.021	-3.896	6.957	-3.895	4.786	2.072
8.0	1313.082	0.021	-3.896	6.957	-3.895	4.786	2.072
8.1	1313.031	0.032	-3.901	6.977	-3.904	4.817	2.062
9.0	1313.031	0.032	-3.901	6.977	-3.904	4.817	2.062
9.1	1313.021	0.037	-3.904	6.986	-3.908	4.831	2.057
10.0	1313.021	0.037	-3.904	6.986	-3.908	4.831	2.057
10.1	1313.019	0.039	-3.905	6.99	-3.91	4.837	2.056
11.0	1313.019	0.039	-3.905	6.99	-3.91	4.837	2.056
11.1	1313.019	0.04	-3.905	6.992	-3.911	4.839	2.055
12.0	1313.019	0.04	-3.905	6.992	-3.911	4.839	2.055
12.1	1313.019	0.041	-3.905	6.993	-3.911	4.84	2.054
13.0	1313.019	0.041	-3.905	6.993	-3.911	4.84	2.054
13.1	1313.019	0.041	-3.905	6.993	-3.911	4.841	2.054

β_0	1	0.417	0.34	-0.245	0.34	0.334
β_1	0.417	1	-0.682	0.733	-0.615	0.662
β_2	0.34	-0.682	1	-0.99	0.841	-0.455
β_3	-0.245	0.733	-0.99	1	-0.811	0.468
β_4	0.34	-0.615	0.841	-0.811	1	-0.616
β_5	0.334	0.662	-0.455	0.468	-0.616	1

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	81220.521	6	13536.754
Residual	1313.019	8	164.127
Uncorrected Total	82533.540	14	
Corrected Total	40490.980	13	

Variable dependiente: SST

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .968.

Fuente: Elaboración propia con base en IBM SPSS Statistics, 2019.

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales (linealización del modelo).

Estadísticas de Regresión	
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.968
R-Cuadrado Ajustado	0.9318
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9838
Error Estándar Estimado (EEy*)	0.2482
Observaciones n	14

Resultados de la Regresión						
	Intercepto	LN_B4	LN_(B3+B5)	LN_(B5+B7)	LN(B2/B3)	LN_(B2/B4)
Coefficientes	1.9658	-1.8986	4.2446	-2.5972	-4.1447	7.2184
Error Estándar	1.3986	0.5169	0.6813	0.2934	1.7601	2.0536
Estadístico t	1.4055	-3.6733	6.2305	-8.8533	-2.3548	3.5150
P-Value	0.1975	0.0063	0.0003	0.0000	0.0463	0.0079
Inferior al 5%	-1.2594	-3.0906	2.6736	-3.2737	-8.2034	2.4828
Superior al 95%	5.1910	-0.7067	5.8155	-1.9207	-0.0859	11.9540

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión
Grados de Libertad Residual
Grados Totales de Libertad

Pruebas de Hipótesis

5 Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 8) 3.3554
8 Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 8) 2.3060
13 Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 8) 1.8595

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019

Análisis de variancia

Análisis de Varianza						
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis	
Regresión	9.42	1.88	30.60	0.0001	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 5 y 8)	6.6318
Residual	0.49	0.06			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 5 y 8)	3.6875
Total	9.92				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 5 y 8)	2.7264

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0463 en el LN B2/B3 que se encuentra por debajo de 0.05.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
	<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00				
	<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	0.19	-0.39	0.07	0.07	0.0500
	<i>Estadístico-D</i>	0.1533	-0.26	0.07	0.14	0.0515
	<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-0.24	0.07	0.21	0.1015
	<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-0.10	0.07	0.29	-0.0093
	<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-0.02	0.07	0.36	-0.1080
	<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		0.02	0.07	0.43	-0.1067
			0.03	0.07	0.50	-0.0535
			0.03	0.07	0.57	0.0016
	Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		0.09	0.07	0.64	-0.0385
			0.09	0.07	0.71	0.0316
			0.10	0.07	0.79	0.0878
			0.10	0.07	0.86	0.1533
			0.19	0.07	0.93	0.0971
			0.36	0.07	1.00	0.0331

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multiespectrales)

Matriz de Correlación					Factor de Varianza en la Inflación				
CORRELACIÓN	X2	X3	X4	X5	FIV	X2	X3	X4	X5
X1	0.014	-0.252	0.461	-0.242	X1	1.00	1.07	1.27	1.06
X2		0.872	0.120	0.212	X2		4.18	1.01	1.05
X3			0.046	0.318	X3			1.00	1.11
X4				0.668	X4				1.81

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)					Probabilidad Valor por Pearson's R					La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)							
	X1	X2	X3	X4	X5	Y	X1	X2	X3	X4	X5	Y	X1	X2	X3	X4	X5
Y	-0.582	-0.260	-0.350	-0.268	0.213	Y	0.029	0.369	0.220	0.355	0.465	Y	-0.635	-0.398	-0.402	-0.226	0.297
X1	1.000	0.014	-0.252	0.461	-0.242	X1	N/A	0.962	0.386	0.097	0.405	X1	N/A	0.385	-0.064	0.574	-0.165
X2		1.000	0.872	0.120	0.212	X2		N/A	0.000	0.683	0.467	X2		N/A	0.758	0.292	0.138
X3			1.000	0.046	0.318	X3			N/A	0.875	0.268	X3			N/A	0.099	0.262
X4				1.000	0.668	X4				N/A	0.009	X4				N/A	0.635
X5					1.000	X5					N/A	X5					N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Anexo XVI. Validación de los supuestos de regresión polinómica múltiple

XVI.1 Análisis de reporte de regresión para el NT

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión					
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.7963	Intercepto	B7/B1	B5/B4	(B7/B1)^2	B5/B4^2	(B7/B1)*(B5/B4)

R-Cuadrado Ajustado	0.7352	Coefficientes	6.2213	-40.1587	28.6002	69.3105	19.8178	-77.9205
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.8923	Error Estándar	11.2274	18.9375	20.5550	46.0136	20.3340	74.2039
Error Estándar Estimado (EEy*)	5.5186	Estadístico t	0.5541	-2.1206	1.3914	1.5063	0.9746	-1.0501
Observaciones n	14	P-Value	0.5946	0.0668	0.0202	0.0942	0.0358	0.0324
		Inferior al 5%	-19.6692	-83.8287	-18.7996	-36.7970	-27.0725	-249.0351
		Superior al 95%	32.1119	3.5113	76.0000	175.4181	66.7080	93.1941

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	5
Grados de Libertad Residual	8
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 8)	3.3554
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 8)	2.3060
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 8)	1.8595

Estadísticos descriptivos:

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Y	14	0	14	2.800	33.000	11.314	9.591
X1	14	0	14	0.094	1.726	0.511	0.480
X2	14	0	14	0.400	3.923	0.846	0.941

Fuente: Elaboración propia con base en XLSTAT, 2019.

Estadísticos ANOVA

Análisis de Varianza				
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value
Regresión	952.26	190.45	6.25	0.0119
Residual	243.64	30.46		
Total	1195.90			

Pruebas de Hipótesis

Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 5 y 8)	6.6318
Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 5 y 8)	3.6875
Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 5 y 8)	2.7264

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar

únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0942 en la $((B7/B1)^2)$ que se encuentra encima de 0.05 por lo tanto solo arroja un intervalo de confianza del 90%.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
<i>Error Promedio de la Regresión</i>	0.00					
<i>Desviación Estándar de los Errores</i>	5.06	-6.14	0.07	0.07	0.1124	-0.0410
<i>Estadístico-D</i>	0.1710	-5.07	0.07	0.14	0.1578	-0.0150
<i>D Crítico al1%</i>	0.2070	-3.92	0.07	0.21	0.2192	-0.0049
<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-3.73	0.07	0.29	0.2301	0.0556
<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-3.02	0.07	0.36	0.2750	0.0821
<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>		-2.64	0.07	0.43	0.3009	0.1276
		-2.24	0.07	0.50	0.3290	0.1710
		-0.84	0.07	0.57	0.4339	0.1375
Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		0.10	0.07	0.64	0.5080	0.1348
		1.78	0.07	0.71	0.6379	0.0764
		3.63	0.07	0.79	0.7637	0.0220
		4.11	0.07	0.86	0.7918	0.0653
		5.60	0.07	0.93	0.8659	0.0627
		12.38	0.07	1.00	0.9928	0.0072

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multiespectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN	X2	FIV	X2
X1	0.866	X1	4.01

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)		
	X1	X2
Y	0.184	0.574
X1	1.000	0.866
X2		1.000

Probabilidad Valor por Pearson's R		
	X1	X2
Y	0.529	0.032
X1	N/A	0.000
X2		N/A

La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)		
	X1	X2
Y	-0.314	0.051
X1	N/A	0.785
X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XVI.2 Análisis de reporte de regresión para la DQO

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multispectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión						
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.8807	Intercepto	B3/B1	B3/B5	(B3/B1) ^2	(B3/B5)^2	(B3/B1)* (B3/B5)	
R-Cuadrado Ajustado	0.8590	-						
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9385	Coeficientes	302.9207	834.4960	-365.1586	-340.3289	34.6560	165.5876
Error Estándar Estimado (EEy*)	18.9318	Error Estándar	220.5547	378.5223	99.9101	169.1271	13.4851	81.4108
Observaciones n	14	Estadístico t	-1.3734	2.2046	-3.6549	-2.0123	2.5699	2.0340
		P-Value	0.2069	0.0586	0.0064	0.0790	0.0331	0.0764
		-						
		Inferior al 5%	811.5209	-38.3779	-595.5518	-730.3367	3.5593	-22.1461
		Superior al 95%	205.6794	1707.3699	-134.7655	49.6788	65.7527	353.3213

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	5
Grados de Libertad Residual	8
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 8)	3.3554
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 8)	2.3060
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 8)	1.8595

Estadísticos descriptivos

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Y	14	0	14	21.000	173.000	78.643	43.003
X1	14	0	14	0.977	1.785	1.395	0.208
X2	14	0	14	0.276	2.607	1.703	0.650

Fuente: Elaboración propia con base en XLSTAT, 2019.

Estadísticos ANOVA

Análisis de Varianza						
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis	
Regresión	21173.40	4234.68	11.82	0.0016	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 5 y 8)	6.6318
Residual	2867.32	358.41			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 5 y 8)	3.6875
Total	24040.71				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 5 y 8)	2.7264

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0790 en la $((B3/B1)^2)$ que se encuentra encima de 0.05 por lo tanto solo arroja un intervalo de confianza del 90%.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
	Error Promedio de la Regresión	0.00				
	Desviación Estándar de los Errores	29.24	-49.69	0.07	0.07	0.0446
	Estadístico-D	0.1696	-26.85	0.07	0.14	-0.0364
	D Crítico al1%	0.2070	-25.70	0.07	0.21	0.1897
	D Crítico al 5%	0.2270	-21.14	0.07	0.29	0.2348
	D Crítico al10%	0.2610	-13.18	0.07	0.36	0.3260
	Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente		-12.98	0.07	0.43	0.3285

Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.	-12.83	0.07	0.50	0.3304	0.1696
	4.57	0.07	0.57	0.5621	0.0093
	9.13	0.07	0.64	0.6226	0.0203
	14.48	0.07	0.71	0.6898	0.0245
	15.11	0.07	0.79	0.6974	0.0883
	16.85	0.07	0.86	0.7178	0.1393
	39.82	0.07	0.93	0.9134	0.0152
	62.42	0.07	1.00	0.9836	0.0164

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multispectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN	X2	FIV	X2
X1	0.377	X1	1.17

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)			Probabilidad Valor por Pearson's R			La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)		
	X1	X2		X1	X2		X1	X2
Y	0.514	-0.291	Y	0.060	0.312	Y	0.644	-0.077
X1	1.000	0.377	X1	N/A	0.184	X1	N/A	0.248
X2		1.000	X2		N/A	X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XVI.3 Análisis de reporte de regresión para el PT

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multispectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión					
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.9412	Intercept o	B5/B2	B6	(B5/B2)^2	B6^2	(B5/B2)*B6

R-Cuadrado Ajustado	0.9236	Coefficientes	12.5164	62.5783	-1604.6175	42.8175	72104.8147	-3701.9934
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9702	Error Estándar	15.4773	18.0687	431.2058	10.5976	16631.4339	909.9920
Error Estándar Estimado (EEy*)	6.9479	Estadístico t	0.8087	3.4634	-3.7212	4.0403	4.3355	-4.0682
Observaciones n	14	P-Value	0.4421	0.0085	0.0059	0.0037	0.0025	0.0036
		Inferior al 5%	-23.1744	20.9119	-2598.9799	18.3795	33752.6594	-5800.4388
		Superior al 95%	48.2072	104.2448	-610.2551	67.2556	110456.9700	-1603.5480

Grados de Libertad

Grados de Libertad para la Regresión	5
Grados de Libertad Residual	8
Grados Totales de Libertad	13

Pruebas de Hipótesis

Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 8)	3.3554
Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 8)	2.3060
Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 8)	1.8595

Estadísticos descriptivos

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Y	14	0	14	23.643	99.762	46.825	22.483
X1	14	0	14	0.560	5.529	1.230	1.307
X2	14	0	14	0.003	0.112	0.035	0.032

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Estadísticos ANOVA

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	6185.28	1237.06	25.63	0.0001	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 5 y 8)
Residual	386.18	48.27			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 5 y 8)
Total	6571.46				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 5 y 8)

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0085 en la (B5/B2).

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
		Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E
Error Promedio de la Regresión	0.00					
Desviación Estándar de los Errores	10.25	-20.51	0.07	0.07	0.0227	0.0487
Estadístico-D	0.1269	-11.69	0.07	0.14	0.1271	0.0158
D Crítico al1%	0.2070	-10.62	0.07	0.21	0.1502	0.0641
D Crítico al 5%	0.2270	-7.59	0.07	0.29	0.2295	0.0562
D Crítico al10%	0.2610	-7.57	0.07	0.36	0.2302	0.1269
Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente		-0.81	0.07	0.43	0.4683	-0.0398
		1.76	0.07	0.50	0.5683	-0.0683
		2.19	0.07	0.57	0.5847	-0.0133
Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.		3.99	0.07	0.64	0.6514	-0.0086
		7.21	0.07	0.71	0.7589	-0.0447
		8.13	0.07	0.79	0.7860	-0.0003
		9.93	0.07	0.86	0.8338	0.0234
		10.24	0.07	0.93	0.8412	0.0874
		15.33	0.07	1.00	0.9326	0.0674

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multiespectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN	X2	FIV	X2
X1	0.808	X1	2.88

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)

	X1	X2
Y	0.597	0.093
X1	1.000	0.808
X2		1.000

Probabilidad Valor por Pearson's R

	X1	X2
Y	0.024	0.752
X1	N/A	0.000
X2		N/A

La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)

	X1	X2
Y	0.218	-0.279
X1	N/A	0.560
X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

XVI.4 Análisis de reporte de regresión para los SST

Estadísticas de los resultados de significancia de las bandas multiespectrales en el modelo (con todas las muestras)

Estadísticas de Regresión		Resultados de la Regresión						
R-Cuadrado (Coeficiente de Determinación)	0.9884	Intercepto	B3	B3/B5	B3^2	(B3/B5)^2	B3*(B3/B5)	
R-Cuadrado Ajustado	0.9862	Coeficientes	-77.4204	1717.2632	48.8177	48442.7140	133.4247	-5998.0739
R-Múltiple (Coeficiente de Correlación Múltiple)	0.9942	Error Estándar	102.3915	2690.8969	29.9711	14488.4062	8.8718	567.7697
Error Estándar Estimado (EEy*)	7.6683	Estadístico t	-0.7561	0.6382	1.6288	3.3436	15.0392	-10.5643
Observaciones n	14	P-Value	0.4713	0.0941	0.0142	0.0102	0.0000	0.0000
			-					
		Inferior al 5%	313.5355	-4487.9562	-20.2957	15032.3894	112.9663	-7307.3531
		Superior al 95%	158.6948	7922.4826	117.9311	81853.0385	153.8831	-4688.7946
Grados de Libertad		Pruebas de Hipótesis						
Grados de Libertad para la Regresión	5	Estadístico t Crítico (99% de confianza con df de 8)					3.3554	
Grados de Libertad Residual	8	Estadístico t Crítico (95% de confianza con df de 8)					2.3060	
Grados Totales de Libertad	13	Estadístico t Crítico (90% de confianza con df de 8)					1.8595	

Estadísticos descriptivos

Variable	Observaciones	Obs. con datos perdidos	Obs. sin datos perdidos	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típica
Y	14	0	14	11.000	198.000	54.800	55.809
X1	14	0	14	0.054	0.107	0.081	0.017
X2	14	0	14	0.276	2.607	1.703	0.650

Fuente: Elaboración propia con base en XLSTAT, 2019.

Estadísticos ANOVA

Análisis de Varianza					
	Suma de Cuadrados	Suma del Promedio de Cuadrados	Estadístico F	P-Value	Pruebas de Hipótesis
Regresión	40020.55	8004.11	136.12	0.0000	Estadístico F Crítico (99% de confianza con df de 5 y 8) 6.6318
Residual	470.43	58.80			Estadístico F Crítico (95% de confianza con df de 5 y 8) 3.6875
Total	40490.98				Estadístico F Crítico (90% de confianza con df de 5 y 8) 2.7264

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Interpretación: Dado el valor p-value asociado al estadístico F calculado en la tabla ANOVA, y dado el nivel de significación del 5% de las variables independientes de manera individual, la información aportada por las variables explicativas es significativamente mejor que la que podría aportar únicamente la media ya que el p-value máximo es de 0.0941 en la B3 que se encuentra encima de 0.05 por lo tanto solo arroja un intervalo de confianza del 90%.

Normalidad y esfericidad

Prueba de Resultados						
	Errores	Frecuencia Relativa	Observado	Esperado	O-E	
Error Promedio de la Regresión	0.00					
Desviación Estándar de los Errores	38.14	-48.79	0.07	0.07	-0.0290	
Estadístico-D	0.1544	-42.01	0.07	0.14	0.0075	
D Crítico al1%	0.2070	-38.59	0.07	0.21	0.0584	

	<i>D Crítico al 5%</i>	0.2270	-28.02	0.07	0.29	0.2313	0.0545
	<i>D Crítico al10%</i>	0.2610	-23.68	0.07	0.36	0.2673	0.0898
<i>Hipótesis Nula: los errores se encuentran distribuidos normalmente</i>			-21.52	0.07	0.43	0.2863	0.1423
			-15.15	0.07	0.50	0.3456	0.1544
			-7.24	0.07	0.57	0.4247	0.1467
Conclusión: Los errores son normales distribuidos al 1% nivel alfa.			0.37	0.07	0.64	0.5039	0.1390
			19.23	0.07	0.71	0.6929	0.0214
			39.76	0.07	0.79	0.8514	-0.0657
			47.80	0.07	0.86	0.8949	-0.0378
			57.01	0.07	0.93	0.9325	-0.0040
			60.82	0.07	1.00	0.9446	0.0554

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de multicolinealidad de las variables independientes (bandas multiespectrales)

Matriz de Correlación		Factor de Varianza en la Inflación	
CORRELACIÓN	X2	FIV	X2
X1	0.527	X1	1.38

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Análisis de correlación de todas variables

Matriz de Correlación Lineal (R de Pearson)			Probabilidad Valor por Pearson's R			La Matriz de la Correlación de No Lineal (el Grado de Spearman)		
	X1	X2	Y	X1	X2	Y	X1	X2
Y	-0.419	0.287	Y	0.136	0.319	Y	-0.530	0.095
X1	1.000	0.527	X1	N/A	0.053	X1	N/A	0.310
X2		1.000	X2		N/A	X2		N/A

Fuente: Elaboración propia con base en Risk Simulator, 2019.

Anexo XVII. Resultados de los i grupos de la validación cruzada (*i-fold cross-validation*)

XVII.1 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para el NT

Validación cruzada NT Exponencial

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\bar{\beta}$
β_0	-4.18	-4.20	-2.52	-5.00	-5.76	-4.95	-4.49
β_1	-2.34	-2.46	-1.94	-2.46	-2.81	-2.56	-2.45
β_2	0.96	1.09	1.01	1.74	0.69	0.95	1.10
β_3	-0.61	-0.63	-0.49	-1.24	-0.47	-0.62	-0.69
RMSE	3.77	2.27	4.61	5.48	1.67	0.65	3.82

Simbología: coeficientes de n iteración ($i=n$), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada NT Lineal

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	$\bar{\beta}$
β_0	29.44	36.22	19.64	41.42	33.14	33.47	30.91	20.21	30.72
β_1	1287.55	294.86	1282.66	785.57	1280.27	1278.83	1529.14	1391.46	1120.40
β_2	942.95	154.08	952.69	699.05	955.39	955.48	1050.14	999.76	823.80
β_3	-1417.98	-502.05	-1342.26	-1063.35	-1455.04	-1457.31	-1631.62	-1437.05	-1269.81
RMSE	4.15	7.81	5.27	3.94	1.70	1.70	3.44	4.82	4.24

Simbología: coeficientes de n iteración ($i=n$), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada NT Polinómico

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10	i=11	i=12	i=13	i=14	$\bar{\beta}$
β_0	6.2	20.8	10.0	15.0	3.6	6.8	5.0	1.4	3.6	8.8	12.7	6.3	0.9	10.4	12.5	8.41
β_1	-40.2	-48.9	-32.0	19.5	-39.5	-39.3	-42.1	-90.9	-64.4	-46.7	-35.4	-32.7	-40.7	-44.1	-55.5	-42.33
β_2	28.6	-6.2	11.7	-18.4	33.3	27.3	31.7	46.5	31.1	25.6	7.3	22.8	44.6	22.7	22.0	21.58
β_3	69.3	80.5	34.5	112.5	84.1	65.9	75.6	357.6	330.6	83.4	30.0	51.9	92.4	59.7	71.5	109.30
β_4	19.8	38.6	6.8	101.5	25.9	18.8	21.6	77.9	94.2	23.0	3.3	15.0	31.1	14.5	11.5	34.54
β_5	-77.9	-81.5	-25.9	-271.8	-100.8	-73.7	-85.8	-333.5	-356.8	-88.4	-12.8	-57.9	-122.1	-57.7	-53.1	-122.98
RMSE	4.17	48.63	5.27	27.98	0.83	0.33	0.73	22.36	15.19	2.79	5.35	4.22	3.68	1.45	2.26	31.13

Simbología: coeficientes de n iteración ($i=n$), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

XVII.2 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para la DQO

Validación cruzada DQO Exponencial

β_n	Sin iter	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	$\bar{\beta}$
β_0	4.34	3.66	4.29	3.72	4.70	4.56	4.30	4.21
β_1	1.05	0.73	1.08	0.96	1.07	0.98	1.04	0.98
β_2	-2.40	-2.33	-2.41	-3.82	-1.62	-1.93	-2.42	-2.42
β_3	-0.54	-0.47	-0.59	-0.50	-0.54	-0.49	-0.55	-0.52
RMSE	15.87	22.14	9.93	15.70	9.58	6.37	2.93	16.10

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada DQO Lineal

β_n	Sin iter	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\bar{\beta}$
β_0	-171.46	-49.97	-241.79	311.14	-163.82	-189.21	-66.73
β_1	6.05	7.83	6.83	4.70	3.40	5.55	5.66
β_2	126.46	82.70	148.29	83.68	113.71	122.42	110.16
β_3	317.53	171.76	321.03	12.10	377.99	317.75	240.13
β_4	-195.39	-155.49	-127.51	-416.63	-252.88	-161.15	-222.73
RMSE	20.77	26.72	17.44	30.90	20.35	6.10	21.40

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada DQO Polinómico

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	$\bar{\beta}$
β_0	-302.92	-260.43	-151.92	51.33	561.07	-403.43	-302.20	-45.09	-293.81	-316.94	-129.05
β_1	834.50	859.51	586.16	820.74	-799.00	1101.62	832.32	402.25	768.53	940.37	612.50
β_2	-365.16	-462.86	-341.62	-696.64	-120.26	-500.95	-364.65	-317.91	-308.17	-459.57	-396.96
β_3	-340.33	-371.48	-235.46	-510.25	393.99	-478.97	-337.03	-155.14	-299.22	-402.66	-266.25
β_4	34.66	59.60	46.26	17.07	48.93	34.43	40.03	53.82	29.43	53.03	42.51
β_5	165.59	196.00	126.24	428.89	-39.95	260.56	157.04	94.11	132.53	205.44	173.43
RMSE	14.31	18.89	11.02	41.48	37.39	14.02	7.25	16.31	2.20	16.80	15.35

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

XVII.3 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para el PT

Validación cruzada PT Exponencial

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=5	i=6	i=7	i=8	$\bar{\beta}$
β_0	5.44	2.02	5.54	5.44	5.46	5.48	5.83	5.45	5.46	5.45	5.13
β_1	1.28	-0.11	1.31	1.21	1.31	1.35	1.46	1.30	1.30	1.26	1.15
β_2	-0.54	-0.36	-0.54	-0.49	-0.55	-0.57	-0.58	-0.55	-0.54	-0.51	-0.52
RMSE	9.61	28.30	10.45	3.25	1.27	2.39	12.29	0.95	4.34	2.56	10.25

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada PT Lineal

β_n	Sin iter	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\bar{\beta}$
β_0	1.34	1.39	1.34	1.36	1.34	1.34	1.35
β_1	0.14	0.05	0.14	0.14	0.14	0.14	0.12
β_2	0.05	0.05	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05
RMSE	8.81	17.53	9.07	3.17	2.00	1.74	9.63

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada PT Polinómico

β_n	Sin iter	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\bar{\beta}$
β_0	12.52	46.82	-7.32	17.09	7.63	9.73	14.79
β_1	62.58	33.86	89.45	59.08	68.92	63.50	62.96
β_2	-1604.62	-1795.89	-1058.75	-1936.89	-1848.27	-1584.45	-1644.85
β_3	42.82	21.76	48.95	37.48	50.39	50.77	41.87
β_4	72104.81	44792.86	66477.85	75723.02	87221.38	83191.31	71481.28
β_5	-3701.99	-1873.37	-4197.23	-3428.12	-4386.50	-4326.51	-3642.35
RMSE	5.25	9.27	7.50	4.95	3.11	3.76	5.49

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

XVII.4 Promedio de los coeficientes de la validación cruzada para los SST

Validación cruzada SST Exponencial

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\bar{\beta}$
β_0	0.04	2.49	-5.74	0.60	0.54	0.78	-0.27
β_1	-3.91	-2.60	-4.34	-5.59	-3.93	-3.84	-4.06
β_2	6.99	5.71	4.38	12.71	7.37	7.28	7.49
β_3	-3.91	-2.57	-2.98	-6.53	-4.06	-4.01	-4.03
β_4	4.84	-2.50	-0.01	11.44	5.54	5.52	4.00
β_5	2.05	3.99	1.81	-2.59	1.93	2.02	1.43
RMSE	9.68	59.61	12.45	13.35	3.97	2.59	14.37

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada SST Lineal

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	$\bar{\beta}$
β_0	2.00	2.1617	2.19	2.10	1.98	1.9942	2.08
β_1	0.35	0.5348	0.29	0.24	0.29	0.3455	0.34
β_2	-1.21	-1.5618	-1.44	-1.35	-1.04	-1.1941	-1.32
RMSE	45.01	84.50	26.41	14.49	3.24	1.02	43.90

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

Validación cruzada SST Polinómico

β_n	Sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	$\bar{\beta}$
β_0	-77.42	-126.01	35.81	-290.17	2.79	9.90	-69.08	-72.79
β_1	1717.26	4113.52	-901.76	7034.72	-478.60	-896.33	1302.44	1695.67
β_2	48.82	-35.59	32.85	47.36	49.63	63.52	61.77	36.59
β_3	48442.71	48289.69	56701.67	24584.47	60475.55	65969.11	53453.47	51579.00
β_4	133.42	190.46	127.06	145.16	129.96	132.26	138.33	143.87
β_5	-5998.07	-7241.63	-5381.57	-6635.39	-5803.86	-6105.46	-6311.79	-6246.62
RMSE	5.80	24.64	6.74	6.65	6.81	5.78	5.44	7.19

Simbología: coeficientes de n iteración (i=n), promedio de los β_n a través de las iteraciones ($\bar{\beta}_n$), coeficientes del modelo sin iteraciones (sin iter.) y error cuadrático medio (RMSE).

XVII.5 Calibración cruzada de los modelos del NT

Nitrógeno total (NT) Exponencial

ID	NT Medido (mg/L)	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	NT estimado (mg/L) con CV
1	33.0	33.13	40.39					34.42
2	11.0	12.55	12.20					12.06
3	16.0	15.68	15.22					15.21
4	9.0	9.45		8.86				9.16
5	28.0	20.10		15.02				20.11
6	20.0	15.27		11.90				14.99
7	10.0	19.65			27.63			19.77
8	7.2	6.82			3.71			6.15
9	6.3	7.43			3.59			6.63
10	3.9	7.17				8.86		6.30
11	4.4	2.49				2.45		2.09
12	3.5	2.16				1.94	1.85	1.83
13	2.8	2.09					1.80	1.75
14	3.3	2.66					2.35	2.26
	RMSE	3.77	2.27	4.61	5.48	1.67	0.65	3.82

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (NT estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 4.54361649	chi_chadrado 7.8147	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Nitrógeno total (NT) Lineal

ID	NT Medido (mg/L)	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	NT estimado (mg/L) con CV
1	33.0	32.5	8.4							29.3
2	11.0	15.9	17.6					19.0		15.9
3	16.0	17.3	20.6					20.1		17.6
4	9.0	12.9		11.3				16.1		12.3
5	28.0	16.9		12.7					14.0	17.0
6	20.0	15.3		11.8					13.1	15.3
7	10.0	16.2			17.9				13.6	16.4
8	7.2	8.5			15.4					8.9

9	6.3	7.4			12.7												7.4
10	3.9	5.1						4.1									5.3
11	4.4	3.2						1.7									3.2
12	3.5	0.5						-1.4		-1.6							0.4
13	2.8	2.2								0.4							2.1
14	3.3	4.5								2.9							4.3
	RMSE	4.15	7.81	5.27	3.94	1.70	1.70	3.44	4.82	4.24							

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (NT estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 4.651037344	chi_chadrado 7.8147	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Nitrógeno total (NT) Polinómica

ID	NT Medido (mg/L)	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10	i=11	i=12	i=13	i=14	NT estimado (mg/L) con CV
1	33.0	33.01	194.16														46.43
2	11.0	14.27	16.92											15.58			14.09
3	16.0	14.72	17.54										13.01	16.10			14.68
4	9.0	16.36		11.63									14.33	20.32			15.43
5	28.0	17.75		12.82								12.48					17.59
6	20.0	15.00		11.75							15.61	11.86					14.57
7	10.0	16.62			18.47						17.47	12.83					16.64
8	7.2	7.00			-48.08					-8.46	3.96						0.91
9	6.3	6.31			-67.73				68.63	38.89						11.93	8.06
10	3.9	4.46				5.66			44.08	38.99							10.58
11	4.4	2.83				2.35		2.10	4.79								3.52
12	3.5	3.41				2.95	3.72	2.75								3.36	3.11
13	2.8	3.56					3.88	2.86							4.37		3.14
14	3.3	3.10					3.40							3.75			3.32
	RMSE	4.17	48.63	5.27	27.98	0.83	0.33	0.73	22.36	15.19	2.79	5.35	4.22	3.68	1.45	2.26	31.13

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (NT estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 9.305383542	chi_chadrado 11.0705	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

XVII.6 Calibración cruzada de los modelos de la DQO

Demanda química de oxígeno (DQO) Exponencial

ID	DQO Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	DQO estimado (mg/L) con CV
1	173.0	165.44	111.76						155.96
2	127.0	85.72	87.18						87.87
3	66.0	69.99	73.47					71.54	72.04
4	93.0	108.86		116.54					107.72
5	107.0	114.73		125.11					115.70
6	98.0	103.43		112.25				105.40	104.60
7	109.0	115.14			116.59				116.08
8	67.5	46.82			39.78				46.68
9	64.0	82.48			107.41				83.22
10	80.0	64.78				57.91			66.78
11	21.0	34.84				38.60			35.66
12	30.0	39.74				44.58	45.42		40.17
13	26.0	34.60					40.23		35.14
14	39.5	36.53					41.86	36.52	37.20
RMSE		15.87	22.14	9.93	15.70	9.58	6.37	2.93	16.10

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (DQO estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 2.253836986	chi_chadrado 7.8147	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Demanda química de oxígeno (DQO) Lineal

ID	DQO Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	DQO estimado (mg/L) con CV
1	173.00	162.90	118.82					156.62
2	127.00	95.55	109.98					97.33
3	66.00	107.71	134.04					107.40
4	93.00	75.51		61.89				74.54
5	107.00	77.87		63.32				82.43
6	98.00	89.89		76.34				91.24
7	109.00	108.44			107.12			108.86

8	67.50	45.41			80.99			53.91
9	64.00	82.05			165.58			96.81
10	80.00	105.31				134.38		105.41
11	21.00	42.29				55.71		43.66
12	30.00	38.03				49.80	44.90	40.18
13	26.00	26.54					34.24	29.62
14	39.50	43.51					50.39	44.31
	RMSE	20.77	26.72	17.44	30.90	20.35	6.10	21.40

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (DQO estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 2.268650658	chi_chadrado 9.4877	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Demanda química de oxígeno (DQO) Polinómico

ID	DQO Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	DQO estimado (mg/L) con CV
1	173.00	164.03										167.14
2	127.00	120.48	164.46								160.17	129.80
3	66.00	81.00	113.68					89.62	83.04		109.90	85.82
4	93.00	88.06	77.23	75.90						89.61		84.49
5	107.00	88.49		76.51					68.65			85.81
6	98.00	97.55		87.29						93.40	106.74	98.25
7	109.00	93.08			100.41				74.87			92.42
8	67.50	60.42			177.49							74.97
9	64.00	96.93			146.19							94.81
10	80.00	95.37				202.89						103.60
11	21.00	36.54				37.49						36.31
12	30.00	32.06				28.67						30.38
13	26.00	9.30					16.06	34.46		34.53		9.95
14	39.50	37.69					-15.17					35.92
	RMSE	14.31	18.89	11.02	41.48	37.39	14.02	7.25	16.31	2.20	16.80	15.35

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (DQO estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 0.82801907	chi_chadrado 11.0705	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

XVII.7 Calibración cruzada de los modelos del PT

Fósforo total (PT) Exponencial

ID	PT Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	PT estimado (mg/L) con CV
1	99.7624	94.55	19.54					116.20				81.69
2	46.2746	46.31	72.11						46.12			48.19
3	44.3452	49.96	85.67							48.52		52.48
4	34.2539	64.45		66.07				70.89				62.36
5	70.9142	60.16		60.98				63.87		58.74		60.62
6	67.3468	57.08		57.80								57.74
7	74.9206	69.89			66.40						67.20	70.48
8	33.1638	38.23			39.72							36.86
9	34.4630	32.21			33.88				31.55			31.40
10	23.6435	25.31				24.58					25.47	25.84
11	29.5618	26.41				25.69					26.57	26.84
12	32.7913	32.21				31.47	30.59		31.60			31.92
13	30.3913	29.66					28.05					29.73
14	33.7118	28.07					26.47			27.28		28.27
		9.61	28.30	10.45	3.25	1.27	2.39	12.29	0.95	4.34	2.56	10.25

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (PT estimado (mg/L) con CV) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 4.87100101	chi_chadrado 5.9915	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Fósforo total (PT) Lineal

ID	PT Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	PT estimado (mg/L) con CV
1	99.7624	94.00	49.55					83.71
2	46.2746	48.50	54.62					48.81
3	44.3452	62.26	72.45					62.30
4	34.2539	41.95		39.91				42.11
5	70.9142	54.34		49.71				54.31
6	67.3468	50.82		46.76				50.99
7	74.9206	72.43			69.61			72.09
8	33.1638	39.71			41.54			38.90
9	34.4630	36.24			37.92			35.80
10	23.6435	29.19				29.37		29.63

11	29.5618	28.45				28.63		28.97
12	32.7913	29.38				29.56	29.56	29.83
13	30.3913	29.06					29.24	29.54
14	33.7118	28.91					29.09	29.38
		8.81	17.53	9.07	3.17	2.00	1.74	9.63

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (PT estimado (mg/L) con CV) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE	chi_chadrado	Prueba Breusch-Pagan
2.625717777	5.9915	Homocedasticidad

Fósforo total (PT) Polinómico

ID	PT Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	PT estimado (mg/L) con CV
1	99.7624	99.78						99.78
2	46.2746	45.46	60.06					47.60
3	44.3452	49.95	63.95					52.11
4	34.2539	46.79	53.48	56.55				48.70
5	70.9142	72.58		81.12				74.52
6	67.3468	58.75		63.26				60.79
7	74.9206	68.66			67.02			70.69
8	33.1638	28.39			33.28			30.05
9	34.4630	37.88			48.86			39.49
10	23.6435	20.65				17.10		22.07
11	29.5618	26.58				25.83		27.62
12	32.7913	37.63				39.83	43.80	38.45
13	30.3913	30.97					35.71	31.91
14	33.7118	31.46					36.19	32.40
		5.25	9.27	7.50	4.95	3.11	3.76	5.49

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (PT estimado (mg/L) con CV) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE	chi_chadrado	Prueba Breusch-Pagan
5.610009201	11.0705	Homocedasticidad

XVII.8 Calibración cruzada de los modelos de los SST

Sólidos suspendidos totales (SST) Exponencial

ID	SST Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	SST estimado (mg/L) con CV
1	92.5	92.41	246.74					112.13
2	151.5	155.77	120.00					146.75
3	198.0	193.96	78.42					162.60
4	48.0	37.72		20.69				38.21
5	33.0	44.59		63.80				45.43
6	55.0	48.41		51.80				49.34
7	42.0	46.50			56.78			47.26
8	35.0	38.93			9.98			29.61
9	34.0	5.77			0.57			6.40
10	15.2	4.43				3.90		5.12
11	11.0	16.08				17.18		13.46
12	16.0	17.09				18.68	19.78	14.38
13	17.0	21.20					24.67	16.86
14	19.0	17.58					19.79	14.50
RMSE		9.68	59.61	12.45	13.35	3.97	2.59	14.37

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (SST estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE 5.934339814	chi_chadrado 11.0705	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Sólidos suspendidos totales (SST) Lineal

ID	SST Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	SST estimado (mg/L)
1	92.5	113.08853	220.51					122.82
2	151.5	63.718055						74.84
3	198.0	65.677673						77.39
4	48.0	63.012197	82.92	88.55				73.61
5	33.0	69.183994	92.93	99.94				81.76
6	55.0	65.834702		94.32				77.49
7	42.0	72.398682			86.37			86.09

8	35.0	33.447925			26.56			33.92
9	34.0	23.357376			17.58			22.87
10	15.2	15.770132			14.12	19.208882		15.88
11	11.0	15.435443				18.911127		15.63
12	16.0	18.50832				22.09318	18.89	18.99
13	17.0	17.569393					17.95	17.97
14	19.0	17.167474					17.54	17.51
	RMSE	45.01	84.50	26.41	14.49	3.24	1.02	43.90

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (SST estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi ²	Chi ² tablas	Resultado
1/2*SCE	chi_chadrado	Prueba Breusch-Pagan
3.324734853	5.9915	Homocedasticidad

Sólidos suspendidos totales (SST) Polinómico

ID	SST Medido	Estimación sin iter.	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	SST estimado (mg/L)
1	92.5	94.63	138.98869						101.14
2	151.5	151.31	201.42163					160.08	161.52
3	198.0	197.78	242.99515					210.86	207.49
4	48.0	39.96		30.51					41.27
5	33.0	36.90		34.71					35.60
6	55.0	43.23		41.20					43.96
7	42.0	48.02			48.731495			51.32	48.23
8	35.0	29.03			14.743481				28.72
9	34.0	37.76			39.603464				36.99
10	15.2	22.46				23.71			22.33
11	11.0	12.26				18.92			13.86
12	16.0	24.97				35.37	34.94		27.08
13	17.0	14.26					19.32		15.41
14	19.0	14.62					17.10		15.23
	RMSE	5.80	24.64	6.74	6.65	6.81	5.78	5.44	7.19

Simbología: estimación del PCA sin iteraciones (sin iter.), muestras estimadas de prueba en i iteración (i=n), estimación del PCA con validación cruzada (SST estimado (mg/L) con CV) y error cuadrático medio (RMSE). Las estimaciones obtenidas de la validación cruzada fueron sometida a la prueba de Breusch-Pagan para que la varianza de los errores sea homogénea.

Valor observado Chi²	Chi² tablas	Resultado
1/2*SCE 1.902936986	chi_chadrado 11.0705	Prueba Breusch-Pagan Homocedasticidad

Anexo XVIII. Error absoluto y estándar de los PCA a través de los modelos de regresión exponencial, lineal y polinómicos

XVIII.1 Error absoluto y relativo del NT

Identificación		Coordenadas		Bandas multiespectrales							NT (mg/L)	Exponencial			Lineal			Polinómico		
ID	Nombre	X (metros)	Y (metros)	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	Medido	NT estimado	NT E. absoluto	NT E. relativo	NT estimado	NT E. absoluto	NT E. relativo	NT estimado	NT E. absoluto	NT E. relativo
1	AA1	0430664	2150883	0.039	0.0359	0.0547	0.0506	0.1985	0.112	0.0673	33	34.41777	1.42	-0.04	29.35	3.65	0.11	44.52	11.52	-0.35
2	BB1	0430883	2151094	0.0526	0.0539	0.0803	0.0763	0.0308	0.005	0.0055	11	12.06	1.06	-0.10	15.85	4.85	-0.44	14.32	3.32	-0.30
3	CC1	0430921	2151309	0.0478	0.0484	0.067	0.0678	0.0271	0.0032	0.0045	16	15.21	0.79	0.05	17.63	1.63	-0.10	14.91	1.09	0.07
4	DD1	0431729	2150221	0.0646	0.0694	0.1002	0.1054	0.0629	0.0148	0.0123	9	9.16	0.16	-0.02	12.32	3.32	-0.37	15.51	6.51	-0.72
5	EE1	0432162	2149300	0.0468	0.0471	0.072	0.0756	0.0408	0.006	0.0062	28	20.11	7.89	0.28	17.03	10.97	0.39	17.63	10.37	0.37
6	FF1	0432553	2149077	0.051	0.0532	0.0802	0.0852	0.0397	0.0062	0.0067	20	14.99	5.01	0.25	15.33	4.67	0.23	14.76	5.24	0.26
7	GG1	0432766	2148695	0.0489	0.0507	0.0757	0.0837	0.0387	0.004	0.005	10	19.77	9.77	-0.98	16.35	6.35	-0.64	16.77	6.77	-0.68
8	AA2	430479	2151564	0.0555	0.0422	0.0542	0.0529	0.0763	0.0621	0.0511	7.2	6.15	1.05	0.15	8.89	1.69	-0.23	1.75	5.45	0.76
9	BB2	430948	2151158	0.0504	0.0374	0.0644	0.0572	0.071	0.072	0.0575	6.3	6.63	0.33	-0.05	7.39	1.09	-0.17	8.23	1.93	-0.31
10	CC2	431956	2150262	0.0484	0.051	0.0864	0.0888	0.0454	0.0389	0.0351	3.9	6.30	2.40	-0.62	5.28	1.38	-0.35	9.66	5.76	-1.48
11	DD2	432392	2149259	0.0769	0.0757	0.0978	0.1118	0.0474	0.0398	0.036	4.4	2.09	2.31	0.52	3.18	1.22	0.28	3.49	0.91	0.21
12	EE2	432613	2149173	0.0862	0.0833	0.1066	0.119	0.0591	0.0465	0.0415	3.5	1.83	1.67	0.48	0.40	3.10	0.89	3.19	0.31	0.09
13	FF2	432816	2148589	0.0857	0.0812	0.1007	0.1139	0.0534	0.0426	0.0383	2.8	1.75	1.05	0.37	2.13	0.67	0.24	3.26	0.46	-0.16
14	GG2	432080	2149312	0.0765	0.0754	0.0967	0.1086	0.0515	0.0433	0.0375	3.3	2.26	1.04	0.32	4.32	1.02	-0.31	3.33	0.03	-0.01

Simbología: nitrógeno total (NT). Elaboración propia.

XVIII.2 Error absoluto y relativo de la DQO

Identificación		Coordenadas		Bandas multiespectrales							DQO (mg/L)	Exponencial			Lineal			Polinómico		
ID	Nombre	X (metros)	Y (metros)	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	Medido	DQO Estimado	DQO E. absoluto	DQO E. relativo	DQO Estimado	DQO E. absoluto	DQO E. relativo	DQO Estimado	DQO E. absoluto	DQO E. relativo
1	AA1	0430664	2150883	0.039	0.0359	0.0547	0.0506	0.1985	0.112	0.0673	173	155.96	17.04	0.10	156.62	16.38	0.09	167.14	5.86	0.03
2	BB1	0430883	2151094	0.0526	0.0539	0.0803	0.0763	0.0308	0.005	0.0055	127	87.87	39.13	0.31	97.33	29.67	0.23	129.80	2.80	-0.02
3	CC1	0430921	2151309	0.0478	0.0484	0.067	0.0678	0.0271	0.0032	0.0045	66	72.04	6.04	-0.09	107.40	41.40	-0.63	85.82	19.82	-0.30
4	DD1	0431729	2150221	0.0646	0.0694	0.1002	0.1054	0.0629	0.0148	0.0123	93	107.72	14.72	-0.16	74.54	18.46	0.20	84.49	8.51	0.09
5	EE1	0432162	2149300	0.0468	0.0471	0.072	0.0756	0.0408	0.006	0.0062	107	115.70	8.70	-0.08	82.43	24.57	0.23	85.81	21.19	0.20
6	FF1	0432553	2149077	0.051	0.0532	0.0802	0.0852	0.0397	0.0062	0.0067	98	104.60	6.60	-0.07	91.24	6.76	0.07	98.25	0.25	0.00
7	GG1	0432766	2148695	0.0489	0.0507	0.0757	0.0837	0.0387	0.004	0.005	109	116.08	7.08	-0.06	108.86	0.14	0.00	92.42	16.58	0.15
8	AA2	430479	2151564	0.0555	0.0422	0.0542	0.0529	0.0763	0.0621	0.0511	67.5	46.68	20.82	0.31	53.91	13.59	0.20	74.97	7.47	-0.11
9	BB2	430948	2151158	0.0504	0.0374	0.0644	0.0572	0.071	0.072	0.0575	64	83.22	19.22	-0.30	96.81	32.81	-0.51	94.81	30.81	-0.48
10	CC2	431956	2150262	0.0484	0.051	0.0864	0.0888	0.0454	0.0389	0.0351	80	66.78	13.22	0.17	105.41	25.41	-0.32	103.60	23.60	-0.30
11	DD2	432392	2149259	0.0769	0.0757	0.0978	0.1118	0.0474	0.0398	0.036	21	35.66	14.66	-0.70	43.66	22.66	-1.08	36.31	15.31	-0.73
12	EE2	432613	2149173	0.0862	0.0833	0.1066	0.119	0.0591	0.0465	0.0415	30	40.17	10.17	-0.34	40.18	10.18	-0.34	30.38	0.38	-0.01
13	FF2	432816	2148589	0.0857	0.0812	0.1007	0.1139	0.0534	0.0426	0.0383	26	35.14	9.14	-0.35	29.62	3.62	-0.14	9.95	16.05	0.62
14	GG2	432080	2149312	0.0765	0.0754	0.0967	0.1086	0.0515	0.0433	0.0375	39.5	37.20	2.30	0.06	44.31	4.81	-0.12	35.92	3.58	0.09

Simbología: demanda química de oxígeno (DQO). Elaboración propia.

XVIII.3 Error absoluto y relativo del PT

Identificación		Coordenadas		Bandas multiespectrales							PT (mg/L)	Exponencial			Lineal			Polinómico		
ID	Nombre	X (metros)	Y (metros)	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	Medido	PT estimado	PT E. absoluto	PT E. relativo	PT estimado	PT E. absoluto	PT E. relativo	PT estimado	PT E. absoluto	PT E. relativo
1	AA1	0430664	2150883	0.039	0.0359	0.0547	0.0506	0.1985	0.112	0.0673	99.762398	81.69	18.07	0.18	83.71	16.06	0.16	99.78	0.02	0.00
2	BB1	0430883	2151094	0.0526	0.0539	0.0803	0.0763	0.0308	0.005	0.0055	46.274601	48.19	1.92	-0.04	48.81	2.54	-0.05	47.60	1.32	-0.03
3	CC1	0430921	2151309	0.0478	0.0484	0.067	0.0678	0.0271	0.0032	0.0045	44.3452	52.48	8.14	-0.18	62.30	17.96	-0.40	52.11	7.77	-0.18
4	DD1	0431729	2150221	0.0646	0.0694	0.1002	0.1054	0.0629	0.0148	0.0123	34.253899	62.36	28.11	-0.82	42.11	7.86	-0.23	48.70	14.45	-0.42
5	EE1	0432162	2149300	0.0468	0.0471	0.072	0.0756	0.0408	0.006	0.0062	70.9142	60.62	10.29	0.15	54.31	16.60	0.23	74.52	3.61	-0.05
6	FF1	0432553	2149077	0.051	0.0532	0.0802	0.0852	0.0397	0.0062	0.0067	67.346802	57.74	9.61	0.14	50.99	16.36	0.24	60.79	6.56	0.10
7	GG1	0432766	2148695	0.0489	0.0507	0.0757	0.0837	0.0387	0.004	0.005	74.920601	70.48	4.44	0.06	72.09	2.83	0.04	70.69	4.23	0.06
8	AA2	430479	2151564	0.0555	0.0422	0.0542	0.0529	0.0763	0.0621	0.0511	33.1638	36.86	3.70	-0.11	38.90	5.74	-0.17	30.05	3.11	0.09
9	BB2	430948	2151158	0.0504	0.0374	0.0644	0.0572	0.071	0.072	0.0575	34.46304	31.40	3.06	0.09	35.80	1.34	-0.04	39.49	5.02	-0.15
10	CC2	431956	2150262	0.0484	0.051	0.0864	0.0888	0.0454	0.0389	0.0351	23.64348	25.84	2.20	-0.09	29.63	5.98	-0.25	22.07	1.57	0.07
11	DD2	432392	2149259	0.0769	0.0757	0.0978	0.1118	0.0474	0.0398	0.036	29.56176	26.84	2.72	0.09	28.97	0.59	0.02	27.62	1.94	0.07
12	EE2	432613	2149173	0.0862	0.0833	0.1066	0.119	0.0591	0.0465	0.0415	32.79132	31.92	0.87	0.03	29.83	2.96	0.09	38.45	5.66	-0.17
13	FF2	432816	2148589	0.0857	0.0812	0.1007	0.1139	0.0534	0.0426	0.0383	30.39132	29.73	0.67	0.02	29.54	0.85	0.03	31.91	1.52	-0.05
14	GG2	432080	2149312	0.0765	0.0754	0.0967	0.1086	0.0515	0.0433	0.0375	33.71184	28.27	5.45	0.16	29.38	4.33	0.13	32.40	1.31	0.04

Simbología: fósforo total (PT). Elaboración propia.

XVIII.4 Error absoluto y relativo de los SST

Identificación		Coordenadas		Bandas multiespectrales							SST (mg/L)	Exponencial			Lineal			Polinómico		
ID	Nombre	X (metros)	Y (metros)	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	Medido	SST estimado	SST E. absoluto	SST E. relativo	SST estimado	SST E. absoluto	SST E. relativo	SST estimado	SST E. absoluto	SST E. relativo
1	AA1	0430664	2150883	0.039	0.0359	0.0547	0.0506	0.1985	0.112	0.0673	92.5	112.12	19.62	-0.21	122.82	30.32	-0.33	101.14	8.64	-0.09
2	BB1	0430883	2151094	0.0526	0.0539	0.0803	0.0763	0.0308	0.005	0.0055	151.5	146.73	4.77	0.03	74.84	76.66	0.51	161.52	10.02	-0.07
3	CC1	0430921	2151309	0.0478	0.0484	0.067	0.0678	0.0271	0.0032	0.0045	198	162.58	35.42	0.18	77.39	120.61	0.61	207.49	9.49	-0.05
4	DD1	0431729	2150221	0.0646	0.0694	0.1002	0.1054	0.0629	0.0148	0.0123	48	38.21	9.79	0.20	73.61	25.61	-0.53	41.27	6.73	0.14
5	EE1	0432162	2149300	0.0468	0.0471	0.072	0.0756	0.0408	0.006	0.0062	33	45.42	12.42	-0.38	81.76	48.76	-1.48	35.60	2.60	-0.08
6	FF1	0432553	2149077	0.051	0.0532	0.0802	0.0852	0.0397	0.0062	0.0067	55	49.34	5.66	0.10	77.49	22.49	-0.41	43.96	11.04	0.20
7	GG1	0432766	2148695	0.0489	0.0507	0.0757	0.0837	0.0387	0.004	0.005	42	47.26	5.26	-0.13	86.09	44.09	-1.05	48.23	6.23	-0.15
8	AA2	430479	2151564	0.0555	0.0422	0.0542	0.0529	0.0763	0.0621	0.0511	35	29.61	5.39	0.15	33.92	1.08	0.03	28.72	6.28	0.18
9	BB2	430948	2151158	0.0504	0.0374	0.0644	0.0572	0.071	0.072	0.0575	34	6.40	27.60	0.81	22.87	11.13	0.33	36.99	2.99	-0.09
10	CC2	431956	2150262	0.0484	0.051	0.0864	0.0888	0.0454	0.0389	0.0351	15.2	5.12	10.08	0.66	15.88	0.68	-0.04	22.33	7.13	-0.47
11	DD2	432392	2149259	0.0769	0.0757	0.0978	0.1118	0.0474	0.0398	0.036	11	13.46	2.46	-0.22	15.63	4.63	-0.42	13.86	2.86	-0.26
12	EE2	432613	2149173	0.0862	0.0833	0.1066	0.119	0.0591	0.0465	0.0415	16	14.38	1.62	0.10	18.99	2.99	-0.19	27.08	11.08	-0.69
13	FF2	432816	2148589	0.0857	0.0812	0.1007	0.1139	0.0534	0.0426	0.0383	17	16.86	0.14	0.01	17.97	0.97	-0.06	15.41	1.59	0.09
14	GG2	432080	2149312	0.0765	0.0754	0.0967	0.1086	0.0515	0.0433	0.0375	19	14.50	4.50	0.24	17.51	1.49	0.08	15.23	3.77	0.20

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST). Elaboración propia.

Anexo XIX. Mapas de PCA por medio de la regresión lineal, exponencial y polinómica

XIX.1 Temporada antes de lluvia

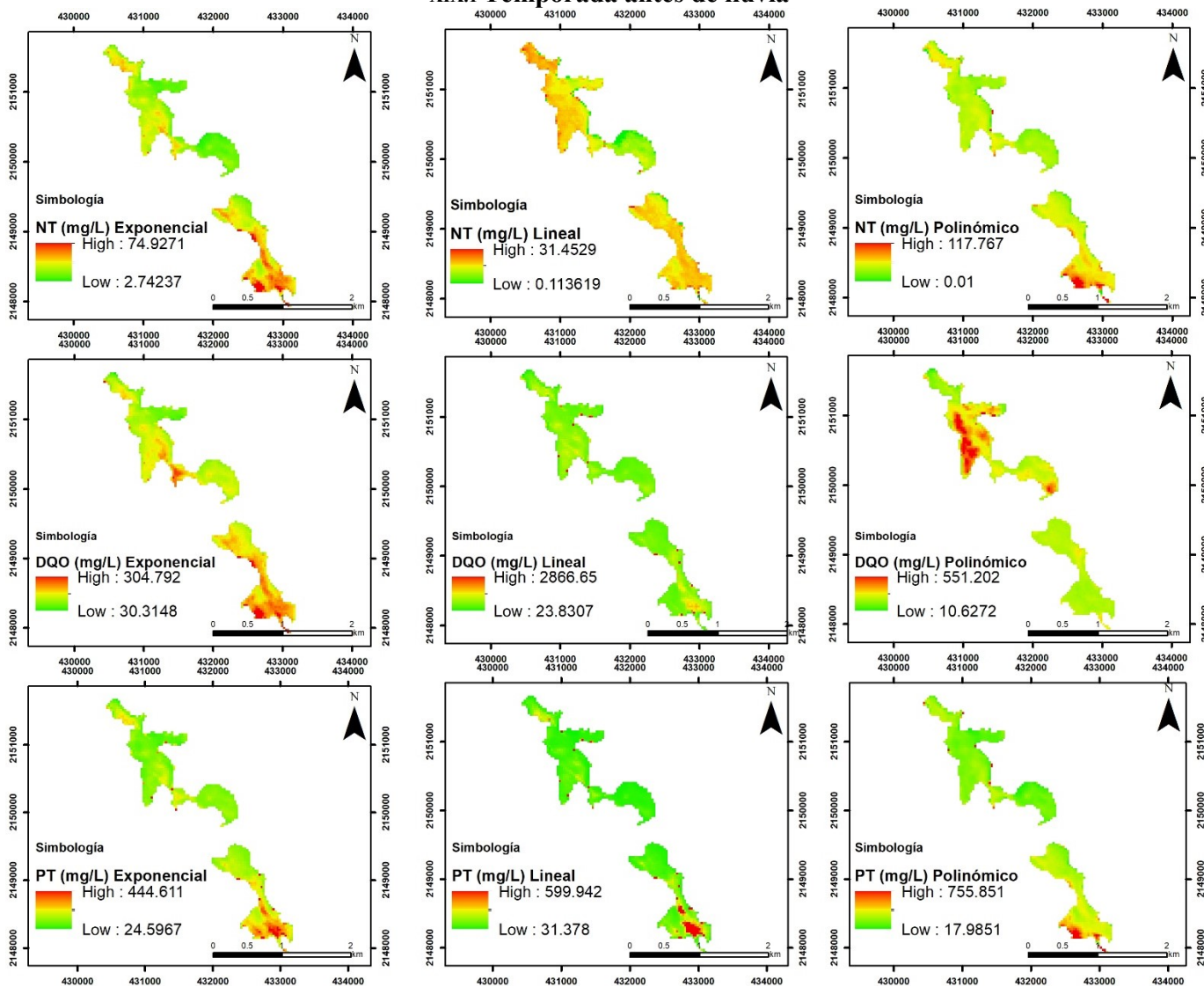


Figura 31A. Mapas de regresión múltiple de los parámetros químicos (temporada antes de lluvias).

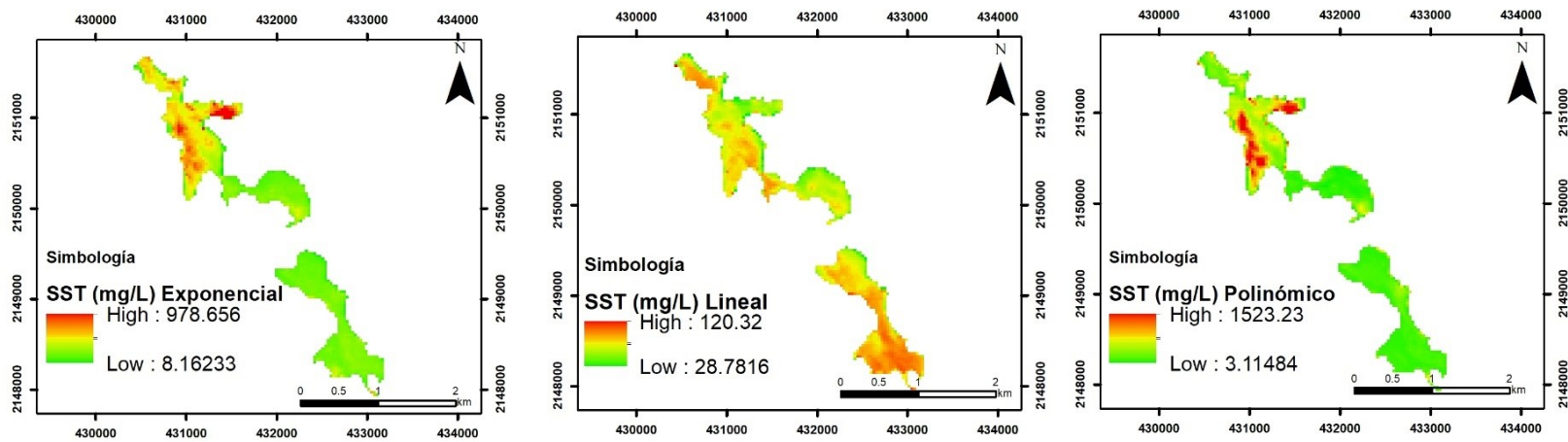


Figura 32A. Mapas de regresión múltiple de las características físicas (temporada antes de lluvias).

XIX.2 Temporada después de lluvia

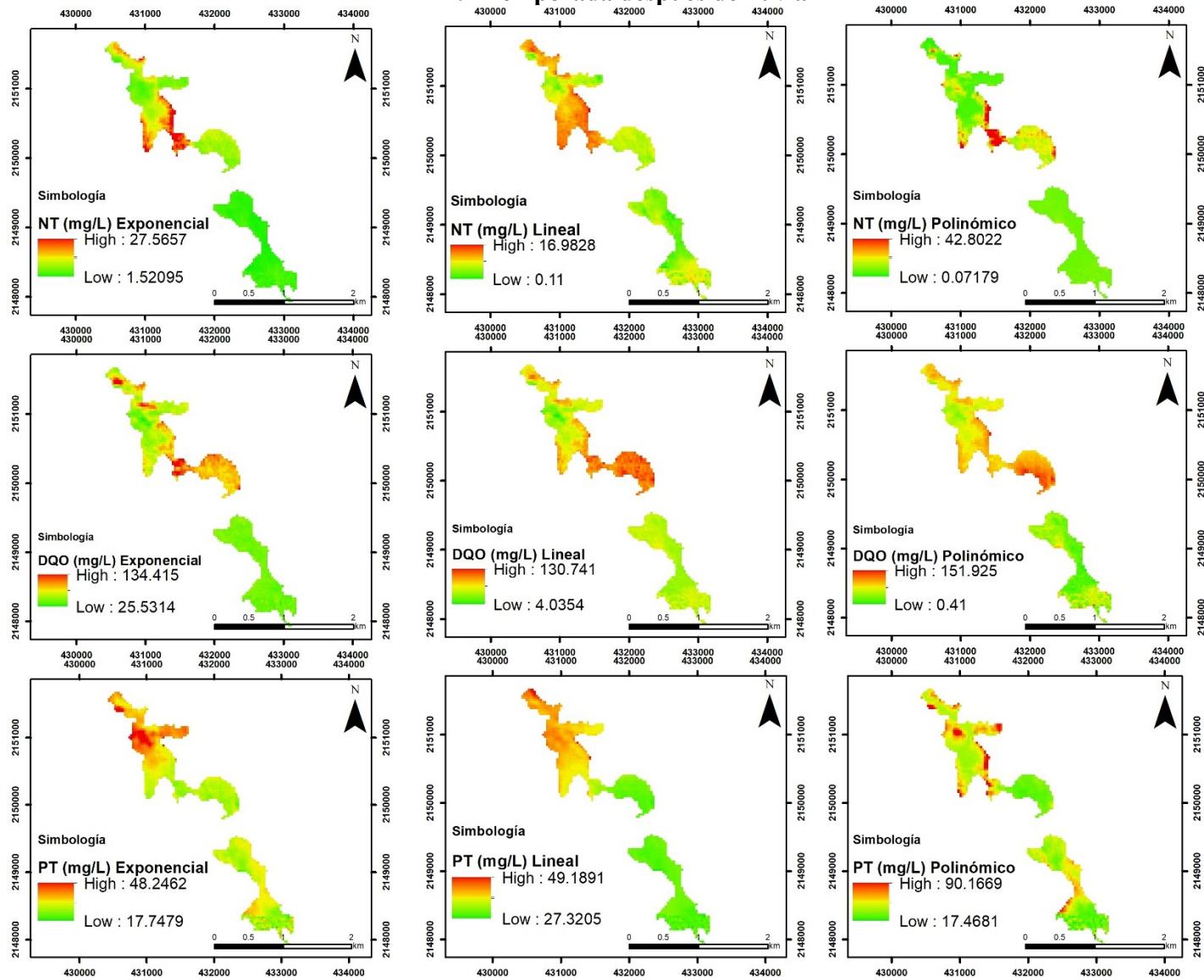


Figura 33A. Mapas de regresión múltiple de los parámetros químicos (temporada después de lluvias).

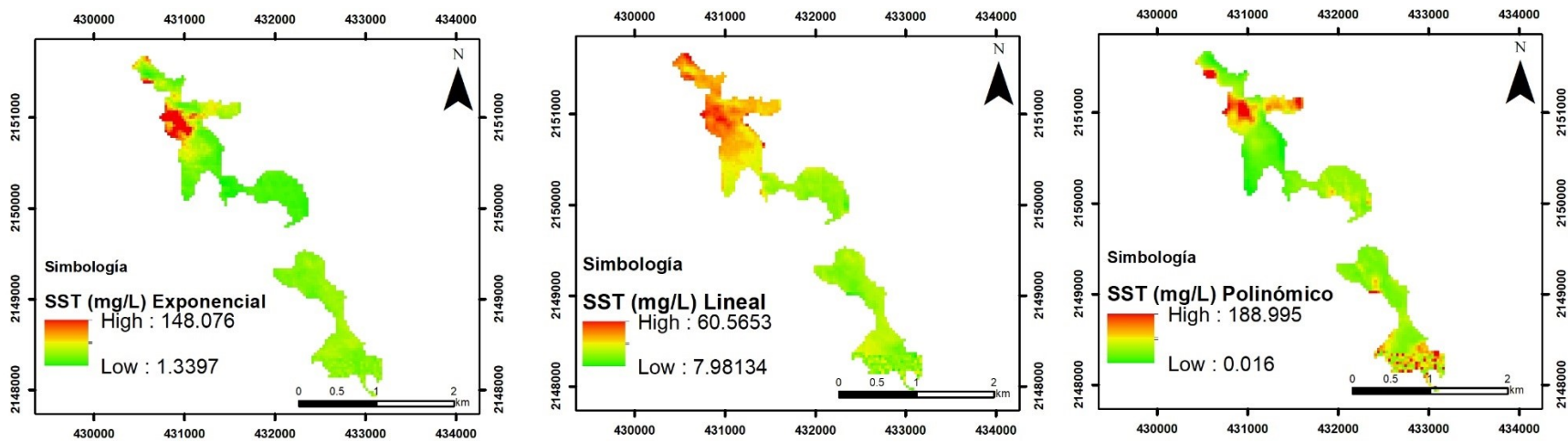
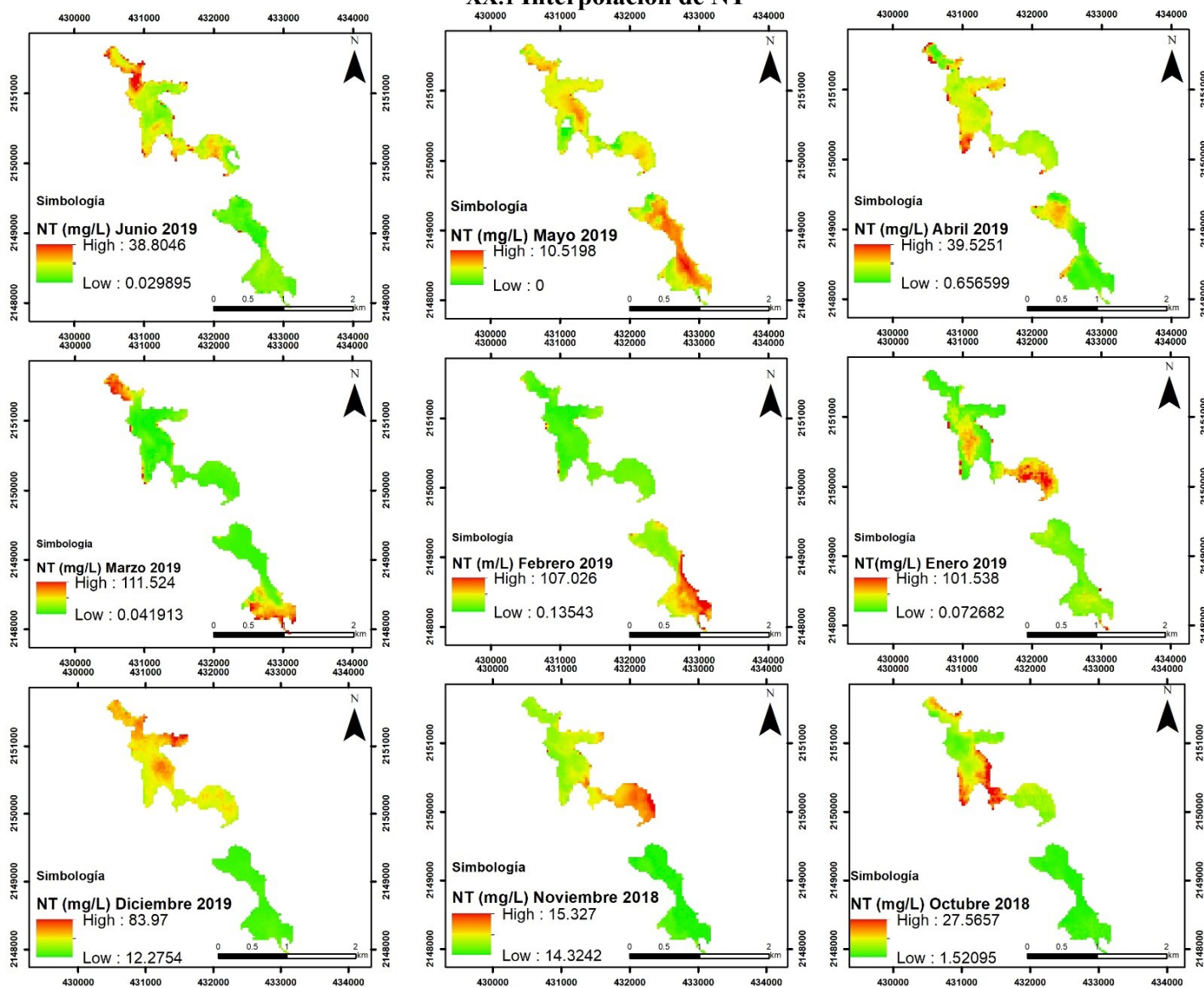
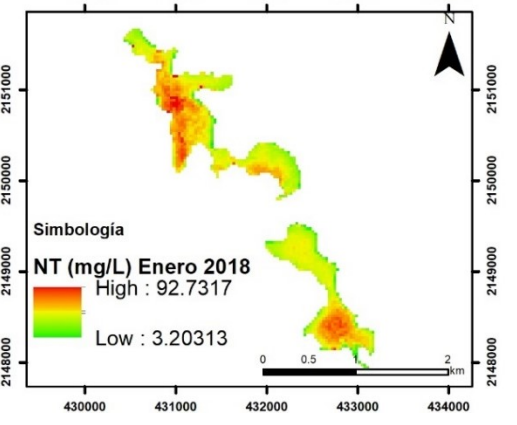
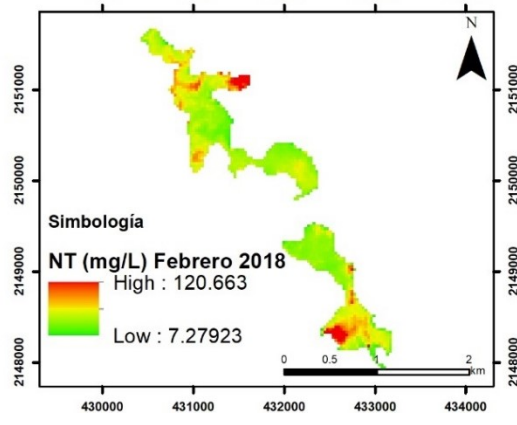
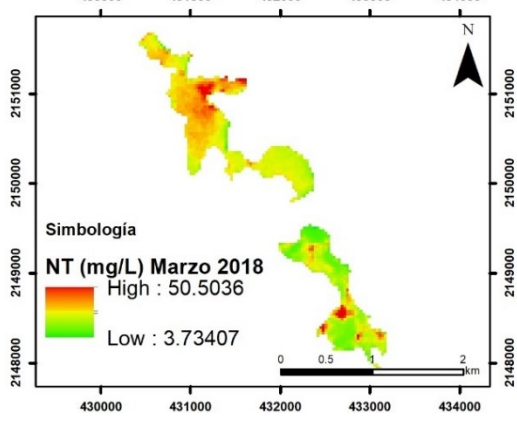
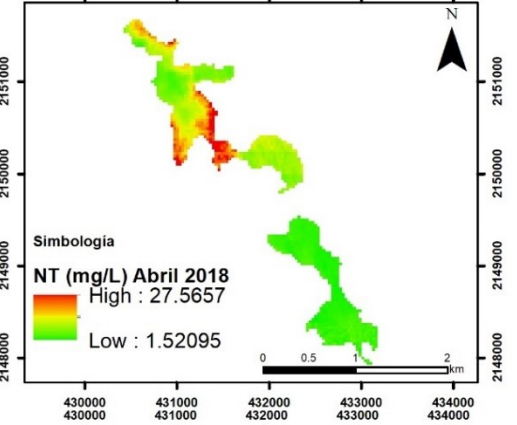
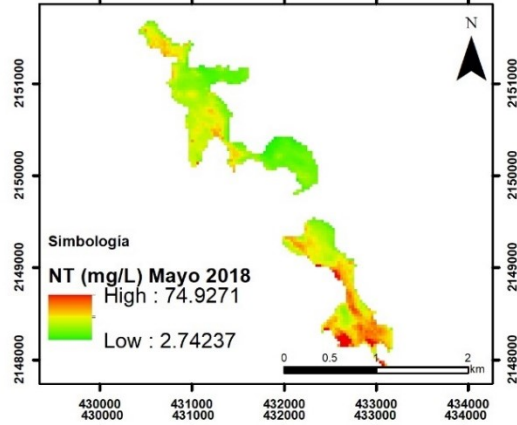
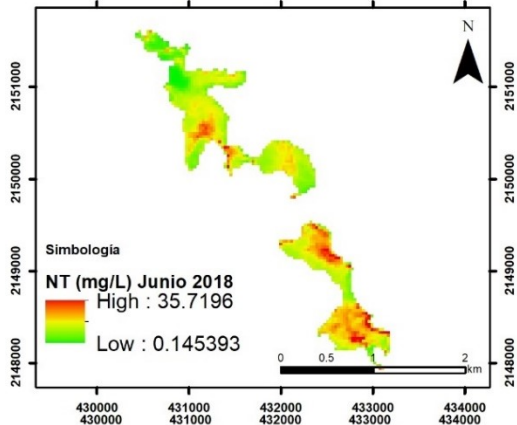
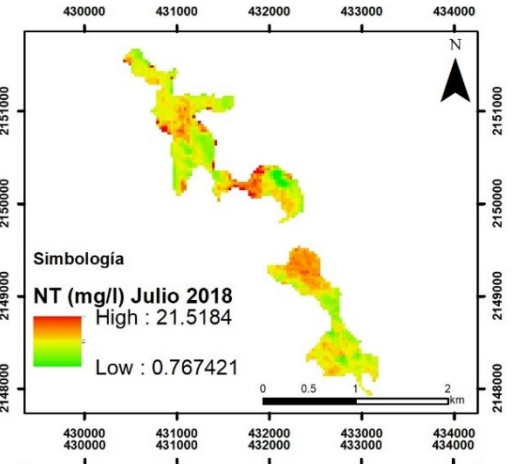
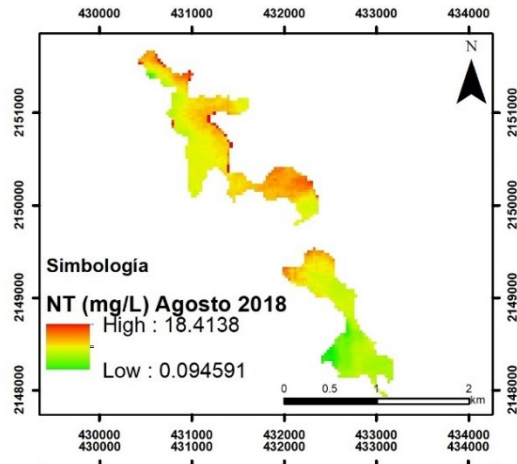
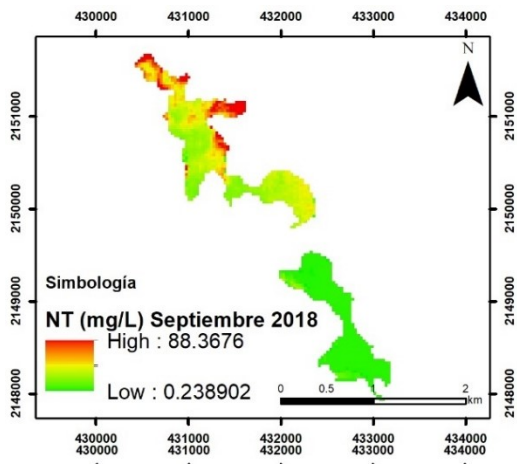


Figura 34A. Mapas de regresión múltiple de las características físicas (temporada después de lluvias).

Anexo XX. Series de tiempo de los PCA (junio 2017 a junio 2019)

XX.1 Interpolación de NT





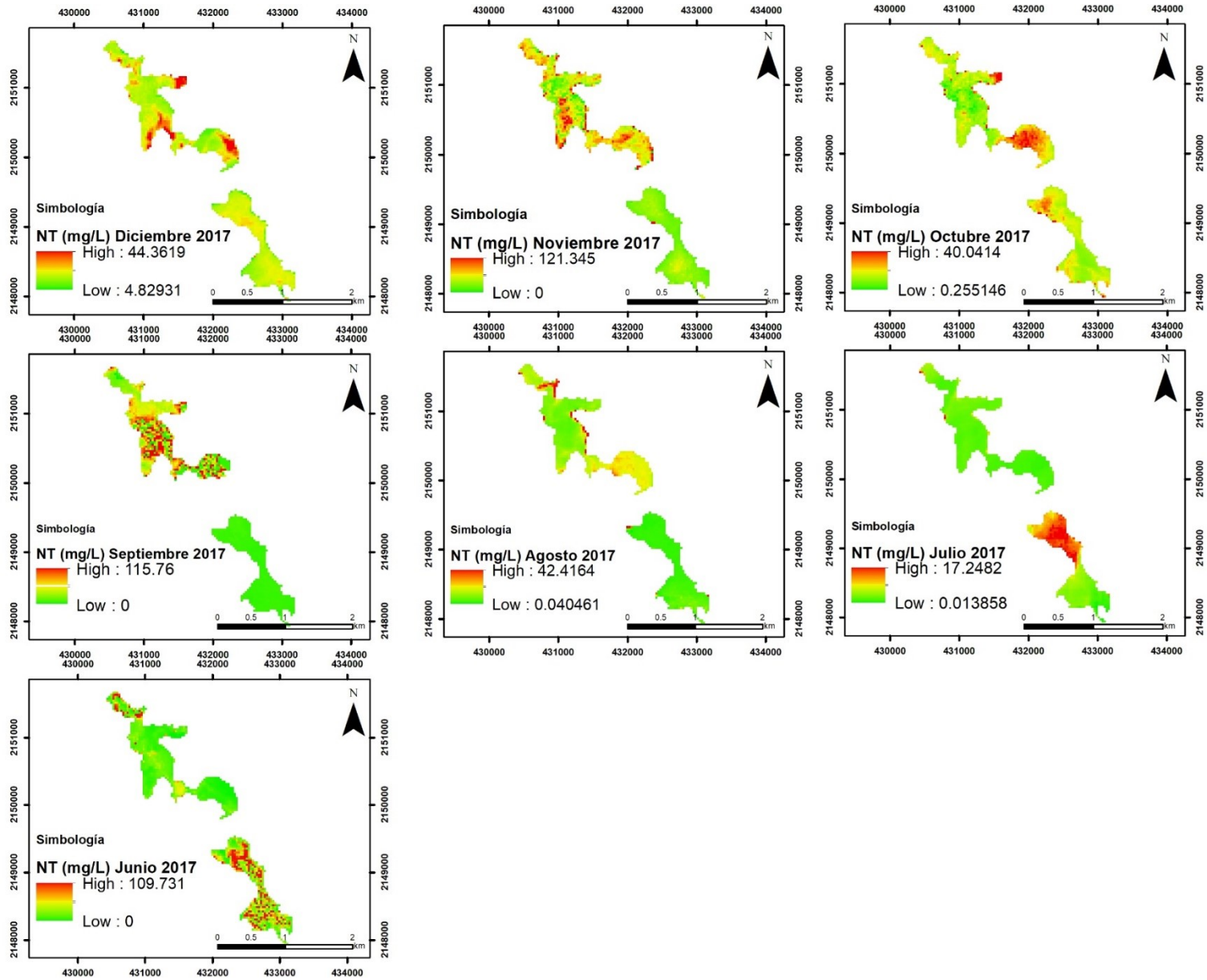
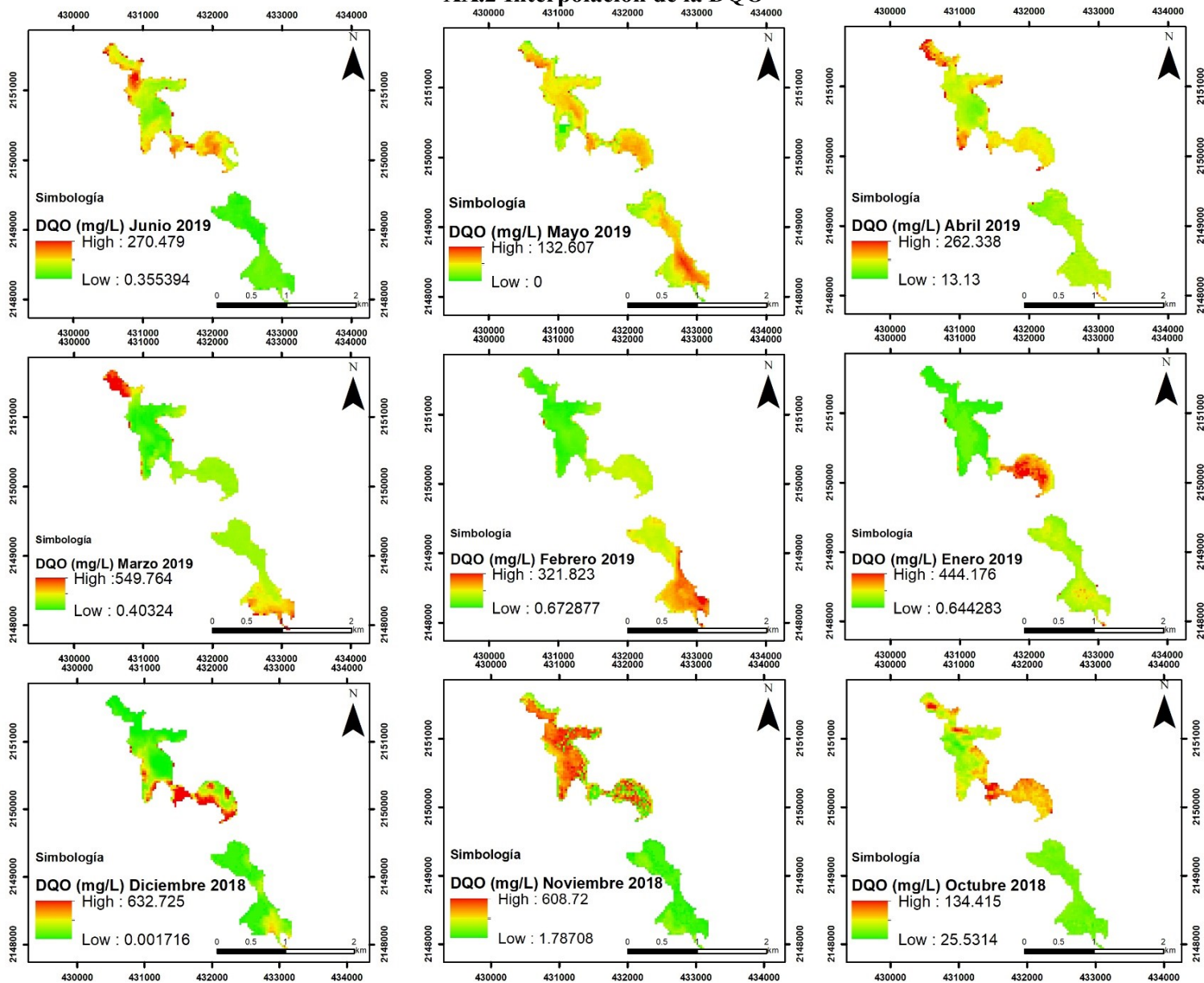
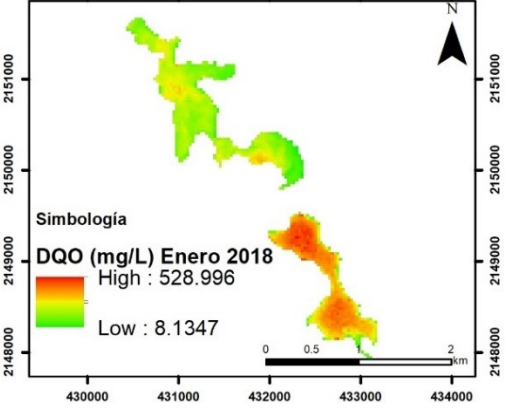
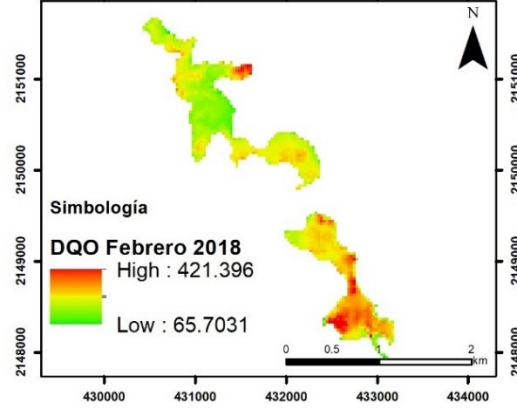
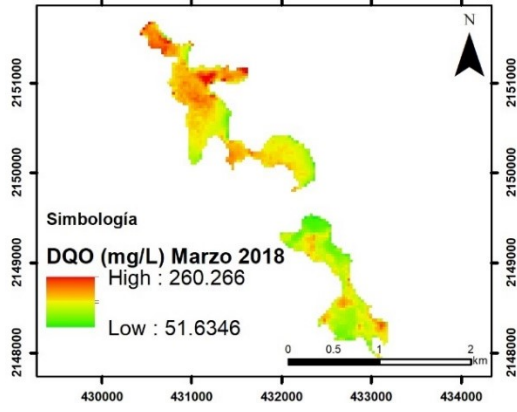
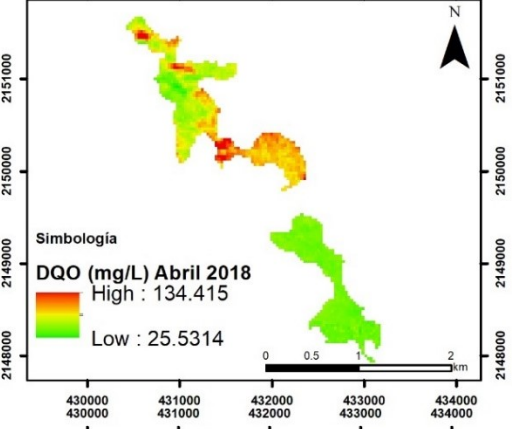
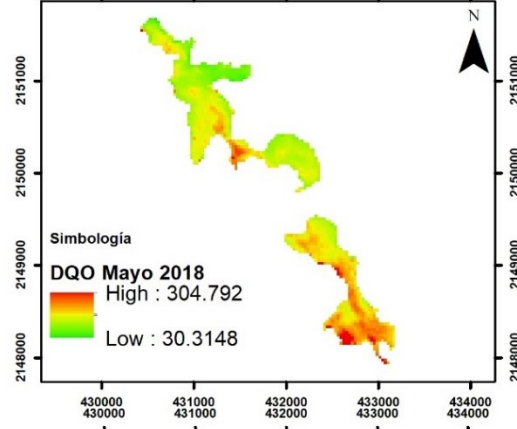
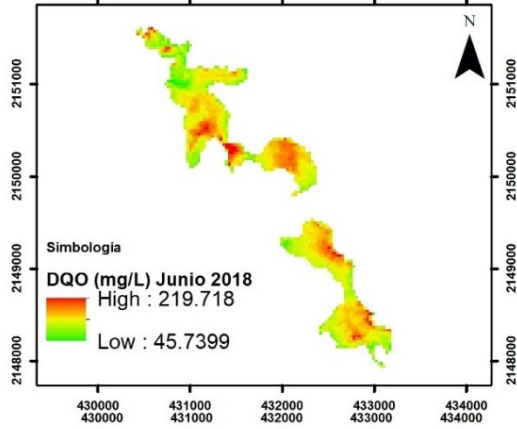
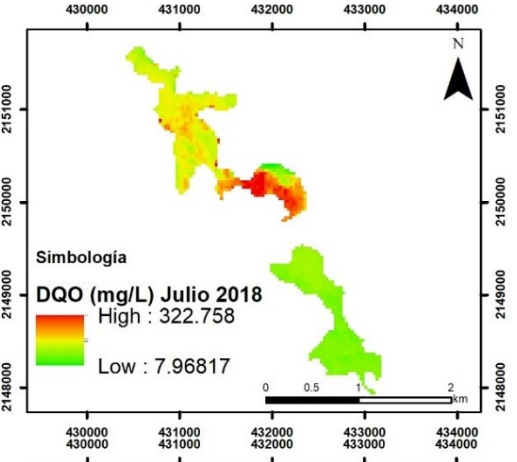
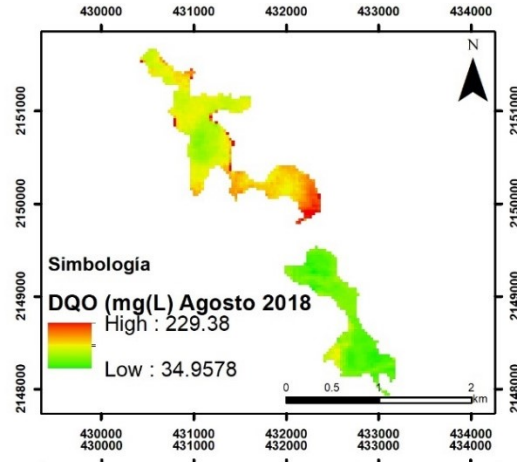
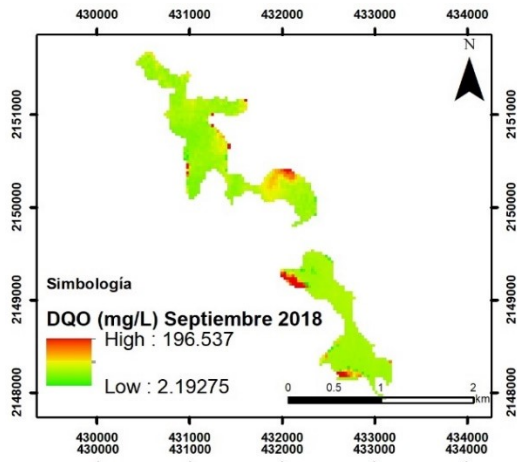


Figura 35A. Interpolaciones para la serie de tiempo del NT (junio 2017 a junio 2019).

XX.2 Interpolación de la DQO





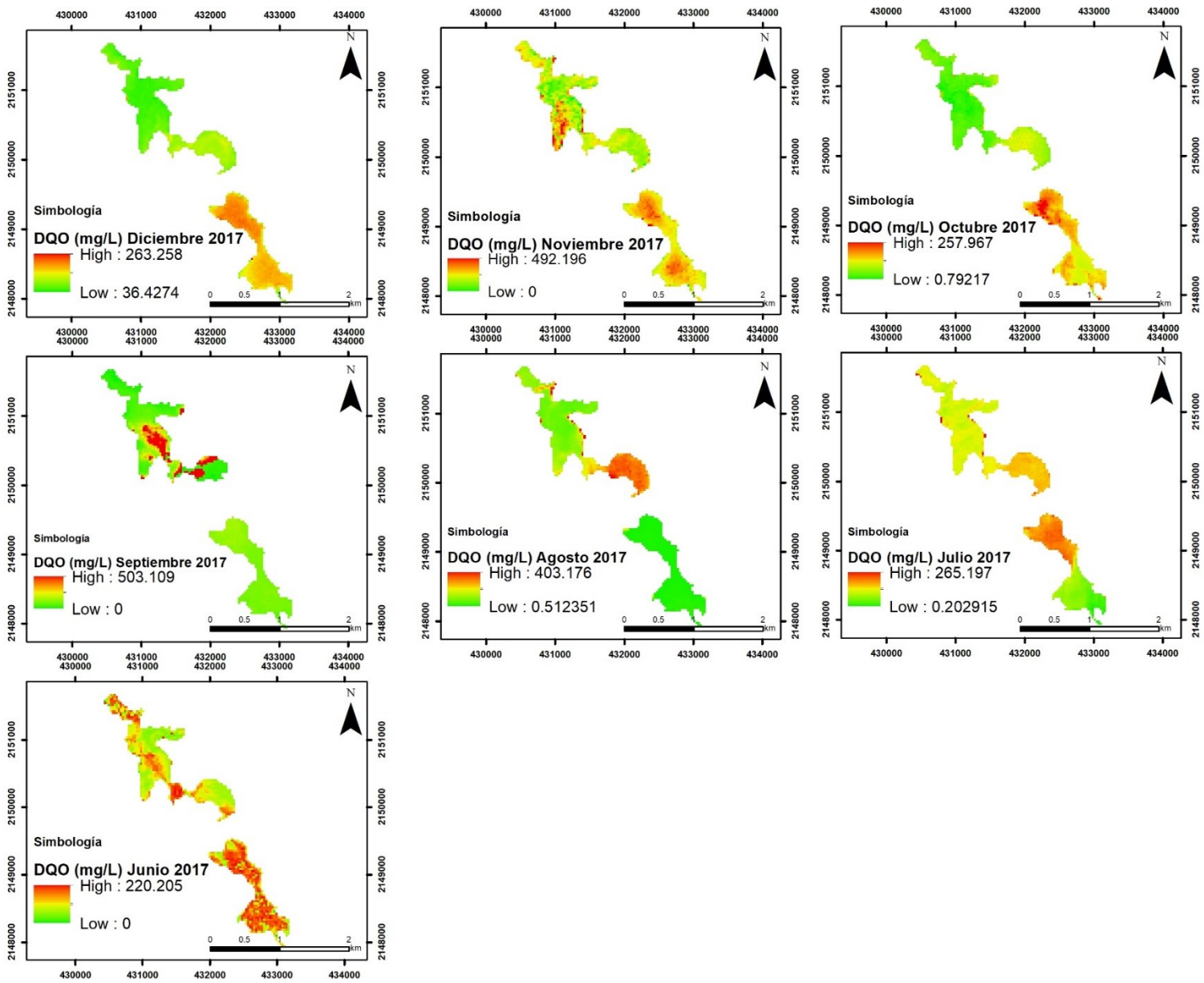
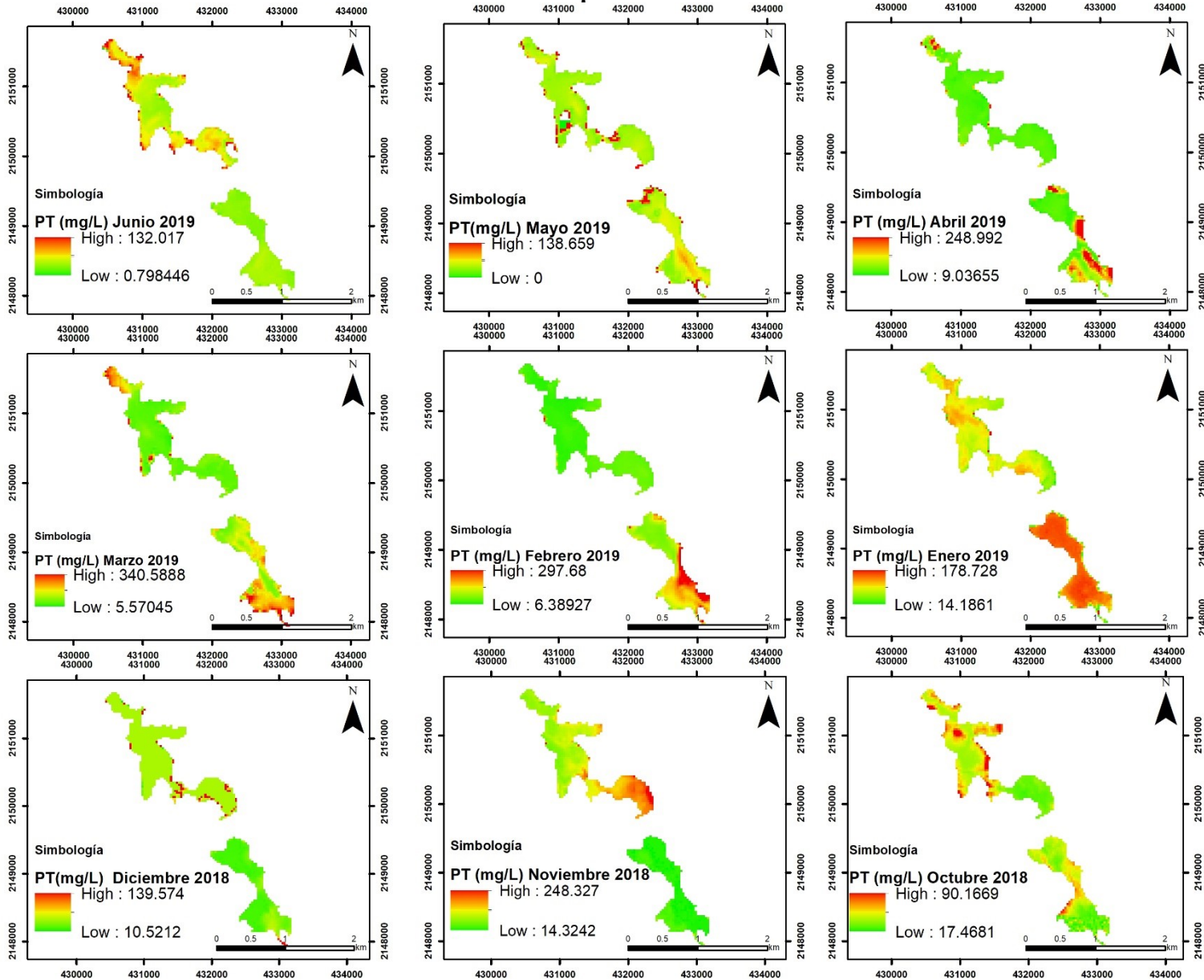
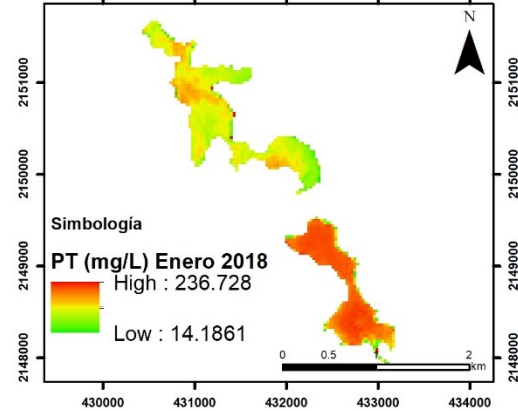
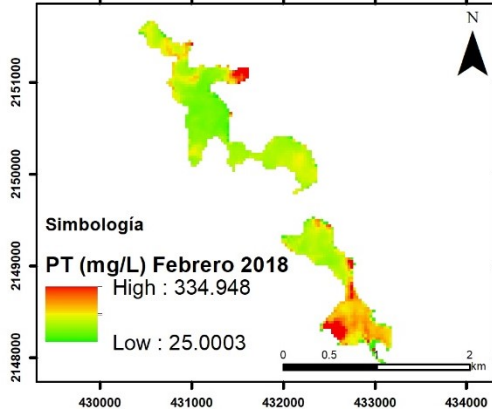
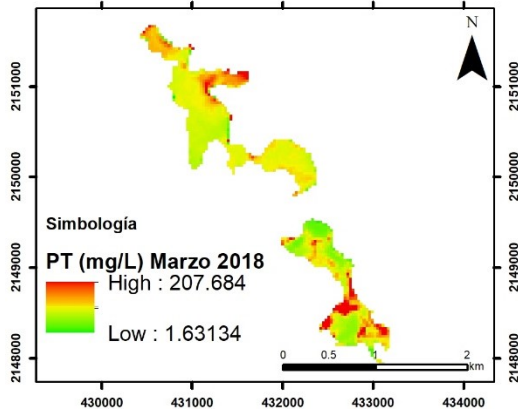
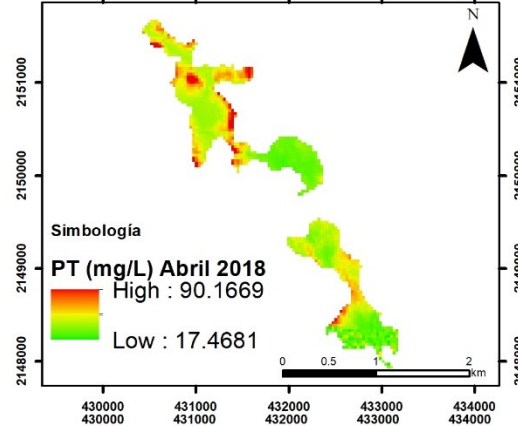
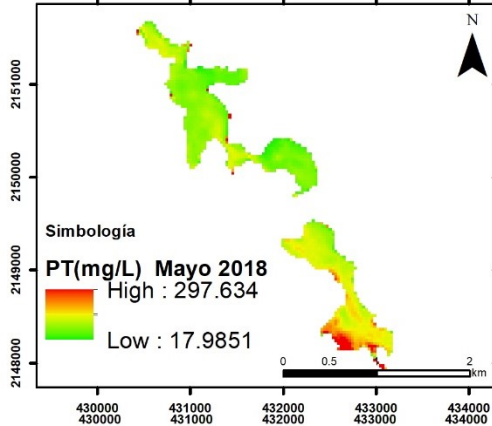
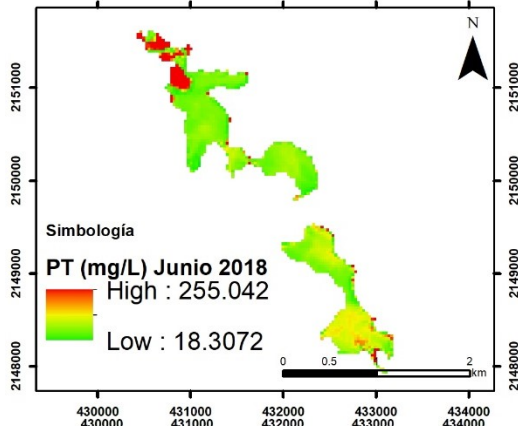
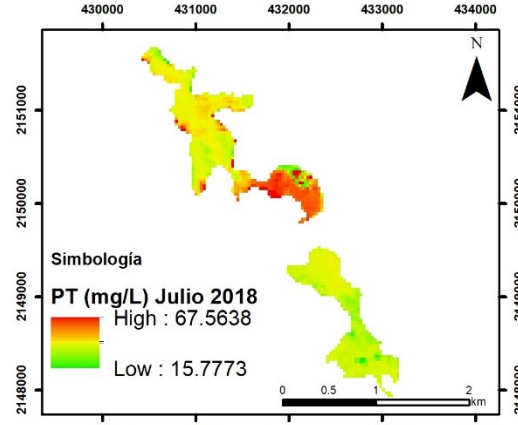
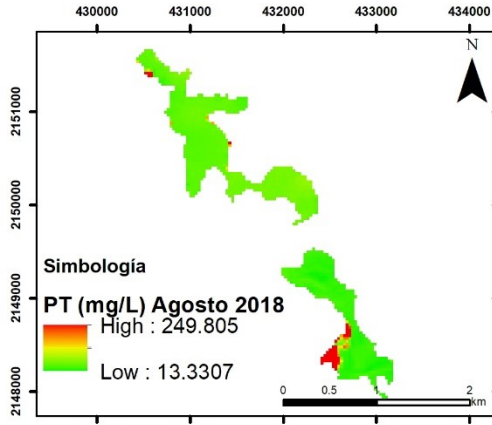
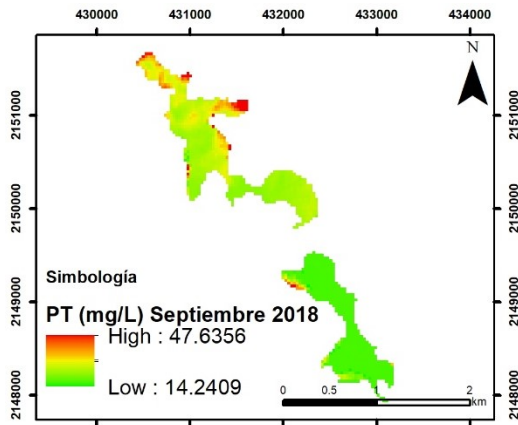


Figura 36A. Interpolaciones para la serie de tiempo de la DQO (junio 2017 a junio 2019).

XX.3 Interpolación de PT





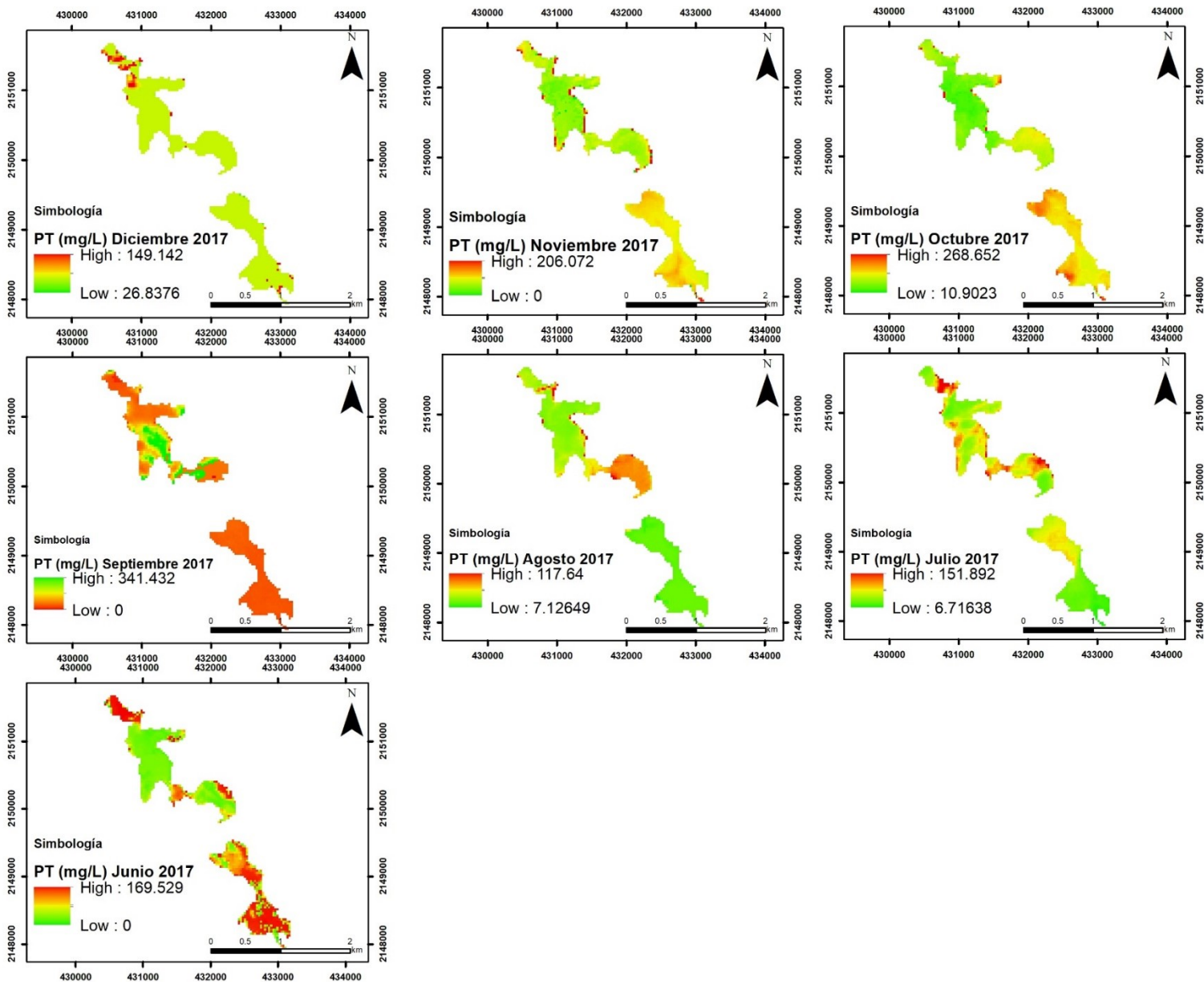
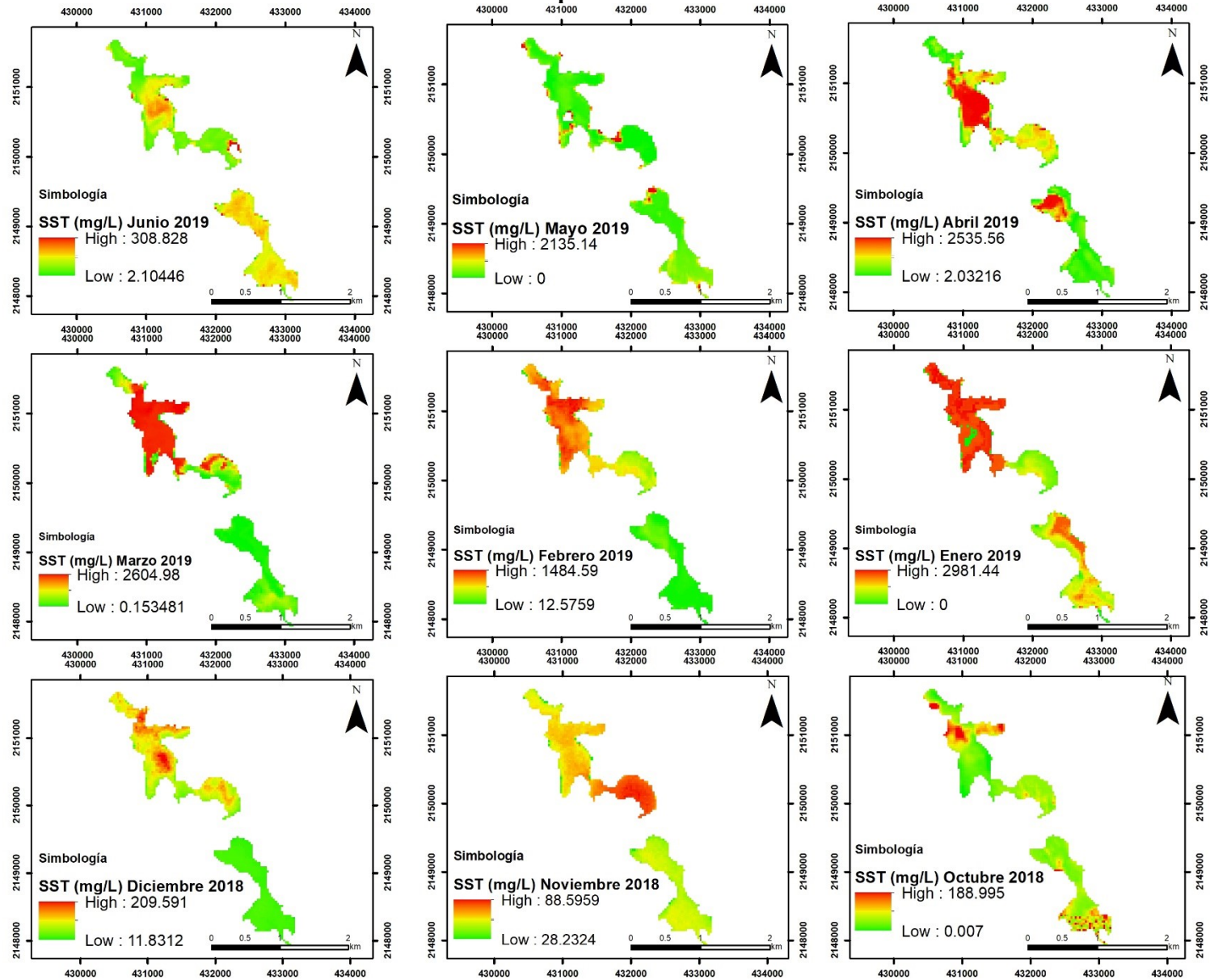
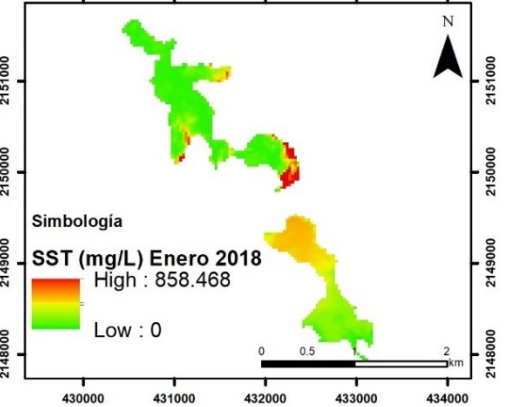
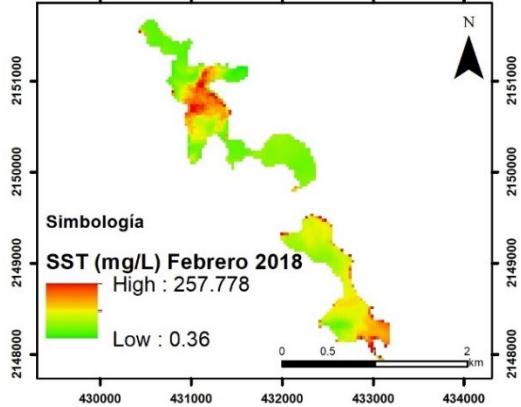
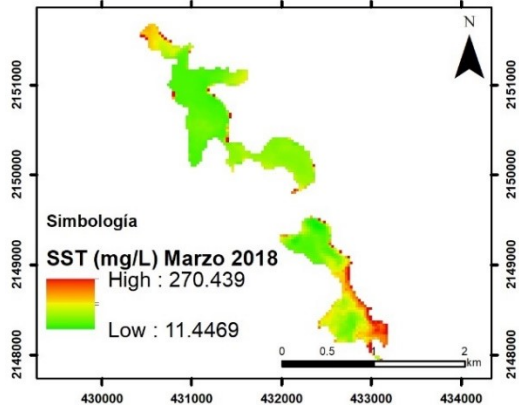
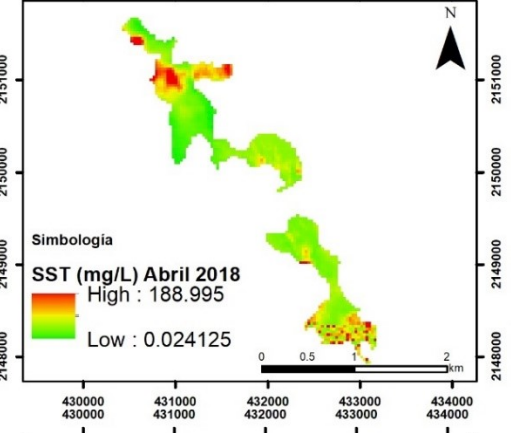
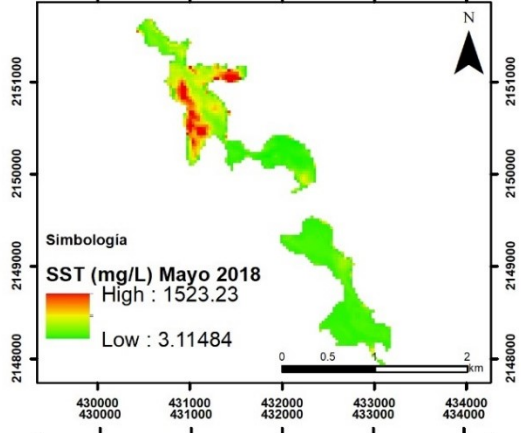
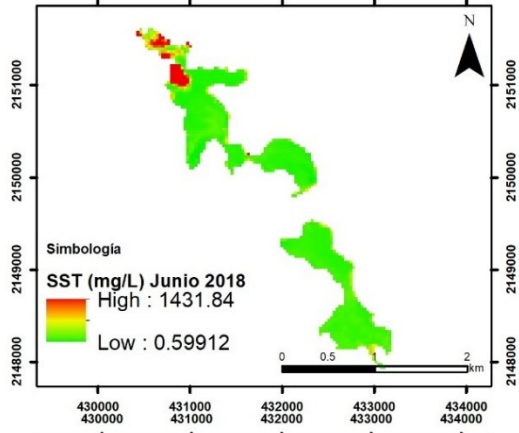
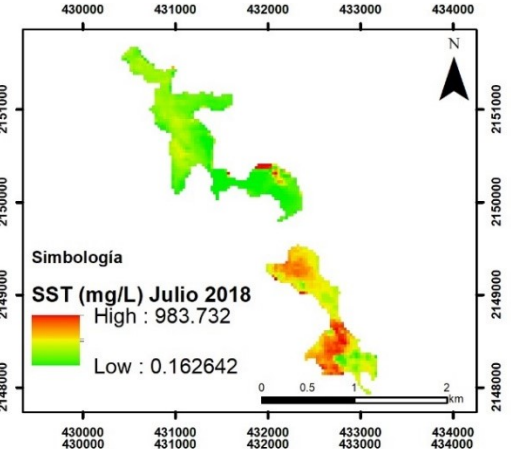
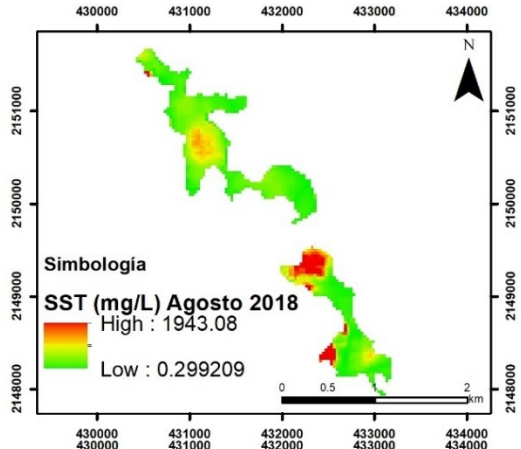
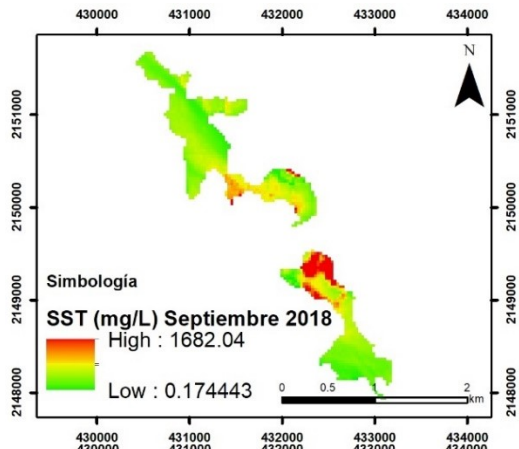


Figura 37A. Interpolaciones para la serie de tiempo del PT (junio 2017 a junio 2019).

XX.4 Interpolación de los SST





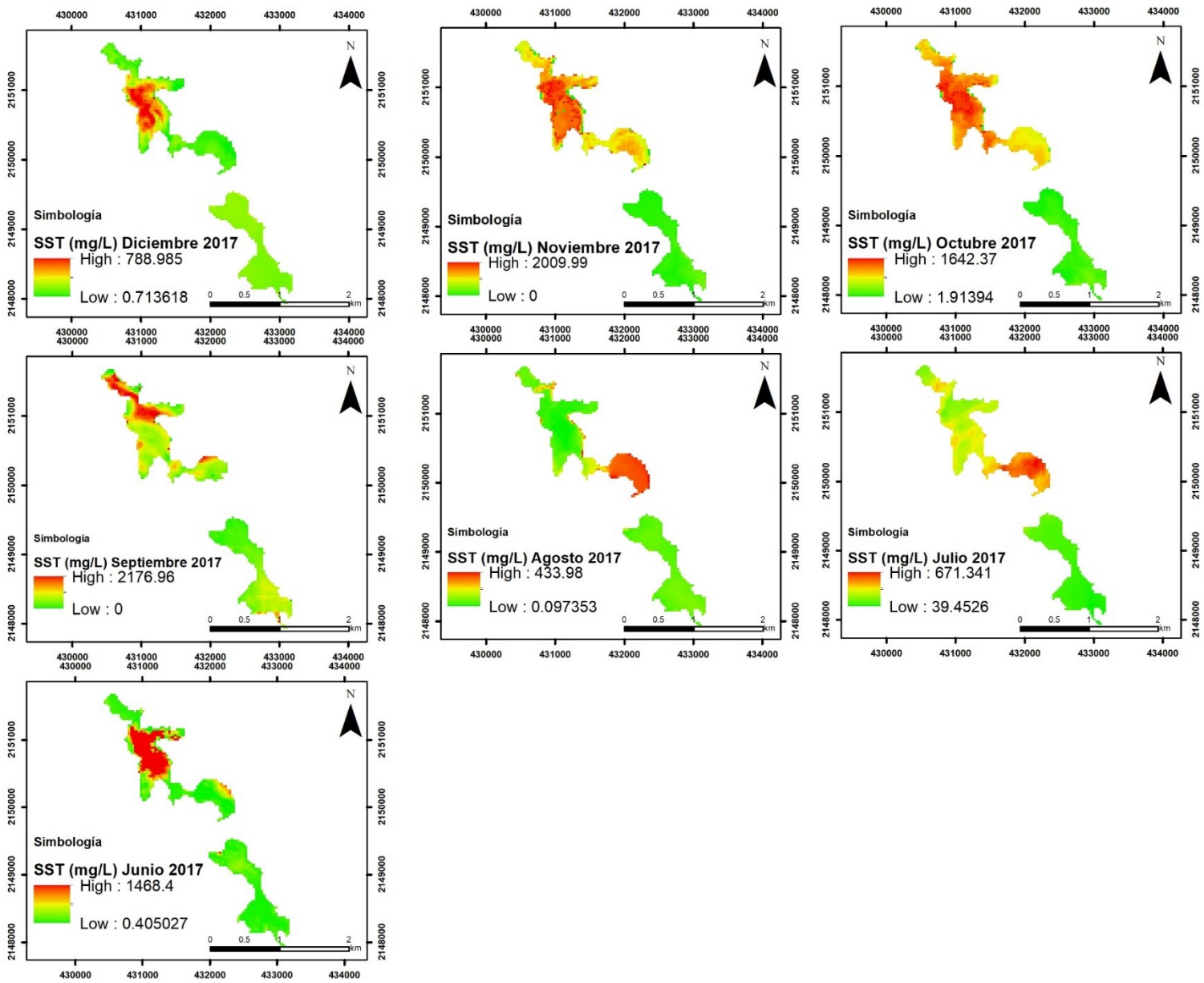
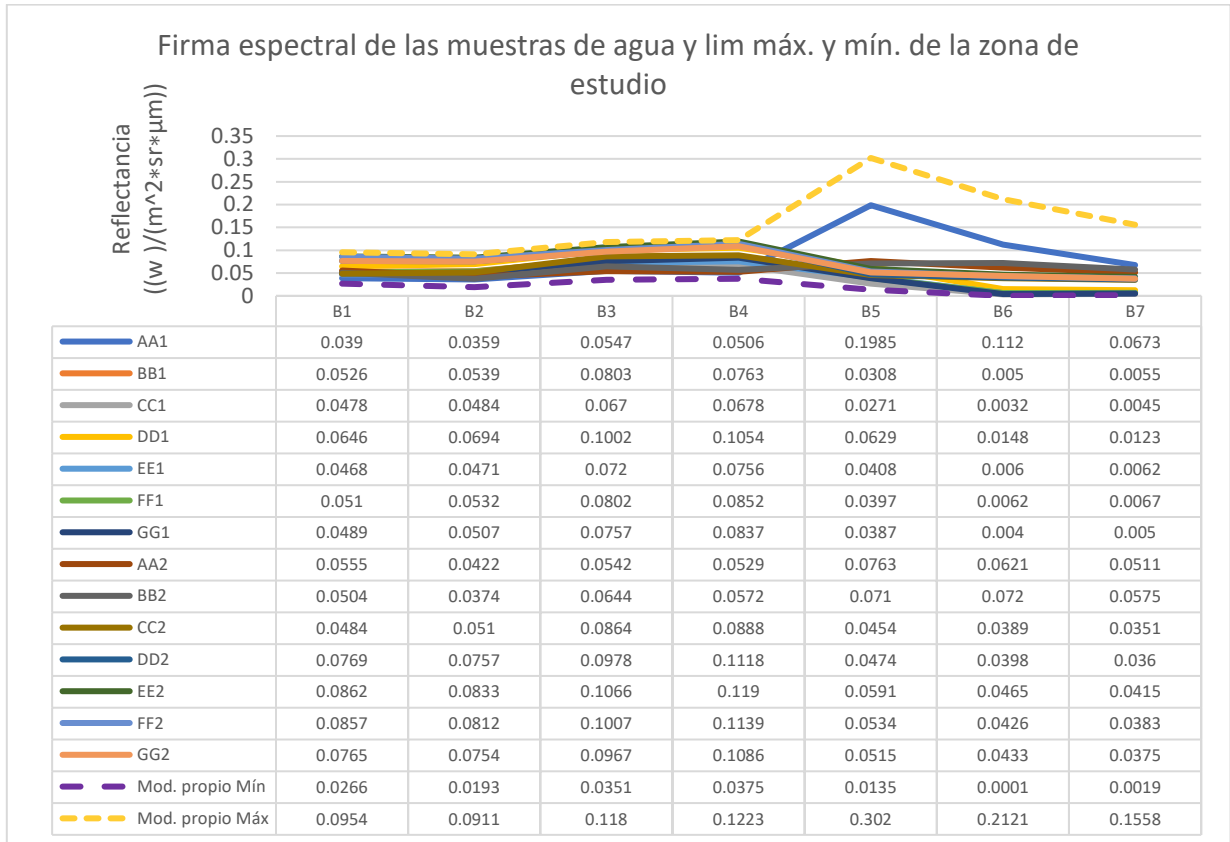


Figura 38A. Interpolaciones para la serie de tiempo de los SST (junio 2017 a junio 2019).

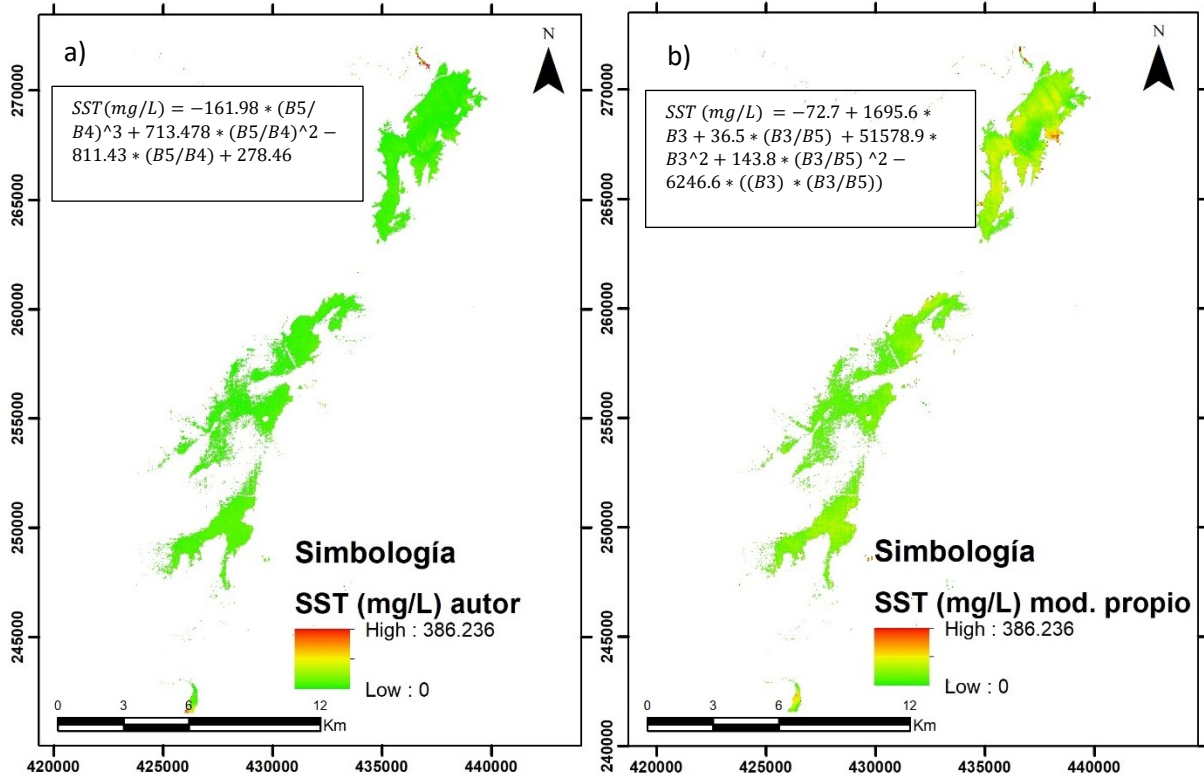
Anexo XXI. Firmas espectrales de las muestras de agua



Fuente: Elaboración propia con base a imagen Landsat 8 OLI, 2018. Simbología: temporada antes de lluvias (AA1) y temporada después de lluvias (AA2).

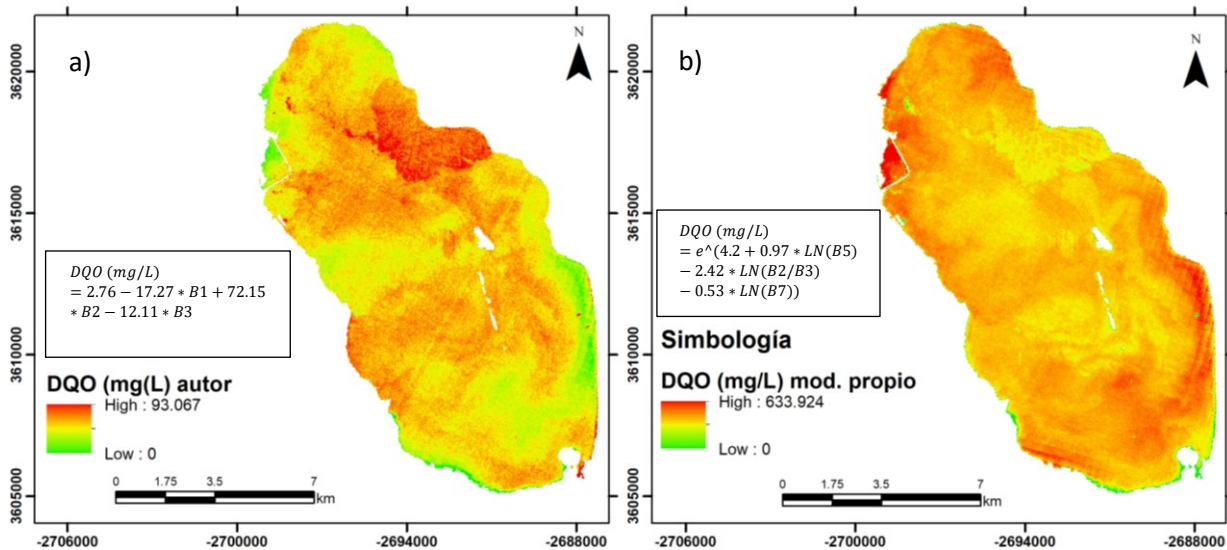
Anexo XXII. Interpolación de resultados con cuerpos de agua de otras zonas de estudio

XXII.1 Prueba con Ruiz, 2017



Simbología: Sólidos suspendidos totales (SST), a) interpolación con modelo del autor b), interpolación con el modelo propio (polinómico). Imagen utilizada 3 de septiembre de 2016 en el embalse de Prado. Nota: Los pixeles con $NDWI \leq 0.25$ fueron descartados debido a que el modelo propio estima con valores extremos de SST.

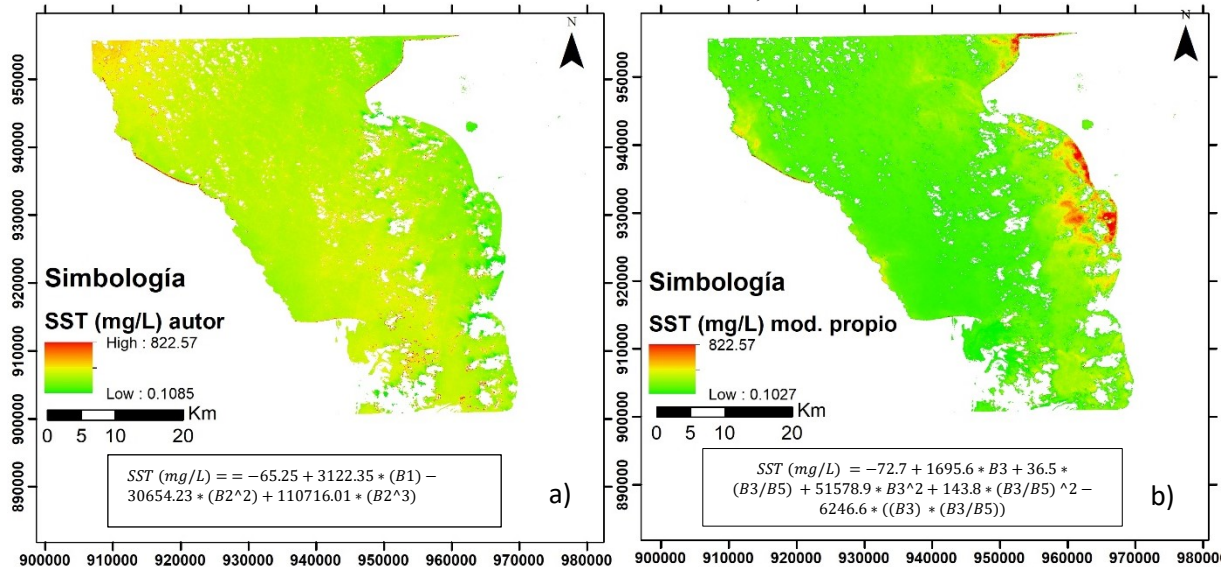
XXII.2 Prueba con Figueroa et al., 2015



Simbología: Demanda química de oxígeno (DQO), a) interpolación con modelo del autor b), interpolación con el modelo

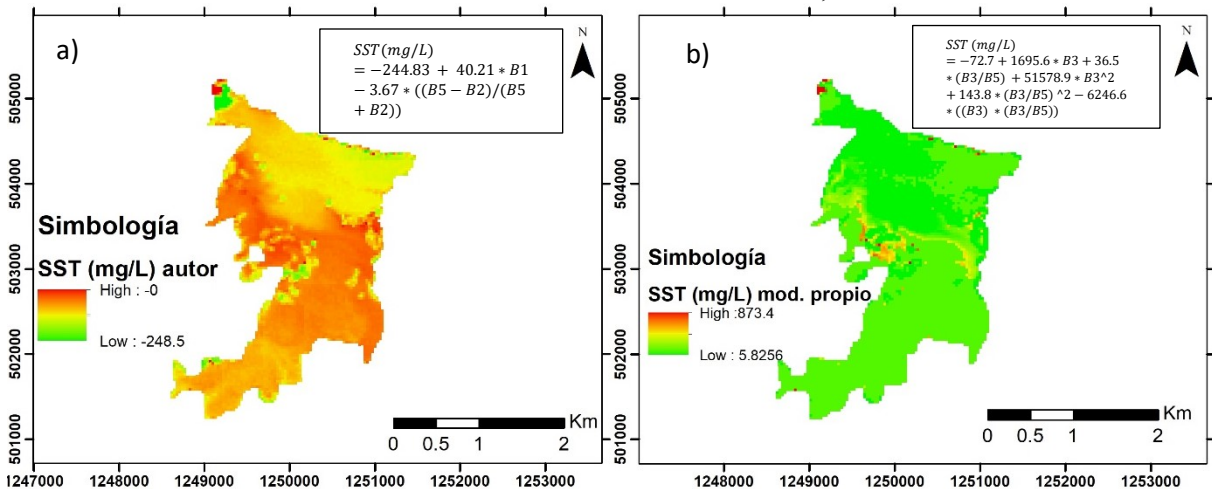
propio (polinómico). Imagen utilizada 1 de febrero de 2014. Modelo no comparable con el modelo propio, ya que, sobreestima de manera considerable la DQO.

XXII.3 Prueba con Carrillo, 2016



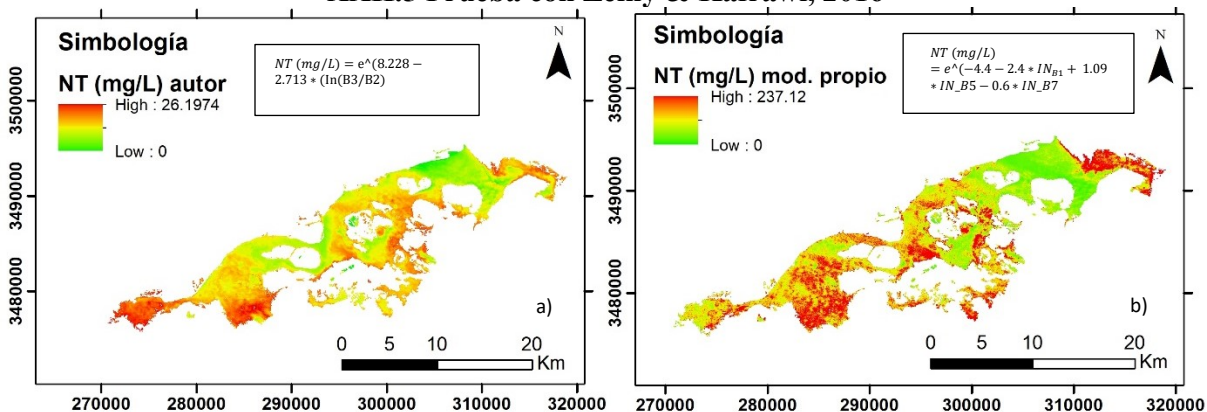
Simbología: Sólidos suspendidos totales (SST), a) interpolación con modelo del autor b), interpolación con el modelo propio (polinómico). Imagen utilizada 2 de enero de 2015. Nota: La zona de huecos libres no es viable de aplicar la ecuación debido a la presencia de nubes.

XXII.4 Prueba con Gómez & Dalence, 2014

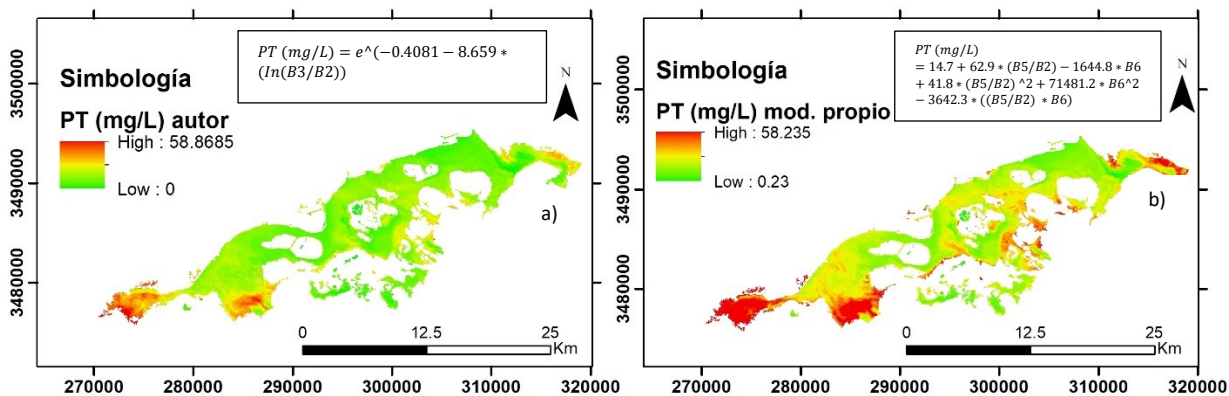


Simbología: Sólidos suspendidos totales (SST), a) interpolación con modelo del autor, b) interpolación con el modelo propio (polinómico). Imagen utilizada 4 de enero de 2015. Modelo no comparable debido a que la ecuación de regresión del autor estima con valores negativos.

XXII.5 Prueba con Zeiny & Kafrawi, 2016

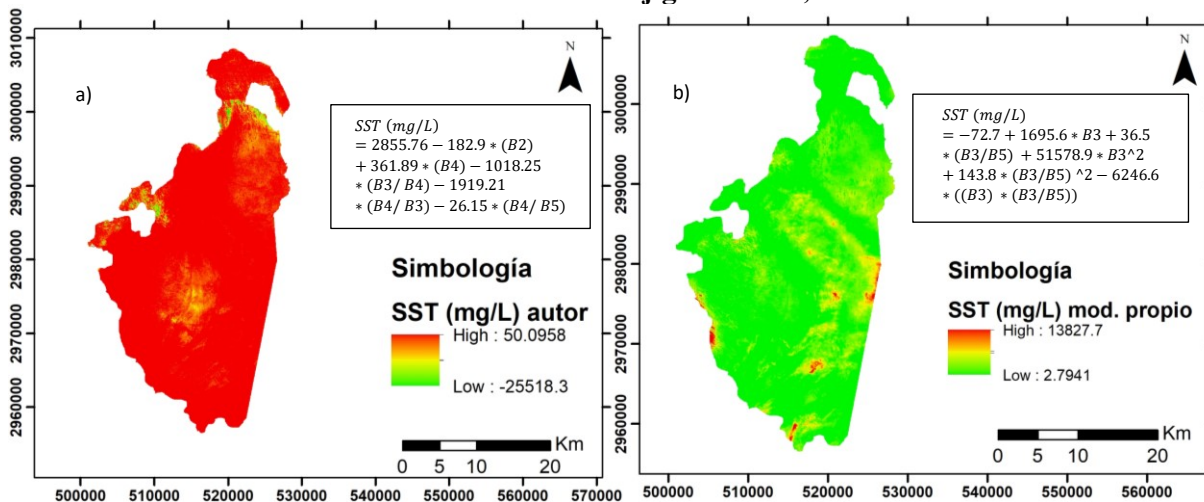


Simbología: a) Lago Burullus a través de la ecuación de Zeiny y Kafrawi, 2015 b) Lago Burullus a través de la ecuación propia (lineal), nitrógeno total (NT). Imagen utilizada del 15 de enero de 2015.



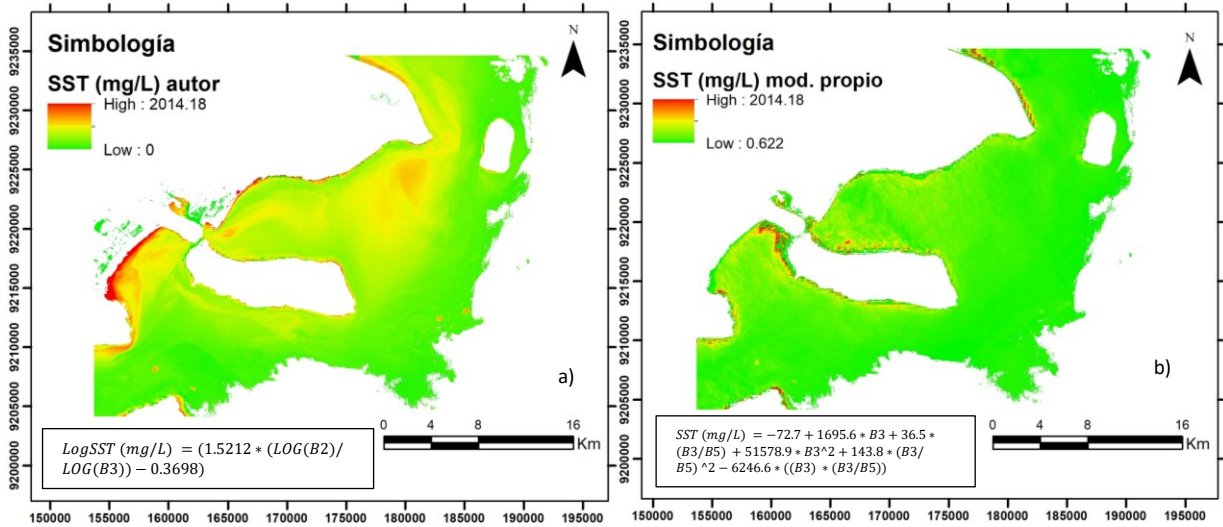
Simbología: a) Lago Burullus a través de la ecuación de Zeiny y Kafrawi, 2015 b) Lago Burullus a través de la ecuación propia (lineal), fósforo total (PT). Imagen utilizada del 15 de enero de 2015.

XXII.6 Prueba con Hajigholizadeh, 2016



Simbología: Sólidos suspendidos totales (SST), interpolación con modelo del autor (a), interpolación con el modelo propio (polinómico). Imagen utilizada 9 de septiembre de 2015. Modelo no comparable debido a que la ecuación del autor presenta multicolinealidad (estima con valores negativos).

XXII.7 Prueba con Jaelani et al., 2016



Simbología: Sólidos suspendidos totales (SST), a) interpolación con modelo del autor b), interpolación con el modelo propio (polinómico). Imagen utilizada 22 de abril de 2015.

Anexo XXIII. Identificación de tamaño de muestra para la comparación con diferencias de medias

Término	Variable	Zeiny & Kafrawi (2015)	Ruiz (2017)	Figuroa (2015)	Carrillo (2016)	Gómez & Dalence (2014)	Hajigholizadeh (2016)
Grado de confianza de las muestras	k	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
Grado de confianza de los datos	p	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Error estimado	q	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Población total (pixeles)	N	65536	65587	109716	2137568	3420	1456720
Número de euler	e	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
Tamaño de muestra	n	90.13	90.13	90.18	90.25	87.95	90.24
Redondeo de muestra		91	91	91	91	88	91

Fuente: Elaboración propia.

Anexo XXIV. Proceso de estimación de la variación de medias entre modelos de regresión

Nota: la selección de muestra se realizó de manera aleatoria en cada uno de los cuerpos de agua estudiado con la finalidad de obtener resultados representativos *ad hoc* a la zona de estudio.

Variación de medias de los SST aplicado al Rio Bogotá (Nota: muestras utilizadas en la zona de la Presa Colombia; Gómez & Dalence, 2014, $\bar{R}^2=0.88$)

ID	Bandas							Coordenadas		Muestras		SST (mg/L)			
	n	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal
1	0.0026	0.0068	0.0329	0.0249	0.0249	0.0088	0.0073	582750	499080	1	1	-246.8	0.4	62.8	66.8
2	0.0014	0.0036	0.0356	0.022	0.022	0.0011	0.0012	582870	498900	1	1	-247.4	0.1	107.5	129.0
3	0.0012	0.0036	0.0306	0.0191	0.0191	0.0012	0.0014	582660	499080	1	1	-247.3	0.1	103.1	149.1
4	0.0074	0.0073	0.0252	0.0195	0.0195	0.0011	0.0012	582990	499050	1	1	-246.2	5.5	105.8	86.8
5	0.0004	0.0028	0.0301	0.0175	0.0175	0.0011	0.0007	582780	499200	1	1	-247.5	0.1	111.1	190.1
6	0.0111	0.0105	0.0227	0.0193	0.0193	0.0009	0.001	582960	499020	1	1	-245.5	43.0	108.2	67.6
7	0.0035	0.0068	0.0316	0.0236	0.0236	0.0106	0.0133	582960	499080	1	1	-246.7	0.3	34.2	74.9
8	0.0113	0.0109	0.0225	0.0193	0.0193	0.0006	0.0007	582960	499200	1	1	-245.4	55.9	112.0	65.8
9	0.0087	0.0078	0.0261	0.0203	0.0203	0.0011	0.0012	582330	500160	1	1	-246.1	6.2	106.4	81.9
10	0.0106	0.0101	0.0226	0.0189	0.0189	0.0012	0.0009	582990	499200	1	1	-245.5	40.2	109.2	72.5
11	0.0003	0.0034	0.0286	0.0175	0.0175	0.0009	0.0007	582330	500190	1	1	-247.3	0.2	111.1	170.0
12	0.0013	0.0041	0.0273	0.0176	0.0176	0.001	0.0014	582990	499350	1	1	-247.1	0.4	101.6	150.3
13	0.0016	0.005	0.0341	0.023	0.023	0.0014	0.0012	583110	499320	1	1	-247.1	0.3	108.1	99.7
14	0.0097	0.0096	0.0208	0.017	0.017	0.0005	0.001	583050	499950	1	1	-245.5	55.4	106.5	86.0
15	0.0059	0.0071	0.0318	0.0239	0.0239	0.0106	0.0093	582600	500100	1	1	-246.6	0.5	50.6	72.4
16	0.0099	0.0108	0.0228	0.0193	0.0193	0.0005	0.0008	582480	499920	1	1	-245.5	52.1	110.7	68.4
17	0.0029	0.006	0.0322	0.0229	0.0229	0.0056	0.0048	582240	500250	1	1	-246.9	0.4	75.8	88.4
18	0.0028	0.005	0.0318	0.0214	0.0214	0.0007	0.0005	582090	500040	1	1	-247.0	0.5	115.3	110.2
19	0.0003	0.0034	0.0347	0.0208	0.0208	0.0031	0.0027	583140	499680	1	1	-247.5	0.1	90.8	148.0
20	0.0006	0.0041	0.0317	0.0201	0.0201	0.0013	0.0009	582960	499950	1	1	-247.2	0.2	109.9	136.0
21	0.001	0.0032	0.0317	0.0188	0.0188	0.0007	0.0011	583260	499890	1	1	-247.4	0.1	106.6	169.6
22	0.0117	0.0107	0.0238	0.0199	0.0199	0.0008	0.0007	583350	499920	1	1	-245.5	42.3	112.3	68.5
23	0.0015	0.0039	0.03	0.0188	0.0188	0.0009	0.0012	583260	499710	1	1	-247.2	0.2	105.3	150.2
24	0.009	0.0097	0.0246	0.02	0.02	0.0011	0.0008	583140	499770	1	1	-245.7	23.7	111.1	73.8
25	0.0106	0.01	0.0234	0.019	0.019	0.001	0.0006	582330	500580	1	1	-245.5	39.4	113.2	78.4
26	0.0014	0.0043	0.0293	0.0188	0.0188	0.0006	0.0014	582420	498810	1	1	-247.1	0.4	102.8	142.4
27	0.0116	0.0112	0.0237	0.0198	0.0198	0.0009	0.001	582510	498840	1	1	-245.4	52.6	108.5	69.1
28	0.0006	0.0038	0.0347	0.0213	0.0213	0.0007	0.0011	582690	498780	1	1	-247.4	0.1	108.2	136.5
29	0.0112	0.0114	0.0246	0.0207	0.0207	0.0008	0.0007	582480	498840	1	1	-245.4	47.2	112.7	64.2
30	0.0107	0.0104	0.0233	0.019	0.019	0.0006	0.0005	582540	498780	1	1	-245.5	49.7	114.6	77.5
31	0.004	0.0075	0.032	0.024	0.024	0.0069	0.0049	582540	498810	1	1	-246.6	1.1	76.8	72.3
32	0.0123	0.0115	0.0245	0.0206	0.0206	0.001	0.0009	582570	498750	1	1	-245.4	49.1	110.2	64.7
33	0.0084	0.0086	0.0253	0.0196	0.0196	0.001	0.0014	582450	498780	1	1	-245.9	12.5	103.5	86.1
34	0.0102	0.0104	0.0228	0.0185	0.0185	0.0009	0.0009	582510	498720	1	1	-245.4	53.5	109.0	80.8
35	0.01	0.0098	0.0233	0.0186	0.0186	0.0011	0.0014	582720	498780	1	1	-245.6	34.0	102.6	84.0
36	0.0111	0.0108	0.0241	0.0198	0.0198	0.0008	0.0007	582540	498930	1	1	-245.5	45.9	112.3	72.5
37	0.0082	0.0065	0.0248	0.0177	0.0177	0.0012	0.001	582600	498930	1	1	-246.2	5.5	107.0	117.6
38	0.0107	0.011	0.0231	0.0189	0.0189	0.0008	0.0009	582540	498960	1	1	-245.4	64.0	109.2	77.2
39	0.0089	0.0093	0.024	0.0188	0.0188	0.0005	0.001	582510	498690	1	1	-245.7	26.2	107.8	87.4
40	0.0017	0.0053	0.0331	0.0222	0.0222	0.0019	0.0022	582540	498690	1	1	-247.0	0.4	97.3	106.0
41	0.0029	0.005	0.0343	0.0226	0.0226	0.0006	0.001	582690	498930	1	1	-247.1	0.3	110.0	107.8
42	0.0008	0.0041	0.0342	0.0213	0.0213	0.0004	0.0008	582420	498840	1	1	-247.3	0.2	111.7	132.2
43	0.0012	0.0037	0.0328	0.0199	0.0199	0.0012	0.0009	582510	498870	1	1	-247.3	0.1	109.8	151.8
44	0.0114	0.0108	0.0247	0.0201	0.0201	0.0007	0.0008	582600	498960	1	1	-245.5	41.2	111.1	73.2
45	0.0066	0.0078	0.0272	0.0203	0.0203	0.0011	0.0011	582660	498900	1	1	-246.2	6.4	107.6	91.2
46	0.0117	0.0112	0.025	0.0205	0.0205	0.0009	0.0011	582300	500100	1	1	-245.4	42.2	107.7	70.0
47	0.0064	0.0086	0.0324	0.025	0.025	0.01	0.0069	582750	498900	1	1	-246.4	1.4	65.3	63.1
48	0.0022	0.0044	0.0325	0.0206	0.0206	0.0025	0.0027	582780	498810	1	1	-247.1	0.2	90.5	132.3
49	0.0121	0.0106	0.0246	0.0198	0.0198	0.001	0.0013	582810	498780	1	1	-245.5	37.0	104.9	76.8
50	0.0119	0.0105	0.0242	0.0194	0.0194	0.0008	0.0006	582810	498750	1	1	-245.4	45.4	113.4	79.4
51	0.0035	0.005	0.0284	0.0187	0.0187	0.0016	0.0019	582780	498900	1	1	-246.8	0.8	96.7	134.9
52	0.0046	0.0059	0.0295	0.0203	0.0203	0.0044	0.0052	582480	498960	1	1	-246.7	0.7	68.3	111.3
53	0.0115	0.0114	0.0244	0.02	0.02	0.001	0.0006	582570	499020	1	1	-245.4	59.1	113.6	72.1
54	0.0117	0.0113	0.0258	0.0212	0.0212	0.0008	0.0012	582810	498810	1	1	-245.5	35.8	107.0	66.8
55	0.0026	0.0047	0.0318	0.0205	0.0205	0.0016	0.0018	582660	499020	1	1	-247.0	0.4	99.8	128.1
56	0.0009	0.0033	0.0293	0.0173	0.0173	0.001	0.0008	582630	499050	1	1	-247.3	0.2	109.5	185.8
57	0.01	0.0108	0.0239	0.0192	0.0192	0.001	0.0006	582690	499050	1	1	-245.5	56.3	113.3	79.8
58	0.0027	0.0049	0.0348	0.0226	0.0226	0.0005	0.0014	582600	499020	1	1	-247.1	0.3	105.7	111.4
59	0.0012	0.0043	0.033	0.0207	0.0207	0.0046	0.0029	582360	500400	1	1	-247.2	0.2	88.7	134.7
60	0.0132	0.013	0.0241	0.0203	0.0203	0.0012	0.0008	582720	499080	1	1	-245.1	106.0	111.2	65.5
61	0.0129	0.013	0.0257	0.0218	0.0218	0.0008	0.0007	582930	498960	1	1	-245.2	71.0	113.1	58.7

62	0.0016	0.0048	0.0341	0.022	0.022	0.0011	0.0014	583440	500010	1	1	-247.1	0.3	105.3	117.2	
63	0.0021	0.0038	0.0309	0.0188	0.0188	0.0009	0.0022	582840	499140	1	1	-247.2	0.2	93.4	160.4	
64	0.004	0.0064	0.0293	0.0205	0.0205	0.0011	0.0013	582810	499140	1	1	-246.6	2.0	105.4	105.8	
65	0.0123	0.0122	0.0254	0.0211	0.0211	0.0009	0.001	582960	499050	1	1	-245.3	57.8	109.3	65.1	
66	0.0072	0.0078	0.0274	0.0202	0.0202	0.0014	0.0013	582840	498570	1	1	-246.2	6.4	105.2	94.6	
67	0.0107	0.0107	0.0247	0.0197	0.0197	0.001	0.001	582780	499140	1	1	-245.5	42.5	108.4	79.2	
68	0.0111	0.0112	0.027	0.022	0.022	0.001	0.0007	582660	499110	1	1	-245.6	30.1	113.2	65.2	
69	0.0111	0.0119	0.0243	0.0199	0.0199	0.001	0.0007	582900	498930	1	1	-245.3	75.4	112.3	72.7	
70	0.0116	0.0109	0.0238	0.019	0.019	0.0008	0.0007	583050	498960	1	1	-245.4	61.7	111.9	82.1	
71	0.0004	0.0033	0.0334	0.0195	0.0195	0.0009	0.001	582900	499260	1	1	-247.4	0.1	108.3	168.8	
72	0.0103	0.0111	0.0234	0.0187	0.0187	0.0008	0.0005	582870	498930	1	1	-245.4	78.0	114.5	83.3	
73	0.0006	0.0042	0.0354	0.0219	0.0219	0.0017	0.0012	582870	499050	1	1	-247.3	0.2	107.5	129.5	
74	0.0017	0.005	0.0356	0.0231	0.0231	0.001	0.0012	582930	498990	1	1	-247.1	0.3	108.1	108.3	
75	0.0131	0.0128	0.0251	0.0209	0.0209	0.0008	0.0003	583080	499080	1	1	-245.2	90.3	117.7	65.4	
76	0.0078	0.0085	0.0291	0.0219	0.0219	0.0009	0.0011	582780	499170	1	1	-246.1	6.5	108.6	81.3	
77	0.0127	0.0121	0.026	0.0214	0.0214	0.0008	0.0011	582930	499080	1	1	-245.3	50.0	108.3	65.7	
78	0.0136	0.0136	0.0264	0.0225	0.0225	0.0009	0.0009	582870	499200	1	1	-245.2	72.7	111.1	55.4	
79	0.013	0.0134	0.0258	0.0218	0.0218	0.001	0.0011	582990	499080	1	1	-245.2	77.9	108.5	59.4	
80	0.012	0.0115	0.0252	0.0203	0.0203	0.001	0.0009	582930	499200	1	1	-245.4	53.7	110.0	74.4	
81	0.0028	0.0059	0.0295	0.02	0.02	0.0006	0.0013	583290	499020	1	1	-246.7	1.5	105.0	117.3	
82	0.0027	0.0045	0.0288	0.0182	0.0182	0.0007	0.0008	583290	498960	1	1	-246.9	0.7	110.1	152.3	
83	0.0015	0.0036	0.0314	0.0187	0.0187	0.0015	0.0016	583290	499050	1	1	-247.3	0.2	100.3	169.0	
84	0.0024	0.005	0.0326	0.0211	0.0211	0.0019	0.0022	582090	500220	1	1	-247.0	0.4	96.1	122.6	
85	0.0122	0.0121	0.0266	0.0218	0.0218	0.001	0.0009	582930	499230	1	1	-245.4	46.5	110.8	64.9	
86	0.0085	0.0088	0.0255	0.0191	0.0191	0.0006	0.0009	582330	500100	1	1	-245.8	18.3	109.3	96.6	
87	0.0121	0.0125	0.0263	0.0217	0.0217	0.0007	0.0012	583140	499080	1	1	-245.3	54.0	107.3	64.0	
88	0.0123	0.0138	0.0368	0.0291	0.0291	0.0118	0.0108	582510	499920	1	1	-245.6	5.5	52.7	45.1	
												Promedio Desv stand	-246.2	24.4	103.3	98.7
													0.8	28.0	15.1	35.4

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
	Promedio 1	Desv estándar 1		Est. Propio	Promedio 2					Desv estándar 2	%	
88	-246.2	0.8	88	24.4	28.0	95%	79	-271	2.0	276.6	-264.7	Exponencial
88	-246.2	0.8	88	103.3	15.1	95%	6.8	-350	2.0	352.7	-346.3	Lineal
88	-246.2	0.8	88	98.7	35.4	95%	204.1	-345	2.0	352.4	-337.4	Polinómico

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multispectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 14S.

Variación de medias de la DQO aplicado al Laguna de Bustillos en Chihuahua (Figuroa, 2015)

n	Bandas							Coordenadas		Muestras		DQO (mg/L)			
	ID	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal
1	0.0749	0.0835	0.1363	0.1951	0.256	0.0022	0.0017	321986	3166257	1	1	5.8	1605.95	258.23	72.61
2	0.0747	0.0835	0.1363	0.1954	0.2573	0.0026	0.0014	321958	3166229	1	1	5.8	1785.69	228.69	71.41
3	0.0744	0.0843	0.1375	0.1965	0.2572	0.0021	0.0011	321958	3165304	1	1	5.9	2020.16	270.00	64.84
4	0.0749	0.0833	0.1366	0.1957	0.2571	0.002	0.0012	322154	3164940	1	1	5.8	1955.15	277.21	71.59
5	0.0765	0.086	0.1399	0.1999	0.2576	0.0011	0.0005	322238	3164576	1	1	5.9	3031.14	460.32	69.85
6	0.0752	0.0842	0.1372	0.1959	0.2592	0.0023	0.0007	322434	3163987	1	1	5.9	2569.65	250.95	71.47
7	0.0725	0.0824	0.1345	0.1924	0.2594	0.0021	0.0012	322154	3163539	1	1	5.8	1950.28	265.88	63.34
8	0.0765	0.0864	0.1409	0.2012	0.2582	0.001	0.0007	322882	3162193	1	1	6.0	2565.02	501.40	66.23
9	0.075	0.0842	0.1376	0.1979	0.2565	0.0018	0.0008	323247	3161913	1	1	5.9	2389.34	302.91	68.48
10	0.0759	0.0849	0.1384	0.1974	0.2575	0.0017	0.0011	323695	3161268	1	1	5.9	2019.68	318.63	71.45
11	0.0728	0.0825	0.1348	0.1932	0.2499	0.0019	0.0011	325292	3160483	1	1	5.8	1972.37	286.64	63.70
12	0.0747	0.0845	0.1381	0.1976	0.2555	0.0022	0.0011	324423	3161548	1	1	5.9	2016.76	261.47	64.48
13	0.0758	0.0849	0.1384	0.1976	0.2563	0.0023	0.0011	323975	3162221	1	1	5.9	2010.47	252.80	70.72
14	0.0755	0.0844	0.1376	0.1969	0.2564	0.0015	0.0007	323779	3162586	1	1	5.9	2545.80	350.45	71.73
15	0.0745	0.0847	0.1374	0.1976	0.2558	0.0018	0.0005	323667	3162754	1	1	5.9	2990.07	303.58	65.82
16	0.0762	0.0852	0.1384	0.197	0.2576	0.0022	0.0009	323555	3163370	1	1	5.9	2223.99	261.25	73.35
17	0.0758	0.0845	0.1377	0.1964	0.2569	0.0023	0.001	323499	3163511	1	1	5.9	2115.86	251.43	73.30

18	0.0758	0.0849	0.1378	0.1966	0.2575	0.002	0.0007	323443	3163819	1	1	5.9	2529.06	279.97	72.99
19	0.0773	0.0862	0.1402	0.1998	0.2566	0.0007	0.0006	323387	3164323	1	1	5.9	2744.85	689.65	73.69
20	0.0758	0.0865	0.1396	0.1987	0.2593	0.0016	0.0008	323275	3164632	1	1	6.0	2342.76	337.95	66.50
21	0.0744	0.083	0.136	0.194	0.2575	0.0022	0.001	323275	3165332	1	1	5.8	2149.07	257.26	70.57
22	0.0731	0.0816	0.1339	0.1921	0.2564	0.0023	0.0011	323751	3165893	1	1	5.8	2043.59	246.16	69.76
23	0.0744	0.0828	0.1356	0.1938	0.2583	0.0017	0.0008	324003	3165893	1	1	5.8	2418.16	312.74	72.13
24	0.0736	0.0837	0.1368	0.1961	0.2567	0.0017	0.0009	323975	3165332	1	1	5.9	2249.56	315.70	61.90
25	0.0746	0.0832	0.1361	0.1947	0.2577	0.0022	0.0014	322630	3165669	1	1	5.8	1797.66	257.70	71.53
26	0.0736	0.0832	0.1354	0.1942	0.2582	0.0027	0.0018	322714	3166229	1	1	5.9	1560.48	223.21	67.51
27	0.0742	0.0842	0.1373	0.1967	0.2598	0.0013	0.0007	324479	3165809	1	1	5.9	2580.02	392.72	64.38
28	0.076	0.0859	0.1391	0.1984	0.2598	0.001	0.001	324788	3165360	1	1	6.0	2106.76	497.98	69.70
29	0.0748	0.0853	0.1391	0.1982	0.259	0.0009	0.0006	324760	3164912	1	1	5.9	2787.60	541.41	61.52
30	0.0765	0.0861	0.1395	0.2003	0.2585	0.0015	0.0008	324311	3164772	1	1	6.0	2357.95	355.25	71.35
31	0.075	0.0839	0.1367	0.1953	0.2561	0.0019	0.0008	324339	3164043	1	1	5.9	2368.47	289.13	71.79
32	0.0734	0.0839	0.1364	0.1952	0.2578	0.0019	0.001	324367	3163987	1	1	5.9	2111.01	290.03	62.13
33	0.0775	0.0869	0.1418	0.2016	0.2582	0.0012	0.0003	324928	3164183	1	1	6.0	3993.82	431.84	69.40
34	0.0792	0.0888	0.1438	0.2033	0.2582	0.0015	0.0011	325096	3164183	1	1	6.1	1992.77	364.50	72.81
35	0.0799	0.0877	0.143	0.202	0.2559	0.0012	0.0002	325768	3164436	1	1	6.0	4881.25	437.33	79.24
36	0.0766	0.0866	0.1402	0.1997	0.2558	0.001	0.0004	326161	3164436	1	1	6.0	3342.29	501.08	69.27
37	0.0786	0.0859	0.141	0.2009	0.2559	0.0007	0.0007	327169	3164436	1	1	5.9	2583.08	696.13	78.52
38	0.0778	0.087	0.1404	0.1993	0.255	0.001	0.0004	325768	3163847	1	1	6.0	3306.48	504.48	75.86
39	0.0782	0.088	0.1417	0.2006	0.2555	0.0011	0.0003	325348	3163847	1	1	6.0	3827.80	467.83	73.83
40	0.0738	0.0834	0.1354	0.1931	0.2561	0.0016	0.0007	324928	3163426	1	1	5.9	2517.16	328.99	68.73
41	0.0772	0.0848	0.1387	0.1969	0.2568	0.0026	0.0011	325096	3162670	1	1	5.9	2030.69	229.59	78.27
42	0.0762	0.0848	0.1381	0.197	0.2549	0.0027	0.0012	325516	3162530	1	1	5.9	1906.53	224.19	74.21
43	0.0756	0.0845	0.137	0.1959	0.2554	0.0018	0.0007	325908	3163146	1	1	5.9	2502.20	302.47	74.45
44	0.0735	0.0833	0.1357	0.1938	0.2569	0.002	0.0007	326973	3162670	1	1	5.9	2545.81	277.16	65.55
45	0.0743	0.0827	0.1348	0.1933	0.2506	0.0024	0.0008	326665	3162165	1	1	5.8	2320.97	239.63	73.85
46	0.0729	0.0817	0.1339	0.1923	0.2478	0.0022	0.001	326665	3161633	1	1	5.8	2070.92	254.66	67.78
47	0.0721	0.0816	0.1331	0.1911	0.2501	0.0021	0.001	326833	3161100	1	1	5.8	2065.75	263.45	65.49
48	0.0738	0.0848	0.1373	0.1962	0.2568	0.0024	0.0016	327141	3159418	1	1	5.9	1630.10	246.62	61.36
49	0.0712	0.0816	0.1338	0.1934	0.2562	0.0024	0.0018	330812	3161913	1	1	5.8	1577.15	241.63	56.23
50	0.0714	0.0819	0.134	0.1926	0.256	0.0017	0.0013	330447	3162137	1	1	5.8	1857.23	311.11	56.93
51	0.0739	0.0845	0.1375	0.1959	0.2564	0.0018	0.0007	327898	3162838	1	1	5.9	2534.04	303.80	61.26
52	0.073	0.0849	0.1389	0.1994	0.2556	0.0031	0.0017	328318	3159811	1	1	5.9	1612.33	210.66	48.62
53	0.0748	0.085	0.1377	0.1971	0.2574	0.0031	0.0018	328598	3158970	1	1	5.9	1538.66	206.27	66.82
54	0.0729	0.0835	0.1365	0.1956	0.2572	0.0025	0.0013	331848	3158689	1	1	5.9	1861.86	237.89	58.00
55	0.0756	0.0835	0.1373	0.1966	0.2577	0.003	0.0021	331484	3159474	1	1	5.8	1473.78	206.89	73.55
56	0.074	0.083	0.1359	0.1957	0.2578	0.0032	0.0021	331176	3159979	1	1	5.8	1459.27	198.68	68.29
57	0.0733	0.0826	0.1355	0.1945	0.2558	0.0029	0.0017	330980	3160399	1	1	5.8	1624.08	212.15	64.86
58	0.0745	0.0831	0.1356	0.1941	0.2548	0.0029	0.0014	330812	3160511	1	1	5.8	1767.22	210.86	72.52
59	0.0733	0.0822	0.1349	0.1933	0.256	0.0029	0.0016	330784	3160623	1	1	5.8	1679.15	210.85	67.23
60	0.0762	0.0854	0.1382	0.1982	0.2565	0.0027	0.0017	330307	3161212	1	1	5.9	1575.65	225.48	73.98
61	0.0753	0.0838	0.1372	0.1983	0.2563	0.0023	0.001	330083	3161436	1	1	5.8	2135.08	250.38	71.90
62	0.0744	0.0834	0.1358	0.1936	0.255	0.0019	0.0008	329999	3161745	1	1	5.8	2354.92	287.81	71.14
63	0.0751	0.0839	0.1372	0.1961	0.2546	0.0013	0.0009	329831	3161857	1	1	5.9	2234.42	392.91	70.49
64	0.0762	0.0844	0.1381	0.1963	0.2537	0.0016	0.0008	329663	3162025	1	1	5.9	2371.00	333.20	74.12
65	0.0744	0.0827	0.136	0.1947	0.2529	0.0026	0.0015	328962	3161801	1	1	5.8	1724.54	227.61	70.24
66	0.0726	0.0845	0.1371	0.1956	0.2556	0.0017	0.0006	328262	3160876	1	1	5.9	2718.27	317.61	53.12
67	0.0745	0.0836	0.1361	0.1949	0.2566	0.0022	0.0007	328570	3160539	1	1	5.9	2538.89	258.04	70.79
68	0.0755	0.0843	0.1379	0.1971	0.2564	0.0026	0.0014	329215	3160483	1	1	5.9	1788.80	230.42	70.63
69	0.0746	0.084	0.1355	0.1947	0.2565	0.0023	0.001	329495	3160511	1	1	5.9	2061.23	249.78	73.66
70	0.0731	0.0841	0.1355	0.1929	0.2555	0.0025	0.0016	329859	3160427	1	1	5.9	1602.86	237.75	63.42
71	0.0644	0.0728	0.1193	0.1714	0.2464	0.0617	0.0371	329327	3160007	1	1	5.5	313.47	98.55	65.24

72	0.089	0.1021	0.1444	0.1791	0.2573	0.2266	0.1419	328794	3160960	1	1	6.8	113.82	140.76	112.37	
73	0.0738	0.0835	0.1367	0.1955	0.257	0.0031	0.0015	328850	3160595	1	1	5.9	1732.95	204.54	63.75	
74	0.0749	0.0827	0.1354	0.1941	0.2568	0.0026	0.0014	328850	3160287	1	1	5.8	1795.30	226.26	75.94	
75	0.0749	0.0839	0.1362	0.1953	0.2573	0.0032	0.0017	329243	3159586	1	1	5.9	1592.53	198.52	73.07	
76	0.0743	0.0838	0.1353	0.1936	0.2546	0.0028	0.0013	329999	3159222	1	1	5.9	1788.83	217.12	72.32	
77	0.0737	0.0831	0.1358	0.1943	0.2558	0.0027	0.0016	330111	3159755	1	1	5.8	1660.73	223.18	66.48	
78	0.0744	0.0839	0.135	0.1935	0.2579	0.0034	0.0019	330700	3159727	1	1	5.9	1474.38	190.61	74.32	
79	0.0736	0.0823	0.1342	0.1923	0.2566	0.0029	0.0017	330868	3159306	1	1	5.8	1605.54	209.85	71.99	
80	0.0732	0.0818	0.134	0.1923	0.2557	0.0023	0.0012	330980	3158017	1	1	5.8	1939.81	246.52	70.00	
81	0.0723	0.0811	0.1327	0.1898	0.2555	0.0029	0.0013	330167	3157624	1	1	5.8	1853.98	208.41	68.85	
82	0.0733	0.0819	0.134	0.1928	0.2534	0.0018	0.0007	329607	3157736	1	1	5.8	2538.41	296.40	70.51	
83	0.0738	0.0832	0.1359	0.1939	0.2537	0.0025	0.0012	329215	3158157	1	1	5.8	1911.53	235.44	66.64	
84	0.0737	0.0824	0.1339	0.1916	0.2544	0.0028	0.0014	330027	3158381	1	1	5.8	1746.83	214.51	73.61	
85	0.0732	0.0826	0.1351	0.193	0.2552	0.0026	0.0016	329719	3159194	1	1	5.8	1660.40	228.37	65.69	
86	0.0757	0.0841	0.1374	0.197	0.2565	0.0024	0.0015	329299	3158998	1	1	5.9	1721.07	243.13	73.72	
87	0.0767	0.0848	0.1387	0.1981	0.2586	0.0035	0.0026	322042	3161885	1	1	5.9	1306.24	188.10	75.44	
88	0.0748	0.0835	0.1359	0.1944	0.2569	0.0021	0.0015	321622	3165977	1	1	5.8	1707.84	266.99	73.50	
89	0.0741	0.0857	0.1397	0.1988	0.2592	0.001	0.0009	321229	3165248	1	1	6.0	2256.54	494.39	53.99	
90	0.0776	0.0856	0.1404	0.1992	0.2596	0.0057	0.0036	321481	3164716	1	1	5.9	1114.26	141.42	75.03	
91	0.0765	0.0842	0.1389	0.1977	0.2581	0.0047	0.0027	321678	3164407	1	1	5.8	1305.11	156.21	73.47	
												promedio	5.9	2095.2	289.6	69.5
												Desv stand	0.1	657.5	107.5	7.3

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
Est. A	Promedio 1	Desv estándar 1	Est. Propio	Promedio 2	Desv estándar 2	%		mg/L	V (grados)	μ_1	μ_2	mg/L
91	5.88	0.1	91	2095.2	657.5	95%	90.0	-2089.3	1.99	-2226.5	-1952.1	Exponencial
91	5.88	0.1	91	289.6	107.5	95%	90.0	-283.7	1.99	-306.1	-261.3	Lineal
91	5.88	0.1	91	69.5	7.3	95%	90.1	-63.6	1.99	-65.1	-62.1	Polinómico

Simbología: Demanda química de oxígeno (DQO), medias poblacionales ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multispectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 13N.

Variación de medias de los SST aplicado al Golfo de Urabá (Carrillo, 2016, coeficiente de correlación=0.77)

n	Bandas							Coordenadas		Muestras		SST (mg/L)			
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal	Polinómico
1	0.0749	0.0697	0.1005	0.1181	0.0533	0.0205	0.0148	284580	917796	1	1	57.2	19.9	57.8	15.4
2	0.0749	0.0715	0.1045	0.1197	0.0456	0.0204	0.0145	282711	918088	1	1	52.4	25.0	51.0	11.2
3	0.0734	0.0708	0.1041	0.1176	0.0427	0.02	0.0144	282069	918555	1	1	49.6	27.6	48.1	21.7
4	0.0744	0.0709	0.1057	0.1172	0.0405	0.0212	0.0155	281251	918555	1	1	52.4	28.0	42.2	35.0
5	0.0746	0.0702	0.1044	0.1135	0.0393	0.0191	0.0133	280959	917620	1	1	54.9	37.6	47.7	46.5
6	0.0698	0.0636	0.0925	0.0915	0.0325	0.0186	0.0136	280726	916161	1	1	57.2	69.7	38.4	150.4
7	0.0484	0.0363	0.0335	0.0285	0.0255	0.018	0.0133	278974	913767	1	1	50.8	839.8	36.0	63.4
8	0.0382	0.0271	0.0289	0.0218	0.0129	0.0071	0.0046	277923	914059	1	1	33.7	2528.1	48.6	418.9
9	0.0364	0.0278	0.0353	0.0262	0.0121	0.0059	0.0042	276638	914643	1	1	27.1	1624.6	48.1	739.3
10	0.0489	0.0356	0.0316	0.0265	0.0232	0.0156	0.0105	277981	915927	1	1	53.6	1443.7	42.0	80.2
11	0.0471	0.0341	0.03	0.0248	0.0228	0.016	0.0116	278916	917328	1	1	50.6	1410.3	37.5	75.1
12	0.0462	0.0326	0.0273	0.0224	0.0198	0.0134	0.0096	279558	918146	1	1	50.3	2253.4	39.1	100.8
13	0.0485	0.0364	0.0334	0.0281	0.0253	0.0185	0.0133	280492	919839	1	1	50.9	916.2	35.7	65.0
14	0.0496	0.0364	0.0321	0.0268	0.0231	0.015	0.0106	282244	920014	1	1	54.3	1518.5	41.2	84.8
15	0.0484	0.035	0.0325	0.0264	0.025	0.0176	0.0128	283295	921124	1	1	53.1	1084.5	37.6	63.6
16	0.05	0.037	0.0336	0.028	0.0255	0.0182	0.013	283704	923810	1	1	54.5	1060.0	37.2	63.9
17	0.0482	0.0364	0.0328	0.0275	0.0247	0.0171	0.0122	283937	924627	1	1	50.0	1139.1	38.5	68.5
18	0.0519	0.04	0.0364	0.0312	0.0285	0.0208	0.0149	283937	925853	1	1	54.8	807.4	36.2	48.3

19	0.0696	0.0633	0.0838	0.0776	0.035	0.0228	0.0165	283821	925970	1	1	57.3	108.9	34.4	90.5
20	0.0479	0.0353	0.031	0.0258	0.0224	0.0162	0.0114	282069	922584	1	1	51.0	1403.6	36.7	87.5
21	0.0508	0.0395	0.0364	0.031	0.0277	0.0199	0.0145	280492	921182	1	1	52.4	797.0	35.8	55.0
22	0.0507	0.0377	0.0354	0.0292	0.0272	0.0192	0.0137	279032	921007	1	1	55.4	912.5	38.1	55.4
23	0.0463	0.0337	0.0306	0.0247	0.0221	0.0152	0.011	277573	919080	1	1	48.7	1438.9	38.1	89.2
24	0.0476	0.0336	0.0286	0.023	0.0202	0.0132	0.009	276580	918204	1	1	53.0	2556.3	42.7	105.2
25	0.0451	0.033	0.0303	0.0243	0.0217	0.0142	0.0105	274828	917328	1	1	46.2	1476.8	39.3	93.3
26	0.0498	0.0372	0.0338	0.0279	0.025	0.0163	0.0116	274536	917387	1	1	53.5	1283.2	41.2	70.4
27	0.047	0.0328	0.0298	0.0234	0.0206	0.0139	0.0102	274478	918146	1	1	52.4	1778.1	38.1	108.3
28	0.0462	0.0337	0.0307	0.0246	0.0219	0.0151	0.0107	274536	918905	1	1	48.4	1522.3	38.8	93.1
29	0.0485	0.0375	0.034	0.0286	0.0253	0.0192	0.0141	276113	919664	1	1	48.9	904.5	33.0	68.1
30	0.0524	0.0391	0.0341	0.0286	0.0257	0.0175	0.0124	276872	920773	1	1	58.1	1367.2	39.5	64.2
31	0.0478	0.0357	0.0313	0.0256	0.0229	0.0147	0.0105	277689	921708	1	1	50.0	1757.3	41.7	82.4
32	0.0504	0.0369	0.0336	0.0275	0.0237	0.0167	0.0125	279032	922992	1	1	55.9	1172.4	35.0	85.9
33	0.0482	0.0353	0.0318	0.0258	0.0228	0.0167	0.0118	279266	923985	1	1	51.9	1362.6	36.2	87.1
34	0.0458	0.0336	0.031	0.0247	0.0211	0.0138	0.0101	279266	925269	1	1	47.3	1565.6	39.2	109.1
35	0.0516	0.039	0.0353	0.0294	0.0265	0.0184	0.0134	279266	926671	1	1	55.8	1072.1	37.5	61.6
36	0.0488	0.0368	0.0333	0.0274	0.0246	0.0171	0.0124	279091	926846	1	1	51.1	1209.4	37.5	72.4
37	0.046	0.0345	0.0313	0.0253	0.0223	0.0153	0.0109	278332	924510	1	1	46.4	1467.8	38.7	91.2
38	0.0495	0.0368	0.0333	0.0273	0.0241	0.0178	0.0129	277748	922642	1	1	53.3	1156.3	34.7	78.7
39	0.0494	0.037	0.0354	0.0286	0.0262	0.0188	0.0141	276755	921708	1	1	52.6	869.0	34.9	65.2
40	0.0441	0.0323	0.0356	0.0271	0.0177	0.0108	0.0074	275762	921124	1	1	44.2	1245.4	42.4	261.3
41	0.0479	0.0358	0.032	0.0261	0.0225	0.0161	0.0115	274303	920715	1	1	50.1	1424.7	36.4	93.0
42	0.0455	0.0336	0.0296	0.0235	0.0215	0.0139	0.01	273368	920715	1	1	46.4	2059.8	41.4	91.1
43	0.0453	0.0335	0.0311	0.0246	0.0212	0.0146	0.0107	272901	920773	1	1	46.0	1463.4	37.0	108.1
44	0.0457	0.0317	0.0271	0.0209	0.0164	0.0109	0.0073	272493	921941	1	1	50.2	3831.6	41.4	184.6
45	0.0442	0.0323	0.0299	0.0234	0.0203	0.0142	0.0106	272726	922875	1	1	44.5	1546.4	35.6	114.9
46	0.0485	0.0345	0.0295	0.0234	0.0198	0.0135	0.0096	274595	924043	1	1	54.2	2490.3	38.5	121.4
47	0.0449	0.0319	0.0279	0.0212	0.0193	0.0117	0.0081	275938	924335	1	1	47.3	3352.9	45.9	116.3
48	0.0461	0.0326	0.027	0.0211	0.0175	0.0114	0.0079	277106	924744	1	1	49.9	3852.8	41.4	149.3
49	0.0564	0.0443	0.0408	0.035	0.0314	0.0224	0.0156	277164	925912	1	1	60.3	763.8	38.2	41.5
50	0.0492	0.0387	0.0347	0.029	0.027	0.02	0.0143	277164	926671	1	1	48.9	1020.5	35.9	54.2
51	0.0504	0.0365	0.0306	0.0247	0.0209	0.0133	0.0092	277164	927138	1	1	56.7	2738.4	42.8	109.5
52	0.0433	0.0323	0.0287	0.0225	0.0207	0.0135	0.0099	277164	928131	1	1	41.7	2083.2	40.2	97.1
53	0.0456	0.034	0.0308	0.0246	0.0213	0.0155	0.0113	277164	929240	1	1	46.0	1467.8	34.8	103.9
54	0.0519	0.0397	0.0377	0.0312	0.0256	0.0183	0.0134	277164	929707	1	1	55.4	859.6	34.8	83.5
55	0.0519	0.0386	0.0348	0.0283	0.0251	0.0155	0.0115	276288	930700	1	1	57.5	1482.9	41.6	74.6
56	0.0502	0.0374	0.0351	0.0283	0.0249	0.0177	0.0128	276113	930525	1	1	54.4	1084.9	36.4	78.7
57	0.0457	0.0326	0.0277	0.0217	0.0178	0.0118	0.0085	276113	928364	1	1	48.7	3061.0	38.8	149.8
58	0.0512	0.039	0.0363	0.0298	0.0254	0.0175	0.0127	276113	928014	1	1	54.6	1059.4	37.2	78.8
59	0.049	0.0369	0.0331	0.0269	0.0234	0.0163	0.0118	275003	926437	1	1	51.6	1415.7	37.1	87.0
60	0.0506	0.0384	0.0347	0.0285	0.0248	0.0176	0.0125	272609	925269	1	1	53.8	1236.3	37.1	77.7
61	0.0505	0.0381	0.0357	0.0292	0.0235	0.0177	0.0131	271150	924277	1	1	54.1	962.0	31.8	102.3
62	0.0472	0.0337	0.0286	0.0223	0.0182	0.0115	0.0079	270682	924335	1	1	51.5	3536.6	43.0	149.9
63	0.0485	0.0362	0.0308	0.025	0.0217	0.0148	0.0105	270215	924452	1	1	51.3	2101.3	38.9	97.1
64	0.0466	0.0345	0.0332	0.0256	0.0241	0.0153	0.011	270215	925269	1	1	48.3	1432.3	42.6	78.1
65	0.0517	0.0398	0.0364	0.0301	0.0262	0.0188	0.0136	271441	926496	1	1	54.6	1035.1	35.9	69.9
66	0.0525	0.0388	0.0356	0.0289	0.024	0.0172	0.0125	272376	927196	1	1	59.0	1208.6	35.1	93.9

67	0.0487	0.0357	0.0336	0.0265	0.0223	0.0157	0.0114	273660	929999	1	1	52.8	1331.2	36.1	107.9
68	0.0494	0.037	0.0338	0.0273	0.0228	0.0164	0.0115	273719	930466	1	1	52.6	1370.7	36.6	100.9
69	0.0523	0.0391	0.0365	0.0296	0.0255	0.0186	0.0136	274069	931692	1	1	57.8	1018.7	34.5	78.6
70	0.046	0.0326	0.0259	0.02	0.017	0.0108	0.0072	276288	933444	1	1	49.6	5638.8	44.6	148.9
71	0.0505	0.0386	0.0354	0.0289	0.0253	0.0182	0.0135	279149	934787	1	1	53.1	1077.5	34.7	75.3
72	0.0483	0.0366	0.033	0.0267	0.0226	0.0164	0.012	281251	934787	1	1	49.9	1357.1	34.5	98.5
73	0.0465	0.0325	0.0301	0.0225	0.0198	0.0128	0.0093	282886	933386	1	1	51.4	2351.6	40.4	127.3
74	0.0438	0.0309	0.0261	0.0196	0.016	0.0103	0.0069	283937	931809	1	1	45.5	4956.3	43.3	183.2
75	0.0478	0.0339	0.0288	0.0223	0.0184	0.0122	0.0085	283295	935896	1	1	53.1	3351.8	40.3	147.0
76	0.0513	0.039	0.0361	0.0294	0.0253	0.0176	0.0131	283645	936655	1	1	54.9	1089.7	35.8	79.0
77	0.0509	0.0385	0.0357	0.0288	0.0251	0.0166	0.012	288142	935838	1	1	54.6	1269.7	39.5	79.4
78	0.0501	0.0362	0.0293	0.0233	0.0204	0.0132	0.0091	290711	937064	1	1	56.3	3564.4	42.6	107.6
79	0.0419	0.0299	0.0248	0.0186	0.0147	0.0095	0.0065	290302	937940	1	1	41.1	5737.8	41.8	210.8
80	0.0452	0.0325	0.0289	0.0218	0.0188	0.0116	0.008	284521	939633	1	1	47.3	3271.3	44.6	138.0
81	0.0475	0.0344	0.0279	0.022	0.0184	0.012	0.0081	283295	940509	1	1	51.3	4081.1	42.7	136.7
82	0.0458	0.0329	0.0284	0.0219	0.0178	0.0114	0.0083	282886	943020	1	1	48.5	3201.1	39.8	158.5
83	0.0434	0.0311	0.0324	0.0238	0.0144	0.0084	0.0058	281567	944129	1	1	43.9	2729.6	43.4	391.6
84	0.0438	0.0315	0.0248	0.0192	0.0162	0.0102	0.0064	281625	944129	1	1	44.6	6535.3	47.6	157.0
85	0.048	0.036	0.0363	0.0285	0.0226	0.0163	0.0117	282326	941735	1	1	50.1	945.2	34.9	122.5
86	0.0462	0.0337	0.0299	0.023	0.0201	0.0125	0.0091	281859	939400	1	1	48.4	2609.1	42.0	119.0
87	0.0541	0.0423	0.0395	0.0329	0.0286	0.021	0.0152	280866	938174	1	1	57.2	814.8	34.8	58.8
88	0.0489	0.0372	0.0379	0.0301	0.0222	0.0151	0.0105	280282	937123	1	1	50.7	993.0	38.1	143.2
89	0.0458	0.0325	0.0284	0.0216	0.017	0.0113	0.0075	276487	939516	1	1	49.2	3658.0	41.8	183.2
90	0.0448	0.0324	0.0269	0.0207	0.0166	0.0108	0.0075	274034	939750	1	1	46.2	4378.7	41.0	174.9
91	0.045	0.0318	0.0279	0.0209	0.0166	0.0109	0.0075	269596	941327	1	1	47.8	3845.6	40.9	189.7
											Promedio	50.9	1813.3	39.5	112.6
											Desv stand	5.1	1316.4	4.3	91.1

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
Est. A	Promedio 1	Desv estándar 1	Est. Propio	Promedio 2	Desv estándar 2	%		mg/L	V (grados)	μ_1	μ_2	mg/L
91	50.9	5.1	91	1813.3	1316.4	95%	90.0	-1762.4	1.990	-	-1487.7	Exponencial
91	50.9	5.1	91	39.5	4.3	95%	175.7	11.5	1.960	10.1	12.8	Lineal
91	50.9	5.1	91	112.6	91.1	95%	90.6	-61.7	1.990	-80.7	-42.7	Polinómico

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multispectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 18S.

Variación de medias de los SST aplicado al Golfo de Urabá (Carrillo, 2016, coeficiente de correlación=0.87)

n	Bandas							Coordenadas		Muestras		SST (mg/L)			
	ID	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal
1	0.0749	0.0697	0.1005	0.1181	0.0533	0.0205	0.0148	284580	917796	1	1	26.2	19.9	57.8	15.4
2	0.0749	0.0715	0.1045	0.1197	0.0456	0.0204	0.0145	282711	918088	1	1	26.5	25.0	51.0	11.2
3	0.0734	0.0708	0.1041	0.1176	0.0427	0.02	0.0144	282069	918555	1	1	26.0	27.6	48.1	21.7
4	0.0744	0.0709	0.1057	0.1172	0.0405	0.0212	0.0155	281251	918555	1	1	26.3	28.0	42.2	35.0
5	0.0746	0.0702	0.1044	0.1135	0.0393	0.0191	0.0133	280959	917620	1	1	26.2	37.6	47.7	46.5
6	0.0698	0.0636	0.0925	0.1135	0.0325	0.0186	0.0136	280726	916161	1	1	24.1	69.7	38.4	150.4
7	0.0484	0.0363	0.0335	0.0285	0.0255	0.018	0.0133	278974	913767	1	1	18.2	839.8	36.0	63.4
8	0.0382	0.0271	0.0289	0.0218	0.0129	0.0071	0.0046	277923	914059	1	1	17.0	2528.1	48.6	418.9
9	0.0364	0.0278	0.0353	0.0262	0.0121	0.0059	0.0042	276638	914643	1	1	16.9	1624.6	48.1	739.3
10	0.0489	0.0356	0.0316	0.0265	0.0232	0.0156	0.0105	277981	915927	1	1	18.3	1443.7	42.0	80.2

11	0.0471	0.0341	0.03	0.0248	0.0228	0.016	0.0116	278916	917328	1	1	18.0	1410.3	37.5	75.1
12	0.0462	0.0326	0.0273	0.0224	0.0198	0.0134	0.0096	279558	918146	1	1	17.9	2253.4	39.1	100.8
13	0.0485	0.0364	0.0334	0.0281	0.0253	0.0185	0.0133	280492	919839	1	1	18.2	916.2	35.7	65.0
14	0.0496	0.0364	0.0321	0.0268	0.0231	0.015	0.0106	282244	920014	1	1	18.4	1518.5	41.2	84.8
15	0.0484	0.035	0.0325	0.0264	0.025	0.0176	0.0128	283295	921124	1	1	18.2	1084.5	37.6	63.6
16	0.05	0.037	0.0336	0.028	0.0255	0.0182	0.013	283704	923810	1	1	18.4	1060.0	37.2	63.9
17	0.0482	0.0364	0.0328	0.0275	0.0247	0.0171	0.0122	283937	924627	1	1	18.2	1139.1	38.5	68.5
18	0.0519	0.04	0.0364	0.0312	0.0285	0.0208	0.0149	283937	925853	1	1	18.8	807.4	36.2	48.3
19	0.0696	0.0633	0.0838	0.0776	0.035	0.0228	0.0165	283821	925970	1	1	24.0	108.9	34.4	90.5
20	0.0479	0.0353	0.031	0.0258	0.0224	0.0162	0.0114	282069	922584	1	1	18.1	1403.6	36.7	87.5
21	0.0508	0.0395	0.0364	0.031	0.0277	0.0199	0.0145	280492	921182	1	1	18.7	797.0	35.8	55.0
22	0.0507	0.0377	0.0354	0.0292	0.0272	0.0192	0.0137	279032	921007	1	1	18.6	912.5	38.1	55.4
23	0.0463	0.0337	0.0306	0.0247	0.0221	0.0152	0.011	277573	919080	1	1	17.9	1438.9	38.1	89.2
24	0.0476	0.0336	0.0286	0.023	0.0202	0.0132	0.009	276580	918204	1	1	18.0	2556.3	42.7	105.2
25	0.0451	0.033	0.0303	0.0243	0.0217	0.0142	0.0105	274828	917328	1	1	17.8	1476.8	39.3	93.3
26	0.0498	0.0372	0.0338	0.0279	0.025	0.0163	0.0116	274536	917387	1	1	18.4	1283.2	41.2	70.4
27	0.047	0.0328	0.0298	0.0234	0.0206	0.0139	0.0102	274478	918146	1	1	17.9	1778.1	38.1	108.3
28	0.0462	0.0337	0.0307	0.0246	0.0219	0.0151	0.0107	274536	918905	1	1	17.9	1522.3	38.8	93.1
29	0.0485	0.0375	0.034	0.0286	0.0253	0.0192	0.0141	276113	919664	1	1	18.3	904.5	33.0	68.1
30	0.0524	0.0391	0.0341	0.0286	0.0257	0.0175	0.0124	276872	920773	1	1	18.8	1367.2	39.5	64.2
31	0.0478	0.0357	0.0313	0.0256	0.0229	0.0147	0.0105	277689	921708	1	1	18.1	1757.3	41.7	82.4
32	0.0504	0.0369	0.0336	0.0275	0.0237	0.0167	0.0125	279032	922992	1	1	18.5	1172.4	35.0	85.9
33	0.0482	0.0353	0.0318	0.0258	0.0228	0.0167	0.0118	279266	923985	1	1	18.2	1362.6	36.2	87.1
34	0.0458	0.0336	0.031	0.0247	0.0211	0.0138	0.0101	279266	925269	1	1	17.9	1565.6	39.2	109.1
35	0.0516	0.039	0.0353	0.0294	0.0265	0.0184	0.0134	279266	926671	1	1	18.7	1072.1	37.5	61.6
36	0.0488	0.0368	0.0333	0.0274	0.0246	0.0171	0.0124	279091	926846	1	1	18.3	1209.4	37.5	72.4
37	0.046	0.0345	0.0313	0.0253	0.0223	0.0153	0.0109	278332	924510	1	1	17.9	1467.8	38.7	91.2
38	0.0495	0.0368	0.0333	0.0273	0.0241	0.0178	0.0129	277748	922642	1	1	18.4	1156.3	34.7	78.7
39	0.0494	0.037	0.0354	0.0286	0.0262	0.0188	0.0141	276755	921708	1	1	18.4	869.0	34.9	65.2
40	0.0441	0.0323	0.0356	0.0271	0.0177	0.0108	0.0074	275762	921124	1	1	17.6	1245.4	42.4	261.3
41	0.0479	0.0358	0.032	0.0261	0.0225	0.0161	0.0115	274303	920715	1	1	18.2	1424.7	36.4	93.0
42	0.0455	0.0336	0.0296	0.0235	0.0215	0.0139	0.01	273368	920715	1	1	17.8	2059.8	41.4	91.1
43	0.0453	0.0335	0.0311	0.0246	0.0212	0.0146	0.0107	272901	920773	1	1	17.8	1463.4	37.0	108.1
44	0.0457	0.0317	0.0271	0.0209	0.0164	0.0109	0.0073	272493	921941	1	1	17.8	3831.6	41.4	184.6
45	0.0442	0.0323	0.0299	0.0234	0.0203	0.0142	0.0106	272726	922875	1	1	17.7	1546.4	35.6	114.9
46	0.0485	0.0345	0.0295	0.0234	0.0198	0.0135	0.0096	274595	924043	1	1	18.2	2490.3	38.5	121.4
47	0.0449	0.0319	0.0279	0.0212	0.0193	0.0117	0.0081	275938	924335	1	1	17.7	3352.9	45.9	116.3
48	0.0461	0.0326	0.027	0.0211	0.0175	0.0114	0.0079	277106	924744	1	1	17.8	3852.8	41.4	149.3
49	0.0564	0.0443	0.0408	0.035	0.0314	0.0224	0.0156	277164	925912	1	1	19.7	763.8	38.2	41.5
50	0.0492	0.0387	0.0347	0.029	0.027	0.02	0.0143	277164	926671	1	1	18.4	1020.5	35.9	54.2
51	0.0504	0.0365	0.0306	0.0247	0.0209	0.0133	0.0092	277164	927138	1	1	18.5	2738.4	42.8	109.5
52	0.0433	0.0323	0.0287	0.0225	0.0207	0.0135	0.0099	277164	928131	1	1	17.6	2083.2	40.2	97.1
53	0.0456	0.034	0.0308	0.0246	0.0213	0.0155	0.0113	277164	929240	1	1	17.8	1467.8	34.8	103.9
54	0.0519	0.0397	0.0377	0.0312	0.0256	0.0183	0.0134	277164	929707	1	1	18.8	859.6	34.8	83.5
55	0.0519	0.0386	0.0348	0.0283	0.0251	0.0155	0.0115	276288	930700	1	1	18.7	1482.9	41.6	74.6
56	0.0502	0.0374	0.0351	0.0283	0.0249	0.0177	0.0128	276113	930525	1	1	18.5	1084.9	36.4	78.7
57	0.0457	0.0326	0.0277	0.0217	0.0178	0.0118	0.0085	276113	928364	1	1	17.8	3061.0	38.8	149.8
58	0.0512	0.039	0.0363	0.0298	0.0254	0.0175	0.0127	276113	928014	1	1	18.7	1059.4	37.2	78.8

59	0.049	0.0369	0.0331	0.0269	0.0234	0.0163	0.0118	275003	926437	1	1	18.3	1415.7	37.1	87.0	
60	0.0506	0.0384	0.0347	0.0285	0.0248	0.0176	0.0125	272609	925269	1	1	18.6	1236.3	37.1	77.7	
61	0.0505	0.0381	0.0357	0.0292	0.0235	0.0177	0.0131	271150	924277	1	1	18.6	962.0	31.8	102.3	
62	0.0472	0.0337	0.0286	0.0223	0.0182	0.0115	0.0079	270682	924335	1	1	18.0	3536.6	43.0	149.9	
63	0.0485	0.0362	0.0308	0.025	0.0217	0.0148	0.0105	270215	924452	1	1	18.2	2101.3	38.9	97.1	
64	0.0466	0.0345	0.0332	0.0256	0.0241	0.0153	0.011	270215	925269	1	1	18.0	1432.3	42.6	78.1	
65	0.0517	0.0398	0.0364	0.0301	0.0262	0.0188	0.0136	271441	926496	1	1	18.8	1035.1	35.9	69.9	
66	0.0525	0.0388	0.0356	0.0289	0.024	0.0172	0.0125	272376	927196	1	1	18.8	1208.6	35.1	93.9	
67	0.0487	0.0357	0.0336	0.0265	0.0223	0.0157	0.0114	273660	929999	1	1	18.2	1331.2	36.1	107.9	
68	0.0494	0.037	0.0338	0.0273	0.0228	0.0164	0.0115	273719	930466	1	1	18.4	1370.7	36.6	100.9	
69	0.0523	0.0391	0.0365	0.0296	0.0255	0.0186	0.0136	274069	931692	1	1	18.8	1018.7	34.5	78.6	
70	0.046	0.0326	0.0259	0.02	0.017	0.0108	0.0072	276288	933444	1	1	17.8	5638.8	44.6	148.9	
71	0.0505	0.0386	0.0354	0.0289	0.0253	0.0182	0.0135	279149	934787	1	1	18.6	1077.5	34.7	75.3	
72	0.0483	0.0366	0.033	0.0267	0.0226	0.0164	0.012	281251	934787	1	1	18.2	1357.1	34.5	98.5	
73	0.0465	0.0325	0.0301	0.0225	0.0198	0.0128	0.0093	282886	933386	1	1	17.9	2351.6	40.4	127.3	
74	0.0438	0.0309	0.0261	0.0196	0.016	0.0103	0.0069	283937	931809	1	1	17.6	4956.3	43.3	183.2	
75	0.0478	0.0339	0.0288	0.0223	0.0184	0.0122	0.0085	283295	935896	1	1	18.1	3351.8	40.3	147.0	
76	0.0513	0.039	0.0361	0.0294	0.0253	0.0176	0.0131	283645	936655	1	1	18.7	1089.7	35.8	79.0	
77	0.0509	0.0385	0.0357	0.0288	0.0251	0.0166	0.012	288142	935838	1	1	18.6	1269.7	39.5	79.4	
78	0.0501	0.0362	0.0293	0.0233	0.0204	0.0132	0.0091	290711	937064	1	1	18.4	3564.4	42.6	107.6	
79	0.0419	0.0299	0.0248	0.0186	0.0147	0.0095	0.0065	290302	937940	1	1	17.4	5737.8	41.8	210.8	
80	0.0452	0.0325	0.0289	0.0218	0.0188	0.0116	0.008	284521	939633	1	1	17.8	3271.3	44.6	138.0	
81	0.0475	0.0344	0.0279	0.022	0.0184	0.012	0.0081	283295	940509	1	1	18.1	4081.1	42.7	136.7	
82	0.0458	0.0329	0.0284	0.0219	0.0178	0.0114	0.0083	282886	943020	1	1	17.8	3201.1	39.8	158.5	
83	0.0434	0.0311	0.0324	0.0238	0.0144	0.0084	0.0058	281567	944129	1	1	17.5	2729.6	43.4	391.6	
84	0.0438	0.0315	0.0248	0.0192	0.0162	0.0102	0.0064	281625	944129	1	1	17.6	6535.3	47.6	157.0	
85	0.048	0.036	0.0363	0.0285	0.0226	0.0163	0.0117	282326	941735	1	1	18.2	945.2	34.9	122.5	
86	0.0462	0.0337	0.0299	0.023	0.0201	0.0125	0.0091	281859	939400	1	1	17.9	2609.1	42.0	119.0	
87	0.0541	0.0423	0.0395	0.0329	0.0286	0.021	0.0152	280866	938174	1	1	19.2	814.8	34.8	58.8	
88	0.0489	0.0372	0.0379	0.0301	0.0222	0.0151	0.0105	280282	937123	1	1	18.3	993.0	38.1	143.2	
89	0.0458	0.0325	0.0284	0.0216	0.017	0.0113	0.0075	276487	939516	1	1	17.8	3658.0	41.8	183.2	
90	0.0448	0.0324	0.0269	0.0207	0.0166	0.0108	0.0075	274034	939750	1	1	17.7	4378.7	41.0	174.9	
91	0.045	0.0318	0.0279	0.0209	0.0166	0.0109	0.0075	269596	941327	1	1	17.7	3845.6	40.9	189.7	
												Promedio	18.7	1813.3	39.5	112.6
												Desv stand	2.1	1316.4	4.3	91.1

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
Est. A	Promedio 1	Desv estándar 1	Est. Propio	Promedio 2	Desv estándar 2	%		mg/L	V (grados)	μ_1	μ_2	mg/L
91	18.74	2.06	91	1813.30	1316.45	95%	90.0	-1794.6	1.99	-2069.2	-1519.9	Exponencial
91	18.74	2.06	91	39.48	4.32	95%	128.8	-20.7	1.96	-21.7	-19.8	Lineal
91	18.74	2.06	91	112.65	91.08	95%	90.1	-93.9	1.99	-112.9	-74.9	Polinómico

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multispectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 18S.

Variación de medias de los SST aplicado al embalse de Prado (Ruiz, 2017; $\bar{R}^2=0.9827$)

n	Bandas							Coordenadas		Muestras		SST (mg/L)			
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. Autor	Exponencial	Lineal	Polinómico
1	0.0233	0.0117	0.0103	0.0077	0.0056	0.0136	0.0101	429120	250830	1	1	3.4	549.5	1.4	385.8
2	0.0228	0.0129	0.0109	0.0083	0.0057	0.005	0.0039	427230	250200	1	1	5.2	4943.3	22.0	417.7
3	0.0222	0.0127	0.0113	0.009	0.0072	0.0063	0.0051	425310	247980	1	1	3.0	2091.2	22.1	254.0

4	0.0225	0.0123	0.0101	0.0079	0.0049	0.0049	0.0045	427620	248985	1	1	11.0	3458.7	11.7	506.2
5	0.0228	0.0125	0.0116	0.0084	0.0062	0.0051	0.004	425610	248460	1	1	3.1	4019.4	24.9	390.3
6	0.0225	0.0127	0.0103	0.0086	0.0056	0.0059	0.0047	428940	250050	1	1	7.9	2555.3	14.6	385.8
7	0.0208	0.0115	0.0125	0.0107	0.0078	0.0088	0.0077	426630	248460	1	1	3.3	249.0	10.7	259.5
8	0.0229	0.0119	0.0105	0.0081	0.0049	0.0055	0.0053	427785	249285	1	1	12.8	1890.7	7.6	549.2
9	0.0223	0.0123	0.0109	0.0089	0.006	0.005	0.0041	430380	255360	1	1	6.1	2425.3	21.9	369.4
10	0.0228	0.0125	0.0113	0.0084	0.0071	0.0065	0.0056	425040	247950	1	1	4.5	2365.0	18.7	263.3
11	0.0228	0.0123	0.0112	0.0084	0.005	0.007	0.0065	437400	265950	1	1	14.1	1290.2	4.3	599.8
12	0.0226	0.0125	0.011	0.0086	0.0068	0.0059	0.0049	425070	247980	1	1	2.9	2512.5	21.3	276.6
13	0.0226	0.012	0.0108	0.0086	0.0067	0.0082	0.0064	427050	249420	1	1	2.8	1209.5	12.0	275.6
14	0.023	0.0127	0.0112	0.0082	0.007	0.0078	0.0067	425460	247980	1	1	4.9	2069.7	12.6	267.6
15	0.0225	0.0124	0.0107	0.0087	0.0058	0.0075	0.0061	428940	250080	1	1	6.6	1334.1	8.7	385.1
16	0.0237	0.0127	0.0098	0.0073	0.0034	0.0075	0.0058	437370	265980	1	1	38.9	2997.3	1.3	1073.1
17	0.0225	0.0119	0.0106	0.0087	0.0063	0.0087	0.0072	429120	250860	1	1	3.5	797.3	7.3	308.4
18	0.0221	0.0128	0.0122	0.0093	0.0074	0.0065	0.0053	425220	247980	1	1	2.9	1818.1	21.6	281.3
19	0.0228	0.0114	0.0105	0.0084	0.006	0.0071	0.006	428730	250530	1	1	3.9	1068.5	10.2	340.6
20	0.0217	0.0113	0.0133	0.0099	0.0071	0.0107	0.0085	425100	247740	1	1	3.7	273.6	6.3	376.6
21	0.023	0.0127	0.0107	0.0082	0.0063	0.0063	0.005	429000	250050	1	1	2.7	3238.5	17.6	314.9
22	0.0222	0.011	0.0096	0.008	0.005	0.0056	0.0048	427755	249735	1	1	10.5	1488.9	10.6	433.7
23	0.0224	0.0127	0.012	0.009	0.0066	0.0075	0.0064	426690	248610	1	1	3.2	1370.1	11.2	360.8
24	0.0217	0.0123	0.0104	0.0096	0.0068	0.0058	0.0062	431880	257550	1	1	4.1	796.6	12.7	243.6
25	0.0226	0.0123	0.0111	0.0087	0.0058	0.0052	0.004	428760	249420	1	1	6.6	2885.1	21.5	416.7
26	0.0221	0.0125	0.0107	0.0092	0.0056	0.0082	0.0063	429180	251070	1	1	12.4	935.9	6.9	418.7
27	0.0232	0.0122	0.0106	0.008	0.0043	0.0082	0.0072	427230	250410	1	1	23.3	1074.3	1.5	752.2
28	0.0224	0.0129	0.0119	0.009	0.0071	0.0059	0.005	425190	247980	1	1	2.8	2414.9	22.2	295.6
29	0.0225	0.0114	0.0099	0.0087	0.0062	0.0076	0.0067	430920	255870	1	1	3.9	693.1	8.4	275.6
30	0.0243	0.0142	0.0097	0.0067	0.003	0.0075	0.0064	428910	250110	1	1	43.6	6293.3	0.4	1375.0
31	0.0223	0.0129	0.0116	0.0091	0.0076	0.0075	0.0061	426690	248820	1	1	4.1	1650.4	18.0	234.2
32	0.0219	0.0118	0.0102	0.0094	0.0058	0.0077	0.0066	430890	255810	1	1	11.4	542.9	6.7	347.1
33	0.0224	0.012	0.0106	0.0089	0.005	0.0076	0.0061	429180	251040	1	1	19.1	889.9	5.1	534.8
34	0.0223	0.0127	0.0115	0.0091	0.0069	0.0068	0.0055	427980	247500	1	1	2.8	1705.3	17.4	294.4
35	0.0226	0.0122	0.0107	0.0087	0.0056	0.0055	0.0043	429030	249930	1	1	8.6	2340.1	17.4	418.7
36	0.0225	0.0122	0.0115	0.0089	0.0072	0.0053	0.0045	425640	248430	1	1	3.2	2210.2	27.1	264.3
37	0.0232	0.0121	0.011	0.0081	0.0058	0.0049	0.004	427920	249630	1	1	3.8	3875.1	22.1	408.7
38	0.0231	0.0126	0.0108	0.0082	0.0059	0.0044	0.0036	427950	249540	1	1	3.7	5264.0	26.9	377.1
39	0.0225	0.0123	0.0112	0.0089	0.0062	0.0062	0.0048	430170	254910	1	1	4.7	1919.1	17.7	361.9
40	0.0228	0.0138	0.0116	0.0086	0.0066	0.0059	0.0051	427170	250170	1	1	2.7	4106.3	18.6	335.2
41	0.0228	0.0116	0.0104	0.0085	0.0069	0.0079	0.0074	425610	248130	1	1	3.3	804.1	9.3	234.5
42	0.023	0.0119	0.0114	0.0084	0.0011	0.0101	0.0078	437370	265950	1	1	184.1	404.6	0.0	15047.0
43	0.0229	0.0127	0.0114	0.0085	0.0069	0.0055	0.0047	425670	248460	1	1	3.3	3225.3	23.7	288.8
44	0.0232	0.0123	0.0106	0.0081	0.0053	0.0055	0.0042	428970	250020	1	1	7.6	3685.5	16.5	467.2
45	0.0225	0.0133	0.012	0.009	0.0074	0.0055	0.0042	426330	248670	1	1	3.6	3819.4	31.3	271.1
46	0.023	0.0127	0.0104	0.0083	0.006	0.0048	0.0038	427950	249480	1	1	3.5	4604.2	25.5	333.5
47	0.0235	0.0127	0.0089	0.0076	0.0026	0.0056	0.0083	426990	251010	1	1	77.9	634.7	0.0	1567.1
48	0.0229	0.0124	0.0112	0.0085	0.007	0.0063	0.0055	425010	247980	1	1	3.6	2159.4	18.6	267.6
49	0.0228	0.012	0.012	0.0087	0.0055	0.008	0.0078	437430	265950	1	1	9.7	700.9	3.3	556.1
50	0.0223	0.0118	0.0106	0.0091	0.0053	0.0039	0.0033	428760	250860	1	1	15.9	2319.2	24.4	467.2
51	0.0225	0.0128	0.0118	0.009	0.0077	0.007	0.0055	426660	248880	1	1	5.0	2048.5	22.5	235.4
52	0.0229	0.0118	0.011	0.0085	0.0069	0.0063	0.0049	427710	248070	1	1	3.3	1974.7	22.1	266.5
53	0.023	0.0133	0.0112	0.0084	0.0058	0.0048	0.0035	427470	250410	1	1	5.0	6658.1	27.0	424.7
54	0.0234	0.0135	0.0104	0.0079	0.0061	0.0088	0.0071	426690	251610	1	1	2.7	2651.0	7.2	320.2
55	0.0229	0.0127	0.0117	0.0086	0.0076	0.0076	0.0061	425310	247830	1	1	6.8	2077.2	18.6	238.9
56	0.0231	0.0119	0.0108	0.0083	0.007	0.0116	0.0098	434040	258540	1	1	4.4	585.4	4.4	246.4
57	0.022	0.0116	0.0099	0.0081	0.0054	0.0067	0.0057	428580	254205	1	1	6.6	1410.5	8.6	386.3
58	0.0219	0.013	0.0118	0.0097	0.0073	0.0065	0.0051	429090	250950	1	1	2.8	1627.0	22.0	270.3
59	0.023	0.0122	0.0107	0.0084	0.0058	0.0038	0.0028	428700	250860	1	1	5.0	5482.3	36.5	385.1
60	0.023	0.0125	0.0106	0.0084	0.0051	0.0052	0.004	429000	249975	1	1	12.6	3563.8	16.4	510.9
61	0.0227	0.0126	0.0111	0.0088	0.0073	0.0069	0.0055	427680	248070	1	1	3.9	1990.5	20.2	235.2
62	0.0229	0.0128	0.0103	0.0085	0.0063	0.0052	0.0048	428460	249060	1	1	3.0	2904.5	18.8	289.3

63	0.0229	0.0126	0.0112	0.0086	0.0053	0.0074	0.006	426990	249990	1	1	11.5	1591.3	6.8	524.6
64	0.0226	0.0129	0.0119	0.009	0.0076	0.0061	0.0052	425100	247950	1	1	4.5	2338.7	24.0	248.3
65	0.0229	0.013	0.0112	0.0086	0.0062	0.005	0.0039	425580	248460	1	1	3.6	4412.8	25.7	361.9
66	0.0228	0.0124	0.0101	0.0086	0.0061	0.0053	0.0041	428520	249180	1	1	4.1	2904.2	23.0	300.1
67	0.0228	0.0121	0.011	0.0087	0.0059	0.0061	0.0044	429030	249990	1	1	5.8	2239.4	18.8	392.3
68	0.0228	0.0136	0.012	0.0088	0.0066	0.0068	0.0049	427440	250470	1	1	2.9	3683.8	19.8	360.8
69	0.0223	0.0123	0.0105	0.0092	0.0067	0.0066	0.0058	430650	255630	1	1	3.4	1134.3	14.4	258.6
70	0.0232	0.0124	0.0112	0.0083	0.0069	0.0065	0.0056	426300	248460	1	1	3.9	2361.4	17.6	277.6
71	0.0224	0.013	0.0115	0.0092	0.007	0.006	0.0045	426570	248880	1	1	2.8	2572.1	25.4	283.9
72	0.0232	0.0113	0.011	0.0083	0.0041	0.0123	0.011	428490	249000	1	1	32.2	184.1	0.1	901.5
73	0.0222	0.012	0.0112	0.0094	0.0032	0.0107	0.0093	425400	247800	1	1	78.5	179.9	0.0	1598.3
74	0.0226	0.0136	0.0117	0.009	0.0072	0.0063	0.0052	426960	249420	1	1	3.0	2998.0	21.4	274.7
75	0.0232	0.0119	0.0101	0.0082	0.0064	0.0066	0.0051	427890	249420	1	1	2.8	2134.5	17.6	266.1
76	0.0228	0.0119	0.0107	0.0087	0.0048	0.0039	0.0032	428730	250860	1	1	20.8	3309.6	21.5	598.7
77	0.0228	0.0135	0.0117	0.0088	0.0046	0.0086	0.0077	425700	249690	1	1	26.1	1110.9	1.5	792.0
78	0.023	0.0117	0.0107	0.0085	0.006	0.0066	0.0052	427980	247530	1	1	4.2	1545.2	14.2	354.9
79	0.0233	0.0126	0.011	0.0082	0.0063	0.006	0.0061	430410	255270	1	1	2.7	2177.9	11.5	334.6
80	0.0227	0.0126	0.0105	0.0088	0.0059	0.0049	0.0039	430380	255420	1	1	6.3	3079.3	23.2	354.8
81	0.0227	0.0132	0.0114	0.0089	0.0076	0.0073	0.0058	426660	248760	1	1	5.0	2288.9	20.0	225.0
82	0.023	0.0125	0.0106	0.0085	0.0047	0.0048	0.0038	428970	249960	1	1	20.5	3623.4	14.9	616.0
83	0.0229	0.0129	0.0115	0.0087	0.007	0.0057	0.0047	425700	248460	1	1	3.1	3127.1	24.2	283.9
84	0.0229	0.0121	0.0114	0.0087	0.006	0.004	0.0028	428460	250410	1	1	5.1	4554.8	38.0	406.8
85	0.0232	0.0124	0.0107	0.0083	0.0063	0.0058	0.0049	427650	249660	1	1	2.8	2758.4	18.2	314.9
86	0.0237	0.0131	0.0102	0.0077	0.0037	0.0048	0.0042	428880	250110	1	1	35.3	6136.9	6.0	968.5
87	0.0232	0.0125	0.0105	0.0083	0.0058	0.0057	0.0043	428550	249180	1	1	4.6	3439.2	19.2	369.7
88	0.0228	0.013	0.0121	0.0088	0.0075	0.0063	0.0052	426630	248685	1	1	4.9	2768.2	23.6	266.8
89	0.0233	0.0124	0.0104	0.0082	0.0044	0.0068	0.0065	430860	257100	1	1	23.5	1304.8	2.6	687.1
90	0.0227	0.0121	0.0108	0.0089	0.0064	0.0058	0.0045	428460	249120	1	1	3.7	1931.7	21.4	309.1
91	0.0225	0.0129	0.0116	0.0092	0.0068	0.005	0.0039	425580	248400	1	1	3.1	3059.3	29.7	311.3
											Prom. D. stand	11.27	2372.46	15.74	582.21
												22.62	1423.65	8.81	1554.92

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
Est. A	Promedio 1	Desv estándar 1	Est. Propio	Promedio 2	Desv estándar 2	%		mg/L	V (grados)	μ_1	μ_2	mg/L
91	11.27	22.61832	91	2372.46	1423.648	95%	90.04543	-2361.18	1.99	2658.21	-2064.16	Exponencial
91	11.27	22.61832	91	15.74	8.811361	95%	116.7023	-4.4686	1.98	-9.51	0.57	Lineal
91	11.27	22.61832	91	582.21	1554.924	95%	90.03809	-570.939	1.99	-895.34	-246.53	Polinómico

Simbología: sólidos suspendidos totales (SST), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multispectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 18S.

Variación de medias prueba del Nitrógeno Total lago Burullus, Egipto (Zeiny y Kafrawi, 2016)

ID	Bandas							Coordenadas		Muestras		NT (mg/L)			
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal	Polinómico
1	0.0103	0.0016	0.0134	0.0096	0.00025	0.0007	0.0007	287430	3477360	1	1	23.22	13.73	28.40	6.40
2	0.0121	0.0017	0.0106	0.0057	0.00025	0.0013	0.0013	270930	3476640	1	1	24.20	6.04	28.55	5.55
3	0.0128	0.0028	0.0262	0.0158	0.0008	0.0002	0.00015	304200	3486150	1	1	23.04	83.63	26.78	9.03
4	0.0122	0.0019	0.0102	0.0066	0.0009	0.0015	0.0015	273810	3476100	1	1	24.49	21.87	28.52	6.38
5	0.0122	0.0019	0.0102	0.0066	0.0009	0.0015	0.0015	304590	3486360	1	1	24.54	21.87	28.52	6.38
6	0.0122	0.0025	0.0236	0.0156	0.0008	0.0011	0.0011	301890	3486510	1	1	24.12	23.80	26.70	6.11
7	0.0137	0.0062	0.0337	0.0201	0.0014	0.0015	0.0015	274200	3476010	1	1	24.77	26.74	25.01	5.81
8	0.0109	0.0019	0.0116	0.0071	0.0032	0.0016	0.0016	276300	3478680	1	1	24.88	110.83	28.27	13.15
9	0.0117	0.0033	0.0175	0.0088	0.0033	0.0014	0.0014	302010	3487080	1	1	24.52	105.70	27.48	12.34
10	0.0142	0.0063	0.0326	0.0212	0.0023	0.0013	0.0013	301230	3484770	1	1	24.34	46.61	25.26	6.97
11	0.0131	0.0045	0.0257	0.0139	0.0028	0.0015	0.0015	285360	3476970	1	1	22.42	63.83	26.21	7.90
12	0.0121	0.0023	0.018	0.0129	0.0038	0.0008	0.0008	276150	3479850	1	1	25.68	167.18	27.67	13.04
13	0.0137	0.0022	0.0123	0.0071	0.003	0.0026	0.0026	285360	3477000	1	1	24.95	42.22	27.72	9.73

14	0.0116	0.0035	0.0201	0.0138	0.0038	0.0013	0.0013	301440	3486120	1	1	22.92	132.62	27.13	9.80
15	0.0164	0.0069	0.0315	0.0183	0.0032	0.0013	0.0013	272910	3477540	1	1	23.28	47.07	25.43	8.86
16	0.0169	0.0045	0.0166	0.0097	0.0039	0.0019	0.0019	272250	3477660	1	1	25.13	41.82	27.39	13.73
17	0.0161	0.0042	0.0176	0.0106	0.0039	0.002	0.002	286020	3478050	1	1	24.75	45.46	27.19	11.83
18	0.0114	0.0024	0.0157	0.0115	0.0048	0.001	0.001	276390	3478260	1	1	23.72	214.28	27.92	16.06
19	0.0134	0.0045	0.0215	0.011	0.0042	0.0016	0.0016	284820	3477750	1	1	22.92	90.12	26.79	12.58
20	0.0116	0.0025	0.0171	0.0115	0.0049	0.0009	0.0009	285510	3477360	1	1	23.46	225.88	27.76	17.18
21	0.0122	0.0034	0.019	0.0148	0.0046	0.001	0.001	286020	3477990	1	1	24.69	173.23	27.43	12.58
22	0.0124	0.0024	0.0161	0.013	0.0048	0.0011	0.0011	285810	3477840	1	1	17.11	163.34	27.82	14.16
23	0.0161	0.004	0.017	0.0143	0.0047	0.0011	0.0011	275100	3478710	1	1	24.52	84.25	27.68	14.09
24	0.0144	0.0044	0.0176	0.0104	0.0044	0.0018	0.0018	276150	3478080	1	1	23.99	73.32	27.28	13.63
25	0.0136	0.0048	0.0222	0.0118	0.0046	0.0014	0.0014	285840	3477990	1	1	23.51	105.30	26.77	13.93
26	0.0145	0.003	0.0165	0.0132	0.0051	0.001	0.001	274710	3476820	1	1	24.60	127.13	27.80	16.22
27	0.0172	0.0048	0.0178	0.011	0.0047	0.0017	0.0017	285180	3476910	1	1	23.91	53.08	27.30	15.62
28	0.0148	0.004	0.0187	0.0136	0.0045	0.0019	0.0019	285660	3477780	1	1	25.05	67.70	27.07	10.47
29	0.0135	0.0032	0.0166	0.012	0.0052	0.0012	0.0012	295650	3479160	1	1	22.90	136.41	27.70	16.61
30	0.0171	0.0105	0.0508	0.0297	0.0027	0.0018	0.0018	286500	3478290	1	1	24.80	28.18	22.32	6.23
31	0.0147	0.0033	0.0141	0.012	0.0052	0.0015	0.0015	275160	3478650	1	1	23.54	94.95	27.94	15.62
32	0.0167	0.0053	0.0185	0.0113	0.0048	0.002	0.002	285510	3477270	1	1	23.35	52.20	27.06	14.05
33	0.0149	0.0031	0.018	0.0128	0.0056	0.0009	0.0009	273840	3476700	1	1	25.05	141.73	27.62	19.05
34	0.0144	0.0048	0.019	0.0109	0.005	0.0018	0.0018	272850	3477360	1	1	21.00	84.36	27.07	14.94
35	0.0181	0.0052	0.0178	0.0111	0.0049	0.002	0.002	274620	3476520	1	1	23.87	43.85	27.16	15.32
36	0.0123	0.0033	0.0166	0.0099	0.0051	0.0019	0.0019	274650	3477660	1	1	25.01	122.14	27.39	14.97
37	0.0145	0.0048	0.0219	0.0127	0.0051	0.0015	0.0015	286200	3478470	1	1	24.06	96.12	26.77	14.32
38	0.0132	0.0028	0.0154	0.0111	0.0057	0.0011	0.0011	274620	3476940	1	1	24.20	169.25	27.92	20.56
39	0.0152	0.0049	0.0182	0.0111	0.0054	0.0014	0.0014	285600	3477720	1	1	23.76	95.64	27.37	18.60
40	0.015	0.0041	0.018	0.0141	0.0054	0.0013	0.0013	285810	3478380	1	1	23.12	103.97	27.45	14.81
41	0.0137	0.0031	0.018	0.0118	0.0055	0.0014	0.0014	286440	3478110	1	1	23.54	125.83	27.40	16.93
42	0.016	0.0038	0.0154	0.0122	0.0055	0.0015	0.0015	286680	3478050	1	1	23.48	82.07	27.75	16.95
43	0.0113	0.0027	0.0154	0.0114	0.0054	0.0017	0.0017	286350	3477780	1	1	23.64	172.80	27.66	13.72
44	0.0187	0.005	0.0187	0.0148	0.0051	0.0018	0.0018	285450	3477810	1	1	23.30	45.49	27.12	12.80
45	0.0163	0.004	0.0166	0.0133	0.0056	0.0014	0.0014	285300	3477960	1	1	23.75	83.89	27.61	16.34
46	0.0139	0.0041	0.0185	0.0139	0.0058	0.0013	0.0013	273630	3477510	1	1	22.86	135.48	27.37	15.62
47	0.0186	0.0062	0.0195	0.0123	0.0053	0.0021	0.0021	284880	3477750	1	1	24.27	43.23	26.87	14.75
48	0.0133	0.004	0.0178	0.0129	0.0058	0.0015	0.0015	286440	3478350	1	1	24.40	136.74	27.39	15.47
49	0.0133	0.004	0.0178	0.0129	0.0058	0.0015	0.0015	286200	3478320	1	1	23.17	136.74	27.39	15.47
50	0.0151	0.0035	0.0151	0.0111	0.0059	0.0017	0.0017	276600	3478500	1	1	23.86	93.69	27.70	18.90
51	0.0145	0.0032	0.0153	0.0123	0.0058	0.0018	0.0018	285600	3478410	1	1	24.51	97.61	27.63	15.49
52	0.0188	0.0065	0.0234	0.0137	0.0054	0.0019	0.0019	274110	3478530	1	1	23.61	46.05	26.37	14.22
53	0.0151	0.0033	0.0176	0.0136	0.0059	0.0015	0.0015	276030	3478410	1	1	22.87	102.13	27.42	15.84
54	0.0169	0.0056	0.0197	0.0118	0.0053	0.0024	0.0024	284820	3477900	1	1	23.52	49.84	26.70	13.42
55	0.0183	0.006	0.0204	0.0119	0.0052	0.0025	0.0025	274560	3478230	1	1	22.30	39.06	26.55	13.35
56	0.016	0.0044	0.0177	0.0137	0.0061	0.0013	0.0013	275550	3478800	1	1	24.00	101.48	27.49	17.70
57	0.015	0.0055	0.0224	0.0135	0.0059	0.0014	0.0014	286980	3478590	1	1	23.90	108.86	26.74	16.42
58	0.0183	0.0064	0.0213	0.0129	0.0056	0.002	0.002	275340	3478950	1	1	23.23	49.42	26.64	15.13
59	0.0146	0.0044	0.0198	0.0141	0.0058	0.0018	0.0018	286200	3478170	1	1	24.52	95.98	26.95	13.33
60	0.0158	0.005	0.0198	0.0118	0.0056	0.0023	0.0023	286350	3478410	1	1	23.19	64.29	26.73	14.09
61	0.015	0.0038	0.0162	0.0136	0.0061	0.0017	0.0017	275070	3478080	1	1	20.91	98.77	27.54	15.39
62	0.0141	0.0032	0.0152	0.0116	0.0065	0.0014	0.0014	274410	3477870	1	1	24.05	140.86	27.82	21.38
63	0.0153	0.0051	0.0224	0.0122	0.0062	0.0015	0.0015	273840	3476550	1	1	20.79	104.43	26.70	19.07
64	0.0179	0.0051	0.0241	0.0137	0.0059	0.0018	0.0018	274350	3477030	1	1	24.86	59.40	26.31	15.63
65	0.0169	0.0046	0.0167	0.0113	0.0062	0.0019	0.0019	275790	3478530	1	1	24.89	69.55	27.37	19.68
66	0.016	0.0058	0.0224	0.0136	0.0057	0.0022	0.0022	274650	3477750	1	1	22.41	65.54	26.39	12.68
67	0.0183	0.0067	0.0213	0.0132	0.0057	0.0026	0.0026	285300	3477540	1	1	22.92	42.05	26.37	12.81
68	0.017	0.0062	0.0225	0.0137	0.0063	0.0018	0.0018	285750	3478290	1	1	24.20	72.42	26.55	16.39

69	0.0169	0.0046	0.02	0.0143	0.0064	0.0019	0.0019	286590	3478500	1	1	23.25	72.02	26.88	15.42
70	0.0152	0.0048	0.0202	0.014	0.007	0.0012	0.0012	286350	3478560	1	1	24.23	141.40	27.16	20.32
71	0.0154	0.0047	0.0177	0.0128	0.0067	0.0018	0.0018	287160	3478380	1	1	24.77	98.68	27.27	18.19
72	0.0169	0.0048	0.0183	0.0127	0.0065	0.0021	0.0021	287040	3478530	1	1	22.24	68.37	27.04	17.11
73	0.0133	0.0049	0.0223	0.0154	0.0068	0.0014	0.0014	274410	3478230	1	1	21.74	170.75	26.76	15.71
74	0.0145	0.0048	0.0211	0.0148	0.0065	0.002	0.002	286800	3478560	1	1	17.65	102.86	26.67	13.34
75	0.0171	0.0061	0.0234	0.0133	0.0065	0.0021	0.0021	285690	3478500	1	1	24.21	66.43	26.28	16.27
76	0.0138	0.0046	0.0204	0.014	0.0065	0.0022	0.0022	275250	3478980	1	1	24.31	108.71	26.69	12.80
77	0.0152	0.0043	0.0191	0.0148	0.007	0.0016	0.0016	276750	3478530	1	1	23.27	115.95	27.15	16.97
78	0.0164	0.0063	0.0223	0.0139	0.0064	0.0024	0.0024	286890	3478560	1	1	23.92	65.98	26.31	13.52
79	0.0199	0.0083	0.0245	0.0142	0.0063	0.0025	0.0025	287220	3478470	1	1	24.38	39.27	25.94	14.33
80	0.0145	0.0048	0.0195	0.0144	0.007	0.0018	0.0018	284220	3476670	1	1	23.86	119.98	27.00	16.07
81	0.0145	0.0048	0.0195	0.0144	0.007	0.0018	0.0018	284100	3477240	1	1	25.94	119.98	27.00	16.07
82	0.0168	0.0065	0.0249	0.0173	0.007	0.0014	0.0014	286320	3478860	1	1	24.23	99.52	26.37	15.88
83	0.0134	0.0041	0.0184	0.0112	0.0071	0.002	0.002	274140	3476790	1	1	24.36	137.45	27.07	20.45
84	0.0156	0.0059	0.0232	0.0153	0.0071	0.0019	0.0019	274470	3478020	1	1	25.18	98.17	26.40	15.37
85	0.0156	0.0054	0.0219	0.0145	0.0077	0.0017	0.0017	284700	3478470	1	1	24.27	115.86	26.68	19.17
86	0.0174	0.0068	0.0211	0.0129	0.0075	0.0023	0.0023	287520	3479100	1	1	23.69	69.95	26.54	19.49
87	0.0183	0.008	0.0257	0.0149	0.0071	0.0027	0.0027	274620	3476460	1	1	24.21	52.13	25.67	14.02
88	0.0177	0.0056	0.0235	0.0163	0.0078	0.0018	0.0018	295530	3485370	1	1	23.36	82.94	26.40	17.48
89	0.0171	0.0077	0.0279	0.0183	0.0083	0.0014	0.0014	582330	500160	1	1	24.38	114.89	25.92	18.00
90	0.0168	0.0043	0.0176	0.011	0.009	0.0019	0.0019	582780	499200	1	1	23.86	106.22	27.24	34.41
91	0.0221	0.0142	0.0452	0.0308	0.0071	0.0018	0.0018	582960	499050	1	1	25.94	43.45	23.16	10.18
											Prom. D. stand.	23.71	90.35	26.99	14.55
												1.36	44.73	0.94	4.22

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	$t=0.025, 95\%$ % conf	Diferencia de medias		Modelo
Est. A	Promedio 1	Desv estándar 1	Est. Propio	Promedio 2	Desv estándar 2	%		mg/L	V (grados)	μ_1	μ_2	mg/L
91	23.71	1.36	91	90.35	44.73	95%	90.17	-67	1.99	76.0	-57.3	Exponencial
91	23.71	1.36	91	26.99	0.94	95%	159.77	3.276549834	1.96	3.62	-2.94	Lineal
91	23.71	1.36	91	14.55	4.22	95%	108.61	9.158792085	1.98	8.24	10.08	Polinómico

Simbología: nitrógeno total (NT), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multiespectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 36N. Nota: la ecuación desarrollada por Zeiny y Kafrawi (2015) está basado en la radiancia del cuerpo de agua, por consecuencia para realizar las estimaciones del cuerpo de aguas es necesario obtener los valores de radiancia.

Variación de medias aplicado al Lago Burullus con base en el Fósforo Total (Zeiny & Kafrawi, 2016)

n	Bandas							Coordenadas		Muestras		PT (mg/L)			
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal	Polinómico
1	0.0103	0.0016	0.0134	0.0096	0.00025	0.0007	0.0007	287430	3477360	1	1	22.2	0.5	23.7	24.1
2	0.0121	0.0017	0.0106	0.0057	0.00025	0.0013	0.0013	270930	3476640	1	1	32.2	0.4	23.4	22.2
3	0.0128	0.0028	0.0262	0.0158	0.0008	0.0002	0.00015	304200	3486150	1	1	26.2	3.8	35.1	35.7
4	0.0122	0.0019	0.0102	0.0066	0.0009	0.0015	0.0015	273810	3476100	1	1	44.5	1.5	25.1	49.1
5	0.0122	0.0019	0.0102	0.0066	0.0009	0.0015	0.0015	304590	3486360	1	1	34.9	1.5	25.1	49.1
6	0.0122	0.0025	0.0236	0.0156	0.0008	0.0011	0.0011	301890	3486510	1	1	33.5	1.6	24.8	36.2
7	0.0137	0.0062	0.0337	0.0201	0.0014	0.0015	0.0015	274200	3476010	1	1	35.9	2.5	25.5	27.6
8	0.0109	0.0019	0.0116	0.0071	0.0032	0.0016	0.0016	276300	3476680	1	1	38.0	6.4	31.8	227.3
9	0.0117	0.0033	0.0175	0.0088	0.0033	0.0014	0.0014	302010	3487080	1	1	35.8	7.1	32.3	112.4
10	0.0142	0.0063	0.0326	0.0212	0.0023	0.0013	0.0013	301230	3484770	1	1	38.0	4.9	28.1	39.6
11	0.0131	0.0045	0.0257	0.0139	0.0028	0.0015	0.0015	285360	3476970	1	1	21.0	5.7	29.2	64.5
12	0.0121	0.0023	0.018	0.0129	0.0038	0.0008	0.0008	276150	3479850	1	1	50.4	11.2	40.7	227.0
13	0.0137	0.0022	0.0123	0.0071	0.003	0.0026	0.0026	285360	3477000	1	1	39.0	4.6	28.8	161.8
14	0.0116	0.0035	0.0201	0.0138	0.0038	0.0013	0.0013	301440	3486120	1	1	26.7	8.7	33.4	125.3
15	0.0164	0.0069	0.0315	0.0183	0.0032	0.0013	0.0013	272910	3477540	1	1	28.5	7.1	30.9	48.8

16	0.0169	0.0045	0.0166	0.0097	0.0039	0.0019	0.0019	272250	3477660	1	1	40.6	7.4	31.5	91.9
17	0.0161	0.0042	0.0176	0.0106	0.0039	0.002	0.002	286020	3478050	1	1	38.1	7.2	30.9	99.6
18	0.0114	0.0024	0.0157	0.0115	0.0048	0.001	0.001	276390	3478260	1	1	32.2	13.1	42.4	299.3
19	0.0134	0.0045	0.0215	0.011	0.0042	0.0016	0.0016	284820	3477750	1	1	28.2	8.8	33.3	102.1
20	0.0116	0.0025	0.0171	0.0115	0.0049	0.0009	0.0009	285510	3477360	1	1	28.8	14.1	45.5	291.2
21	0.0122	0.0034	0.019	0.0148	0.0046	0.001	0.001	286020	3477990	1	1	39.1	12.4	40.3	170.1
22	0.0124	0.0024	0.0161	0.013	0.0048	0.0011	0.0011	285810	3477840	1	1	5.8	12.4	39.9	298.5
23	0.0161	0.004	0.017	0.0143	0.0047	0.0011	0.0011	275100	3478710	1	1	36.1	12.1	39.1	140.1
24	0.0144	0.0044	0.0176	0.0104	0.0044	0.0018	0.0018	276150	3478080	1	1	37.2	8.7	33.1	110.3
25	0.0136	0.0048	0.0222	0.0118	0.0046	0.0014	0.0014	285840	3477990	1	1	29.5	10.4	35.8	106.5
26	0.0145	0.003	0.0165	0.0132	0.0051	0.001	0.001	274710	3476820	1	1	37.7	14.0	43.4	235.1
27	0.0172	0.0048	0.0178	0.011	0.0047	0.0017	0.0017	285180	3476910	1	1	34.1	9.7	34.3	107.9
28	0.0148	0.004	0.0187	0.0136	0.0045	0.0019	0.0019	285660	3477780	1	1	41.5	8.7	32.0	128.0
29	0.0135	0.0032	0.0166	0.012	0.0052	0.0012	0.0012	295650	3479160	1	1	28.1	13.0	40.6	218.7
30	0.0171	0.0105	0.0508	0.0297	0.0027	0.0018	0.0018	286500	3478290	1	1	39.4	4.9	27.2	29.3
31	0.0147	0.0033	0.0141	0.012	0.0052	0.0015	0.0015	275160	3478650	1	1	33.1	11.6	37.0	207.0
32	0.0167	0.0053	0.0185	0.0113	0.0048	0.002	0.002	285510	3477270	1	1	28.3	9.1	32.9	96.6
33	0.0149	0.0031	0.018	0.0128	0.0056	0.0009	0.0009	273840	3476700	1	1	41.8	16.5	49.6	257.8
34	0.0144	0.0048	0.019	0.0109	0.005	0.0018	0.0018	272850	3477360	1	1	15.8	10.1	34.6	116.2
35	0.0181	0.0052	0.0178	0.0111	0.0049	0.002	0.002	274620	3476520	1	1	33.4	9.3	33.3	101.4
36	0.0123	0.0033	0.0166	0.0099	0.0051	0.0019	0.0019	274650	3477660	1	1	42.5	10.0	34.8	198.5
37	0.0145	0.0048	0.0219	0.0127	0.0051	0.0015	0.0015	286200	3478470	1	1	33.9	11.3	36.4	120.8
38	0.0132	0.0028	0.0154	0.0111	0.0057	0.0011	0.0011	274620	3476940	1	1	36.5	15.2	45.4	306.6
39	0.0152	0.0049	0.0182	0.0111	0.0054	0.0014	0.0014	285600	3477720	1	1	31.5	12.6	39.1	127.2
40	0.015	0.0041	0.018	0.0141	0.0054	0.0013	0.0013	285810	3478380	1	1	28.6	13.0	39.2	162.1
41	0.0137	0.0031	0.018	0.0118	0.0055	0.0014	0.0014	286440	3478110	1	1	33.6	12.8	39.2	247.1
42	0.016	0.0038	0.0154	0.0122	0.0055	0.0015	0.0015	286680	3478050	1	1	29.6	12.4	38.0	183.4
43	0.0113	0.0027	0.0154	0.0114	0.0054	0.0017	0.0017	286350	3477780	1	1	29.8	11.3	36.3	293.2
44	0.0187	0.005	0.0187	0.0148	0.0051	0.0018	0.0018	285450	3477810	1	1	30.0	10.3	33.7	113.2
45	0.0163	0.004	0.0166	0.0133	0.0056	0.0014	0.0014	285300	3477960	1	1	31.3	13.1	39.0	175.7
46	0.0139	0.0041	0.0185	0.0139	0.0058	0.0013	0.0013	273630	3477510	1	1	19.4	14.2	40.9	178.9
47	0.0186	0.0062	0.0195	0.0123	0.0053	0.0021	0.0021	284880	3477750	1	1	38.0	9.9	33.4	89.5
48	0.0133	0.004	0.0178	0.0129	0.0058	0.0015	0.0015	286440	3478350	1	1	41.3	13.2	38.8	183.9
49	0.0133	0.004	0.0178	0.0129	0.0058	0.0015	0.0015	286200	3478320	1	1	29.9	13.2	38.8	183.9
50	0.0151	0.0035	0.0151	0.0111	0.0059	0.0017	0.0017	276600	3478500	1	1	32.6	12.6	38.1	226.9
51	0.0145	0.0032	0.0153	0.0123	0.0058	0.0018	0.0018	285600	3478410	1	1	41.6	12.0	36.4	251.8
52	0.0188	0.0065	0.0234	0.0137	0.0054	0.0019	0.0019	274110	3478530	1	1	34.4	10.7	34.2	87.4
53	0.0151	0.0033	0.0176	0.0136	0.0059	0.0015	0.0015	276030	3478410	1	1	27.3	13.4	38.9	249.1
54	0.0169	0.0056	0.0197	0.0118	0.0053	0.0024	0.0024	284820	3477900	1	1	34.9	9.3	32.5	100.1
55	0.0183	0.006	0.0204	0.0119	0.0052	0.0025	0.0025	274560	3478230	1	1	26.4	8.9	32.0	89.2
56	0.016	0.0044	0.0177	0.0137	0.0061	0.0013	0.0013	275550	3478800	1	1	39.4	15.0	42.3	174.0
57	0.015	0.0055	0.0224	0.0135	0.0059	0.0014	0.0014	286980	3478590	1	1	32.0	13.9	40.1	122.9
58	0.0183	0.0064	0.0213	0.0129	0.0056	0.002	0.002	275340	3478950	1	1	29.3	10.9	34.5	92.6
59	0.0146	0.0044	0.0198	0.0141	0.0058	0.0018	0.0018	286200	3478170	1	1	39.2	12.0	35.8	159.2
60	0.0158	0.005	0.0198	0.0118	0.0056	0.0023	0.0023	286350	3478410	1	1	32.3	10.1	33.5	125.0
61	0.015	0.0038	0.0162	0.0136	0.0061	0.0017	0.0017	275070	3478080	1	1	14.4	13.1	37.6	211.2
62	0.0141	0.0032	0.0152	0.0116	0.0065	0.0014	0.0014	274410	3477870	1	1	36.4	15.5	43.5	302.9
63	0.0153	0.0051	0.0224	0.0122	0.0062	0.0015	0.0015	273840	3476550	1	1	13.7	14.2	40.6	144.3
64	0.0179	0.0051	0.0241	0.0137	0.0059	0.0018	0.0018	274350	3477030	1	1	46.8	12.2	36.2	133.4
65	0.0169	0.0046	0.0167	0.0113	0.0062	0.0019	0.0019	275790	3478530	1	1	42.4	12.6	37.4	163.5
66	0.016	0.0058	0.0224	0.0136	0.0057	0.0022	0.0022	274650	3477750	1	1	24.6	10.6	33.6	106.0
67	0.0183	0.0067	0.0213	0.0132	0.0057	0.0026	0.0026	285300	3477540	1	1	29.9	9.7	32.3	86.8
68	0.017	0.0062	0.0225	0.0137	0.0063	0.0018	0.0018	285750	3478290	1	1	35.7	13.2	37.4	112.6
69	0.0169	0.0046	0.02	0.0143	0.0064	0.0019	0.0019	286590	3478500	1	1	27.6	13.0	36.8	170.9
70	0.0152	0.0048	0.0202	0.014	0.007	0.0012	0.0012	286350	3478560	1	1	37.8	18.4	48.5	187.4
71	0.0154	0.0047	0.0177	0.0128	0.0067	0.0018	0.0018	287160	3478380	1	1	40.2	14.1	39.0	177.6
72	0.0169	0.0048	0.0183	0.0127	0.0065	0.0021	0.0021	287040	3478530	1	1	27.7	12.6	36.4	163.3
73	0.0133	0.0049	0.0223	0.0154	0.0068	0.0014	0.0014	274410	3478230	1	1	21.7	16.4	43.0	173.6
74	0.0145	0.0048	0.0211	0.0148	0.0065	0.002	0.002	286800	3478560	1	1	9.5	12.9	36.2	164.0
75	0.0171	0.0061	0.0234	0.0133	0.0065	0.0021	0.0021	285690	3478500	1	1	35.4	12.6	36.1	118.1
76	0.0138	0.0046	0.0204	0.014	0.0065	0.0022	0.0022	275250	3478980	1	1	37.4	12.3	35.3	172.8
77	0.0152	0.0043	0.0191	0.0148	0.007	0.0016	0.0016	276750	3478530	1	1	32.6	15.8	41.2	216.3
78	0.0164	0.0063	0.0223	0.0139	0.0064	0.0024	0.0024	286890	3478560	1	1	37.2	11.5	34.2	109.5
79	0.0199	0.0083	0.0245	0.0142	0.0063	0.0025	0.0025	287220	3478470	1	1	36.3	11.1	33.5	76.1
80	0.0145	0.0048	0.0195	0.0144	0.007	0.0018	0.0018	284220	3476670	1	1	33.3	14.9	39.3	183.4
81	0.0145	0.0048	0.0195	0.0144	0.007	0.0018	0.0018	284100	3477240	1	1	54.9	14.9	39.3	183.4
82	0.0168	0.0065	0.0249	0.0173	0.007	0.0014	0.0014	286320	3478860	1	1	37.5	16.9	43.2	123.5
83	0.0134	0.0041	0.0184	0.0112	0.0071	0.002	0.002	274140	3476790	1	1	37.8	14.3	39.5	233.8
84	0.0156	0.0059	0.0232	0.0153	0.0071	0.0019	0.0019	274470	3478020	1	1	44.7	14.7	38.4	140.0

85	0.0156	0.0054	0.0219	0.0145	0.0077	0.0017	0.0017	284700	3478470	1	1	37.7	17.1	42.6	178.3
86	0.0174	0.0068	0.0211	0.0129	0.0075	0.0023	0.0023	287520	3479100	1	1	37.3	14.2	37.7	122.5
87	0.0183	0.008	0.0257	0.0149	0.0071	0.0027	0.0027	274620	3476460	1	1	37.5	12.2	34.3	91.0
88	0.0177	0.0056	0.0235	0.0163	0.0078	0.0018	0.0018	295530	3485370	1	1	34.2	16.8	41.1	171.9
89	0.0171	0.0077	0.0279	0.0183	0.0083	0.0014	0.0014	582330	500160	1	1	36.3	20.6	48.3	123.6
90	0.0168	0.0043	0.0176	0.011	0.009	0.0019	0.0019	582780	499200	1	1	33.3	19.3	47.2	312.6
91	0.0221	0.0142	0.0452	0.0308	0.0071	0.0018	0.0018	582960	499050	1	1	54.9	15.1	36.7	50.7
											Promedio	33.2	11.0	36.1	149.1
											Desv stand	8.2	4.0	5.3	71.2

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv. confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
Est. A	Promedio 1	Desv estándar 1	Est. Propio	Promedio 2	Desv estándar 2	%		mg/L	V (grados)	μ_1	μ_2	mg/L
91	33.21	8.15	91	11.0	4.0	95%	130.6	22.2	1.96	20.3	24.1	Exponencial
91	33.21	8.15	91	36.1	5.3	95%	154.8	-2.9	1.96	-4.9	-0.9	Lineal
88	33.21	8.15	88	149.1	71.2	95%	89.3	-115.9	1.98	131.0	-100.7	Polinómico

Simbología: Fósforo total (PT), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multiespectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 36N. Nota: la ecuación desarrollada por Zeiny y Kafrawi (2015) está basado en la radiancia del cuerpo de agua, por consecuencia para realizar las estimaciones del cuerpo de aguas es necesario obtener los valores de radiancia.

Variación de medias aplicado al Lago Okeechobee con base en los Sólidos Suspendidos Totales (Hajjholzadeh, 2016, $R^2=0.69$)

n	Bandas							Coordenadas		Muestras		SST (mg/L)			
	ID	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	X (metros)	Y (metros)	n Est.	n propio	E. autor	Exponencial	Lineal
1	0.0294	0.016	0.0213	0.022	0.0194	0.013	0.0105	509646	2990409	1	1	-136.99	44.1	34.2	54.2
2	0.0355	0.0232	0.0285	0.0291	0.0256	0.0178	0.0144	509646	2991498	1	1	-124.55	58.1	32.5	38.3
3	0.0466	0.0322	0.0374	0.0339	0.0338	0.0243	0.0185	509646	2991680	1	1	-27.07	133.6	35.4	20.9
4	0.0231	0.0091	0.0175	0.0145	0.0144	0.0114	0.0093	509737	2992134	1	1	13.89	18.3	28.3	96.8
5	0.0341	0.0212	0.0284	0.0238	0.0228	0.0171	0.0132	514542	2995674	1	1	9.79	110.3	32.4	64.8
6	0.0315	0.0179	0.0247	0.0236	0.0187	0.0121	0.0102	515268	2995311	1	1	-71.43	56.6	32.6	96.1
7	0.0345	0.0204	0.0256	0.0288	0.0216	0.0132	0.0109	515358	2993768	1	1	-236.64	39.1	35.4	60.3
8	0.0339	0.0217	0.0238	0.026	0.0209	0.0115	0.0099	515540	2993768	1	1	-200.04	105.9	38.9	55.7
9	0.0264	0.013	0.0171	0.0203	0.0149	0.0092	0.0078	515902	2994857	1	1	-311.00	26.8	33.6	80.2
10	0.0291	0.0155	0.02	0.0212	0.0171	0.0118	0.0094	516809	2995130	1	1	-166.80	47.5	32.5	75.2
11	0.0345	0.0207	0.0261	0.0245	0.0229	0.0177	0.0139	517988	2995402	1	1	-53.44	76.3	30.1	49.4
12	0.034	0.0197	0.023	0.0233	0.0224	0.0156	0.0124	518622	2995856	1	1	-115.99	90.0	34.4	35.2
13	0.0273	0.0117	0.0144	0.0165	0.0155	0.0098	0.0079	518350	2994766	1	1	-256.00	49.8	37.7	36.9
14	0.0262	0.0122	0.0135	0.0149	0.0136	0.0087	0.0077	519982	2994403	1	1	-210.54	99.1	32.7	53.9
15	0.037	0.0205	0.0221	0.0229	0.0263	0.0162	0.0128	520708	2994766	1	1	-133.83	145.6	43.0	6.2
16	0.0316	0.0159	0.0224	0.0205	0.0239	0.0162	0.0122	520617	2995765	1	1	-31.20	63.1	41.2	20.6
17	0.0277	0.0139	0.0212	0.0201	0.0221	0.0154	0.012	520164	2996310	1	1	-56.90	32.2	37.4	26.8
18	0.0247	0.0141	0.0204	0.0193	0.02	0.0139	0.0105	520073	2996764	1	1	-57.08	47.3	37.8	40.3
19	0.0248	0.0112	0.0201	0.0183	0.0185	0.014	0.0109	519529	2997399	1	1	-31.28	15.9	32.4	55.3
20	0.0267	0.0128	0.0212	0.0204	0.0205	0.0147	0.0112	519076	2997308	1	1	-70.19	19.2	35.6	41.1
21	0.0279	0.0142	0.0171	0.0172	0.0187	0.0125	0.0102	518894	2997127	1	1	-107.43	94.0	37.0	27.4
22	0.032	0.0156	0.0191	0.0189	0.021	0.0151	0.0119	518713	2997944	1	1	-91.93	83.2	35.7	22.2
23	0.0299	0.0135	0.0151	0.017	0.0192	0.0119	0.0097	518713	2998398	1	1	-228.86	90.9	41.0	8.2
24	0.0251	0.0096	0.0127	0.0147	0.014	0.0105	0.0084	518894	2999124	1	1	-269.29	27.1	30.8	36.7
25	0.0381	0.0224	0.0239	0.025	0.0231	0.0144	0.0118	518078	3000123	1	1	-148.58	135.0	37.3	34.6
26	0.0313	0.0161	0.0178	0.0206	0.0178	0.0113	0.0092	517534	3000486	1	1	-270.95	74.2	36.0	43.0
27	0.0284	0.0136	0.0157	0.018	0.0168	0.0117	0.0095	516356	3001031	1	1	-256.74	57.8	33.1	34.7
28	0.0251	0.0083	0.0115	0.0132	0.0134	0.0093	0.0077	515449	3002029	1	1	-256.77	24.9	33.6	29.2
29	0.0294	0.0143	0.0155	0.0165	0.0173	0.0111	0.0089	514905	3002211	1	1	-165.39	140.0	38.9	27.4
30	0.0279	0.013	0.0143	0.0154	0.0165	0.0111	0.0088	514452	3003119	1	1	-177.81	120.9	37.7	24.4
31	0.0261	0.0117	0.0153	0.0156	0.016	0.0117	0.0092	514724	3003028	1	1	-121.74	55.6	33.7	40.4
32	0.0251	0.0104	0.0129	0.014	0.0141	0.0106	0.0086	515540	3002483	1	1	-188.15	52.9	30.9	37.8
33	0.0259	0.0093	0.0133	0.0144	0.0135	0.0096	0.0081	516265	3002302	1	1	-187.03	25.3	30.6	52.7
34	0.0218	0.0078	0.0109	0.0127	0.0115	0.0084	0.0069	516900	3002847	1	1	-280.02	21.4	30.1	51.2
35	0.0206	0.0058	0.0113	0.0127	0.0086	0.0077	0.0062	517897	3003391	1	1	-242.31	3.7	20.0	156.7
36	0.0223	0.0087	0.0129	0.0143	0.0097	0.0074	0.0061	517988	3003573	1	1	-225.26	20.3	25.2	153.6
37	0.0254	0.0135	0.0179	0.0184	0.0126	0.0092	0.0079	518169	3004753	1	1	-141.64	49.4	25.4	157.6
38	0.0266	0.0139	0.0176	0.019	0.0126	0.0091	0.0074	517716	3006024	1	1	-194.43	53.3	27.8	151.3

39	0.0278	0.0128	0.0215	0.0216	0.0133	0.0116	0.0098	518894	3005389	1	1	-122.91	12.2	18.6	205.5	
40	0.033	0.0189	0.0244	0.0259	0.0191	0.0133	0.0113	518985	3005025	1	1	-170.26	39.8	28.4	86.1	
41	0.0369	0.0219	0.0273	0.0285	0.0196	0.015	0.0125	518985	3004299	1	1	-154.90	47.1	24.8	104.5	
42	0.0446	0.0291	0.0349	0.0352	0.0261	0.0188	0.0151	518985	3003845	1	1	-117.37	67.9	29.4	63.9	
43	0.0357	0.0241	0.0274	0.0276	0.0195	0.0138	0.0111	518622	3003119	1	1	-119.76	112.9	29.6	107.4	
44	0.0393	0.0254	0.0313	0.032	0.0246	0.0157	0.0129	517172	3002029	1	1	-129.43	64.3	34.0	61.5	
45	0.0349	0.0229	0.0272	0.0285	0.0195	0.0131	0.0111	518350	3001576	1	1	-159.07	71.6	29.3	105.5	
46	0.0355	0.0221	0.0268	0.0284	0.0202	0.0117	0.0102	518713	3001576	1	1	-169.44	68.8	34.8	89.4	
47	0.0531	0.0365	0.0387	0.0403	0.0317	0.0218	0.0167	519076	3001576	1	1	-145.96	111.8	34.0	34.0	
48	0.0375	0.0231	0.0262	0.0267	0.0198	0.0125	0.0099	519348	3002483	1	1	-129.08	125.6	35.7	90.8	
49	0.037	0.0213	0.0256	0.0265	0.0195	0.0132	0.0103	519620	3003300	1	1	-144.43	78.6	33.2	90.5	
50	0.0299	0.0155	0.0186	0.0192	0.0149	0.0098	0.0081	520254	3003754	1	1	-141.37	90.2	32.5	101.4	
51	0.0321	0.0163	0.0206	0.021	0.0193	0.0118	0.0097	520436	3004572	1	1	-123.41	70.1	38.0	49.6	
52	0.03	0.0159	0.0187	0.0205	0.0176	0.0116	0.0097	521886	3005389	1	1	-202.98	64.7	33.1	54.1	
53	0.0349	0.0206	0.024	0.0253	0.0203	0.0127	0.0105	523065	3003936	1	1	-160.54	83.8	35.0	64.7	
54	0.039	0.025	0.0278	0.03	0.0246	0.0144	0.0117	521796	3003119	1	1	-184.51	94.9	39.0	43.0	
55	0.0383	0.0245	0.0294	0.0268	0.0242	0.0165	0.0131	520889	3002120	1	1	-34.50	134.1	34.5	55.3	
56	0.0199	0.0074	0.0181	0.0158	0.0138	0.0112	0.01	524788	3002665	1	1	-11.62	3.2	22.1	122.0	
57	0.0267	0.0156	0.0277	0.0223	0.0232	0.0187	0.0152	526239	3004481	1	1	25.95	24.3	28.4	55.9	
58	0.0327	0.0173	0.0271	0.0212	0.0203	0.0151	0.0118	524697	3005298	1	1	29.95	74.2	32.2	90.3	
59	0.0412	0.0262	0.0347	0.0269	0.0267	0.0229	0.0165	521070	3007468	1	1	33.05	149.3	30.1	57.0	
60	0.0394	0.0249	0.0324	0.0277	0.0252	0.0215	0.0163	517081	3007105	1	1	0.66	92.4	27.1	60.9	
61	0.0279	0.0138	0.0276	0.021	0.0172	0.0163	0.013	519257	3006197	1	1	30.37	17.8	19.9	165.8	
62	0.0212	0.0078	0.0166	0.015	0.0121	0.0109	0.0089	521161	3006469	1	1	-33.74	6.0	20.8	148.3	
63	0.0406	0.0232	0.0302	0.0262	0.0281	0.0198	0.0162	522068	3006287	1	1	-2.10	95.2	34.3	28.2	
64	0.0405	0.025	0.0293	0.026	0.0292	0.02	0.0156	522884	3006287	1	1	-13.23	164.9	38.4	19.1	
65	0.0445	0.0314	0.0368	0.0327	0.0397	0.023	0.018	523428	3005743	1	1	-10.99	174.6	47.3	3.9	
66	0.0301	0.0189	0.0251	0.0252	0.0292	0.0203	0.0167	521796	3008103	1	1	-102.21	41.3	36.0	5.2	
67	0.0481	0.0329	0.0377	0.0374	0.031	0.0209	0.0166	528324	3001022	1	1	-98.63	94.8	33.9	35.3	
68	0.0371	0.0246	0.0293	0.0307	0.0222	0.0132	0.0112	529231	3000568	1	1	-156.52	76.3	35.0	78.5	
69	0.033	0.0188	0.0225	0.0245	0.0165	0.0106	0.0089	529956	3000023	1	1	-202.57	66.0	31.5	117.2	
70	0.0414	0.0274	0.0291	0.0318	0.0256	0.0148	0.0123	530591	2999206	1	1	-199.30	109.5	38.3	41.1	
71	0.0295	0.0185	0.0256	0.0238	0.018	0.0167	0.0124	526783	3000386	1	1	-53.11	47.3	22.6	120.0	
72	0.0273	0.0162	0.0234	0.0215	0.0163	0.013	0.0108	525876	3000931	1	1	-45.53	45.3	24.1	134.3	
73	0.0415	0.0268	0.0306	0.0279	0.0279	0.0224	0.0175	521252	2997299	1	1	-31.85	130.1	29.6	30.9	
74	0.0219	0.0121	0.0243	0.0213	0.0191	0.0167	0.0133	525876	2999115	1	1	-11.84	8.0	24.0	85.2	
75	0.0336	0.0217	0.0268	0.0277	0.0282	0.0226	0.0181	525695	2997753	1	1	-132.70	42.6	28.9	15.3	
76	0.0366	0.0227	0.0267	0.0264	0.0226	0.0191	0.0151	525241	2997663	1	1	-96.85	72.4	25.1	56.2	
77	0.0337	0.0234	0.0274	0.0291	0.0199	0.0144	0.0119	523972	2996301	1	1	-173.28	65.7	27.3	99.9	
78	0.0283	0.0173	0.024	0.025	0.0213	0.0158	0.0138	524334	2995756	1	1	-145.75	24.2	26.2	52.6	
79	0.0281	0.0175	0.024	0.0241	0.0207	0.0156	0.0127	525060	2995574	1	1	-110.40	34.9	28.6	59.6	
80	0.057	0.0393	0.0377	0.0395	0.0343	0.0218	0.0156	528505	2995665	1	1	-149.94	216.6	41.7	19.6	
81	0.036	0.0234	0.0295	0.0315	0.0223	0.0145	0.012	527145	2995302	1	1	-176.98	46.1	32.0	78.5	
82	0.0483	0.0328	0.037	0.0381	0.0289	0.0171	0.0144	523156	2993486	1	1	-136.04	97.4	36.1	47.3	
83	0.0368	0.0225	0.0268	0.0272	0.0253	0.0186	0.0149	504115	2986132	1	1	-117.76	67.4	31.3	32.6	
84	0.0384	0.0269	0.0343	0.0363	0.0308	0.0201	0.0171	510371	2984589	1	1	-160.11	35.6	32.6	26.6	
85	0.0431	0.0292	0.03	0.0311	0.0248	0.0155	0.0133	513091	2985679	1	1	-142.93	153.5	33.4	52.6	
86	0.0375	0.026	0.0329	0.0272	0.0282	0.0181	0.0148	521524	2989582	1	1	17.29	163.7	37.9	37.6	
87	0.0466	0.0314	0.0316	0.033	0.032	0.0206	0.017	527327	2992397	1	1	-144.30	147.9	36.3	13.8	
88	0.0353	0.022	0.0292	0.0307	0.0255	0.0203	0.0165	534852	2982138	1	1	-154.93	26.3	26.0	42.4	
89	0.0358	0.0227	0.0267	0.0299	0.0243	0.0154	0.0136	532948	2984680	1	1	-228.25	46.1	31.8	39.9	
90	0.0353	0.0274	0.0337	0.0373	0.0321	0.0219	0.0187	529049	2990944	1	1	-210.34	31.1	30.7	18.9	
91	0.026	0.0172	0.0216	0.0266	0.0225	0.0171	0.0146	525876	2989310	1	1	-359.00	16.6	26.1	26.1	
												Promedio	-128.6	70.9	32.2	61.8
												Desv stand	86.1	45.2	5.4	41.6

n	Estudio		n	PCA promedio		Niv confianza	v	Prom $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	t=0.025, 95 % conf	Diferencia de medias		Modelo
	Promedio 1	Desv estándar 1		Est. Propio	Promedio 2					Desv estándar 2	μ_1	
91	-128.6	86.1	91	70.9	45.2	95%	136.2	-199.6	1.96	219.6	-179.6	Exponencial
91	-128.6	86.1	91	32.2	5.4	95%	90.7	-160.9	1.99	178.9	-142.9	Lineal
91	-128.6	86.1	91	61.8	41.6	95%	129.8	-190.4	1.96	210.1	-170.8	Polinómico

Simbología: Sólidos suspendidos totales (SST), diferencia de medias reales con un intervalo de confianza del 95% ($\mu_1 - \mu_2$), diferencias de promedio entre el modelo del autor y el modelo propio ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$), muestras (n), banda multispectral (B_n) e identificador de muestra (ID). Datum UTM ZONA 36N.

APÉNDICE: TABLAS ESTADÍSTICAS

1.1 Valores críticos de la distribución t (estadístico de distribución t)

t	α						
	0.4	0.3	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.92	1.303
3	0.277	0.584	0.978	1.25	1.638	2.353	3.182
4	0.271	0.569	0.941	1.19	1.533	2.132	2.776
5	0.267	0.559	0.92	1.156	1.476	2.015	2.571
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.444	1.943	2.447
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.96	2.306
9	0.261	0.543	0.883	1.1	1.383	1.833	2.62
10	0.26	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228
11	0.26	0.54	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179
13	0.259	0.537	0.87	1.079	1.35	1.771	2.16
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.12
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.74	2.11
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.33	1.734	2.101
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093
20	0.257	0.533	0.86	1.064	1.325	1.725	2.086
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.08
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074
23	0.256	0.532	0.858	1.06	1.319	1.714	2.079
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.06
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056
27	0.256	0.531	0.855	1.058	1.314	1.703	2.052
28	0.256	0.53	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048
29	0.256	0.53	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045
30	0.256	0.53	0.854	1.055	1.31	1.697	2.042
40	0.255	0.529	0.851	1.05	1.303	1.684	2.021
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.98
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.96

Fuente: Walpole y Eddy, 1996.

1.2 Distribución Chi-cuadrada en relación con el p-value

v/p	p-value						
	0.001	0.0025	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
1	10.8274	9.1404	7.8794	6.6349	5.0239	3.8415	27.055
2	13.815	11.9827	10.5965	9.2104	7.3778	5.9915	46.052
3	16.266	14.3202	12.8381	11.3449	9.3484	7.8147	62.514
4	18.4662	16.4238	14.8602	13.2767	11.1433	9.4877	77.794
5	20.5147	18.3854	16.7496	15.0863	12.8325	11.0705	92.363
6	22.4575	20.2491	18.5475	16.8119	14.4494	12.5916	106.446
7	24.3213	22.0402	20.2777	18.4753	16.0128	14.0671	120.17
8	26.1239	23.7742	21.9549	20.0902	17.5345	15.5073	133.616
9	27.8767	25.4625	23.5893	21.666	19.0228	16.919	146.837
10	29.5879	27.1119	25.1881	23.2093	20.4832	18.307	159.872
11	31.2635	28.7291	26.7569	24.725	21.92	19.6752	172.75

12	32.9092	30.3182	28.2997	26.217	23.3367	21.0261	185.493
13	34.5274	31.883	29.8193	27.6882	24.7356	22.362	198.119
14	36.1239	33.4262	31.3194	29.1412	26.1189	23.6848	210.641
15	37.6978	34.9494	32.8015	30.578	27.4884	24.9958	223.071
16	39.2518	36.4555	34.2671	31.9999	28.8453	26.2962	235.418
17	40.7911	37.9462	35.7184	33.4087	30.191	27.5871	247.69
18	42.3119	39.422	37.1564	34.8052	31.5264	28.8693	259.894
19	43.8194	40.8847	38.5821	36.1908	32.8523	30.1435	272.036
20	45.3142	42.3358	39.9969	37.5663	34.1696	31.4104	284.12
21	46.7963	43.7749	41.4009	38.9322	35.4789	32.6706	296.151
22	48.2676	45.2041	42.7957	40.2894	36.7807	33.9245	308.133
23	49.7276	46.6231	44.1814	41.6383	38.0756	35.1725	320.069
24	51.179	48.0336	45.5584	42.9798	39.3641	36.415	331.962
25	52.6187	49.4351	46.928	44.314	40.6465	37.6525	343.816
26	54.0511	50.8291	48.2898	45.6416	41.9231	38.8851	355.632
27	55.4751	52.2152	49.645	46.9628	43.1945	40.1133	367.412
28	56.8918	53.5939	50.9936	48.2782	44.4608	41.3372	379.159
29	58.3006	54.9662	52.3355	49.5878	45.7223	42.5569	390.875
30	59.7022	56.3325	53.6719	50.8922	46.9792	43.773	402.56
31	61.098	57.6921	55.0025	52.1914	48.2319	44.9853	414.217
32	62.4873	59.0461	56.328	53.4857	49.4804	46.1942	425.847
33	63.8694	60.3953	57.6483	54.7754	50.7251	47.3999	437.452
34	65.2471	61.7382	58.9637	56.0609	51.966	48.6024	449.032
35	66.6192	63.076	60.2746	57.342	53.2033	49.8018	460.588
36	67.985	64.4097	61.5811	58.6192	54.4373	50.9985	472.122
37	69.3476	65.7384	62.8832	59.8926	55.668	52.1923	483.634
38	70.7039	67.0628	64.1812	61.162	56.8955	53.3835	495.126
39	72.055	68.383	65.4753	62.4281	58.1201	54.5722	506.598
40	73.4029	69.6987	66.766	63.6908	59.3417	55.7585	518.05

Fuente: obtenido de Walpole & Myers (1989).