

# Verificación del Ahorro de Energía de un Inversor Trifásico Aplicando una Prueba de Hipótesis t-Student

## Energy Saving Verification of a Three-Phase Inverter by Applying a t-Student Hypothesis Test

Pérez Merlos, Juan Carlos<sup>1</sup>; Salgado Gallegos, Mireya<sup>1</sup>; Rodríguez Ángeles, Eduardo<sup>1\*</sup>; Albarrán Trujillo, Silvia Edith<sup>1</sup>; Salas García, Javier<sup>1</sup>; López Colín, Hugo Alejandro<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México (UAEMex),  
Toluca, Estado de México, México.

\*[eduroan@yahoo.com](mailto:eduroan@yahoo.com)

### Resumen

*En el área de electrónica de potencia, especialmente en el tema de los inversores trifásicos, se afirma que éstos ahorran energía y protegen la vida de un motor cuando se usa una rampa de aceleración y desaceleración. En este trabajo se hace uso de la estadística, que comúnmente es tratada como un área ajena al equipo electrónico, para verificar el ahorro de energía de un inversor trifásico específico aplicando una prueba de hipótesis con distribución t-Student, obteniéndose resultados que confirman la aseveración del fabricante.*

**Palabras claves:** prueba t Student, inversor trifásico, motor trifásico, ahorro de energía, rampa de aceleración y desaceleración

### Abstract

*In the area of power electronics, especially in the field of three-phase inverters, it is affirmed that they save energy and protect the life of an engine when using an acceleration and deceleration ramp. In this paper we make use of statistics, which is commonly treated as an area unrelated to electronic equipment, to verify the energy saving of a specific three-phase inverter by applying a hypothesis test with t-Student distribution, obtaining results that confirm the assertion of the manufacturer.*

**Keywords:** t-Student test, three-phase inverter, three-phase motor, energy saving, acceleration and deceleration ramp.

### 1 Introducción

Las máquinas eléctricas son convertidores de energía mecánica a energía eléctrica (generadores) o a la inversa, convertidores de energía eléctrica a mecánica (motores). Un tercer tipo de máquinas eléctricas son las que convierten energía eléctrica en energía eléctrica (transformadores).

Dentro de esta clasificación, los motores prestan un servicio en la industria de transformación con un sin número de aplicaciones (en bandas, tolvas, revolventadoras, etc.). Existen motores paso a paso para aplicaciones de baja tensión y buen control de precisión en la posición (aplicado más en robótica); motores de corriente directa (cc), los cuales varían su velocidad según el voltaje aplicado (el cambio de sentido de giro se da en función de la polaridad); y también hay motores de corriente alterna (ca), cuya velocidad depende de la frecuencia o de la amplitud del voltaje. Todos los motores tienen un estator y un rotor, siendo el motor de

ca (de inducción o asíncrono) más barato en construcción que el de cc y con un mantenimiento mínimo.

El motor de inducción ha sido una de las mejores formas para obtener energía mecánica a partir de la energía eléctrica y consta de dos partes: una fija llamada estator, formado por pares de polos magnéticos que establecen el campo magnético necesario para su funcionamiento, y otra móvil llamada rotor, este último puede ser de jaula de ardilla o devanado. Este motor tiene la limitante de mantener su velocidad fija sin importar las variaciones de carga, y su velocidad sólo es variable cambiando su número de polos (a mayor número de pares de polos menor velocidad). Además, al funcionar con ca, este motor presenta una fuerza magnetomotriz de estator y rotor muy acoplada. Estas características han hecho muy difícil su regulación de velocidad hasta épocas muy recientes.

Debido a que los motores de inducción han sido de los más utilizados en la industria y a que la mayoría de los procesos industriales requieren de la variación de velocidad, los ingenieros han intentado, a lo largo de la historia, buscar

procedimientos de regulación de velocidad que sean confiables y seguros para ellos. En los motores de jaula de ardilla una forma de regular la velocidad consiste en variar la tensión de alimentación del estator mediante dispositivos electrónicos como el TRIAC o el SCR (Kling, 2010), este método se caracteriza por una pobre respuesta tanto estática como dinámica, y se emplea en el acondicionamiento de ventiladores y bombas centrífugas que ofrecen un pequeño par resistente en el arranque. Un método menos usado es regular la frecuencia de alimentación, ya que la velocidad de giro es cercana a la de sincronismo, pero tampoco logra una respuesta satisfactoria y los equipos son caros. El mejor método consiste en regular el flujo de la máquina, lo que se consigue con un control simultáneo de la tensión y la frecuencia de alimentación, pero la regulación del cociente tensión/frecuencia requiere el uso de sistemas de encendido de los tiristores bastante complicado (Álzate et al., 2011). Actualmente, se utilizan variadores de frecuencia (inversores) para cambiar la velocidad de un motor de inducción, lo cual permite aplicar este tipo de motores donde hay necesidades de flujos que no son constantes, ya sea de agua, aire, etc. Los inversores o convertidores se agrupan de la siguiente manera:

a) Rectificadores-inversores: primero transforman la ca de la red en cc (módulo rectificador), y luego convierten de cc a una ca de amplitud y frecuencia variable (módulo inversor).

b) Cicloconvertidores: son cambiadores directos de frecuencia, transforman una ca en otra ca de frecuencia diferente sin el paso intermedio por cc.

El arranque de motor directo es el método más sencillo para arrancar un motor trifásico asíncrono. Los devanados del estator están conectados directamente a la red eléctrica por un proceso de conmutación simple. Como resultado de esta aplicación se obtienen altas corrientes de arranque (corriente de sobrecarga), que a su vez causan molestas caídas de tensión en la red. Por este motivo, las compañías eléctricas suelen limitar la potencia nominal de los motores conectados a la red. En muchos casos, el arranque directo del motor trifásico asíncrono no es la mejor solución, ya que las altas corrientes de pico pueden influir en el suministro eléctrico y un aumento repentino del par puede inducir a los componentes mecánicos de la máquina o al sistema a altos niveles de estrés. El arranque directo crea un estrés térmico en los devanados del motor y, sólo brevemente, fuerzas electrodinámicas momentáneas. Con frecuencia el arranque directo reduce la vida de los devanados de un motor estándar (Barriga y Zambrano, 2011).

El bloqueo del rotor (rotor bloqueado) es un fallo grave que puede llevar a la destrucción térmica del motor trifásico asíncrono. Cada devanado del motor debe estar protegido por un dispositivo de protección para evitar que ocurra este tipo de sobrecargas térmicas. Una solución económica es el uso de relevadores de sobrecarga, más conocidos como relevadores térmicos o bimetalicos.

El arrancador suave o de configuración estrella-

triángulo proporciona un remedio, permite un aumento continuo lineal del par y ofrece la posibilidad de una reducción selectiva de la corriente de arranque (Kling, 2010). La tensión del motor se incrementa a partir de una tensión inicial y un tiempo de rampa de aceleración, seleccionados mediante selectores hasta llegar a la tensión nominal del motor. El arrancador también puede controlar la rampa de parada mediante la reducción de la tensión. El tiempo de aceleración de una unidad con un arrancador suave es el resultado de la configuración de la tensión de arranque y el tiempo de rampa para el aumento lineal hasta la tensión completa de red. La tensión inicial determina el par de arranque del motor. Una alta tensión de inicio y un tiempo de rampa corto corresponde aproximadamente a un arranque directo. En la práctica, el par de arranque necesario y el tiempo de rampa se configuran de acuerdo a los requisitos de arranque. El tiempo de rampa ajustado no es el tiempo real de aceleración de la unidad, esto depende de la carga y el par de arranque. El tiempo de rampa sólo controla el cambio en la tensión. En el proceso, la corriente aumenta al máximo y luego cae a la corriente nominal, después se consigue la velocidad nominal del motor. La corriente máxima entonces se fija para adaptarse a la unidad (motor más carga) y no puede determinarse de antemano. Como resultado, las unidades sometidas a altas cargas en relación con tiempos de rampa largos pueden conducir a una excesiva carga térmica en los tiristores. Los motores con potencias de más de 4kW y tensiones nominales de 400/690V pueden arrancarse usando una configuración estrella-triángulo.

La aplicación del inversor presenta la ventaja de ahorrar el consumo de energía eléctrica por efectos de la reducción del pico del par de arranque, asimismo protege la vida útil del motor por reducción de impactos mecánicos (Kling, 2010). Todo ello a través de la asignación de rampas de aceleración y desaceleración para eventos de arranque y parada. También mantiene el factor de potencia, así como facilita el manejo de lazos cerrados de control. El inversor requiere de un microprocesador, el cual regula la velocidad a través del ancho del pulso. Esta es una característica que debe de tener el microprocesador: contar con un módulo para modular el ancho del pulso.

Álzate et al. (Álzate et al., 2011) controlan la velocidad de un motor de inducción utilizando un manejador de velocidad (DMC 1500), o en otras palabras, un inversor integrado, el cual implementa la modulación de ancho del pulso para controlar los transistores IGBT (transistor bipolar de compuerta aislada), y también usan un DSP (procesador digital de señales). El DSP funciona como controlador y el DMC como actuador.

Blaabjerg et al., utilizan un FPGA (arreglo de compuertas programables de campo, Field Programmable Gate Array) conectado a un microcontrolador MC 83332 para controlar los disparos del inversor compuesto de transistores IGBT, y mencionan que el uso del FPGA es mejor que el uso del DSP y utilizan un generador de modulación de ancho del pulso.

Shao y Sun (Shaoy col., 2006) utilizan un FPGA XC 3S400 en unión con un DSP para el control de movimiento digital, es utilizado para controlar la corriente en lazo cerrado, control de velocidad, posición y la modulación de ancho del pulso en un sistema robótico, es decir en baja potencia.

Vásquez Palacios et al. (Vásquez Palacios et al., 1996) regulan la velocidad de un motor de cc con excitación independiente usando la rampa de aceleración y desaceleración como protección del motor contra sobrecorriente, sobrevelocidad, y pérdida del campo.

Se puede observar, en los trabajos antes mencionados, que la información presentada sólo se enfoca hacia los diseños y la técnica utilizada para el control de la corriente del motor, así como los resultados obtenidos. Sin embargo, no se realizan ni se mencionan pruebas estadísticas aplicadas a los desarrollos para demostrar el ahorro de energía que tienen al usar las rampas de aceleración y desaceleración.

Normalmente, los fabricantes mencionan que para llevar a un motor de una velocidad a otra se debe utilizar una rampa de voltaje de cierto tiempo de duración para ahorro de energía y protección de la vida motor. En este trabajo se quiere demostrar que el consumo de energía del motor es menor cuando se utiliza esta rampa en comparación a cuando no se utiliza.

## 2 Procedimiento Experimental

En la Fig. 1 se muestra un inversor trifásico (convertidor de ca a cc), así como el motor trifásico. El inversor está constituido por seis transistores cuyos disparos son controlados por un microprocesador.

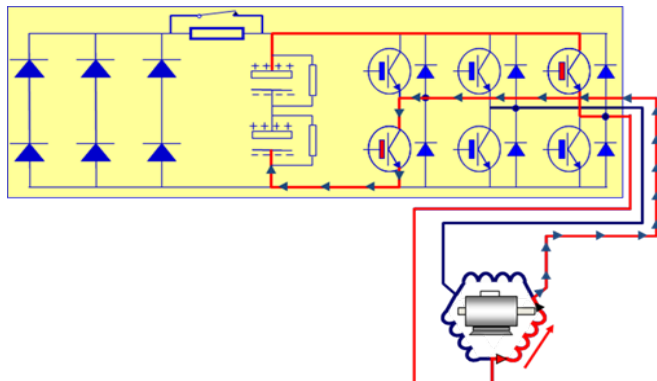


Fig. 1. Fuente de cc y el inversor con el motor (elaboración propia).

Para el análisis estadístico se siguió la siguiente metodología:

- Investigar las características del inversor trifásico.
- Conectar el inversor y obtener datos de la corriente consumida por el motor a través del osciloscopio.
- Tomar datos sin rampa (duración de 0s) y con rampa de 10s de duración para velocidades desde 100rpm (revoluciones por minuto) hasta 1800rpm, en intervalos de 50rpm. En total se tomaron 35 velocidades finales diferentes.

- Pasar los datos de la corriente a formato Excel.
- Obtener las medias aritméticas de cada una de las gráficas obtenidas.
- Analizar la información y aplicar las pruebas estadísticas.
- Obtener los resultados.

En la Facultad de Ingeniería de la UAEMex se tiene un inversor de marca Siemens®, ver Fig. 2, el cual fue usado para realizar el análisis estadístico de este trabajo.



Fig. 2. Sistema inversor de Siemens® y motor trifásico físicamente (elaboración propia).

Un ejemplo de rampa de aceleración y desaceleración se muestra en la Fig. 3. Esta rampa se utiliza para llevar al motor de una velocidad inicial a una final, y también se aplica para el frenado del mismo.

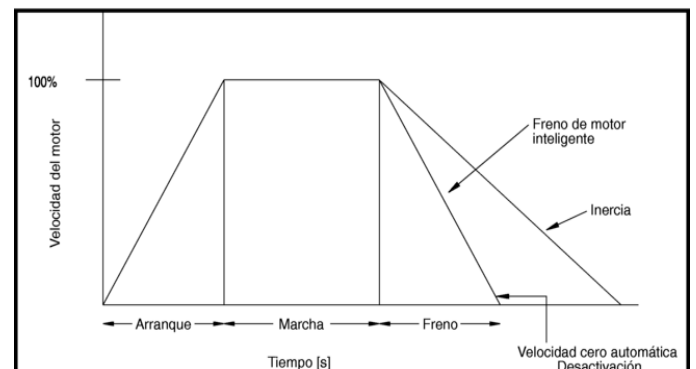


Fig. 3. Rampa de aceleración y desaceleración (elaboración propia).

El experimento realizado para obtener datos consistió en lo siguiente:

- El inversor utilizado requiere de una conexión de 440V ca, pero como no se tiene este tipo de conexión se usó un transformador elevador de 220 a 440V ca para poder alimentar al inversor.
- Debido al nivel de voltaje que maneja el inversor y para protección del equipo, se decidió medir la corriente directamente del motor. Se utilizó una sonda Tektronix® modelo A622 que mide corrientes desde 50mA hasta 100A a frecuencias de 100KHz. Asimismo, para ver la corriente se usó un osciloscopio modelo TDS 2022B de la misma marca. Ambos elementos se muestran en la Fig. 4 y Fig. 5, respectivamente.



Fig. 4. Sonda de medición de corriente de Tektronix® modelo A622 (elaboración propia).



Fig. 5. Osciloscopio de Tektronix® modelo TDS 2022B (elaboración propia).

➤ Se utilizaron dos laptops, una con un software instalado llamado STARTER, que se conectó al inversor por medio de un puerto USB. El STARTER es una interfaz gráfica que permite controlar los parámetros del motor, velocidad, tiempo de rampa, etc. La otra computadora se conectó al osciloscopio para capturar vía USB los datos de la corriente consumida por el motor que se presentaron en la pantalla del mismo, usando el software Openchoice Desktop Application, aplicación de uso libre de Tektronix®, como se muestra en la Fig. 6.

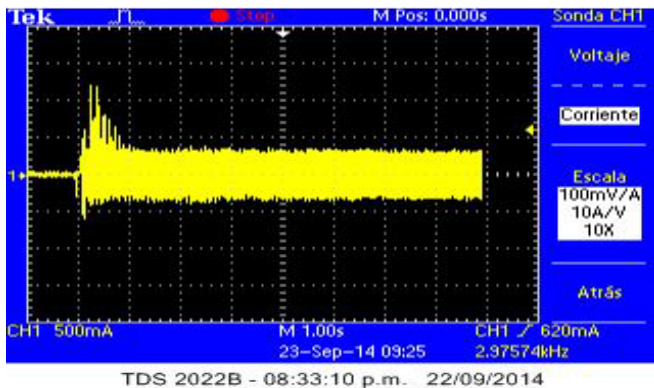


Fig. 6. Señal del osciloscopio con el software Openchoice (elaboración propia).

Una vez conectado el equipo, se tomaron los datos de la corriente consumida por el motor para tiempos de rampa de 10s y de 0s (sin rampa), para velocidades desde 100rpm hasta 1800rpm, en intervalos de 50rpm. Un total de 35 velocidades finales diferentes se consideraron en el estudio.

### 3 Discusión y Resultados

La obtención de cada muestra de los datos de la corriente consumida por el motor da un resultado como el de la Fig. 6 y el de la Fig. 7 graficadas a 2500 puntos (se observa la señal de corriente así, debido a que es una señal modulada).

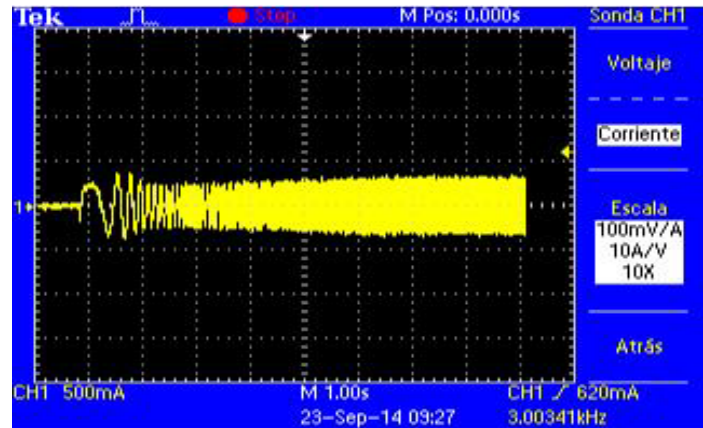


Fig. 7. Datos de la corriente del motor obtenidos con la sonda de corriente (elaboración propia).

Se calculó el promedio de los valores obtenidos de las gráficas, obteniéndose 35 corrientes promedio, una para cada velocidad final considerada, para las rampas de 0 y 10s de duración. En la Tabla 1 se muestran las diez primeras corrientes promedio.

Tabla 1. Valores promedio obtenidos de la corriente del motor (elaboración propia).

| N° | Velocidad final (rpm) | Corriente promedio (A) |                 |
|----|-----------------------|------------------------|-----------------|
|    |                       | Sin rampa (0s)         | Con rampa (10s) |
| 1  | 100                   | 0.246304               | 0.254896        |
| 2  | 150                   | 0.252640               | 0.239056        |
| 3  | 200                   | 0.250472               | 0.320768        |
| 4  | 250                   | 0.251136               | 0.255808        |
| 5  | 300                   | 0.246008               | 0.273832        |
| 6  | 350                   | 0.245368               | 0.300816        |
| 7  | 400                   | 0.249968               | 0.418640        |
| 8  | 450                   | 0.242376               | 0.192888        |
| 9  | 500                   | 0.248040               | 0.266256        |
| 10 | 550                   | 0.246344               | 0.245432        |

Cabe señalar que el fabricante no da la información estadística de su equipo. Por ello, y como se afirma que entre más dure la rampa se ahorra más energía, se consideró la rampa de mayor duración que puede tener el inversor, que es la de 10s, como dato de referencia de la población, es decir su promedio es el estimador puntual  $\mu$ . Como muestra se utilizaron los datos de la rampa de 0s. Con esto se redactó el problema como se menciona a continuación:



**Definición del problema:** El fabricante de inversores afirma que su equipo ahorra más energía entre más dure la rampa de aceleración y desaceleración. Para una rampa de 10s de duración se tiene un consumo promedio de corriente de 0.2599A, mientras que para la muestra se tiene que el consumo promedio es de 0.2497A con una desviación estándar de 0.013. Verificar la afirmación para intervalos de confianza de 95% y 99%.

De acuerdo al problema, no se conoce la desviación estándar de la población, por lo que se utilizó una prueba t-Student con las siguientes hipótesis:

- $H_0$ : El consumo de corriente (y por lo tanto de energía) es igual con rampa y sin rampa.
- $H_1$ : El consumo de corriente es menor cuando la rampa tiene un tiempo de duración de 10s

### 3.1 Análisis estadístico de los resultados con distribución t-Student

#### Planteamiento

Con base en la descripción, las pruebas de hipótesis son:

$$H_0: \mu = 0.2599$$

$$H_1: \mu < 0.2599$$

Entonces se considera una prueba *Unilateral Izquierda*, con parámetros  $\mu$  y  $s$  conocidos y varianza  $\sigma^2$  desconocida:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad \text{Ec.1}$$

Haciendo referencia a la descripción del problema, los datos extraídos son:

$n = 35$  con **34 grados de libertad**  
 $\bar{X} = 0.2497$   
 $s = 0.013$   
 $\alpha = 0.05$  para intervalo de confianza de 95%  
 $\alpha = 0.01$  para intervalo de confianza de 99%

Por lo que, sustituyendo valores en la Ec.1:

$$t = \frac{0.2497 - 0.2599}{\frac{0.013}{\sqrt{35}}} = -4.64$$

Solución para  $\alpha = 0.05$ .

Se extrae el dato correspondiente a 34 grados de libertad y  $\alpha=0.05$  de la Tabla 2, resaltado en rojo, de la distribución t-Student:

Tabla 2. Tabla de la distribución t-Student ([http://cms.dm.uba.ar/academico/materias/1ercuat2015/probabilidades\\_y\\_estadistica\\_C/tabla\\_tstudent.pdf](http://cms.dm.uba.ar/academico/materias/1ercuat2015/probabilidades_y_estadistica_C/tabla_tstudent.pdf)).

| Grados de libertad | $\alpha$ |         |         |
|--------------------|----------|---------|---------|
|                    | 0.05     | 0.025   | 0.01    |
| 1                  | 6.3137   | 12.7062 | 31.8210 |
| ...                |          |         |         |
| 34                 | 1.6909   | 2.0322  | 2.4411  |

Entonces, la región crítica (RC) corresponde al valor  $t_{0.05,34} = -1.6909$ , y es la que se muestra en la Fig. 8:

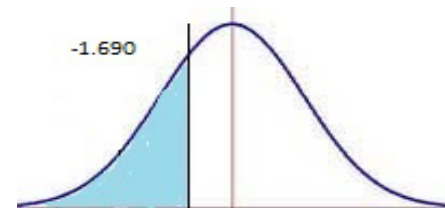


Fig. 8. Región crítica del -1.690 en la distribución t-Student, prueba unilateral izquierda (elaboración propia).

Ahora, en la gráfica anterior, se localiza el valor de  $t = -4.64$  (ver Fig. 9):

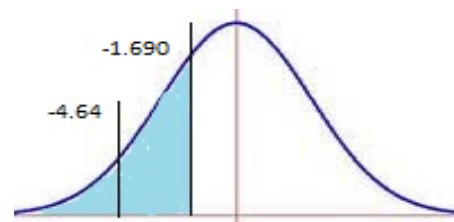


Fig. 9. Valor -4.64 localizado en la región crítica del -1.690 en la distribución t-Student, prueba unilateral izquierda, para  $\alpha=0.05$  (elaboración propia).

Con base en la Fig. 9, debido a que el valor de interés está dentro de la región crítica, se puede concluir que  $H_0$  se rechaza, es decir *sí existe un ahorro de energía*.

Solución para  $\alpha = 0.01$ .

Se extrae el dato correspondiente a 34 grados de libertad y  $\alpha=0.01$  de la Tabla 2, resaltado en verde, de la distribución t-Student.

Entonces, la región crítica (RC) corresponde al valor  $t_{0.01,34} = -2.4411$ , y es la que se muestra es la que se muestra en la Fig. 10:

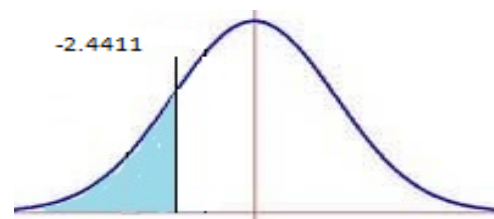
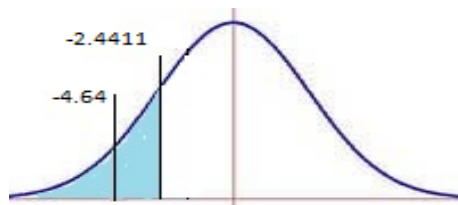


Fig. 10. Región crítica del -2.4411 en la distribución t-Student, prueba unilateral izquierda (elaboración propia).

Ahora, en la gráfica anterior, se localiza el valor de  $t = -4.64$  (ver Fig. 11):



Con base en la Fig. 11, debido a que el valor de interés está dentro de la región crítica, también se puede concluir que  $H_0$  se rechaza, es decir *sí existe un ahorro de energía*.

En ambos casos, para un nivel de significación de 0.01 y 0.05, los resultados obtenidos indican que, al alcanzar cierta velocidad, *en el motor con una rampa de 10s de duración sí existe un ahorro de energía en comparación a no usar rampa*.

#### 4 Conclusiones

En el presente trabajo se mostró el uso de la estadística en la verificación del gasto energético de un sistema electrónico con la aplicación de una prueba con distribución t-Student.

Mediante el uso de una prueba estadística se confirma la afirmación del fabricante respecto al consumo energético del sistema inversor.

Se puede decir que la rampa de aceleración y desaceleración permite el ahorro de energía y al mismo tiempo protege la vida del motor.

El uso de la estadística puede aplicarse en diferentes problemas de predicción.

#### Referencias

- Álzate M, Murillo Yarce D, González Valencia M, 2011, Control de velocidad mediante relación voltaje-frecuencia, *Scientia et Technica*, Vol. XVI, No. 49, pp. 19-24.
- Barriga Turriago C, Zambrano J, 2011, Arranque de un motor de inducción usando control difuso, *Tecnura*, Vol. 15, No. 30, pp. 32-43.
- Blaabjerg F, Kjaer PC, Rasmussen PO, Cossar C, 1999, Improved digital current control methods in switched reluctance motor drives, *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 14, No. 3, pp. 563-572.
- Erickson RW, Maksimovic D, 2001, *Fundamentals of power electronics*, Springer, New York, Estados Unidos.
- Hart DW, 2011, *Power electronics*, McGraw-Hill, New York, Estados Unidos.
- Kassakian JG, Schlecht MF, Verghese GC, 2010, *Principles of power electronics*, Pearson Education, Estados Unidos.

Kling S, 2002, Nuevos arrancadores suaves para motores eléctricos, *ABB Revista*, No. 1, pp. 56-63.

Mohan N, Undeland TM, Robbins WP, 2002, *Power electronics: converters, applications and design*, John Wiley & Sons, Estados Unidos.

Rashid MH, 2004, *Electrónica de potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones*, Pearson Education, Estados Unidos.

Shao X, Sun D, 2006, Development of an FPGA-based motion control ASIC for robotic manipulators, *Proceedings of the 6th IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA 2006)*, Vol. 2, pp. 8221-8225, Dalian, China.

Vásquez Palacios H, Jaramillo Salazar AF, Muñoz Valde- rrama H, 1996, Regulación de velocidad del motor de corriente continua con excitación independiente, *Energía y Computación*, Vol. V, No. 1, pp. 46-51.

Webb J, Greshock K, 1992, *Industrial control electronics*, Prentice Hall, Estados Unidos.

*Recibido: 13 de febrero de 2018*

*Aceptado: 12 de agosto de 2018*

**Pérez Merlos, Juan Carlos:** Ing. en Electrónica en Instrumentación (1986), M. en I. en Informática (1998), y Ph.D. en Ingeniería Industrial en Tecnologías de la Información (2018). Actualmente trabaja en proyectos de control y automatización. Correo electrónico: jcjc63@yahoo.com.

**Salgado Gallegos, Mireya:** Ing. en Computación (1994), M. en I. en Informática (2005), y candidata a Ph.D. en Ingeniería Industrial en Tecnologías de la Información. Correo electrónico: msalgadog@uaemex.mx.

**Rodríguez Ángeles, Eduardo:** Ing. en Control y Automatización (1999), MSc. en Control Automático (2001), Ph.D. en Control Automático (2004). Actualmente trabaja en proyectos de control y automatización.

**Albarrán Trujillo, Silvia Edith:** Ing. en Computación, M. en Administración (1999), y candidata a Ph.D. en Ingeniería Industrial en Tecnologías de la Información. Correo electrónico: seat@uaemex.mx.

**Salas García, Javier:** Ing. en Electrónica (2004), y Ph.D. En Ciencias del Agua (2012). Actualmente trabaja en proyectos de control y automatización. Correo electrónico: proyectos@javiersalasg.com.

**López Colin, Hugo Alejandro:** Pasante de Ing. En Electrónica. Actualmente trabaja en Bosh en México. Correo electrónico: gouh63@lite.com.mx.