



Universidad Autónoma del Estado de México
Dirección General de Centros Universitarios
y Unidades Académicas Profesionales

Ingeniería en Computación.

Semestre: Cuarto

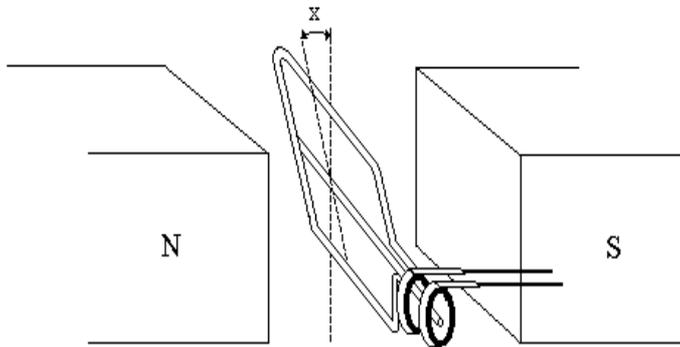
**Unidad de aprendizaje: Circuitos Eléctricos
(L41034)**

Unidad de Competencia: *Unidad 3*

**TEMAS: *3.7 Resistores, Inductores y Capacitores
en Corriente Alterna***

Docente: M. en C. Valentín Trujillo Mora

Zumpango de Ocampo, Septiembre de 2019



Se presentan un material de proyección visual para introducir con una mejor perspectiva al alumno, en los temas de la UA de **Circuitos Eléctricos**, del cuarto semestre de la Licenciatura en Ingeniero en Computación. Con este material se busca que el alumno entienda el funcionamiento de los **Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna**

La elaboración de este material es para apoyar más en la recopilación de conceptos, ideas y teorías del tema **3.7 Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna** de la Unidad de Competencia 3, perteneciente Unidad de Aprendizaje de: **Circuitos Eléctricos**.

El presente material es de apoyo tanto para el profesor como para el alumno.

Conocer la ingeniería de los Circuitos Eléctricos, su estructura, funcionamiento, aplicaciones, sus métodos de análisis y solución.

Propósito de la Unidad de Competencia

Comprender y resolver circuitos bajo excitaciones variables y corriente alterna, interpretar su tipo de respuesta, la influencia de la frecuencia así como los respectivos métodos de análisis.

Unidad de competencia 1. Conocer la teoría básica de los circuitos relativa a los diversos métodos de análisis y solución, las propiedades, características y estructura de los circuitos eléctricos simples de corriente directa donde se utilicen resistencias, condensadores e inductancias.

Unidad de competencia 2. Conocer la estructura de los circuitos básicos de primero y segundo orden, así como la estructura de las redes eléctricas de dos puertos

Unidad de competencia 3. Comprender y resolver circuitos bajo excitaciones variables y corriente alterna, interpretar su tipo de respuesta, la influencia de la frecuencia así como los respectivos métodos de análisis.

Unidad de Competencia 3

Habilidades.

- Asimilar los conceptos y la teoría dados en clase
- Analizar y relacionar los conocimientos obtenidos con situaciones reales
- Aplicar el razonamiento lógico adquirido en la solución de problemas teórico – prácticos específicos

Actitudes / Valores.

- Asistir a clases puntualmente
- Cumplir con las actividades y las tareas asignadas
- Mostrar interés en las actividades que se realicen
- Mostrar disposición para el trabajo en equipo.
- Mostrar tolerancia con las opiniones diversas y participar activamente

Conocimientos

- 3.1.- Circuitos de corriente alterna
- 3.2.- Señal senoidal y valores RMS
- 3.3.- Fasores
- 3.4.- Relaciones fasoriales para R, L y C
- 3.5.- Impedancia y Admitancia
- 3.6.- Respuesta a excitación senoidal
- 3.7.- Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna.**
- 3.8.- Resonancia

Conocimientos

3.9.- Impedancia equivalente

3.10.- Análisis de Fourier y su aplicación a los circuitos eléctricos

3.11.- Transformación de señales no trigonométricas a funciones trigonométricas

3.12.- Análisis de circuitos con señales no senoidales

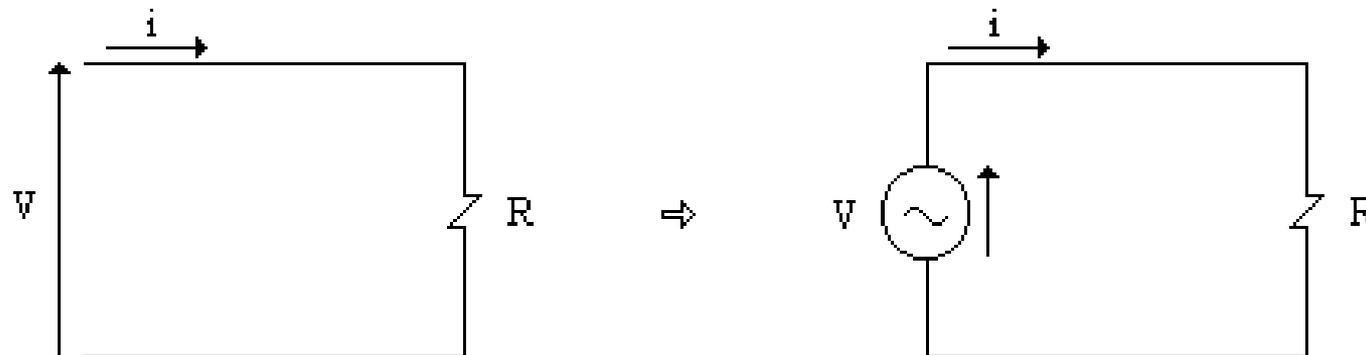
3.13.- Acoplamiento magnético de circuitos

3.14.- Inductancia. Circuitos polifásicos

3.15 Conexión trifásica

CIRCUITO RESISTIVO.

La siguiente figura representa un circuito de corriente alterna con resistencia solamente y en el cual $i = Im \text{ Sen } wt$ y en donde v es el voltaje aplicado por una fuente sinusoidal, indicándose además para el instante del análisis el punto de mayor potencial con la punta de la flecha. Siendo el resistor un elemento pasivo, la corriente circulará a través de él de su punto de mayor potencial a su punto de menor potencial.



Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Aplicando la ley de Ohm, se nota que v e i están en fase.

$$v = R i = R I_m \text{ sen } \omega t = V_m \text{ sen } \omega t$$

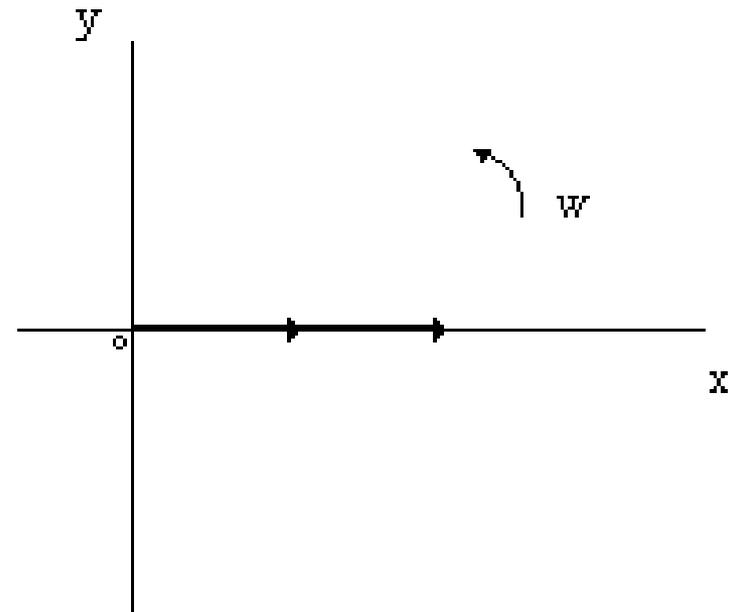
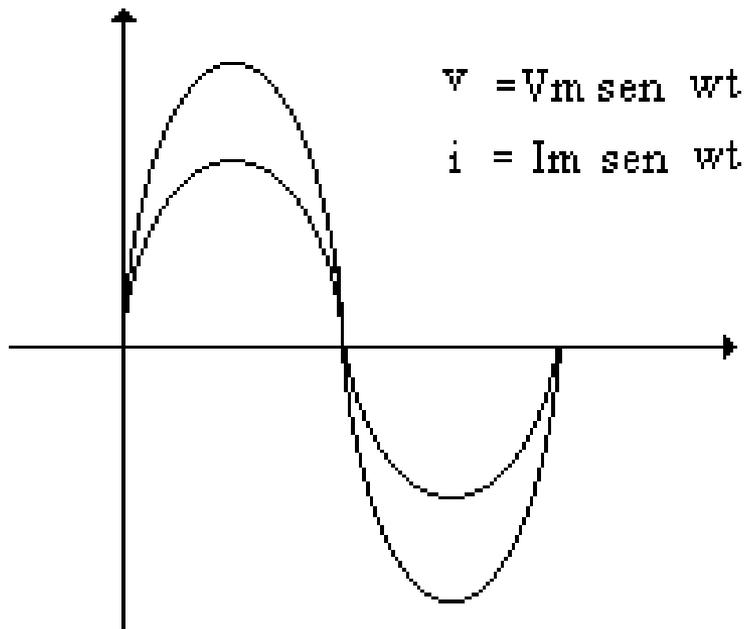
de (k) ;

$$V_m = R I_m$$

En la figura siguiente, se representan v e i como ondas sinusoidales en fase y los valores de V_m e I_m que generan a estas ondas, representándolas como vectores giratorios o fasores.

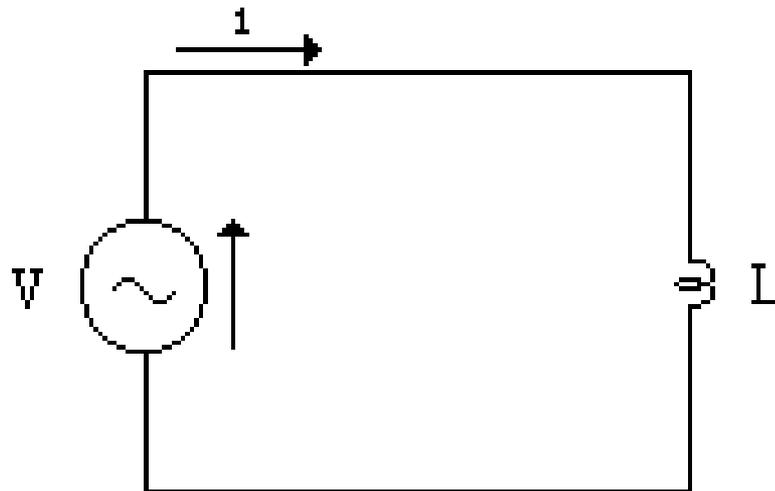
Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito Resistivo



CIRCUITO CON INDUCTOR O CIRCUITO INDUCTIVO

Como ya es sabido, la autoinducción se opone siempre a toda variación de la corriente, siendo además, un circuito corto después del transitorio al aplicársele corriente continua constante.



Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

En el caso de circuitos con autoinducción L recorridos por una corriente alterna, al momento de empezar a circular ésta, aparece en sus terminales una **fem** de autoinducción que se opone a la variación de la corriente (Ley de Lenz), por lo tanto, antes de que pueda circular corriente por un circuito que solo contiene autoinducción, debe aplicársele una tensión igual y opuesta a la fem de autoinducción.

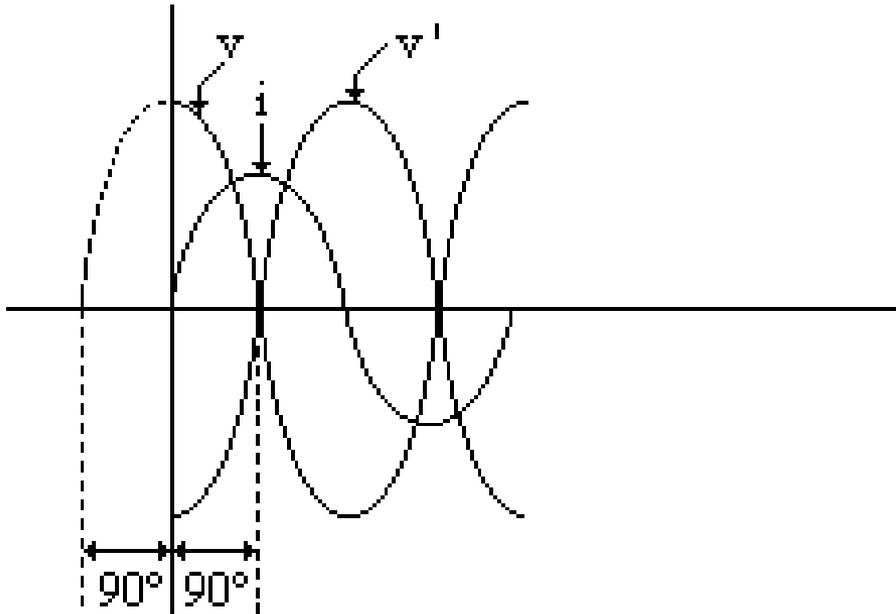
Sea $i = I_m \text{ sen } \omega t$. La fem de autoinducción será :

$$\mathbf{v' = -L \, di/dt = -L\omega I_m \cos \omega t = L\omega I_m \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)}$$

que es una senoide con retraso de fase de 90° con relación a i y que está representada por v' en la figura siguiente.

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito Inductivo



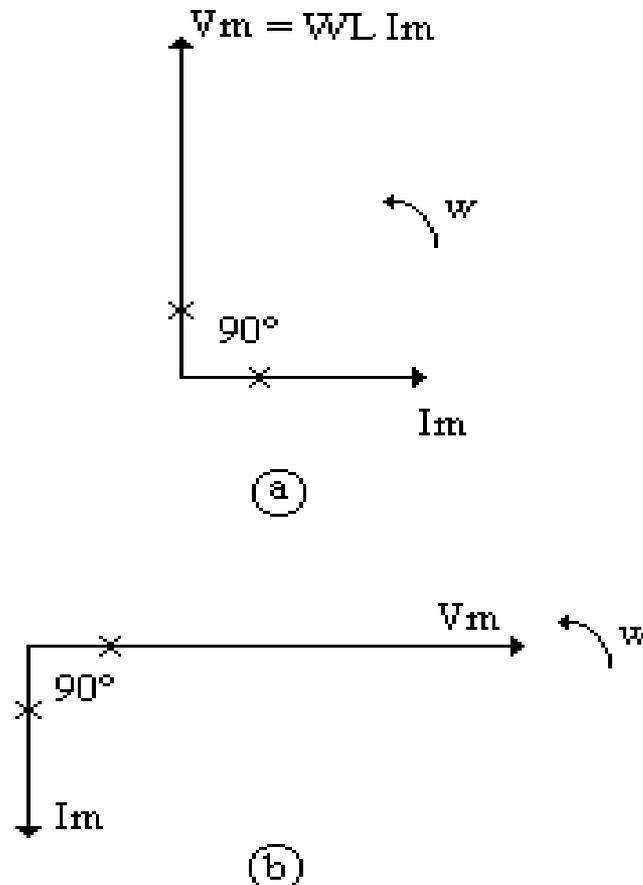
La tensión aplicada que contrarresta esta fem v' es :

$$v = Lw Im \text{ sen } (wt + 90^\circ) = Vm \text{ sen } (wt + 90^\circ) = Lw Im \text{ cos } wt \text{ cos } wt$$

que es una senoide en avance de 90° con relación a i y que está representada por v en la figura anterior.

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

La figura siguiente, representa por medio de un diagrama vectorial a la corriente y a la tensión aplicada al circuito inductivo y en donde se debe notar que la corriente se atrasa 90° respecto del voltaje o el voltaje se adelanta 90° a la corriente.



Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito
Inductivo

Ya se vió que $v = Lw Im \cos wt = Vm \cos wt$, lo que implica que $Lw Im = Vm$.

por lo tanto,

$$Im = Vm/wL = Vm / 2\pi fL$$

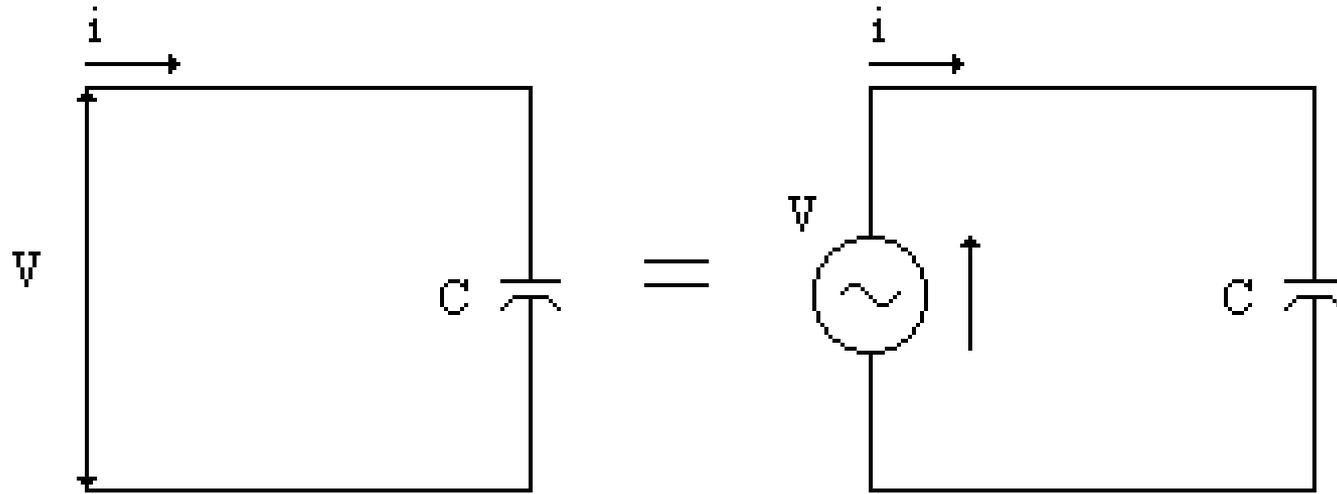
ésto es, en un circuito en el que solo hay autoinducción, la intensidad es inversamente proporcional a la frecuencia y al coeficiente de autoinducción, o sea, $2\pi fL$ es el efecto de oposición al paso de la corriente, producido por la autoinducción y se le denomina reactancia inductiva del circuito. Se representa por el XL y sus unidades son Ohms (Ω).

$$Vm = 2\pi fL Im = XL Im \text{ Volts.}$$

CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO

Cuando se aplica una fuente de tensión continua entre las placas de un condensador empieza a circular una corriente que lo carga a la tensión aplicada, quedando después de esto, como un circuito abierto. Si se cortocircuitan las placas del condensador, se reduce a cero la diferencia de potencial, saliendo una corriente de la placa positiva.

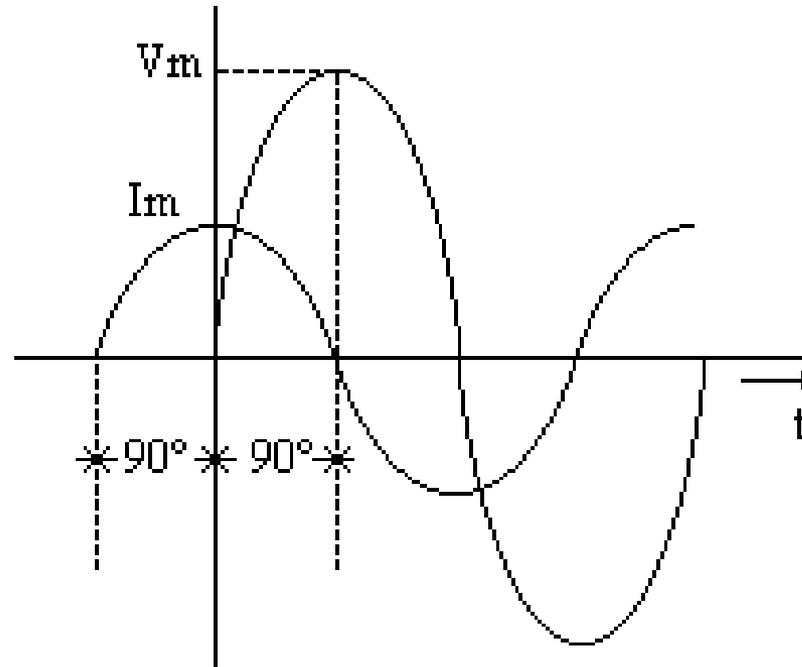
Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna



La figura siguiente representa una **fem** sinusoidal aplicada a las placas del condensador C . Cuando la tensión parte de su valor cero y empieza a aumentar, la corriente fluye al condensador por el conductor positivo. Esta corriente, por lo tanto, es positiva.

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito
Capacitivo



Cuando la tensión alcanza su valor máximo positivo, la **fem** deja de aumentar y la intensidad decrece hasta anularse.

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito
Capacitivo

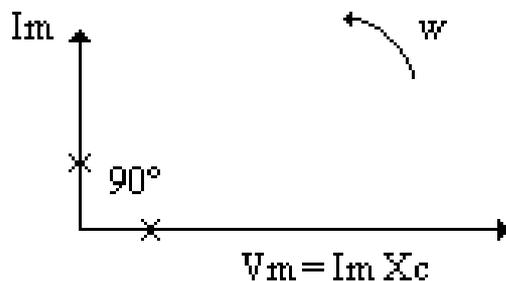
El siguiente cuarto de ciclo **fem** decrece hasta llegar a cero y la corriente sale del condensador y pasa al conductor positivo; y como el sentido de circulación de la corriente se ha invertido, su signo será ahora negativo.

Después de que la curva e ha pasado por su valor cero, la **fem** es negativa y la carga del condensador se invierte, de manera que la corriente se mantiene negativa, prosiguiendo así hasta que la **fem** alcanza su valor máximo negativo.

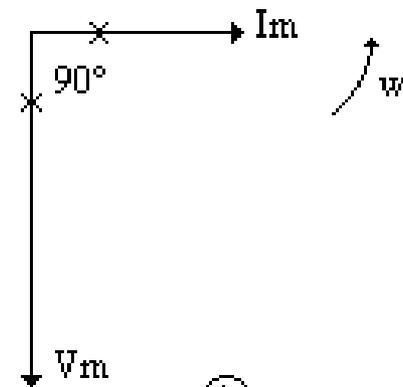
En ese instante la corriente, invirtiendo el sentido de la circulación, se vuelve de nuevo positiva.

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Un examen de la figura anterior, prueba que cuando se aplica una **fem** alterna a las terminales de un condensador, la corriente que va hacia él en avance de 90° con relación a la **fem** aplicada. En la figura siguiente, se establece la relación vectorial.



(a)



(b)

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito
Capacitivo

La relación entre la intensidad y la tensión en un circuito con capacidad se puede demostrar también de la siguiente manera:

Sea:

$$v = V_m \text{ sen } \omega t ; \quad q = C v$$

$$i = dq/dt = C dv/dt = C\omega V_m \text{ cos } \omega t = C\omega \text{ sen } (\omega t + 90^\circ)$$

también, sea $i = I_m \text{ sen } \omega t$

$$q = \int i dt = \int I_m \text{ sen } \omega t dt = (I_m/\omega C)(-\text{cos } \omega t) = (I_m/\omega C)[\text{sen } (\omega t - 90^\circ)]$$

De lo anterior se ve que:

$$v = V_m \text{ sen } (\omega t - 90^\circ) = (I_m/\omega C) \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)$$

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

lo que implica que:

$$V_m = I_m / \omega C = I_m / 2\pi f C \quad \text{ó} \quad I_m = 2\pi f C V_m$$

esto es, en un circuito en el que solo hay capacitancia, la corriente es proporcional a la frecuencia.

La capacidad en un circuito de C.A. es algo análoga a la conductancia en un circuito de C.D.

$$I_m = V_m / (1 / 2\pi f C) = V_m / X_C \quad \text{Amperes}$$

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito
Capacitivo

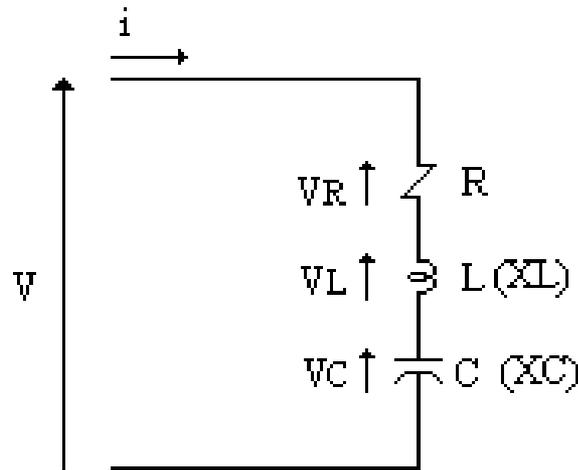
X_C es la llamada resistencia de capacidad o reactancia capacitiva del circuito, se expresa en Ohms (Ω) y es igual a $1 / 2\pi fC = 1 / \omega C$.

También:

$$V_m = (1 / 2\pi fC) I_m = X_C I_m \quad \text{Volts.}$$

Nota: La potencia media en un circuito capacitivo puro es nula.

RESISTENCIA, AUTOINDUCCION Y CAPACIDAD EN SERIE



Como se trata de un circuito serie, la corriente es la misma a todo lo largo de él. Sea $i = I_m \text{ Sen } \omega t$. Por la ley de voltajes de Kirchhoff $v = v_R + v_L + v_C$, pero :

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC
en serie

$$v_R = iR = I_m R \operatorname{sen} \omega t = V_{Rm} \operatorname{sen} \omega t$$

$$v_L = L di/dt = \omega L I_m \cos \omega t = X_L I_m (\cos \omega t) = V_{Lm} \cos \omega t$$

$$v_C = (1/C) \int i dt = (1/\omega C) I_m (-\cos \omega t) = X_C I_m (-\cos \omega t) = V_{Cm} (-\cos \omega t)$$

De donde:

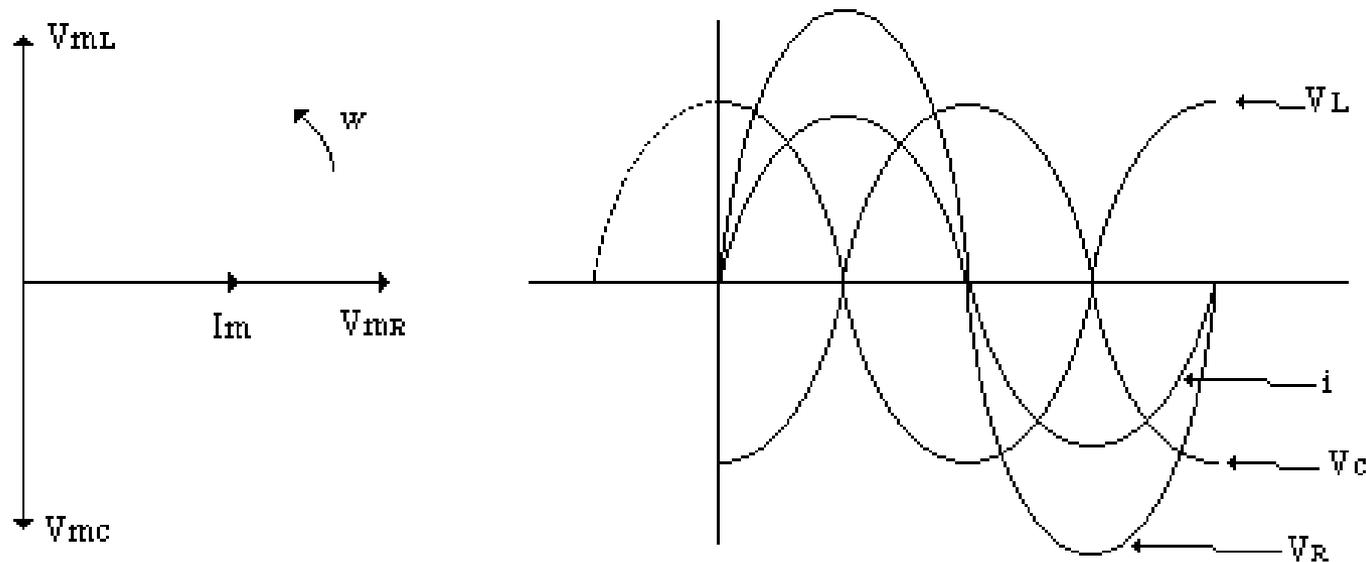
$$v = R I_m \operatorname{sen} \omega t + X_L I_m \cos \omega t + X_C I_m (-\cos \omega t)$$

$$v = V_{Rm} \operatorname{sen} \omega t + V_{Lm} \cos \omega t + V_{Cm} (-\cos \omega t)$$

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC en serie

Las tensiones en la autoinducción y la capacidad están en posición, de manera que su resultante es su diferencia geométrica.



Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Para el caso de que X_L sea mayor que X_C (Figura siguiente);

$$v = R I_m \sen wt + (X_L - X_C) I_m \cos wt$$

$$v = I_m [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2} \sen \{ wt + \tan^{-1} [(X_L - X_C)/R] \}$$

$$v = I_m Z \sen (wt + \theta) = V_m \sen (wt + \theta)$$

siendo

$$Z = [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}, \text{ la resistencia aparente o la impedancia del circuito y}$$
$$\theta = \tan^{-1} [(X_L - X_C) / R]$$

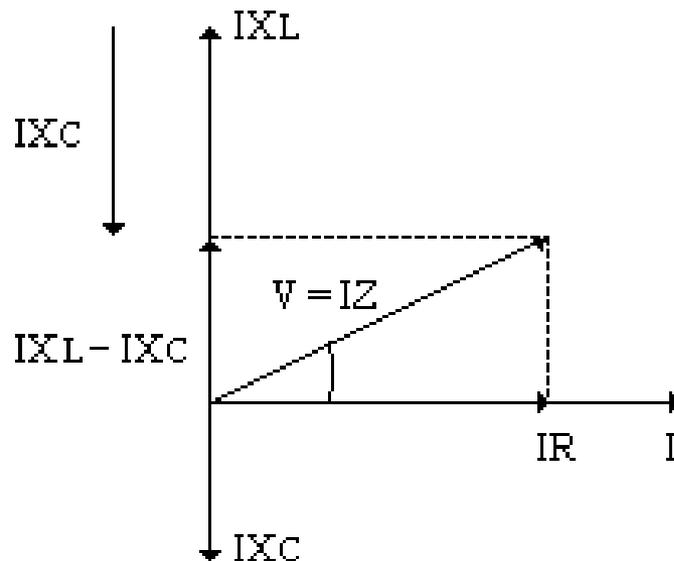
Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Se ve también de las ecuaciones anteriores que :

$$V_m = I_m Z$$

por lo tanto,

$$Z = V_m / I_m = (V_m / \sqrt{2}) / (I_m / \sqrt{2}) = V / I$$



Comportamiento del circuito de forma inductiva

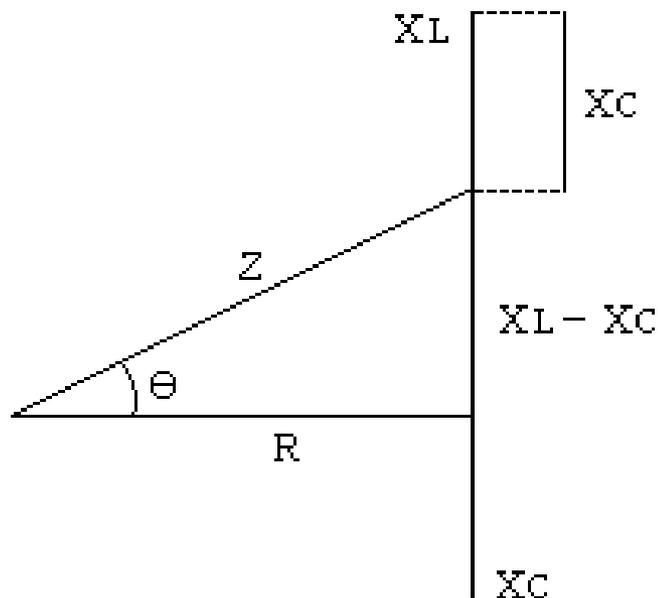
Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC
en serie

Dividiendo el triángulo por Im se obtiene el triángulo de impedancias.

$$Z = [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$$
$$\theta = \tan^{-1} [(X_L - X_C) / R]$$

f.p. en atraso ó f.p. (-)

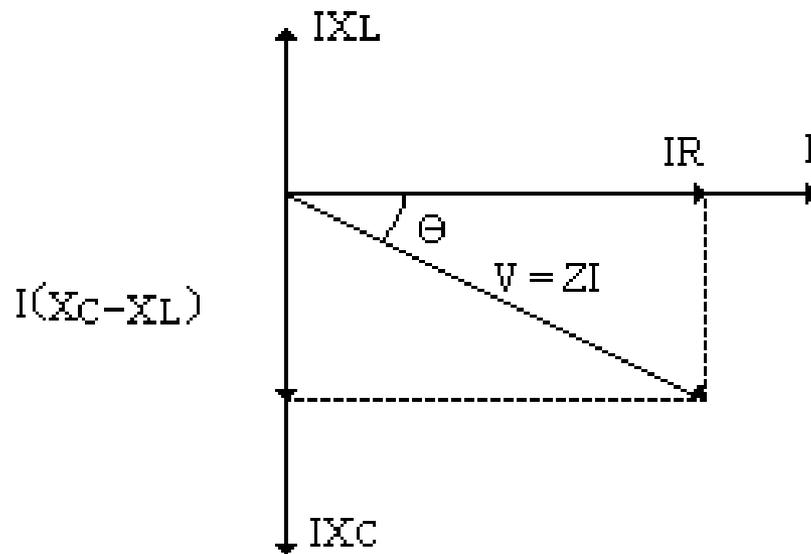


Triángulo de Impedancias
para X_L mayor que X_C

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC en serie

Para el caso de que X_C mayor que X_L , figura siguiente.



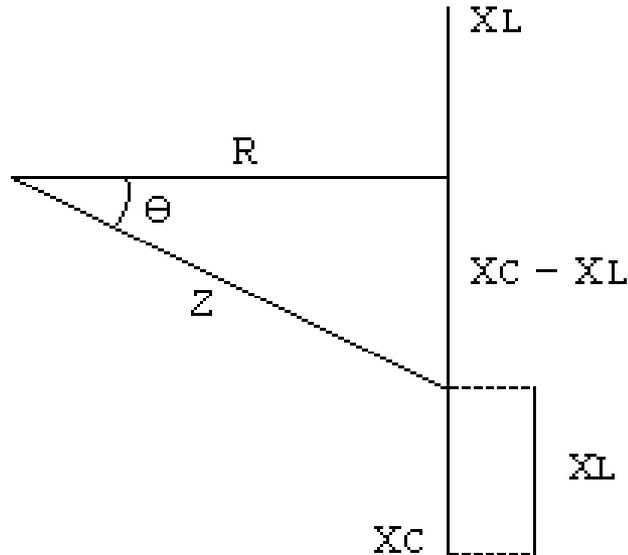
Circuito que se comporta de forma capacitiva

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC
en serie

$$Z = [R^2 + (XC - XL)^2]^{1/2}$$
$$\theta = \tan^{-1} [(XC - XL) / R]$$

f.p. en adelante ó f.p. (+)



Triángulo de Impedancias
para XC mayor que XL

Resonancia en el circuito serie

Se dice que un circuito serie RLC está en resonancia cuando $\mathbf{XL = XC}$, de modo que $Z = R$, estando entonces la corriente en fase con la tensión de la línea. ($\mathbf{P_{m\acute{a}x} = VI = RI^2 = ZI^2}$).

En estas condiciones,

$$\mathbf{2\pi fL = \frac{1}{2}\pi fC}$$

y por lo tanto,

$$\mathbf{4\pi^2LCfr^2 = 1}$$

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC
en serie

Llamándose a f_r frecuencia de resonancia.

$$f_r = 1/[2\pi(LC)^{1/2}]$$

También

$$4\pi f_r^2 LC = \omega r^2 LC = 1,$$

Esto es,

$$\omega r = 2\pi f_r$$

Resistores, Inductores y Capacitores en Corriente Alterna

Circuito RLC
en serie

Como la tensión entre terminales de la autoinducción es igual a la que existe entre las terminales de la capacidad cuando el circuito está en resonancia y las dos tensiones están en oposición, ambas pueden alcanzar valores altos, aún cuando la tensión en la línea sea reducida. Debe notarse también que la corriente es máxima cuando el circuito serie está en resonancia (***impedancia mínima***).

1. Diccionario de Ingeniería Eléctrica
<http://electricidad.usal.es/Principal/Circuitos/Diccionario/Diccionario.php?b=id:248>
2. Apuntes de Circuitos eléctricos, Orta Barradas J.L., Tapia Amaya C. A., Itver.
3. Hayt, Williams H; Kemmerly Jacke y Durbin Steven M., Análisis de Circuitos en Ingeniería, Sexta Edición, Editorial Mc Graw Hill.

