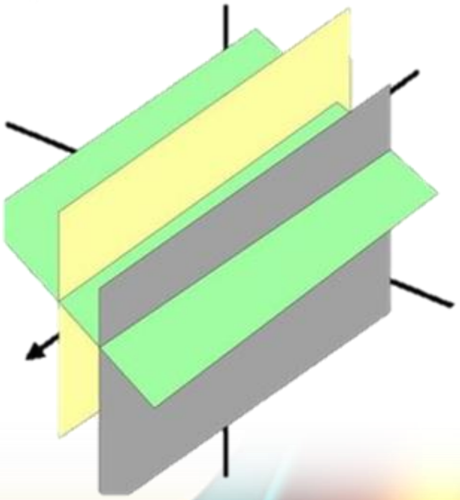
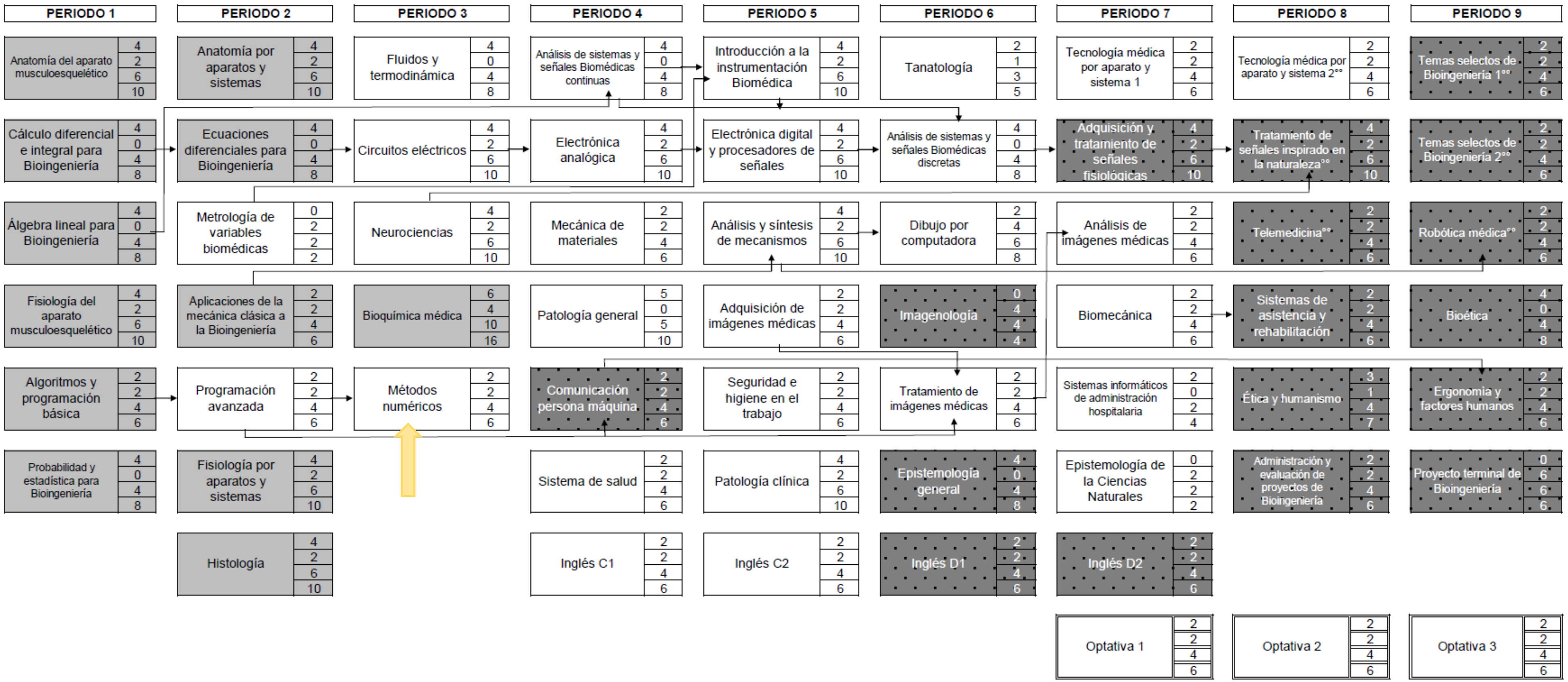
Universidad Autónoma del Estado de México
Facultad de Medicina



Licenciatura: *Bioingeniería Médica*
Unidad de Aprendizaje: *Métodos Numéricos*
Unidad de competencia 3: *Solución de sistemas de ecuaciones lineales*
Elaboró: M. en I. Ma. de Lourdes Najera López

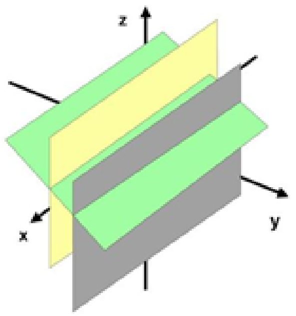
Septiembre, 2019.

MAPA CURRICULAR DE LA LICENCIATURA EN BIOINGENIERÍA MÉDICA 2010



Ubicación de la unidad de aprendizaje de **Métodos Numéricos** dentro del programa de **Bioingeniería Médica**

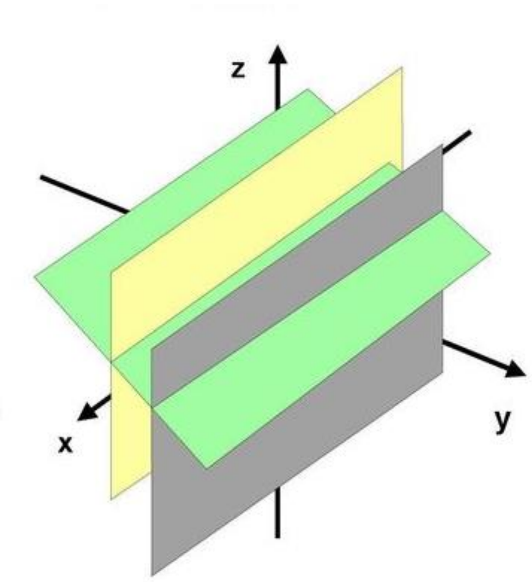
3. Solución de sistemas de ecuaciones lineales



OBJETIVO

Resolver problemas de sistemas de ecuaciones lineales utilizando técnicas numéricas para su aplicación en el cálculo de variables biomédicas.

CONTENIDO



3.1 Eliminación Gaussiana

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

3.3 Factorización LU (Choleski y Doolittle)

3.4 Regresión lineal (mínimos cuadrados)

PRESENTACIÓN

En el campo profesional de la medicina se requiere utilizar modelos matemáticos para la predicción y explicación de ciertos fenómenos relacionados con el cuidado de la salud y la mejora de la calidad de vida del ser humano; en particular en el ámbito de la tecnología aplicada al servicio médico directo al paciente, por tal motivo, la unidad de aprendizaje de **Métodos Numéricos** es fundamental para la formación de profesionistas en la licenciatura de **Bioingeniería Médica**, ya que son técnicas mediante las cuales es posible plantear soluciones a los problemas, a través de modelos matemáticos en conjunto con algoritmos ejecutados en Software especializado.

PRESENTACIÓN

Para que los alumnos logren lo anterior, se utilizan las siguientes estrategias de aprendizaje:

1. Enseñanza directa: El profesor describe los conceptos fundamentales de los métodos para dar solución a sistemas de ecuaciones lineales.
2. El alumno junto con el profesor interactúa con Matlab para realizar los algoritmos que dan solución por los diferentes métodos.
3. El alumno junto con el profesor realizan ejercicios para comprobar los algoritmos realizados y verificar que se cumpla el aprendizaje significativo.
4. El profesor propone series de ejercicios extra clase al alumno para su solución por medio de algoritmos en Matlab.

Introducción

El análisis numérico trata de diseñar métodos para aproximar, de una manera eficiente, las soluciones a problemas expresados matemáticamente. La eficiencia del método depende tanto de la precisión que se requiera como de la facilidad con la que pueda implementarse. En situaciones prácticas, el problema matemático se deriva de un fenómeno físico sobre el cual se han hecho algunas suposiciones para simplificarlo y para poderlo representar matemáticamente. Por lo anterior, se debe estudiar métodos numéricos para conocer las técnicas de solución a ciertos problemas. El futuro bioingeniero médico debe saber pronosticar un fenómeno mediante un modelo que se ejecuta en software de alta precisión y rapidez.

3.1 Eliminación Gaussiana

- Carl Friedrich Gauss (1777-1855) simuló la solución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de eliminación gaussiana.
- Una gran cantidad de problemas de las ciencias e ingeniería se han resuelto por sistemas de ecuaciones lineales.
- Una ecuación en las variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ es aquella que iguala una suma valores relativos de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ a una constante C, es decir, a una ecuación de la forma siguiente:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots a_n x_n = C$$

3.1 Eliminación Gaussiana

Se desea obtener los calores de $x_1, x_2, \dots, x_n$ que satisfagan simultáneamente un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales, cuya forma general es:

$$
\begin{gathered}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n = b_1 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n = b_m
\end{gathered}
$$

Este sistema de ecuaciones lineales se simplifica su solución con la introducción del concepto de matrices.

3.1 Eliminación Gaussiana

Una matriz es una arreglo rectangular de números. Una matriz que tiene m renglones y n columnas se llama matriz de $m \times n$ y se expresa como:

$$A = A_{m\times n} = \left(a_{ij}\right)_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Donde el a_{ij} es el i-ésimo renglón y la j-ésima columna es el elemento ij-ésimo de la matriz A.

Matriz cuadrada $A_{n\times n}$.

Usando los conceptos de multiplicación y de igualdad de matrices hacen posible escribir la representación siguiente, denotando una sola ecuación matricial

$$Ax = b$$

Donde:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}}_{Matriz\ de\ coeficientes} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{vector} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{vector\ independiente}$$

3.1 Eliminación Gaussiana

Al colocar el vector independiente dentro de la matriz de coeficientes, se tiene la matriz aumentada, es decir:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ & \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_3 \end{array}\right]$$

La eliminación Gaussiana consiste en llevar a la matriz aumentada de la forma:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & a'_{12} & \cdots & a'_{1n} & b'_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & a'_{2n} & b'_{2n} \\ & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & b'_{mn} \end{array}\right]$$

Se obtiene una matriz con los elementos de la diagonal principal igual a 1 y los elementos debajo de la diagonal iguales a 0.

Posteriormente se realiza la sustitución inversa o sustitución hacia atrás para encontrar los valores de las incógnitas, es decir, una vez conocido el valor de la última incógnita sustituimos este valor en la penúltima ecuación y encontramos el valor de la penúltima incógnita y así sucesivamente hasta encontrar los valores de todas las incógnitas.

3.1 Eliminación Gaussiana

- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por método de eliminación gaussiana

Sistema de ecuaciones lineales

$$
\begin{aligned}
2x_1 - 4x_2 + 6x_3 &= 10\\
4x_1 + 3x_2 + 6x_3 &= 8\\
6x_1 + 7x_2 - 5x_3 &= 2
\end{aligned}
$$

Producto de matrices

$$
\begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 4 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}
$$

Matriz aumentada

$$
\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 6 & 10 \\ 4 & 3 & 6 & 8 \\ 6 & 7 & -5 & 2 \end{array}\right]
$$

Al aplicar el método de Gauss se debe llegar a:

Matriz triangular inferior con valores cero

$$
\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & ? & ? & ? \\ 0 & 1 & ? & ? \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{array}\right]
$$

3.1 Eliminación Gaussiana

1. Tomar el pivote. Tomar el elemento pivote, siendo los pivotes todos los elementos de la diagonal principal.

   Pivote al inicial el procedimiento= $a_{11} = 2$

2. Obtener la ecuación pivotal. Con el valor del elemento pivote, dividir todos los elementos de su fila, obteniendo la ecuación pivotal $\left(\frac{2}{2}, -\frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{10}{2}\right) = (1, -2, -3, 5)$

3. Hacer los elementos que se encuentran abajo del elemento pivote que se acaba de hacer 1, usando la ecuación pivotal, con la siguiente operación y sustituyendo valores:

$$(a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_2) - (a_{21}) * (a_{11}, a_{12}, a_{13}, b_1) \quad = (0, 11, -6, -12)$$

$$(a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_3) - (a_{31}) * (a_{11}, a_{12}, a_{13}, b_1) = (0, 19, -23, -28)$$

3.1 Eliminación Gaussiana

4. Repetición del paso 2 para el pivote de la fila 2, es decir para $a_{22} = 11$. Dividir toda la fila 2 entre 11 y obtener la ecuación pivotal $\left(\frac{0}{11}, \frac{11}{11}, -\frac{6}{11}, -\frac{12}{11}\right) = (0, 1, -0.5454, -1.0909)$

5. Ahora, realizar las operaciones para que $a_{32} = 0$, por medio de:

$$(a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_3) - (a_{32}) * (a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_2) = (0, 0, -12.6374, -7.2729)$$

6. Obtener el pivote a_{33} =1, esto es: dividir toda la fila 3 entre -12,6374 y se tiene

$$\left(\frac{0}{-12.6374}, \frac{0}{-12.6374}, -\frac{12.374}{-12.6374}, -\frac{7.2729}{-12.6374}\right) = (0, 0, 1, 0.5755)$$

3.1 Eliminación Gaussiana

Finalmente:

Matriz triangular inferior con valores cero

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -0.5454 & -1.0906 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5755 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{l} x_1 \; - 2x_2 \; + \; 3x_3 = 5 \\ 0 \; + \; x_2 \; -0.5454x_3 = -1.0906 \\ 0 \; + \; 0 \; + \; x_3 = 0.5455 \end{array}$$

Sustitución hacia atrás:

Valor de $x_3 = -1.0906$

Sustituyendo en ecuación 2 y despejando x_2, se tiene:

x_2 =-0.770

Sustituyendo en ecuación 1 los valores de x_3 y x_2, despejando x_1, se tiene:

x_1 =1.71945

3.1 Eliminación Gaussiana

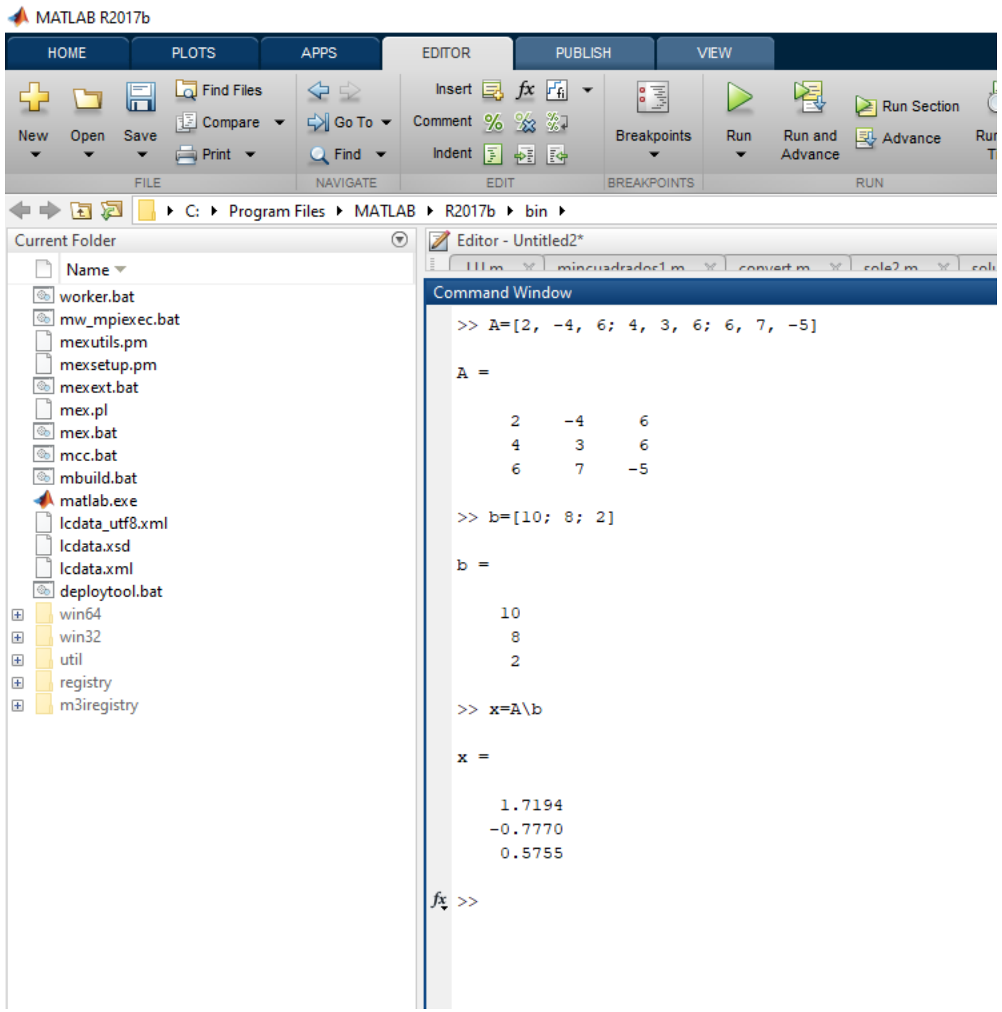
Utilizando **Matlab**

Sea A una matriz cualquiera y sea B otra matriz con el mismo número de filas que A. Entonces, la “solución” del “sistema” (en realidad un sistema lineal por cada columna de B)

$$Ax = b$$

se calcula en MATLAB mediante el operador no estándar “\” denominado backward slash, (barra inversa en español)

x=A\B



NOTA: Desafortunadamente el método de eliminación de Gauss, para muchos problemas el método no es estable y, en algunos casos, su inestabilidad está asociada a una dificultad muy simple: para algunas matrices el método no funciona debido que se corre el peligro de dividir por cero.

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

- El objetivo de este método es obtener el valor de las incógnitas en forma directa, es decir, evitar el despeje inverso que se utilizó en el método anterior.
- Este método consiste en obtener la matriz identidad, es decir, diagonal principal de unos y el resto de los coeficientes con valores de cero, con ello, se tienen el valor de las incógnitas de forma directa.
- El fundamento matemático es similar al método de Gauss.

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

Al tener la matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ & \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_3 \end{array}\right]$$

La eliminación por Gauss Jordan consiste en llevar a la matriz aumentada de la forma:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \cdots & 0 & b'_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & b'_{2n} \\ & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & b'_{mn} \end{array}\right]$$

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por método de Gauss Jordan

Sistema de ecuaciones lineales

$$2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 10$$
$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 8$$
$$6x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 2$$

Producto de matrices

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 4 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & 6 & 10 \\ 4 & 3 & 6 & 8 \\ 6 & 7 & -5 & 2 \end{array}\right]$$

Al aplicar el método de Gauss Jordan se debe llegar a:

Matriz identidad

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & ? \\ 0 & 1 & 0 & ? \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{array}\right]$$

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

1. Tomar el pivote. Tomar el elemento pivote, siendo los pivotes todos los elementos de la diagonal principal.

   Pivote al inicial el procedimiento= a_{11}

2. Obtener la ecuación pivotal. Con el valor del elemento pivote, dividir todos los elementos de su fila, obteniendo la ecuación pivotal

$$\left(\frac{2}{2}, -\frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{10}{2}\right) = (1, -2, -3, 5)$$

3. Hacer los elementos que se encuentran abajo del elemento pivote que se acaba de hacer 1, usando la ecuación pivotal, con la siguiente operación y sustituyendo valores:

$$(a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_2) - (a_{21}) * (a_{11}, a_{12}, a_{13}, b_1) = (0, 11, -6, -12)$$

$$(a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_3) - (a_{31}) * (a_{11}, a_{12}, a_{13}, b_1) = (0, 19, -23, -28)$$

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

4. Repetición del paso 2 para el pivote de la fila 2, es decir para $a_{22} = 11$. Dividir toda la fila 2 entre 11 y obtener la ecuación pivotal

$$\left(\frac{0}{11}, \frac{11}{11}, -\frac{6}{11}, -\frac{12}{11}\right) = (0, 1, -0{,}5454, -1{,}0909)$$

Ahora, realizar las operaciones para que $a_{12}\ y\ a_{32} = 0$, por medio de:

$$(a_{11}, a_{12}, a_{13}, b_1) - (a_{12}) * (a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_2) = (0, 0, 1.9092, 2.8182)$$

$$(a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_3) - (a_{32}) * (a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_2) = (0, 0, -12{,}6374, -7.2729)$$

3.2 Eliminación Gauss-Jordan

5. Obtener el pivote a_{33} =1, esto es: dividir toda la fila 3 entre -12,6374 y se tiene

$$\left(\frac{0}{-12.6374}, \frac{0}{-12.6374}, -\frac{12.6374}{-12.6374}, -\frac{7.2729}{-12.6374}\right) = (0, 0, 1, 0.5755)$$

Ahora, realizar las operaciones para que $a_{13}\ y\ a_{23} = 0$, por medio de:

$$(a_{11}, a_{12}, a_{13}, b_1) - (a_{13}) * (a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_3) = (0, 0, 0, 1.7195)$$

$$(a_{21}, a_{22}, a_{23}, b_2) - (a_{23}) * (a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_3) = (0, 0, 0, -0.7770)$$

Matriz identidad

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1.7195 \\ 0 & 1 & 0 & -0.7770 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5755 \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned} x_1 + \ 0 \ + 0 &= 1.7195 \\ 0 \ + x_2 + 0 &= -0.7770 \\ 0 \ + \ 0 + x_3 &= 0.5455 \end{aligned}$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} x_1 &= 1.7195 \\ x_2 &= -0.7770 \\ x_3 &= 0.5455 \end{aligned}$$

La solución por Matlba es igual que para el método de Gauss $Ax = b$

x=A\B

3.3 Factorización LU (Choleski y Doolittle)

La factorización LU de una matriz es una factorización que resume el proceso de eliminación gaussiana aplicado a la matriz

El método de descomposición LU para la solución de sistemas de ecuaciones lineales debe su nombre a que se basa en la descomposición de la matriz original de coeficientes (A) en el producto de dos matrices $(L\ y\ U)$.

Esto es:

$$A = LU$$

Donde:

L - Matriz triangular inferior $m \times m$

U - Matriz triangular superior con todos los elementos de la diagonal principal iguales a 1 de $m \times n$

Si el sistema de ecuaciones original se escribe como:

$$A\,x = b$$

lo cual resulta lo mismo escribir:

$$L\,U\,x = L(Ux) = b$$

Definiendo a:

$$U\,x = y$$

podemos escribir:

$$L\,y = b$$

3.3 Factorización LU (Choleski y Doolittle)

$$Ax = b$$

$$A = LU = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

Solución:

Paso 1.A se descompone en una matriz superior U y una matriz inferior L

Paso 2. Se una la matriz L para obtener los coeficiente intermedios y luego U con esos coeficientes para obtener la solución final.

Sea $y = (y_1, y_2,\ y_3)$el nuevo vector de incógnitas. Primero se resuelve el sistema triangulas inferior $Ly = b$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ b'_3 \end{bmatrix}$$

3.3 Factorización LU (Choleski y Doolittle)

Eliminación hacia adelante:

$y_1 = b'_1$; $y_2 = b'_2 - l_{21}y_1$; $y_3 = b'_3 - l_{31}y_1 - l_{32}\, y_2$

Ahora el sistema $Ux = y$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Eliminación hacia atrás:

$x_3 = \frac{y_3}{u_{33}}$; $x_2 = \frac{y_2 - u_{22}x_2}{u_{23}}$; $x_1 = \frac{y_1 - u_{12}x_2 - u_{13}x_3}{u_{11}}$

3.3 Factorización LU (Choleski y Doolittle)

Factorización Choleski

Se trata de un método de descomposición LU en el caso en que la matriz A sea simétrica y definida positiva. Basta con tomar $U = L^T$ y, por tanto,

$$A = A^T, \qquad A = UU^T$$

Para la fila $i = 1, 2, \ldots, n$

$$u_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{r=1}^{i-1} u_{k,r}^2}$$

$$u_{i,j} = \frac{a_{ij} - \sum_{r=1}^{i-1} u_{ir} u_{jr}}{u_{ii}}, \qquad \mathrm{j} = i + 1, \ldots, n.$$

Coeficientes intermedios

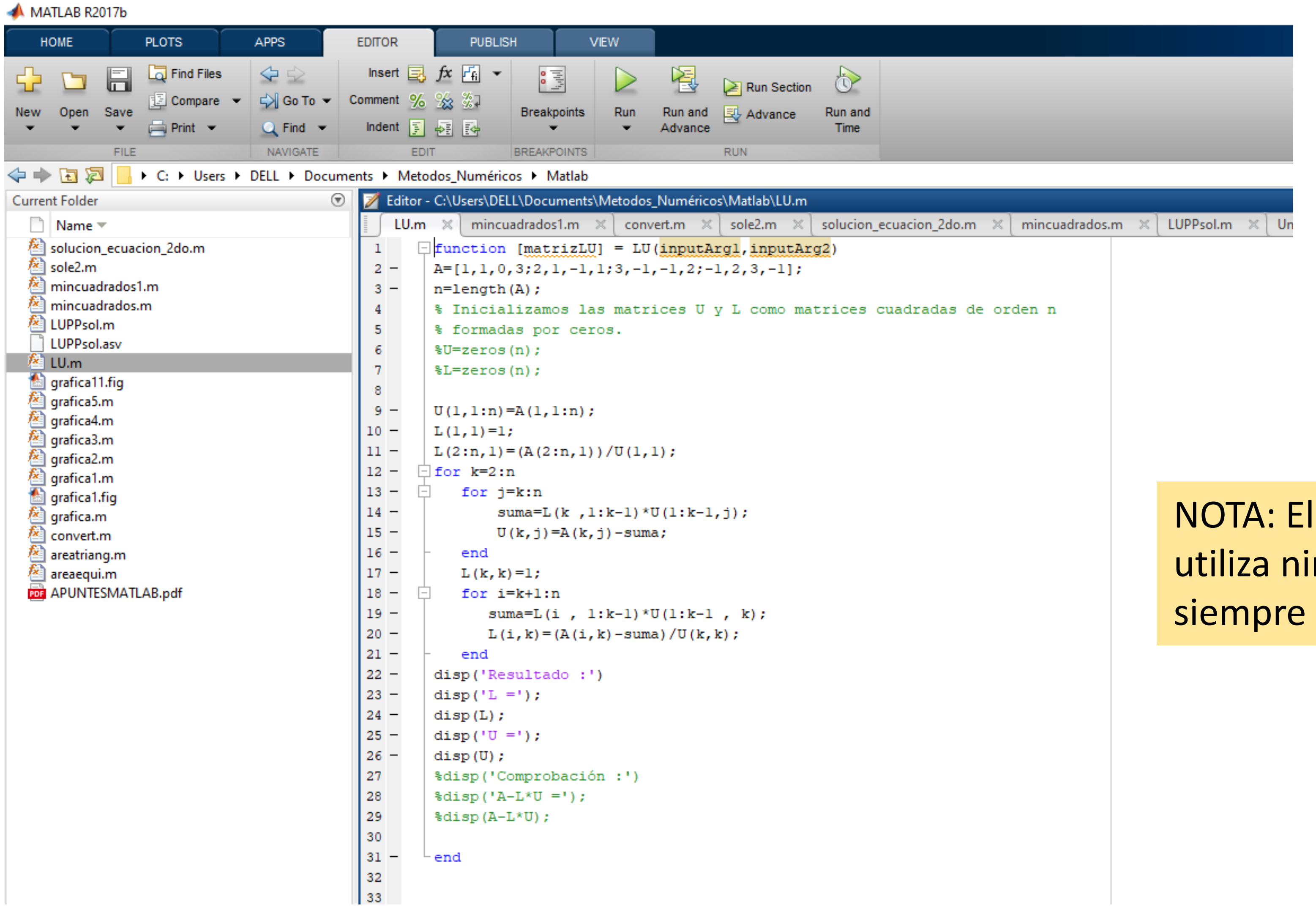
$$[U]^T[d] = [b]$$

Coeficientes finales= **solución**

$$[U][x] = [d]$$

La factorización LU de una matriz se calcula con MATLAB con la orden [L, U, P] = lu(A)

3.3 Factorización LU (Choleski y Doolittle)



NOTA: El algoritmo de Choleski no utiliza ninguna técnica de pivoteo y siempre es estable.

3.4 Regresión lineal (mínimos cuadrados)

- Sea $Ax = b$ un sistema de ecuaciones de $m \times n$.

El error cuadrático al sustituir $x = x_0$, se define por:

$$\|\Delta\|_{x_0} = \|b - Ax_0\|$$

Un vector $\tilde{x}$ es la solución de mínimos cuadrados, si minimiza el error cuadrático entre todos los sectores en R^n.

El error se mide en el momento de si al sustituir $\tilde{x}$ en la ecuación da b y qué tan lejos está ese valor de b.

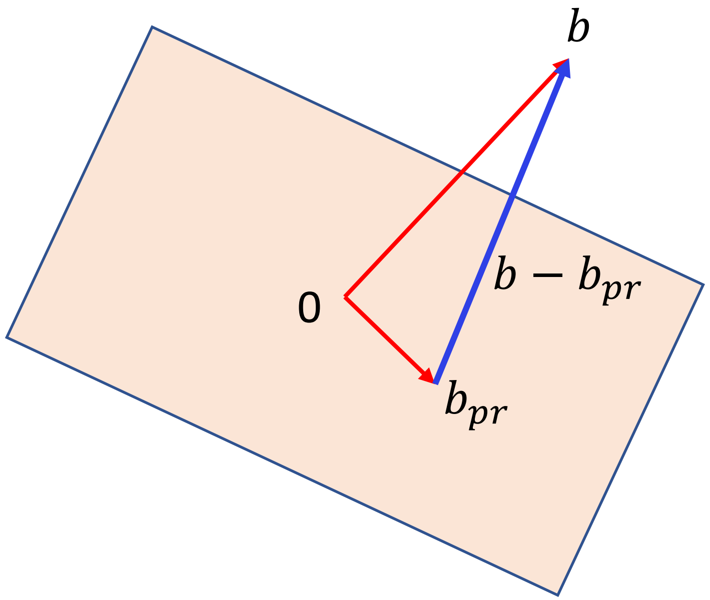
3.4 Regresión lineal (mínimos cuadrados)

Para cualquier matriz $A_{m\times n}$ y cualquier vector b_m existe una solución $\tilde{x}$ de mínimos cuadrados para

$$Ax = b$$

Y si b_{pr} es la proyección ortogonal de b sobre el espacio generado por las columnas de A, entonces:

$$A\tilde{x} = b_{pr}$$



3.4 Regresión lineal (mínimos cuadrados)

$\tilde{x}$ es una solución por mínimos cuadrados $Ax = b$ si y sólo si $\tilde{x}$ es una solución de las ecuaciones normales:

$$A^T A\tilde{x} = A^T b$$

Dicho sistema puede tener infinitas soluciones en algunos casos, pero si se cumple

$$\tilde{x} = (A^T A)^{-1} A^T \mathrm{b}$$

La solución por mínimos cuadrados es única.

3.4 Regresión lineal (mínimos cuadrados)

$$2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 10$$
$$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 8$$
$$6x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 4 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -4 & 3 & 7 \\ 6 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \begin{bmatrix} 56 & 46 & 6 \\ 46 & 74 & -41 \\ 6 & -41 & 97 \end{bmatrix}$$

$$(AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.07113 & -0.06092 & -0.03015 \\ -0.06092 & 0.06982 & 0.03328 \\ -0.03015 & 0.03328 & 0.02624 \end{bmatrix}$$

$$(A^TA)^{-1}A^T = \begin{bmatrix} 0.2050 & -0.0791 & 0.1511 \\ -0.2014 & 0.1655 & -0.0432 \\ -0.0360 & 0.1367 & -0.0791 \end{bmatrix}$$

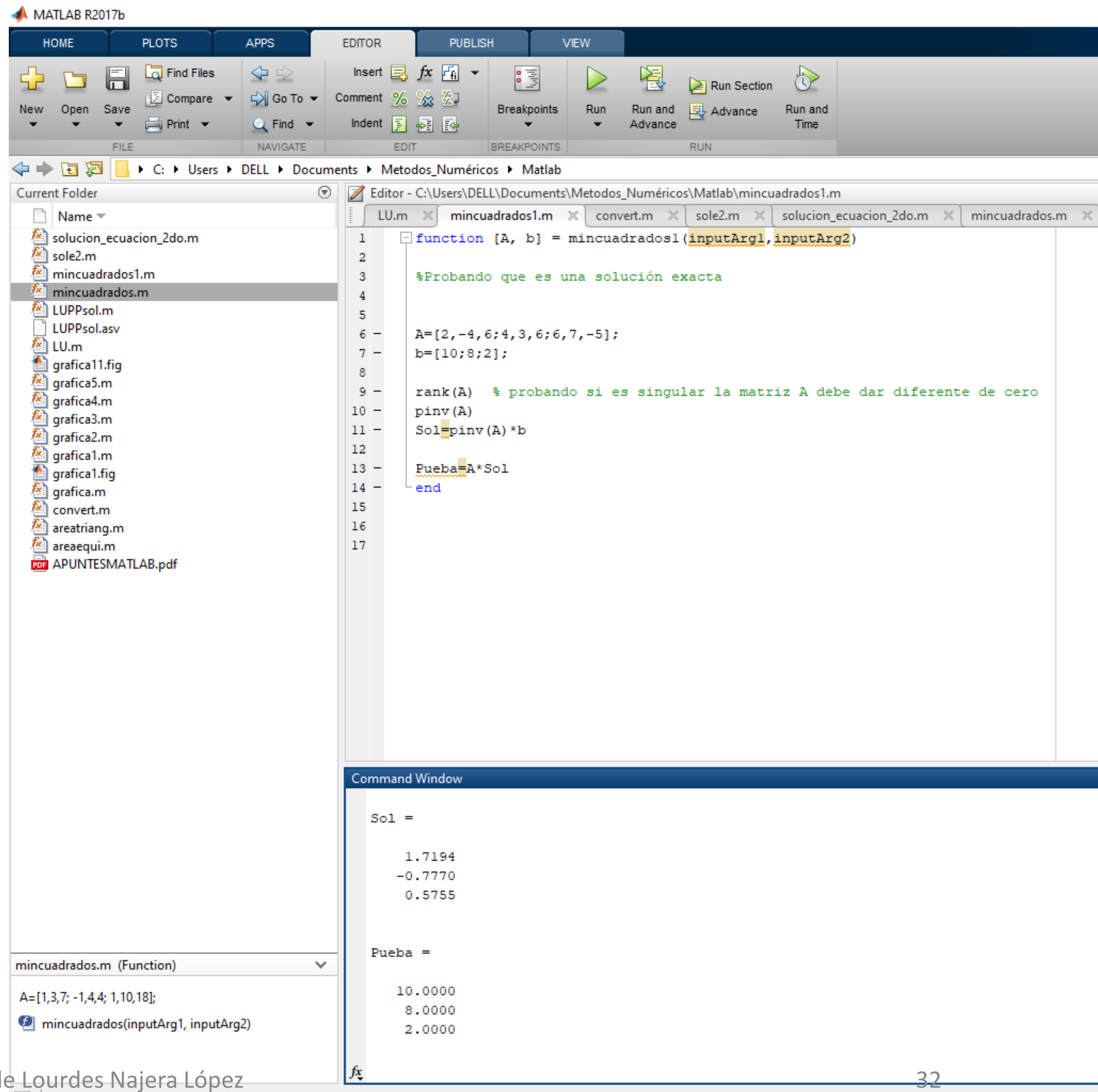
$$Solución\text{: } \tilde{x} = (A^TA)^{-1}A^T\mathrm{b} = \begin{bmatrix} 1.7194 \\ -0.7770 \\ 0.5755 \end{bmatrix}$$

3.4 Regresión lineal (mínimos cuadrados)

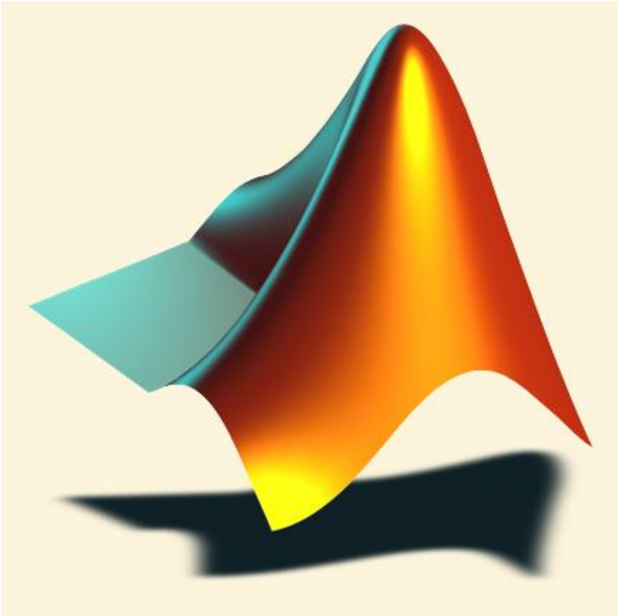
En Matlab se tiene:

rank(A)
% probando si es singular la matriz A debe dar diferente de cero

pinv(A)
Sol=pinv(A)*b



Conclusiones



- El método de eliminación Gaussiana es muy útil, sin embargo puede dar la división entre cero, por lo que se considera inestable.
- Con el método de Gauss Jordan se llega a una solución directa, es muy usado en las ciencias e ingeniería.
- El método de Choleski no utiliza método de pivoteo, por lo que es estable y confiable.
- La solución de ecuaciones por mínimos cuadrados es también un método estable y fácil de programar en cualquier lenguaje.
- El uso de Matlab es muy eficiente, ya que otorga soluciones en un tiempo muy corto, por lo que hoy día es una gran herramienta para lo métodos numéricos.

BIBLIOGRAFÍA

- Burden RL y Faires JD. Análisis numérico. 8a ed. México: Cengage Learning Editores; 2001.
- King RK y Mody NA. Numerical and statistical methods for bioengineering. 1a ed. Reino Unido: Cambridge University Press; 2011.
- Larson R y Falvo DC. Elementary linear algebra. 7a ed. Estados Unidos: Brooks/Cole CENGACE learning; 2012.
- Nieves A y Domínguez F. Métodos numéricos aplicados a la ingeniería. 3ra ed. México: Grupo editorial Patria; 2007.
- Press WH, Teukolsky SA, Vetterling WT y Flannery BP. Numerical recipes: The Art of Scientific Computing. 3a ed. Reino Unido: Cambridge University Press; 2007.
- Peter Katta, MATLAB for Beginners: A Gentle Approach:Smashwords Edition, 2016.
- Hahn, Brian, Essential MATLAB for Scientists and Engineers 2ed, Elsevier 2013.