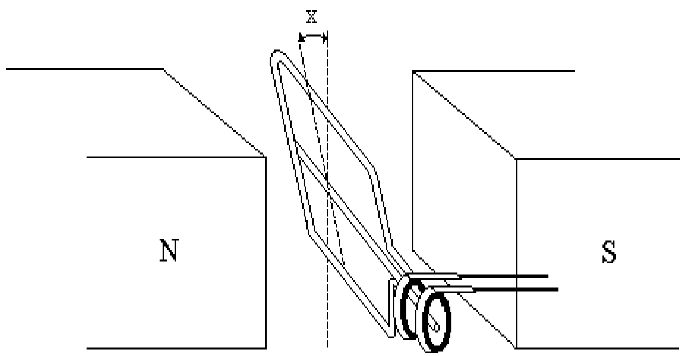


Universidad Autónoma del Estado de México
Dirección General de Centros Universitarios
y Unidades Académicas Profesionales

Ingeniería en Computación.

Semestre: Cuarto

Unidad de aprendizaje: Circuitos Eléctricos *(L41034)*

Unidad de Competencia: *Unidad 3*

TEMAS: *3.1 Circuitos de corriente alterna*

Docente: **M. en C. Valentín Trujillo Mora**

Zumpango de Ocampo, Septiembre de 2019

Descripción del Material

Se presentan un material de proyección visual para introducir con una mejor perspectiva al alumno, en los temas de la UA de **Circuitos Eléctricos,** del cuarto semestre de la Licenciatura en Ingeniero en Computación.

Con este material se busca que el alumno **Entienda que son los Circuitos de Corriente Alterna, obtención de sus ecuaciones y su comportamiento.**

Justificación

La elaboración de este material es para apoyar más en la recopilación de conceptos, ideas y teorías del tema **3.1 Circuitos de corriente alterna** de la Unidad de Competencia 3, perteneciente Unidad de Aprendizaje de: **Circuitos Eléctricos.**

El presente material es de apoyo tanto para el profesor como para el alumno.

Propósito de la Unidad de Aprendizaje

Conocer la ingeniería de los Circuitos Eléctricos, su estructura, funcionamiento, aplicaciones, sus métodos de análisis y solución.

Propósito de la Unidad de Competencia

Comprender y resolver circuitos bajo excitaciones variables y corriente alterna, interpretar su tipo de respuesta, la influencia de la frecuencia así como los respectivos métodos de análisis.

Estructura de la Unidad de Aprendizaje

Unidad de competencia 1. Conocer la teoría básica de los circuitos relativa a los diversos métodos de análisis y solución, las propiedades, características y estructura de los circuitos eléctricos simples de corriente directa donde se utilicen resistencias, condensadores e inductancias.

Unidad de competencia 2. Conocer la estructura de los circuitos básicos de primero y segundo orden, así como la estructura de las redes eléctricas de dos puertos

Unidad de competencia 3. Comprender y resolver circuitos bajo excitaciones variables y corriente alterna, interpretar su tipo de respuesta, la influencia de la frecuencia así como los respectivos métodos de análisis.

Unidad de Competencia 3

Habilidades.

- Asimilar los conceptos y la teoría dados en clase
- Analizar y relacionar los conocimientos obtenidos con situaciones reales
- Aplicar el razonamiento lógico adquirido en la solución de problemas teórico – prácticos específicos

Estructura de la Unidad de Aprendizaje

Actitudes / Valores.

- Asistir a clases puntualmente
- Cumplir con las actividades y las tareas asignadas
- Mostrar interés en las actividades que se realicen
- Mostrar disposición para el trabajo en equipo.
- Mostrar tolerancia con las opiniones diversas y participar activamente

Conocimientos

3.1.- Circuitos de corriente alterna

3.2.- Señal senoidal y valores RMS

3.3..- Fasores

3.4.- Relaciones fasoriales para R, L y C

3.5.- Impedancia y Admitancia

3.6.- Respuesta a excitación senoidal

3.7.- Resistores, Inductores y Capacitares en Corriente Alterna.

3.8.- Resonancia

Estructura de la Unidad de Aprendizaje

Conocimientos

3.9.- Impedancia equivalente

3.10.- Análisis de Fourier y su aplicación a los circuitos eléctricos

3.11.- Transformación de señales no trigonométricas a funciones trigonométricas

3.12.- Análisis de circuitos con señales no senoidales

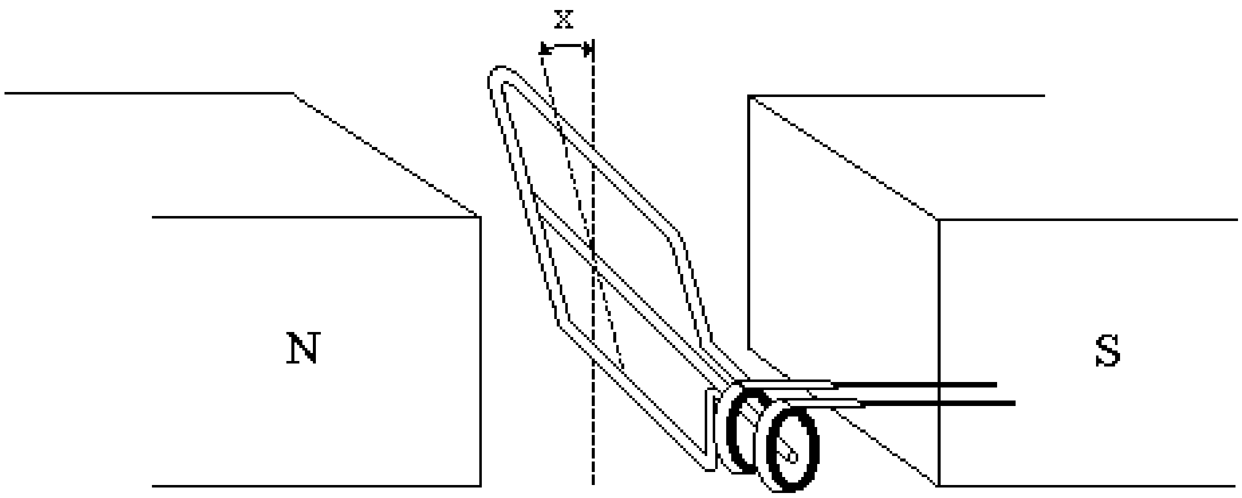
3.13.- Acoplamiento magnético de circuitos

3.14.- Inductancia. Circuitos polifásicos

3.15 Conexión trifásica

Circuitos de Corriente Alterna

Cuando una espira gira a velocidad constante en un campo magnético uniforme se engendra una fuerza electromotriz (fem) alternativa, como se ve en la siguiente figura



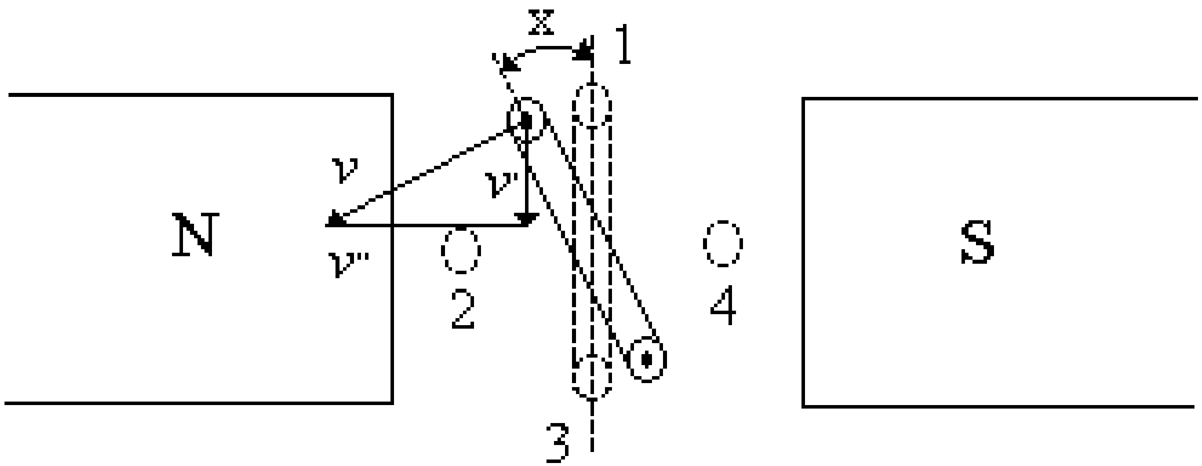
De la figura anterior los valores sucesivos de la fem pueden representarse por medio de una curva continua llamada sinusoide, porque sus valores son proporcionales al seno del ángulo *x* que el plano de la espira forma con otro que, pasando por el eje de la espira, sea perpendicular a la dirección del campo magnético.

El valor de fem inducida está dado por la siguiente expresión:

e = B l v Volts . . . (a)

en donde **B** (densidad de flujo magnético), **l** (longitud del conductor) y **v** (velocidad) deben de ser perpendiculares entre sí.

Circuitos de Corriente Alterna



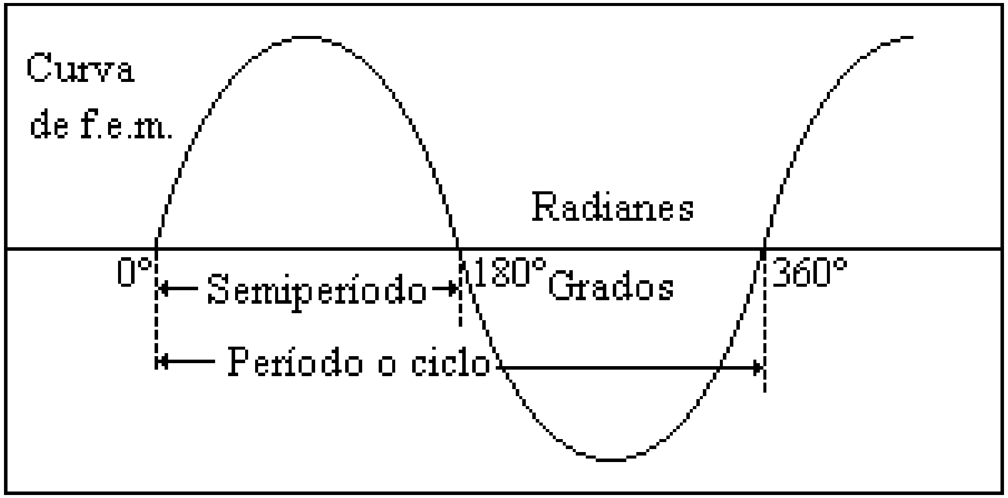
No estando **v** perpendicular a la dirección del flujo se descompone en **v’** y **v’’**; ésta última no es causa de generación de fem puesto que es paralela al flujo

v' = v sen x

por lo tanto :

e = B l v sen x   Volts . . . (b)

y de esta manera, la fem inducida en dicho conductor puede quedar representada por una senusoide, como en la figura siguiente:



La teoría y el análisis de la corriente alterna se fundan en el empleo de las sinusoides de la tensión, la corriente y la potencia, debido a que son sencillas y fáciles de expresar matemáticamente.

Cuando el conductor de la espira haya realizado una revolución completa, habrá descrito un arco de 360° o de 2π radianes y la curva de la fem habrá variado igualmente. Si **s** es la velocidad en revoluciones por segundo (rps), entonces la frecuencia de la oscilación de la fem en períodos por segundo **f** es igual a **s**, ya que para cada revolución, la fem inducida en el conductor sigue un período completo de valores positivos y negativos.

Si el conductor girara durante **t** segundos a partir de la posición 1 habrá ejecutado **st** revoluciones o **ft** ciclos, por lo tanto:

$$x = 2\pi st = 2\pi ft \text{ radianes} = 360\ ft \text{ grados}$$

ésto es, a velocidad constante o a frecuencia constante, **2πf ó 360f** son constantes y las curvas de corriente alterna pueden trazarse con el tiempo como abscisa, del mismo modo que se hacía en radianes o grados.

Si la velocidad angular es **w** (en radianes/segundo), se deduce que:

$$w = 2\pi f \ \text{rad/seg} = 360f \ \text{grados/seg} \ . . . (c)$$

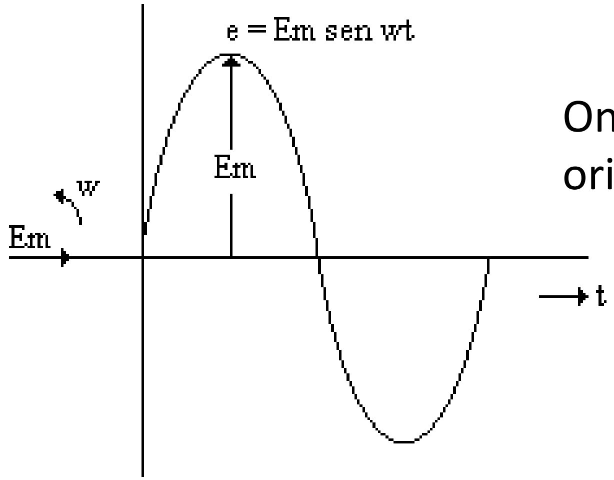
Si en la ecuación (b) se reemplaza a **Blv** por **Em** (valor máximo de la fem) y a **x** por su valor $2\pi ft$ y si $2\pi f$ se reemplaza por **w**, se obtiene la ecuación de la fuerza electromotriz inducida alterna sinusoidal.

$$e = Em \ sen \ 2\pi ft = Em \ sen \ wt \ . \ . \ . \ (\ d \ )$$

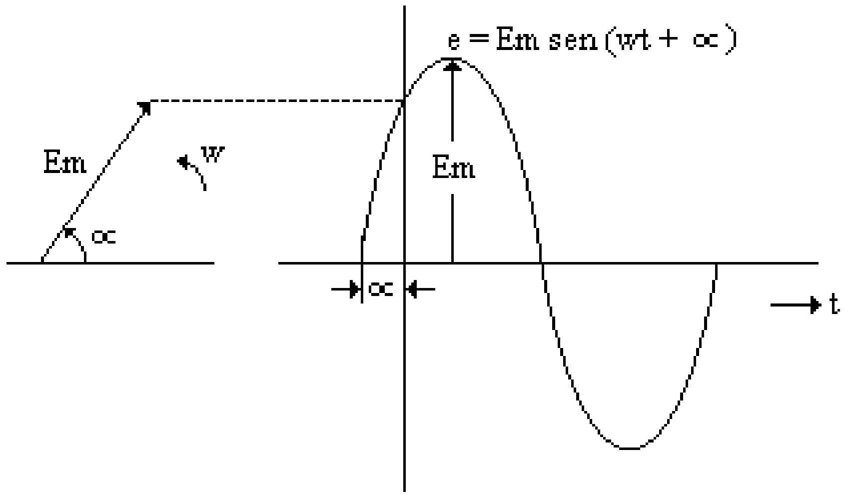
Esta sinusoide se puede trazar proyectando el extremo de las distintas posiciones de un segmento rectilíneo giratorio, sobre las correspondientes ordenadas igualmente espaciadas.

El valor de la tensión o de la corriente se puede obtener en cada instante proyectando el radio sobre una vertical.

Circuitos de Corriente Alterna



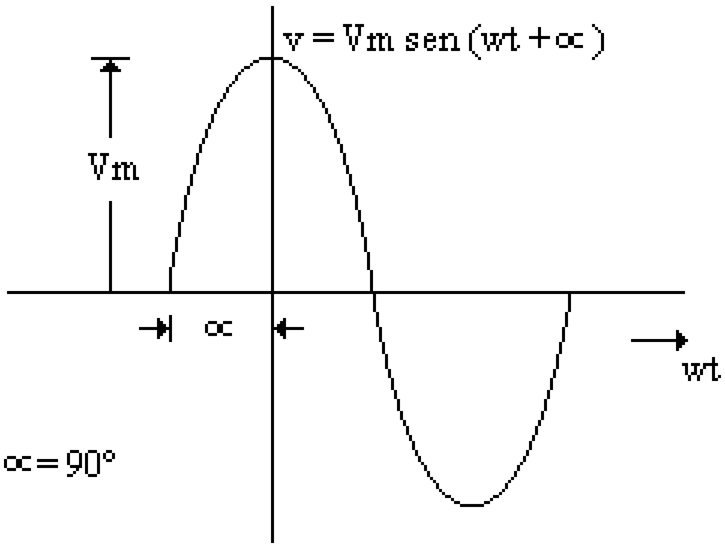
Onda senoidal en fase con el origen

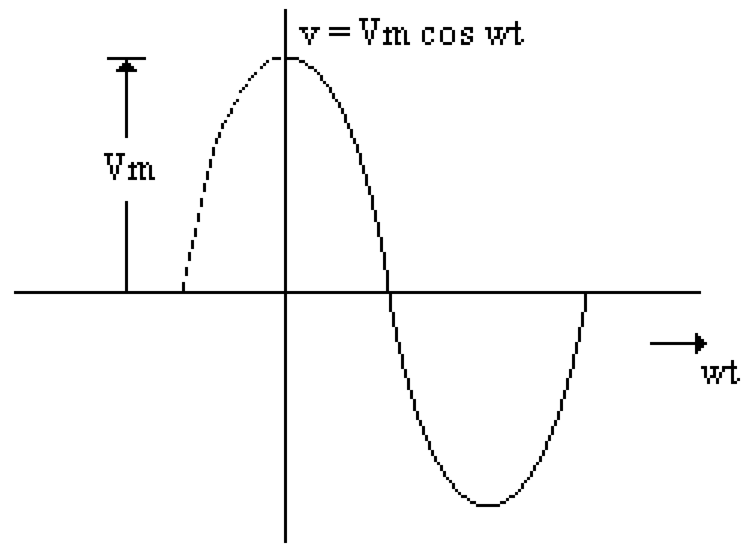


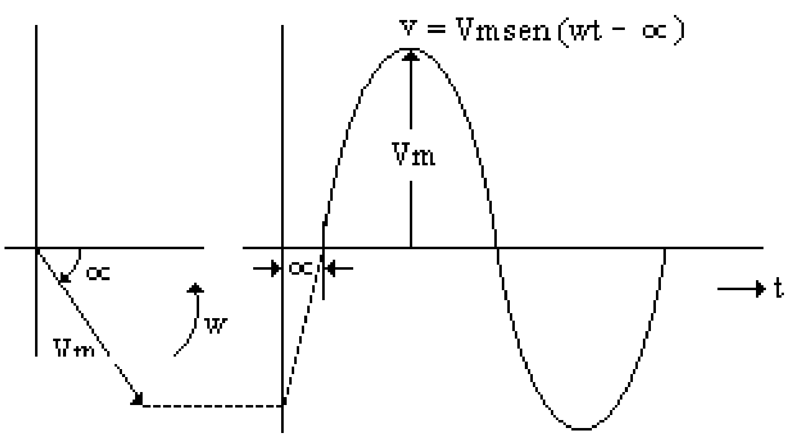
Onda senoidal adelantada con respecto al origen

Circuitos de Corriente Alterna

Senoide adelantada respecto del origen o coseno en fase con el origen

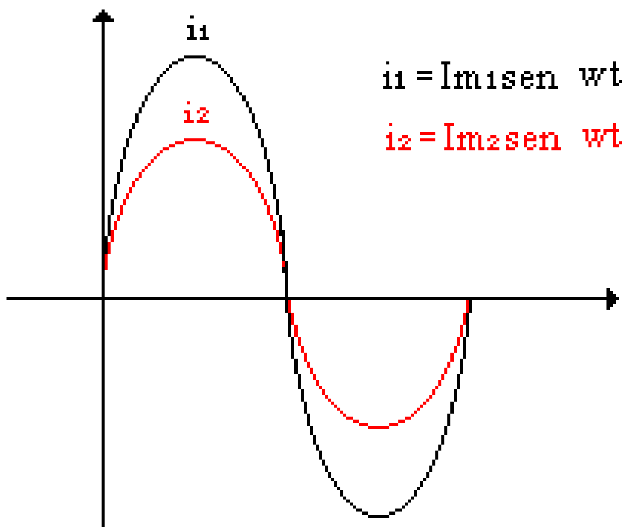






Onda senoidal retrasada con respecto al origen

La intensidad y tensión en las corrientes alternas ordinarias tienen la misma frecuencia fundamental cuando se trabaja en condiciones normales. La siguiente figura representa dos corrientes sinusoidales; ambas corrientes van del valor positivo al negativo y viceversa en el mismo instante y por ello se decide que están en fase.

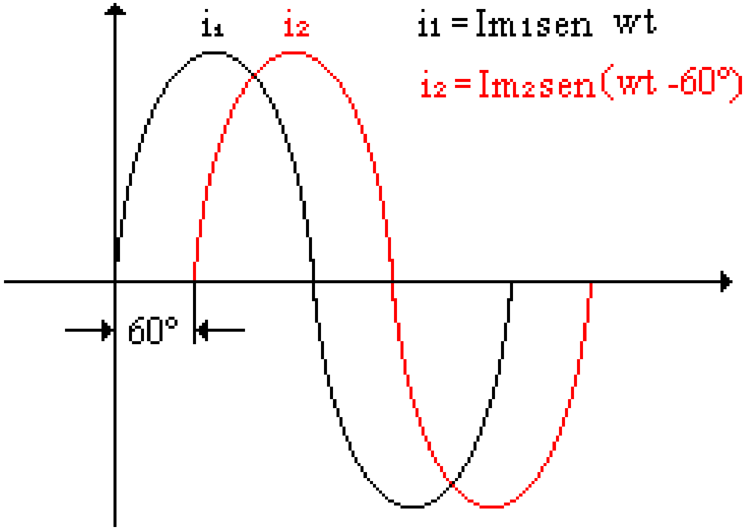


$I_{m1} > I_{m2}$

Ondas sinusoidales en fase

Circuitos de Corriente Alterna

La siguiente figura representa dos corrientes sinusoidales que no se hacen cero simultáneamente.



Esta diferencia de fase puede existir entre intensidades y tensiones, entre varias tensiones o entre varias intensidades de corriente

En ocasiones es necesario sumar algunas sinusoides por lo que a continuación se detalla esta operación con un ejemplo de aplicación:

Sea v1 = 150 sen (wt - 30°) y v2 = 100 sen (wt - 60°). Determinar v3=v1 + v2

$$v3 = 150 \text{ sen } (wt - 30°) + 100 \text{ sen } (wt - 60°)$$

como; $\text{sen } (a \pm b) = \text{sen } a \cos b \pm \cos a \text{ sen } b$

$$v3 = 150 (\text{sen } wt \cos 30° - \cos wt \text{ sen } 30°) + 100 (\text{sen } wt \cos 60° - \cos wt \text{ sen } 60°)$$

$$= 129.9 \text{ sen } wt - 75 \cos wt + 50 \text{ sen } wt - 86.6 \cos wt$$
$$= 179.9 \text{ sen } wt - 161.6 \cos wt$$

pero,

$A \text{ sen } x + B \cos x = (A^2 + B^2)^{1/2} \text{ Sen } [\, x \pm \tan^{-1} (B/A) \,]$

De donde :

$v_3 = (\, 179.9^2 + 161.6^2 \,)^{1/2} \text{ sen } [\, wt \pm \tan^{-1} (161.6/179.9) \,]$
$v_3 = 241.82 \text{ sen } (\, wt - 41.9° \,) = 241.82 \cos (\, wt - 131.9° \,)$

Sea $v_1 = 150 \cos (\, wt - 120° \,)$ y $v_2 = 100 \cos (\, wt - 150°)$. Determinar $v_3 = v_1 + v_2$

$v_3 = 150 \cos (\, wt - 120° \,) + 100 \cos (\, wt - 150° \,)$

como; cos (a ± b) = cos a cos b   sen a sen b

De donde *:*

v3 =150(cos wt cos 120° + sen wt sen 120°)+100(cos wt cos 150° + sen wt sen 150°)

$= -75 \cos wt + 129.9 \text{ sen } wt - 86.6 \cos wt + 50 \text{ sen } wt$

$= 179.9 \text{ sen } wt - 161.6 \cos wt$

$= (179.9^2 + 161.6^2)^{1/2} \text{ Sen } [wt + \tan^{-1} (161.6/179.9)]$

$= 241.82 \text{ sen } (wt - 41.93°) = 241.82 \cos (wt - 131.93°)$

Uno de los efectos más importantes en los que intervienen las sinusoides es el que respecta a la potencia disipada por un voltaje sinusoidal o una corriente cuando están asociados a un elemento resistivo de dos terminales.

Para ser más específicos, se va a hacer una comparación entre la potencia disipada en una resistencia en dos situaciones distintas. La primera de éstas será cuando una corriente sinusoidal **i** pase por la resistencia y la segunda cuando una corriente constante **I** pase por la misma resistencia.

Para el caso sinusoidal **i** tendrá la forma;

$$i(t) = Im \operatorname{sen} wt \ . \ . \ . \ (e)$$

La potencia está dada por la expresión;

$$p(t) = Ri(t)^2 = R\, Im^2 \operatorname{sen}^2 wt = R\, Im^2 \left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos} 2wt \right) \ . \ . \ . \ (f)$$

Igualmente, en el caso de la corriente constante, la potencia está dada por la expresión:

$$p(t) = R\, I^2 \ . \ . \ . \ (g)$$

Las expresiones dadas en **(f) y (g)** no se pueden comparar directamente, dado que la primera fluctúa sinusoidalmente entre los límites de 0 y R Im^2 con una frecuencia de **2wπ rad/seg**., en tanto que la segunda es constante, por lo tanto, para permitir una comparación entre ambas, se calculará el valor medio de la potencia sobre algún intervalo. Pero el caso sinusoidal, si se calcula la potencia media sobre un período, será lo mismo que para cualquier número entero de periodos.

El período ésta dado por **T = 2π/w** . Así :

$$\textbf{\textit{Pmedia}} = (1/T) \int_0^T R\, Im^2 \, sen^2\, wt\, dt = (R\, Im^2/T) \int_0^T (½ - ½ \cos 2wt)\, dt$$
$$= (R\, Im^2/T) \{ (t/2) - (1/4w)\, sen\, 2\, (2\pi/T)\, t \}_0^T = R\, Im^2 / 2$$

Circuitos de Corriente Alterna

La potencia media para el caso de la corriente constante es obviamente igual a la potencia instantánea **($R I^2$)**. Si los valores de las potencias son iguales, entonces:

$$R I^2 = R Im^2 / 2$$

y por lo tanto,

$$I = [Im^2 / 2]^{1/2} = Im / \sqrt{2}$$

Se concluye entonces que una onda sinusoidal de corriente con una magnitud pico de **Im** disipará la misma potencia media en un resistor que una corriente constante con un valor de **$Im / \sqrt{2}$.**

Circuitos de Corriente Alterna

Se puede hacer un desarrollo similar para demostrar que una onda sinusoidal de voltaje con una magnitud de pico **Vm** aplicado a un resistor producirá la misma potencia media de disipación en un resistor que un potencial constante de valor ***V=Vm / √2 .***

Tanto a **I** como a **V** se les denomina valores medios cuadráticos (rms) o valores eficaces de la corriente o del voltaje.

Irms = I eficaz = I = Im / √2

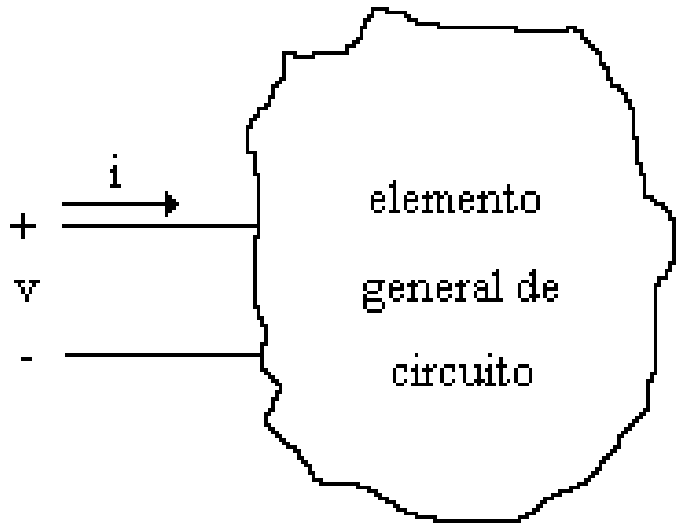
Vrms = V eficaz = V = Vm / √2 . . . (h)

Circuitos de Corriente Alterna

Los valores eficaces de voltaje y de corriente son los que miden los instrumentos electrodinamométricos y éstos son los que se utilizan normalmente. También, como un ejemplo del uso de los valores rms o eficaces, se debe notar que la distribución residencial de energía eléctrica se hace utilizando variables sinusoidales y el valor del voltaje se especifica en términos de unidades rms o eficaces.

Si a un elemento general de circuito como el de la Figura siguiente se le aplica como excitación un voltaje sinusoidal, habrá como respuesta una corriente sinusoidal circulando a través del elemento.

Circuitos de Corriente Alterna



Sean $v = Vm \text{ sen } wt$ e $i = Im \text{ sen } (wt - \theta)$

$$
\begin{aligned}
p (t) = V (t) \; y (t) &= Vm \; Im \text{ sen } wt \text{ sen } (wt - \theta) \\
&= Vm \; Im \text{ sen } wt (\text{sen } wt \cos \theta - \cos wt \text{ sen } \theta) \\
&= Vm \; Im (\text{sen}^2 wt \cos \theta - \text{sen } wt \cos wt \text{ sen } \theta) \\
&= \tfrac{1}{2} (Vm \; Im) [(1 - \cos 2wt) \cos \theta - \text{sen } 2wt \text{ sen } \theta]
\end{aligned}
$$

La potencia media será el área dividida por el tiempo T, o sea:

$P = (1/T) \int_0^T p\ dt = [(Vm\ Im)/2T]\{t \cos\theta - (\text{sen } 2wt/2w)\cos\theta + (\cos 2wt/2w) \text{ sen } \theta\}_0$

$P = [(Vm\ Im)/2T]\ T \cos\theta = (Vm/\sqrt{2})\ (Im/\sqrt{2}) \cos\theta = V_{eficaz}\ I_{eficaz} \cos\theta$

P = V I cos $\boldsymbol{\theta}$ ***Watts . . . (i)***

De esta expresión se ve que la potencia media es siempre menor o igual al producto de los valores eficaces del voltaje y la corriente.

Para indicar el porcentaje de energía que se aprovecha (en watts), se define al factor de potencia (f.p.) como:

f.p. = cos θ = P / V I . . . (j)

En donde θ es el ángulo de defasamiento que hay entre el voltaje y la corriente y está definido siempre por el elemento del circuito, ésto es, la carga.

Referencias

1. Diccionario de Ingeniería Eléctrica http://electricidad.usal.es/Principal/Circuitos/Diccionario/Diccionario.php?b=id:248
2. Apuntes de Circuitos eléctricos, Orta Barradas J.L., Tapia Amaya C. A., Itver.
3. Hayt, Williams H; Kemmerly Jacke y Durbin Steven M., Análisis de Circuitos en Ingeniería, Sexta Edición, Editorial Mc Graw Hill.

UAEM