

# SOLVENCY CAPITAL REQUIREMENT FOR RISK EQUITY, THE MEXICAN SOLVENCY II REGULATIONS. A GARCH METHODOLOGY WITH T-STUDENT INNOVATIONS

Luis Angel Salas Alvarez y Eduardo Rosas Rojas <sup>1</sup>

Universidad Autónoma del Estado de México  
Centro Universitario UAEM Valle de México.

## ABSTRACT

This paper analyzes the Solvency Capital Requirement (SCR) for equity risk under the guidelines of the current insurance regulation in Mexico (equivalent to Solvency II): It is assumed that the Mexican Stock Index (IPC/BMV) is a representative sample of the behavior of the shares listed in the Mexican stock market. A GARCH methodology is proposed with innovations *t-student* for the calculation of the VaR (99.5 %) required as equivalence to the standard formula of the Circular Única de Seguros y Fianzas (CUSF): By this means, the aim is to demonstrate an underestimation of the equity risk when using the standard model of the Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF): The contemplated time series runs from April 1990 to December 2018 on a daily basis.

It was found that the RS(2)-GARCH (1, 1) model with *t-student* innovations, efficiently estimates the behavior of the CPI growth rate, and presents a greater statistical significance when compared with the asymmetric E-GARCH models, T-GARCH and the model with normal distribution. Consequently, the RS-GARCH model represents an additional methodology for the measurement of equity risk, and that can be translated into a tool for insurance companies to estimate their solvency.

**KEYWORDS:** Equity Risk, Volatility, Solvency II, GARCH models.

MSC:91B18

## RESUMEN

Esta investigación analiza el Requerimiento de Capital de Solvencia (SCR, por sus siglas en inglés) para el riesgo de capital bajo las pautas de la regulación actual de seguros en México (Solvencia II): Se parte del supuesto de que el índice bursátil mexicano (IPC / BMV) es una muestra representativa del comportamiento de las acciones que cotizan en el mercado bursátil mexicano. Se propone una metodología GARCH con innovaciones *t-student* para el cálculo del VaR (99.5%) requerido como equivalencia a la fórmula estándar de la Circular Única de Seguros y Fianzas (CUSF): De esta manera, se busca evidenciar una subestimación del riesgo accionario si se utiliza el modelo estándar de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF): La serie temporal contemplada se extiende desde abril de 1990 hasta diciembre de 2018, con datos diarios.

Se encontró que el modelo RS (2) -GARCH (1, 1) con innovaciones *t-student*, estima de manera eficiente el comportamiento de la tasa de crecimiento del IPC y presenta una mayor significación estadística en comparación con los modelos asimétricos E-GARCH, T-GARCH y el modelo con distribución normal. En consecuencia, el modelo RS-GARCH representa una metodología adicional para la medición del riesgo de capital, y que puede traducirse en una herramienta para que las compañías de seguros estimen su solvencia.

**PALABRAS CLAVE:** Riesgo de Capital, Volatilidad, Solvencia II, modelos GARCH.

## 1. INTRODUCCIÓN

Solvencia II tiene como uno de sus principales objetivos determinar los recursos propios mínimos requeridos de cada aseguradora, mismos que deben determinarse en función de los riesgos asumidos, con lo cual se pretende proteger a los asegurados y al sector asegurador. Este marco regulatorio exige una evaluación de los riesgos a través del módulo de Requerimiento de Capital de Solvencia (SCR, por sus siglas en inglés), por riesgo de mercado, que en el caso de la regulación mexicana, se conforma del riesgo de tasa de interés, el riesgo de tipo de cambio y el riesgo accionario. Para la determinación del SCR por riesgo de mercado y sus componentes, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) ha establecido una fórmula general en la

<sup>1</sup> Corresponding author email: [erosasr@uaemex.mx](mailto:erosasr@uaemex.mx)

Circular Única de Seguros y Fianzas (CUSF): Esta fórmula se ha adoptado del esquema europeo de Solvencia II por la simplicidad en los cálculos, la facilidad de interpretación de los resultados, porque permite comparar a las compañías de manera sencilla, y, porque su implementación representa un gasto tecnológico y financiero pequeño en comparación con otros modelos.

La finalidad de un requerimiento de capital es que una compañía aseguradora mantenga la cantidad de dinero lo más cercano posible al capital económico. En este sentido, el SCR de una compañía de seguros suele definirse como el nivel de capital suficiente para cubrir las pérdidas probables a un nivel de confianza y un intervalo de tiempo definido. Apegándose a esta idea, las compañías deberían contar con alternativas para la medición de los riesgos que asumen, y no solo utilizar la fórmula general de la autoridad supervisora, de esta forma, podría garantizarse que el SCR está reflejando de manera eficiente los riesgos asumidos.

El objetivo de la presente investigación es el análisis del SCR por riesgo de mercado accionario bajo los lineamientos de la CNSF, los cuales se detallan en la Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas (LISF) y la CUSF. Para realizar dicho análisis, en este trabajo se utiliza la serie de rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV): Se busca modelar dicha variable a través de una metodología basada en modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) con innovaciones *t-student*.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. Además de la presente sección introductoria, en la segunda sección se abordan los aspectos referentes al esquema mexicano para Solvencia II y como México adopta la regulación a través de la LISF y la CUSF. En la tercera sección se aborda la parte metodológica para identificar y estimar las regularidades empíricas observadas en las series de tiempo del IPC. En la cuarta sección se calibran los modelos con respecto a la serie de rendimientos del IPC y el Valor en Riesgo (VaR) a un nivel de confianza del 99.5% para cada uno de los modelos seleccionados. En la última sección se presentan las conclusiones del trabajo, en función de los resultados obtenidos.

## 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA DE SOLVENCIA II EN MÉXICO

Para la compañía reaseguradora SwissRe (2015), Solvencia II se ha convertido en un importante punto de referencia para muchos países en vías de modernización regulatoria, debido a que tiene el enfoque de regulación más exhaustivo del sector asegurador hasta el momento. En América Latina, México se coloca a la vanguardia, pues ha sido el primer país en implementar de manera completa el sistema regulatorio de Solvencia II; mientras que, Brasil y Chile se encuentran en una etapa avanzada de implementación. Para una revisión de las principales posturas a favor y en contra de la implementación de esta regulación se puede consultar a Klein *et al.* (2002); Rossum (2005); Eling *et al.* (2007); De Soto (2008); Doff (2008); Romera (2011); y Gatzert y Wesker (2012):

Solvencia II es un esquema normativo<sup>2</sup> que consta de tres pilares. En el primero se contemplan los recursos con los que cuenta una compañía, la valoración de sus activos y pasivos, el cálculo de provisiones técnicas y los requerimientos de capital obligatorios; en el segundo se busca supervisar la gestión de los riesgos, el control interno y el gobierno corporativo; mientras que, el tercero se refiere a la disciplina del mercado y a la transparencia de la información.

La Comisión Nacional de Seguros y Fianzas define a la Circular Única de Seguros y Fianzas (CUSF) como el cuerpo normativo que contiene las disposiciones derivadas de la LISF, que dan operatividad a sus preceptos y sistematizan su integración, homologando la terminología utilizada, a fin de brindar con ello certeza jurídica en cuanto al marco normativo al que las instituciones y sociedades mutualistas de seguros, instituciones de fianzas y demás personas y entidades sujetas a la inspección y vigilancia de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas deberán sujetarse en el desarrollo de sus operaciones. En la CUSF se recogen los requerimientos para hacer una equivalencia de la regulación mexicana a Solvencia II. De acuerdo con lo establecido en su capítulo 6.2 y en el artículo 236 de la LISF, los elementos que conforman la fórmula general para el cálculo del SCR quedan definidos como:

$$\text{SCR} = \max\{\text{RCTySF} + \text{RCPML}, 0.9\text{RCTySF}\} + \text{RCTyFP} + \text{RCTyFF} + \text{RCOC} + \text{RCOP}$$

---

<sup>2</sup> Para la elaboración del esquema general de Solvencia II, se tomaron en consideración otros sistemas de regulación de solvencia como el ECR (Enhanced Capital Requirement) e ICA (Individual Capital Requirement) del Reino Unido, el SST (Swiss Solvency Test) de Suiza, el modelo NAIC (National Association Insurance Companies) de EEUU, la regulación Australiana, APRA (Australian Prudential Regulation Authority), modelos de agencias calificadoras como Standar & Poors, entre otros (Santomil *et al.*, 2011)

Donde, SCR es el Requerimiento de Capital de Solvencia, RCTySF es el Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Seguros; RCPML es el Requerimiento de Capital para Riesgos Basados en la Pérdida Máxima Probable; RCTyFP es el Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de los Seguros de Pensiones; RCTyFF es el Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Fianzas; RCOO es el Requerimiento de Capital por Otros Riesgos de Contraparte, y RCOP es el Requerimiento de Capital por Riesgo Operativo. El interés particular de este trabajo es el análisis de SCR por Riesgo Accionario, el cual forma parte del RCTySF.

## 2.1. Riesgo de Mercado y Accionario

El riesgo de mercado se define como el riesgo derivado de una probable pérdida por la disminución en el valor de un instrumento o portafolio financiero. Para la CUSF, el riesgo de mercado se agrupa en 3 categorías: Riesgo de tasa de interés; riesgo de tipo de cambio; y riesgo accionario. A continuación, el interés particular se centra en el SCR por riesgo accionario<sup>3</sup>, el cual forma parte del RCTySF.

La propuesta consiste en modelar la serie de rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)<sup>4</sup> de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), a través de una metodología basada en modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) con innovaciones *t-student*, para que posteriormente, se pueda realizar un comparativo respecto al modelo normal de la CNSF (VaR (Normal) al 99.5 %): La literatura que aborda esta variable y su metodología de estimación ha ido en aumento en los años recientes, destacando los trabajos de: Herrera (2004); Mejía (2011); Salado *et al.* (2013); y Reyes *et al.* (2018):

Se busca proveer una metodología que permita identificar aquellos modelos matemáticos que reflejen de manera eficiente el riesgo accionario asumido y, de este modo, contar con una forma alternativa para estimar uno de los principales componentes del SCR, como es el riesgo accionario. De esto, se derivan las siguientes hipótesis:

H1: El modelo estándar de CNSF subestima el SCR de riesgo accionario al utilizar la hipótesis de comportamiento normal para los rendimientos del mercado accionario mexicano. En este sentido, los modelos GARCH con innovaciones gaussianas no logran modelar de manera eficiente la cola de la distribución de pérdidas (resultados extremos) de la volatilidad de mercado accionario mexicano. Por lo que, la dinámica del mercado accionario mexicano podría modelarse de manera eficiente empleando modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) con innovaciones *t-student*.

## 3. MODELO PARA EL RIESGO ACCIONARIO EN MÉXICO.

Hoy en día los modelos de series de tiempo son utilizados en una gran cantidad de organizaciones que tienen a su disposición datos cuantitativos y cualitativos relacionados a su actividad; por ejemplo, a través de un modelo de series de tiempo, una institución financiera puede proyectar indicadores económicos y financieros como la inflación o las tasas de interés, los gobiernos pueden pronosticar sus ingresos y sus gastos fiscales, bancos y aseguradoras los utilizan como herramientas para el cálculo de los requerimientos de capital, así como para proyectar la siniestralidad, morosidad, o la caída o incremento de carteras; entre muchas otras aplicaciones.

### 3.1. Modelo para el valor esperado del Riesgo Accionario.

Box y Jenkins (1976) integraron un enfoque coherente y versátil que identifica el ciclo iterativo de las series temporales: identificación, estimación y comprobación del diagnóstico. La evolución de las computadoras y de entornos de software libre para computación estadística, como R-project, permite que los modelos autorregresivos y de medias móviles (ARIMA) se puedan aplicar en muchos campos de las ciencias sociales.

---

<sup>3</sup> El riesgo accionario se debe al nivel o la volatilidad de los precios en el mercado accionario. Su exposición se refiere a todos los activos y pasivos cuyo valor sea sensible a los cambios en el precio de las acciones (European Commission, 2010):

<sup>4</sup> El IPC es el indicador de la evolución del mercado accionario mexicano en su conjunto. Se forma de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de emisoras cotizadas en la bolsa. De acuerdo con S&P Dow Jones Índices (2017) y su más reciente nota metodológica, publicada el 5 de mayo de 2017, disponible en: <https://espanol.spindices.com/documents/methodologies/methodology-sp-bmv-mexico-target-risk-index-series-spanish.pdf>

De esta manera, el modelo para el valor esperado de la serie temporal debe garantizar que se cumpla  $\phi_i^2 < 1$ , o bien que  $|\phi_i| < 1$ . El modelo ARMA(p, q) se constituye como:

$$x_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

donde  $\varepsilon_t$  es un proceso de ruido blanco y p, q son enteros positivos.

En el ámbito financiero, la volatilidad se refiere a la inestabilidad en los precios de los mercados financieros y suele utilizarse como una medida empírica de su variación; entre mayor escala de variación tengan los precios, se dice que son más volátiles. Existen algunas características en las series de tiempo de rendimientos financieros. La primera característica es que la volatilidad se presenta en grupos (la volatilidad es alta para unos periodos de tiempo, y baja para otros): La segunda característica es que la volatilidad evoluciona a lo largo del tiempo de manera continua, es decir que no presenta el mismo comportamiento en su evolución. La tercera es que la volatilidad no es divergente, lo que quiere decir que se encuentra definida dentro de un rango fijo de valores. La cuarta es que la volatilidad se correlaciona positiva o negativamente con los cambios de la variable.

### 3.2. Modelo para la Varianza condicional del Riesgo Accionario.

En los modelos analizados, la varianza del termino de perturbación se considera constante (homocedástica); sin embargo, cuando dicha varianza cambia drásticamente en el tiempo (heterocedástica), la incertidumbre tiende a agruparse en periodos de alta y baja volatilidad. Robert Engle (1982) y Tim Bollerslev (1986) desarrollaron la metodología que permite capturar estos movimientos a través de los modelos de heterocedasticidad Condicional autorregresiva Generalizada (GARCH(p,q)): El modelo GARCH(1, 1) se define como:

$$z_t = v_t \sigma_t; \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Donde  $[\alpha_0, \alpha_1, \beta_1] \geq 0$ . Se asume que  $\alpha_1 + \beta_1 > 0$  debido a que si  $\alpha_1 = \beta_1 = 0$  implicaría que  $z_t$  fuese tan solo una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas.

Partiendo del supuesto de independencia entre  $v_t$  y  $\sigma_t$ , se tiene que:

$$E[z_t] = E[v_t \sigma_t] = \mu = 0.$$

Análogamente, la varianza se obtiene a partir de

$$E[z_t^2] = E[(\sigma_t v_t)^2] = E[\alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2]$$

haciendo uso del supuesto de estacionalidad se tiene que:

$$E[z_t^2] = \alpha_0 + \alpha_1 E[z_t^2] + \beta_1 E[z_t^2] = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

Debido a que  $v_t$  se encuentra independiente e idénticamente distribuidas y  $E[\log(\alpha_1 v^2 + \beta_1)] < 0$ , por la ley de los grandes números, se tiene que:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \left[ \log \prod_i^j \alpha_{t-i} \right]^{\frac{1}{j}} < 0$$

De este modo se garantiza que el valor esperado del riesgo accionario sea un proceso estrictamente estacionario. El supuesto  $1 - \alpha_1 - \beta_1 > 0$  garantiza que la varianza exista, mientras que se asume que el tercer momento de  $z_t$  es cero debido al supuesto de distribución simétrica para  $v_t$ . La existencia del cuarto

momento está sujeta a la condición de que  $E[z_t^4]$  y  $\sigma_t^2$  existan.

Partiendo del modelo GARCH(1, 1) puede generalizarse el modelo GARCH (q, p) como sigue:

$$z_t = v_t \sigma_t \quad \text{con } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j z_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Donde se asume que  $\alpha_0 \geq 0, \alpha_j \geq 0, \beta_j \geq 0$  y  $v_t$  se distribuye independiente e idénticamente para un modelo que sigue innovaciones gaussianas, y  $v_t$  se distribuye como  $(0, v, \frac{v-2}{v})$  para innovaciones *t-student* donde  $v_t$  es independiente de  $z_{t-j}$  y  $j \geq 1$ . Este proceso es análogo al proceso ARMA, señalando que todos los coeficientes deben ser positivos para garantizar que la varianza siempre sea positiva. Además, puede demostrarse que  $z_t$  es estrictamente estacionario con varianza finita si y solo si  $\sum_{j=1}^q \alpha_j + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ . Así se cumple la condición  $z_t \sim \text{ruido blanco } (0, \sigma_t^2)$ :

Sin embargo, Brooks (2019) menciona que una de las principales razones por las cuales se debe modificar el modelo GARCH estándar, obedece a que las condiciones de no negatividad pueden ser violadas, lo cual puede solucionarse imponiendo restricciones artificiales que garanticen la no negatividad de los coeficientes del modelo y que capturen los efectos asimétricos derivados de choque positivos y negativos. A partir de estas dificultades se ha propuesto una familia de modelos que busca solventar la problemática expuesta. En la tabla 1, se presentan las estructuras más importantes y que serán empleadas para la modelación del índice bursátil mexicano.

**Tabla 1. Extensiones de los Modelos GARCH**

Familia GARCH	
E-GARCH (Nelson, 1991)	$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \left( \alpha_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{\sigma_{t-i}}} + \gamma_i \left( \left  \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{\sigma_{t-i}}} \right  - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) \right) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln(\sigma_{t-i})$
GJR-GARCH. (Glosten <i>et al.</i> 1993), T-GARCH (Zakoian (1994))	$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \gamma_i I_{t-i}) \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}$ <i>Donde</i> $I_{t-i} = 1$ si $\varepsilon_{t-1} < 0$ $= 0$ en otro caso
GARCH-M Engle <i>et al.</i> (1987)	$y_t = \mu + \delta \sigma_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$
RS-GARCH Hamilton y Susmel (1994)	$y_t = \mu_{s_t} + \varepsilon_t = \mu_{s_t} + \sigma_t u_t, \quad u_t \sim i. i. d. N(0,1)$ $\sigma_t^2 = \alpha_{s_t} + \beta_{s_t} \sigma_{t-1}^2 + \gamma_{s_t} \varepsilon_{t-1}^2$ $p_{jt} = Pr(s_t = j   F_{t-1}) = p_{jt}(y_{t-1}^2), \quad j = 1, 2, \dots, n$

Fuente: elaboración propia.

### 3.3. Estimación puntual por Máxima Verosimilitud.

La estimación puntual por máxima verosimilitud consiste en encontrar los parámetros del modelo que maximicen la probabilidad de que la muestra de datos utilizados haya emanado del *modelo poblacional* que se busca parametrizar. Partiendo de que se tiene una muestra de observaciones  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , se sabe que cada observación de esta muestra proviene de una función de distribución  $f(x, \theta)$  desconocida. De este modo, si cada observación de la muestra es una realización independiente, la probabilidad de ver realizadas todas las observaciones de la muestra al mismo tiempo será:

$$f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \cdots f(x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) = f(\vec{x}, \theta):$$

El estimador *máximo verosímil* de los parámetros  $\theta$  se obtiene al maximizar  $L(\theta) = f(\vec{x}, \theta)$  o el logaritmo de dicha función. Si la función de densidad del conjunto de datos estudiados cumple con las condiciones de Lindberg y Levy, es posible demostrar que la varianza MELI (Mejor Estimador Lineal e Insesgado) de un parámetro  $\theta$  es siempre mayor o igual a:

$$I(\theta)^{-1} = \left[ -E \left( \frac{\partial^2 \log(L(\theta))}{\partial \theta^2} \right) \right]^{-1} = \left[ -E \left( \left[ \frac{\partial \log(L(\theta))}{\partial \theta} \right] \right) \right]^{-1}$$

A la expresión anterior se le conoce como *cota* de Crámer-Rao o matriz informacional; su utilidad es que, si un estimador MELI alcanza esta cota, entonces se garantiza que el estimador sea óptimo (Greene, 2018): Evidentemente, encontrar la solución de las matrices se complica en la medida que el número de observaciones incrementa; por lo tanto, se requiere de técnicas de optimización numérica para obtener dichas estimaciones; entre las técnicas más conocidas, y que se empleará para la estimación de los modelos en esta investigación, se encuentra la de Berndt *et al.* (1971) (BHHH) (1974), que es una variación del método de Gauss-Newton.

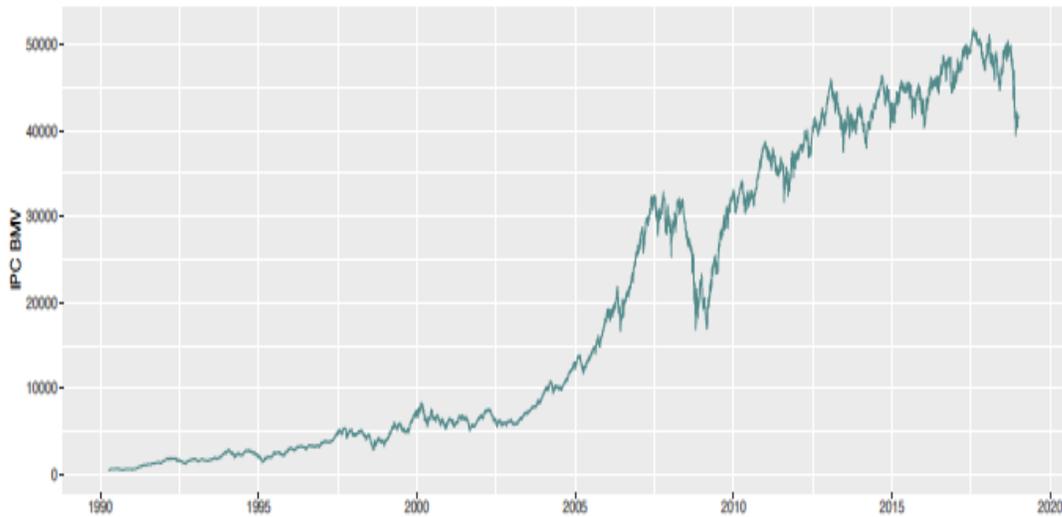
#### 4. MODELO PARA EL RIESGO ACCIONARIO EN MÉXICO.

Se ha observado empíricamente que la serie de tiempo del IPC sigue una distribución de colas pesadas, lo cual se traduce en una alta probabilidad de ocurrencia de eventos extremos. Se modela la serie de rendimientos del IPC a través de la metodología GARCH con innovaciones *t-student*; además, se considera en su estructura el supuesto de asimetría en los choques; para que posteriormente, se pueda elaborar un análisis comparativo contra el modelo con distribución normal de la CNSF (VaR al 99.5%):

En la comprobación de las hipótesis se empleó la metodología Box-Jenkins para estimar el valor promedio de la tasa de crecimiento del IPC, para el periodo de abril de 1990 a diciembre de 2018. Las gráficas 1 y 2 muestran claramente la presencia de los principales hechos estilizados de los rendimientos accionarios, es decir, volatilidad agrupada, evolución a lo largo del tiempo, divergencia respecto a su valor esperado, y su correlación positiva y negativa con los cambios de la variable en nivel. Para la estimación de los coeficientes se empleó el software estadístico R-project<sup>5</sup>, que provee la librería *forecast* y contiene la función *auto.arima*; se trata de un algoritmo iterativo que identifica el modelo ARMA óptimo con respecto a un criterio de selección dado, como pueden ser: los criterios de información de Akaike (AIC); el criterio de información Bayesiano (BIC); o el criterio de información Hannan Quinn (HQC), entre otros (Hyndman, 2008): Posteriormente, se estimó la varianza condicional, mediante las librerías *rugarch* y *MSGARCH*, de la tasa de crecimiento del IPC, que representa la volatilidad del mercado accionario. El criterio AIC sugiere la utilización del modelo ARMA(0,1)-GARCH(1,2); sin embargo, el criterio BIC sugiere el modelo ARMA(0,1)-GARCH(1,1) (Tabla 2): Utilizando como criterio de desempate al HQC, se elige el modelo ARMA(0,1)-GARCH(1,1) como el mejor modelo con respecto a los modelos GARCH estándar<sup>6</sup>. Adicionalmente, se aplicó una prueba de sesgo de signo y magnitud (Engle y Ng, 1993: 1757) y se identificó la presencia de sesgo en los signos, por lo que se procedió a la estimación de modelos E-GARCH, T-GARCH y RS-GARCH. El modelo que estima de mejor forma el comportamiento del mercado accionario presenta la estructura RS(2)-GARCH(1,1):

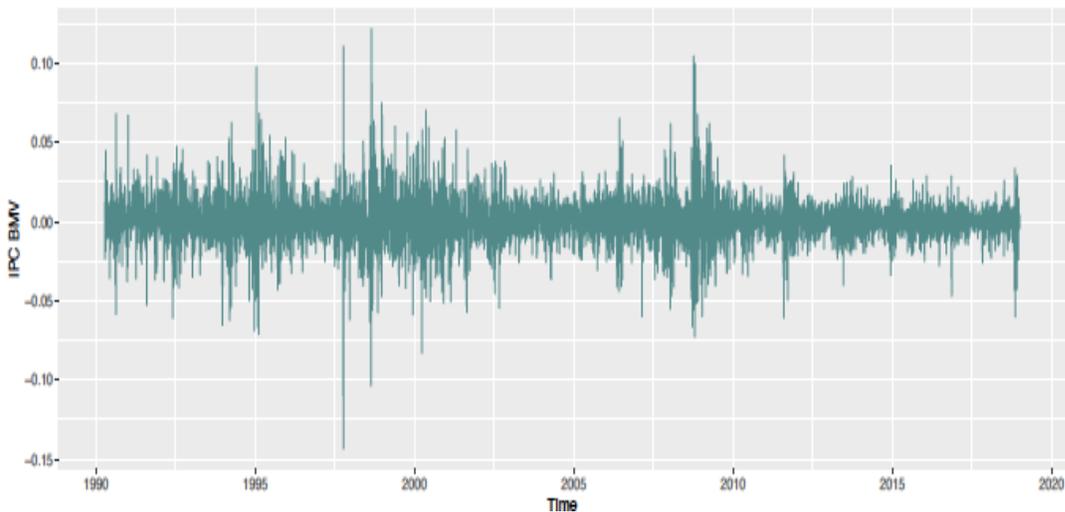
<sup>5</sup> De acuerdo con Kabacoff (2011), R-project es un lenguaje y un entorno para computación estadística que proporciona una solución de código abierto para el análisis de datos que cuenta con el respaldo de una gran y activa comunidad de investigación a nivel mundial. Entre sus principales características destacan: 1) Es una plataforma estadística integral para el análisis y exploración de datos que ofrece todo tipo de técnicas de análisis de datos; 2) Contiene rutinas estadísticas avanzadas que aún no están disponibles en otros softwares. Por su parte, Adler (2012), señala que este software de código abierto se puede instalar de forma gratuita y presenta las siguientes ventajas: 1) Capacidad. Se pueden encontrar implementaciones para miles de algoritmos estadísticos y de análisis de datos; 2) Comunidad. Existen cientos de miles de usuarios de R-project en todo el mundo; y 3) Rendimiento. El rendimiento de R-project es comparable o superior al de la mayoría de los paquetes comerciales de análisis estadístico.

<sup>6</sup> El código de programación del algoritmo presenta dos apartados. En ellos se desarrolla la calibración de los diferentes modelos (<https://github.com/WichoSalas/Codigos-Tesis/blob/master/Estimación%20de%20Modelos.R>) y la simulación de los modelos presentados (<https://github.com/WichoSalas/Codigos-Tesis/blob/master/Simulación%20-%20Modelos.R>)



Gráfica 1. S&P/BMV IPC

Fuente: Elaboración propia



Gráfica 2. Tasa de crecimiento S&P/BMV IPC

Fuente: Elaboración propia

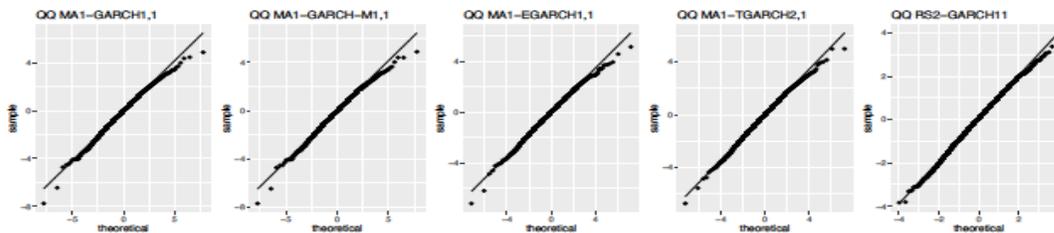
Santomil *et al.* (2011) menciona que los modelos GARCH consideran los datos atípicos como *outliers*; mismos que, desde el punto de vista de la gestión del riesgo tienen un significado crucial ya que determinan en gran medida las máximas pérdidas a las que está expuesta la compañía. Por lo tanto, se debe evaluar en qué medida los residuos superan la prueba de normalidad, especialmente en la cola izquierda de la distribución. Cabe señalar que debido a que los modelos estimados en este trabajo presentan innovaciones *t-student* y no innovaciones normales, se debe evaluar el ajuste con respecto a la primera.

En la gráfica 3 se muestran los cuantiles y su ajuste a la distribución teórica *t-student* para los modelos ARMA(0,1)-GARCH(1,1), ARMA(0,1)-GARCH-M(1,1), ARMA(0,1)-EGARCH(1,1), ARMA(0,1)-TGARCH(2,1) y RS(2)GARCH(1,1), respectivamente. Puede observarse que el modelo RS(2) GARCH(1,1) muestra el mejor ajuste, sobre todo en la cola izquierda de la distribución, lo cual implica que los valores extremos negativos se capturan adecuadamente bajo este modelo. De igual forma, en la gráfica 4, se presenta el histograma de los residuos estandarizados y su comparación con la función de densidad de la distribución teórica *t-student*. Nuevamente puede observarse un mejor ajuste del modelo RS(2)GARCH(1, 1) en comparación con el resto de los modelos.

**Tabla 2. Resultados de la estimación de modelos ARMA-GARCH**

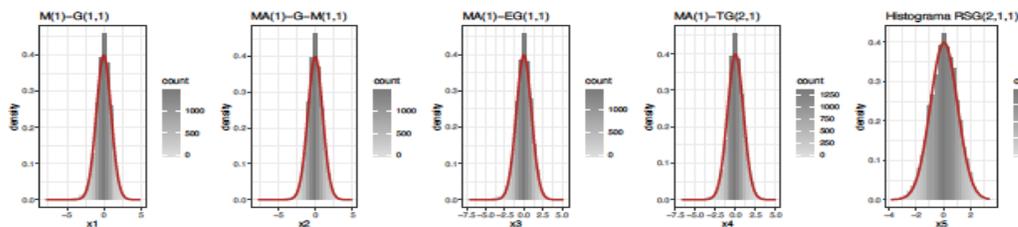
Modelo	Coefficientes	E. Estándar	t-value	p-value	AIC	BIC	HQC
ARMA(0, 1)GARCH(1, 1)	$\zeta = 0.000787$	0.000130	6.0629	0.00000	-5.9981	-5.9923	-5.9961
	(ecuación de la media) $\theta_1 = 0.114412$	0.012155	9.4130	0.00000			
(ecuación de la varianza)	$\alpha_0 = 0.000002$	0.000001	1.6001	0.10958			
	$\alpha_1 = 0.093778$	0.014706	6.3770	0.00000			
	$\beta_1 = 0.900707$	0.014859	60.6163	0.00000			
ARMA(0, 1)GARCH(1, 2)	$\zeta = 0.000778$	0.000130	5.9715	0.00000	-5.9983	-5.9916	-5.996
	(ecuación de la media) $\theta_1 = 0.115033$	0.012364	9.3037	0.00000			
(ecuación de la varianza)	$\alpha_0 = 0.000002$	0.000001	2.8516	0.00435			
	$\alpha_1 = 0.117620$	0.013453	8.7432	0.00000			
	$\beta_1 = 0.580156$	0.048716	11.9089	0.00000			
	$\beta_2 = 0.295421$	0.026007	11.3595	0.00000			
ARMA(0, 1)GARCH(2, 1)	$\zeta = 0.000786$	0.000130	6.05005	0.00000	-5.9978	-5.9911	-5.9955
	(ecuación de la media) $\theta_1 = 0.114347$	0.012214	9.36174	0.00000			
(ecuación de la varianza)	$\alpha_0 = 0.000002$	0.000001	2.40466	0.01618			
	$\alpha_1 = 0.093539$	0.015575	6.00560	0.00000			
	$\alpha_2 = 0.000000$	0.011550	0.00002	0.99998			
	$\beta_1 = 0.901054$	0.010845	83.0853	0.00000			
ARMA(0, 1)GARCH(2, 2)	$\zeta = 0.000779$	0.000130	5.9812	0.0000	-5.998	-5.9904	-5.9954
	(ecuación de la media) $\theta_1 = 0.114793$	0.012389	9.2660	0.0000			
(ecuación de la varianza)	$\alpha_0 = 0.000002$	0.000000	7.8659	0.0000			
	$\alpha_1 = 0.117424$	0.017796	6.5984	0.0000			
	$\alpha_2 = 0.000000$	0.012475	0.0000	1.0000			
	$\beta_1 = 0.581076$	0.018438	31.514	0.0000			
	$\beta_2 = 0.294835$	0.049249	5.9866	0.0000			

Fuente: elaboración propia.



**Gráfica 3. Gráfica de cuantiles (ajuste a la distribución *t-student*)**

Fuente: elaboración propia.



**Gráfica 4. Histogramas y la función de densidad de la distribución teórica.**

Fuente: elaboración propia.

Los modelos calibrados tienen la finalidad de capturar la volatilidad de la serie IPC, para que a partir de ello se pueda analizar el riesgo asumido por las compañías aseguradoras al momento de realizar inversiones en carteras de renta variable en el mercado accionario mexicano. En la tabla 3 se muestra el resultado de la estimación del VaR para los modelos seleccionados, además del VaR correspondiente al modelo con distribución normal por ser la hipótesis base con la que se trabaja en la fórmula general del SCR.

**Tabla 3. VaR de los mercados seleccionados para ambas distribuciones**

innovaciones <i>t</i>	NORMAL	MA(1)GARCH(1, 1)	MA(1)GARCH-M(1,1)	MA(1)EGARCH(1,1)	MA(1)TGARCH(2,1)	RS(2)GARCH(1, 1)
VaR(99.5%)	-0.02153869	-0.01992522	-0.01957371	-0.01961492	-0.02099736	-0.02403225
VaR(99.5%) anualizado	-34.12%	-31.57%	-31.08%	-31.91%	-32.66%	<b>-38.07%</b>
Kupiec (p-value)	0.69	0.22	0.337	0.164	0.897	0.163
Christoffersen (p-value)	0.423	0.35	0.63	0.343	0.919	0.8095
innovaciones gaussianas	NORMAL	MA(1)GARCH(1, 1)	MA(1)GARCH-M(1, 1)	MA(1)EGARCH(1, 1)	MA(1)TGARCH(2, 1)	RS(2)GARCH(1, 1)
VaR(99.5%)	-0.02153869	-0.01918209	-0.01893084	-0.01895381	-0.0205369	-0.02235902
VaR(99.5%) anualizado	-34.12%	-30.39%	-29.99%	-30.03%	-32.54%	<b>-35.42%</b>
Kupiec (p-value)	0.69	0.06	0.06	0.0602	0.164	0.00901
Christoffersen (p-value)	0.148	0.148	0.14801	0.343	0.919	0.004

Fuente: elaboración propia.

De la tabla anterior puede observarse que, con respecto a las cargas de capital, todos los modelos con innovaciones *t-student* superaron a sus símiles con innovaciones gaussianas. Por otro lado, la consistencia de los modelos es adecuada de acuerdo con los estadísticos de Kupiec y Christoffersen, con excepción al modelo RS(2)-GARCH(1,1) con innovaciones gaussianas. También, puede apreciarse que todos los modelos muestran cargas de capital menores en comparación con el modelo RS(2)-GARCH(1, 1) con innovaciones *t-student*, por lo tanto, este modelo podría utilizarse como un modelo interno confiable para la determinación del SCR por riesgo accionario; en primer lugar por la capacidad que tiene el modelo para replicar de manera muy certera la dinámica de la serie, y en segundo lugar, por la consistencia para el cálculo del VaR a un nivel de confianza (99.5 %) que es la equivalencia al modelo normal exigido por la CNSF.

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Se comprueba que el modelo RS(2)-GARCH(1, 1) con innovaciones *t-student*, replica eficientemente el comportamiento de la serie de tiempo, además, supera las pruebas de consistencia de Kupiec y Christoffersen, aunado a que asigna cargas de capital mayores en comparación con los modelos seleccionados y el modelo de distribución normal. Tomemos como ejemplo que, al cierre de diciembre de 2018, la clasificación de las 5 aseguradoras más importantes<sup>7</sup>, tuvo inversiones con las magnitudes presentadas en la tabla 4. Si suponemos que las carteras de inversión correspondientes a cada compañía tienen un comportamiento similar al IPC, debido a la diversificación de sus carteras; entonces, es evidente que en términos monetarios sí existe una diferencia considerable entre el modelo estándar y el modelo RS(2)-GARCH(1,1) con innovaciones *t-student*. En este sentido, este último modelo refleja de manera más realista la dinámica del mercado accionario mexicano.

Dado que entre los objetivos de Solvencia II se encuentra garantizar en todo momento la solvencia de las compañías, brindar estabilidad al sector y confianza a los consumidores, esa diferencia porcentual del modelo RS-GARCH con respecto al modelo Normal, representa de manera estricta una correcta medición del riesgo, y en el mismo sentido, esa diferencia podría traducirse en la solvencia o insolvencia de una compañía aseguradora.

<sup>7</sup> Clasificación de acuerdo al sitio el asegurador: <https://www.elasegurador.com.mx/blog/crecen-ventas-del-sectorseguros-7-96-a-junio-las-5-grandes-captan-44-22-del-primaje-total/>

**Tabla 4. Cargas de capital de las inversiones en renta variable**

Compañía	Inversión en renta variable	VaR-Normal(99.5 %)	VaR(99.5 %)-RS(2)GARCH(1,1)
GNP	\$971,529,894	\$331,521,946	\$369,902,624
Metlife	\$1,243,076,285.29	\$424,183,622	\$473,291,848
AXA	\$1,243,740,839.16	\$424,410,393	\$473,544,872
BBVA Bancomer	\$54,836,724,281.34	\$18,712,319,284	\$20,878,666,011
Banorte	\$1,575,716	\$537,692.60	\$599,941.90

Fuente: elaboración propia.

## 6. CONCLUSIONES

La utilización de modelos más sencillos como el modelo estándar de CNSF o modelos no eficientes, como en este caso, los modelos GARCH con innovaciones gaussianas, podrían dar lugar a una subestimación del riesgo accionario. De esta manera, las compañías aseguradoras que opten por el modelo estándar o asuman hipótesis de normalidad en los rendimientos de las carteras invertidas en instrumentos de la BMV, podrían estar subestimando el riesgo accionario asumido, sobre todo, en periodos de alta volatilidad. Este trabajo presenta una alternativa que podría utilizarse para la identificación de un modelo interno que refleje de manera eficiente el riesgo accionario asumido.

**RECEIVED: JUNE, 2020.**  
**REVISED: DECEMBER, 2020**

## REFERENCIAS

- [1] ADLER J. (2009): **R in a Nutshell. A Desktop Quick Reference**. O'Reilly, Sebastopol.
- [2] BERNDT, E., B. HALL, R. HALL, y J. HAUSMAN (1974): Estimation and inference in nonlinear structural models, **Annals of Economic and Social Measurement**, 3, 653 - 665.
- [3] BOLLERSLEV, T. (1986): Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, **Journal of Econometrics** 31, 307-27.
- [4] BOX, G.E.P. y JENKINS, G. M. (1976): **Time Series Analysis. Forecasting and control**, Holden Day, San Francisco.
- [5] BROOKS, C. (2019): **Introductory econometrics for finance**. Cambridge University Press, Cambridge.
- [6] DE SOTO, J.H. (2008): El error fatal de Solvencia II. **Partida Doble** 199, 92-97.
- [7] DOFF, R. A. (2008): Critical analysis of the Solvency II proposals. **The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice**, 33, 193-206.
- [8] ELING, M., SCHMEISER, H., y SCHMIT, J.T. (2007): The Solvency II process: Overview and critical analysis. **Risk management and insurance review** 10, 69-85.
- [9] ENGLE, R.F. (1982): Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, **Econometrica**, 50, 987-1007
- [10] ENGLE, R.F., LILIEN, D.M., y ROBINS, R.P. (1987): Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. **Econometrica**, 55, 391-407.
- [11] ENGLE, R. F. y NG, V. K. (1993): Measuring and testing the impact of news on volatility, **Journal of Finance** 48, 749-1778.
- [12] EUROPEAN COMMISSION, (2010): QIS5 technical specifications. Disponible en: [https://ec.europa.eu/internal\\_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical\\_specifications\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_en.pdf)
- [13] GATZERT, N. y WESKER, H. (2012): A comparative assessment of Basel II/III and Solvency II. **The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice** 37, 539-570.
- [14] GREENE, W.H. (2018): **Econometric Analysis**. Pearson Education, India.
- [15] HAMILTON, J.D. y SUSMEL, R. (1994): Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. **Journal of Econometrics** 64, 307-333.
- [16] HERRERA, F.L. (2004): Modelado de la volatilidad y pronóstico del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. **Contaduría y Administración**, 213, 43-72.
- [17] HYNDMAN, R. J., y Y. KHANDAKAR (2008): Automatic time series forecasting: the forecast package

- for **r**. **Journal of Statistical Software**, 27, 1-22.
- [18] KABACOFF, R. (2015): **R in action: Data analysis and graphics with R**. Disponible en: <https://www.manning.com/books/r-in-action-second-edition>
- [19] KLEIN, R.W., PHILLIPS, R.D., y SHIU, W. (2002): The capital structure of firms subject to Price regulation: evidence from the insurance industry. **Journal of Financial Services Research**, 21, 79–100.
- [20] MEJÍA, S.H. (2011): Capacidad predictiva de los modelos ARCH: una aplicación para los rendimientos del índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. **Economía** 6, 3–19.
- [21] NELSON, D. B. (1991): Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. **Econometrica**, 59, 347–370.
- [22] REYES G. N. J., VENEGAS M. F., y CRUZ A. S. (2018): Un análisis comparativo entre GARCH-M, EGARCH y PJ-RS-EV para modelar la volatilidad de Índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. **Panorama Económico**, 14, 34.
- [23] ROMERA, S. (2011): Solvencia II, una oportunidad única que conviene aprovechar. **Economía y Finanzas** 14–21.
- [24] OSSUM, A.V. (2005): Regulation and insurance economics. **The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice** 30, 43–46.
- [25] SALADO, A.I.A., HUERTA, H.V., GUZMÁN, M.E.R., LAZALDE, J.R.V., y SALADO, C.A.A. (2013): Estimación del valor en riesgo en la Bolsa Mexicana de Valores usando modelos de heterocedasticidad condicional y teoría de valores extremos. **Economía Mexicana. Nueva Época**, 22, 177–205.
- [26] SANTOMIL, P.D., GONZÁLEZ, L.A.O., LÓPEZ, S.F., y BÚA, M.V. (2011): Análisis del riesgo de renta variable en el marco de solvencia II: modelos internos frente al modelo estándar. **Cuadernos de Economía y Dirección de la Empresa**, 14, 91–101.
- [27] SWISSRE (2015): La regulación de la solvencia del seguro en Latinoamérica: modernización a diferentes velocidades. Disponible en: [https://www.swissre.com/dam/jcr:48e3b7bd-db42-47df-8e11-ab96a9c98511/Insurance\\_solvency\\_regulation\\_in\\_Latin\\_America\\_es.pdf](https://www.swissre.com/dam/jcr:48e3b7bd-db42-47df-8e11-ab96a9c98511/Insurance_solvency_regulation_in_Latin_America_es.pdf)
- [28] S&P DOW JONES INDICES (2017): S&P/BMV Mexico Target Risk Index Series Metodología. Disponible en: <https://espanol.spindices.com/documents/methodologies/methodology-sp-bmv-mexico-target-risk-index-series-spanish.pdf>
- [29] ZAKOŃAN, J., (1994): Threshold Heteroskedastic Models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, , 18, 931–944.