



Universidad Autónoma del Estado de México

Centro Universitario UAEM Valle de Chalco

**COMPUERTA CUÁNTICA CNOT EJECUTADA HACIA EL
PASADO**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

P R E S E N T A

ING. GISELLE NAYELI MORALES ROSALES

DIRECTOR

DR. MANUEL ÁVILA AOKI

CO-DIRECTOR

DR. JUVENAL RUEDA PAZ

TUTORA

DRA. MARÍA DE LOURDES LÓPEZ GARCÍA

VALLE DE CHALCO SOLIDARIDAD, MÉXICO SEPTIEMBRE 2022.



CUVCH

COMPUERTA CUÁNTICA CNOT EJECUTADA HACIA EL PASADO

RESUMEN

Recientemente se demostró que una de las aplicaciones de la computadora cuántica de IBM es invertir la flecha del tiempo (Lesovik et al., 2019), por lo tanto, se investigó si también era posible realizarlo con una computadora cuántica de diamante. Obteniendo como resultado que es posible compilar la compuerta CNOT hacia el pasado, por lo que la computadora cuántica de diamante invierte también la flecha del tiempo.

ABSTRACT

Recently, it has been demonstrated that one of the IBM quantum computer's applications is to reverse the arrow of time (Lesovik et al., 2019), therefore it was investigated if it was possible to achieve it with a diamond quantum computer. Getting as a result that it is possible to execute CNOT gate into the past, which means the diamond quantum computer also inverts the arrow of time.

ÍNDICE DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. ANTECEDENTES	1
1.2. ESTADO DEL ARTE	3
1.3. JUSTIFICACIÓN	4
1.4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
1.5. OBJETIVOS	5
1.6. DELIMITACIÓN	6
1.7. HIPÓTESIS	6
1.8. FUNDAMENTACIÓN INICIAL	6
2. MARCO TEÓRICO	8
2.1. COMPUTACIÓN CUÁNTICA	8
2.2. COMPUERTAS CUÁNTICAS	13
2.2.1. COMPUERTA CUÁNTICA CNOT	15
2.3. ENTRELAZAMIENTO CUÁNTICO	18
2.4. FLECHA DEL TIEMPO	21
2.5. INVERSIÓN TEMPORAL	22
2.6. HAMILTONIANO	23
2.7. ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER	26
3. METODOLOGÍA	27
4. RESULTADOS EXPERIMENTALES	28
5. CONCLUSIONES	41

6. TRABAJOS A FUTURO	42
GLOSARIO	43
ANEXOS	46
A. SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER	47
B. OPERADOR DE INVERSIÓN TEMPORAL APLICADO A LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER	50
C. SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER APLICANDO EL OPERADOR DE INVERSIÓN TEMPORAL	52
D. PARTICIPACIÓN EN EVENTOS	55
BIBLIOGRAFÍA	63

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Tabla de verdad de la compuerta cuántica CNOT.	18
2.2. Reversibilidad de la compuerta cuántica CNOT.	18

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Representación del <i>spin</i>	10
2.2. Representación vectorial de un <i>qubit</i>	11
2.3. Representación del estado de un <i>qubit</i> en la esfera de Bloch.	12
2.4. Circuito de la compuerta cuántica CNOT.	15
2.5. Entrelazamiento cuántico.	20
4.1. Conservación de la probabilidad hacia el futuro.	31
4.2. Estado 0 de la compuerta CNOT hacia el futuro.	31
4.3. Estado 1 de la compuerta CNOT hacia el futuro.	32
4.4. Estado 2 de la compuerta CNOT hacia el futuro.	32
4.5. Estado 3 de la compuerta CNOT hacia el futuro.	33
4.6. Conservación de la probabilidad hacia el pasado.	36
4.7. Estado 0 de la compuerta CNOT hacia el pasado.	36
4.8. Estado 1 de la compuerta CNOT hacia el pasado.	37
4.9. Estado 2 de la compuerta CNOT hacia el pasado.	37
4.10. Estado 3 de la compuerta CNOT hacia el pasado.	38
4.11. Conservación de la probabilidad hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).	38
4.12. Estado 0 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).	39
4.13. Estado 1 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).	39
4.14. Estado 2 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).	40

4.15. Estado 3 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).	40
D.1. Participación como ponente en el XX Coloquio de Investigación de la Maestría en Ciencias de la Computación y III Coloquio de Investigación en el Doctorado en Ciencias de la Computación.	55
D.2. Participación en el Taller en línea Herramientas para la publicación de textos científicos.	56
D.3. Participación como ponente en el XXII coloquio multisede de la MACS-CO.	57
D.4. Participación como ponente en el marco del Primer Congreso Politécnica UPAtlautla 2021.	58
D.5. Participación como ponente en el XXIII coloquio multisede de la MACS-CO.	59

TABLA DE NOMENCLATURA

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$	Segunda derivada de la dimensión x
$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial con relación a t
\hbar	Constante reducida de Planck o constante de Dirac
Ω	Frecuencia de Rabi
ψ	Función de onda
θ_1 y θ_2	Ángulos
φ_1 y φ_2	Fases arbitrarias
$C_0(t)$, $C_1(t)$, $C_2(t)$ y $C_3(t)$	Coefficientes
E_c o \hat{T}	Energía cinética
E_m	Energía mecánica
E_p o \hat{V}	Energía potencial
H	Hamiltoniano
h	Constante de Planck ($h = 6.626 \times 10^{-34}$)
I	Matriz identidad
i	Unidad imaginaria
J	Constante de acoplamiento
m	Masa de la partícula
q	Estado del sistema cuántico

S_1^-, S_1^+, S_2^- y S_2^+ Operadores de ascenso y descenso de *spin*

S_1^Z y S_2^Z Componentes z del *spin* del *qubit* 1 y *qubit* 2 (matriz de Pauli z)

T Operador de Racah

t Tiempo

T^* Operador de Wigner

U Matriz unitaria

U^* Matriz traspuesta conjugada

U_{CN} Matriz de la compuerta CNOT

w_1 y w_2 Frecuencias de Larmor

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. ANTECEDENTES

La computación cuántica comenzó a desarrollarse en la década de 1980 con Paul Benioff, Richard Feynman y David Deutsch, ya que Benioff en 1981 propone un modelo teórico de la máquina de Turing operando con algunos principios fundamentales de la mecánica cuántica (Benioff, 1982).

Por su parte, Feynman entre ese mismo año y 1982 sugiere el uso de fenómenos cuánticos para efectuar cálculos computacionales (Feynman et al., 1982; Bonillo, 2013) ya que mencionaba que estos cálculos se realizarían de forma más rápida en un ordenador cuántico que en uno clásico por lo que propone la posibilidad de construir una computadora cuántica.

En 1985 Deutsch describe el primer computador cuántico universal (Deutsch, 1985; Segura, 2017), capaz de simular cualquier otro (principio de Church-Turing ampliado). Asimismo, es autor de la descripción teórica del paralelismo cuántico (Juárez García, 2013), por medio de su algoritmo el cual es capaz de evaluar simultáneamente una función en varios valores. De esta manera surge la idea de que es posible la construcción de una computadora cuántica y por consiguiente de los algoritmos cuánticos.

Unos años más tarde en la década de 1990, la teoría empezó a implementarse, ya que algunos investigadores comenzaron a desarrollar las primeras máquinas con la capacidad de efectuar cálculos cuánticos, además, surgen las primeras aplicaciones y algoritmos. Por ejemplo, Charles Bennett en 1993 descubre el teletransporte cuántico (Bennett et al., 1993), por medio del entrelazamiento permite transferir el estado de un sistema cuántico a otro sistema remoto.

En el mismo año, Dan Simon muestra la ventaja que tiene un ordenador cuántico en comparación con un tradicional. Puesto que realizó una comparación del modelo cuántico con el modelo de probabilidad clásico (Simon, 1997) lo que contribuyó para el desarrollo de algoritmos cuánticos, como el algoritmo de Shor en 1994 para factorizar números enteros (Shor, 1999), permitiendo calcularlos a una velocidad mayor en comparación con cualquier otro computador tradicional.

Posteriormente en 1995 se elaboró la primera compuerta cuántica de dos *qubits* en la US Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (Vargas y Branch, 2009). Otro gran progreso fue el algoritmo de Lov Grover propuesto en 1996 para búsqueda de datos en un espacio desordenado (Grover, 2000).

Un año después en 1997 se comenzaron a llevar a cabo los cálculos y experimentos que habían sido descritos teóricamente. En 1998 se construyó el primer ordenador cuántico de 2-*qubits* en la Universidad de Berkeley, California (Martínez Mateo, 2008). Entre ese mismo año y 1999 investigadores de Los Álamos y del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) logran propagar el primer *qubit* mediante una solución de aminoácidos (Juárez García, 2013), logrando así obtener el paso inicial para estudiar la información que transporta un *qubit*. En ese mismo año se construye el primer ordenador cuántico de 3-*qubits* en los laboratorios de IBM-Almaden, este ordenador fue capaz de ejecutar por primera vez el algoritmo de búsqueda propuesto por Lov Grover.

1.2. ESTADO DEL ARTE

Desde los inicios de la computación cuántica hasta la actualidad han existido diversos descubrimientos y avances los cuales han sido claves para su desarrollo, surgiendo nuevos algoritmos, desarrollando nuevas computadoras y descubriendo nuevas aplicaciones, es de nuestro especial interés la descubierta en 2019.

En marzo del 2019 se publicó un artículo realizado por un equipo de científicos rusos del Instituto de Física y Tecnología de Moscú, donde demuestran que una de las aplicaciones de la computadora cuántica de IBM es invertir la flecha del tiempo (Lesovik et al., 2019).

El término flecha del tiempo, fue creado en 1928 por Arthur Eddington (Eddington, 1938; Barceló Garcia, 2007). Básicamente este término hace referencia a que el tiempo fluye en una sola dirección, del pasado al futuro, por lo que se asocia con el segundo principio de la termodinámica.

Este segundo principio fue inicialmente formulado por Nicolas Léonard Sadi Carnot (Carnot, 1824), quien concluye que el calor solo puede fluir de un cuerpo caliente a un cuerpo frío, pero no inversamente.

Mas adelante este concepto fue generalizado por Rudolf Emanuel Clausius y William Thomson por medio de una ecuación, en la cual introducen la entropía como una función de estado (Landau y Lifschitz, 1988).

Aunque Clausius intenta relacionar este principio con la evolución del universo como un todo, fue Ludwig Boltzmann quien relaciona la dirección del tiempo con la dirección de la evolución de los procesos de acuerdo con este principio (Terletskii, 1971; Landau y Lifschitz, 1988). Obteniendo así las leyes de la termodinámica en base a principios estadísticos para predecir y describir el movimiento de las partículas de

sistemas. Por lo que el segundo principio de la termodinámica obtiene un carácter probabilístico, por medio de la variación temporal de la función H de Boltzmann (Tapia, 2006). Por lo tanto, para todo sistema cerrado es más probable que la entropía aumente y menos probable que disminuya.

La teoría de Boltzmann establece la irreversibilidad en el micromundo y al mismo tiempo, establece que el movimiento de cada molécula se rige por las leyes de la mecánica newtoniana las cuales son invariantes con respecto al tiempo (Tapia, 2006). Es decir, si se cambia la dirección del tiempo de t a $-t$, las ecuaciones de movimiento no cambian, por lo que se obtienen dos soluciones validas $r(t)$ y $r(-t)$. Esto significa que, todo proceso físico elemental se puede realizar de igual forma en la dirección del pasado al futuro o del futuro al pasado, por lo tanto, los procesos físicos deberán ser reversibles.

1.3. JUSTIFICACIÓN

Las compuertas cuánticas son la base fundamental de toda computadora cuántica. Una de las aplicaciones más importantes de los últimos tiempos de la computadora cuántica es invertir la flecha del tiempo. Por tal razón es importante investigar si las compuertas en una computadora cuántica se pueden ejecutar hacia el pasado, si así fuera, entonces los resultados del presente trabajo serian el punto de partida para la compilación computacional de los algoritmos cuánticos hacia el pasado.

Lo anterior es debido a que la compilación de algoritmos está basada en la ejecución de operaciones primitivas (compuertas cuánticas). Una vez que se logre compilar hacia el pasado los algoritmos cuánticos entonces vendrán las aplicaciones a fenómenos más complejos como viajar hacia el pasado, así como revertir en el tiempo complejos procesos físicos y químicos.

Además, cabe mencionar que una consecuencia importante es que la leyes de la

física cuántica permitirían revertir la muerte de un ser vivo hacia el pasado. Es decir, desde el punto de vista de la física cuántica hay probabilidades de que este muerto y probabilidades de que este vivo al mismo tiempo.

1.4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La humanidad siempre ha tenido el interés de viajar al pasado, ahora con la computación cuántica pareciera que esto es posible, sin embargo, esta nueva aplicación es relativamente nueva por lo que no hay muchos avances al respecto. Se ha demostrado que es posible en la computadora cuántica de IBM (Lesovik et al., 2019), sin embargo, es importante investigar si esto también se puede realizar en otras computadoras, por ejemplo, en la computadora cuántica de diamante. Al igual que las computadoras clásicas, las cuánticas trabajan en base a compuertas, pero estas son compuertas cuánticas, una de las principales es la compuerta CNOT, por lo cual surge la siguiente interrogante:

¿De qué manera es posible que la computadora cuántica de diamante ejecute la compuerta CNOT hacia el pasado y con ello mejore el desempeño de la computadora cuántica de IBM?

1.5. OBJETIVOS

General: Resolver la ecuación de Schrödinger numéricamente para dos *qubits* de forma tal que la compuerta CNOT se pueda ejecutar hacia el pasado.

Específicos:

1. Verificar que la ecuación de Schrödinger es invariante bajo inversión en el tiempo, demostrando que no cambia su estructura matemáticamente al aplicar el operador de inversión temporal.

2. Formular la ecuación de Schrödinger numéricamente para dos *qubits*.
3. Analizar las soluciones obtenidas para verificar que la ecuación de Schrödinger admite soluciones hacia el pasado.

1.6. DELIMITACIÓN

Una de las limitaciones es temporal debido a que la maestría tiene una duración de cuatro semestres por lo que el tiempo de investigación se reduce, debido a eso, en la presente investigación no se incluirán los efectos de ruido provenientes de los alrededores del sistema de dos *qubits* ya que esto extendería el tiempo de la duración de la tesis a más de dos años. Otra de las limitantes es de equipo ya que no se cuenta con un laboratorio para experimentar, por lo que todo se realizará de manera teórica, realizando los cálculos pertinentes y analizando los resultados; por lo que se trabajará matemáticamente. Por último, se trabajará solo con dos *qubits* ya que es la cantidad con los que actúa la compuerta CNOT, y será esta compuerta porque es reversible y por qué es una de las más significativas debido a que es un componente esencial en la construcción de una computadora cuántica. Sin embargo, también se podría utilizar la compuerta Toffoli la cual actúa con tres *qubits*, pero esto será un trabajo a futuro.

1.7. HIPÓTESIS

Si se resuelve la ecuación de Schrödinger numéricamente, entonces la compuerta CNOT se podrá ejecutar hacia el pasado.

1.8. FUNDAMENTACIÓN INICIAL

Las computadoras cuánticas son un paradigma relativamente nuevo, y en los últimos tiempos se le ha dado más relevancia en el campo científico, ya que ofrece ventajas

cruciales sobre la computación clásica, debido al incremento y potencial de análisis que puede tener.

Por lo que hay mucha investigación, dinero invertido y aplicaciones bastas en este paradigma computacional. Uno de los temas o ideas que surge en particular, es invertir la flecha del tiempo o poder viajar hacia el pasado, al menos teóricamente.

Se ha probado que esto es posible en la computadora cuántica de IBM (Lesovik et al., 2019), sin embargo, es importante determinar la viabilidad de que en una computadora cuántica de diamante también se pueda invertir la flecha del tiempo.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los conceptos necesarios para abordar el presente trabajo de investigación. Se comienza introduciendo conceptos básicos de la computación cuántica, después se expone la compuerta CNOT, se expresa la importancia del entrelazamiento cuántico, se aclara en que consiste la flecha del tiempo, se explica cómo aplicar el operador de inversión temporal, se describe el hamiltoniano y por último se denota la ecuación de Schrödinger.

2.1. COMPUTACIÓN CUÁNTICA

La computación cuántica es un paradigma de computación diferente al de la computación clásica (Bonillo, 2013). Se basa en el uso del bit cuántico o *qubit* (*quantum bit*), que es la unidad lógica mínima para el procesamiento cuántico de la información. Los *qubits* también tienen un estado como los bits, ejemplo de ello son los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$; a estos dos estados se les denomina, estados de base computacional.

La notación $|\psi\rangle$ es un estándar para los estados en mecánica cuántica, llamada “Notación de Dirac” o “Notación bra-ket”. El estado que se denota usando $\langle |$ se llama bra y el que usa $| \rangle$ se llama ket.

A diferencia del bit que solo puede asumir un único valor o estado, es decir, 0 o 1; el *qubit* puede estar en el estado $|0\rangle$, $|1\rangle$ o en ambos estados a la vez. Esto se explica de forma más comprensible con el famoso experimento propuesto en 1935, el gato de Schrödinger. El cual consiste en imaginar un gato en el interior de una caja que posee un dispositivo formado por un detector de electrones, un martillo y una botella que contiene veneno. El detector tiene un 50% de probabilidades de captar un electrón. Si el electrón toma la ruta A, el dispositivo se activará, el martillo romperá la botella y se escapará el veneno, con lo que el gato morirá. Por el contrario, si el electrón toma la ruta B, ningún electrón alcanzará al detector, el veneno seguirá en la botella y el gato vivirá. Si lo que sucede en el interior de la caja se intenta explicar aplicando las leyes de la mecánica cuántica, se llega a la conclusión de que el gato se describiría por una función de onda extremadamente compleja (Primera, 2004). Por lo tanto, el gato estaría vivo y muerto a la vez. Esto es posible por medio de combinaciones lineales de estados llamadas frecuentemente superposiciones, las cuales permiten mantener de manera simultánea múltiples estados en un bit cuántico. Por lo que el estado para un *qubit* se representa como

$$|\psi\rangle = a_0 |0\rangle + a_1 |1\rangle \quad (2.1)$$

donde a_0 y a_1 son números complejos.

Un *qubit* puede estar en un estado continuo entre $|0\rangle$ y $|1\rangle$ hasta que es medido. Dado que, al realizar la medición solo se encontrará en alguno de esos estados, con

$$\begin{aligned} |a_0|^2 & \text{ de probabilidad de encontrarlo en el estado } |0\rangle \\ |a_1|^2 & \text{ de probabilidad de encontrarlo en el estado } |1\rangle \end{aligned} \quad (2.2)$$

por lo que

$$|a_0|^2 + |a_1|^2 = 1 \quad (2.3)$$

puesto que las probabilidades deben de sumar 1.

Cabe mencionar que el *qubit* tiene un giro espacial, denominado *spin*. Dado que el *qubit* representa el estado en que se halla el eje de giro de un electrón (Oviedo,

2017). Esta partícula es de tipo fermión ya que tiene *spin* de $\frac{1}{2}$.

Como se visualiza en la Figura 2.1, si es un $\frac{1}{2}$ o *spin up* (inciso a) el *qubit* estará en estado $|0\rangle$. Y si es un $-\frac{1}{2}$ o *spin down* (inciso b) el estado del *qubit* será $|1\rangle$, lo cual se representa como

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Sin embargo, hay que recordar que el *qubit* puede estar en una combinación lineal de ambos estados (inciso c), por lo que el electrón puede girar en una alguna posición comprendida entre el estado $|0\rangle$ y el estado $|1\rangle$.

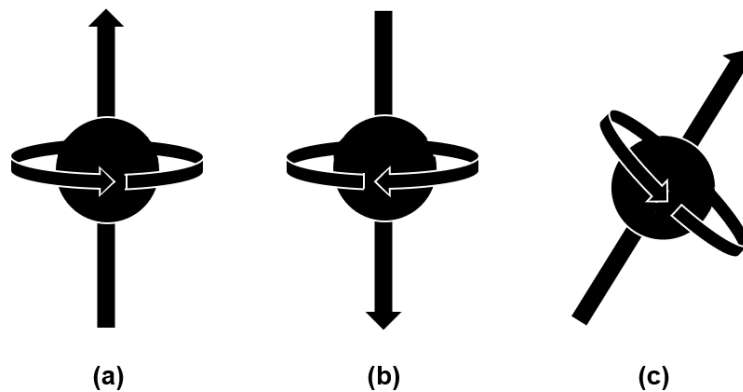


Figura 2.1: Representación del *spin*.

Fuente: Elaboración propia a partir de Oviedo (2017).

Para poder medir la posición del eje de rotación del electrón en todas las direcciones posibles, se hace uso de los números complejos. De este modo el *qubit*, es representado por medio de un vector complejo de dos elementos como se puede observar en la Figura 2.2.

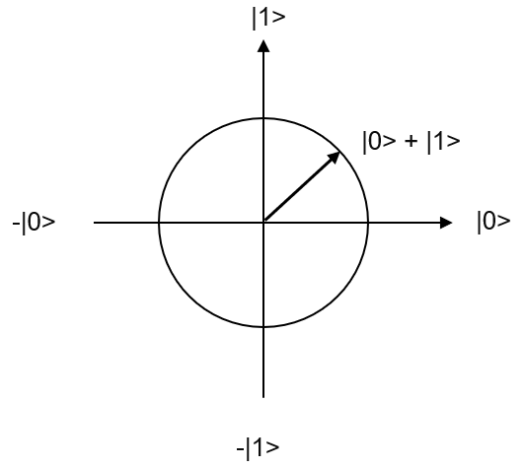


Figura 2.2: Representación vectorial de un *qubit*.

Fuente: Elaboración propia a partir de Oviedo (2017).

Asimismo, los *qubits* se pueden representar geoméricamente ya que como se mencionó a_0 y a_1 son números complejos, por lo que la ecuación 2.1 se puede reescribir de la siguiente manera

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right) \quad (2.5)$$

donde γ , θ y φ son números reales.

Sin embargo, $e^{i\gamma}$ no tiene efectos observables, es decir, no afecta la predicción de probabilidades, por lo que se puede omitir. Quedando la ecuación como

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \quad (2.6)$$

de esta forma, se escribe el estado más general de un *qubit*, el cual se puede representar gráficamente como un punto en la esfera tridimensional, llamada frecuentemente esfera de Bloch como se muestra en la Figura 2.3.

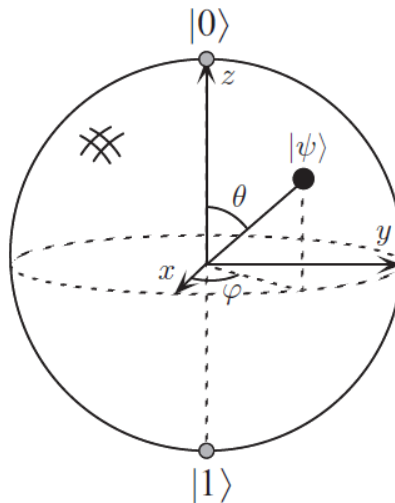


Figura 2.3: Representación del estado de un *qubit* en la esfera de Bloch.

Fuente: Nielsen y Chuang (2010).

Esta esfera provee una forma apropiada para visualizar el estado de un *qubit* únicamente. Puesto que no existe una simple generalización que sea conocida para múltiples *qubits* (Espinoza, 2014).

Hay que recordar que cuando un *qubit* es medido u observado, este colapsará de su superposición a uno de los dos estados de base computacional. Por el contrario, cuando no es medido está en evolución y se utiliza la ecuación de Schrödinger. Debido a que el *qubit* se desplaza por la superficie de la esfera mostrándose en distintos instantes.

La información que tiene un *qubit* es muy pequeña. Por lo cual, para poder representar grandes cantidades de información se emplean sistemas de *n-qubits*. De manera que representan 2^n estados a la vez.

Por ejemplo, para el sistema de *2-qubits*, se representan de forma simultánea los estados $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ y $|11\rangle$. Por lo que el estado de dos *qubits* es

$$|\psi\rangle = a_0 |00\rangle + a_1 |01\rangle + a_2 |10\rangle + a_3 |11\rangle \quad (2.7)$$

con

$$\begin{aligned}
 |a_0|^2 & \text{ de probabilidad de encontrarlo en el estado } |00\rangle \\
 |a_1|^2 & \text{ de probabilidad de encontrarlo en el estado } |01\rangle \\
 |a_2|^2 & \text{ de probabilidad de encontrarlo en el estado } |10\rangle \\
 |a_3|^2 & \text{ de probabilidad de encontrarlo en el estado } |11\rangle
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

de igual forma

$$|a_0|^2 + |a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = 1. \tag{2.9}$$

Para el sistema de 3-*qubits*, se representan de forma simultánea los estados $|000\rangle$, $|001\rangle$, $|010\rangle$, $|011\rangle$, $|100\rangle$, $|101\rangle$, $|110\rangle$ y $|111\rangle$. Por lo que el estado de tres *qubits* es:

$$|\psi\rangle = a_0 |000\rangle + a_1 |001\rangle + a_2 |010\rangle + a_3 |011\rangle + a_4 |100\rangle + a_5 |101\rangle + a_6 |110\rangle + a_7 |111\rangle \tag{2.10}$$

con

$$\begin{aligned}
 |a_b|^2 & \text{ de probabilidad de encontrar los } qubits \text{ en el estado} \\
 & |000\rangle, |001\rangle, |010\rangle, |011\rangle, |100\rangle, |101\rangle, |110\rangle \text{ o } |111\rangle
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

donde $b = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ o 7 .

Asimismo

$$\sum_{b=0}^7 |a_b|^2 = 1 \tag{2.12}$$

y así sucesivamente para cada sistema de n -*qubits*.

2.2. COMPUERTAS CUÁNTICAS

En el cómputo cuántico las operaciones son realizadas por compuertas llamadas compuertas lógicas cuánticas o simplemente compuertas cuánticas. Estas son análogas a las clásicas en el hecho de que reciben en este caso un conjunto de *qubits*

en un estado determinado, se efectúa una operación sobre ellos y se obtienen las salidas correspondientes. Por lo que una compuerta cuántica es una función que ejecuta un operador en una agrupación de *qubits* seleccionados en un determinado periodo de tiempo (Ramírez Olvera et al., 2020). Las compuertas cuánticas manipulan la información transformándola de una forma a otra.

Cada compuerta de *n-qubits* puede ser representada en forma circuital o por una matriz cuadrada de dimensión 2^n . Además, a cada compuerta le corresponde una tabla denominada Tabla de Verdad, la cual representa el comportamiento de la compuerta para cada combinación de valores.

Las compuertas cuánticas a diferencia de la mayoría de las clásicas son reversibles (Martín-Cuevas, 2018) por lo que a partir de la salida se puede reconstruir la entrada, con lo cual la información permanece invariante y la energía constante (Vivas et al., 2019). Una compuerta o un sistema de compuertas de este tipo es capaz de invertir el proceso de cómputo en él y recuperar las condiciones iniciales sin pérdida de energía.

De aquí el término de que se puede viajar al pasado, dado que se puede saber que había previamente, puesto que como las compuertas son reversibles es posible determinar de dónde viene el resultado obtenido, es decir, saber el estado anterior del sistema. Generalizando esta idea, si el resultado de un proceso cuántico es B entonces se podrá conocer cuál fue el estado inicial A. Esto tiene implicaciones profundas en la biología, en la física, en la astrofísica y en la gravitación.

Existen ciertos atributos los cuales se asocian con estos procesos, uno de ellos y el cual es de especial interés para la presente investigación es la asimetría de inversión temporal, con la cual es evidente la direccionalidad de la flecha del tiempo.

2.2.1. COMPUERTA CUÁNTICA CNOT

Una de las compuertas más significativas es la CNOT también llamada NOT controlada. Pues es un componente esencial en la construcción de una computadora cuántica (Vivas et al., 2019). Esta compuerta actúa sobre dos *qubits*, donde el primero de ellos es llamado *qubit* de control y el segundo se conoce como *qubit* objetivo. Si el *qubit* de control es 0, el *qubit* objetivo no sufre cambio, pero si el *qubit* de control es 1, entonces el *qubit* objetivo es negado.

Esta compuerta es el análogo cuántico de la compuerta clásica XOR (Hernández, sf), el comportamiento de esta es

$$|A\rangle |B\rangle \rightarrow |A\rangle |A \oplus B\rangle \quad (2.13)$$

La representación circuital de la CNOT se muestra en la Figura 2.4. La línea superior representa al *qubit* de control y la línea inferior el *qubit* objetivo.

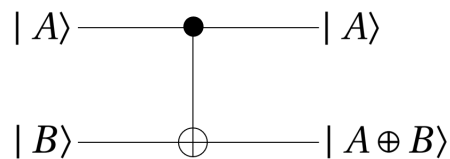


Figura 2.4: Circuito de la compuerta cuántica CNOT.

Su representación matricial es la siguiente

$$U_{CN} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Cabe mencionar que la matriz inversa de la compuerta CNOT es ella misma y se cumple la condición $U_{CN} \cdot U_{CN}^{-1} = I$, lo cual se puede verificar en la 2.15, por lo tanto, la compuerta CNOT es una matriz unitaria.

$$U_{CN} \cdot U_{CN}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Por otra parte, la convención utilizada para representar al $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ y $|11\rangle$ es

$$|00\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |01\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |10\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |11\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Así que la compuerta CNOT actúa de la siguiente forma

$$U_{CN} |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |00\rangle$$

$$U_{CN} |01\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |01\rangle$$

(2.17)

$$U_{CN} |10\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |11\rangle$$

$$U_{CN} |11\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |10\rangle$$

Por lo que el comportamiento de la compuerta se puede expresar como

$$U_{CN} |00\rangle = |00\rangle,$$

$$U_{CN} |01\rangle = |01\rangle,$$

$$U_{CN} |10\rangle = |11\rangle,$$

$$U_{CN} |11\rangle = |10\rangle.$$

(2.18)

Esta compuerta al actuar con dos *qubits* va a tener dos entradas y dos salidas, su tabla de verdad (2.1) se muestra a continuación

$ A\rangle$	$ B\rangle$	$ A'\rangle$	$ B'\rangle$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

Tabla 2.1: Tabla de verdad de la compuerta cuántica CNOT.

La compuerta CNOT es reversible, puesto que siempre se puede reproducir la entrada una vez conocida la salida, solo basta aplicar nuevamente la operación como se puede observar en la tabla 2.2.

$ A\rangle$	$ B\rangle$	$ A'\rangle$	$ B'\rangle$	$ A''\rangle$	$ B''\rangle$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1

Tabla 2.2: Reversibilidad de la compuerta cuántica CNOT.

Además, esta compuerta origina estados entrelazados.

2.3. ENTRELAZAMIENTO CUÁNTICO

El entrelazamiento o enredo cuántico (*entanglement* en inglés), es un fenómeno cuántico que aparece como resultado de las interacciones entre dos o más partículas, dado que al estar cerca terminan íntimamente conectadas entre sí. Es decir, su posición u otras propiedades permanecen profundamente conectadas a través del espacio, lo que permite que una partícula afecte inmediatamente el estado de

otra sin importar qué tan distantes estén, incluso si están a años luz de distancia y no existe algo de por medio entre ellas; es como si el espacio que las separara no existiere.

A lo cual Albert Einstein llamó “acción fantasmal a distancia” para explicar los resultados a través de señales que viajan entre estas partículas (Zeilinger, 2003). De hecho, este fenómeno parece estar en desacuerdo con su teoría de la relatividad, donde nada puede viajar más rápido que la velocidad de la luz, sin embargo, el entrelazamiento parece hacerlo. En realidad, este es un proceso desconocido hasta la fecha.

Como el estado de las partículas cuánticas se describe por medio de los *qubits*, el entrelazamiento cuántico origina que algún cambio en el estado de uno de ellos produzca un cambio inmediatamente en el otro. Este cambio es generalmente opuesto en algún sentido (Galvis Monroy et al., 2017). Según la teoría cuántica, incluso cuando el estado exacto de cada partícula aún no se determina por alguna medición, sus estados deben estar vinculados.

Por ejemplo, se puede tener un par de partículas entrelazadas de *spin* $\frac{1}{2}$, de tal manera que si alguna de ellas es medida y tiene *spin* $+\frac{1}{2}$, la otra debe tener *spin* $-\frac{1}{2}$ (Figura 2.5). Del mismo modo, se puede tener un par de fotones entrelazados, si uno de ellos tiene una polarización de 0° al momento de la medición, entonces el otro debe tener una polarización de 90° .

Para describir matemáticamente este fenómeno se realiza por medio del producto tensorial, es decir, si el estado del sistema cuántico formado por *n-qubits* representado por q , no puede ser expresado como el producto tensorial de los *qubits*, entonces estos están entrelazados

$$q \neq q_1 \otimes q_2 \otimes \dots \otimes q_n \quad (2.19)$$

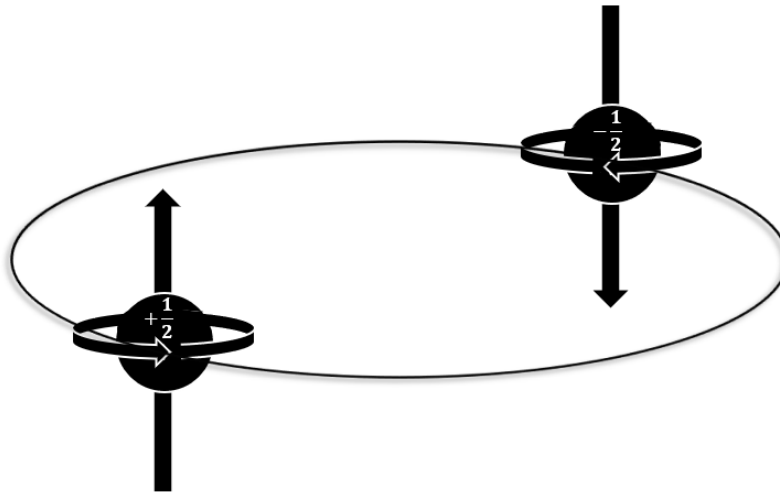


Figura 2.5: Entrelazamiento cuántico.

Fuente: Elaboración propia a partir de Oviedo (2017).

Por el contrario, si q puede ser expresado como el producto tensorial de los *qubits*, entonces estos no están entrelazados

$$q = q_1 \otimes q_2 \otimes \dots \otimes q_n \quad (2.20)$$

Este fenómeno es importante para la correcta compilación de un algoritmo, ya que esté prácticamente es una rotación de ceros y unos, por lo cual, los *qubits* deben estar íntimamente comunicados entre sí para saber cuándo cambiar o no dependiendo del algoritmo por lo que debe de haber sincronía entre ellos, ya que si no hay entrelazamiento cuántico no hay procesamiento de la información. Por esta razón, el entrelazamiento cuántico es la fusión de la coordinación entre los *qubits* participantes.

2.4. FLECHA DEL TIEMPO

A partir de su origen en el siglo XIX, el concepto de la flecha del tiempo ha sido tradicionalmente relacionado con la termodinámica (López, 2018), estableciéndose como uno de los enfoques con mayor divulgación sobre el tema, donde la segunda ley de la termodinámica y el concepto de entropía se han vuelto indispensables.

Esta segunda ley explica qué sucederá con mayor probabilidad en el universo. Pues establece que todo lo que sucede tiene una situación de mayor desorden, de mayor caos, que en física se denomina como “entropía” (Votio, 2015).

Esta magnitud mide el grado de desorden (espacial y térmico) de un sistema (Tapia, 2006). Sin embargo, este desorden no está producido por alguna fuerza, simplemente la probabilidad de que los sistemas tiendan al caos es mayor, esto es lo que hace que ocurra y es lo que experimentamos en la vida diaria.

La entropía es precisamente lo que diferencia el pasado del futuro y es lo que hace que siempre viajemos hacia adelante en el tiempo, ya que el tiempo fluye del orden al desorden. De modo que el tiempo transcurre solo si la entropía del mundo aumenta.

Por lo que clásicamente se ha relacionado la variación de entropía con la dirección del tiempo, lo que se conoce como la “flecha del tiempo” (Vlog, 2017). Básicamente significa, que el tiempo avanza solo en una dirección; hacia adelante, del pasado al futuro puesto que todo cambia continuamente.

Sin embargo, desde hace un tiempo, el problema de la flecha del tiempo fue relacionado directamente con el concepto de invariancia temporal. Exclusivamente con analizar las propiedades formales de las ecuaciones de una teoría física y evaluar cómo se comportan respecto a la operación de inversión temporal (López, 2016).

2.5. INVERSIÓN TEMPORAL

La inversión temporal consiste en modificar el sentido de la flecha del tiempo, cambia el futuro por el pasado, es decir, realiza la misma trayectoria, pero en orden temporal inverso.

Para lo cual, existen dos tipos de operadores (López, 2016):

1. El operador de inversión temporal T llamado operador de Racah, efectúa la inversión temporal de manera estándar, por lo cual realiza la transformación $t \rightarrow -t$ aplicado a estados cuánticos.
2. El operador de inversión temporal T^* llamado operador de Wigner. El cual realiza una operación combinada de inversión temporal simple y conjugación compleja $*$.

Aunque el operador de Wigner es usado generalmente en mecánica cuántica, se hará uso del operador de Racah, ya que este es el más apropiado porque conserva las propiedades formales usadas en otros contextos teóricos.

El operador de Racah como se describió líneas arriba, va a modificar en la ecuación dada cada una de las variables definidas en función de t , por lo que no solo va a revertir estas variables sino también el tiempo. Sin embargo, en algunas ramas de la física existen acuerdos sobre cómo realizar la aplicación del operador.

Si la ecuación es invariante respecto a este operador (T -invariante) entonces se obtendrán soluciones en ambos sentidos, por el contrario, si la ecuación es no invariante ante el operador (no T -invariante), las soluciones que se obtengan únicamente tendrán un sentido temporal.

Es importante mencionar, que esta operación afecta al *spin*, debido a que cambia de signo los momentos angulares. Puesto que la inversión temporal cambia el flujo de carga, es decir, el flujo de carga cambia de sentido (Villatoro, 2017).

2.6. HAMILTONIANO

En general, para cualquier estudio de la dinámica de un sistema cuántico es importante saber los valores de energía (Solano Reynoso, 2008), ya que la energía nos permite determinar cómo se comportará el sistema en cada instante de tiempo. Por lo que el operador asociado con la energía se denomina hamiltoniano.

El hamiltoniano o también llamado operador de Hamilton (H), representa la energía total del sistema que se describe, por lo que contiene toda la información dinámica referente a él. Se construye a partir de su energía mecánica, por esta razón cambia de un sistema a otro (Canal-Esteve, 2020). Por lo que

$$H = E_m \quad (2.21)$$

donde E_m es la energía mecánica.

La energía mecánica es la suma de la energía cinética y de la energía potencial, expresadas como \hat{T} y \hat{V} respectivamente. Por lo cual, se puede definir generalmente al hamiltoniano como la suma de la energía cinética y de la energía potencial de un sistema (ecuación 2.22), aunque en ocasiones pueden existir otras energías, en ese caso solo se añadirán a la suma

$$H = E_c + E_p = \hat{T} + \hat{V} \quad (2.22)$$

donde E_c es la energía cinética y E_p es la energía potencial.

La energía cinética es la energía con relación al movimiento y la energía potencial es la asociada a una fuerza. Por ejemplo, al tomar algún objeto, colocarlo en la mano y dejarlo caer, cae por la fuerza de gravedad y esa fuerza tiene asociada una energía, que es la energía gravitatoria. Entonces se puede decir que la energía potencial, es la energía que tiene un objeto debido a su posición o condición en relación con

otros objetos, cabe mencionar que no a todas las fuerzas se les puede asociar una energía potencial.

En mecánica cuántica estas energías se expresan de manera diferente, por lo que se realiza la transformación correspondiente utilizando un formalismo matemático exclusivo de esta rama de la física. Por ejemplo, el hamiltoniano para una partícula en una dimensión se expresa de la siguiente manera (Castañeta y Nogales, 2015)

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{V} \quad (2.23)$$

donde

\hbar = es la constante reducida de Planck ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$ o 1.0545×10^{-34})

m = Masa de la partícula

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ = Segunda derivada de la dimensión x

\hat{V} = Energía potencial

Como se puede observar en la ecuación 2.23, la energía potencial no está expresada ya que esta será de acuerdo con el sistema que se describa, al contrario de la energía cinética que es similar en todos los sistemas.

En computación cuántica, la información en particular que va a contener el hamiltoniano será, el cómo están interactuando los *qubits* para ejecutar alguna compuerta cuántica como la CNOT, la SWAP, la de Hadamard, entre otras. Por lo que se puede utilizar el hamiltoniano de la computadora cuántica de diamante, de acuerdo con Ramírez Olvera et al. (2020) el hamiltoniano para dos *qubits* se expresa de la siguiente manera

$$H = -\hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[\left(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+ \right) + \left(e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+ \right) \right] \quad (2.24)$$

donde

\hbar = constante reducida de Planck

w_1 y w_2 = frecuencias de Larmor

J = constante de acoplamiento

Ω = frecuencia de Rabi

t = tiempo

φ_1 y φ_2 = fases arbitrarias

$\theta_1 = w_1 t + \varphi_1$ = ángulo

$\theta_2 = w_2 t + \varphi_2$ = ángulo

S_1^Z y S_2^Z = componentes z del *spin* del *qubit* 1 y *qubit* 2 (matriz de Pauli z) que actúa de la siguiente forma

$$\begin{aligned} S^z |0\rangle &= |0\rangle, \\ S^z |1\rangle &= -|1\rangle. \end{aligned} \tag{2.25}$$

S_1^-, S_1^+, S_2^- y S_2^+ = operadores de ascenso y descenso de *spin* que actúan sobre los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ de la siguiente forma

$$\begin{aligned} S^+ |0\rangle &= 0, \quad S^+ |1\rangle = |0\rangle, \\ S^- |0\rangle &= |1\rangle, \quad S^- |1\rangle = 0. \end{aligned} \tag{2.26}$$

El hamiltoniano además de reflejar el estado dinámico de un sistema cuántico y determinar las energías del sistema, se usa juntamente con la ecuación de Schrödinger para definir la evolución temporal de los estados cuánticos de un sistema (Ivanov, 2020), es decir, la evolución temporal de la función de onda.

2.7. ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER

En términos cuánticos los operadores tradicionales no logran medir o explicar cómo es el comportamiento de un sistema cuántico (Ramírez, 2009), por lo cual se utiliza la ecuación de Schrödinger, esta puede ser independiente del tiempo (estados estacionarios) o dependiente del tiempo.

En este trabajo es de especial interés la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo ya que explica por medio de la función de onda, la forma en que una partícula cambia respecto al tiempo, es decir, detalla su evolución temporal. Por lo que esta ecuación de acuerdo con Guerrero Chanduví (2015) se describe como

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle \quad (2.27)$$

donde

i = unidad imaginaria

\hbar = constante reducida de Planck

t = tiempo

$\frac{\partial}{\partial t}$ = derivada parcial con relación a t

H = hamiltoniano

ψ = función de onda

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

Para lograr los objetivos de la presente tesis, se realizó una investigación documental donde se hizo acopio de información bibliográfica exhaustiva sobre los antecedentes y conceptos fundamentales del cómputo cuántico, estado del arte respecto a la inversión de la flecha del tiempo en este paradigma de computación junto con los conceptos relacionados con dicho término, y sobre temas específicos para ayudar a comprender la investigación, consultando para ello artículos especializados principalmente.

Después se realizó una investigación analítica-matemática para establecer la ecuación de Schrödinger para la computadora cuántica de diamante, verificar si esta es invariante respecto al tiempo, formular la ecuación de Schrödinger para dos *qubits* y resolverla numéricamente.

Posteriormente, se realizó una investigación aplicada, en la cual se llevaron a cabo ensayos programados para simular la compuerta cuántica CNOT en el software Maple a partir de la solución numérica obtenida.

Por último, se realizó una investigación inferencial buscando una conclusión a partir de los datos que arrojó la simulación.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS EXPERIMENTALES

La presente arquitectura de *hardware* cuántico está regida por la ecuación de Schrödinger asociado a los dos *qubits* de trabajo.

La ecuación de Schrödinger (2.27) con el hamiltoniano de la computadora cuántica de diamante (2.24) es

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \left\{ -\hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} |\psi(t)\rangle \quad (4.1)$$

donde

i = unidad imaginaria

\hbar = constante reducida de Planck

t = tiempo

$\frac{\partial}{\partial t}$ = derivada parcial con relación a t

ψ = función de onda

w_1 y w_2 = frecuencias de Larmor

S_1^Z y S_2^Z = componentes z del *spin* del *qubit* 1 y *qubit* 2

J = constante de acoplamiento

Ω = frecuencia de Rabi

$\theta_i = w_i t + \varphi_i$ ($i = 1, 2$) = ángulo

φ_i ($i = 1, 2$) = fase arbitraria

S_1^-, S_1^+, S_2^- y S_2^+ = operadores de ascenso y descenso de *spin*.

Si se considera la función de onda como una combinación lineal de posibles soluciones para dos *qubits*, esta se representa de la siguiente manera

$$|\psi\rangle = C_0(t) |00\rangle + C_1(t) |01\rangle + C_2(t) |10\rangle + C_3(t) |11\rangle \quad (4.2)$$

donde

$$|C_0(t)|^2 + |C_1(t)|^2 + |C_2(t)|^2 + |C_3(t)|^2 = 1. \quad (4.3)$$

Por lo que la solución a la ecuación 4.1 en términos de 4.2, da como resultado un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden (los cálculos matemáticos correspondientes se encuentran en el anexo A). De modo que la ecuación de Schrödinger puede ser escrita en forma de componentes

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_0(t)}{\partial t} &= \frac{[-\hbar(w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_0(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}\right) C_1(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}\right) C_2(t)}{i\hbar} \\ \frac{\partial C_1(t)}{\partial t} &= \frac{\left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}\right) C_0(t) + [-\hbar(w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_1(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}\right) C_3(t)}{i\hbar} \\ \frac{\partial C_2(t)}{\partial t} &= \frac{\left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}\right) C_0(t) + [-\hbar(-w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_2(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}\right) C_3(t)}{i\hbar} \\ \frac{\partial C_3(t)}{\partial t} &= \frac{\left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}\right) C_1(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}\right) C_2(t) + [-\hbar(-w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_3(t)}{i\hbar} \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde

t = tiempo

$\frac{\partial}{\partial t}$ = derivada parcial con relación a t

$C_0(t)$, $C_1(t)$, $C_2(t)$ y $C_3(t)$ = coeficientes como función del tiempo

\hbar = constante reducida de Planck

w_1 y w_2 = frecuencias de Larmor

J = constante de acoplamiento

Ω = frecuencia de Rabi

i = unidad imaginaria

$\theta_i = w_i t + \varphi_i$ ($i = 1, 2$) = ángulo

φ_i ($i = 1, 2$) = fase arbitraria.

Dadas las condiciones iniciales

$$\begin{aligned}
 C_0(t=0) &= 0, \\
 C_1(t=0) &= 0, \\
 C_2(t=0) &= 1, \\
 C_3(t=0) &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Para compilar la compuerta CNOT la computadora cuántica de diamante se rige por la ecuación 4.2, por lo que

$$\begin{aligned}
 |C_0(t=T)|^2 &= 0, \\
 |C_1(t=T)|^2 &= 0, \\
 |C_2(t=T)|^2 &= 0, \\
 |C_3(t=T)|^2 &= 1.
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones se utilizó el *software Maple*, donde se trabajó con un sistema de unidades donde: $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$, $\hbar = 1$, $\Omega = 0.01$, $w_1 = 0.2$, $w_2 = 0.0015$, $J = 0.0015$, $\theta_1 = w_1 t + \varphi_1$ y $\theta_2 = w_2 t + \varphi_2$.

Como se observa en la figura 4.1 la probabilidad total del estado general de la compuerta CNOT se conserva al evolucionar en el tiempo de acuerdo con la ecuación 4.3.

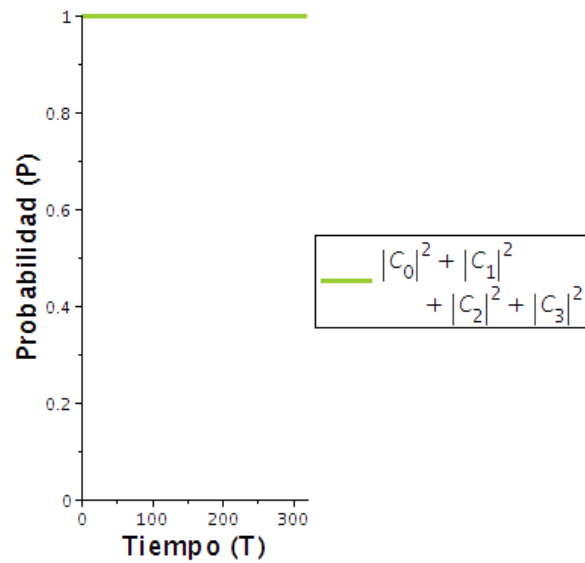


Figura 4.1: Conservación de la probabilidad hacia el futuro.

En la figura 4.2 se observa el comportamiento del estado C_0 , el cual debe de tener un estado inicial de 0 y al evolucionar en el tiempo este debe conservarse.

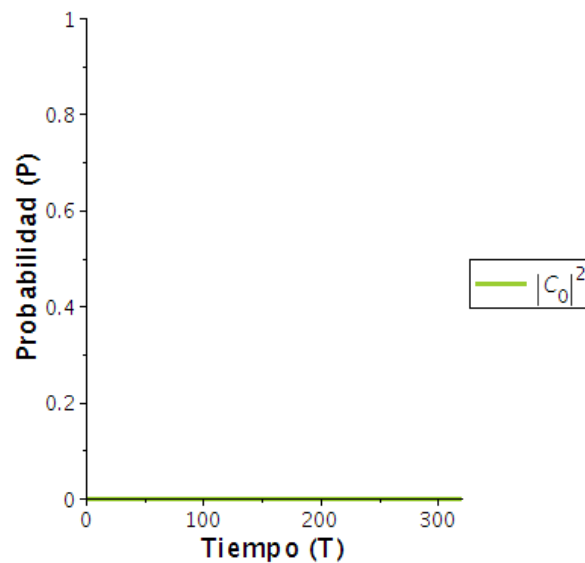


Figura 4.2: Estado 0 de la compuerta CNOT hacia el futuro.

En la figura 4.3 se observa el comportamiento del estado $C1$, el cual debe de tener un estado inicial de 0 y al evolucionar en el tiempo este debe conservarse.

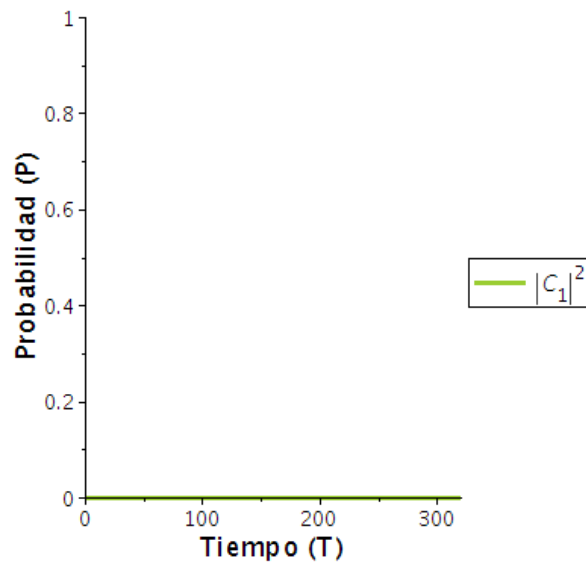


Figura 4.3: Estado 1 de la compuerta CNOT hacia el futuro.

En la figura 4.4 se observa el comportamiento del estado $C2$, el cual debe de tener un estado inicial de 1 y al evolucionar en el tiempo este debe decrecer a 0.

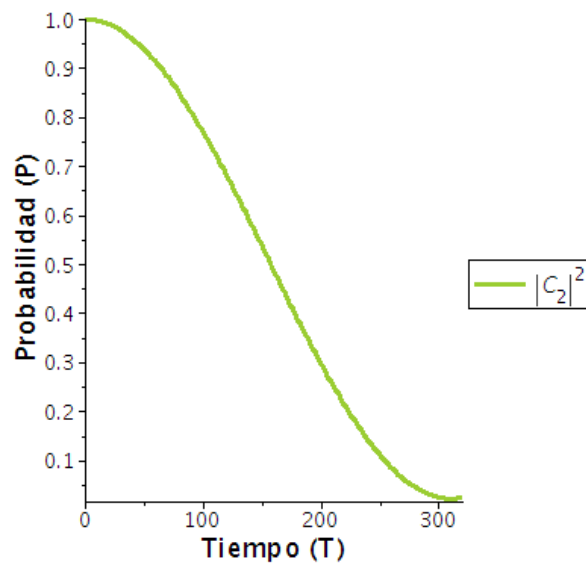


Figura 4.4: Estado 2 de la compuerta CNOT hacia el futuro.

En la figura 4.5 se observa el comportamiento del estado C_3 , el cual debe de tener un estado inicial de 0 y al evolucionar en el tiempo este debe crecer a 1.

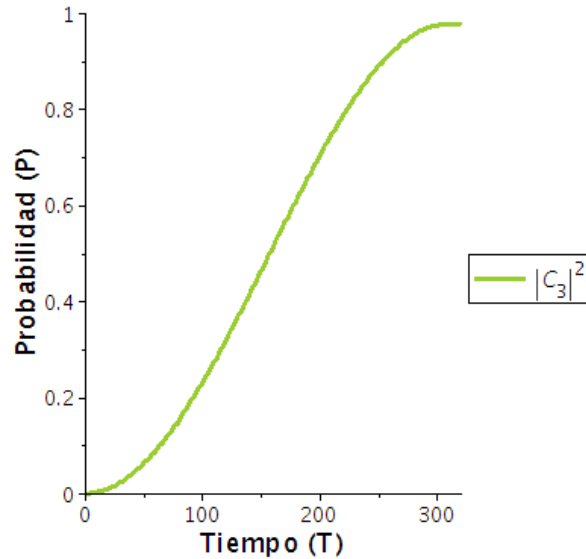


Figura 4.5: Estado 3 de la compuerta CNOT hacia el futuro.

Al aplicar el operador de inversión temporal, la ecuación de Schrödinger no cambia su estructura matemáticamente, por lo que es invariante bajo inversión temporal (anexo B), entonces todo lo que compile hacia el futuro, está lo compilara hacia el pasado, en particular la compilación de la compuerta CNOT.

De acuerdo con el anexo B, al aplicar el operador de inversión temporal en la ecuación de Schrödinger esta se convierte en

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(-t)\rangle = \left\{ \hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} |\psi(t)\rangle \quad (4.7)$$

donde

i = unidad imaginaria

\hbar = constante reducida de Planck

t = tiempo

$\frac{\partial}{\partial t}$ = derivada parcial con relación a t

ψ = función de onda

w_1 y w_2 = frecuencias de Larmor

S_1^Z y S_2^Z = componentes z del *spin* del *qubit* 1 y *qubit* 2

J = constante de acoplamiento

Ω = frecuencia de Rabi

S_1^-, S_1^+, S_2^- y S_2^+ = operadores de ascenso y descenso de *spin*

$\theta_i = w_i t + \varphi_i$ ($i = 1, 2$) = ángulo

φ_i ($i = 1, 2$) = fase arbitraria.

La solución de la ecuación 4.7 en términos de 4.2, da como resultado un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden (los cálculos matemáticos correspondientes se encuentran en el anexo C), por lo que la ecuación de Schrödinger escrita en forma de componentes aplicando el operador de inversión temporal queda como

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_0(-t)}{\partial t} &= \frac{[\hbar(w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_0(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}) C_1(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}) C_2(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_1(-t)}{\partial t} &= \frac{(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}) C_0(t) + [\hbar(w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_1(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}) C_3(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_2(-t)}{\partial t} &= \frac{(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}) C_0(t) + [\hbar(-w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_2(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}) C_3(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_3(-t)}{\partial t} &= \frac{(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}) C_1(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}) C_2(t) + [\hbar(-w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_3(t)}{i\hbar}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

donde

t = tiempo

$\frac{\partial}{\partial t}$ = derivada parcial con relación a t

$C_0(t)$, $C_1(t)$, $C_2(t)$ y $C_3(t)$ = coeficientes como función del tiempo

\hbar = constante reducida de Planck

w_1 y w_2 = frecuencias de Larmor

J = constante de acoplamiento

Ω = frecuencia de Rabi

i = unidad imaginaria

$\theta_i = w_i t + \varphi_i$ ($i = 1, 2$) = ángulo

φ_i ($i = 1, 2$) = fase arbitraria.

Las condiciones iniciales para compilar la compuerta CNOT hacia el pasado en una computadora cuántica de diamante son las mismas descritas en la ecuación 4.5. Por consiguiente, los valores finales deberán ser

$$\begin{aligned} |C_0(t = -T)|^2 &= 0, \\ |C_1(t = -T)|^2 &= 0, \\ |C_2(t = -T)|^2 &= 0, \\ |C_3(t = -T)|^2 &= 1. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Para el cual, también se encontró la solución mediante el uso del *software Maple*, donde se trabajó con un sistema de unidades donde: $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$, $\hbar = 1$, $\Omega = 0.01$, $w_1 = 0.2$, $w_2 = 0.0015$, $J = 0.0015$, $\theta_1 = w_1 t + \varphi_1$ y $\theta_2 = w_2 t + \varphi_2$.

Es importante aclarar que, al aplicar el operador de inversión temporal a la ecuación de Schrödinger, los resultados obtenidos se graficaron en tiempos negativos, sin embargo, los tiempos negativos no existen, es una manera matemática de invertir la flecha del tiempo.

Como se observa en la figura 4.6 la probabilidad total del estado general de la compuerta CNOT se conserva al evolucionar en el tiempo de acuerdo con la ecuación 4.3.

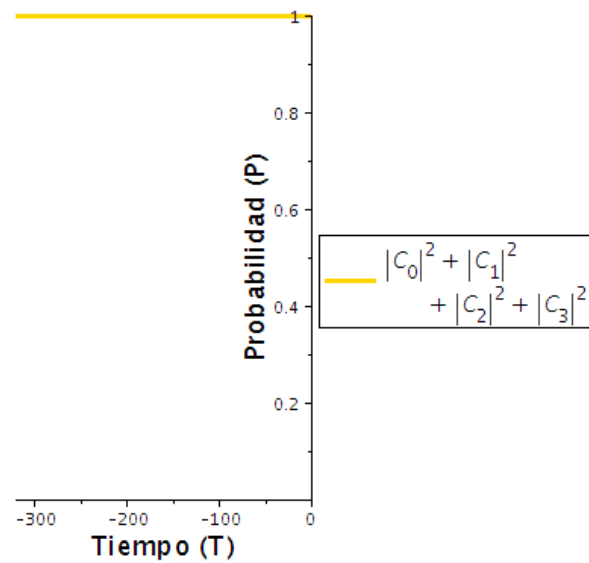


Figura 4.6: Conservación de la probabilidad hacia el pasado.

En la figura 4.7 se observa el comportamiento del estado C_0 , el cual debe de tener un estado inicial de 0 y al evolucionar en el tiempo este debe conservarse.

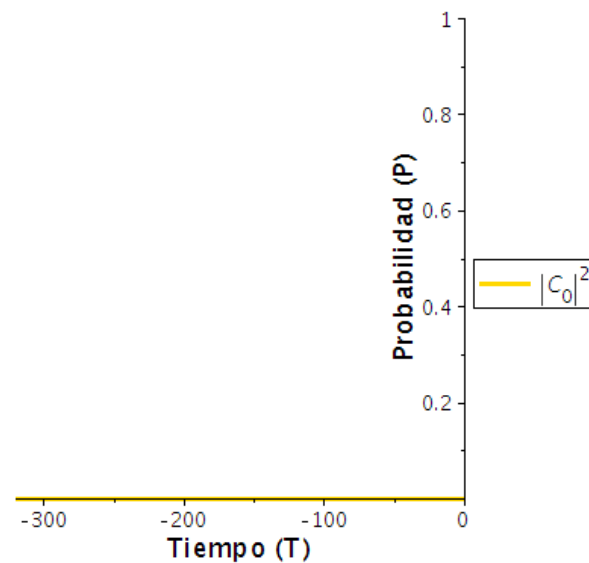


Figura 4.7: Estado 0 de la compuerta CNOT hacia el pasado.

En la figura 4.8 se observa el comportamiento del estado C_1 , el cual debe de tener un estado inicial de 0 y al evolucionar en el tiempo este debe conservarse.

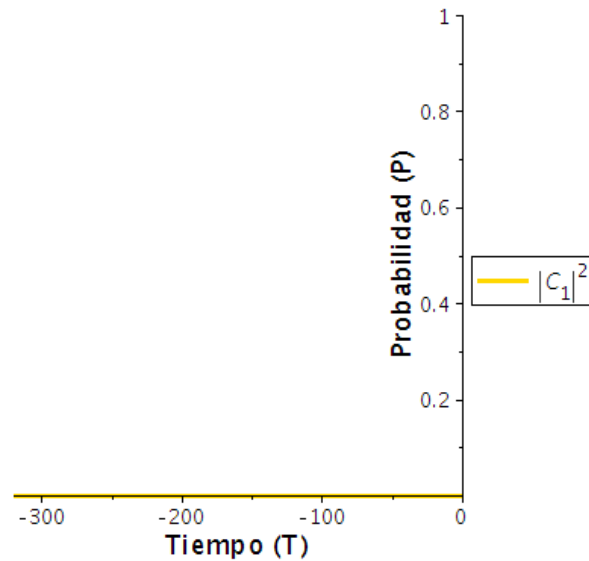


Figura 4.8: Estado 1 de la compuerta CNOT hacia el pasado.

En la figura 4.9 se observa el comportamiento del estado C_2 , el cual debe de tener un estado inicial de 1 y al evolucionar en el tiempo este debe decrecer a 0.

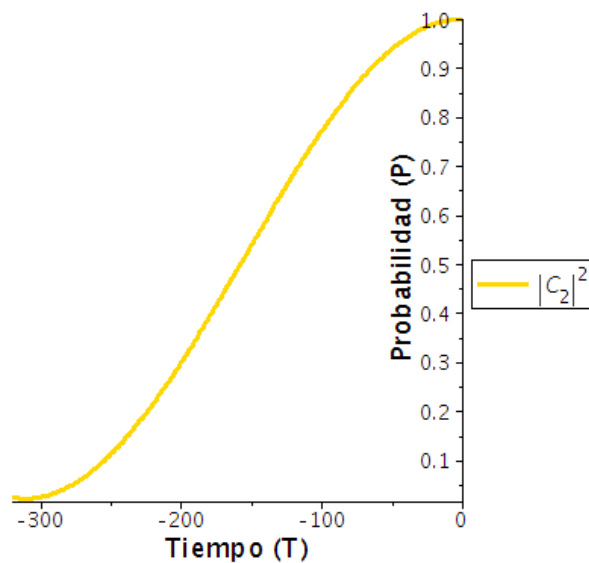


Figura 4.9: Estado 2 de la compuerta CNOT hacia el pasado.

En la figura 4.10 se observa el comportamiento del estado C_3 , el cual debe de tener un estado inicial de 0 y al evolucionar en el tiempo este debe crecer a 1.

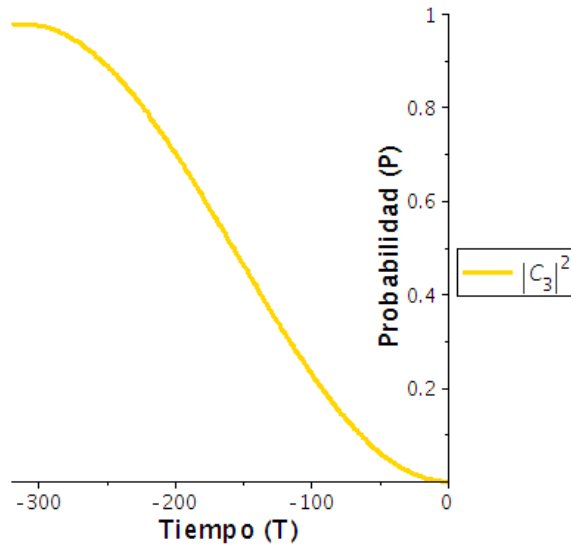


Figura 4.10: Estado 3 de la compuerta CNOT hacia el pasado.

Por motivos de comparación en las figuras 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 y 4.15, se pueden observar de forma gráfica el comportamiento para ambos sistemas de ecuaciones (4.4 y 4.8).

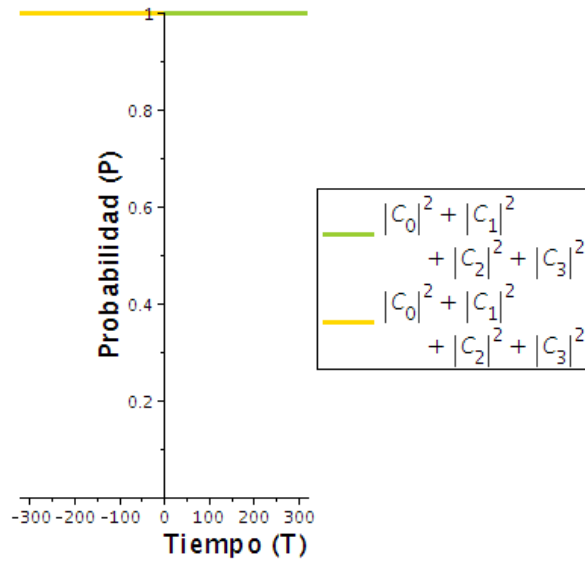


Figura 4.11: Conservación de la probabilidad hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).

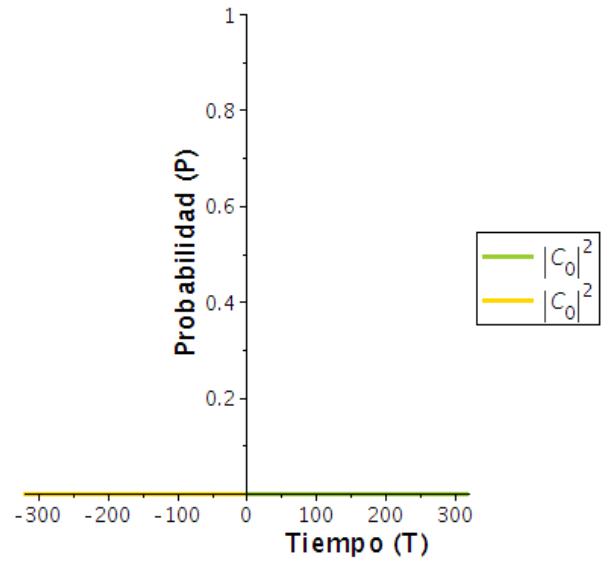


Figura 4.12: Estado 0 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).

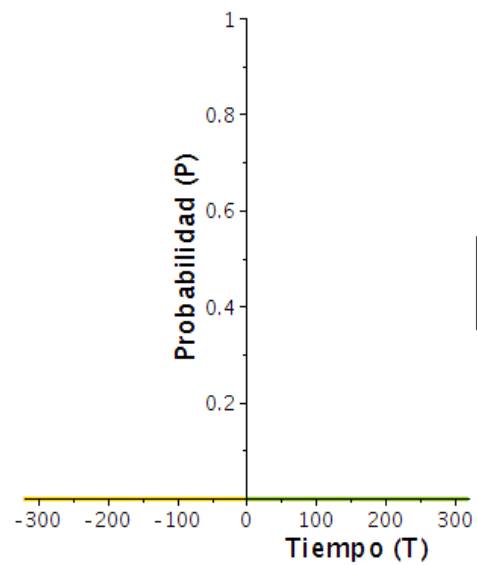


Figura 4.13: Estado 1 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).

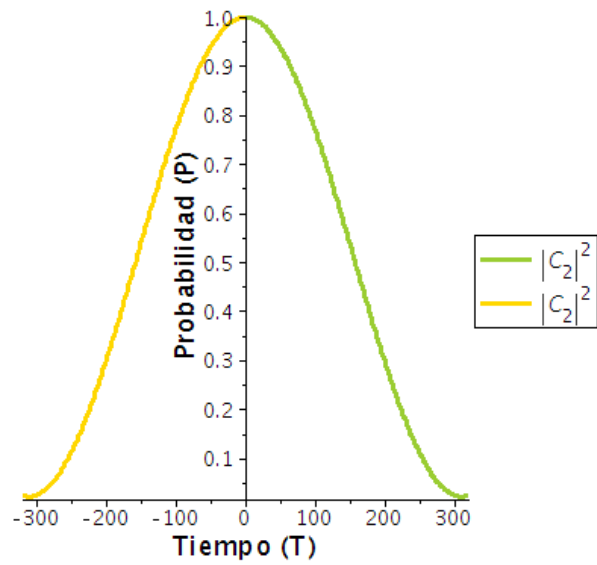


Figura 4.14: Estado 2 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).

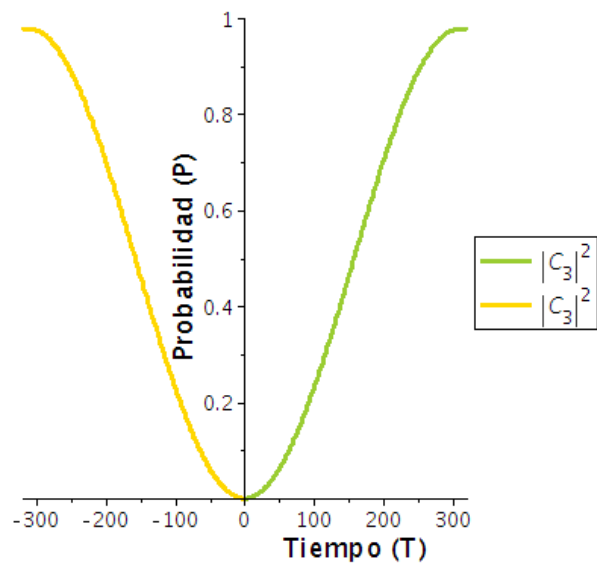


Figura 4.15: Estado 3 de la compuerta CNOT hacia el futuro ($t > 0$) y hacia el pasado ($t < 0$).

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

Del presente trabajo de investigación se concluye lo siguiente:

1. Invertir la flecha del tiempo es una aplicación de la computadora cuántica de IBM (Lesovik et al., 2019).
2. La ecuación de Schrödinger es invariante bajo inversión en el tiempo.
3. La ecuación de Schrödinger junto con la computadora cuántica de diamante ejecutan la compuerta CNOT acorde con la flecha del tiempo.
4. La computadora cuántica de diamante ejecuta la compuerta CNOT hacia el pasado.
5. La computadora cuántica de diamante invierte también la flecha del tiempo.

CAPÍTULO 6

TRABAJOS A FUTURO

Los sistemas cuánticos reales interactúan inevitablemente con sus entornos, lo que genera ruido cuántico en el sistema. Como resultado los sistemas cuánticos pueden perder su energía (disipación) y/o decoherencia (desfase), por lo tanto, es importante que a futuro se considere si esto también afecta en la ejecución de la compuerta CNOT hacia el pasado, es decir, si en presencia de ruido cuántico en el sistema de dos *qubits* se puede invertir también la flecha del tiempo. Este trabajo es más realista y dará pauta a los experimentales para completar sus búsquedas.

GLOSARIO

J Es un número, mide qué tan intenso es el acoplamiento. Si el valor de *J* es grande entonces la interacción entre vecinos es muy fuerte, por el contrario si el valor de *J* es pequeño, entonces la interacción es débil, por último si $J = 0$ entonces hay ausencia de interacción.

qubit de control Establece la manera en que actúa la compuerta de acuerdo con su estado.

qubit objetivo Su comportamiento es en función del estado del *qubit* de control.

spin Facultad que tienen las partículas elementales de girar en torno a su eje.

conjugación compleja El conjugado de un número complejo, consiste en cambiar el signo de su parte imaginaria.

constante reducida de Planck También llamada constante de Dirac. Es el cuanto del momento angular en mecánica cuántica, es decir, es la unidad natural del momento angular de un sistema cuantizado.

cuanto Es un paquete mínimo de energía, es decir, es la mínima cantidad de energía concentrada en una partícula.

dualidad onda-corpúsculo También llamada dualidad onda-partícula. Es un fenómeno cuántico.

electrón Partícula subatómica con carga negativa.

estados estacionarios Un sistema está en estado estacionario cuando las variables que definen su comportamiento con relación al tiempo se mantienen cons-

tantes, es decir, sus características no cambian con el tiempo.

fase arbitraria Constante que multiplica a un sector del Hamiltoniano. No afecta al estado de dos *qubits*, por lo tanto, su valor es arbitrario.

formalismo matemático El lenguaje matemático debe basarse en el uso de símbolos unidos entre sí, lo que posibilita crear cadenas que pueden manipularse conforme a ciertas reglas.

fotones Son cuantos de luz. Presentan propiedades tanto ondulatorias como corpusculares (dualidad onda-corpúsculo) por lo que se pueden comportar como una onda o una partícula.

frecuencia de Rabi Es la constante de acoplamiento fotón-*qubit*. Un fotón es una onda electromagnética.

frecuencias de Larmor Son las frecuencias del campo magnético.

función de onda Es la expresión matemática de la onda, que representa la amplitud de probabilidad de hallar una partícula en un momento y punto dado en el espacio. Contiene toda la información respecto al sistema cuántico.

matriz identidad También llamada matriz unidad, se representa por la letra I . Es aquella que tiene en su diagonal principal sólo unos.

matriz inversa Se representa por A^{-1} , siendo A una matriz. La matriz inversa de una matriz es otra matriz, cuyo producto por la primera es igual a la matriz identidad, es decir: $A \cdot A^{-1} = I$.

matriz traspuesta conjugada También llamada matriz traspuesta conjugada, se representa por U^* . Se obtiene después de trasponer una matriz y luego hacer su conjugada, en otras palabras, se cambian ordenadamente las filas por las columnas y después se cambia el signo de la parte imaginaria de cada uno de sus números complejos.

matriz unitaria Se representa por la letra U . Es aquella que multiplicada por su matriz traspuesta conjugada es igual a la matriz identidad, es decir:

$$U \cdot U^* = I.$$

momentos angulares Un momento angular es una magnitud física que representa el estado de rotación de una partícula alrededor de un punto fijo. Existen diferentes momentos angulares. El orbital, una partícula que gira rodeando a otra. El intrínseco o momento propio, giro sobre sí mismo denominado *spin*. El total, cuando el momento angular orbital y de *spin* están acoplados.

números complejos Son aquellos que se derivan de la suma entre un número real y un número imaginario. Su representación más común es en su forma binómica, que se expresa de la forma $Z = x + yi$. Sin embargo, se pueden representar también en forma Polar, Trigonométrica y Exponencial o de Euler.

números reales Son aquellos números que existen. Estos se clasifican en números racionales e irracionales. Los racionales contienen a los números enteros y estos a su vez a los números naturales.

paradigma Es un modelo aceptado por las comunidades científicas.

polarización Determina la orientación geométrica de las oscilaciones.

producto tensorial Consiste en una multiplicación que cumple con la propiedad distributiva.

teletransporte cuántico Proceso de transmisión de información cuántica, el cual consiste en destruir un estado cuántico al medirlo y crear una copia idéntica de manera simultánea en un lugar distinto.

termodinámica Es una rama de la física que sólo tiene sentido a nivel macroscópico, la cual se encarga de estudiar las transferencias de calor, la conversión de la energía y la capacidad de los sistemas para producir trabajo.

unidad imaginaria Se representa por medio de la letra *i*. Es la raíz cuadrada de -1 y cuando es multiplicado por cualquier número real crea un número imaginario.

ANEXOS

ANEXO A

SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER

Dada la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H |\psi\rangle$$

Se colocó la forma explícita de la $|\psi\rangle$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (C_0 |00\rangle + C_1 |01\rangle + C_2 |10\rangle + C_3 |11\rangle) = H (C_0 |00\rangle + C_1 |01\rangle + C_2 |10\rangle + C_3 |11\rangle)$$

Se simplificó

$$i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} |00\rangle + i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} |01\rangle + i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} |10\rangle + i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} |11\rangle = C_0 H |00\rangle + C_1 H |01\rangle + C_2 H |10\rangle + C_3 H |11\rangle$$

Se calcularon los valores del hamiltoniano de cada estado

$$\begin{aligned} H |00\rangle &= \left\{ -\hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|00\rangle) \\ &= -\hbar (w_1 |00\rangle + w_2 |00\rangle) - \frac{J}{\hbar} (|00\rangle)(|00\rangle) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} |10\rangle + e^{-i\theta_1} |01\rangle) + (e^{i\theta_2} |01\rangle \right. \\ &\quad \left. + e^{-i\theta_2} |10\rangle) \right] \\ &= -\hbar (w_1 |00\rangle + w_2 |00\rangle) - \frac{J}{\hbar} (|00\rangle)(|00\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1} |10\rangle + e^{i\theta_2} |01\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H|01\rangle &= \left\{ -\hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|01\rangle) \\
&= -\hbar(w_1|01\rangle + w_2(-|01\rangle)) - \frac{J}{\hbar}(|01\rangle)(-|01\rangle) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1}|11\rangle + e^{-i\theta_1}|0\rangle) + (e^{i\theta_2}|0\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle) \right] \\
&= -\hbar(w_1|01\rangle - w_2|01\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|01\rangle)(|01\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1}|11\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H|10\rangle &= \left\{ -\hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|10\rangle) \\
&= -\hbar(w_1(-|10\rangle) + w_2|10\rangle) - \frac{J}{\hbar}(-|10\rangle)(|10\rangle) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1}|0\rangle + e^{-i\theta_1}|00\rangle) + (e^{i\theta_2}|11\rangle + e^{-i\theta_2}|0\rangle) \right] \\
&= -\hbar(-w_1|10\rangle + w_2|10\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|10\rangle)(|10\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|00\rangle + e^{i\theta_2}|11\rangle)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H|11\rangle &= \left\{ -\hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|11\rangle) \\
&= -\hbar(w_1(-|11\rangle) + w_2(-|11\rangle)) - \frac{J}{\hbar}(-|11\rangle)(-|11\rangle) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1}|0\rangle + e^{-i\theta_1}|01\rangle) + (e^{i\theta_2}|0\rangle + e^{-i\theta_2}|10\rangle) \right] \\
&= -\hbar(-w_1|11\rangle - w_2|11\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|11\rangle)(|11\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|01\rangle + e^{-i\theta_2}|10\rangle)
\end{aligned}$$

Se sustituyeron los valores del hamiltoniano en la ecuación

$$\begin{aligned}
i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} |00\rangle + i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} |01\rangle + i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} |10\rangle + i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} |11\rangle = \\
C_0 \left[-\hbar(w_1|00\rangle + w_2|00\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|00\rangle)(|00\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1}|10\rangle + e^{i\theta_2}|01\rangle) \right] + \\
C_1 \left[-\hbar(w_1|01\rangle - w_2|01\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|01\rangle)(|01\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1}|11\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle) \right] + \\
C_2 \left[-\hbar(-w_1|10\rangle + w_2|10\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|10\rangle)(|10\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|00\rangle + e^{i\theta_2}|11\rangle) \right] + \\
C_3 \left[-\hbar(-w_1|11\rangle - w_2|11\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|11\rangle)(|11\rangle) + \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|01\rangle + e^{-i\theta_2}|10\rangle) \right]
\end{aligned}$$

Se encontraron los valores correspondientes a cada estado

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} |00\rangle + i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} |01\rangle + i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} |10\rangle + i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} |11\rangle = \\
 \left\{ C_0 \left[-\hbar(w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] + C_1 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) + C_2 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \right\} |00\rangle + \\
 \left\{ C_0 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_1 \left[-\hbar(w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \right\} |01\rangle + \\
 \left\{ C_0 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left[-\hbar(-w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) \right\} |10\rangle + \\
 \left\{ C_1 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_3 \left[-\hbar(-w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] \right\} |11\rangle
 \end{aligned}$$

Se simplificó y se igualaron los coeficientes

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} &= C_0 \left[-\hbar(w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] + C_1 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) + C_2 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \\
 i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} &= C_0 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_1 \left[-\hbar(w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \\
 i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} &= C_0 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left[-\hbar(-w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) \\
 i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} &= C_1 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_3 \left[-\hbar(-w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar} \right]
 \end{aligned}$$

Se despejó por completo la $|\psi\rangle$ y se colocaron los valores en función del tiempo

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_0(t)}{\partial t} &= \frac{[-\hbar(w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_0(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}\right) C_1(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}\right) C_2(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_1(t)}{\partial t} &= \frac{\left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}\right) C_0(t) + [-\hbar(w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_1(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}\right) C_3(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_2(t)}{\partial t} &= \frac{\left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}\right) C_0(t) + [-\hbar(-w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_2(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}\right) C_3(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_3(t)}{\partial t} &= \frac{\left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}\right) C_1(t) + \left(\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}\right) C_2(t) + [-\hbar(-w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_3(t)}{i\hbar}
 \end{aligned}$$

ANEXO B

OPERADOR DE INVERSIÓN TEMPORAL APLICADO A LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER

Dada la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle$$

donde

$$H = -\hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[\left(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+ \right) + \left(e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+ \right) \right]$$

Se reemplazó por la estructura explícita del hamiltoniano y se cambió t por $-t$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(-t)\rangle = \left\{ -\hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[\left(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+ \right) + \left(e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+ \right) \right] \right\} |\psi(-t)\rangle$$

Si $H |\psi(-t)\rangle = -H |\psi(t)\rangle$, entonces

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(-t)\rangle = \left\{ \hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[\left(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+ \right) + \left(e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+ \right) \right] \right\} |\psi(t)\rangle$$

Por lo cual está es la solución de la aplicación del operador de inversión temporal en la ecuación de Schrödinger.

Se realizó la comprobación para verificar que efectivamente no cambia su estructura matemática bajo inversión temporal.

Para lo cual, se multiplicó ambos lados de la ecuación por (-1)

$$(-1) \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \psi(-t) \rangle \right) = (-1) \left\{ \hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} | \psi(t) \rangle$$

Se resolvió

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \psi(t) \rangle = \left\{ -\hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} | \psi(t) \rangle$$

Hay que recordar que

$$H = -\hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) - \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) + \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right]$$

Por lo tanto, se reemplazó la estructura explícita del Hamiltoniano por H

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \psi(t) \rangle = H | \psi(t) \rangle$$

Se puede observar que no cambia su estructura matemáticamente.

ANEXO C

SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER APLICANDO EL OPERADOR DE INVERSIÓN TEMPORAL

Dada la ecuación de Schrödinger obtenida en el anexo B

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(-t)\rangle = \left\{ \hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} |\psi(t)\rangle$$

Se colocó la forma explícita de la $|\psi\rangle$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (C_0 |00\rangle + C_1 |01\rangle + C_2 |10\rangle + C_3 |11\rangle) = H(C_0 |00\rangle + C_1 |01\rangle + C_2 |10\rangle + C_3 |11\rangle)$$

Se simplificó

$$i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} |00\rangle + i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} |01\rangle + i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} |10\rangle + i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} |11\rangle = C_0 H |00\rangle + C_1 H |01\rangle + C_2 H |10\rangle + C_3 H |11\rangle$$

Se calcularon los valores del hamiltoniano de cada estado

$$\begin{aligned} H |00\rangle &= \left\{ \hbar (w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar} (S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|00\rangle) \\ &= \hbar (w_1 |00\rangle + w_2 |00\rangle) + \frac{J}{\hbar} (|00\rangle)(|00\rangle) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} |10\rangle + e^{-i\theta_1} |01\rangle) + (e^{i\theta_2} |01\rangle + e^{-i\theta_2} |10\rangle) \right] \\ &= \hbar (w_1 |00\rangle + w_2 |00\rangle) + \frac{J}{\hbar} (|00\rangle)(|00\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1} |10\rangle + e^{i\theta_2} |01\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H|01\rangle &= \left\{ \hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|01\rangle) \\
 &= \hbar(w_1|01\rangle + w_2(-|01\rangle)) + \frac{J}{\hbar}(|01\rangle)(-|01\rangle) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1}|11\rangle + e^{-i\theta_1}|00\rangle) + (e^{i\theta_2}|00\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle) \right] \\
 &= \hbar(w_1|01\rangle - w_2|01\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|01\rangle)(|01\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1}|11\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H|10\rangle &= \left\{ \hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|10\rangle) \\
 &= \hbar(w_1(-|10\rangle) + w_2|10\rangle) + \frac{J}{\hbar}(-|10\rangle)(|10\rangle) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1}|00\rangle + e^{-i\theta_1}|00\rangle) + (e^{i\theta_2}|11\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle) \right] \\
 &= \hbar(-w_1|10\rangle + w_2|10\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|10\rangle)(|10\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|00\rangle + e^{i\theta_2}|11\rangle)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H|11\rangle &= \left\{ \hbar(w_1 \cdot S_1^Z + w_2 \cdot S_2^Z) + \frac{J}{\hbar}(S_1^Z \cdot S_2^Z) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1} \cdot S_1^- + e^{-i\theta_1} \cdot S_1^+) + (e^{i\theta_2} \cdot S_2^- + e^{-i\theta_2} \cdot S_2^+) \right] \right\} (|11\rangle) \\
 &= \hbar(w_1(-|11\rangle) + w_2(-|11\rangle)) + \frac{J}{\hbar}(-|11\rangle)(-|11\rangle) - \frac{\Omega}{2} \left[(e^{i\theta_1}|00\rangle + e^{-i\theta_1}|01\rangle) + (e^{i\theta_2}|00\rangle + e^{-i\theta_2}|10\rangle) \right] \\
 &= \hbar(-w_1|11\rangle - w_2|11\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|11\rangle)(|11\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|01\rangle + e^{-i\theta_2}|10\rangle)
 \end{aligned}$$

Se sustituyeron los valores del hamiltoniano en la ecuación

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} |00\rangle + i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} |01\rangle + i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} |10\rangle + i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} |11\rangle = \\
 C_0 \left[\hbar(w_1|00\rangle + w_2|00\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|00\rangle)(|00\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1}|10\rangle + e^{i\theta_2}|01\rangle) \right] + \\
 C_1 \left[\hbar(w_1|01\rangle - w_2|01\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|01\rangle)(|01\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{i\theta_1}|11\rangle + e^{-i\theta_2}|00\rangle) \right] + \\
 C_2 \left[\hbar(-w_1|10\rangle + w_2|10\rangle) - \frac{J}{\hbar}(|10\rangle)(|10\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|00\rangle + e^{i\theta_2}|11\rangle) \right] + \\
 C_3 \left[\hbar(-w_1|11\rangle - w_2|11\rangle) + \frac{J}{\hbar}(|11\rangle)(|11\rangle) - \frac{\Omega}{2} (e^{-i\theta_1}|01\rangle + e^{-i\theta_2}|10\rangle) \right]
 \end{aligned}$$

Se encontraron los valores correspondientes a cada estado

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} |00\rangle + i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} |01\rangle + i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} |10\rangle + i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} |11\rangle = \\
 \left\{ C_0 \left[\hbar(w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] + C_1 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) + C_2 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \right\} |00\rangle + \\
 \left\{ C_0 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_1 \left[\hbar(w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \right\} |01\rangle + \\
 \left\{ C_0 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left[\hbar(-w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) \right\} |10\rangle + \\
 \left\{ C_1 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_3 \left[\hbar(-w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] \right\} |11\rangle
 \end{aligned}$$

Se simplificó y se igualaron los coeficientes

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial C_0}{\partial t} &= C_0 \left[\hbar(w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar} \right] + C_1 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) + C_2 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \\
 i\hbar \frac{\partial C_1}{\partial t} &= C_0 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_1 \left[\hbar(w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1} \right) \\
 i\hbar \frac{\partial C_2}{\partial t} &= C_0 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left[\hbar(-w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar} \right] + C_3 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2} \right) \\
 i\hbar \frac{\partial C_3}{\partial t} &= C_1 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1} \right) + C_2 \left(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2} \right) + C_3 \left[\hbar(-w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar} \right]
 \end{aligned}$$

Se despejó la $|\psi\rangle$ y se colocaron los valores en función del tiempo

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_0(-t)}{\partial t} &= \frac{[\hbar(w_1 + w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_0(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}) C_1(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}) C_2(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_1(-t)}{\partial t} &= \frac{(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}) C_0(t) + [\hbar(w_1 - w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_1(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_1}) C_3(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_2(-t)}{\partial t} &= \frac{(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}) C_0(t) + [\hbar(-w_1 + w_2) - \frac{J}{\hbar}] C_2(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{-i\theta_2}) C_3(t)}{i\hbar} \\
 \frac{\partial C_3(-t)}{\partial t} &= \frac{(-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_1}) C_1(t) + (-\frac{\Omega}{2} \cdot e^{i\theta_2}) C_2(t) + [\hbar(-w_1 - w_2) + \frac{J}{\hbar}] C_3(t)}{i\hbar}
 \end{aligned}$$

ANEXO D

PARTICIPACIÓN EN EVENTOS



Figura D.1: Participación como ponente en el XX Coloquio de Investigación de la Maestría en Ciencias de la Computación y III Coloquio de Investigación en el Doctorado en Ciencias de la Computación.



Universidad Autónoma
del Estado de México

**La Secretaría de Investigación
y Estudios Avanzados**

Otorga la presente

Constancia

a

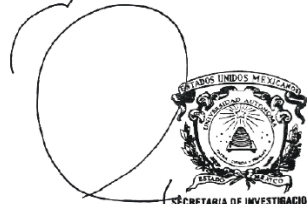
Giselle Nayeli Morales Rosales

Por su participación en el Taller en línea *Herramientas para la publicación de textos científicos*, impartido por **Springer Nature**.

Toluca, México, 29 de abril de 2021.

Patria, Ciencia y Trabajo


"2021, Celebración de los 65 Años de la Universidad Autónoma del Estado de México"



Doctora en Ciencias Económicas
Eréndira Fierro Moreno
Encargada del Despacho de la Secretaría



Figura D.2: Participación en el Taller en línea Herramientas para la publicación de textos científicos.



UAEM | Universidad Autónoma
del Estado de México

"2021, Celebración de los 65 años de la Universidad Autónoma del Estado de México"

Otorga la presente

Constancia



DE PONENTE A:

Giselle Nayeli Morales Rosales del C.U. Valle de Chalco,
con el tema:
Compuerta cuántica CNOT ejecutada hacia el pasado.


Por haber participado en el XXII coloquio
multisede de la MACSCO

DIRIGIDO A los integrantes del programa de Maestría en
Ciencias de la Computación con registro en el PNPC, con la
participación de profesores y alumnos de posgrados de los
Centros Universitarios: Valle de Chalco, Ecatepec, Temascaltepec,
Atlacomulco, Valle de México, Texcoco y la UAP Tianguistenco.

Mismo que se llevo a cabo el día 8 del mes de junio del 2021.

Dr. Manuel Antonio Perez Chavez
Encargado del despacho de la dirección
del C.U Temascaltepec



**CENTRO UNIVERSITARIO
U.A.E.M.
TEMASCALTEPEC
DIRECCIÓN**

Figura D.3: Participación como ponente en el XXII coloquio multisede de la MACSCO.





Primer Congreso Politécnica UPAtlautla 2021
La Universidad Politécnica de Atlautla otorga el presente reconocimiento a:

Ing. Giselle Nayeli Morales Rosales

Por su valiosa participación en la impartición de la Ponencia: **Viaje al pasado en una computadora cuántica** en el marco del Primer Congreso Politécnica UPAtlautla 2021.


 Lic. Elizabeth Torres Ramos
 Rectora de la Universidad Politécnica de Atlautla


 Dra. Claudia Pérez Martínez
 Presidenta del Congreso


 Dra. Doricela Gutiérrez Cruz
 Secretaria del Congreso

Atlautla, Estado de México a 29 de Octubre de 2021





Carretera Atlautla- Ozumba No. 12, Barrio de San Jacinto, C.P 56970, Atlautla, Estado de México.
Tels.: 597.97.6.11.30

Figura D.4: Participación como ponente en el marco del Primer Congreso Politécnica UPAtlautla 2021.



Otorga la presente

Constancia

de ponente a

Giselle Nayeli Morales Rosales
del CU Valle de Chalco

con el tema

Compuerta cuántica CNOT ejecutada hacia el pasado

Por haber participado en el XXIII coloquio multisede de la MACSCO

Dirigido a los integrantes del programa de Maestría en Ciencias de la Computación con registro en el PNPIC, con la participación de profesores y alumnos de posgrados de los Centros Universitarios: Valle de Chalco, Ecatepec, Temascaltepec, Atlacomulco, Valle de México, Texcoco y la UAP Tlanguistenco.

Tlanguistenco, México; 30 de noviembre de 2021

Patria, Ciencia y Trabajo

"2021, Celebración de los 65 años de la Universidad Autónoma del Estado de México"

Dr. en Ing. **Martín Carlos Vera Estrada**
Coordinador General de la UAP Tlanguistenco



UAP Tlanguistenco

Figura D.5: Participación como ponente en el XXIII coloquio multisede de la MACSCO.

BIBLIOGRAFÍA

- Barceló Garcia, M. (2007). Entropía: la última frontera. *Astronomía*, (101):97–97.
- Benioff, P. (1982). Quantum mechanical hamiltonian models of turing machines. *Journal of Statistical Physics*, 29(3):515–546.
- Bennett, C., Brassard, G., Crepeau, C., Jozsa, R., Peres, A., y Wootters, W. (1993). Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*
- Bonillo, V. M. (2013). Principios fundamentales de computación cuántica. *Universidad de La Coruña*.
- Canal-Esteve, M. (2020). Ecuación de Schrödinger explicación sencilla pero completa | Introducción a la Mecánica Cuántica [Archivo de vídeo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=6pDJeg-Z01Q>.
- Carnot, S. (1824). Reflections on the motive power of fire, and on machines fitted to develop that power. *Paris: Bachelier*, 108:1824.
- Castañeta, H. y Nogales, J. (2015). Solución analítica de la ecuación de schrodinger independiente del tiempo para una partícula en una caja cuántica. *Revista CON-CIENCIA*, 3(1):87–99.
- Deutsch, D. (1985). Quantum theory, the church–turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 400(1818):97–117.
- Eddington, A. S. (1938). *La naturaleza del mundo físico*. SUR.

- Espinoza, A. S. M. (2014). *Swapping de correlaciones cuánticas*. Tesis de Doctorado, PhD thesis, Universidad de Concepción.
- Feynman, R. P. et al. (1982). Simulating physics with computers. *Int. j. Theor. phys*, 21(6/7).
- Galvis Monroy, G. E. et al. (2017). Aproximación al entrelazamiento cuántico mediante la teleportación de fotones.
- Grover, L. K. (2000). Rapid sampling through quantum computing. In *Proceedings of the thirty-second annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 618–626.
- Guerrero Chanduví, D. A. (2015). Capítulo 21: Función de onda (i).
- Hernández, A. (s.f.). Qubit: Concepto fundamental de la Computación Cuántica.
- Ivanov, T. K. (2020). Computación cuántica: Introducción al paradigma cuántico universal, situación actual, herramientas de desarrollo, estudio e implementación del algoritmo quantum counting clásico, desarrollo de una versión simplificada del algoritmo y aplicaciones prácticas.
- Juárez García, A. (2013). Simulación de caminatas en computación cuántica. Tesis de Maestría.
- Landau, L. y Lifschitz, E. (1988). Física estadística, vol. 5 del curso de física teórica. *Editorial Reverté, Barcelona*.
- Lesovik, G. B., Sadovskyy, I. A., Suslov, M., Lebedev, A. V., y Vinokur, V. M. (2019). Arrow of time and its reversal on the ibm quantum computer. *Scientific reports*, 9(1):1–8.
- López, C. (2018). Qué puede decirnos la relatividad general respecto de la flecha del tiempo. *Manuscrito*, 41(3):85–123.
- López, C. A. (2016). Cómo interpretar el operador de inversión temporal en mecánica cuántica.

- Martín-Cuevas, R. (2018). Estudio de la complejidad de estados en computación cuántica discreta.
- Martínez Mateo, J. (2008). Criptografía cuántica aplicada.
- Nielsen, M. A. y Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press.
- Oviedo, P. (2017). *Fundamentos Matemáticos de Computación Cuántica en el Algoritmo de Shor, para la factorización prima de números enteros*. Tesis de Doctorado, Tesis de Grado). Universidad Abierta Interamericana, Buenos Aires.
- Primera, R. (2004). Computadores cuánticos paradoja de la superposición. *Télématique*, 3(1):59–69.
- Ramírez, E. J. G. (2009). Mecanismo de violación de la simetría cp en el decaimiento de partículas elementales.
- Ramírez Olvera, M. et al. (2020). Simulación de la compuerta cuántica control not en una computadora cuántica de diamante de dos qubits. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma del Estado de México.
- Segura, L. Z. (2017). De los bits a los qubits: computación cuántica. *Investiga. TEC*, (30):4–4.
- Shor, P. W. (1999). Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM review*, 41(2):303–332.
- Simon, D. R. (1997). On the power of quantum computation. *SIAM journal on computing*, 26(5):1474–1483.
- Solano Reynoso, W. M. (2008). Obtención del hamiltoniano cuántico y clásico de un sistema espín-bosón con polarización circular.
- Tapia, C. G. (2006). La flecha del tiempo. *CIENCIA ergo-sum, Revista Científica Multidisciplinaria de Prospectiva*, 13(3):246–252.
- Terletskii, Y. P. (1971). Statistical physics. *NorthHolland, London*.

Vargas, J. P. R. y Branch, J. W. (2009). Estado del arte de la computación cuántica. *Revista Avances en Sistemas e Informática*, 6(2):235–248.

Villatoro, F. (2017). El espín para irreductibles. <https://www.eitb.eus/es/divulgacion/naukas-bilbao/videos/detalle/5081281/video-naukas-bilbao-2017-francis-villatoro-el-espín-irreductibles/>.

Vivas, C. E. M. et al. (2019). Modelado y análisis de compuertas cuánticas en el marco de referencia de steepest-entropy-ascent quantum thermodynamics.

Vlog, D. u. (2017). ¿Se ha invertido la flecha del tiempo? [Archivo de Vídeo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=Vna5uxqdGdY>.

Voltio, D. u. (2015). ¿Es posible viajar en el tiempo? | ¿Qué es la entropía? [Archivo de Vídeo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=aNrKgbaTpCU&t=10s>.

Zeilinger, A. (2003). Teletransporte cuántico. *Investigación y ciencia*, (31):46–54.