



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO
Facultad de Economía

**Modelación y simulación de los montos de reclamaciones
recibidas de fianzas en México en el periodo 2015-2019**

T E S I S

Para obtener el título de:

Licenciada en Actuaría

Presenta:

Karen Jacqueline Munguia Torres

Asesora:

Dra. en C. Annel Hurtado Jaramillo

Revisores:

M. en Ed. Jaime Alberto Rangel Bernal

L. en A.F. Isael Valencia García

Febrero 2025

Índice

Índice	3
Tabla de Contenidos de Gráficas	5
Tabla de Contenidos de Cuadros	5
Tabla de Contenidos de Figuras	7
Introducción	8
Capítulo I: Antecedentes del Seguro y la Fianza	10
1.1 Historia del Seguro	10
1.2 Historia del Seguro en México	12
1.3 Historia de las fianzas	17
Capítulo II: Marco Conceptual	19
2.1 Definición de la Fianza	19
2.2 Elementos de la Fianza	20
2.3 Fundamentos Actuariales de Primas y Reservas de Fianzas	23
2.3.1 Modelo Básico de la Prima Neta	24
2.3.2 Reservas	27
2.3.3 Márgenes de Solvencia	30
2.3.4 Antecedentes en el estudio de la modelación y simulación de datos en el sector financiero, asegurador o afianzador	33
Capítulo III: Marco Metodológico	36
3.1 Distribuciones continuas de probabilidad más usadas para el modelado de montos reclamados	36
3.1.1 La distribución Normal	37
3.1.2 La distribución Pareto	39
3.1.3 La distribución Weibull	41
3.1.4 La distribución Lognormal	42
3.2 Relación entre la función de distribución Normal y la Lognormal	43
3.2.1 La distribución Gamma	45
3.3 Estimación de parámetros por el método de momentos	46

3.4 Estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud	47
3.5 Criterios de información	48
3.5.1 Akaike	49
3.5.2 Bayesiano	49
3.6 Simulación de distribuciones de probabilidad continuas por el método de la Transformada Inversa	50
3.7 Pruebas de bondad de ajuste	52
3.7.1 Prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov	53
3.8 Paqueterías de RStudio de apoyo	53
3.8.1 Rrisk Distributions	53
3.8.2 Tidvverse	54
3.8.3 Dplyr	54
3.8.4 Fitdistrplus	54
3.8.5 Ggplot2	54
3.8.6 UnivariateML	54
Capítulo IV: Ajuste de distribución y Simulación Estadística	55
4.1 Estadística descriptiva de los datos seleccionados	55
4.2 Modelado de los datos	57
4.3 Simulación de la distribución de probabilidad modelada	61
4.4 Método de inversión para la Lognormal	61
4.5 Estadística descriptiva de las simulaciones	66
Conclusiones	70
Bibliografía	73
Anexos	77
RStudio Script	77

Tabla de Contenidos de Gráficas

Gráfica 1. Función de densidad de la Distribución Normal	39
Gráfica 2. Función de densidad de la Distribución Pareto	40
Gráfica 3. Función de densidad de la Distribución Weibull	42
Gráfica 4. Función de densidad de la Distribución Lognormal	43
Gráfica 5. Función de densidad de la Distribución Gamma	46
Gráfica 6. Montos de fianzas reclamados de 2015 a 2019. CNSF	56
Gráfica 7. Ajuste de los montos reclamados de fianzas a una distribución Lognormal	58
Gráfica 8. Ajuste del histograma de simulaciones y la función de distribución	64
Gráfica 9. Comparación de la función acumulada empírica y la teórica	65

Tabla de Contenidos de Cuadros

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de los montos de fianzas reclamados de 2015 a 2019	57
Cuadro 2. Criterio de información de Akaike de las funciones de densidad propuestas	58
Cuadro 3. Parámetros de ajuste de la distribución Lognormal	60
Cuadro 4. Prueba Kolmogorov-Smirnov	60
Cuadro 5. Prueba Kolmogorov-Smirnov sobre la simulación de los datos	65
Cuadro 6. Estadística descriptiva de los valores simulados	66

Tabla de Contenidos de Figuras

Figura 1. Ajuste de la distribución Lognormal

59

Introducción

En un siglo en el que las circunstancias económicas, culturales y políticas exigen de un mayor y mejor conocimiento de la realidad, se hace presente la necesidad de prever eventos futuros para establecer planes de acción que permitan a las grandes asociaciones y corporaciones mantenerse en el juego, y esta no es la excepción para las Instituciones de Seguros y Fianzas que día a día están expuestas a constantes riesgos que amenazan contra su estabilidad y bienestar. Es trabajo de los especialistas en estas áreas brindar una perspectiva lo más acertada posible sobre el futuro con base en lo que se vive hoy en día.

Después de superar el punto más crucial de la pandemia por *SARS-COV2*, los estragos económicos y financieros son más notorios que nunca, una contracción en la economía global acompañada de grandes pérdidas para el sector asegurador y afianzador mexicano hizo que todas estas instituciones cerrarán los años 2019 y 2020 con pérdidas significativas; el impacto para el mercado no sólo fue en términos de emisión de prima, también se presentaron afecciones en términos de siniestralidad y productos financieros, mismos que en conjunto afectaron la utilidad (Comisión Nacional de Seguros y Fianzas [CNSF], 2021a).

El estudio de la modelación y simulación de los montos de reclamaciones recibidas en el sector afianzador es relevante porque les permite a las Instituciones tener visibilidad de las utilidades esperadas para el siguiente periodo, la liquidez que deben de tener para cumplir con sus obligaciones y el monto máximo que podrían cubrir dentro de este. Aunque es importante mencionar que no necesariamente el monto de reclamaciones recibidas es igual al monto pagado (generalmente se paga menos de lo que el fiado reclama), sigue siendo trabajo de las Instituciones esperar el peor escenario posible, pues hay que atenerse a la posibilidad de que el monto pagado sea igual o incluso mayor al monto de reclamaciones recibidas. Dicho esto, lo que aborda esta investigación son los procedimientos estadísticos que se deben aplicar a esta serie de datos para conocer qué distribución de probabilidad siguen y a partir de eso predecir su comportamiento mediante su simulación.

Ahora bien, hay extensos estudios sobre la cuantificación y cálculo de las primas de fianzas acompañadas del cálculo de sus reservas e incluso de su probabilidad de

ocurrencia, pero aún no hay ningún estudio o metodología aplicado en México que nos permita dar una aproximación de los montos de reclamaciones recibidas de fianzas para el periodo entrante.

Como en cualquier ámbito empresarial, es indispensable primero conocer de dónde nace esta necesidad del ser humano de protegerse ante el riesgo de pérdidas económicas por la ocurrencia de eventos futuros que repercutan directamente en su bienestar económico. Es por eso que en el primer capítulo se viaja en la historia del seguro de las fianzas en México y alrededor del mundo.

Como parte de sumergirse en el sector, en el capítulo siguiente se encuentran definiciones sobre seguros y fianzas que serán de utilidad a la hora de modelar. También se explican procedimientos estadísticos y de probabilidad que se aplican para modelar y simular los datos.

Por lo que, en este documento el objetivo principal es ejemplificar la aplicación de modelos utilizados en el sector asegurador enfocados al sector afianzador. La travesía comienza en el tercer capítulo con el análisis estadístico de los montos de reclamaciones recibidos de fianzas en el periodo 2015-2019, esto con la necesidad de conocer cómo se comportan los datos y si estos son candidatos a ajustarse a una distribución de probabilidad continua. Una vez que se establece qué distribución de probabilidad siguen, se continúa con la simulación de los mismos con ayuda del método de la Transformada Inversa. Para finalizar la simulación, se comprueba la fidelidad de los datos simulados con la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov estableciendo un nivel de confianza del 95%.

Como último paso y englobando el objetivo del documento, se llevan a cabo análisis de estadística descriptiva sobre los datos simulados, que serán de apoyo en prever y ajustar los pronósticos de negocio para cada institución de seguros y fianzas.

En el último capítulo se resumen los descubrimientos y la utilidad de su aplicación así como las conclusiones respectivas.

Capítulo I: Antecedentes del Seguro y la Fianza

1.1 Historia del Seguro

La historia del seguro se remonta a las antiguas civilizaciones de Grecia, Roma, Babilonia e India, donde comenzó a desarrollarse como una respuesta a la necesidad de proteger intereses personales y colectivos ante los riesgos naturales y sociales que amenazaban su bienestar. En Babilonia, por ejemplo, el Código de Hammurabi ya contenía disposiciones para la protección de comerciantes en caso de pérdidas, los primeros seguros nacieron como respuesta a la incertidumbre ante el riesgo" (Pérez & López, 2019, p. 42).

Como todas las antiguas civilizaciones, no tardaron en descubrir que cuidar de su seguridad como grupo era más eficiente que si lo hacían individualmente, por ejemplo, cuando un hombre moría otro adoptaba la familia que este dejaba, absorbiendo total responsabilidad de ella. Organizarse entre grupos para protegerse y maximizar los beneficios como prácticas solidarias ante la protección del riesgo y la incertidumbre, fueron las primeras prácticas que ahora constituyen nuestro actual sistema de seguros (Sánchez, 2000).

Al remontarse a hechos más precisos sobre la historia del seguro, se encuentran los primeros antecedentes en Babilonia, entre los 4000 y 3000 a.C cuando los mercaderes asumían el riesgo de pérdida de las caravanas marítimas ante la piratería concediendo préstamos a elevadas tasas de interés los cuales eran reembolsados terminado el viaje, a estos acuerdos se les llamaban préstamo a la gruesa. El código de Hammurabi legalizó esta práctica alrededor del 2250 a.C. (Sánchez, 2000).

En el mismo documento, se puede encontrar que, años más tarde, el comercio marítimo de Rodas en Grecia incide para que se legisle "el Préstamo a la Gruesa" sobre los barcos y sus cargas. La carga era asegurada por comerciantes y se pagaban tasas de interés de hasta el 15%, donde la diferencia entre el tipo de interés pagado y la cantidad que corresponde al valor de la carga era la prima del seguro marítimo. Como consecuencia, alrededor del 1000 a.C, Grecia regula este tipo de pérdidas compartidas en el comercio marítimo mediante una asociación llamada Eranoi donde estipula que si la carga se pierde, la pérdida será repartida entre los comerciantes involucrados en el embarque (Sánchez, 2000).

De igual manera en Rodas tiene su origen lo que hoy se conoce como el seguro de vida, debido a que algunas asociaciones de artesanos organizaban aportaciones y cubrían así sus propios funerales. Años más tarde en Roma, estos seguros de vida se volvieron más populares entre los capitanes y las tripulaciones de barcos, pues les ayudaban a garantizar su rescate en caso de muerte. Si bien, este tipo de seguros ya era muy común, aún no existían compañías aseguradoras (Martínez & Gómez, 2021, p. 33).

El primer contrato del seguro marítimo que aseguró un buque llamado “Santa Clara” ,cuya ruta era Genova - Mallorca se presentó en el año 1347 en la industria italiana (Sánchez, 2000). Estos contratos recibían el nombre de póliza y los mediadores se llamaban corredores o agentes, dando así el inicio de la más antigua reglamentación de la que se tiene registro en Barcelona en el año 1435.

Sánchez (2020) establece que, poco tiempo después, alrededor del año 1500, aparece en Hamburgo la primera manifestación de lo que hoy se conoce como seguro de daños. Era la protección de unas cajas en caso de incendio. Como consecuencia, en el año 1549, Carlos V dicta la primera ley que dice que el contrato del seguro marítimo debe ser regulado por entidades pluripersonales y sociedades anónimas.

En 1667, Nicholas Barbon crea su propia compañía aseguradora contra incendios llamada “Fire Office” como consecuencia de querer ayudar a todos los ciudadanos que se quedaron sin vivienda a causa del incendio del domingo 2 de septiembre en la capital de Inglaterra, Londres (Sánchez, 2000). Es en esta misma época se da inicio a los seguros para riesgos naturales, y los seguros de personas comienzan a incursionar más en el mercado, de donde comienza a nacer la necesidad de medir mejor el riesgo de fallecimiento de una persona basado en sus condiciones de salud, edad, condición de vida, etc.

Más tarde en el siglo XVII, tras la introducción del concepto de rentas vitalicias del banquero Lorenzo Tonti, se comienzan a utilizar los principios de probabilidad y

esperanza de vida que ayudarían a fijar una anualidad capaz de cubrir la promesa de pago de los seguros de vida (Fernández & Ruiz, 2018, p. 76).

La primera compañía sobre seguros de vida que utilizaba técnicas actuariales (tablas de vida, distribuciones de probabilidad, interés compuesto, etc) fue fundada bajo el nombre de “The Equitable Life Assurance Society” en Inglaterra en 1762. La cual sigue en funcionamiento al día de hoy (Sánchez, 2000).

Para principios del siglo XVIII, la industria del seguro expande sus horizontes y considera ahora varios ramos, como el de vida, el marítimo, el de incendio, el agrícola y los accidentes ferroviarios, entre otros, para cubrir una gama más amplia de riesgos. Esta diversificación responde a las crecientes demandas de una sociedad en proceso de modernización y a los nuevos desafíos de la época. También en esta fecha, “The Royal Exchange Insurance Corporation” introduce el concepto de póliza, estandarizando así los términos y condiciones de los contratos de seguro

Y es así como continúan creándose asociaciones de seguros, hasta situarse en el siglo XIX en Alemania, donde bajo la política de Bismarck nace el Seguro Social, sobre el cual se promulgan leyes entre los años 1883 y 1889 que regulan los seguros de invalidez, accidentes de trabajo y la vejez. Siguiendo este avance en países como Estados Unidos, Europa y Asia (Sánchez, 2000).

1.2 Historia del Seguro en México

El seguro en México nace a finales del siglo XVIII en Veracruz, ya que el puerto tenía mucha actividad comercial con España. Dando así comienzo a la primera compañía de seguros en México que se llamó “Compañía de Seguros Marítimos de Nueva España” en el año 1789. La cual fue legislada en la Gazeta de México el 22 de diciembre de 1788 (Minzoni, 2005). Lamentablemente, esta primera compañía de seguros desapareció y no queda registro alguno de ella en compañías aseguradoras actuales.

En “El desarrollo de los seguros en México” (Minzoni, 2005), se menciona que la segunda compañía de seguros en México nace en el año 1802. En el ejemplar de la Gazeta de México del 19 de mayo de 1802 se establecen las condiciones operativas y regulatorias de dicha aseguradora. Se anuncia el establecimiento oficial de la misma en la Gazeta del 21 de julio de 1802, donde se establecen principios básicos de su funcionamiento y donde también se dio a conocer la directiva de la misma e incluso el tipo de productos que ofrecían, tanto como derechos del contratante y obligaciones de la aseguradora.

Seguido de esto, en 1841, el presidente en curso Antonio López de Santa Anna decreta la organización de las “Juntas de Fomento y Tribunales Mercantiles” (Minzoni, 2005). Donde considera contratos de seguros sobre mercancías de competencia mercantil. Más tarde, el 16 de mayo de 1854 aparece el Código de Comercio en México, donde en el segundo libro, “Del Comercio Terrestre” se establece que todo contrato del seguro terrestre debe tener una póliza donde ambas partes del contrato (asegurador y asegurado) firmen de conformidad (Minzoni, 2005).

Minzoni (2005) afirma que como consecuencia de la “Lloyd’s de Londres” en 1851, se establece la firma inglesa conocida actualmente como “Watson Phillips y Cía., Sucesores, S.A” en México alrededor del año 1860. Más tarde en 1892 se legisla la primera Ley del Seguro en México.

Como consecuencia, la primera compañía de seguros de incendio en México “La Previsora” se estableció el 04 de febrero de 1865, se asienta principalmente en la Ciudad de México. En la misma fecha el “Diario del Imperio” define el seguro como:

“Seguro es un contrato de indemnización de los que en derecho se llaman «Aleatorios», por el cual se obliga una de las partes contratantes a indemnizar a la otra de los perjuicios que sufra por la realización de los riesgos previstos o determinados en los objetos especificados, mediante una cantidad estipulada y por un tiempo conveniente.” (Minzoni, 2005, p. 21).

En el mismo diario se establecieron 7 disposiciones transitorias que aseguran el buen funcionamiento de las compañías aseguradoras como: plazo de 50 años (que serían

efectivos cuando se fijara el consejo de la compañía y se hubieran suscrito las acciones para asegurar valores por un millón de pesos en bienes muebles e inmuebles); suscripción de los riesgos; declaración de siniestros y pago de los mismos; naturaleza de las primas; administración de la compañía; consejo de administración; derechos y obligaciones de la dirección; inspección; agencias y prevenciones generales.

Días más tarde, el 07 de febrero se establece “La Bienhechora” compañía dedicada a los seguros mutuos de vida que duraría 50 años en el mercado. Unos meses después, el 17 de septiembre del mismo año el Palacio de México da una autorización imperial y se establecen dos compañías: la primera, “El Porvenir”, compañía dedicada a los seguros de vida y “La Mexicana” una compañía mutualista de incendios; la cual en sus primeros 10 años de operación ya había emitido 2670 pólizas con un promedio de 1500 pesos de suma asegurada por póliza (Minzoni, 2005).

De acuerdo con Minzoni (2005) en el año de 1890 se funda “La Fraternal”, esta compañía vendía seguros sobre vida y accidentes personales, la cual a finales de 1897, sumaba 130,000 pesos de sumas aseguradas en accidentes personales.

Por otra parte, con respecto al origen y evolución de la normatividad que rige al sector asegurador en nuestro país, se sabe que la primera Ley del Seguro en México fue decretada el 16 de diciembre de 1892, con lo cual quedó establecida la primera reglamentación de tal manera que se comenzaron a dar los lineamientos legales a las instituciones de seguros locales y extranjeras que operaban en México. En un principio se llamó “Ley sobre Compañías de Seguros” o también conocida como “Ley del Timbre” (Minzoni, 2005).

Esta ley establecía los requisitos legales exigidos por el Código de Comercio que debían comprobar las instituciones para comenzar sus operaciones en México justificado ante la Secretaría de Hacienda para asegurar que tenían facultad legal para operar. Esta legislación estableció lineamientos legales para las instituciones de seguros locales y extranjeras que operaban en México, con el objetivo de normar las obligaciones de las compañías hacia los asegurados y otorgar al seguro un carácter

privado. La ley de 1892 sentó las bases para un desarrollo ordenado del sector asegurador en México, proporcionando un marco legal que buscaba proteger tanto a las compañías de seguros como a los asegurados, y promoviendo un crecimiento sano y estructurado de la actividad aseguradora en el país.

Posterior a esto, en enero de 1897 se establece la “Asociación Mexicana de Agentes de Seguros contra Incendio”, en la cual se establecía que todas las instituciones pertenecientes a la Asociación se comprometían a no colocar seguro alguno ni participar en riesgo alguno en el país proveniente de cualquier institución que no tuviera participación en México; esto sentaría las bases de la actual “Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS)” (Minzoni, 2005).

Minzoni (2005) también asegura que tras la iniciativa de William B. Woodrow (representante de la *Union Assurance Society* en Londres) de construir una compañía de seguros que atendiera las necesidades del México de los 1900, el 21 de noviembre de 1901 se constituye “La Nacional, Compañía sobre Seguros de Vida” bajo la alineación de Código de Comercio de 1899. Como consecuencia, el 30 de septiembre de 1908, se estableció una institución de seguros que operaba solamente el ramo de incendio llamada “Compañía de Seguros Veracruzana, S.A”.

Sin embargo, fue durante el Porfiriato que se promulga la “Ley Relativa de la Organización de las Compañías de Seguros sobre la Vida” el 25 de mayo de 1910, la cual marcó un gran impacto porque fue la primera ley que regulaba de forma moderna el seguro de vida en México, donde se exigía autorización de la Secretaría de Hacienda para operar como empresa de seguros de vida (Minzoni, 2005).

Aunado a esto, el 24 de agosto de 1910 se publica en el Diario Oficial de la Federación el “Reglamento de la Ley de Compañías de Seguros sobre la Vida” donde se establece que la reserva matemática de primas deberá calcularse para cada póliza, dividendos acumulados, adiciones, y obligaciones extras que tenga cada compañía en vigor al final de cada año usando el tipo de interés que establezca la ley (Diario Oficial de la Federación, 1910).

Y es hasta el 25 de mayo de 1926, cuando el presidente Plutarco Elías Calles otorga la “Ley General de Sociedades de Seguros” la cual constituyó el primer documento legal que regula la actividad aseguradora de todas las instituciones en todos los ramos. Años después, tras la “mexicanización” del seguro, en agosto de 1935, se fusionan compañías aseguradoras mexicanas con bancos ingleses, esto debido a la historia y la legislación que Inglaterra había aperturado en el sector asegurador. Hecho que da apertura a la “Ley General de Instituciones de Seguros” el 25 de agosto de 1935 la cual entre sus aspectos más relevantes, prohíbe la actividad aseguradora a sociedades que no sean mutualistas o anónimas y sujeta a revisión administrativa las condiciones generales del seguro tanto como las primas de tarifas, además de definir formalmente coaseguro, reaseguro y contraseguro (Diario Oficial de la Federación, 1926, 1935).

Cinco días después, el 31 de agosto del mismo año se publica la primera “Ley sobre el Contrato del Seguro” en la cual se norman tanto los alcances del contrato del seguro como obligaciones de la institución y los asegurados.

Además, se menciona que la Comisión Nacional de Seguros se fundó el 14 de septiembre de 1946 bajo la presidencia de Manuel Ávila Camacho, organismo que cambiaría de nombre el 26 de diciembre de 1970 para ser conocido como la Comisión Nacional Bancaria y de Seguros (CNBS) y que posteriormente, el 3 de enero de 1990, se unificaría como la actual Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), un órgano desconcentrado de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. El nuevo reglamento de la CNSF fue publicado en el Diario Oficial de la Federación el 14 de enero de 1991, donde se determinan sus facultades y estructura (Diario Oficial de la Federación, 1991).

En el periodo de los años 1937 a 1954 (18 años), nacieron 45 nuevas aseguradoras y 3 reaseguradoras, sumando al final de este periodo, 68 instituciones aseguradoras, de las cuales 24 se encontraban en territorio nacional. Del año 1955 al 1981 nacieron 8 nuevas instituciones aseguradoras, para el año de 1976 se contaban con más de 10 mil millones de pesos en primas emitidas.

Es hasta el año 1964 que, con el antecedente de la Comisión Nacional de Seguros, nace la actualmente conocida Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS), la cual tiene sus bases en la Asociación Mexicana de Agentes de Seguros contra Incendio, establecida en enero de 1897 (AMIS, s.f.).

La historia del seguro en México concluye señalando que el 12 de enero de 1990 se decreta la inversión de las reservas técnicas como 30% obligatorias y 70% dentro de instrumentos de inversión. En 1990, se reformó la Ley General de Instituciones de Seguros, que posteriormente recibiría una segunda reforma en 1996 (Diario Oficial de la Federación, 1990).

1.3 Historia de las fianzas

La fianza nace tras la necesidad de brindar un respaldo ante el posible incumplimiento de una obligación previamente establecida (en este caso, del seguro). Es un contrato accesorio del principal (el contrato del seguro) para asegurar a la parte contratante el cumplimiento de las obligaciones económicas (Gómez, 2015).

Aunque la fianza es un contrato con más antigüedad que el contrato del seguro, dada su naturaleza ha sido el contrato accesorio del seguro más útil en caso de negligencia por las instituciones aseguradoras. Los antecedentes de la fianza se remontan a los años 2613 y 2568 a.C. a una inscripción en una tablilla del rey Summer, lo más parecido a las fianzas del código civil actual aparecieron en la civilización romana (Iris, 2022).

Babilonia, alrededor del año 1730 a.C., presenta un antecedente de lo que hoy se conoce como fianza en el Código de Hammurabi, en el cual se estipulaba que, al contraer una deuda, el deudor debía entregar a sus esclavos para garantizar el pago (Rodríguez, 2014).

Es hasta los años 1280 al 800 a.C. que la religión del hinduismo reglamenta el derecho público y privado en las Leyes de Manú, en donde la fianza se regulaba en

leyes civiles, herencias y la casta militar. Esto marcó un antecedente clave para su evolución en la civilización romana (Martínez, 2017).

En Roma, la fianza era de los contratos más importantes de la época y era llamado “stipulatio” que significaba fianza estipulatoria, y como su nombre lo indica, establece una garantía en donde se obliga al fiador al cumplimiento de la deuda en caso de que el fiado no lo haga. Es aquí donde se establece por primera vez formalmente la definición de fianza.

El derecho romano aparte de establecer la definición formal de fianza, establece tres tipos de garantías. El primero, era el “Sponsio” que se refiere a un acuerdo religioso celebrado entre personas del mismo culto. El segundo, era el “Fideipromissio” que surge del anterior y es un contrato que permite reglamentar con extranjeros y además representa beneficios para el fiador. Y, por último, el “Fideiussio” en el cual se agregan más beneficios para los fiadores y, además, se establecía que el fiador podía exigir al acreedor el pago de las obligaciones antes de que este cumpliera del pago como fiador (Iris, 2022).

Muchos años después en 1348, España adopta la fianza como acuerdo social y por primera vez aparece en la Ley de las Siete Partidas, las cuales eran normas que dieron lugar durante el reinado de Alfonso X con el único objetivo de brindar equidad jurídica en el reinado.

Por otro lado, en Inglaterra, en el siglo XVIII, la fianza surge como un mecanismo para pagar la libertad de un acusado de crimen que no podía cubrir la indemnización para ser dejado en libertad. Este suceso convirtió a Inglaterra en el primer país en donde las fianzas se volvieron lucrativas y donde nació la primera empresa que vendía contratos de fianza, marcando el inicio de la fianza mercantil (obligaciones mercantiles entre comerciantes) (Torres, 2020).

Por último, en México, la fianza aparece en 1871 dentro del Código Civil. Al principio, se utilizaba como garantía de la libertad condicional de las personas, como ocurría en la antigua Inglaterra. Sin embargo, en el mismo Código Civil se le otorga la naturaleza de contrato a título oneroso, lo que llevó al Supremo Poder Ejecutivo de la Unión a

emitir decretos para que las compañías pudieran practicar operaciones de crédito (Hernández, 2019).

Capítulo II: Marco Conceptual

En el siguiente capítulo se mencionan diversos conceptos fundamentales para entender a la fianza y sus elementos.

2.1 Definición de la Fianza

La fianza es un contrato mediante el cual una persona, denominada fiador, se obliga a cumplir con una obligación en caso de que el deudor principal no lo haga. Su propósito es garantizar el cumplimiento de una obligación económica o legal, brindando seguridad tanto al acreedor como al deudor (Hernández, 2019).

En un mercado emergente y demandante como lo es el de los seguros actualmente, las instituciones aseguradoras deben ser muy meticulosas en la responsabilidad que éstas adquieren por sus clientes. Si bien, siempre es bueno ser optimista y esperar la menor pérdida posible en un incidente de un bien asegurado, también hay que ser lo suficientemente precavidos en caso de una pérdida catastrófica. Es en ese momento, cuando la necesidad de las aseguradoras de tener asegurada la responsabilidad que ellas contraen hacia con sus clientes es evidente; y justo ahí es cuando las fianzas nacen.

Es importante recordar que el seguro es un contrato que protege sobre aquellos siniestros que pueden ocasionar pérdidas económicas no previstas en la cartera del contratante, mientras que la fianza es un contrato accesorio que garantiza el pago o cumplimiento de una obligación. La fianza entonces garantiza a la persona moral, que las personas físicas o morales que firmaron el contrato cumplirán sus obligaciones (monetarias) hacia con ellas.

A pesar de que la fianza es un contrato muy parecido al del seguro, donde en ambos se tiene que pagar una prima (pago normalmente realizado de manera anual, mensual o bimestralmente que garantiza la protección del contratante ante el siniestro estipulado), la naturaleza del contrato de fianza es que la persona que lo contrata se

compromete a reembolsar a la entidad de fianzas la obligación que ésta resarció en su lugar (Beltrán y Antillón, 2007).

2.2 Elementos de la Fianza

Siniestro

Es la manifestación concreta del riesgo asegurado, que produce daños garantizados en la póliza hasta determinada cuantía. Es, por lo tanto, un acontecimiento perjudicial que causa daños previstos en el contrato y da lugar a la indemnización (Cuaquira y Morales, 2019).

Riesgo

Es la posibilidad de pérdida o daño para el objeto o situación cubierta en el contrato. El riesgo de una actividad puede tener dos componentes: la posibilidad o probabilidad de que un resultado negativo ocurra y el tamaño de ese resultado. Por lo tanto, mientras mayor sea la probabilidad y la pérdida potencial, mayor será el riesgo (Echemendía, 2011).

Documento fuente

Es el documento que define de manera formal y con validez jurídica una obligación principal a garantizar entre dos personas físicas o morales que da origen a la fianza. Dicho documento puede derivarse de: licitación, bases de sorteo o rifas, contrato de obra, contrato mercantil, orden de compra, pedido, contrato de prestación de servicios, autorización de convenio de pago, resolución judicial, auto de formal prisión, contrato de compra-venta, contrato de distribución mercantil, contrato de arrendamiento, etc. (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

Obligación principal

Es la obligación o compromiso que da lugar a la fianza y que se describe en el documento fuente (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

Contrato o solicitud

Acuerdo entre dos partes, ejecutable legalmente tiene como finalidad regular la relación del fiado y sus obligados solidarios frente a la afianzadora. Mediante la firma

de este contrato, se compromete el patrimonio del fiado y de sus obligados solidarios, cumpliendo así con lo establecido en la Ley Federal de Instituciones de Fianzas (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

Póliza

En términos resumidos una póliza de seguro es un contrato entre dos partes en el cual se hace constar por escrito los términos y alcances de la transferencia de un riesgo de una parte a la otra a cambio de una prima que se debe establecer claramente. Esto se hace detallando unas condiciones de momentos y eventos que se cubren, de montos máximos y mínimos cubiertos, y otras condiciones necesarias (Seguros SURA, s.f.).

Acreedor o beneficiario

Cada una de las personas en cuyo favor se ha constituido la fianza, es la persona física o moral a la que se garantiza el cumplimiento de la obligación (Seguros SURA, s.f.).

Afianzado o fiado

Es la persona que ha adquirido la obligación principal y de la cual la afianzadora ha tomado la responsabilidad en caso de incumplimiento de este (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

Fiador o afianzadora

Una afianzadora es una "institución financiera que tiene como objeto social la emisión de fianzas, las cuales garantizan el cumplimiento de obligaciones contraídas por personas físicas o morales" (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 2).

Obligado solidario

Es la persona física o moral que responde en la misma proporción ante la afianzadora por el cumplimiento de la obligación que se pacta en el contrato (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 5).

Prima

Es el precio que se pacta entre afianzadora y afianzado por la transferencia del riesgo (Seguros SURA, s.f.).

Monto afianzado

Es el límite de responsabilidad que la afianzadora está dispuesta a tomar en nombre del afianzado. Está previsto en el contrato y debe ser expedido por la afianzadora en caso de que se presente la reclamación de la fianza (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 10).

Reclamación

Acción que toma el beneficiario para hacer efectiva la fianza y recibir el monto afianzado en caso de incumplimiento de sus obligaciones por parte del afianzador (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 15).

Garantía de recuperación o contragarantía

Persona física o persona moral, que aporta inmuebles con el fin de garantizar las obligaciones pactadas en el contrato a la institución de fianzas (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 20).

Suscripción

Consiste en la realización del contrato de fianza por parte de la compañía, una vez que se cumpla con los requerimientos de selección y los diversos acuerdos por parte del fiado, obligado solidario y beneficiario (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

Prórroga

Consiste en ampliar la vigencia de la fianza. Sólo podrá aceptarse, cuando los beneficiarios concedan a los fiados, esperas para el cumplimiento de sus obligaciones o ampliación de plazos y siempre que la afianzadora, en uno u otro caso, dé su consentimiento por escrito (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

Anulación

Es la autorización del beneficiario para dar como finalizado el contrato por el cumplimiento de las obligaciones establecidas en el mismo (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 25).

Renovación

Expedición de la póliza por vez consecutiva con los mismos efectos que la original porque esta ha llegado a su vencimiento de cobertura (Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, 2021, art. 30).

Cancelación

Se suspende el contrato y se extingue la obligación pactada, ya sea por devolución de la póliza, porque se venció su plazo de cobertura, por anulación o por extinción (el deudor y el acreedor han llegado a un acuerdo) (Hernández, Mendieta y Pichardo, 2014).

2.3 Fundamentos Actuariales de Primas y Reservas de Fianzas

Aguilar y Gudiño, en su trabajo publicado el año 2007 que lleva por título “Fundamentos Actuariales de primas y Reservas de Fianzas” mencionan que un contrato de fianza es muy similar a un contrato de un seguro, ya que ambos generan obligaciones de pago por reclamaciones al cliente como una prima, es debido a esto mismo que las primas de fianzas se pueden valorar actuarialmente para que la afianzadora pueda llegar a hacer frente a sus obligaciones con el fiado.

Aguilar y Gudiño (2007) mencionan también que para que la afianzadora sea capaz de cubrir sus responsabilidades futuras, se basa en que la prima neta de fianza debe ser correspondiente al costo del financiamiento de las reclamaciones durante el tiempo en que estas se dan hasta que se recuperan las garantías de dicho contrato.

De hecho, de acuerdo al artículo 174 de la Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas, las fianzas suscriben dentro de los 180 días siguientes al vencimiento del contrato o de los próximos 3 años en caso de fianzas otorgadas a favor de la Federación, de la Ciudad de México, de los Estados y de los Municipios; dichos casos pueden representar pérdidas importantes para la institución afianzadora, debido a que la garantía de recuperación que fue estipulada en su contrato puede ser de mala calidad.

Ahora bien, Aguilar y Gudiño (2007) señalan que lo ideal es que la prima neta sea equivalente al costo financiero esperado, es decir, que sea igual al rendimiento esperado del capital invertido del financiamiento de las reclamaciones. En otras palabras, se espera que la prima neta sea al menos igual al rendimiento de la

inversión del costo de la garantía recuperada, ya que de lo contrario no sería rentable. Y dígame al menos igual porque aún hay factores que se deben tomar en cuenta, tales como tasas de rendimiento, índices inflacionarios, expectativas macroeconómicas del país, pérdidas por suscripción, rendimientos esperados y demás parámetros que la institución afianzadora considere como amenaza.

2.3.1 Modelo Básico de la Prima Neta

Es importante señalar que las fórmulas y metodologías presentadas en el siguiente bloque tienen un carácter meramente informativo y no fueron utilizadas en el desarrollo de la presente investigación. Se incluyen únicamente con el fin de proporcionar contexto teórico y no deben interpretarse como parte del proceso analítico realizado. Todo lo rescatado de aquí en adelante se obtuvo del trabajo de Aguilar y Gudiño “Fundamentos Actuariales de primas y Reservas de Fianzas” publicado en el año 2007.

El modelo básico de la Prima Neta es un modelo que puede ser poco preciso por las hipótesis en las que se fundamenta, pero es la base de métodos más avanzados. La hipótesis en la que se basa el modelo es:

“El momento en el que se llevan a cabo las reclamaciones es fijo en el tiempo, es decir, que en caso de haber reclamaciones en un conjunto dado de pólizas, las reclamaciones toman lugar un año después de la suscripción realizada (cosa que en la práctica no se da así, muchas veces las reclamaciones dan lugar muchos años después dependiendo de su vigencia)”.

Es importante considerar que la prima neta debe ser capaz de cubrir el costo de financiamiento de las reclamaciones hechas desde que se lleva a cabo el pago de la póliza hasta que el fiado recupera sus garantías, por lo que se calcula como el valor presente actuarial de las posibles obligaciones que la institución afianzadora puede adquirir sin incluir costos administrativos y de adquisición, así como la recuperación de las garantías.

Es importante recordar que el momento de inicio de la vigencia de la fianza viene estipulado en la póliza y cuya fecha puede ser posterior a la emisión de la póliza. Entonces el momento de inicio se considera como el punto a partir del cual comienza el año de suscripción. Mientras que el momento de pago es el tiempo en el que se paga la reclamación y el momento de recuperación de la garantía es cuando la afianzadora recupera el monto que emitió en términos de las garantías que se estipulan en la póliza.

Entonces se puede definir el costo de financiamiento (CF) para un determinado monto de reclamaciones (MR) como:

$$CF = MR * \frac{(1+r)^T - 1}{(1+i)^{t_2}}$$

Donde:

$i = \text{tasa de descuento}$

$r = \text{tasa de financiamiento}$

$t_1 = \text{momento de pago}$

$t_2 = \text{momento de recuperación de la garantía}$

$$T = t_2 - t_1$$

Si se asume que las reclamaciones son eventos inciertos y aleatorios, entonces el monto de las reclamaciones esperado deberá estimarse mediante técnicas actuariales probabilísticas.

Ahora bien, si se supone que se tiene un histórico de las reclamaciones de fianzas con el cual se permite calcular la frecuencia en la que éstas ocurren, entonces se denotará como $P_i(r)$. Con el estudio de esta probabilidad se puede determinar el número esperado de reclamaciones en un periodo de tiempo determinado, por ejemplo, en un momento t posterior al año de vigencia de la fianza.

Entonces, suponiendo que las reclamaciones se dan en un tiempo t con probabilidad $P_i(r)$, el número esperado de reclamaciones (\hat{r}_t) será igual al número de unidades expuestas al riesgo N , por la probabilidad que se produzcan las reclamaciones.

$$\hat{r}_t = N * P_i(r)$$

Si todas las reclamaciones se dieran del monto afianzado total (MA), entonces, en una cartera con homogeneidad de montos afianzados sería fácil estimar el costo de financiamiento de la cartera total como un valor esperado denotado por:

$$C_t = MA * N * P_{t_1}(r) * \frac{(1+r)^T - 1}{(1+i)^{t_2}}$$

Por otro lado, si se quiere calcular el costo por cada peso de monto afianzado, se obtiene la prima de riesgo, calculada como:

$$C_t = P_{t_1}(r) * \frac{(1+r)^T - 1}{(1+i)^{t_2}}$$

Una dificultad que se presenta con la fórmula anterior es que se obtuvo de suponer que el monto de reclamaciones es exactamente igual a los montos afianzados de los contratos siniestrados, pero en la práctica este no se reclama en su totalidad, sino tan solo un porcentaje. Es aquí donde el índice de severidad se hace evidente, pues indica el valor estimado del monto de la reclamación medido en términos de los montos afianzados expuestos.

Entonces, la severidad en el momento t (S_t) es el porcentaje que representa el monto de las reclamaciones respecto de los montos afianzados expuestos, correspondientes a las reclamaciones. Por esa misma razón, la severidad no es un número mayor al 100%, ya que el tope de reclamo de un fiado es el monto afianzado en la póliza. Por lo que, el índice de severidad permitirá calcular el costo de financiamiento de las reclamaciones por cada peso de monto afianzado (prima). Y se calcula mediante :

$$C_t = P_{t_1}(r) * S_{t_1} * \frac{(1+r)^T - 1}{(1+i)^{t_2}}$$

Al producto de la severidad por la probabilidad de la frecuencia de las reclamaciones se le conoce como el “índice de reclamaciones” y se denota como:

$$\omega_{t_1} = P_{t_1}(r) * S_{t_1}$$

Retomando la hipótesis principal del método, donde los montos pagados por reclamación se recuperan en su totalidad, se puede inferir que la prima neta (PN) corresponde al costo de financiamiento de las reclamaciones. De este modo:

$$PN = C_t = P_{t_1}(r) * S_{t_1} * \frac{(1+r)^T - 1}{(1+i)^{t_2}}$$

$$PN = \omega_{t_1} * \frac{(1+r)^T - 1}{(1+i)^{t_2}}$$

Lo que da origen a la prima neta de fianzas más simple. Si la tasa de descuento i es igual que la tasa de financiamiento r , entonces la fórmula es:

$$PN = \omega_{t_1} * (v^{t_1} - v^{t_2})$$

$$v^t = (1 + i)^{-t}$$

2.3.2 Reservas

La Ley Federal de Instituciones de Fianzas en su artículo 46 establece que la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, mediante reglas de carácter general, determinará los montos, forma y términos de la constitución de las reservas técnicas de fianzas en vigor y de contingencia que las instituciones de fianzas deben mantener para cada tipo de fianza que otorguen.

Las reglas y términos que a continuación se mencionan son las más destacables para el objetivo de este documento y fueron obtenidas de “Reglas para la Constitución, Incremento y Valuación de las Reservas Técnicas de Fianzas en Vigor y de Contingencia de las Instituciones de Fianzas” que se emiten en México, Distrito Federal, a los quince días del mes de mayo de mil novecientos noventa y ocho en el Diario Oficial de la Federación al margen de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y establecen todo lo listado a continuación.

La determinación de las reservas se basa en la prima base, para la cual las instituciones de fianzas deberán tomar en consideración diversos elementos, como son: la prima de tarifa, el monto de las responsabilidades asumidas, los niveles de reclamaciones pagadas, el índice máximo probable de reclamaciones pagadas esperadas, así como los esquemas de reafianzamiento.

En las Reglas se considera como reserva técnica de fianzas en vigor, a la suma de las porciones que de la misma se determinen para cada uno de los ramos o subramos de fianzas. Esta reserva tiene por objeto dotar de liquidez a las

afianzadoras a fin de que puedan solventar el pago de reclamaciones procedentes de las fianzas otorgadas, así como para financiar el pago de las reclamaciones de las fianzas que por Ley no requieren garantía de recuperación.

Por lo anterior y después de escuchar la opinión de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, con fundamento en lo previsto por los artículos 31 fracción VIII de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal, 1º, 16 fracción II, 46, 49, 55, 67 y 86 de la Ley Federal de Instituciones de Fianzas, y en ejercicio de las facultades que me confiere la fracción XXXIV del artículo 6º del Reglamento Interior de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, se establece lo siguiente:

“Se entenderá como prima base al componente de la prima cuyo objetivo consiste en financiar temporalmente el pago de las reclamaciones esperadas de las instituciones”.

En el caso de las fianzas de fidelidad y las judiciales que amporen a los conductores de automóviles, la prima base será el resultado de deducir a la prima de tarifa el monto que resulte de aplicar a la misma la proporción que de ésta representen los gastos de adquisición, de administración y el porcentaje de utilidad esperado de acuerdo con lo registrado en la nota técnica. El porcentaje de gastos de adquisición antes mencionado será, para fines de cálculo, el porcentaje de la prima de tarifa que resulte menor entre el importe efectivamente pagado por la afianzadora registrado en la nota técnica, y el que para cada ramo o subramo de fianza determine la Comisión mediante disposiciones administrativas, en el mes de marzo de cada año, obtenido con base en el costo de las comisiones básicas pagadas a los agentes por todas las instituciones. De esta manera,

$$P_B = P(1 - G_{ADQ} - G_{ADM} - M_{UTI})$$

donde:

P_B = Prima base para las fianzas de fidelidad y judiciales

P = Prima de tarifa de las fianzas de fidelidad y judiciales

G_{ADQ} = Porcentaje de gastos de adquisición respecto a la prima de tarifa

G_{ADM} = Porcentaje de gastos de administración respecto a la prima de tarifa

$M_{UTI} = \text{Porcentaje de utilidad esperada respecto a la prima de tarifa}$

En el caso de las demás fianzas que no corresponden a las citadas anteriormente, la prima base será el resultado de aplicar al monto afianzado suscrito (MA_S) el respectivo índice máximo probable de reclamaciones pagadas esperadas por ramo o subramo de fianza correspondiente a la afianzadora de que se trate (ω_{Ci}), durante los últimos 24 meses, sin que éste pueda en ningún momento ser inferior al respectivo índice máximo probable de reclamaciones pagadas esperadas por ramo o subramo de fianza correspondiente al mercado (ω_{Mi}), el cual emitirá la Comisión mediante disposiciones administrativas, tal como se indica a continuación:

$$P_B = MA_S * \text{Máx}(\omega_{Ci}, \omega_{Mi})$$

El índice máximo probable de reclamaciones pagadas esperadas (ω_{Ci}) se calculará de la siguiente forma: se estimará el índice de severidad promedio como la media de los últimos 24 meses, de los cocientes que resulten de dividir el promedio móvil anual de las reclamaciones pagadas procedentes del registro de las cuentas de orden (RP_{TPMi}), en un mes, entre el monto de las responsabilidades por fianzas en vigor retenidas ($RFVR_{Ti}$) de ese mismo mes.

Para efecto de las presentes Reglas, se entenderá como monto afianzado suscrito (MA_S) al monto de responsabilidad total que asume una afianzadora al momento de las suscripciones.

La reserva técnica de fianzas en vigor de las fianzas de fidelidad y de las fianzas judiciales que amparen a los conductores de automóviles que las instituciones deben construir (rfv_{JAC}), será igual a la prima no devengada de retención, tal como se indica en las líneas siguientes:

$$rfv_{JAC} = P_{NDR} = F_D \{ (0.87P_B) + (P[G_{ADM} + M_{UTI}]) \}$$

Donde:

$$P_{NDR} = \text{Prima no devengada de retención}$$

$$F_D = \text{Factor de devengamiento}$$

$$P_B = \text{Prima base}$$

$$P = \text{Prima de tarifa}$$

$$G_{ADM} = \text{Porcentaje de gastos de administración respecto a la prima de tarifa}$$

$$M_{UTI} = \text{Porcentaje de utilidad esperada respecto a la prima de tarifa}$$

Por otro lado, la reserva técnica de fianzas en vigor para las fianzas de crédito será igual al resultado de aplicar un factor de 0.87 a la prima base (P_B), correspondiente a cada una de las anualidades de vigencia, calculada de acuerdo a lo establecido en la Séptima de las Reglas, tal como se muestra a continuación:

$$rfv_{JAC} = 0.87 * P_B$$

Las Reglas también establecen que las Instituciones deberán realizar trimestralmente la valuación de las reservas técnicas en la forma y términos que, mediante disposiciones de carácter general, establezca la Comisión.

2.3.3 Márgenes de Solvencia

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público con fundamento en los artículos 31, fracciones VIII y XXV de la Ley Orgánica de la Administración Pública Federal, así como 1º, 18, 24, 40, 59, 67, 79 Bis 2 y 86 de la Ley Federal de Instituciones de Fianzas y en ejercicio de las atribuciones que a su titular confiere el artículo 6º, fracción XXXIV, del Reglamento Interior de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público establecen las “Reglas para el Requerimiento Mínimo de Capital Base de

Operaciones de las Instituciones de Fianzas, y a través de las que se fijan los Requisitos de las Sociedades Inmobiliarias de las propias Instituciones” que se presentan a continuación:

De acuerdo con el artículo 18 de la Ley Federal de Instituciones de Fianzas, corresponde a la Secretaría de Hacienda y Crédito Público determinar los procedimientos de cálculo para cubrir el requerimiento mínimo de capital base de operaciones de las instituciones de fianzas, que, a través de una adecuada capitalización, se protege a los fiados y beneficiarios de las pólizas de fianzas de que dichas instituciones incurran en una posible insolvencia.

Además, como parte del capital de las afianzadoras, el requerimiento mínimo de capital base de operaciones, fortalece su patrimonio y desarrollo a fin de que, de acuerdo al volumen de sus operaciones, los distintos tipos de responsabilidad asumidos, el volumen de reclamaciones recibidas, la suficiencia y calidad de garantías de recuperación, los riesgos de suscripción asumidos, la práctica del reafianzamiento y la composición de sus inversiones, se mantengan de manera permanente en niveles suficientes para hacer frente al debido cumplimiento de las obligaciones que contraigan. En este sentido, el requerimiento mínimo de capital base de operaciones tiene como fin principal preservar la viabilidad financiera de las afianzadoras, al consolidar su estabilidad y seguridad patrimonial.

Por otro lado, el requerimiento bruto de solvencia corresponde al monto de recursos que las instituciones de fianzas deben mantener para hacer frente a la exposición por acumulación de reclamaciones recibidas con expectativa de pago, la exposición al riesgo por la suscripción de fianzas en condiciones riesgosas, los posibles quebrantos por insolvencia de reaseguradores extranjeros que operan el reafianzamiento y las fluctuaciones de las inversiones que respaldan las obligaciones contraídas con los beneficiarios.

Las presentes Reglas establecen que las instituciones deberán mantener invertidos, en todo momento los activos destinados a respaldar el requerimiento mínimo de capital base de operaciones. Dichos límites de inversión se fijan, tanto por tipo de valores, como por emisor o deudor. Lo anterior tiene por objeto preservar la solvencia y liquidez de las afianzadoras, a fin de orientar el fortalecimiento de sus recursos

patrimoniales comprometidos al debido cumplimiento de las responsabilidades que contraigan.

Las Reglas que se recuperan del documento del Diario Oficial de la Federación son aquellas que sirven para fines de este trabajo y son las que establecen los procedimientos aplicables en la cobertura del requerimiento mínimo de capital base de operaciones y se mencionan a continuación.

El requerimiento mínimo de capital base de operaciones (RMCBO) que de conformidad con estas Reglas deberán mantener las instituciones, se determinará como la cantidad que resulte de restar al requerimiento bruto de solvencia (RBS) que se establece en el siguiente párrafo, las deducciones (*D*) que también se establecen a continuación. Es decir:

$$RMCBO = RBS - D$$

Se entiende por requerimiento bruto de solvencia (RBS) el monto de recursos que las Instituciones deben mantener para financiar el pago del saldo acumulado de las reclamaciones recibidas con expectativa de pago, la exposición a quebrantos por insolvencia de reaseguradores extranjeros que operan reafianzamiento, la exposición a pérdidas por calidad y suficiencia de garantías, por riesgos de suscripción, así como la exposición a las fluctuaciones adversas en el valor de los activos que respaldan a las obligaciones contraídas con los beneficiarios.

De este modo, el requerimiento bruto de solvencia (RBS) será igual a la cantidad que resulte de sumar el requerimiento de operación (RO) y el requerimiento de inversiones (RI), cuyas fórmulas de cálculo se establecen de la Séptima a la Décima de las Reglas para el Requerimiento Mínimo de Capital Base de Operaciones de las Instituciones de Fianzas, y a través de las que se fijan los Requisitos de las Sociedades Inmobiliarias de las propias Instituciones.

Para conocer más acerca del cálculo del RO y RI se recomienda consultar dichas reglas, en este documento solo se abordará a que se refieren cada una.

El requerimiento de operación (RO) es el monto de recursos que las instituciones deben mantener para financiar el pago del saldo acumulado de las reclamaciones recibidas con expectativa de pago, la exposición a pérdidas por calidad y suficiencia de garantías y por riesgos de suscripción.

De esta forma, la deducción (D) será igual al saldo no dispuesto que reporte al cierre de cada trimestre la reserva de contingencia, más el costo pagado de las coberturas en exceso de pérdida relativo a los años de suscripción de las reclamaciones recibidas incluidas en el Requerimiento por Reclamaciones Recibidas con Expectativa de Pago. Es decir,

$$D = SNDR_c + C_{XL}$$

Para profundizar más en la obtención de dichos requerimientos, se recomienda consultar las Reglas para el Requerimiento Mínimo de Capital Base de Operaciones de las Instituciones de Fianzas, y a través de las que se fijan los Requisitos de las Sociedades Inmobiliarias de las propias Instituciones.

Ahora, como margen de solvencia (MS) se considera a la cantidad que resulta de deducir al monto de los activos computables al requerimiento mínimo de capital base de operaciones ($A_t RM CBO$) el monto del requerimiento mínimo de capital base de operaciones ($RM CBO$).

$$MS = A_t RM CBO - RM CBO$$

Dado que el margen de solvencia es el patrimonio que la Institución posee para hacer frente a las obligaciones de los riesgos que asume y así evitar quiebres financieros.

2.3.4 Antecedentes en el estudio de la modelación y simulación de datos en el sector financiero, asegurador o afianzador

El crecimiento del sector de los seguros y fianzas en México se ha visto sesgado en los últimos años a comparación del auge que este sector ha tenido en Europa e incluso en otros países de América Latina. Debido a que este sector representa un

porcentaje pequeño dentro del mercado financiero mexicano, se ha generado menos interés por parte de los investigadores para estudiar y modelar los datos relacionados con este fenómeno, y es por eso que establecer una base teórica para este trabajo resulta enredoso. Sin embargo, campos como la banca y los mercados financieros ofrecen muchas opciones de modelado aplicadas a diferentes conjuntos de datos como el tipo de cambio, pérdidas de portafolios de inversión y una gran variedad de indicadores del bienestar de los agentes financieros.

Para comenzar, se toma como referencia a Aguilar y Ake (2013), quienes en su trabajo *“Valuación de opciones de tipo de cambio asumiendo distribuciones α -estables”*, abordan el modelado de series financieras en paridades de tipo de cambio a través de distribuciones de colas pesadas (distribuciones estables) y la sensibilidad de los parámetros. La investigación es relevante porque descarta el supuesto de normalidad en las series financieras, por lo que el modelado es ideal para ser aplicado en épocas de crisis por la volatilidad a la que están expuestas las variables.

En este sentido, se dice que una serie de datos tiene colas pesadas porque presentan observaciones con valores extremos y asimetría, lo cual hace que la serie sea inestable y su comportamiento no sea homogéneo comparado con una distribución normal, dichas observaciones se presentan por un efecto conocido como impulsividad, que es la baja probabilidad de que los eventos que alteran el comportamiento de la serie se presenten.

La teoría de distribuciones estables fue desarrollada por primera vez en los años veinte del siglo pasado, ahora es aplicada en diferentes áreas del conocimiento como economía, física, biología y astronomía (Aguilar y Ake, 2013).

En el trabajo de Aguilar y Ake (2013) se concluye que se presenta una mayor volatilidad en los precios de las series financieras analizadas cuando se modelan como una distribución normal a diferencia de cuando se pronostica con una distribución estable, es decir, el grado de asertividad de los pronósticos de una distribución estable se debe a que los parámetros describen mejor su comportamiento.

La premisa anterior se refuerza con la idea de Campos-Aranda (2016) quien, en su artículo “*Ajuste de las distribuciones GVE, LOG y PAG con momentos L de orden mayor*”, busca las principales diferencias del modelado de datos hidrológicos extremos a partir de la función de distribución de probabilidades (FDP) de los datos, empleando las distribuciones: *general de valores extremos (GVE)*, *logística generalizada (LOG)* y *Pareto generalizada (PAG)*, teniendo como objetivo exponer la teoría de los momentos de orden mayor.

La teoría de los momentos de orden mayor fue consolidada en 1990 y desde entonces se ha empleado para analizar valores extremos de fenómenos meteorológicos y su análisis se orienta a predecir eventos con bajas probabilidades de ocurrencia.

En las conclusiones del estudio de Campos-Aranda (2016) se encuentra que la distribución Pareto Generalizada presenta mejor ajuste en comparación con la GVE y la LOG, aunque estas dos últimas no son significativamente diferentes, se recomienda gestionar su uso de acuerdo al comportamiento del conjunto de datos que se quiera modelar. Asimismo, en la misma investigación, el autor recomienda un ajuste con el método de momentos de orden mayor para alcanzar predicciones más confiables.

El resultado anterior es consistente con los obtenidos por Zhao et al. (2021), quienes en su investigación denominada “*A new class of heavy-tailed distributions: modeling and simulating actuarial measures*” mencionan que las distribuciones de probabilidad de colas pesadas juegan un papel muy importante en el sector financiero y actuarial, pues son las que prueban tener mayor grado de asertividad al modelar un conjunto de datos y suelen ser la mejor elección por los parámetros que las describen. Además, dentro de sus aportaciones está que llevan a cabo una comparación de las distribuciones que mejor se ajustan a la pérdida de un seguro de autos, concluyendo que la distribución Weibull transformada es capaz de predecir con un 70% de significancia las pérdidas en el fenómeno de estudio.

Adicionalmente, Polo (2021) en su trabajo de tesis titulado “*Estimación del capital económico por riesgo operacional financiero usando el método de distribución de pérdidas con convolución Poisson y Log-normal*” estima el monto de pérdida de capital por riesgo operacional con un enfoque en modelos de pérdida (es decir, modela con una distribución log normal), para aplicarla en el área de riesgos operacionales de un banco, encontrando que este tipo de distribuciones continuas ajustan mejor (estadísticamente hablando) a los datos seleccionados, lo que se traduce en una mejor estimación de la pérdida de capital. Además, Polo (2021) hace el llamado a usar otro tipo de distribuciones continuas como la Gamma o la Pareto si es que la Log Normal no logra ajustar en buen porcentaje a los datos seleccionados, ya que los parámetros de estas distribuciones tienen métricas relacionadas.

Capítulo III: Marco Metodológico

3.1 Distribuciones continuas de probabilidad más usadas para el modelado de montos reclamados

En el sector asegurador y afianzador es común encontrar distribuciones de probabilidad continuas ya que estas brindan la posibilidad de describir los datos a través del tiempo con ayuda de una función con base en su comportamiento, a diferencia de una distribución discreta, como la geométrica, que solo describe el número de fracasos antes de obtener un éxito.

A continuación se describen, en su forma más general, el tipo de variables aleatorias que existen (Wackerly, et al., 2014).

Variables aleatorias discretas.

Se dice que una variable aleatoria X es *discreta* si puede tomar sólo un número finito o contablemente infinito de valores distintos. En este caso, la probabilidad de que X tome el valor x , $P(X = x)$, se define como la suma de las probabilidades de todos los puntos muestrales en el espacio muestral S a los que se asigna el valor x .

Variables aleatorias continuas.

Una variable aleatoria *continua* es aquella que puede tomar cualquier valor en un intervalo. En el caso de las distribuciones continuas, la probabilidad de los valores

concretos que la variable de observación puede tener es cero, ya que no se rigen por una masa de probabilidad sino por una función de densidad, con la cual se puede encontrar la probabilidad de que una variable aleatoria esté dentro de un intervalo (entre una observación y otra), definido como:

$$P[a < X < b] = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

donde $f(x)$ es la función de densidad de la variable aleatoria X y $F(x)$ es su función de distribución, que en el caso continuo se define como:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

En resumen, se puede calcular la probabilidad siempre que podamos obtener valores de su función acumulada.

En el caso de las variables aleatorias también es importante destacar que toda distribución de probabilidad está regida por parámetros, los cuales describen a grandes rasgos el comportamiento de la variable aleatoria de interés. Existen varios métodos para estimar los valores de estos parámetros, entre los que destacan máxima verosimilitud, por sus propiedades asintóticas; o el de momentos por la facilidad de su aplicación. En el caso de este trabajo el método de estimación que se emplea es el de máxima verosimilitud, el cual se abordará más adelante.

Como se mencionó, las variables aleatorias continuas son de uso común en el sector de finanzas por lo que a continuación se mencionan algunas de estas, así como sus características más generales.

3.1.1 La distribución Normal

Es la distribución más conocida y más usada en estadística y probabilidad, debido a que es la distribución que tiene más presencia en campos como la física, la geografía, la economía, las ciencias sociales e incluso en algunos ramos de la psicología.

La distribución normal a menudo se denomina distribución gaussiana en honor de Karl Friedrich Gauss (1777-1855), quien derivó su ecuación a partir de un estudio de errores en mediciones repetidas de la misma cantidad (Walpole, et al. 2012).

Se dice que X es una variable aleatoria distribuida normalmente con parámetros μ y σ^2 si su función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad -\infty < x < \infty \quad (1)$$

donde $-\infty < \mu < \infty$ y $\sigma > 0$.

La función de distribución acumulada es:

$$F(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right], \quad -\infty < x < \infty$$

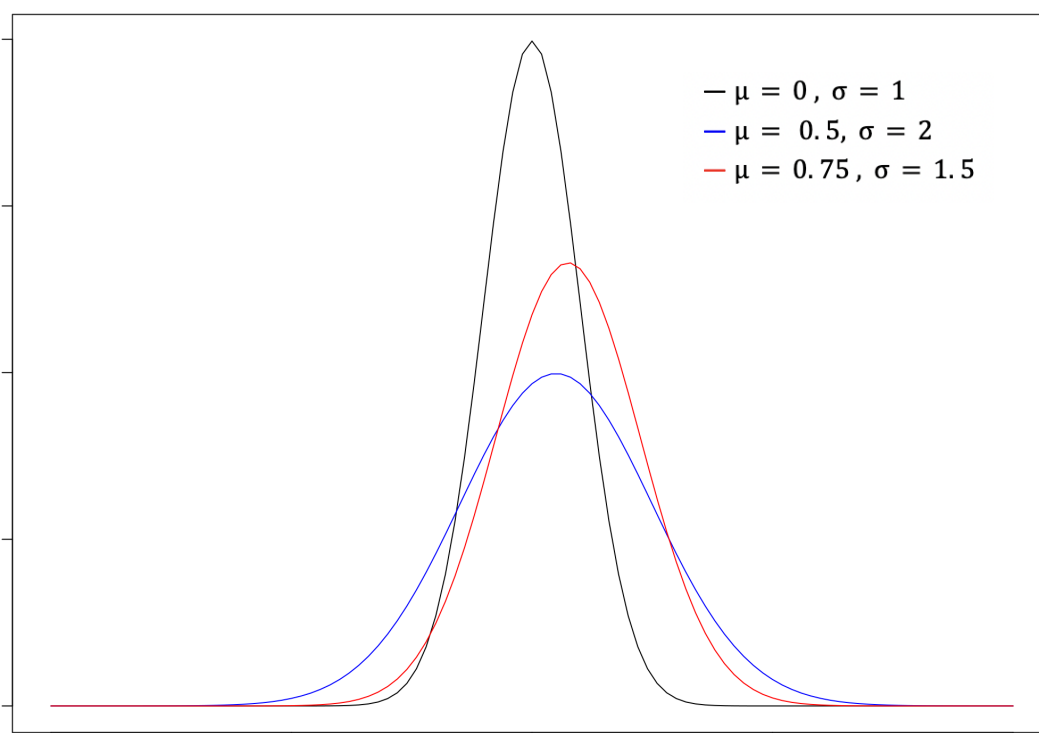
donde erf es la función error, una función compleja de variable compleja, definida como:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

En este caso $E(X) = \mu$ y $\operatorname{var}(X) = \sigma^2$.

En la gráfica 1 se puede observar la forma de la distribución normal para diferentes valores de μ y σ .

Gráfica 1. Función de densidad de la Distribución Normal.



Fuente: Elaboración propia

En la gráfica 1 se muestra la denominada “curva normal” (Walpole, et al. 2012), se puede notar que la distribución normal tiene forma de campana y es simétrica en torno a la media, bajo esta característica: media=moda=mediana.

3.1.2 La distribución Pareto

Es la distribución atribuida a Vilfredo Pareto (1897), originalmente empleada para modelar distribuciones de ingreso. Se han propuesto una gran variedad de generalizaciones de esta distribución incluyendo algunas versiones discretas y extensiones multivariadas (Lorenzo, 2016). Esta distribución es una de las distribuciones estadísticas más usadas para representar el ingreso en las áreas económicas y actuariales.

La distribución de Pareto clásica se define en términos de su función de densidad como:

$$f(x) = \frac{\alpha \lambda^\alpha}{x^{\alpha+1}}, x \geq \lambda > 0$$

donde $\alpha > 0$, es un parámetro de forma (que mide la pendiente de la cola derecha) al cual se le conoce como Índice de Pareto, y siendo λ un parámetro de escala. La función de distribución acumulada es:

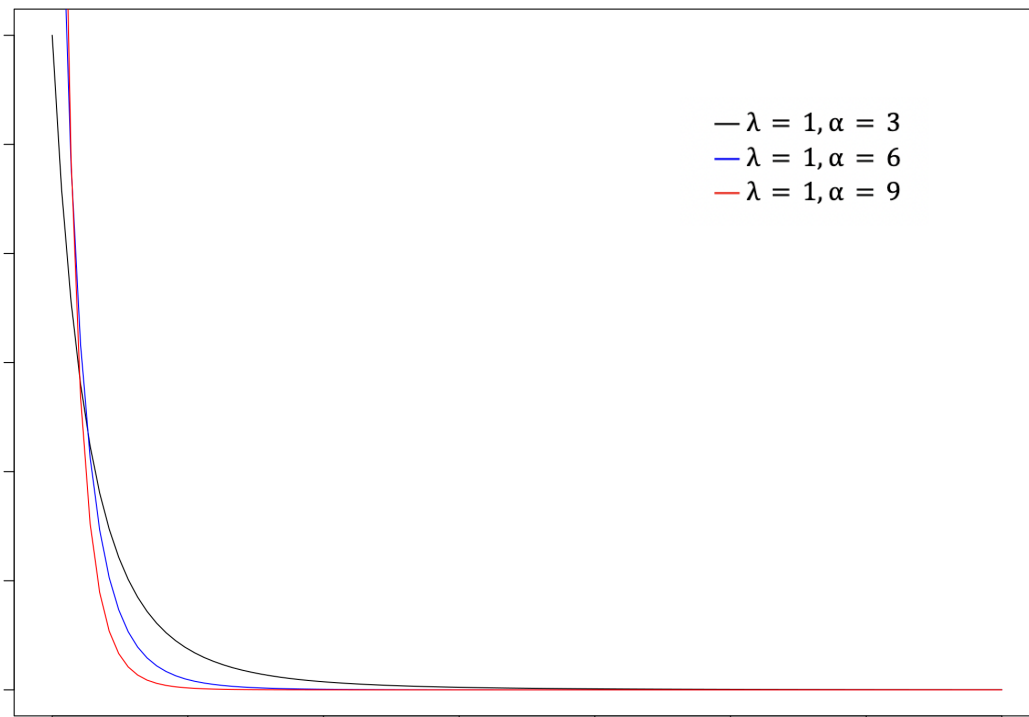
$$F(x) = 1 - \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{-\alpha}; x \geq \lambda > 0$$

Para esta distribución se tiene que:

$$E(X) = \frac{\alpha\lambda}{\alpha-1} \text{ siempre que } \alpha > 1. \text{ Y } \text{var}(X) = \frac{\alpha\lambda^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} \text{ para } \alpha > 2.$$

En la gráfica 2 se puede observar la forma de la distribución de Pareto para diferentes valores de lambda y alpha.

Gráfica 2. Función de densidad de la Distribución Pareto.



Fuente: Elaboración propia

En la gráfica 2 se puede notar que la distribución Pareto es sesgada a la derecha y de cola ligera.

3.1.3 La distribución Weibull

Esta distribución se utiliza ampliamente en la práctica debido a su versatilidad, introducida por el físico sueco Waloddi Weibull en 1939. Su uso fue originalmente propuesto para la interpretación de datos de fatiga, particularmente es usada en el sector asegurador para describir los fenómenos de vida como la distribución de vida de algún objeto, ya que brinda una aproximación cercana a su vida útil (Walpole, et al., 2012).

La función de densidad con parámetros λ , (*de escala*) α (*de forma*) es:

$$f(x) = \lambda \alpha (\lambda x)^{\alpha-1} e^{-(\lambda x)^\alpha}; x, \alpha, \lambda > 0$$

En este caso, la función de distribución acumulada de una variable aleatoria Weibull es:

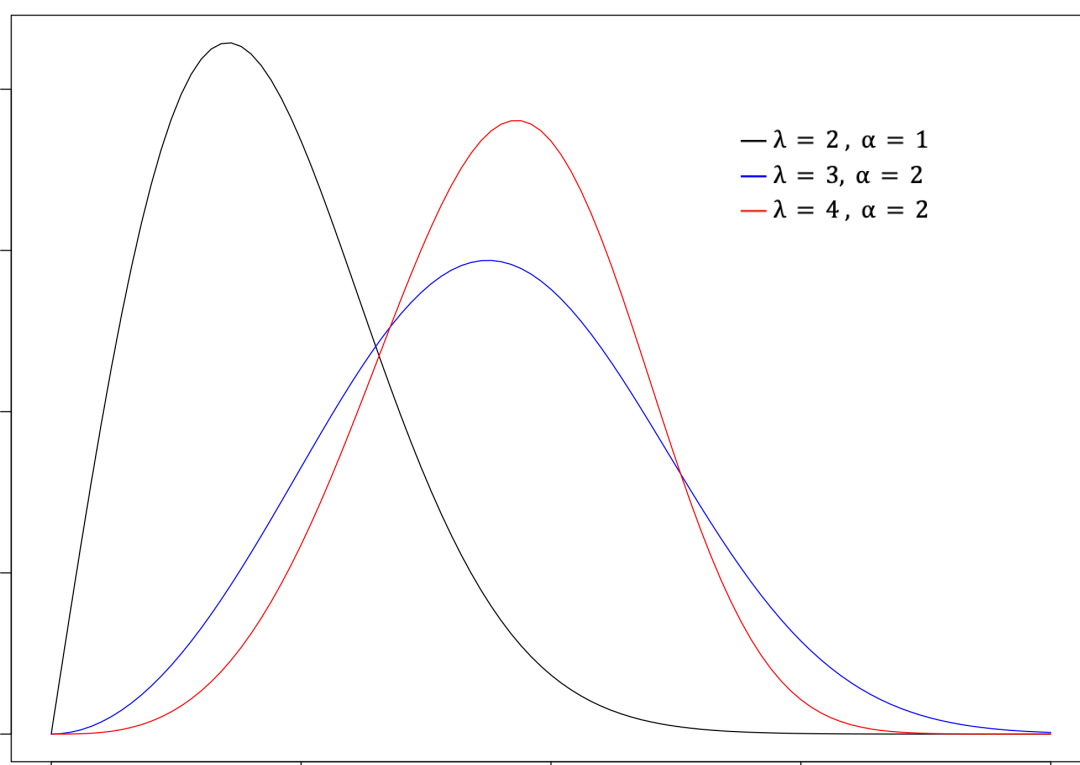
$$F(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^\alpha}; x, \alpha, \lambda > 0$$

Su valor esperado y su varianza están definidas como:

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad \text{var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]$$

En la gráfica 3 se puede observar la forma de la distribución de Weibull para diferentes valores de lambda y alpha; donde es evidente que tiene forma parecida a una distribución normal sesgada a la izquierda si el valor de lambda es pequeño, y con campana corta si el valor de alfa es pequeño.

Gráfica 3. Función de densidad de la Distribución Weibull.



Fuente: Elaboración propia

3.1.4 La distribución Lognormal

La distribución lognormal es ampliamente utilizada en el ámbito financiero y actuarial, ya que permite modelar variables estrictamente positivas y asimétricas, tales como precios de activos y montos de reclamos o fianzas. Esta distribución resulta especialmente útil para representar procesos de crecimiento multiplicativo, donde la variabilidad se distribuye de manera sesgada, facilitando el análisis de riesgos y la toma de decisiones en seguros y finanzas (Limpert, Stahel, & Abbt, 2001).

La distribución lognormal es la distribución que resulta de aplicarle un logaritmo natural a una variable normalmente distribuida, de ahí que si una variable se distribuye lognormal con parámetros α , β^2 se dice que tiene media α y varianza β^2 .

Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{x\beta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \alpha)^2}{2\beta^2}\right); x \geq 0$$

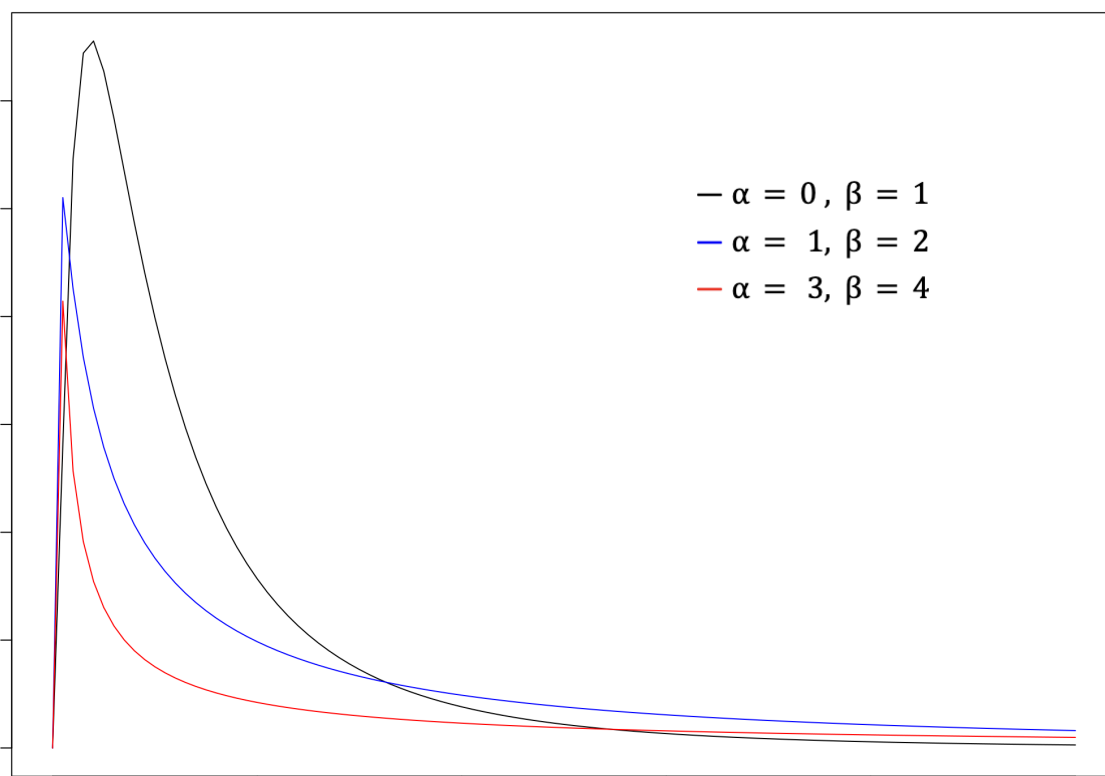
Y la función de distribución acumulada es:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \alpha}{\beta}\right); x \geq 0$$

Donde Φ es la distribución acumulada de una normal estándar, $N(0,1)$.

En la gráfica 4 se puede observar la forma de la distribución de lognormal para diferentes valores de alpha y beta; donde es evidente que a diferencia de la Weibull, la distribución Lognormal es sesgada a la izquierda y que entre más grandes son alfa y beta, mayor anchura y altura tiene la distribución.

Gráfica 4. Función de densidad de la Distribución Lognormal.



Fuente: Elaboración propia

3.2 Relación entre la función de distribución Normal y la Lognormal

La distribución Lognormal se deriva de la distribución normal por medio de una transformación logarítmica.

Suponga que tenemos una variable aleatoria continua X con función de distribución Normal con media μ y varianza σ^2 . Es decir: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Entonces la función de densidad de probabilidad de X está dada por (1).

Lo que se desea en este caso es transformar a la variable aleatoria X . Por lo que, si se aplica el logaritmo natural a esta variable aleatoria y se denota a esta transformación como Y , entonces se obtiene:

$$Y = \ln(X),$$

donde al despejar X :

$$X = e^Y.$$

Por lo que, para encontrar la función de densidad de probabilidad de Y , se debe hacer un cambio de variable en la función de densidad de probabilidad en (1), de tal manera que

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(y-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad y > 0$$

Dado que la transformación es no lineal, se calcula el Jacobiano de la transformación y como la relación entre las densidades de X y Y viene de un cambio de variable donde $X = g(Y)$, entonces:

$$f(x) = f(y) \cdot \left| \frac{dy}{dx} \right|$$

Dado que $Y = \ln(X)$, entonces $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$. Sustituyendo y simplificando obtenemos:

$$f(x) = f(\ln(x)) \left| \frac{d \ln(x)}{dx} \right|$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln(x)-\mu)^2/2\sigma^2} \left| \frac{1}{x} \right|$$

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln(x)-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad x > 0$$

Lo que resulta en la función de densidad de probabilidad de una distribución lognormal con parámetros μ y σ . Donde μ es la media del logaritmo natural de X y σ es la desviación estándar del logaritmo natural de X , como se mencionó en la sección anterior.

3.2.1 La distribución Gamma

Es una distribución continua usada para modelar el comportamiento de variables aleatorias con asimetría positiva o con experimentos donde se involucra la variable del tiempo y juega un papel importante en la teoría de colas y en problemas de confiabilidad (Walpole, et al. 2012). Se utiliza, entre otras cosas, para modelar el costo económico que supone una reclamación para una compañía de seguros, el volumen de precipitación de lluvia mensual en una localización, el tiempo de vida útil de un componente o de una maquinaria, etc.

Se dice que, una variable aleatoria X tiene una distribución gamma si su función de densidad está dada por:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, \text{ para } x, \beta, \alpha > 0, \quad (2)$$

$$= 0, \text{ de otra manera}$$

Donde $\Gamma(\alpha)$ es la función gamma. La cual se define como $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$. En el caso donde $n \in Z^+$, entonces $\Gamma(n) = (n - 1)!$

La función de distribución acumulada para la variable aleatoria gamma es:

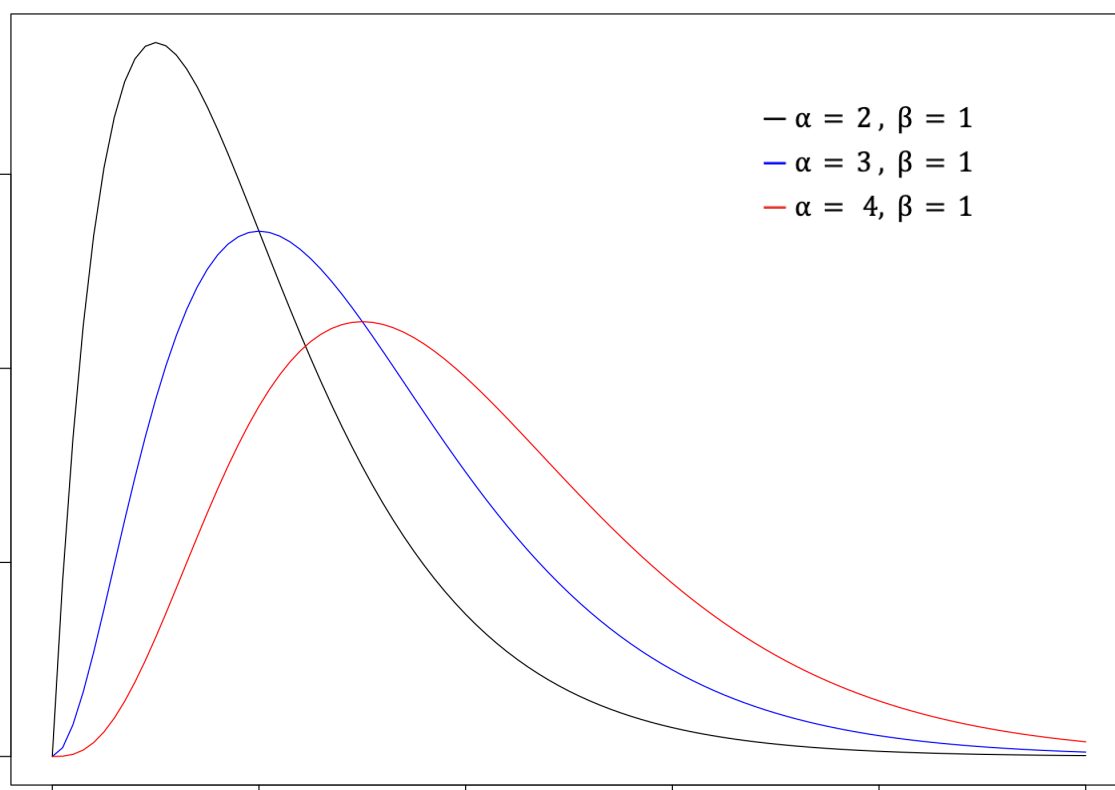
$$F(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t/\beta} dt, \quad x > 0$$

Para esta distribución se tiene que: $E(X) = \alpha\beta$ y $\text{var}(X) = \alpha\beta^2$.

En (2), si $\alpha = 1$ se llega a la distribución exponencial de media β .

En la gráfica 5 se puede observar la forma de la distribución gamma para diferentes valores de alpha y beta. Se puede observar que la distribución gamma es asimétrica con sesgo positivo.

Gráfica 5. Función de densidad de la Distribución Gamma.



Fuente: Elaboración propia

A continuación se mencionan los métodos de estimación puntual de parámetros más comunes: el de momentos y máxima verosimilitud y los criterios estadísticos que suelen emplearse para la selección de un modelo.

3.3 Estimación de parámetros por el método de momentos

El método de los momentos se le atribuye a Karl Pearson, pues fue el primero en ajustar parámetros de distribución a conjuntos de datos. El método infiere que el k -ésimo momento poblacional debe ser proporcional al k -ésimo momento muestral (Pearson, 1938).

Es importante recordar que, a través de la definición de momentos, se obtienen estadísticas básicas de las distribuciones de probabilidad como la media, el cálculo del sesgo y la curtosis.

La idea principal de emplear este método es construir un sistema de ecuaciones, para así encontrar la estimación de los parámetros que la distribución de interés requiera.

El k-ésimo momento poblacional para distribuciones continuas se define como:

$$E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx$$

donde $f(x)$ es la función de densidad de la distribución propuesta.

Mientras que, sea $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ una muestra aleatoria de tamaño n , el k-ésimo momento de una muestra aleatoria se define como:

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$$

El método de momentos está basado en la idea de que los momentos muestrales deben dar buenas estimaciones de los momentos poblacionales correspondientes (Wackerly, et al., 2010).

Es decir, m_k debe ser un buen estimador de $E(X^k)$, para $k = 1, 2, \dots$. Entonces, debido a que los momentos poblacionales $E(X), E(X^1), \dots, E(X^k)$ son funciones de los parámetros poblacionales, se puede igualar los correspondientes momentos poblacionales y muestrales y despejar los estimadores deseados. En consecuencia, el método de momentos se puede expresar como sigue (Wackerly, et al., 2010).

$$E(X^k) = m_k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, t,$$

donde t es el número de parámetros por estimar.

Sin embargo, aunque el método de momentos es de fácil aplicación es posible que el método no produzca estadísticas suficientes. En otras palabras, es posible que no tenga en cuenta toda la información relevante de la muestra. Además, en ocasiones el método puede producir estimadores sesgados (Wackerly, et al., 2010).

3.4 Estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud

La estimación de momentos por máxima verosimilitud es uno de los enfoques de estimación más importante en la inferencia estadística, debido a que con frecuencia proporciona estimadores insesgados de varianza mínima (MVUE) (Wackerly, et al.,

2010). La estimación de momentos por máxima verosimilitud como su nombre lo dice, es el que maximiza la función de verosimilitud. El método consiste en lo siguiente:

Sean x_1, x_2, \dots, x_n las observaciones independientes de una función de densidad de una variable continua $f(x, \theta)$, el estimador de máxima verosimilitud $\hat{\theta}$ es el que maximiza la función de verosimilitud:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = f(x, \theta) = f(x_1, \theta)f(x_2, \theta)\dots f(x_n, \theta)$$

Comúnmente es conveniente trabajar con el logaritmo natural de la función de verosimilitud para encontrar el máximo de la función, por lo que,

$$\ln L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i, \theta)$$

Entonces, el estimador de máxima verosimilitud es el valor de $\hat{\theta}$ que maximiza $L(\theta)$.

Algunas propiedades de los estimadores de máxima verosimilitud son:

- Tienen la propiedad de invarianza.
- En muestras grandes son consistentes.
- Se pueden ajustar para ser insesgados y de mínima varianza.

3.5 Criterios de información

A la hora de modelar es necesario tener un conjunto de modelos con sus respectivos parámetros estimados para evaluar el desempeño de cada uno frente a los datos y así poder seleccionar el que mejor se ajusta a la serie de interés.

Una metodología para su comparación comprende la función de máxima verosimilitud, seleccionando el mejor modelo sin penalizar su complejidad y que al ser transformada, dan como resultado los criterios de contraste Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC).

3.5.1 Akaike

El criterio de información de Akaike proporciona un método de selección para el modelo que mejor describe un conjunto de datos. Este criterio se define como:

$$AIC = -2 \log \log (L(\hat{\theta})) + 2K$$

Donde $L(\hat{\theta})$ es el logaritmo de la máxima verosimilitud y K es el número de parámetros libres del modelo.

El criterio de Akaike proporciona una estimación de la distancia entre el modelo estimado y los datos observados, es por eso que el uso de este criterio es recomendable cuando se hacen comparaciones sobre el mismo conjunto de datos; misma razón por la que siempre se busca elegir aquella distribución que genere un número de AIC más cercano a cero (Akaike, 1974).

3.5.2 Bayesiano

Este criterio es calculado para los modelos como una medida de bondad de ajuste para la función de máxima verosimilitud, el número de parámetros y el número de datos del modelo. El modelo con menor número de BIC es considerado el mejor en explicar el mayor número de datos con el menor número de parámetros (Schwarz, 1978).

Al igual que en el AIC, BIC introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo, pero la penalización es mayor que uno en el AIC. Este criterio se define como:

$$BIC = K \ln(n) - 2 \ln(L(\hat{\theta}))$$

Donde $L(\hat{\theta})$ es el logaritmo de la máxima verosimilitud y K es el número de parámetros libres del modelo. Al igual que en el caso del AIC se elige el modelo con valor de BIC más cercano a cero como el mejor estadísticamente.

3.6 Simulación de distribuciones de probabilidad continuas por el método de la Transformada Inversa

Para Thomas H. Naylor (1982), la simulación es una técnica numérica para conducir experimentos en una computadora. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuales son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de largos periodos de tiempo.

De acuerdo con Cross (1994), las etapas para llevar a cabo un estudio de simulación son:

- Definición del sistema
- Formulación del modelo
- Recolección de datos
- Implementación del modelo en la computadora
- Validación
- Experimentación
- Interpretación
- Documentación

Por lo que, en este trabajo para poder llevar a cabo las etapas mencionadas es necesario, como primer paso, generar números pseudoaleatorios que hagan posible la imitación de las entradas aleatorias de un modelo de simulación.

Antes de la revolución informática se usaban métodos como ruedas giratorias, lanzamiento de dados y juego de baraja (por mencionar algunos), para generar dichos números “aleatorios”; ahora, gracias al advenimiento de la computadora, ya se generan estos números de forma automática (Asimow y Maxwell, 2010).

La generación de números aleatorios tiene aplicaciones en diversos sectores como la física y la computación, donde se emplean para el diseño, verificación y validación de algoritmos, o en la criptografía que se usan como apoyo para los protocolos de comunicación segura. Estos números tienen gran aplicación en estadística para el muestreo, la realización de contrastes e intervalos de confianza, pero especialmente en la aproximación de distribuciones y la comparación de estimadores, que es el uso que se le dará en esta investigación.

En términos generales, un número pseudoaleatorio es el valor de una variable aleatoria X que tiene una distribución de probabilidad uniforme definida en el intervalo $(0,1)$.

Se debe recordar que, la función de distribución acumulada de una distribución uniforme en el intervalo $[a, b]$ está definida como:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$

Y la función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}; \text{ si } a \leq x \leq b$$

$$=0; \text{ e. o. c}$$

Entonces, para que un conjunto de números sea considerado aleatorio debe cumplir (Cross, 1994):

- Estar uniformemente distribuido.
- Los datos deben ser estadísticamente independientes.
- La media del conjunto debe ser estadísticamente igual a $\frac{1}{2}$.
- Mientras que su varianza debe ser estadísticamente igual a $1/12$.
- El conjunto de observaciones debe ser reproducible.

Para la simulación de variables continuas existen diferentes métodos divididos en dos grandes vertientes: el método de inversión y los de aceptación/rechazo. En este trabajo se emplea el método de inversión. Por lo que, el punto de partida es la generación de números pseudoaleatorios con distribución uniforme en $(0,1)$.

Es importante considerar que el método de inversión es preferible siempre que $F(x)$ sea conocida para simular una variable continua. La aplicación de este método tiene su fundamento en la **transformada integral de probabilidad** (Mood, et al., 1974), en la cual se establece que si X es una variable aleatoria con distribución acumulada $F_X(\cdot)$, entonces $F_X(\cdot)$ es una candidata para ser $g(\cdot)$ en la transformación $Y = g(X)$. El siguiente teorema muestra la distribución de $Y = F_X(x)$ si $F_X(\cdot)$ es continua. Dado que $F_X(\cdot)$ es una función no decreciente, la función inversa $F_X^{-1}(\cdot)$ puede definirse

para cualquier valor de y entre 0 y 1 como: $F_X^{-1}(\cdot)$ es el valor más pequeño de x que satisface $F_X(x) \geq y$.

Teorema: Si X es una variable aleatoria continua con función de distribución $F(x)$, entonces $U = F(X)$ es uniformemente distribuida sobre el intervalo $(0,1)$, es decir, $U = F(X) \sim u(0,1)$. En cambio, si U está uniformemente distribuida sobre el intervalo $(0,1)$, entonces $X = F_X^{-1}(U)$ tiene una función de distribución $F_X(\cdot)$.

Demostración:

$$P(U \leq u) = P(F(X) \leq u) = P(X \leq F^{-1}(u)) = F(F^{-1}(u)) = u \text{ para } 0 < u < 1$$

$$\text{En cambio, } P(X \leq x) = P(F^{-1}(U) \leq x) = P(U \leq F(x)) = F(x)$$

Por lo que, como consecuencia del teorema anterior, con el método de inversión se pueden generar números aleatorios.

Entonces, el algoritmo del método de inversión está dado por:

1. Generar $U \sim u(0,1)$
2. Devolver $X = F^{-1}(U)$
3. Repetir los pasos 1 y 2 n cantidad de veces.

En el siguiente capítulo se aborda la aplicación práctica de este algoritmo.

3.7 Pruebas de bondad de ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste son pruebas estadísticas que se basan en el contraste de hipótesis para verificar si los datos observados en una muestra aleatoria se ajustan con un nivel de significancia (certeza) a la distribución de probabilidad que se propone. A continuación se menciona la prueba de bondad de ajuste que se considerará en este trabajo.

3.7.1 Prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov

La prueba de Kolmogorov-Smirnov es un contraste de bondad de ajuste diseñado para distribuciones continuas. Se basa en comparar la función de distribución F_0 bajo H_0 con la función de distribución empírica F_n (Massey, 1951).

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

$$= \max_{1 \leq i \leq n} \{|F_n(x_i) - F_0(x_i)|, |F_n(x_{i-1}) - F_0(x_i)|\}$$

Teniendo en cuenta que $F_n(x_i) = \frac{i}{n}$:

$$D_n = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{i}{n} - F_0(x_i), F_0(x_i) - \frac{i-1}{n} \right\}$$

$$= \max_{1 \leq i \leq n} \{D_{n,i}^+, D_{n,i}^-\}$$

Para decidir si los datos pasan la prueba o no, se formulan las siguientes hipótesis de contraste:

$$H_0 = \text{Los datos se ajustan al modelo propuesto.}$$

$$H_1 = \text{Los datos NO se ajustan al modelo propuesto.}$$

Si el p-value es mayor a 0.05 (se establece que la prueba es certera al 95% de confianza) no se rechaza la hipótesis nula H_0 . De lo contrario, se rechaza ésta hipótesis y se dice que los datos no se ajustan a la distribución propuesta.

Es importante mencionar que el estudio de simulación se realizó mediante un script escrito en el paquete estadístico R Studio (Core Team 2015). El script utiliza diversas paqueterías que se mencionan en los siguientes párrafos.

3.8 Paqueterías de RStudio de apoyo

3.8.1 Rrisk Distributions

Es una colección de funciones para adaptar distribuciones a determinados conjuntos de datos. Es comúnmente usado para modelar cuando el objetivo principal de la investigación no es ese, sino que sirve como herramienta de apoyo para conocer

cómo se distribuyen nuestros datos e incluso obtener estadísticas del conjunto de datos.

3.8.2 Tidvverse

Es un conjunto de paquetes que trabajan en sintonía porque comparten representaciones visuales de los datos y diseño API. Entre sus principales usos destacan la visualización, manipulación e importación de datos y la transformación de los mismos.

3.8.3 Dplyr

Es una herramienta útil para trabajar con el marco de datos como objetos, tanto dentro como fuera de la memoria. Entre sus principales usos destacan añadir nuevas variables que son funciones de variables ya existentes, filtrar valores de las variables e incluso agruparlas.

3.8.4 Fitdistrplus

Ayuda a adaptar a diversas funciones con distribuciones paramétricas de conjuntos de datos censurados y no censurados. Los datos censurados pueden contener valores censurados por la izquierda, la derecha y por intervalos con límites superiores e inferiores. Lo más importante a señalar es que el paquete también estima los parámetros por el método de momentos y no solo por el método de máxima verosimilitud, entre muchos otros métodos. Además de disponer de un resumen de la distribución que está modelando.

3.8.5 Ggplot2

Es un paquete utilizado principalmente para la creación de gráficas, es un paquete enfocado en hacer las gráficas lo más coloridas y fáciles de leer para interpretar mejor los datos.

3.8.6 UnivariateML

Es un paquete dedicado a estimar el estadístico de máxima verosimilitud para funciones de densidad univariadas.

Capítulo IV: Ajuste de distribución y Simulación Estadística

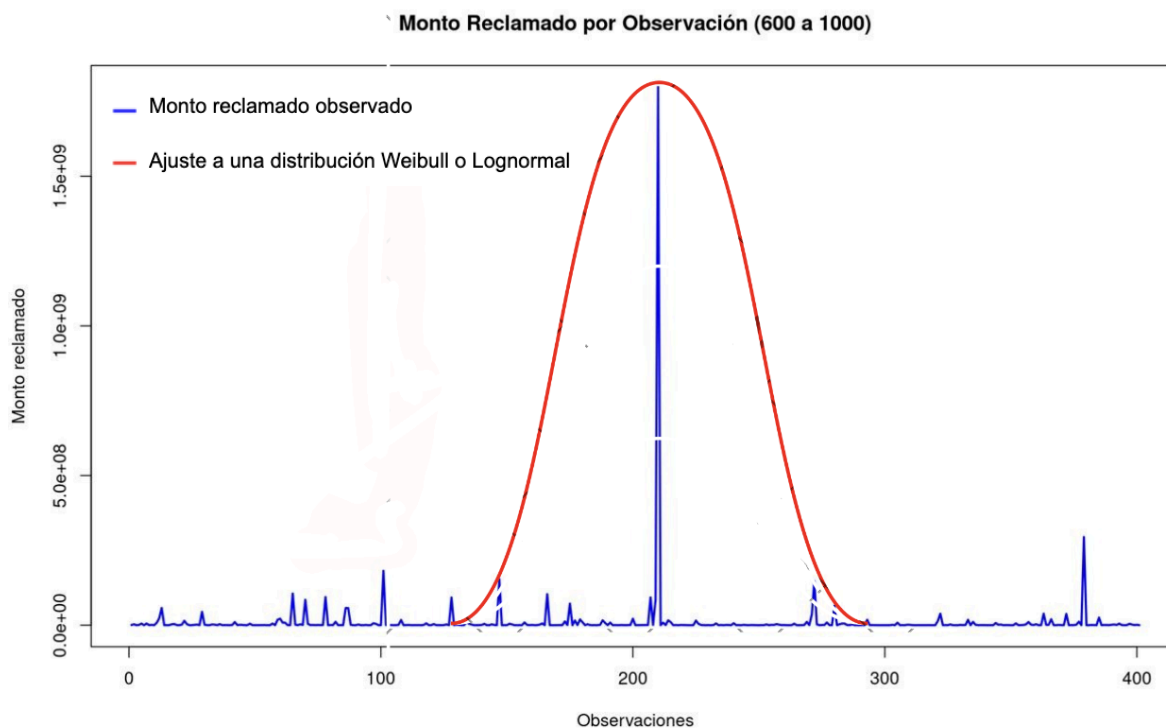
El ajuste de distribución engloba la información que brinda el análisis estadístico de los datos que se van a estudiar y la capacidad descriptiva de cada distribución propuesta; es decir, en este capítulo se estudian las características de los datos a analizar para elegir el modelo que mejor pronostique los montos reclamados futuros con base en los datos ya observados.

Se parte de un análisis estadístico previo a la modelación. Los datos utilizados en la investigación corresponden a las cifras reportadas de montos de reclamaciones recibidas de fianzas en el Sistema Estadístico del Sector Afianzador (SESAF) con fundamento en la Disposición 38.1.9, numeral XXII, de la Circular Única de Seguros y Fianzas (CNSF,2020). La base de datos seleccionada permite conocer los montos reclamados desde el año 2015 hasta el 2019. Además, para el análisis y modelado de datos, se utiliza el software estadístico RStudio (versión 4.2.3).

4.1 Estadística descriptiva de los datos seleccionados

En la gráfica 6 se muestra el comportamiento del conjunto de datos estudiado. Dado el comportamiento que presentan los datos en la gráfica 6, donde se nota una cola larga hacia la izquierda simulando la forma de una campana simétrica, se puede especular a simple vista que los datos se distribuyen como una Weibull o Lognormal, de acuerdo con la información de secciones previas. Sin embargo, es necesario realizar el modelado y análisis estadístico de los datos.

Gráfica 6. Montos de fianzas reclamados de 2015 a 2019. CNSF.



Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

En el Cuadro 1, por su parte, se presentan las estadísticas descriptivas de los montos de fianzas reclamados de 2015 a 2019. El total de datos analizados es de 1000, con un mínimo de monto reclamado de \$1058 pesos mexicanos y un máximo de \$1,797,930,351 pesos (considere que este conjunto de datos contempla todos los ramos de fianzas, como son: judiciales, de fidelidad, fiscales, etc). La media de montos reclamados es de \$7,665,434 pesos mexicanos y debido a la diferencia entre el monto máximo y el mínimo es que presenta una desviación estándar de 60,073,459. La desviación estándar, al ser considerada como una medida de dispersión, se puede interpretar como que tan alejados están nuestros datos de la media, como se puede observar en este conjunto de datos hace sentido que sea tan elevada por la variedad del tipo de fianzas que se encuentra en la serie de datos. Además, se puede notar que el valor de la mediana (\$376,900) es menor que la media, señal de que los datos presentan una distribución sesgada a la derecha, característica de distribuciones como la lognormal.

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de los montos de fianzas reclamados de 2015 a 2019.

(Pesos mexicanos)

Mínimo	1058
Media	7665434.104
Mediana	376900
Varianza	3608820523967539
Desviación Estándar	60073459.397
Máximo	1797930351

Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

4.2 Modelado de los datos

El modelado de datos se basa en funciones de distribución que de acuerdo al criterio del investigador, se puedan ajustar mejor a las observaciones que se están estudiando. Como se ha mencionado, por la forma de la gráfica 6 se puede inferir que los datos se distribuyen Weibull o Lognormal. Sin embargo, para obtener un mejor contraste estadístico y mayor confianza en la distribución que se elige, se contemplan también distribuciones como la Normal, la Pareto (que es la más común encontrada en el sector asegurador y afianzador) y la Gamma (una de las distribuciones más frecuentemente encontradas cuando se modela el comportamiento de montos reclamados).

Para hallar la función que mejor se ajusta a los datos de interés, primero se compara el criterio de información de Akaike de cada una de las distribuciones propuestas. Mientras que en el cuadro 2 se muestra el contraste del valor del criterio de Akaike de cada función de distribución.

Cuadro 2. Criterio de información de Akaike de las distribuciones de probabilidad propuestas.

Distribución	Grados de libertad	AIC
Lognormal	2	30537.23
Weibull	2	30728.18
Gamma	2	31128.98
Pareto	2	31490.46
Normal	2	38663.03

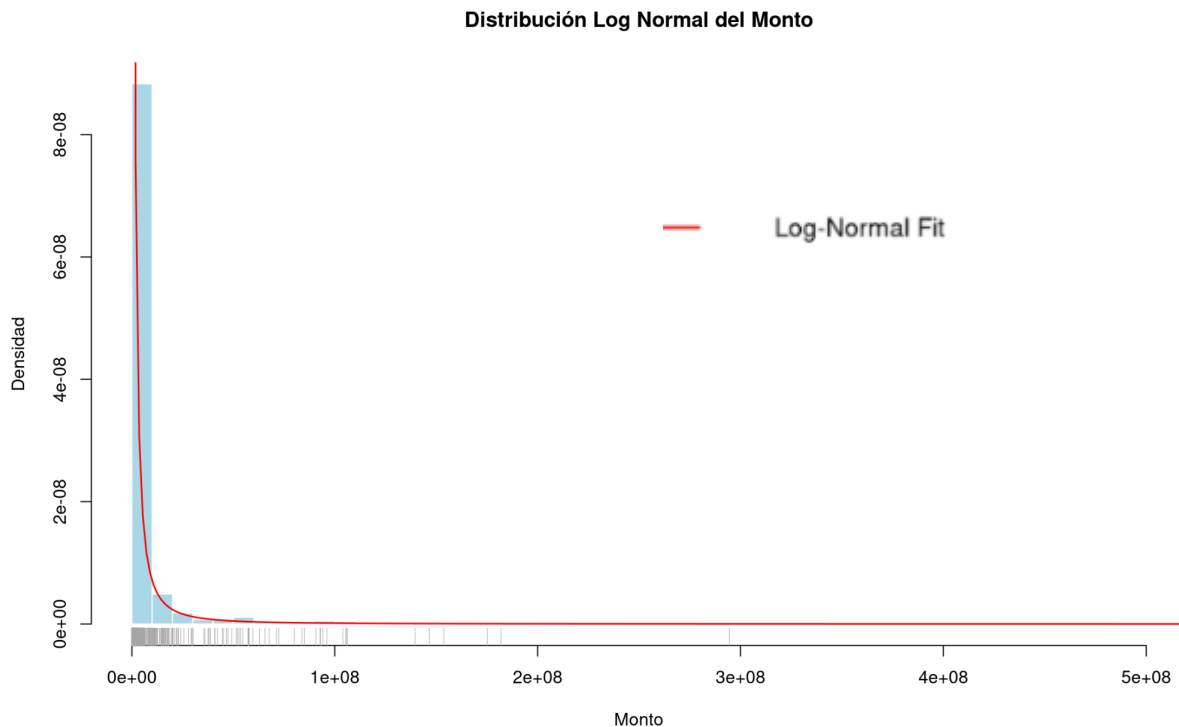
Nota: para la obtención del criterio AIC se ocupó la estimación de máxima verosimilitud.

Fuente: *Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).*

Dado que se elige el AIC más cercano a cero, se puede concluir que los resultados sugieren que los datos se distribuyen Lognormal.

Teniendo en cuenta lo anterior, la gráfica 7 muestra el ajuste de los datos seleccionados a una función de distribución Lognormal.

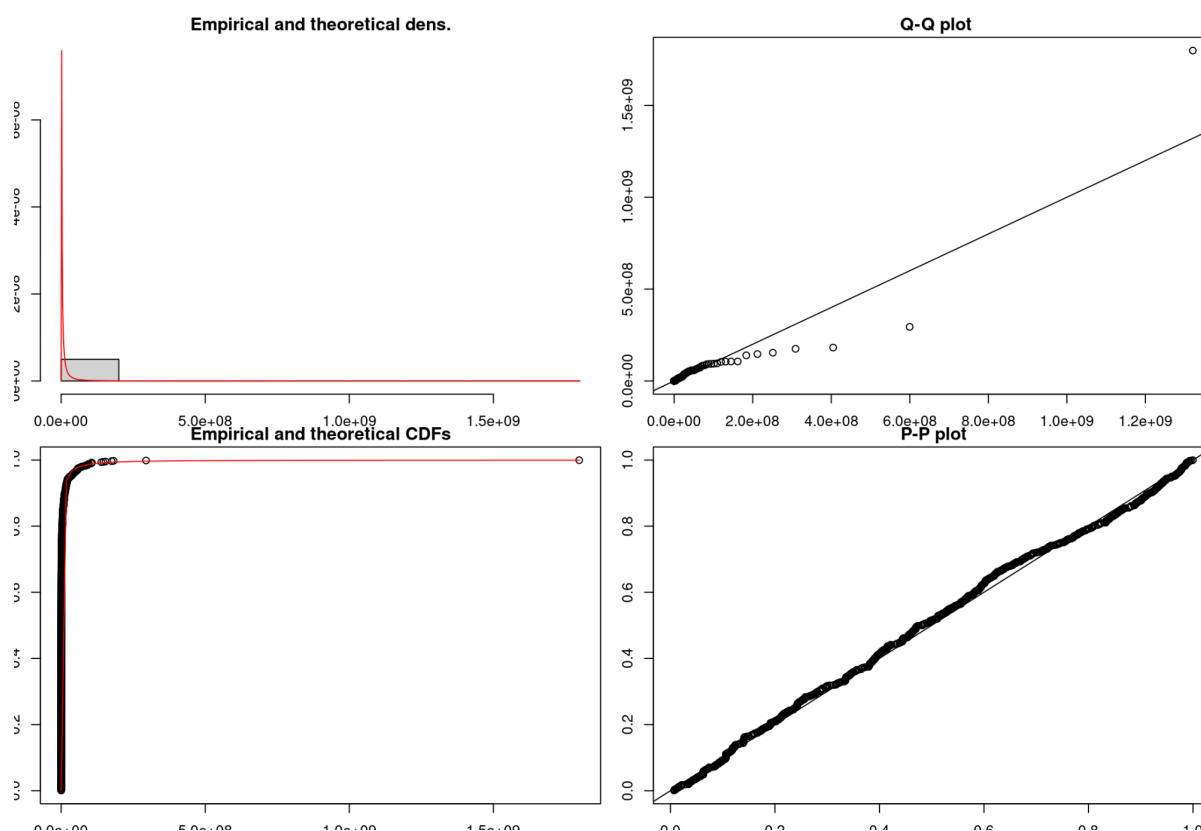
Gráfica 7. Ajuste de los montos reclamados de fianzas a una distribución Lognormal.



Fuente: *Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).*

A pesar de que en la gráfica 7 no se observa con claridad un buen ajuste entre los datos y una función de distribución Lognormal, los paneles de la figura 1 muestran viabilidad en concluir que las observaciones se distribuyen Lognormal ya que los residuos se distribuyen normal con media cero (ver parte inferior de la figura). Además, es evidente notar que la mayor parte de información de los datos se concentra en las colas, lo cual es indicador de que la distribución lognormal es candidata a modelar los datos de interés.

Figura 1. Ajuste de la distribución Lognormal.



Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

Adicionalmente, en el cuadro 3 se muestra la estimación de los parámetros de ajuste de la distribución Lognormal, por lo que se puede establecer que estos se distribuyen Lognormal con media 12.95 y desviación estándar 2.44.

El software estadístico de apoyo (R Studio Core Team 2015) utiliza el método de máxima verosimilitud para encontrar los valores de los parámetros que maximizan la probabilidad de observar los datos bajo la distribución especificada.

Cuadro 3. Parámetros de ajuste de la distribución Lognormal.

Parámetro	Estimación	Error estándar
media	12.95	0.077
desviación estándar	2.44	0.055

Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

Aunque las estimaciones estadísticas y las gráficas que se han utilizado hasta ahora sugieren que la distribución de los datos se ajustan a una lognormal, como paso final, se aplica la prueba de Kolmogorov-Smirnov para tener una evidencia estadística de que el conjunto de datos elegido se distribuye Lognormal con media 12.95 y desviación estándar 2.44 (ver Cuadro 4).

Cuadro 4. Prueba Kolmogorov-Smirnov.

Distribución	Estadístico	Valor p
Lognormal	0.03598	0.1466
Weibull	0.10108	2.673e-09
Normal	0.44921	2.2e-16

Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

El cuadro 4 nos sirve de referencia para contrastar el valor p sobre las tres posibles distribuciones que más se ajustan a los datos.

En este caso, recuerde que el juego de hipótesis a evaluar está dado como:

H_0 : Los datos se distribuyen lognormal.

H_1 : Los datos no se distribuyen lognormal.

Obteniendo:

Estadístico	Valor p
-------------	---------

0.03598	0.1466
---------	--------

Dado que el p-value obtenido es 0.1466, se concluye que hay suficiente evidencia estadística para no rechazar la hipótesis nula, es decir, que los datos se ajustan a una distribución Lognormal con media 12.95 y desviación estándar 2.44. Como paso adicional, se utiliza la librería de RStudio “Fitdistrplus” para corroborar que la estimación de los parámetros es correcta, concluyendo así el modelado del conjunto de datos seleccionado.

4.3 Simulación de la distribución de probabilidad modelada

En la sección anterior se estableció que los datos siguen una distribución Lognormal con media 12.953 y desviación estándar 2.446. Por lo que, para el análisis de simulación se opta por el Método de Inversión para una Lognormal utilizando variables aleatorias distribuidas normalmente.

4.4 Método de inversión para la Lognormal

Como se ha visto, el método de inversión se basa en encontrar una función inversa a la función de distribución acumulada de una variable.

La función de distribución acumulada de una variable que se distribuye lognormal con media μ y varianza σ^2 es:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

Donde erf es la función de error estándar y se define como:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Donde:

- x es el valor de entrada para el cual se calcula la función de error estándar
- e es la base del logaritmo natural
- t es la variable de integración

La función de error estándar es una función continua en el intervalo $(-1,1)$ y se evalúa numéricamente utilizando métodos de integración numérica.

Dado que el método de inversión implica resolver la ecuación $F(x) = U$ para encontrar la variable aleatoria x que se distribuye lognormal, donde U es una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1]$.

Se tiene entonces que:

$$F(x) = U$$

Sustituyendo la función de distribución acumulada de una variable que se distribuye lognormal con media μ y varianza σ^2 .

$$U = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

Restando $\frac{1}{2}$ a ambos lados de la ecuación:

$$U - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{2}$$

$$U - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

Multiplicando ambos lados por 2:

$$2\left(U - \frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right)$$

$$2U - 1 = \operatorname{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

Aplicando la función inversa de la función de error estándar que es conocida como la función de distribución acumulada de la distribución normal, se obtiene:

$$\ln(x) - \mu = \sigma\sqrt{2}\operatorname{erf}^{-1}(2U - 1)$$

Despejando x :

$$\ln(x) = \mu + \sigma\sqrt{2}\operatorname{erf}^{-1}(2U - 1)$$

Aplicando exponentes a ambos lados:

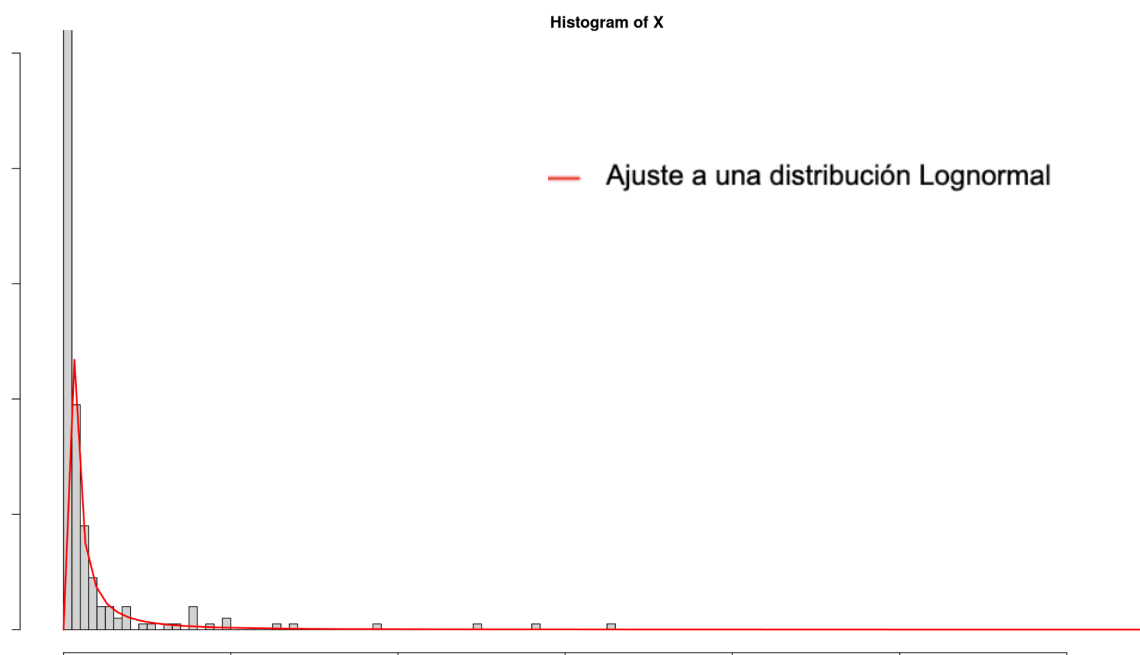
$$\exp(\ln(x)) = \exp(\mu + \sigma\sqrt{2}\operatorname{erf}^{-1}(2U - 1))$$

Resultando:

$$x = \exp(\mu + \sigma\sqrt{2}\operatorname{erf}^{-1}(2U - 1))$$

Es fácil observar que el valor encontrado de x es una variable aleatoria que se distribuye lognormal con parámetros μ y σ , dado un valor aleatorio uniforme U en el intervalo $[0, 1]$. Es así como se obtiene algebraicamente la función inversa de una variable aleatoria que se distribuye lognormal dado una variable aleatoria uniforme. Al hacer la comparación de la función de distribución y el histograma de las simulaciones se obtiene la gráfica 8.

Gráfica 8. Ajuste del histograma de simulaciones y la función de distribución.



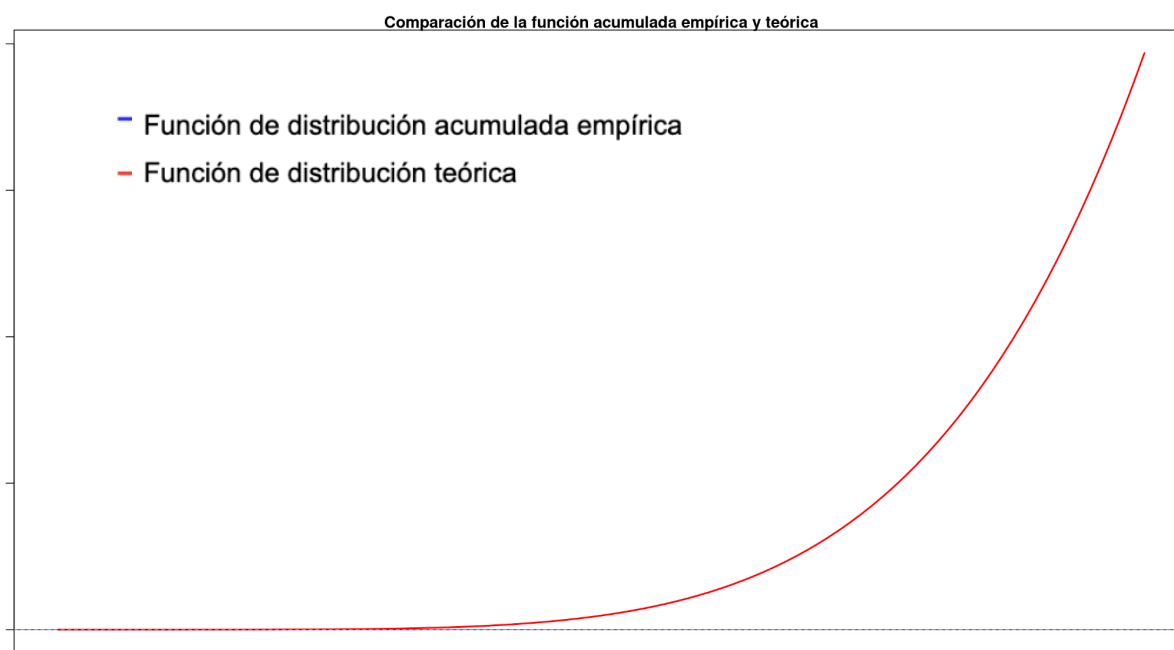
Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

Mientras que la gráfica 9 se observa la comparación de la función acumulada empírica y la teórica, donde se muestra consistencia entre los datos observados y los simulados.

Función de distribución acumulada empírica

Función de distribución teórica

Gráfica 9. Comparación de la función acumulada empírica y la teórica.



Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

Sin embargo, es necesario llevar a cabo una prueba de bondad de ajuste para tener fidelidad de que los datos simulados son confiables. Es por eso que en el cuadro 5 se muestran los resultados de la prueba de Kolmogorov-Smirnov sobre los datos simulados.

Cuadro 5. Prueba Kolmogorov-Smirnov sobre la simulación de los datos.

Estadístico	Valor p
0.02292	0.6609

Fuente:Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

Si consideramos un nivel de significancia $\alpha=0.05$, entonces se puede observar que, el valor p es mayor a alpha, por lo que no se rechaza la hipótesis nula y se puede establecer que hay evidencia estadística suficiente para concluir que los datos simulados provienen de una distribución Lognormal con media 12.95 y desviación estándar 2.44.

4.5 Estadística descriptiva de las simulaciones

En el cuadro 6 se muestran las estadísticas descriptivas de los valores simulados en la sección anterior.

Cuadro 6. Estadística descriptiva de los valores simulados.

Mínimo	317.108
Media	8, 722, 955.051
Mediana	464, 660.211
Varianza	3, 224, 631, 317, 778, 729
Desviación Estándar	56, 785, 837.299
Máximo	1, 296, 625, 263.081

Fuente: Elaboración propia con datos de la CNSF (2020).

Se tiene un número total de 1000 datos simulados, con un monto mínimo de \$317 pesos mexicanos y un máximo de \$1,296,625,263 pesos mexicanos, cuyos datos son congruentes con los observados (\$1058 y \$1,797,930,351, respectivamente). Por lo que, como consecuencia, muestran una media de \$8,722,955 y una desviación estándar de 56,785,837.

Dados los datos anteriores, se pueden estimar algunas probabilidades que podrían ser de utilidad para las entidades de seguros y fianzas. Por ejemplo, calcular la probabilidad de que un monto de fianza reclamado esté por debajo del promedio o a estimar la probabilidad de ocurrencia de reclamos en distintos rangos de monto. La información probabilística también permite mejorar los modelos de riesgo y pérdida. Por ejemplo, si se conoce la probabilidad de que un reclamo sea mayor o menor que ciertos umbrales, se pueden desarrollar estrategias de reaseguro o diversificación de riesgos. Asimismo, al analizar la distribución de los montos reclamados y calcular probabilidades específicas, se pueden identificar tendencias y patrones en los datos. Esto es clave para la planificación financiera y la toma de decisiones estratégicas, ya

que se pueden asignar recursos de manera más eficiente, priorizando áreas con mayor riesgo o mayor potencial de pérdida.

En este caso note que, para una distribución Lognormal, la media aritmética está dada por:

$$\bar{X} = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) = \exp\left(12.95 + \frac{2.44^2}{2}\right) = 8,258,883.77$$

Y la mediana aritmética está dada por:

$$\hat{x} = \exp(12.95) = 420,836.64$$

De acuerdo con la “ley de los grandes números” la cuál establece que, conforme aumenta el tamaño de una muestra de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media finita, la media muestral tenderá a acercarse al valor esperado de la población. En otras palabras, la media de los resultados observados converge, en probabilidad (o casi seguramente en su versión fuerte), hacia el valor teórico a medida que el número de observaciones se incrementa (Ross, 2014). Es decir, \bar{X} es consistente para μ , o lo que es lo mismo converge en probabilidad en μ . Esto proporciona la justificación teórica para el proceso de promediar que se emplea en numerosos experimentos para obtener precisión en las mediciones (Wackerly, et al., 2010). Por lo que, como el promedio de los montos de pólizas de fianzas puede ser muy cercano al valor verdadero, entonces se pueden establecer diversas probabilidades.

Por ejemplo, para calcular la probabilidad que un valor esté por debajo de la media para una distribución Lognormal se utiliza la función de distribución acumulativa, que es lo equivalente a usar la función de distribución acumulativa de la normal con la media y desviación estándar de la Lognormal. Es decir, 12.95 y 2.44, respectivamente.

Convirtiendo entonces la media aritmética a la escala logarítmica, se obtiene:

$$z = \frac{\ln(x) - \mu}{\sigma}$$

Donde x es la media aritmética.

$$Z = \frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} = \frac{\ln(8,258,883.77) - 12.95}{2.44} = 1.22$$

Usando la tabla Z para calcular la probabilidad: $P(Z \leq 1.22) \approx 0.88$. Entonces, la probabilidad de que un valor esté por debajo de la media es aproximadamente 88.88%.

Asimismo, la probabilidad de que un monto de fianza reclamado esté por encima de la media es el complemento de la probabilidad anterior. Es decir:

$$P(X > m) = 1 - P(X < m) \approx 1 - 0.88 \approx 0.11$$

Entonces, la probabilidad de que un valor esté por encima de la media es aproximadamente 11.12%. Lo que refleja una de las características esenciales de la distribución lognormal, pues en ésta la probabilidad de hallar valores muy alejados de cero es baja.

De igual manera, para calcular la probabilidad de que un valor esté entre el mínimo y la mediana, se debe obtener primero el mínimo y la mediana en la escala logarítmica. Como se muestra a continuación.

Para el mínimo:

$$Z = \frac{\ln(317) - 12.95}{2.44} \approx -2.948$$

Para la mediana:

$$Z = \frac{\ln(420,836.64) - 12.95}{2.44} = 0$$

Usando la tabla Z para encontrar las probabilidades:

$$P(Z \leq -2.948) \approx 0.0016$$

$$P(Z \leq 0) = 0.5$$

Calculando la probabilidad de que un monto reclamado de fianza esté entre el mínimo y la mediana se expresa como sigue:

$$P(\text{mínimo} \leq X \leq \text{mediana}) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -2.948) \approx 0.5 - 0.0016 = 0.4984$$

Entonces, la probabilidad de que un valor esté entre el mínimo y la mediana es aproximadamente 49.84%.

Conclusiones

De acuerdo con la CNSF (2021) para el último trimestre de 2020, las venta de pólizas de seguros y fianzas decrecieron 2.9% en términos reales respecto al año anterior, así mismo, las ganancias de las instituciones de seguros y fianzas decrecieron 16.4% en términos reales con respecto a diciembre de 2019. En otro reporte de la CNSF se menciona sobre el mes de octubre de 2021 que el aumento en la siniestralidad y el incremento Neto a la Reserva de Riesgos en Curso y Fianzas en Vigor llevó a que el mercado presentara pérdidas por 12,211 MDP, lo que equivale al 23% de la prima emitida, al mismo tiempo que se incrementaron los gastos de operación, y, por lo tanto, también los gastos administrativos, con lo cual se vio comprometido el desempeño de las afianzadoras al firmar menos contratos y tener que cubrir más obligaciones.

Este contexto se evidencia cómo el año 2020 marcó un punto de inflexión para la economía mundial. La pandemia no solo afectó a las industrias en términos de pérdidas directas, sino que también reveló vulnerabilidades en la gestión de riesgos, permitiendo a diversos sectores, incluido el de seguros y fianzas, identificar áreas clave de mejora en la prevención y mitigación del riesgo. Nunca antes una crisis económica global provocada por una pandemia había sido analizada desde la perspectiva actual, lo que resalta la importancia de abordar la simulación de escenarios futuros, tanto favorables como desfavorables. Esta simulación no solo ayuda a visualizar posibles desenlaces, sino que también contribuye a mitigar el riesgo, función esencial de las instituciones de seguros y fianzas.

El estudio y simulación de la distribución de montos de las reclamaciones recibidas de fianzas es importante para las instituciones porque les permite pronosticar un comportamiento para años posteriores, evaluar mejor las reservas y determinar cláusulas en los contratos que permitan establecer un límite en póliza que cubra las necesidades de sus contratistas sin necesidad de sacrificar su propio bienestar.

Un análisis detallado y acertado acerca de las posibles siniestralidades para el periodo entrante de estudio puede mejorar el desempeño financiero de la institución de Seguros y Fianzas mejorando sus utilidades y ofreciendo mejores servicios a sus clientes, incluso con mayor cobertura.

En este trabajo, al analizar el conjunto de datos seleccionado (una muestra con 1000 observaciones) se encontró un monto mínimo y máximo reclamado de \$1058 y \$1,797,930,351 pesos mexicanos, respectivamente. Con respecto a las medidas de tendencia central, los datos muestran una media de \$7,665,434 pesos mexicanos. Además, se nota que existe un gran dispersión entre estos pues se muestra una desviación estándar de 60,073,459, comportamiento que se ve reflejado en la representación gráfica de los mismos.

Con base en las estadísticas básicas de los datos y la representación gráfica de los mismos, se proponen diversas distribuciones de colas pesadas que ayuden a modelar el comportamiento y naturalidad de los datos, concluyendo que los datos se ajustan a una distribución Lognormal con media 12.95 y desviación estándar 2.44 con un p-value resultante de 0.14 en la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov, la cual respalda al 95% de confianza del modelado de los datos.

Si bien, establecer el comportamiento y estadísticas básicas de los datos estudiados es de gran ayuda para determinar el panorama actual, resulta aún más importante poder predecir el comportamiento de los mismos para el próximo periodo de estudio. Es por ello, que también se obtienen simulaciones sobre la función de densidad de la distribución Lognormal con media 12.95 y desviación estándar 2.44.

En la simulación de los datos se encontró que hay un un monto mínimo de \$317 pesos mexicanos y un máximo de \$1,296,625,263 pesos mexicanos, cuyos datos son congruentes con los observados. Además de mostrar una media de \$8,722,955 y una desviación estándar de 56,785,837. Datos que se comprueban con la prueba Kolmogorov-Smirnov con un p-value resultante de 0.66. Es decir, hay un 95% de confianza de que los datos sigan esta distribución. Adicionalmente, las afirmaciones anteriores se comprueban con la representación gráfica del ajuste de las simulaciones a la función de densidad de los datos seleccionados.

Para los fines prácticos de este documento, cabe resaltar que se nota un incremento en la media de los montos reclamados de \$1,057,521 pesos mexicanos. A pesar de que el monto máximo y el mínimo reclamados parecen mostrar un decremento, la

atención se centra en la media, ya que, si la media incrementa, también incrementará el monto indemnizado por fianza reclamada. Lo cual pone en riesgo el margen de utilidad esperado de las afianzadoras.

Asimismo, se espera que estas estadísticas sean de ayuda para los nuevos cálculos de reservas y márgenes de solvencia, con el objetivo de minimizar sus pérdidas y salvaguardar el bienestar de las afianzadoras y el de sus propios clientes.

Por otro lado, se considera importante dar inicio con este documento a un área de investigación en las fianzas sobre cómo prever y, sobre todo, cuantificar con mayor exactitud las pérdidas generadas para el periodo entrante de estudio. Conocer el panorama actual y prever el futuro, es de las estrategias empresariales más importantes en el mundo financiero y no debería de ser la excepción para el mundo asegurador y afianzador mexicano y alrededor del mundo.

Bibliografía

- Aguilar, R. R., & Ake, S. C. (2013). Valuación de opciones de tipo de cambio asumiendo distribuciones α -estables. *Contaduría y administración*, 58(3), 149-172.
- Aguilar, B. P., & Gudiño, A. J. (2007). *Fundamentos Actuariales de primas y Reservas de Fianzas*.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723.
- Asimow, L. A., & Maxwell, M. M. (2010). *Probability and statistics with applications: A problem solving text*. Actex Publications.
- Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS). (s.f.). *Historia del Seguro en México*. Recuperado de <https://www.amis.com.mx>
- Beltrán, P. A., & Antillón, J. G. (2007). Fundamentos Actuariales de Primas y Reservas de Fianzas. *Foro-Red-Mat: Revista electrónica de contenido matemático*, 20(4), 1.
- Campos-Aranda, D. F. C. (2016). Ajuste de las distribuciones GVE, LOG y PAG con momentos L de orden mayor. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 17(1), 12.
- Comisión Nacional de Seguros y Fianzas [CNSF]. (2021, 17 de febrero). Reporte Informativo Trimestral del Mercado de Seguros y Fianzas al Cierre del Cuarto Trimestre de 2020 [Boletín de Prensa]
- Comisión Nacional de Seguros y Fianzas [CNSF]. (2021). Panorama Analítico del Sector de Seguros y Fianzas. *Revista Actualidad en Seguros y Fianzas*, N/A, p.15.
- Comisión Nacional de Seguros y Fianzas [CNSF]. (2020). Sistema Estadístico del Sector Afianzador (SESAF) con fundamento en la Disposición 38.1.9, numeral XXII, de la Circular Única de Seguros y Fianzas.

Recuperado de:
<https://www.cnsf.gob.mx/Transparencia/Paginas/DatosAbiertos.aspx>

Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. [CNSF]. (2020). Información estadística de Crédito. (2020, diciembre 4), de Comisión Nacional de Seguros y Fianzas de <http://www.cnsf.gob.mx/EntidadesSupervisadas/InstitucionesSociedadesMutualistas/Paginas/Credito.aspx>

Cross, N. (1994). *Engineering Design Methods: Strategies for Product Design* (3rd ed.). John Wiley & Sons.

Cuaquira Quisbert, M. L., & Morales Cortez, K. G. (2019). *Sistema de adquisición de seguros de daños para la empresa nacional seguros patrimoniales y fianzas* (Doctoral dissertation).

Diario Oficial de la Federación. (1910, 24 de agosto). Reglamento de la Ley de Compañías de Seguros sobre la Vida. México.

Diario Oficial de la Federación. (1926, 25 de mayo). Ley General de Sociedades de Seguros. México.

Diario Oficial de la Federación. (1935, 25 de agosto). Ley General de Instituciones de Seguros. México.

Diario Oficial de la Federación. (1990, 3 de enero). Decreto por el que se reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley General de Instituciones de Seguros. Recuperado de https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=4639221&fecha=03%2F01%2F1990

Diario Oficial de la Federación. (1991, 14 de enero). Reglamento de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. México.

Diario Oficial de la Federación. [DOF]. (s/f). Gob.mx. Recuperado el 27 de agosto de 2024, de https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=4885597&fecha=01/07/199

- Echemendía Tocabens, B. (2011). Definiciones acerca del riesgo y sus implicaciones. *Revista cubana de higiene y epidemiología*, 49(3), 470-481.
- Fernández, L., & Ruiz, P. (2018). Historia de los seguros de vida y el desarrollo de la probabilidad en Europa. Editorial Financiera.
- Gómez, L. (2015). El contrato de fianza y su evolución en el derecho comparado. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Hernández, P. (2019). El contrato de fianza en México: Antecedentes y regulación actual. Fondo de Cultura Económica.
- Hernández Rojas, P. V., Mendieta Castillo, V. M., & Pichardo Bermúdez, Y. D. (2014). *Análisis de la importancia de la fianza en el sistema judicial y en el mercado afianzador de Nicaragua en el periodo comprendido de octubre 2013 a agosto 2014* (Doctoral dissertation).
- Iris Cruz, Juan Carlos. (2022, julio 07). Historia de las fianzas, a través de las distintas culturas. *Revista Siniestro*, N/A, pp. 1-2.
- Limpert, E., Stahel, W. A., & Abbt, M. (2001). Log-normal distributions across the sciences: Keys and clues. *BioScience*, 51(5), 341–352.
- Martínez, C. (2017). Las Leyes de Manú y su influencia en el derecho moderno. Ediciones Jurídicas.
- Martínez, J., & Gómez, R. (2021). Los orígenes históricos de los seguros de vida y su evolución en la antigüedad. Editorial Histórica.
- Massey, F. J. (1951). The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*, 46(253), 68–78.
- Minzoni Consorti, Antonio. (2005). Crónica de Dos Siglos del Seguro en México. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- Naylor, T. H. (1982). Técnicas de simulación en computadoras. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ley de Instituciones de Seguros y Fianzas. (2021). Diario Oficial de la Federación.
- Pearson, E. S. (1938). An Appreciation of Some Aspects of His Life and Work. Cambridge: Cambridge University Press.

- Pérez, A., & López, M. (2019). Historia y evolución de los seguros en la antigüedad. Editorial Académica.
- Polo Sánchez, S. P. (2021). Estimación del capital económico por riesgo operacional financiero usando el método de distribución de pérdidas con convolución Poisson y Log-normal.
- Rodríguez, S. (2014). El Código de Hammurabi y los contratos de garantía en la antigua Babilonia. Editorial Jurídica Internacional.
- Ross, S. M. (2014). A first course in probability (9ª ed.). Pearson.
- Sánchez Flores, Octavio Guillermo de Jesús. (2000). La Institución del Seguro en México. Editorial Porrúa.
- Seguros SURA. (s.f.). Glosario. Recuperado de <https://www.segurossura.com.co/paginas/glosario.aspx>
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6(2), 461–464.
- Torres, R. (2020). El origen de la fianza mercantil en Inglaterra. Ediciones Jurídicas Británicas.
- Wackerly, D. D., Mendenhall III, W. & Scheaffer, R. L. (2010). Estadística Matemática con Aplicaciones. 7a ed. CENGAGE Learning.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). Probability & Statistics for Engineers & Scientists. Pearson Education, Inc.
- Zhao, J., Ahmad, Z., Mahmoudi, E., Hafez, E. H., & Mohie El-Din, M. M. (2021). A New Class of Heavy-Tailed Distributions: Modeling and Simulating Actuarial Measures. *Complexity*, 2021(1), 5580228.

Anexos

RStudio Script

```
library(readxl)
datos<- read_xlsx("dataset_1.xlsx",sheet="Hoja1")
#install.packages("tkrplot")
#library(tkrplot)
install.packages("rriskDistributions")
library(rriskDistributions)

#sacando la estadística descriptiva de los datos
mean(datos$`monto`)

#Cálculo simple de estadísticos descriptivos
install.packages("flextable")
install.packages("moments")
library(flextable)
library(moments)
min <- min(datos$`monto`, na.rm = TRUE)
media <- mean.default(datos$`monto`, na.rm = TRUE)
mediana <- median.default(datos$`monto`, na.rm = TRUE)
var <- var(datos$`monto`, na.rm = TRUE)
desvest <- sd(datos$`monto`, na.rm = TRUE)
max <- max(datos$`monto`, na.rm = TRUE)

#Valores de estadísticos como vector
descriptivos <- as.numeric(c(min,media, mediana,var,desvest,max))

#Encabezados de cada estadístico como un vector
nombres <- c("Mínimo","Media", "Mediana","Varianza", "Desviación Estándar",
"Máximo")

#presentacion de los datos
descr2 <- print(as.data.frame(rbind(nombres,descriptivos)))
install.packages("gridExtra")
library(gridExtra)
grid.table(descr2)

#graficar datos - grafica 6
subset_datos <- datos$`monto`[600:1000]
plot(subset_datos,
      type = "l",
```

```

col = "blue",    # Color de la línea
lwd = 2,        # Grosor de la línea
ylab = "Monto reclamado",
xlab = "Observaciones",
main = "Monto Reclamado por Observación (600 a 1000)"

```

```
#####-----MODELADO
```

```
#que distribucion siguen mis datos
```

```
install.packages("tidyverse")
```

```
library(tidyverse)
```

```
install.packages("dplyr")
```

```
library(dplyr)
```

```
install.packages("univariateML")
```

```
library(univariateML)
```

```
# Se comparan únicamente las distribuciones con un dominio [0, +inf)
```

```
comparacion_bic <- BIC(
  mlgamma(datos$`monto`),
  mllnorm(datos$`monto`),
  mlweibull(datos$`monto`),
  mlnorm(datos$`monto`),
  mlpareto(datos$`monto`)
)
```

```
comparacion_bic %>% arrange(BIC)
```

```
#####de acuerdo a los resultados de AIC, nuestros datos se ajustan a una log normal
```

```
#-----REPRESENTACION GRAFICA DE LAS DISTRIBUCION
```

```
hist(datos$`monto`,
  main = "Distribución Log Normal del Monto",
  freq = FALSE
  , ylim = c(0,1000)
)
```

```
lines(mllnorm(datos$`monto`),col="blue")
legend(x = 15000, y = 0.0001, legend = c("lnorm"),
  col = c("blue", "red"), lty = 1:2)
rug(datos$`monto`)
```

```
#####
```

```
# Crear el histograma
```

```
hist(datos$`monto`,
  main = "Distribución Log Normal del Monto",
```

```

xlab = "Monto",
ylab = "Densidad",
freq = FALSE,
#ylim = c(0, 0.001),
xlim = c(0,5.0e+08),
col = "lightblue",
border = "white",
breaks = 200)

# Ajustar una distribución log-normal a los datos
fit <- fitdist(datos$`monto`, "lnorm")

# Generar los valores de la función de densidad ajustada
x_vals <- seq(min(datos$`monto`), max(datos$`monto`), length.out = 1000)
y_vals <- dlnorm(x_vals, meanlog = fit$estimate["meanlog"], sdlog =
fit$estimate["sdlog"])

# Agregar la línea de la densidad ajustada
lines(x_vals, y_vals, col = "red", lwd = 1.5)

# Agregar la leyenda
legend("topright", legend = c("Log-Normal Fit"), col = "red", lwd = 2)

# Agregar rug plot
rug(datos$`monto`, col = "darkgray")

#####

install.packages("gofest")
library(gofest)
# Ajuste de una distribución log-normal
install.packages("fitdistrplus")
library(fitdistrplus)
distribucion <- fitdist(datos$`monto`, distr = "lnorm")
summary(distribucion)
par(mar=c(1,1,1,1))
plot(distribucion)

#corriendo pruebas
ks.test(datos$`monto`, "plnorm", meanlog=12.95, sdlog=2.44, exact=TRUE)
#p-value=0.14 hay suficiente evidencia estadística para decir que los datos
#se ajustan a una log normal

```

```

# Prueba de ajuste para las demas distribuciones
install.packages("MASS") # Para las distribuciones Weibull y Gamma
install.packages("VGAM") # Para la distribución Pareto
install.packages("fitdistrplus") # Para ajustar distribuciones y estimar parámetros
library(MASS)
library(VGAM)
library(fitdistrplus)

# Ajuste de parámetros para la distribución Weibull
fit_weibull <- fitdist(datos$monto, "weibull")
ks.test(datos$monto, "pweibull", shape=fit_weibull$estimate["shape"],
        scale=fit_weibull$estimate["scale"])

# Ajuste de parámetros para la distribución Gamma
fit_gamma <- fitdist(datos$monto, "gamma")
ks.test(datos$monto, "pgamma", shape=fit_gamma$estimate["shape"],
        rate=fit_gamma$estimate["rate"])

# Ajuste de parámetros para la distribución Pareto (usando Pareto tipo II)
fit_pareto <- vglm(monto ~ 1, pareto2, data = datos)
shape_pareto <- Coef(fit_pareto)[1]
scale_pareto <- Coef(fit_pareto)[2]
ks.test(datos$monto, "pparetoll", location=scale_pareto, shape=shape_pareto)

# Ajuste de parámetros para la distribución Normal
fit_normal <- fitdist(datos$monto, "norm")
ks.test(datos$monto, "pnorm", mean=fit_normal$estimate["mean"],
        sd=fit_normal$estimate["sd"])

distribucion <- fitdist(datos$monto, distr = "gamma")
summary(distribucion)
par(mar=c(1,1,1,1))
#corriendo pruebas pgamma
fit <- fitdist(datos$monto, "gamma", method="mme")
summary(fit)
ks.test(datos$monto, "pgamma", shape=1.629832e-02, rate=2.44, exact=TRUE)

#comprobando parametros
install.packages("fitdistrplus")
library(fitdistrplus)
par<-fitdist(datos$monto,"lnorm")
par
#los parametros coinciden

```

```

####-----COMENZANDO SIMULACION
#dado que en la seccion anterior se establecio que los datos seguian una dist
#lognormal con media 12.95 y sd 2.44, se decidio simular a traves del metodo de
#inversion para una log normal generando variables aleatorias normales

nsim <- 1000
N<- rnorm(nsim)
X<-exp(12.95+2.44*N)

mean(X)

#compracion entre f(x) y el historgrama de simulaciones
hist(X, breaks=100, freq=FALSE,ylim=c(0,0.00000001))
curve(dlnorm(x,12.95,2.44), lwd=2, add=TRUE, col="red")

#comparacion entre la F(x) teorica y la empirica
curve(plnorm(x,12.95,2.44), lwd=2, col="red",xlim=c(0,0.00000001),
      xlab=" ",ylab=" ",main="Comparación de la función acumulada empírica y teórica")
plot(ecdf(X), add=TRUE, col="blue")
#funcion de distribucion acumulada empirica

#PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE USANDO KOLMOGOROV-SMIRNOV
#h0, los datos son lognormal
#h1= los datos no son lognormal
ks.test(X, "plnorm", meanlog=12.95, sdlog=2.44, exact=TRUE)
#como p-value es mayor a alfa,NO RECHAZO H0
#hay evidencia estadistica para concluir que los datos simulados
#proviene de una distribucion log normal con media 12.95 y sd 2.44

#corriendo pruebas weibull
fit <- fitdist(datos$monto, "weibull")
summary(fit)
ks.test(datos$monto, "pweibull", shape=4, scale=0.004, exact=TRUE)

# ESTADISTICA DESCRIPTIVA DE LOS SIMULADOS
min2 <- min(X, na.rm = TRUE)
media2 <- mean.default(X, na.rm = TRUE)
mediana2 <- median.default(X, na.rm = TRUE)
var2 <- var(X, na.rm = TRUE)
desvest2 <- sd(X, na.rm = TRUE)
max2 <- max(X, na.rm = TRUE)

```

```

#Valores de estadísticos como vector
descriptivos2 <- as.numeric(c(min2, media2, mediana2,var2,desvest2,max2))

#Encabezados de cada estadístico como un vector
nombres2 <- c("Mínimo","Media", "Mediana","Varianza", "Desviación Estándar",
"Máximo")

#presentacion de los datos
descr3 <- as.data.frame(rbind(nombres2,descriptivos2))
install.packages("gridExtra")
library(gridExtra)
grid.table(descr3)

#write.csv2(descr3, file = "Tabla 2.csv")

#graficar datos
hist(X)
plot(X,type="l",ylab="Monto",xlab="Observaciones")
max(X)
min(X)

## graficas del marco metodologico
# --- pareto
help(Distributions)
install.packages("sads")
library(sads)
curve(dpareto(x, shape=3, scale=1), 1,8, ylab="Density")
curve(dpareto(x, shape=6, scale=1), 1,8, add=TRUE, col="blue")
curve(dpareto(x, shape=9, scale=1), 1,8, add=TRUE, col="red")

# --- weibull
curve (dweibull (x, 2, 1), 0, 4,
      ylab = 'Density')
curve (dweibull (x,3,2), 0,4, add=TRUE, col="blue")
curve (dweibull (x,4,2), 0,4, add=TRUE, col="red")

# --- gamma
curve(dgamma(x, 2, scale=1), 0, 10)
curve(dgamma(x, 3, 1), 0, 10, add=TRUE, col="blue")
curve(dgamma(x, 4, 1), 0, 10, add=TRUE, col="red")

```

```
# --- log normal
curve(dlnorm(x, meanlog = 0, sdlog = 1), 0, 10)
curve(dlnorm(x, meanlog = 1, sdlog = 2), 0, 10, add=TRUE, col="blue")
curve(dlnorm(x, meanlog = 3, sdlog = 4), 0, 10, add=TRUE, col="red")

# --- normal
curve(dnorm(x, mean = 0, sd = 1), -10, 10)
curve(dnorm(x, mean = 0.5, sd = 2), -10, 10, add=TRUE, col="blue")
curve(dnorm(x, mean = 0.75, sd = 1.5), -10, 10, add=TRUE, col="red")

# --- info de RStudio
sessionInfo()
```