



Universidad Autónoma del Estado de México

Facultad de Ciencias

Licenciatura en Física

Trabajo de
titulación por
Tesis

“Análisis estadístico de electroencefalogramas en niños varones con antecedentes de abuso físico infantil”

Presenta:

Abraham Cruz Cid

Asesor: Dr. José Daniel Arzate Mena

Co-asesor: Dr. Omar Pavón Torres

Índice

ÍNDICE 2

RESUMEN 4

ANTECEDENTES DE LA TEMÁTICA 7

- Sobre el estrés 7
- Abuso infantil 7
- Electroencefalograma 9

PLANTEAMIENTO E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA 14

MARCO TEÓRICO 15

- Sistemas complejos 15
- Sobre el ruido de colores 20
- Correlaciones espuria 22
- Información mutua 24
- Sobre las correcciones a las medidas de interrelación 27
  - *Estacionariedad* *27*
  - *Datos sustitutos* *29*
  - *Corrección a las interrelaciones no lineales* *35*
- Sobre el patrón de correlación estacionario 37
- Sobre las desviaciones al patrón estacionario 41
- Aprendizaje automático y modelos de clasificación 43
  - *Métricas de desempeño* *44*
  - *Regresión logística* *46*
  - *Bosque aleatorio* *48*

MÉTODOS Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN EMPLEADAS 55

- Participantes 55
- Registro del EEG 57
- Preprocesamiento de los datos de EEG 58
- Medidas de interrelación 59
- Modelos de aprendizaje automático 62
  - *Validación Cruzada* *64*
  - *Obtención de métricas resultado* *65*

PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS 66

- Obtención de matrices 66
- Obtención de hiper-parámetros 66
- Desempeño de los modelos 68
- Conexiones importantes de cada modelo 76
- Análisis clásico 83
- Interpretación de las conexiones más importantes 87

CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS 88

REFERENCIAS DE CONSULTA 90

Resumen

En el presente trabajo de tesis se analizó la red cerebral funcional, reconstruida a partir de matrices de correlación obtenidas de electroencefalogramas (EEG) extracraneales, correspondientes a 16 niños con antecedentes de abuso físico infantil (AFI) y a 16 niños del grupo control. El objetivo fue identificar las zonas cerebrales de mayor relevancia que permitan discriminar entre ambos grupos mediante la implementación de modelos de aprendizaje automático.

La red cerebral funcional de los participantes se generó implementando la matriz Significant Average Correlation (SAC), calculada a partir de los 19 electrodos de EEG, para contrarrestar los efectos espurios asociados a la estimación de la correlación (Marín et al., 2013). Además, se generó una segunda red cerebral funcional basada en la extracción de la medida completamente no lineal de la información mutua normalizada (Rummel, et al., 2011). Por otro lado, se propusieron tres tipos distintos de matrices de desviación al patrón de correlación estacionario (Olguín et al., 2018).

En este sentido, cada matriz contaba con una etiqueta de clasificación: 1 si la matriz pertenecía a un participante del grupo AFI y 0 si la matriz pertenecía a un participante del grupo control.

Para cada tipo de matriz, los modelos de Regresión Logística y Bosques Aleatorios fueron entrenados utilizando el 80% de matrices, y el 20% restante se utilizó para evaluar si los modelos previamente entrenados eran capaces de clasificar correctamente matrices no analizadas durante la etapa de entrenamiento. El desempeño de los modelos se evalúo mediante las métricas Exactitud (accuracy, ACC), Precisión (Precision, PRE), Sensibilidad (Recall, REC), Puntaje F1 (F1 score, F1), Coeficiente de correlación de Matthews (MCC).

La tarea anterior se repitió en 100 ocasiones, variando las muestras usadas en el entrenamiento y la prueba, aunque manteniendo constantes los mismos porcentajes, acumulando 100 valores distintos por métrica. Además, en cada una

de estas iteraciones se recuperaron las conexiones más relevantes empleadas por los modelos para alcanzar los valores de dichas métricas.

Se encontró que las matrices de interrelación exclusivamente no lineal acumulaban alrededor de 20% valores distintos de cero. Este resultado sugiere que las interrelaciones funcionales no lineales son muy poco perceptibles por el EEG extracraneal y, para este trabajo, no se implementaron los modelos de aprendizaje automático.

Por su parte, los valores medianos de las métricas obtenidas en la etapa de prueba, utilizando las matrices de SAC y el Bosque Aleatorio fueron ACC: 0.62, REC: 0.60, F1: 0.61, MCC: 0.23 y PRE: 0.63. En contraste, al emplear Regresión Logística, los valores medianos correspondientes fueron ACC: 0.56, REC: 0.55, F1: 0.57, MCC: 0.13 y PRE: 0.57.

El tipo de matrices de desviación que mejor desempeño presentó en las métricas, usando el Bosque Aleatorio, fueron las desviaciones directas, con valores mediados ACC: 0.98, REC: 0.96, F1: 0.98, MCC: 0.96 y PRE: 1.00 en la etapa de prueba. Sin embargo, al emplear Regresión Logística, se obtuvieron valores anómalos en las métricas de desempeño.

Dado que los puntajes de las métricas obtenidos con las matrices de desviación directas fueron significativamente superiores a los obtenidos con las matrices SAC, se compararon las 12 interrelaciones más importantes que el Bosque Aleatorio utilizó para la tarea de clasificación (Fp2-C4, Fp1-C3, T4-O2, Fp2-T4, T3-O1, F7-T5, C3-O1, C4-O2, C3-C4, F8-T6 y C3-T5) con las 12 interrelaciones que la prueba estadística Mann-Whitney-Wilcoxon con corrección de Bonferroni (MWW-B) (Olguín et al., 2018) encontró como más relevante. Como resultado, se obtuvo que sólo dos interrelaciones (F7-F4 y F7-F8) aparecieron como relevantes para la prueba MWW-B, pero no se encontraron entre las 12 interrelaciones más importantes para el Bosque Aleatorio. En contraste, el resto de las interrelaciones coincidieron como relevantes en ambos enfoques (MWW-B y Bosques Aleatorios).

Los resultados anteriores sugieren que el estudio de las desviaciones respecto al patrón de correlación estacionario constituye una técnica de discriminación más efectiva entre los grupos con antecedentes de AFI y el grupo control que el uso de matrices SAC.

Finalmente, la combinación de modelos de aprendizaje automático con pruebas estadísticas clásicas podría mejorar el desempeño de los modelos, al permitir la eliminación de interrelaciones que, en principio, no aportan información relevante a la tarea de clasificación.

Antecedentes de la temática

Sobre el estrés

El estrés se define como una respuesta natural del organismo ante situaciones percibidas como amenazantes (Sierra, et al., 2003); no obstante, la evidencia científica indica que la exposición prolongada a este tipo de respuesta constituye un problema de relevancia clínica. (McEwen & Gianaros, 2011) señalan que el principal sistema encargado de responder a los efectos del estrés es el eje hipotálamo-hipófisis-adrenal, el cual es activado por los neuropéptidos vasopresina y la hormona liberadora de corticotropina (De Kloet et al., 2005). Como consecuencia hay un aumento en la cantidad de glucocorticoides en la sangre, particularmente del cortisol. Al mismo tiempo, el cortisol libera reservas de energía para acondicionar al sujeto a la situación estresante por medio de la coordinación entre el cerebro y el resto del cuerpo (Dickerson & Kemeny, 2004).

Los niveles altos de glucocorticoides en el cuerpo se han asociado a enfermedades cardiovasculares, hipertensión, resistencia a la insulina, osteoporosis, entre otras anormalidades físicas (Sagmeister et al., 2023).

Por otro lado, se ha encontrado evidencia de que el hipocampo, la amígdala y los lóbulos frontales son zonas del cerebro altamente propensas a sufrir daños por estrés crónico (Lupien et al., 2007). Aunado a lo anterior, (Sanz et al., 2015) proponen que la exposición constante a la violencia en niños y adolescentes constituye un conjunto de sucesos estresantes; por ello, el problema del abuso físico infantil puede conceptualizarse como un estresor crónico.

Abuso infantil

Diversos autores e instituciones han definido el concepto de maltrato infantil y clasificado sus manifestaciones en negligencia, abuso psicológico, *abuso físico infantil* (AFI) y *abuso sexual infantil* (ASI). Las investigaciones parecen mostrar que el maltrato proviene principalmente de padres, tutores o cuidadores (Centro de

Estudios Sociales y de Opinión Pública, 2005); es una acción intencionada (Consejo de Salubridad General Mexicana, 2011), y afecta negativamente el desarrollo, así como la salud física y mental del niño (Organización Mundial de la Salud, 2014). Además, el 63% de las niñas y niños de entre 1 y 14 años han experimentado al menos una forma de disciplina violenta (UNICEF México, 2019), como se muestra en Figura 1. En dicha figura se observa que el castigo físico aplicado por padres o tutores presenta una alta incidencia, siendo casi siempre la segunda forma de disciplina más empleada en las poblaciones infantiles, tanto en niños como en niñas, a distintas edades.

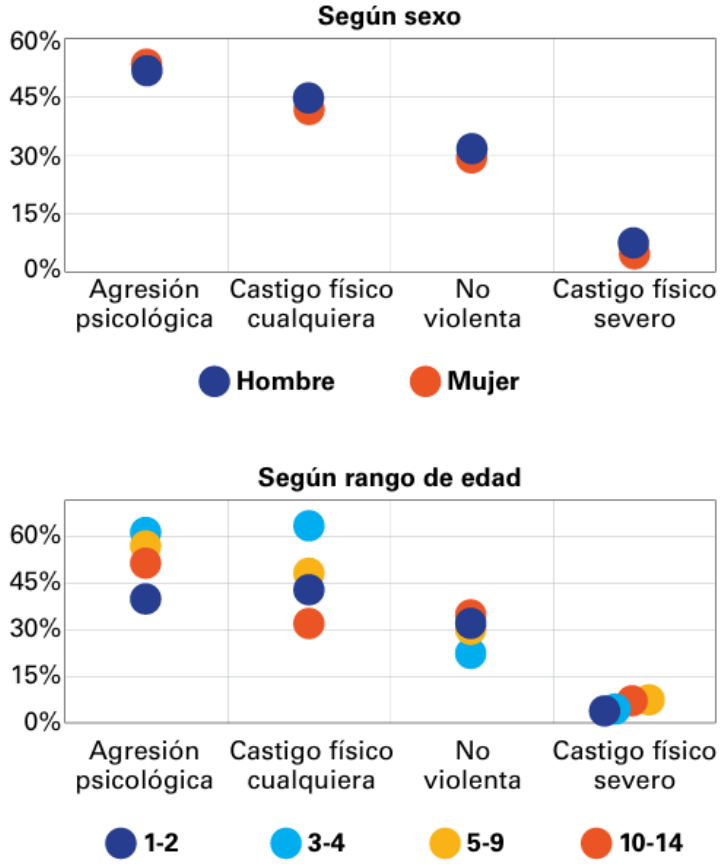


Figura 1. En el eje vertical se muestra el porcentaje de incidencia con la que ocurre cada tipo de castigo que los padres o tutores ejercen sobre sus hijos. En el eje horizontal se muestran los tipos de castigo. En la gráfica superior se hacen las distinciones según el sexo del menor, mientras que en la gráfica inferior la distinción en sobre distintos rangos de edad de los menores. Imagen recuperada de (UNICEF México, 2019).

Las consecuencias del maltrato en la infancia temprana tienen repercusiones psicológicas a lo largo de la vida. Así como lo sugiere un estudio de (Egeland et al., 1983), en el que se analizó el comportamiento de niños de entre 4.5 y 5 años al realizar tareas junto a sus madres. Además, se observó que los niños con antecedentes de AFI presentan mayor distracción e hiperactividad, al igual que una menor creatividad, en comparación con aquellos sin este antecedente, grupo control. En otro estudio (Gross & Keller, 1992), se identificaron síntomas de depresión y baja autoestima en estudiantes de entre 18 y 22 años con antecedentes de AFI. En un estudio similar se encontró que, de una muestra de 163 niños y adolescentes con antecedentes de AFI, el 55% de ellos presentaban características del *trastorno de estrés post traumático* (TEPT), mientras que el resto de ansiedad y depresión (Kiser, et al., 1991).

Este mismo patrón de afecciones se observa a edades adultas, como lo expone (Duncan, et al., 1996), donde se analizó la sintomatología del TEPT en mujeres de entre 18 y 50 años, y se encontró que aquellas con antecedentes de AFI podrían padecer TEPT, a diferencia de su grupo control.

ELECTROENCEFALOGRAMA

En los estudios mencionados anteriormente, los diagnósticos se realizaron de forma cualitativa mediante entrevistas e instrumentos psicológicos estandarizados. No obstante, también existen enfoques cuantitativos que, como primer paso, miden la actividad cerebral, estas técnicas son llamadas *técnicas de neuroimagen*. Entre las que se encuentran la *Imagen por Resonancia Magnética Funcional* (FMRI, por sus siglas en inglés), el Magnetoencefalograma (MEG), la *Tomografía por Emisión de Positrones* (TEP), el *electroencefalograma* (EEG), entre otros. En el presente trabajo se profundizará únicamente en el uso del EEG.

El EEG es una medición de la diferencia de voltaje, que puede variar entre 1 y 100 μV, generada por la actividad sincronizada de poblaciones neuronales (Kirschstein & Köhling, 2009) y (Kaiser 2007). Es una herramienta muy utilizada en el

diagnóstico de diversas enfermedades neurológicas y anormalidades como demencia, epilepsia, tumores cerebrales, desordenes de atención, paroxismos neuronales, problemas de lenguaje, entre otras (Siuly et al., 2016). Lo anterior debido a que el perfil del EEG depende del estado mental y de la actividad cognitiva que el participante realice al momento de la medición. Esto resulta importante en el estudio cuantitativo de diversos estados mentales como el TEPT asociado al AFI (Ito, et al., 1998) de lo que se ahondará más adelante.

El EEG se obtiene colocando electrodos en el cuero cabelludo del participante. El patrón de conexión de los electrodos varía según las zonas cerebrales que se requiera estudiar; no obstante, el sistema 10–20 es un estándar ampliamente utilizado. En este sistema, los electrodos se denominan de acuerdo con su localización anatómica: La letra *F* corresponde a la región frontal; *C* a la región central; *T* a la región temporal; *P* a la *región* parietal; *O* a la región occipital y *A* a la región auricular, siendo este último empleado como electrodo de referencia para la medición del potencial eléctrico.

Los subíndices numéricos también poseen un significado específico: los números pares indican que el electrodo se encuentra ubicado en el hemisferio derecho, mientras que los números impares corresponden al hemisferio izquierdo. Por su parte, el subíndice *z* señala una posición central sobre la línea media, y el subíndice *p* en *Fp*, indica una localización en la zona frontopolar. Lo anterior se representa de manera esquemática mediante el enmallado completo sobre la cabeza (Siuly et al., 2016), como se muestra en la Figura 2.

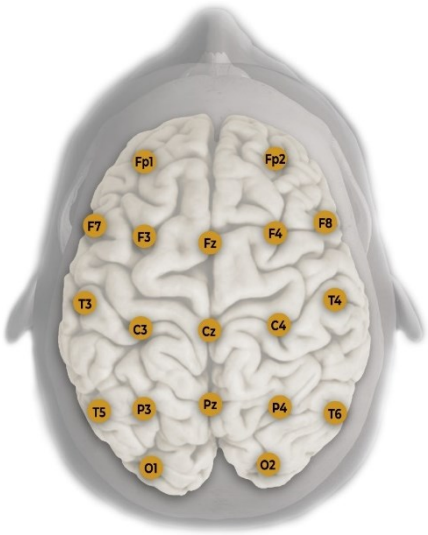


Figura 2. Visualización del sistema 10 – 20. Los números pares indican electrodos en el hemisferio derecho, los impares en el izquierdo y las letras corresponden a cada región cerebral. Elaboración propia.

Una de las principales características del EEG es que su frecuencia de registro puede superar los 300 Hz. Esto permite estudiar las diferentes bandas de frecuencias (aún no estandarizadas), a las cuales se les asocia diferente información de la actividad cerebral. Las bandas de frecuencia y la información funcional comúnmente relacionada con cada una de ellas se resumen a continuación (Luna et al., 2017):

Delta (δ): 0.5 – 3.5 Hz, análisis de etapas de sueño, especialmente para sueño profundo sin ensoñaciones y estados inconscientes;

Theta (θ): 3.5 – 7.5 Hz, también usada para caracterizar etapas de sueño, creatividad, intuición, fantasía e imaginación;

Alfa (α): 7.5 – 12.5 Hz, exhibe estados de tranquilidad y relajación sin soñolencia;

Beta (β): Descompuesta en Beta lenta (12.5 – 18 Hz) y Beta rápida (18 – 25 Hz), estudiada para estados de alerta, pensante y consciencia del entorno;

Gamma (γ): 25 – 40 Hz, atribución de estados de mayor actividad cognitiva como concentración profunda y actividad motora.

Además de la actividad cerebral (Figura 3), el EEG puede captar señales no neuronales, como las originadas por movimientos musculares o conexiones deficientes de los electrodos. Estas interferencias, denominadas *artefactos* (Figura 3, inferior), pueden comprometer la calidad de los datos y dificultar la interpretación confiable del registro. Sin embargo, es posible atenuar los efectos de los artefactos mediante un preprocesamiento descrito más adelante, obteniendo señales limpias, como se muestra en la Figura 3 (panel inferior).

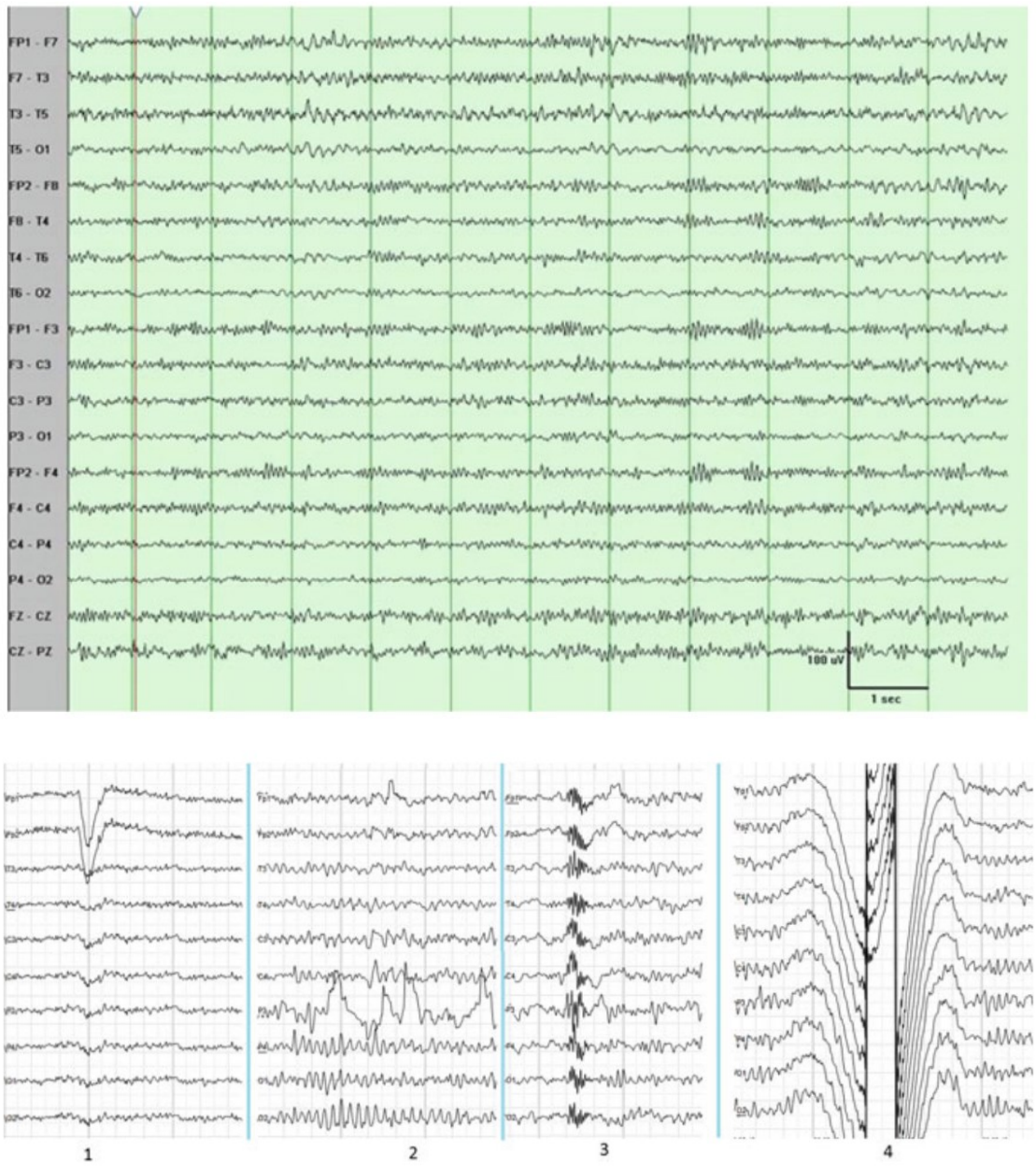


Figura 3. EEG medido correctamente (panel superior). EEG con artefactos (panel inferior) (Siuly et al., 2016).

En un estudio realizado por (Ito, et al., 1998), se midieron EEG en personas con antecedentes de abuso y su grupo control. En dicho estudio se implementó una técnica de interrelación temporal llamada *coherencia*, descrita como

$$Coh(x,y) = \frac{|S_{xy}|^2}{S_{xx}S_{yy}},$$

donde S_{xy} son los espectros cruzados entre la señal x y y mientras que S_{xx} y S_{yy} son los auto-espectros de las señales x y y, respectivamente (Guevara & Corsi-Cabrera, 1996).

Al evaluar la coherencia entre los hemisferios cerebrales, se encontró que, en las personas con antecedentes de abuso, la coherencia en el hemisferio izquierdo era significantemente más alta que en el hemisferio derecho. En cambio, en el grupo control, el hemisferio derecho mostraba una mayor coherencia, aunque con una diferencia mucho menor en comparación con el izquierdo. Este fenómeno se conoce como *asimetría*. Por otro lado, en (Miskovic et al., 2010) no sólo se reafirmó el efecto de la asimetría en niñas de entre 12 y 16 años con antecedentes de AFI, ASI o abuso emocional, sino que también se encontró un efecto similar en cada una de las zonas cerebrales (frontal, central, parietal y, en menor medida, occipital).

Planteamiento e importancia del problema

El análisis de la sincronización temporal de la dinámica cerebral, conocida como conectividad funcional, a partir de EEG en niños con antecedentes de AFI resulta de particular relevancia, ya que la exposición a experiencias adversas durante etapas críticas del desarrollo neurobiológico puede dar lugar a alteraciones neurofisiológicas persistentes. Dichas alteraciones pueden modificar la organización y la arquitectura funcional de las redes cerebrales, con posibles repercusiones en la salud mental, los procesos cognitivos asociados al aprendizaje y los mecanismos de regulación emocional (Teicher & Samson, 2016).

A pesar de los avances en las metodologías de análisis de EEG, una proporción considerable de los estudios se han centrado en enfoques predominantemente cualitativos y en análisis univariantes, tales como la estimación del espectro de potencia, sin abordar de manera sistemática las fluctuaciones dinámicas de la conectividad funcional ni las interrelaciones temporales de carácter no lineal entre las señales neuronales.

Estas perspectivas, aunque importantes, limitan la posibilidad de detectar diferencias sutiles en la organización funcional del cerebro que podrían ser relevantes en la detección de estados neurofisiológicos (Olguín et al., 2018).

El presente trabajo aborda estas áreas de oportunidad mediante la estimación de las correlaciones lineales (corregidas para efectos espurios), interrelaciones completamente no lineales y desviaciones funcionales a la media (desviaciones al patrón de correlación estacionario). Posteriormente, a través de la implementación de modelos de aprendizaje automático, se busca comparar el desempeño de dichas estimaciones que permitan la clasificación entre participantes con antecedentes de AFI y los participantes del grupo control. Dichos modelos permitirán extraer información funcional relevante para distinguir entre dichos estados, con el fin de aportar herramientas objetivas, reproducibles y potencialmente aplicables para la investigación médica, psicológica y el desarrollo de sistemas de apoyo al diagnóstico del AFI.

Este enfoque tiene el potencial de ampliar el entendimiento sobre los efectos neurofisiológicos de experiencias estresantes tempranas, y al mismo tiempo, contribuir metodológicamente al uso de técnicas computacionales avanzadas en el análisis de datos neurológicos.

Marco teórico

SISTEMAS COMPLEJOS

Un enfoque tradicional para el estudio de un sistema consiste en descomponerlo en los componentes que lo constituyen y, posteriormente, extrapolar el comportamiento individual de cada uno de ellos con el fin de comprender el funcionamiento del sistema en su totalidad. No obstante, muchos sistemas pueden abordarse de manera más adecuada desde la perspectiva de los *sistemas complejos (SC)*, en los cuales las propiedades globales emergen de las interacciones entre sus elementos. En este contexto, el análisis se centra en el

estudio del comportamiento colectivo del sistema, más que en el de sus componentes de forma aislada.

Una manera aproximada de cuantificar la complejidad C de un sistema consiste en considerar el número de estados N en los que dicho sistema puede configurarse (Siegenfeld & Bar-Yam, 2020), lo cual puede expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$C = \log_2(N).$$

Los SC se presentan en ramas como la Física, la Biología y las Ciencias sociales, resumidos en la Figura 4, a diferentes escalas, con comportamientos aleatorios (los elementos se comportan de forma independiente entre sí), coherentes (los elementos tienen el mismo comportamiento) o coordinados, correlacionados (los elementos no son independientes ente sí, pero no tienen el mismo comportamiento).

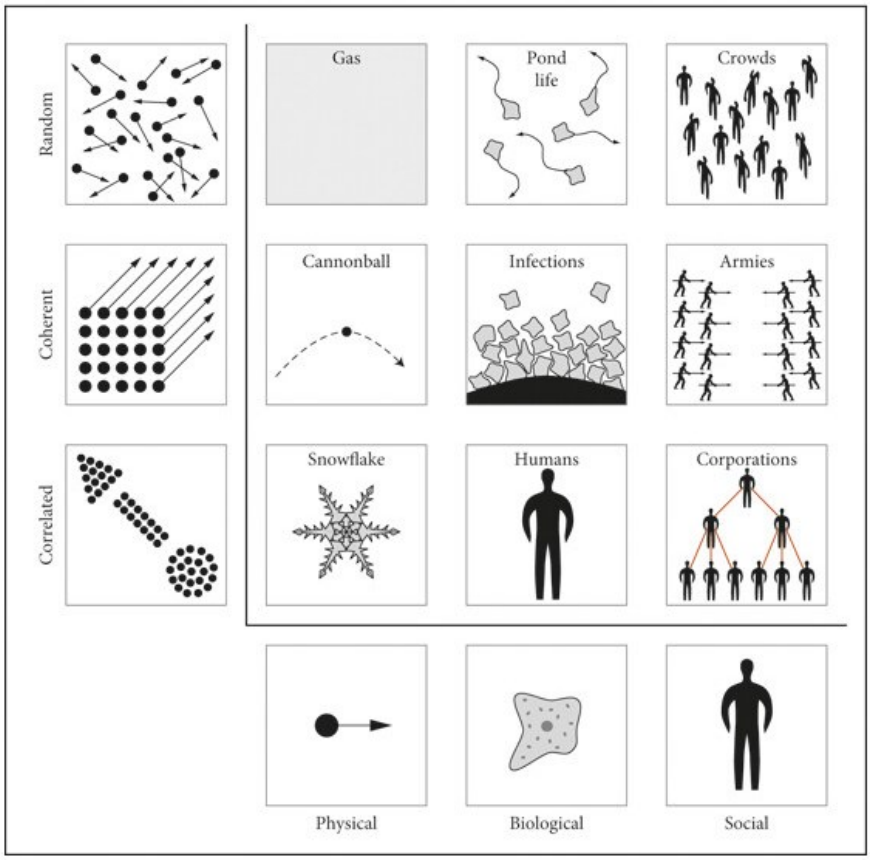


Figura 4. Disciplinas en los que es posible encontrar a los SC. En el eje horizontal se encuentran campos de la ciencia (Física, Biología, Ciencias sociales). El eje vertical muestra la relación que pueden tener los elementos que conforman los SC (comportamiento aleatorio, coherente o coordinado y correlacionado). A lo largo de ambos ejes es posible identificar las escalan en las que esos SC operan, desde moléculas de gas, pasando por células, hasta los seres humanos. Imagen recuperada de (Siegenfeld & Bar-Yam, 2020).

Sin embargo, la definición de lo que constituye un SC es aún un tema de debate, pero existen características que, aunque no son necesarias o suficientes, suelen estar presentes en ellos y que han sido recopiladas por (Ladyman et al., 2013). Estas características son:

1. Numerosidad: Los sistemas complejos se componen de grandes cantidades de elementos o, expresado de otra forma, son aquellos cuyo comportamiento no se puede inferir a partir del comportamiento individual de sus componentes (Siegenfeld & Bar-Yam, 2020). Por ejemplo, el cerebro

humano consta de alrededor de 86.1 billones de neuronas (Azebedo et al., 2009). En (Bar-Yam & Yaneer, 1997), también se toma como característica principal la numerosidad en un SC.

2. No linealidad: No se puede reproducir el comportamiento de todo el sistema a través de la combinación lineal de la dinámica de todos sus elementos. Si bien, el cerebro puede ser estudiado tanto de forma lineal como no lineal, la evidencia sugiere que las medidas lineales tienen alcance más general de estudiar la dinámica cerebral, mientras que las no lineales son descritas como más específicas (Nozari et al., 2023). Lo anterior depende de las condiciones en la que se ha estudiado el SC.
3. Retroalimentación: Es la respuesta de los elementos de un sistema a las acciones o cambios de otros elementos dentro de él. Una de las funciones esenciales del cerebro es mantener la homeostasis, es decir, un estado estable y equilibrado en el funcionamiento del organismo. Para lograrlo, el cerebro regula la distribución adecuada de la energía en todo el cuerpo, mediante la comunicación constante entre el sistema nervioso central y los tejidos periféricos (Neurometabolism in focus, 2022).
4. Robustez y falta de control central: La robustez es la capacidad de preservación del sistema a consecuencia de perturbaciones externas o internas; mientas que la falta de un control central es que no existe un elemento líder. Un ejemplo de robustez en el cerebro es la neuro-plasticidad, que es la adaptabilidad a estímulos internos o externos por medio de la reorganización, función y conexiones de su estructura (Cramer et al., 2011).
5. Emergencia: Se comprende como las capacidades intrínsecas del sistema en conjunto que no pueden ser predichas por el comportamiento de los elementos de forma individual. Un ejemplo usual es la conciencia (Tononim, 2004). La cual ha sido descrita, en (Penrose, 2007), como una característica de diversos niveles, no binaria (tener o no conciencia), en estrecha relación con la “verdadera inteligencia”, a diferencia de los algoritmos de inteligencia artificial y que es un “efecto activo” en la

evolución. En palabras de Penrose: “La conciencia… es el fenómeno por el cual se hace conocida la propia existencia del universo.”

Al igual que en los ejemplos presentados, estas características pueden encontrarse en el cerebro, lo que justifica considerarlo un sistema complejo. Una de las maneras en las que el cerebro puede estudiarse como un sistema complejo, es por medio de medidas de interrelación temporal (interrelaciones de señales a lo largo del tiempo) de la actividad eléctrica como lo son la correlación y la información mutua que puede calcularse a partir de series de tiempo de EEG. A continuación, se analizarán las implicaciones del uso de estas medidas.

CORRELACIÓN

La correlación es una medida de interrelación lineal entre dos variables, esto quiere decir que es posible estimar una variable a través de la combinación lineal de otra, como se muestra

$$y = ax + b,$$

donde, la variable y es una combinación de lineal de x y tanto a como b son constantes.

Para series de tiempo $X(t) = \{x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_n}\}$, la correlación cruzada de Pearson (C_{ij}), también llamada correlación cruzada, es una medida bivariante de comparación lineal entre dos series de tiempo ($\widetilde{X}_i(t), \widetilde{X}_j(t)$) que, en su forma discreta (debido a que se usan datos reales de EEG), está definida por la relación

$$C_{ij} = \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{T} \widetilde{X}_i(t_k)\widetilde{X}_j(t_k),$$

en donde las series de tiempo con tilde se refieren a que tienen promedio cero y varianza uno, es decir,

$$\widetilde{X}_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma},$$

donde σ representa a la desviación estándar, μ la media de la serie, finalmente X_i y T es la cantidad de datos. En este caso representa el número de puntos usados en la *ventana de tiempo, e*ntendida como el segmento de una serie de tiempo con frecuencia de registro f_{reg}, medida o segmentada en un tiempo de medición T, obtenido X muestras, por medio de la expresión

$$X = T \times f_{reg}.$$

Los valores del coeficiente de correlación se encuentran definidos en el intervalo $-1 \leq C_{ij} \leq 1$. Un valor $C_{ij} = -1$ indica una anti-correlación perfecta entre las series temporales, mientras que $C_{ij} = 1$ corresponde a una correlación perfecta. Por otro lado, un valor $C_{ij} = 0$ implica la ausencia de dependencia lineal entre las series, lo cual puede ser indicativo de una interrelación de naturaleza no lineal o de independencia estadística en el sentido lineal. Vale la pena notar que un valor de $|0.8|$, en la bibliografía, es un valor grande de correlación.

SOBRE EL RUIDO DE COLORES

El ruido blanco (X) puede considerarse como un tipo de señal o serie de tiempo que tiene:

- Valor esperado cero, $E[X_i] = 0$,
- Varianza finita, $Var[X_i] < \infty$,
- Los elementos son descorrelacionados entre ellos, $C(X_i, X_j) = 0$.

Además, el espectro de potencias, una propiedad de carácter univariante puede mostrar distribuciones en las que la potencia asociada a cada frecuencia es aproximadamente uniforme, como ocurre con la intensidad de las distintas frecuencias que componen la luz blanca, de donde proviene la analogía y la denominación. De manera más general, y de forma análoga en el análisis de series temporales, la pendiente del espectro de potencias permite identificar el *color* de las distintas clases de ruido, el cual suele representarse como

$$P(f) \propto f^{-\beta},$$

donde el valor de β identifica la especie de ruido (Ward & Greenwood, 2007). En la Figura 5, se muestra un ajuste lineal en escala logarítmica del espectro de potencias de diferentes ruidos coloridos.

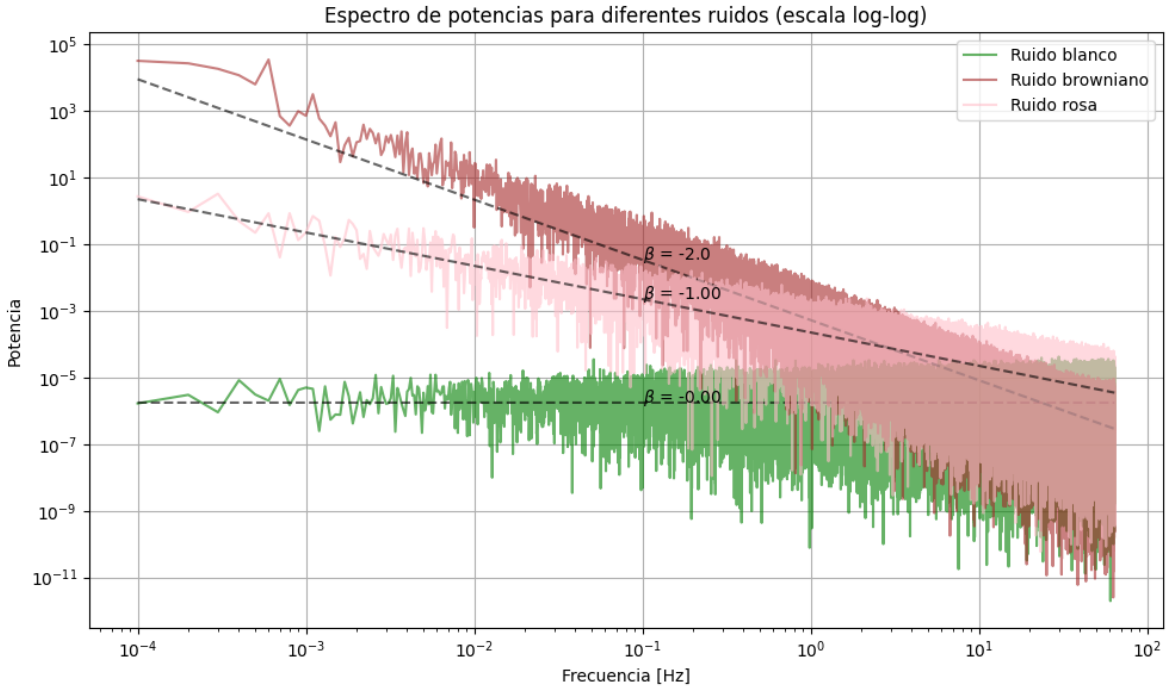


Figura 5. Espectro de potencias del ruido blanco (color verde), ruido rosa (color rosa) y ruido Browniano (color marrón). Elaboración propia.

Las características de cada especie de ruido se encuentran condensadas en la Tabla 1.

Tipo de ruido	Valor de β	Descripción
Ruido blanco	0	Todas las frecuencias aportan la misma potencia.
Ruido rosa	-1	Las frecuencias más lentas empiezan a aportar más potencia.
Ruido Browiano	-2	Las frecuencias lentas aportan significativamente más potencia.

Tabla 1. Características de los ruidos.

CORRELACIONES ESPURIA

Una característica teórica importante del ruido colorido es que la correlación cruzada entre dos señales de ruido diferente es cero. Sin embargo, para la generación de señales sintéticas de ruido esta propiedad no se cumple, lo que da lugar a lo que se conoce como *correlaciones espurias*. Las correlaciones espurias se generan principalmente como consecuencia de dos efectos no deseados (Marín, 2014).

El primero es debido al tamaño de la ventana de tiempo. Un ejemplo de lo anterior puede encontrarse en la Figura 6, donde se observa que mientras la ventana de tiempo es mayor y la correlación cruzada entre el ruido (blancos, rosas y Brownianos) tiende a cero. Además, se observa que la distribución de probabilidad de la correlación cruzada entre series de ruido Browniano es más ancha que la del ruido rosa. Por su parte, para las series provenientes del ruido Browniano parecen necesitar una ventana de tiempo mucho más amplia. Este efecto es debido a la alta contribución de frecuencias lentas del ruido Browniano.

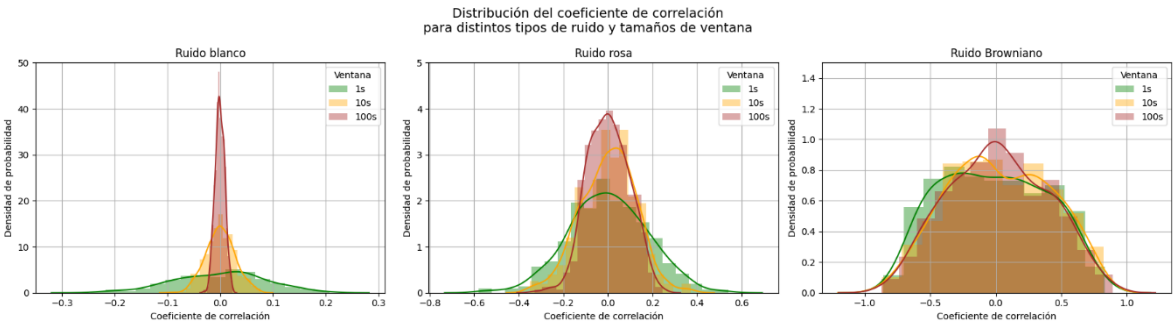


Figura 6. Se muestran las distribuciones de probabilidad de la correlación cruzada dependiente de la ventana de entre series de ruidos blancos (primer panel), rosas (segundo panel) y Brownianos (tercer panel). Los ruidos fueron generados con la técnica Nf-tori (usada para generar series de tiempo en ciertas bandas de frecuencias (Müller et al., 2006) con una frecuencia de 128 Hz en un ensamble de 500 repeticiones. Elaboración propia.

Esto muestra que el espectro de potencias de la serie impacta directamente en el cálculo de la correlación. Desde otra perspectiva, las características univariantes de los ruidos (espectro de potencias) afecta las características bivariantes (correlación cruzada).

En la Figura 7, se muestran las distribuciones de la correlación cruzada entre pares de series para tres tipos de ruido colorido. Además, se puede observar como el ruido Browniano muestra una distribución más ancha respecto a lo esperado teóricamente. El ruido blanco parece ser ~~el~~ más fiel a la función de distribución de la correlación teórica, mientras que el ruido rosa tiene una distribución menos angosta.

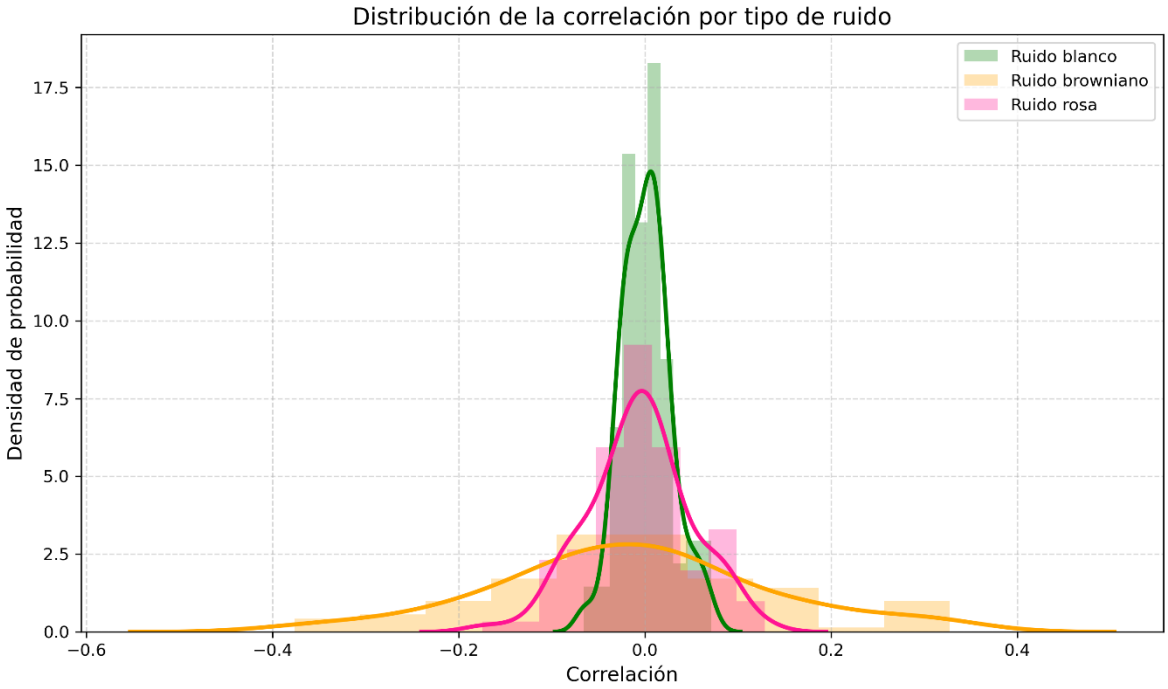


Figura 7. Distribuciones de la correlación cruzada para diferentes especies de ruido usando un ensamble de 100 repeticiones. Los histogramas representan los cálculos las distribuciones de las correlaciones, mientras que las gráficas con líneas continuas son los ajustes a dichos histogramas. Todas las distribuciones están centradas en cero. Los ruidos fueron generados con la técnica Nf-tori con una frecuencia de 256 Hz con una duración de 100 segundos. Elaboración propia.

Por lo que las correlaciones cruzadas bivariantes espurias pueden ser consecuencia del espectro de potencias.

Estos efectos también son encontrados en medidas de interrelación lineales y no lineales como la información mutua.

INFORMACIÓN MUTUA

La dependencia no lineal es cualquier forma de dependencia a excepción de la lineal, esto quiere decir que se puede obtener una variable y a partir de otra variable x siempre que su dependencia f no sea lineal, lo cual se describe por la expresión

$$y = f(x),$$

donde f podría ser, por ejemplo, la función seno, la función exponencial o combinaciones de ellas.

Así pues, la información mutua es una medida de interrelación estadística que mide la interrelación lineal y no lineal. A partir de la distribución de probabilidad de las variables, cuantifica la información que comparten dos variables y está descrita por la siguiente relación

$$I(X;Y) = \sum_j \sum_i \left\{ P(x_i, y_j) \log \left[\frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} \right] \right\},$$

donde, $P(x_i, y_j)$ es la probabilidad conjunta, es decir la probabilidad de encontrar x_i y y_j, mientras que $P(x_i)$ tanto $P(y_j)$ son probabilidades marginales. El método para estimar las distribuciones de probabilidad P coincide con la propuesta de (Kraskov, Stögbauer & Grassberger, 2004), como lo sugieren (Rummel, et al., 2011).

Por otro lado, la información mutua cumple

$$I(X;Y) \geq 0,$$

puesto que en el caso extremo en donde X y Y son variables independientes, entonces la información mutua es cero, es decir,

$$I(X;Y) = \sum_{i,j} P(x_i, y_i) \log \left[\frac{P(x_i)P(y_i)}{P(x_i)P(y_j)} \right] = 0.$$

No obstante, existen formas de normalizar la información mutua, como la implementada en este trabajo

$$NMI_{ij} = \sqrt{1 - \exp(-2I_{ij})},$$

donde $0 \leq NMI_{ij} \leq 1$ (Normal Mutual Information, por sus siglas en inglés) (Rummel, et al. 2011).

La información mutua también presenta un efecto adverso debido al tamaño de la ventana de tiempo, como se expone en la Figura 8, donde la información mutua ha sido normalizada.

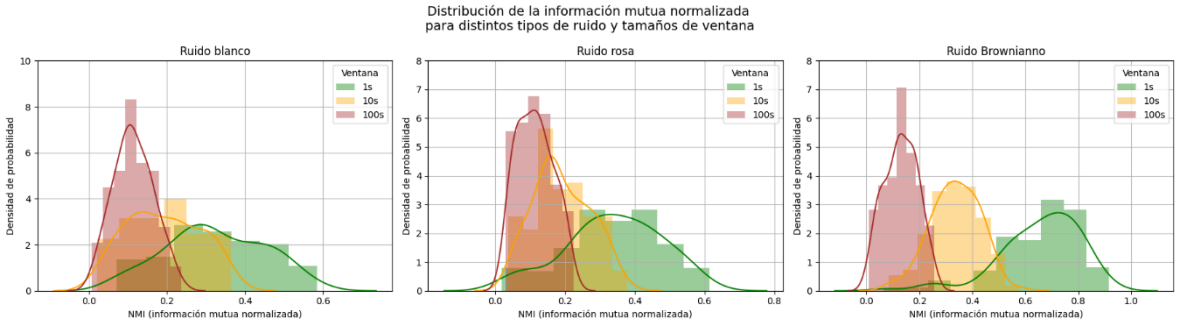


Fig. 8. Se muestran las distribuciones de probabilidad de la información mutua normalizada dependiente de la ventana de entre series de ruidos blancos (primer panel), rosas (segundo panel) y Brownianos (tercer panel). Los ruidos fueron generados con la técnica Nf-tori con una frecuencia de 128 Hz en un ensamble de 500 repeticiones. Elaboración propia.

Lo cual sugiere que el espectro de potencias de las series de tiempo también afecta a la información mutua.

Comparando la distribución de la información mutua de cada tipo de ruido como se puede apreciar en la Figura 9, es posible confirmar que la información mutua se ve ampliamente afectada por los tres ruidos, siendo el ruido browniano el que más se aleja del valor teórico cero.

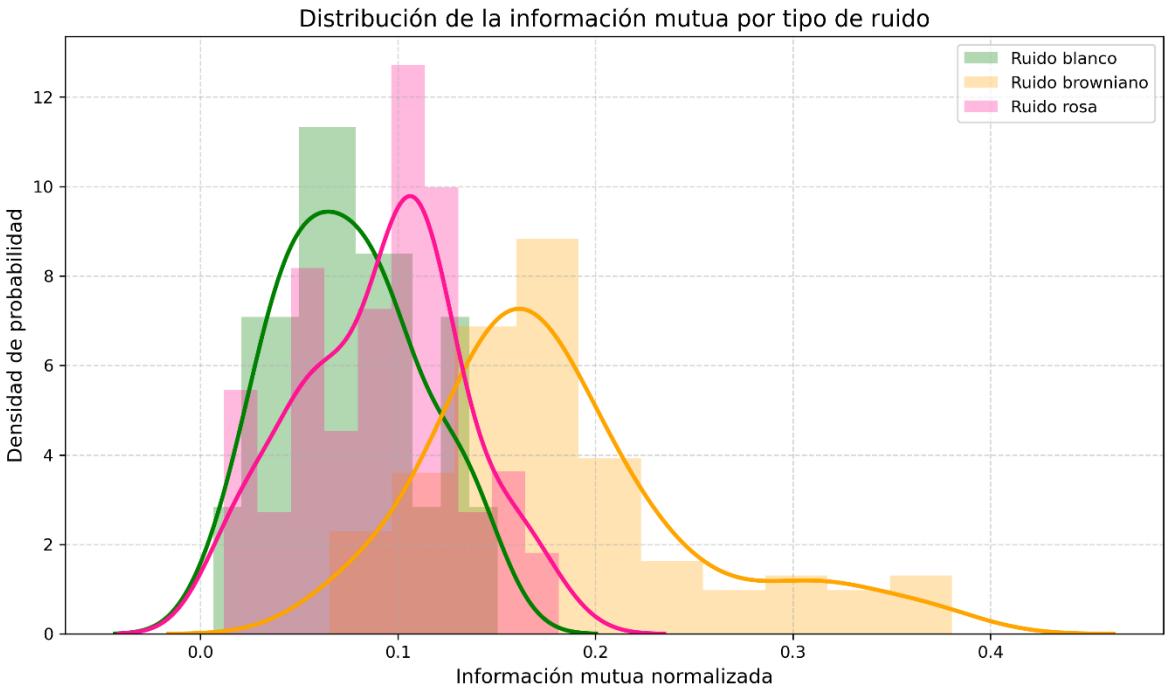


Figura 9. Se comparan las distribuciones de la información mutua normalizada de cada tipo de ruido usando un ensamble de 100 repeticiones. Los histogramas representan los cálculos las distribuciones de las correlaciones, mientras que las gráficas con líneas continuas son los ajustes a dichos histogramas. Los ruidos blanco y rosa tienen un comportamiento similar, pero bastante adverso. Por otro lado, el ruido browniano es el que más problemas tiene en alcanzar valores cercanos a cero. Los ruidos fueron generados con la técnica Nf-tori con una frecuencia de 256 Hz con una duración de 100 segundos. Elaboración propia.

SOBRE LAS CORRECCIONES A LAS MEDIDAS DE INTERRELACIÓN

Antes de describir las correcciones a las medidas de interrelación es necesario definir los conceptos de *estacionariedad* y *datos sustitutos IAAFT* (*Iterative Amplitude Adjusted Fourier Transform*).

ESTACIONARIEDAD

Debido a que los EEG son altamente no estacionarios es importante exponer cómo la segmentación en ventanas de tiempo ayuda a que la información extraída de ellos sea correcta.

La estacionariedad es un concepto importante en el análisis de series de tiempo, ya que de ello depende que las herramientas estadísticas sean confiables. La estacionariedad fuerte establece que todas las propiedades estadísticas sean

invariantes bajo cualquier ventana de tiempo, como se muestra en la siguiente relación

$$F\left(x_{t_1+\tau}, \dots, x_{t_n+\tau}\right) = F\left(x_{t_1}, \dots, x_{t_n}\right) \forall t_i \; y \; \tau,$$

donde, $X_t = \left\{x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_n}\right\}$ representa una serie de tiempo, mientras que F es la función de probabilidad conjunta y τ es un valor que en este caso representa un desplazamiento en el tiempo. Por su parte, la estacionariedad débil establece que sólo el primer y segundo momento estadístico, correspondientes al valor esperado constante y a la varianza finita, deben ser invariantes bajo cualquier desplazamiento temporal (Witt et al., 1998).

En el caso de series de tiempo reales, como el EEG, se asume la estacionariedad débil de forma local, dada su alta no estacionariedad. Existen dos factores que se deben establecer en el análisis de EEG, el tamaño la ventana y la frecuencia de registro.

La frecuencia de registro se fija al conocer la frecuencia más rápida del fenómeno estudiado, dado que el teorema de Nyquist-Shannon establece que la frecuencia de registro (f_{reg}) debe ser al menos el doble de veces más rápida que la frecuencia del fenómeno (f_{max}), es decir,

$$f_{reg} \geq 2 f_{max}.$$

Lo cual garantiza la reconstrucción de la señal natural del fenómeno con las medidas necesarias sin pérdida de información en el proceso (Por et al., 2019).

En segundo lugar, se debe establecer la ventana de tiempo. Suponiendo que una oscilación corresponde a un evento donde las poblaciones neuronales se sincronizan, es necesario considerar la frecuencia más lenta de la señal natural del fenómeno (f_{min}), puesto que tiene el periodo más largo (T_{max}), dado que

$$f_{min} = \frac{1}{T_{max}}$$

la frecuencia es inversamente proporcional al periodo. Entonces, por la ecuación anterior, la ventana de tiempo debe ser por lo menos T_{max}, con esto se garantiza que todas frecuencias de la señal del fenómeno serán medidas por lo menos un ciclo completo.

DATOS SUSTITUTOS

Los datos sustitutos son series de tiempo sintéticas generadas a partir de series de tiempo originales, manteniendo características particulares con las que se pueden realizar comparaciones entre las series sustitutas y las series originales. Estas series sustitutas pueden ser univariantes o multivariantes, es decir, heredan características y provienen de una sola serie o de más de una serie original, según sea el caso.

Los datos sustitutos utilizados en este trabajo son de tipo IAAFT univariantes y multivariantes, pero con el fin de representar de forma correcta y completa se presentarán los de tipo FT (Fourier Transform) univariantes y AAFT (Amplitud Adjusted Fourier Transform) univariantes.

Los datos sustitutos (o series sustitutas) ***FT univariantes*** X^{sus} sustituyen las fases originales por fases aleatorias $\phi^{al} \in [0, 2\pi]$ IID, ϕ^{al} se distribuye como una muestra aleatoria Independiente e Idénticamente Distribuida entre 0 y 2π, lo que implica que toda estructura no lineal desaparezca (Aguilar, 2024). Por lo anterior se mantiene el espectro de potencias original A^{ori}, conservando la información lineal y la función de autocorrelación (Lancaster et al., 2018), como se muestra en la ecuación

$$X^{sus}(t) = F^{-1}\{A^{ori} \exp(-i\phi^{al})\}.$$

Sin embargo, la distribución de probabilidad de la serie original no se conserva, dado que las fases de Fourier fueron aleatorizadas. Ambas comparaciones de las series son presentadas en la Figura 10, donde en A y B se comparan una serie original (Data, color negro) y su serie sustituta (FT, color naranja) en el dominio del tiempo. En C, se muestra la distribución de ambas series mostrándose que la

distribución la serie sustituta tiende a una distribución simétrica. En D, se muestra que el espectro de potencias es el mismo en ambas series.

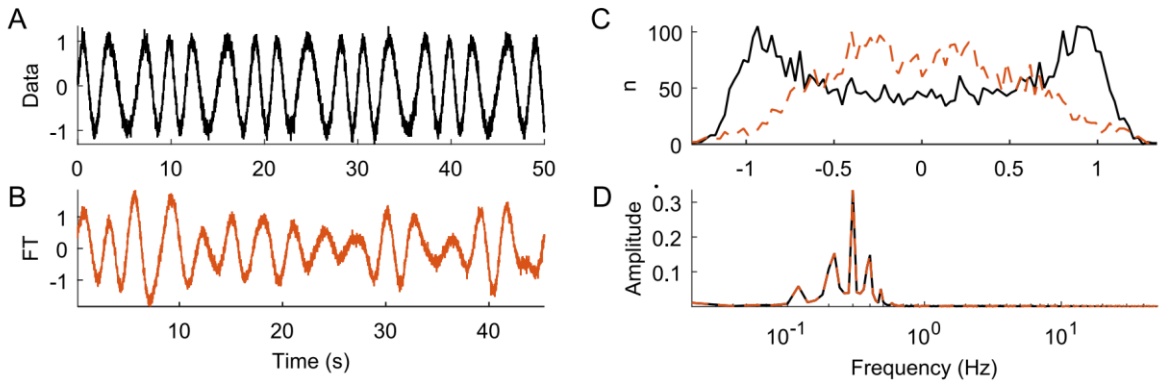


Figura 10. Comparación de series originales (Data) y su dato sustituto (FT). En A y B se encuentran las series original y sustituta en el dominio del tiempo. Además, se muestra que el dato sustituto no conserva el perfil original. En C se comparan las distribuciones de ambas series. Finalmente, en D se muestra que el espectro de potencias de ambas series es el mismo. Imagen recuperada de (Lancaster et al., 2018).

Como que la distribución de la serie original no es simétrica (mismo comportamiento de una señal de EEG), pero su serie sustituta sí, esto podría inducir errores en la comparación entre ambas. Este efecto no deseado es atendido por los ***datos sustitutos AAFT univariantes***, los cuales conservan el espectro de potencias y la distribución original de forma aproximada.

En la Figura 11, se exponen las comparaciones de una serie original (Data, color negro) y su dato sustituto (AAFT, color naranja). En A y B, se muestran las series en el dominio temporal. En C, se grafican las distribuciones, las cuales son similares. Mientras que en D se muestra que el espectro de potencias también muy parecido.

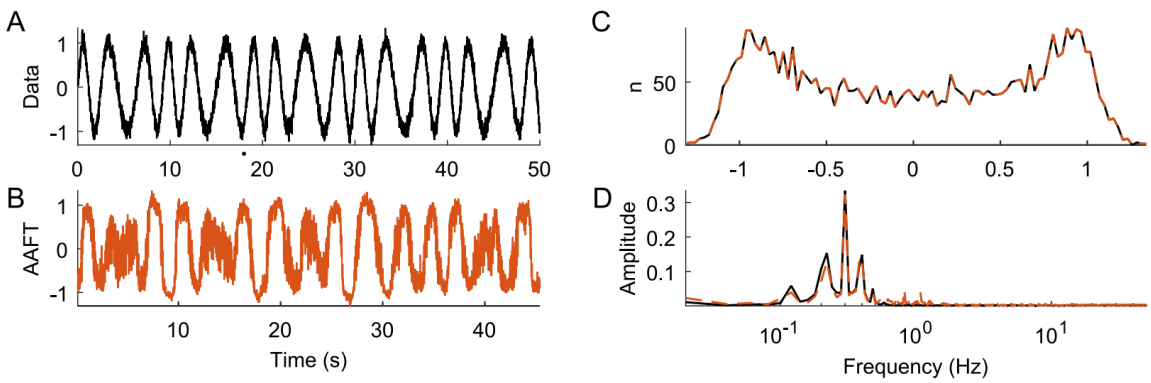


Figura 11. Comparación de una serie real (Data, color negro) y su dato sustituto AAFT (color naranja). En A y B se muestran las series en el tiempo. En C se muestra la distribución de las series, las cuales se conservan. Mientras en D se compara los espectros de potencia, los cuales son aproximadamente los mismos. Imagen recuperada de (Lancaster et al., 2018).

Las principales mejoras que pueden tener los datos sustitutos AAFT es minimizar el error tanto de las amplitudes como el espectro de potencias. Los ***datos sustitutos IAAFT univariantes*** se acercan a este propósito de forma iterativa, sin embargo, el costo computacional aumenta.

Este dato sustituto conserva el espectro de potencias y las amplitudes originales y las fases de Fourier son reemplazadas por una muestra aleatoria de números entre 0 y 2π. Sin embargo, al aplicar la transformada inversa de Fourier la distribución de probabilidad de esta serie sustituta no será la misma que la distribución de probabilidad de la serie original, como se muestra en la Figura 12. Para minimizar el error entre ambas distribuciones es necesario reemplazar el valor de amplitud sustituta que ocupa el i-*ésimo* valor más grande (de la serie sustituta) por el i-*ésimo* valor de amplitud más grande de la serie original. Esto hace que la distribución de probabilidad de la serie sustituta sea la misma que la original, pero el espectro de potencias cambia. De forma iterativa se busca una serie sustituta que mantenga el especto de potencias igual al original con un error pequeño en la distribución de probabilidad o mantener la distribución de probabilidad igual, pero con un error mínimo en el espectro de potencias.

En la Figura 12, se muestra una serie original (Data, color negro) y su dato sustituto de tipo IAAFT con espectros de potencias iguales y un pequeño mínimo en las distribuciones de probabilidad (IAAFT, color naranja). Como se esperaba, en D, los espectros de potencia son las mismos, mientras que las distribuciones son altamente parecidos (panel C).

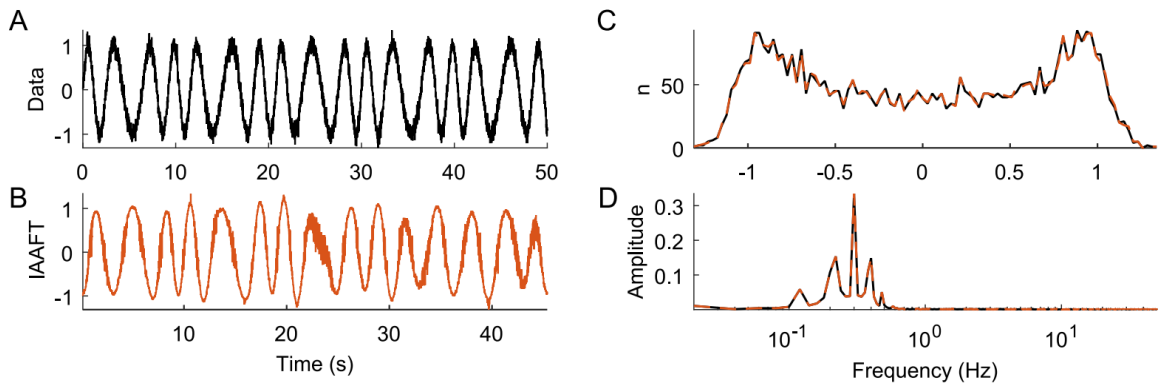


Figura 12. Comparación de una serie original (Data, color negro) y su dato sustituto como x_i^{s1} (IAAF, color naranja). Imagen recuperada de (Lancaster et al., 2018).

El último tipo de dato sustituto que se abordará será el ***dato sustituto IAAFT multivariante***, el cual tiene como características principales la necesidad de, por lo menos, dos series para ser generados y la conservación de correlación cruzada entre series, como consecuencia de mantener constante la diferencia de fases entre ellas. Sustentado en el teorema de correlación cruzada (Weisstein, 2025). Si se tienen las series x_1 y x_2, sus representaciones complejas están descritas por

$$x_1 = A_1 \exp(-i\phi_1)$$

$$x_2 = A_2 \exp(-i\phi_2),$$

entonces, los espectros cruzados son

$$C_{1,2} = x_1\overline{x_2} = A_1 \exp(-i\phi_1)\, A_2 \exp(i\phi_2) = A_1 A_2 \exp[i(\phi_1 - \phi_2)],$$

donde, $C_{1,2}$ es la correlación cruzada, con el que es posible demostrar que se reduce al teorema de Wiener-Kinchin cuando $x_1 = x_2$ (Weisstein, 2025).

Si se suma ρ (que es del mismo tamaño que las fases ϕ) a ambas fases de las series x, se obtiene

$$C_{1,2}^{*} = A_1 A_2 \exp\{i[(\phi_1 + \rho) - (\phi_2 + \rho)]\} = A_1 A_2 \exp[i(\phi_1 - \phi_2)] = C_{1,2},$$

conservando la diferencia de fases, la correlación cruzada.

Sin embargo, en (Schreiber & Schmitz, 2000), el valor de ρ es calculado con el propósito de sumar un valor aleatorio pequeño a cada fase. El método es muy parecido al de los datos sustitutos IAAFT univariantes. Con la salvedad de que el paso extra que debe realizarse se efectúa al cambiar las fases de Fourier por una muestra aleatoria de números entre 0 y 2π, y se debe sumar un valor ρ en todas las series. Lo anterior con el fin de que la diferencia de fase se conserve y, como consecuencia, también la correlación cruzada original.

Estas dos últimas especies de datos sustitutos son los utilizados en las correcciones a las medidas de interrelación que se presentan a continuación.

Corrección a las interrelaciones lineales (Matriz SAC)

Las correlaciones lineales espurias, debidas al espectro de potencias y a la ventana de tiempo, pueden ser corregidas usando la matriz de SAC (Significant Average Correlation, por sus siglas en inglés) (Marín et al., 2013).

El método comienza segmentando las series de tiempo X_i y X_j, las cuales cumplen la estacionariedad débil, en N_T ventanas de tiempo. En cada ventana de tiempo la correlación es calculada, obteniendo N_T correlaciones C_{ij} originales. Luego, se generan S_n series sustitutas IAAFT univariantes de cada serie (X_i y X_j), las cuales son segmentadas en N_T ventanas de tiempo, Por lo tanto, la correlación es calculada entre pares de series sustitutas en cada ventana de tiempo, obteniendo $N_T \times S_n$ correlaciones sustitutas C_{ij}^{S}.

La prueba de significancia Mann–Whitney–Wilcoxon (MWW) con corrección de Bonferroni es calculada comparando las N_T correlaciones de las series originales con las $N_T \times S_n$ correlaciones de las series sustitutas, devolviendo un P valor que

es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula "H_0: *Las correlaciones de las series originales provienen de la misma distribución que las correlaciones de las series sustitutas*" dado que se considera verdadera. Comúnmente, cuando $P_{val} > 0.05 \rightarrow S_{ij} = 0$ no se rechaza H_0, entonces $SAC_{ij} = 0$. Mientras que, cuando $P_{val} \leq 0.05 \rightarrow S_{ij} = 1$, se rechaza H_0. Por lo tanto, se promedian las correlaciones sobre los N_T ventanas

$$SAC_{ij} = \frac{S_{ij}}{N_T} \sum_{k=1}^{N_T} C_{ij}^{o,k}.$$

En la Figura 13, se muestra el efecto de aplicar la matriz SAC. En ambos mapas de calor, los ejes vertical y horizontal representan los canales de EEG entre los cuales se ha calculado la correlación (matriz izquierda). Se observa que algunas interrelaciones han sido reducidas a cero en la matriz SAC (matriz derecha), mientras otras han disminuido de valor. Por ejemplo, las interrelaciones F3-F8 y F3-C4 tienen valores de cero al aplicar SAC, pero en la matriz de correlación conservan valores distintos de cero. Además, la interrelación F7-F4 se ve disminuida en magnitud al aplicar SAC en comparación a la correlación original.

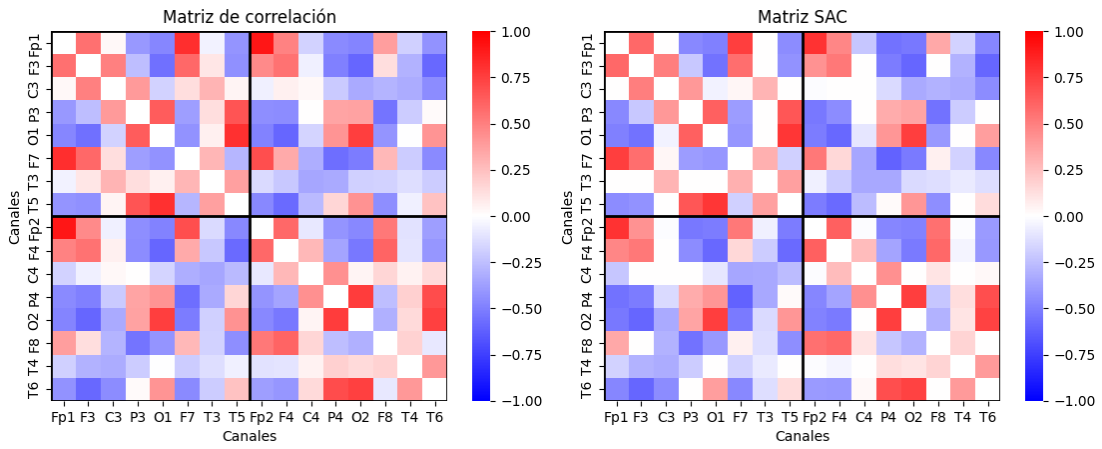


Figura 13. Comparación entre los mapas de calor de la matriz de correlación (mapa de calor izquierdo) y el efecto de la matriz SAC (mapa de calor derecho). Algunas correlaciones han sido reducidas a cero, otras han sido atenuadas y algunas han se han conservado en SAC. Elaboración propia.

Con la matriz SAC se ha podido eliminar correlaciones espurias debido a los efectos no deseados descritos en secciones anteriores.

El caso de las interrelaciones no lineales, como la información mutua, es similar. Sin embargo, presenta la particularidad de que es posible extraer las interrelaciones completamente no lineales.

CORRECCIÓN A LAS INTERRELACIONES NO LINEALES

Para separar las interrelaciones completamente no lineales de las lineales, (Rummel, et al., 2011) proponen un método usando información mutua (MI, Mutual Information) semejante al expuesto en SAC.

Primero se segmentan las series de tiempo X_i y X_j en N_T ventanas de tiempo. En cada ventana la información mutua normalizada (NMI, por sus siglas en inglés) es calculada, obteniendo N_T mediciones de NMI_{ij} originales. Luego, se generan S_n series sustitutas IAAFT multivariantes de cada serie (X_i y X_j), las cuales son segmentadas en N_T ventanas de tiempo, y la NMI_{ij} es calculada entre pares de series sustitutas en cada ventana de tiempo. Lo cual nos lleva a obtener $N_T \times S_n$ informaciones mutuas sustitutas NMI_{ij}^{S}.

Luego, la prueba de significancia MWW con corrección de Bonferroni es calculada comparando las N_T NMI de las series originales con las $N_T \times S_n$ NMI de las series sustitutas, devolviendo un P valor que es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula "H_0: *Las NMI de las series originales provienen de la misma distribución que las NMI de las series sustitutas con fuertes signos de linealidad*" dado que se considera verdadera. Comúnmente, se establece que, cuando $P_{val} > 0.05 \rightarrow S_{ij} = 0$ y no se rechaza H_0; en consecuencia, $M_{ij} = 0$. Por el contrario, cuando $P_{val} \leq 0.05 \rightarrow S_{ij} = 1$ y se rechaza H_0, entonces

$$M_{ij} = signo(\nu_{ij}) \frac{\mu_{ij} - \mu_{ij}^{S}}{1 - \mu_{ij}^{B}} S_{ij},$$

donde $v_{ij} = med\{NMI_{ij}^{k}\}$ es la mediana de la interrelación de datos originales (k) en el segmento $n \in N_T$, $\mu_{ij} = med\{|NMI_{ij}^{k}|\}$ y $\mu_{ij}^{s} = med\{|NMI_{ij}^{s,k}|\}$ las medianas de los valores absoluto de las interrelaciones de datos reales y sustitutos multivariantes del segmento k, respectivamente.

El numerador almacena la cantidad de NMI que no puede ser explicada por los datos sustitutos IAAFT multivariantes, los cuales conservan estructuras lineales univariantes y multivariantes y destruyen estructuras no lineales univariantes y multivariantes. Por lo que el residuo es atribuido a dependencias exclusivamente no lineales. El denominador se asegura de preservar el rango $[0, 1]$. De igual manera, se conserva el signo de la NMI original.

Esta matriz (M_{ij}) asegura obtener interrelaciones completamente no lineales genuinas (Rummel, et al., 2011).

En la Figura 14, se muestra el efecto de la implementación esta matriz a la información mutua. El mapa de calor izquierdo muestra la información mutua, mientras que el derecho muestra la implementación de M_{ij}^{T}. Se observa que muchas interrelaciones no rechazaron H_0, mientras que las que la rechazaron disminuyeron en su magnitud, lo que sugiere que la información no lineal es poco significante a comparación de la lineal.

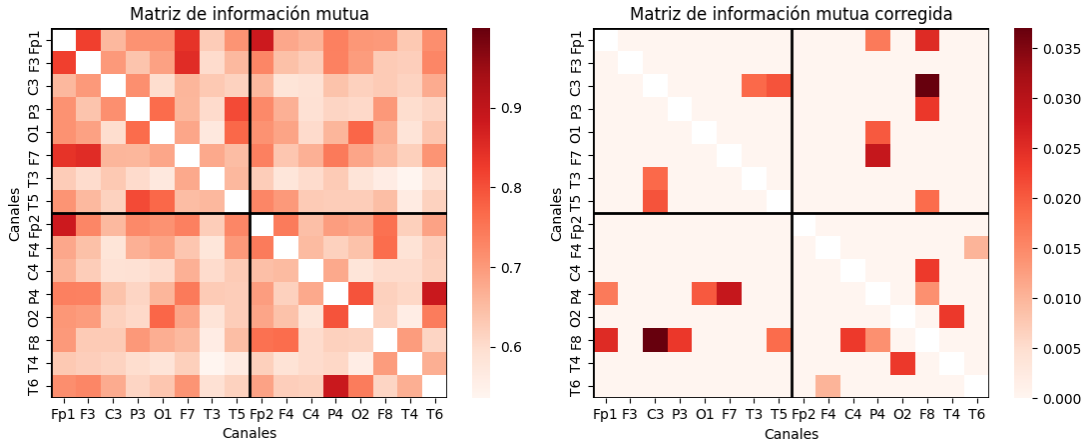


Figura 14. Comparación de los mapas de calor de la matriz de información mutua (mapa de calor izquierdo) y la matriz M_{ij}^{T} (mapa de calor derecho). Muchas interrelaciones han sido reducidas a cero en el mapa derecho y las que han rechazada H_0 han sido disminuidas en magnitud. Elaboración propia.

SOBRE EL PATRÓN DE CORRELACIÓN ESTACIONARIO

El Patrón estacionario (SCP, Stationary Correlation Pattern, por sus siglas en inglés) fue descrito en (Müller et al., 2014) como una matriz de correlaciones de señales de EEG invariante en el tiempo. Además, de que fue descubierto estudiando la dinámica cerebral de personas con epilepsia.

Un ataque epiléptico se divide en las fases preictal (antes del ataque), ictal (durante el ataque) y postictal (después del ataque), las cuales son altamente diferenciables observando el EEG.

En la Figura 15, se muestran señales de EEG (con varianza uno y promedio cero para que sean comparables) de un ataque epiléptico. Se muestra la fase preictal, ictal y postictal, en ese orden. Adicionalmente los primeros y últimos 10 segundos de la fase ictal son agrandados para su comparación. Claramente, las tres fases son reconocibles sin usar alguna medida de interrelación.

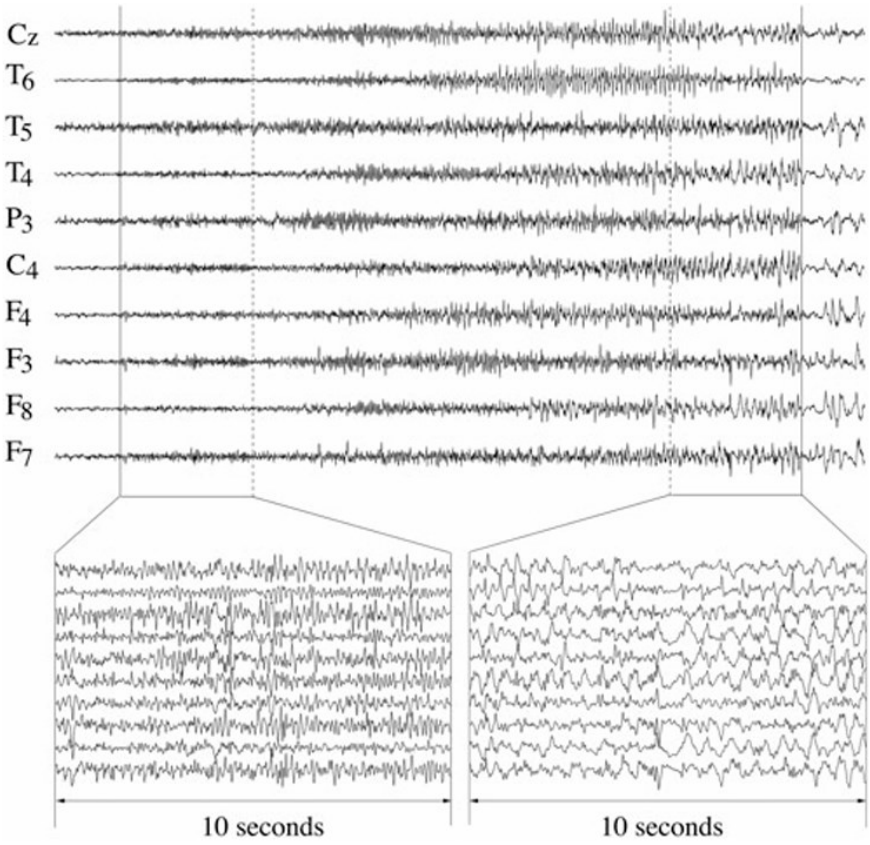


Figura 15. EEG durante un ataque epiléptico en sus tres fases. Del lado izquierdo de la primera línea sólida vertical el paciente se encuentra en la fase preicta, del lado derecho de la primera línea vertical sólida y hasta la segunda el paciente se encuentra en la fase ictal y del lado derecho de la segunda línea vertical sólida pasó a la fase postictal. Se han magnificado los primeros y últimos 10 segundos de la fase ictal delimitadas con la ayuda de las líneas verticales punteadas. Imagen recuperada de (Müller et al., 2014).

Sin embargo, al calcular las matrices de correlación promedio en cada fase del ataque no se encontraron diferencias significativas entre matrices, como lo muestra la Figura 16. En esta se calcula la similitud mediante la medida de correlación entre las matrices de correlación promedio de las de las fases del ataque para cada uno de los 20 EEG medidos. Por lo tanto, se observa que la correlación es alta, siendo la más pequeña de 0.62, lo que sugiere que la correlación entre las fases del ataque es altamente parecida.

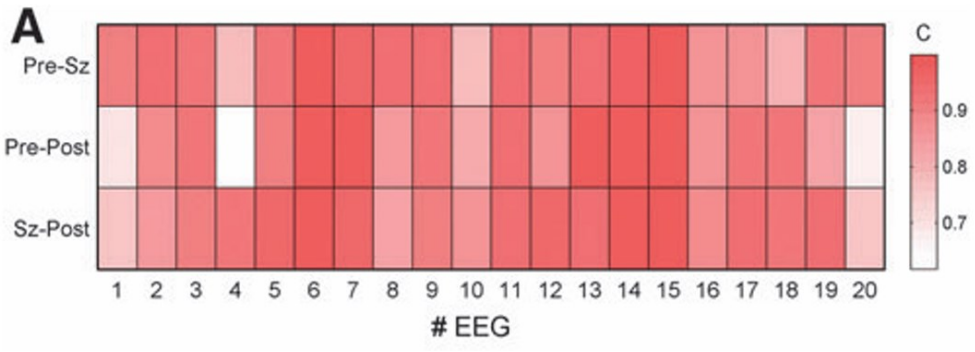


Figura 16. Matriz de correlación entre las matrices de correlación promedio de las etapas preictal-ictal (primera fila), preictal-postictal (segunda fila) e ictal-postictal (tercera fila). En el eje vertical se muestran los 20 EEG medidos. La escala de colores se muestra en la parte derecha. Imagen recuperada y modificada de (Müller et al., 2014).

Además, en ese mismo trabajo, (Müller et al., 2014) observaron una similitud muy alta entre matrices de correlación promedio durante las fases pericital e ictal entre los 20 participantes, como se muestra Figura, a excepción del participante 20, el cual se consideró como un caso específico.

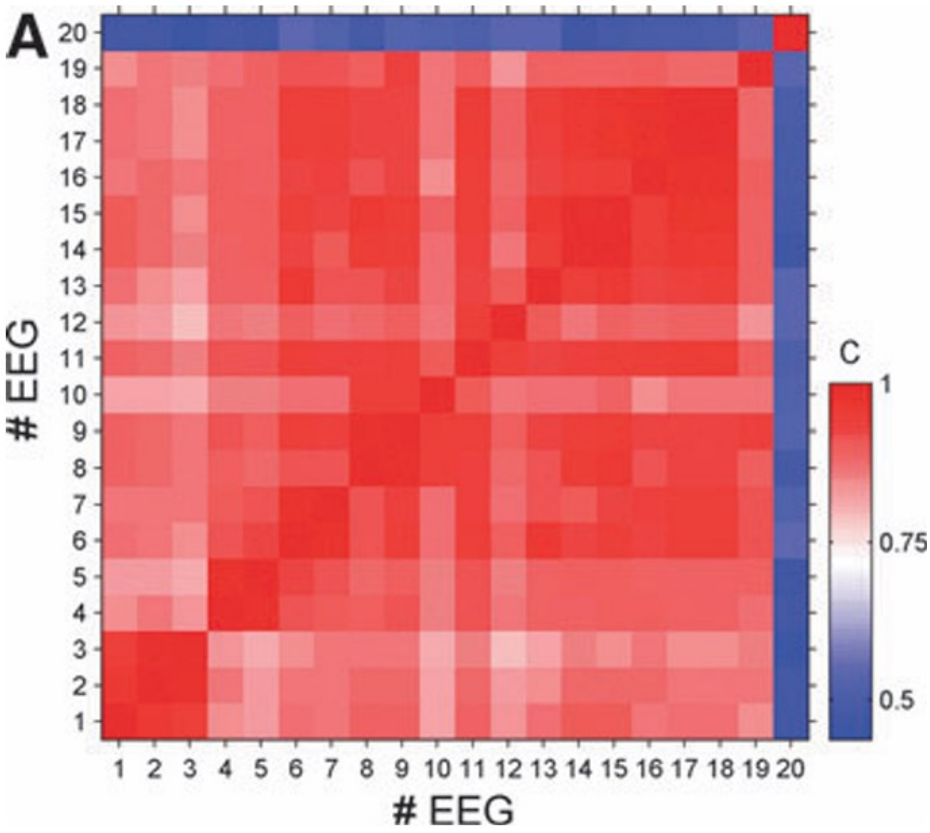


Figura 17. Matriz de similitud de las matrices de correlación promedio entre los 20 participantes durante la fase pericital e ictal. (Müller et al., 2014).

El patrón estacionario se encontró también en las diferentes etapas de sueño y en estado de reposo a diferentes edades. Lo cual generaliza el patrón estacionario y se propone como invariante ante estados fisiológicos.

Además, desde la perspectiva de sistemas dinámicos, el SCP representa la posible existencia de un atractor que eficientiza la dinámica cerebral (Olguín et al., 2018).

Lo que sugiere que no es posible discernir las fases del ataque y diferentes estados fisiológicos usando la correlación y se plantea el problema de construir una herramienta que sea capaz de diferenciar estas etapas.

SOBRE LAS DESVIACIONES AL PATRÓN ESTACIONARIO

Para poder discernir los estados fisiológicos, en (Olguín et al., 2018) se propuso una métrica llamada desviación al patrón estacionario. La cual tiene la estructura

$$D_{ij}(t) = SAC_{ij}(t) - < SAC_{ij} >,$$

que representa el remanente de las matrices SAC y su promedio $< SAC >$, calculadas a lo largo del tiempo en distintos estados fisiológicos.

Estas matrices de desviación demostraron discernir de mejor manera las fases preictal y posictal que las matrices SAC en el sentido de los P valores calculados con la prueba de significancia MWW, como se muestra en la Figura 19, a través de funciones de distribución acumuladas.

Un valor típico del P valor en la bibliografía es menor que 0.05 para considerarse que las matrices son estadísticamente distintas. En la Figura 18, se observa que aproximadamente el 15% de los valores P provenientes de las matrices de desviación de la fase preictal y posictal son menores o iguales a 0.05. Mientras que ningún valor P proveniente de las matrices SAC en las mismas fases del ataque epiléptico tienen valores menores o iguales a 0.05.

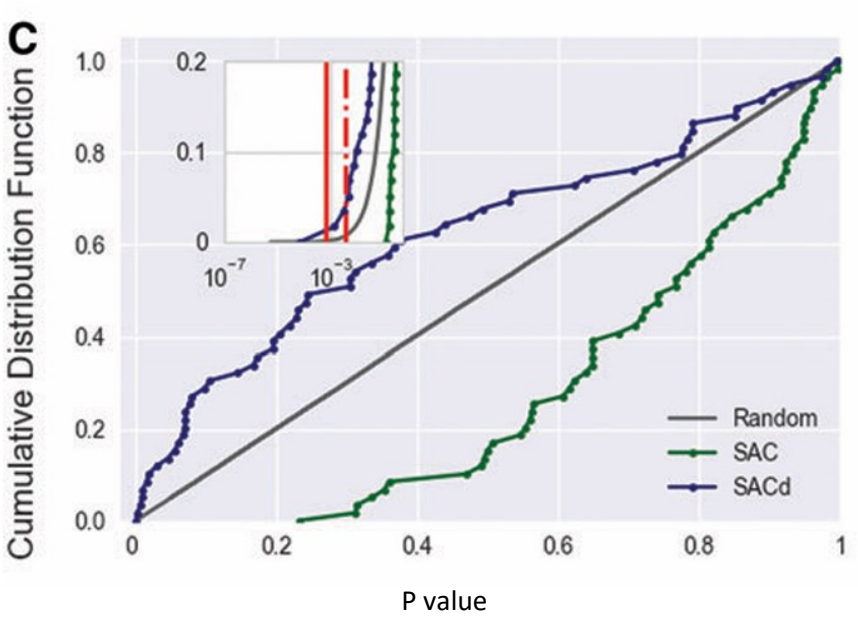


Figura 18. Distribuciones acumuladas de los valores P comparando las matrices SAC (color verde) y desviación (color azul) de las fases preictal y posictal. La distribución gris son valores P calculados a partir de matrices aleatorias. Imagen recuperada y modificada de (Olguín et al., 2018).

Además, se implementó la misma prueba estadística entre etapas de sueño y condiciones reposo con ojos abiertos y ojos cerrados en diferentes edades. Para las etapas de sueño, aproximadamente el 60% de las matrices de desviación presentaron valores P menores o iguales a 0.05, mientras que todas las matrices SAC mostraron valores superiores a 0.05 de P valores. En las etapas de reposo entre ojos abiertos y ojos cerrados, en el grupo de personas adultos jóvenes, se encontró que el 23% de los valores P son iguales o menores que 0.05 usando las matrices de desviación, mientras que las matrices de desviación de adultos mayores el 15% de los P valores son iguales o menores a 0.05. Por otro lado, usando las matrices SAC de los adultos jóvenes, alrededor del 3% de los P valores fueron menores o iguales a 0.05. En el grupo de adultos mayores ningún P valor fue menor o igual a 0.05.

Por lo cual se infiere que las matrices de desviación pueden contener información relevante para discernir estos estados fisiológicos.

Para contrastar estos hallazgos, existen modelos de aprendizaje automático capaces de discernir entre distintas clases. En este contexto, los estados

fisiológicos pueden caracterizarse utilizando las matrices SAC y de desviación (SACD).

APRENDIZAJE AUTOMÁTICO Y MODELOS DE CLASIFICACIÓN

Los modelos utilizados en este trabajo pertenecen a la categoría de modelos supervisados de clasificación. La tarea de clasificación contiene un conjunto (set) de datos llamados *predictores* o *características* (*features*) los cuales describen un fenómeno observado. Estas características están acompañadas con su *etiqueta* (*target* o *label*) que es la clasificación real a la que pertenece cada observación. A este primer conjunto de datos que tienen sus etiquetas se le llama *conjunto de entrenamiento*, mostrada en la Figura 19. En esta etapa el que el modelo aprende, y se recomienda usar el 80% para el entrenamiento del modelo (Géron, 2019).

ids	group	Fp1_F3	Fp1_C3
Juan	1	0.16471228	-0.00394882
Pedro	0	0.19652357	0.14169632
Adrian	0	0.08823691	-0.00394882
Rubén	1	0.12256373	0.02315178
Marco	0	0.11445565	-0.00394882
José	1	0.0451759	-0.00394882

Figura 19. Conjunto de entrenamiento. La columna “ids” contiene el nombre de cada participante (muestra). La columna “group” representa a qué grupo pertenece cada participante, 0: grupo control, 1: grupo AFI. Las columnas “Fp1_F3” y “Fp1_C3” son las características en forma de vectores que contienen las correlaciones entre las señales de esos mismos electrodos de cada muestra. Elaboración propia, representativa y no real de los datos usados en este trabajo.

Después de esta sesión de entrenamiento y con el modelo ya entrenado, se presenta al modelo un *conjunto de prueba*, mostrado en la Figura 20. El cual está constituido por el 20%, y no se revelan las etiquetas de clasificación al modelo entrenado. El propósito del modelo es determinar las etiquetas (0 o 1) del conjunto de prueba. Este nuevo conjunto es independiente al conjunto de entrenamiento (Géron, 2019).

ids	Fp1_F3	Fp1_C3
Kevin	0.32451	0.789451
Román	-0.024579	-0.2478945

Figura 20. Misma información contenida en la Figura 19, pero sin la columna “group”.

Es posible describir el desempeño de los modelos por medio de métricas de desempeño que miden, desde diferentes perspectivas, los errores y aciertos de los modelos. Cada una de ellas expone un distinto tipo de rendimiento, como se estudia a continuación.

MÉTRICAS DE DESEMPEÑO

Una métrica de desempeño es una expresión matemática que, con el conteo de errores y aciertos del modelo, describe si el modelo predice o no las etiquetas reales del problema binario (en este caso 0 ó 1). La matriz de confusión (Figura 21) es una herramienta útil para contar los aciertos y errores.

En la Figura 21, se muestra un ejemplo del desempeño de un modelo que realizó predicciones sobre dos clases (clase 0 y clase 1, problema presentado en este trabajo). En el cuadrante color morado el modelo predijo un valor de la clase 1, cuando realmente era de clase 0, a esto se le denomina *falso positivo* (FP, por sus siglas en inglés). En el cuadrante color verde, el modelo predijo cuatro valores de la clase 0, cuando realmente eran de la clase 0, a esto se le denomina *verdadero negativo* (TN, por sus siglas en inglés). En el cuadrante color azul el modelo predijo dos valores de la clase 0, cuando realmente eran de la clase 1, a esto se le denomina *falso negativo* (FN, por sus siglas en inglés). Por último, en el cuadrante color amarillo el modelo predijo cinco valores de la clase 1, cuando realmente eran de la clase 1, a esto se le denomina *verdadero positivo* (TP, por sus siglas en inglés).

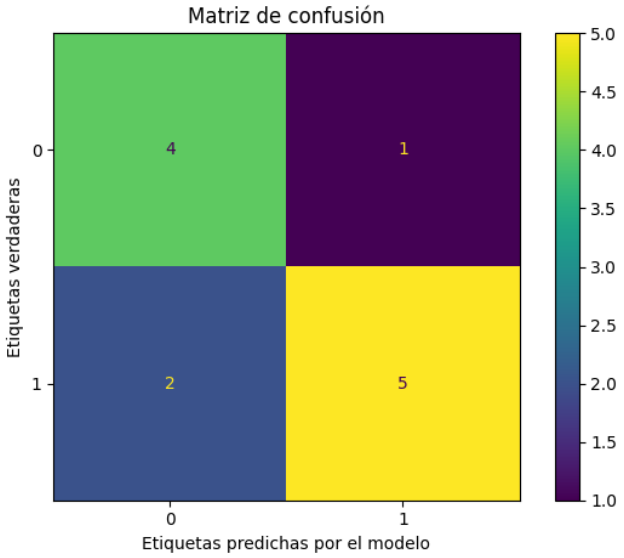


Figura 21. Matriz de Confusión de un ejemplo de clasificación binario. En el eje horizontal se muestran las etiquetas de clasificación que predijo el modelo, mientras que el en el eje vertical las verdaderas etiquetas de clasificación. La barra de colores representa la cantidad de etiquetas predichas por el modelo. Elaboración propia.

Estos conteos de los errores y aciertos (TP, TN, FP, FN) se utilizan en las métricas de desempeño. Las siguientes expresiones de las métricas presentadas se obtuvieron de la librería de Python, Sklearn 1.3.2:

Exactitud (Accuracy): Aciertos totales

$$ACC = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}.$$

Precisión (Precision): De la cantidad predicha como positiva, esta métrica detecta cuántos realmente lo son

$$PRE = \frac{TP}{TP + FP}.$$

Exhaustividad o sensibilidad (Recall): Acumula la cantidad de verdaderos positivos que se predijeron

$$REC = \frac{TP}{TP + FN}.$$

Puntaje F1 (F1 score): Es un promedio geométrico de la precisión y la sensibilidad

$$F1 = \frac{2(PRE \cdot REC)}{PRE + REC}.$$

Coeficiente de correlación de Matthews (referido en Sklearn como MCC, por su abreviatura en inglés): Vista generalizada del comportamiento de cada elemento de la Matriz de Confusión

$$MCC = \frac{(TP \cdot TN) - (FP \cdot FN)}{\sqrt{(TP + FP)(TP + FN)(TN + FP)(TN + FN)}}.$$

La explicación teórica de los modelos que se usarán en este trabajo se presentará a continuación.

Regresión logística

La regresión logística emplea la función logística aplicada a una combinación lineal de la matriz de datos de entrenamiento x_{ij}, donde i denota las observaciones (renglones) y j las características (columnas). Dicha combinación lineal está parametrizada por los coeficientes β^j y los coeficientes libres β^{i0}, y permite modelar la probabilidad de que una observación pertenezca a la clase 1 mediante la función sigmoide, la cual puede ser expresada de la siguiente manera

$$p_i(y_i = 1 \mid x_{ij}) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta^{i0} + \beta^j x_{ij})}},$$

la cual dibuja la frontera de decisión, presentada en la Figura 22. Así, $p(y_i = 1 \mid x_{ij})$ es una probabilidad con valores en el rango $[0, 1]$ (Hastie et al., 2017).

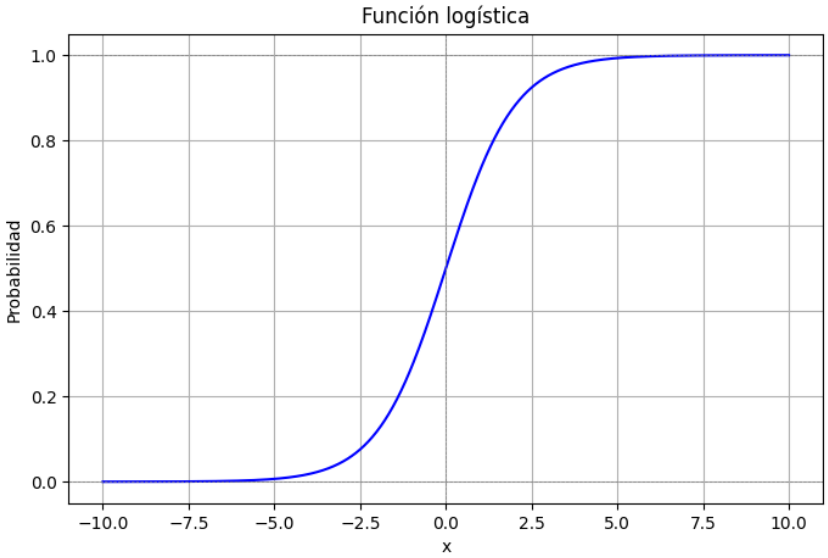


Figura 22. Función Sigmoide o Logística. El eje vertical son las probabilidades acotadas entre 0 y 1 para cualquier valor del vector de características. Mientras que el eje horizontal es el resultado de la combinación lineal, mencionada anteriormente. Elaboración propia.

El problema ahora se reduce en ajustar los parámetros β que mejor modelan los datos observados. Este modelo considera los datos observados como ensayos de Bernoulli independientes, es decir

$$P_i(y_i|x_i) = p_i^{y_i}(1-p_i)^{1-y_i}$$

por lo que, la probabilidad de que y_1 tome algún valor (0 ó 1) se resuelve por el método de máxima verosimilitud:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{N} p_i^{y_i}(1-p_i)^{1-y_i}$$

donde $L = L(\beta)$ porque $p_i = p_i(\beta^j)$. Aplicando la función logaritmo y multiplicando por -1, se encuentra a la expresión

$$l(\beta) = -\log[L(B)] = -\sum_{i=1}^{N}\{y_i \log(p_i) + (1-y_i)\log(1-p_i)\}$$

de la *Entropía cruzada* o *Pérdida Logística*, la cual es la función que se intentará minimizar por diferentes métodos para encontrar los valores β.

Una vez estimados los valores de β a partir de la matriz de datos de entrenamiento, el modelo se evalúa utilizando una matriz de datos de prueba, a la cual asigna la etiqueta de la clase a la que cada observación probablemente pertenece.

Posteriormente, es posible extraer los pesos de los vectores x_i (constantes β), los cuales representan las importancias de cada característica. En otras palabras, el vector x_k acompañado de la constante β^k será más importante para la tarea de clasificación que el vector x_q acompañado de la constante β^q, siempre que $|\beta^k| > |\beta^q|$.

Una propuesta popular es el uso de la regresión lineal como una primera opción. Sin embargo, los valores posibles de la regresión lineal pueden estar fuera del rango $[0, 1]$, los cuales no tienen un sentido probabilístico. Además de que no es estadísticamente óptimo minimizar el error cuadrático medio (implementado en la regresión lineal) a los valores de la función logística (Hastie et al., 2017).

BOSQUE ALEATORIO

Para explicar el método de Bosque Aleatorio, es necesario definir el funcionamiento del *Árbol de Decisión* para clasificación binaria.

El Árbol necesita una matriz de datos de entrenamiento X_{nk} con x_k características y n observaciones. Cada vector tiene asociado una etiqueta $y_n = \{0,1\}$, como se muestra en la Tabla 2.

	x_1	x_2	...	x_k	y_n
Observación 1	0.1	0.4	…	-0.3	0
Observación 2	0.2	0.3	…	0.1	0
Observación 3	0.2	0.1	…	0.1	1
…	…	…	…	…	…
Observación n	0.4	-0.3	…	-0.6	1

Tabla 2. Ejemplificación de la matriz de datos que el Árbol de Decisión necesita. En las columnas están los vectores de características y en los renglones las muestras u observaciones de estos. La última columna es el vector de clase a la que cada muestra pertenece.

La misma información puede ser ejemplificada en el espacio de características como lo muestra la Figura 23, tomando dos vectores de características formados por seis variables (observaciones) $\overrightarrow{x_1} = (0.1, 0.2, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5)$ y $\overrightarrow{x_2} = (0.4, 0.3, 0.1, 0.5, 0.2, 0.1)$.

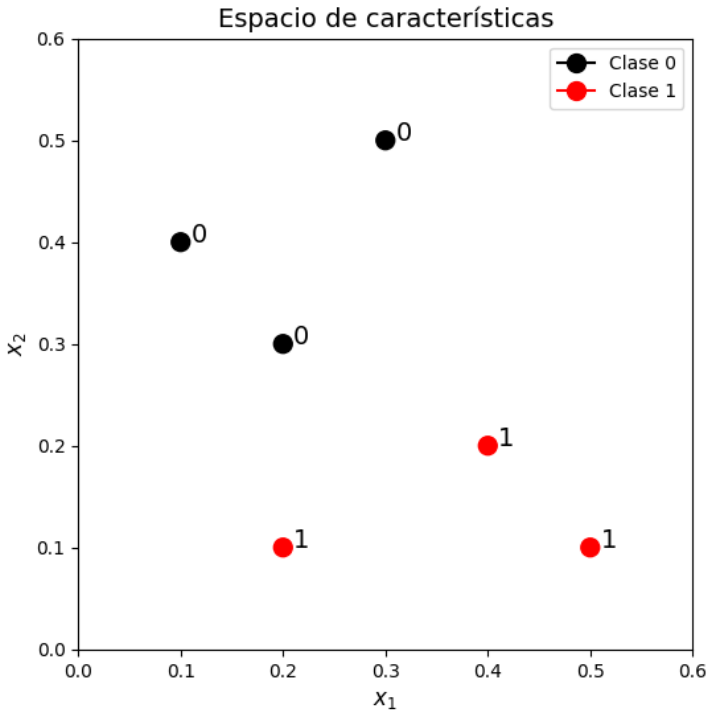


Figura 23. Espacio de características formado por los vectores $\overrightarrow{x_1}$ y $\overrightarrow{x_2}$. Cada muestra está identificada con su clase a la que pertenece. Elaboración propia.

Tomando a la Tabla 2 como base, se genera un primer nodo o nodo padre, ver Figura 24, que contiene todas las muestras.

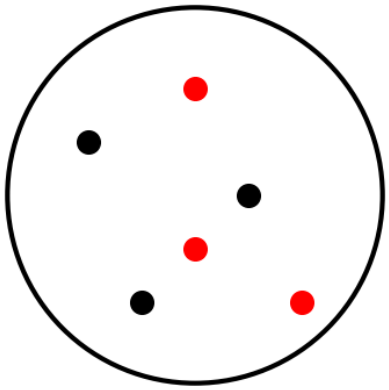


Figura 24. Nodo padre que contiene todas las muestras e identificadas a la clase a la que pertenecen (color negro clase 0 y color rojo clase1). Elaboración propia.

A este se le estima un nivel de impureza en función de la cantidad de muestras de cada clase que contiene, y es medido por medio de la Entropía

$$H = -[plog_2(p) + (1-p)\log_2(1-p)],$$

donde p es la proporción de muestras de clase 1, del total en el nodo.

El Árbol busca un valor umbral t en los vectores x_k que separen las clases, generando un nodo hijo izquierdo con muestras tales que $x \leq t$ y, un nodo hijo derecho, con muestras tales que $x > t$, representados en las Figuras 26 y 27. Tal que la entropía en cada nodo hijo sea mínima, y que la partición en nodos maximice la ganancia de información. Lo anterior, se describe por la ecuación de ganancia de información

$$GI = H_P - \left(\frac{IZQ}{P}H_{IZQ} + \frac{DER}{P}H_{DER}\right),$$

donde H_P, H_{IZQ} y H_{DER} son las entropías del nodo padre, nodo hijo izquierdo y nodo hijo derecho, respectivamente. De igual manera, $P, IZQ\ y\ DER$ son la cantidad de muestras totales que tiene el nodo padre, nodo hijo izquierdo y nodo hijo derecho, respectivamente.

Visualmente el efecto de tomar un valor de umbral ($t = 0.25$ en el vector $\overrightarrow{x_2}$) es pintar una recta en el espacio de características generando dos regiones en el espacio de características, ver Figuras 25 y 26.

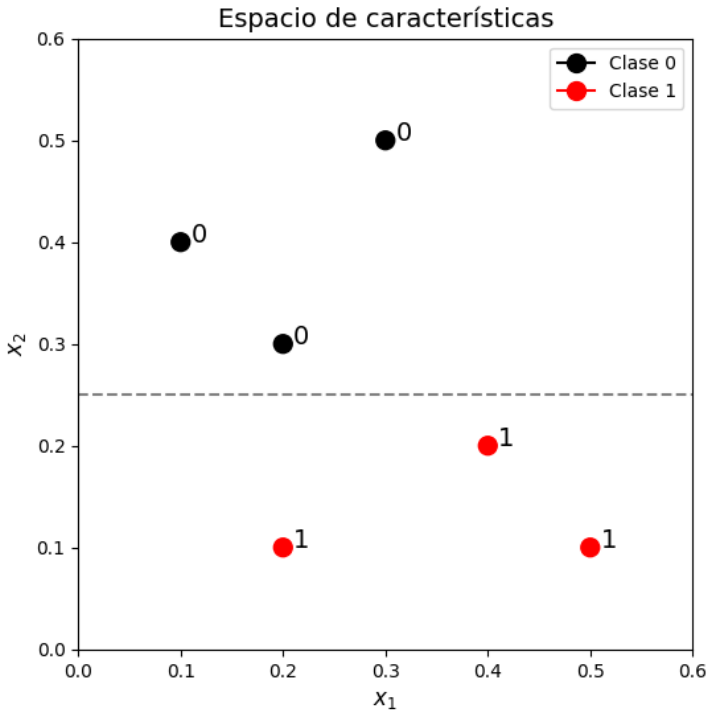


Figura 25. Espacio de características dividido por el valor de umbral 0.25 en el vector $\overrightarrow{x_2}$. Elaboración propia.

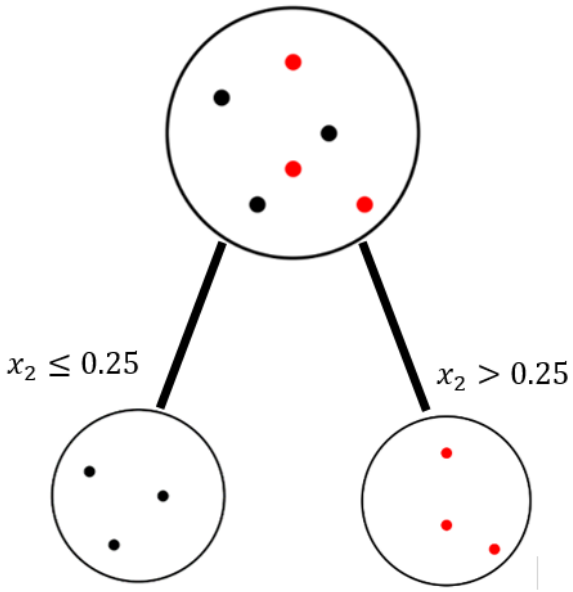


Figura 26. El nodo padre dividido en el nodo hijo izquierdo y nodo hijo derecho dividiendo las clases después de tomar en consideración en valor umbral. Elaboración propia.

El proceso continúa recursivamente, proponiendo umbrales, escogiendo vectores y generando nuevos nodos hijos, hasta que se alcanza una condición de paro como puede ser el nivel de impureza en el nodo hijo. Estos nodos terminales se conocen como nodos hoja**.**

De este modo, el conjunto de vectores de características y umbrales de decisión determinados a partir de los datos de entrenamiento puede interpretarse como una frontera de decisión no lineal en el espacio de características, la cual será evaluada utilizando un conjunto de datos de prueba.

El Bosque Aleatorio es un ensamble que combina múltiples árboles de decisión. Cada árbol a, con $a = 1, 2, 3, \dots, A$, entrena y propone su frontera de decisión de forma independiente, generando A fronteras de decisión.

Al mismo tiempo, se generan A clasificaciones sobre alguna muestra $\overrightarrow{x_p}$ de los datos de prueba. Sin embargo, la clasificación final del Bosque Aleatorio de la misma muestra es la clasificación a la que la mayor cantidad de árboles concluye. Es decir, si

$$y_a(\overrightarrow{x_p}) \in \{0,1\}$$

es la clasificación de la muestra de prueba $\overrightarrow{x_p}$ del árbol a, entonces la clasificación del bosque de esa misma muestra es

$$y_b(\overrightarrow{x_p}) = \begin{cases} 1, si \sum_{a=1}^{A} y_a(\overrightarrow{x_p}) \geq \frac{A}{2} \\ 0, \quad en\ otro\ caso. \end{cases}$$

Al igual que la Regresión Logística, este método permite evaluar la importancia de los vectores de característica utilizados en los datos de entrenamiento, identificando aquellas que maximizarán la Ganancia de Información en cada árbol (Hastie et al., 2017).

HIPER-PARÁMETROS

Los modelos antes descritos ajustan sus parámetros con base en los datos de entrenamiento, y son inherentes a cada modelo. Por otro lado, existen los hiper-parámetros, los cuales son parámetros que sirven para configurar el modelo. Estos también sirven para evitar el *underfitting* (subajuste) y el *overfitting* (sobreajuste). Este último es muy común, ocurre cuando el modelo aprende a clasificar, casi sin error, datos muy específicos del conjunto de datos de entrenamiento, perdiendo la generalización ante distintos conjuntos de entrenamiento. En otras palabras, si el modelo tiene overfitting, las métricas de desempeño dependerán fuertemente del conjunto de datos usados durante el entrenamiento del modelo, un efecto no deseado.

En la Figura 27, se ejemplifican las fronteras de decisión en un espacio de dos características propuesta por algún modelo ficticio, y se ejemplifican el underfitting, overfitting y una frontera de decisión óptima. Se observa que el underfitting podría mejorar su frontera de decisión, el overfitting ha aprendido por completo a discernir ambas clases de esos datos en específico. Mientras que la frontera de decisión

óptica presenta un balance correcto de discriminación y es más moldeable se analicen nuevos conjuntos de datos (Bradshaw et al., 2023).

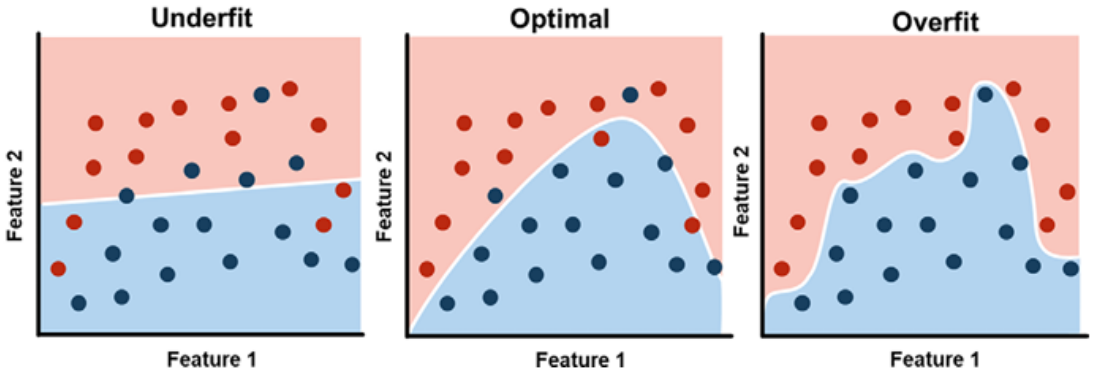


Figura 27. Ejemplos de un modelo con underfitting, overfitting y una frontera de decisión óptima. Los datos han sido graficados en un espacio de dos características. Los puntos de colores son los datos pertenecientes a una clase dependiendo su color. Recuperada de (Bradshaw et al., 2023).

Por lo anterior, para este trabajo se utilizaron algunos hiper-parámetros específicos de cada modelo, que serán expuestos en la sección de *Métodos y técnicas de investigación empleadas.*

Por otro lado, existen técnicas para generalizar y decidir el modelo, al igual que para encontrar hiper-parámetros de forma correcta llamadas *validación cruzada*. La empleada en este trabajo lleva el nombre *k-fold holdout test set* (Bradshaw et al., 2023), su implementación será discutida en la sección *Métodos y técnicas de investigación empleadas.*

Métodos y técnicas de investigación empleadas

Participantes

Para este trabajo se obtuvo el acceso a los datos de los participantes recabados por (Luna et al., 2017) los cuales son descritos a continuación.

Se reclutaron 16 niños institucionalizados con antecedentes de AFI (grupo AFI) de casas hogares. Se estudiaron los expedientes en busca de aquellos que pudieran cumplir con las características buscadas. Mientras que el grupo control se conforma de 16 niños reclutados de escuelas públicas.

Para formar parte del grupo AFI es necesario contar con las siguientes características, mientras que para formar parte del grupo control es necesario no contar con ninguna de ellas:

- Haber sufrido maltrato físico severo.
- Estar institucionalizado.

De igual manera, son características necesarias para formar parte de cualquier grupo:

- Asistencia a la escuela de forma continua.
- Grado escolar adecuado para su edad, permitiendo un retraso máximo de hasta dos años.
- La madre no tuvo antecedentes de abuso de sustancias durante el embarazo.
- Cociente intelectual estimado de 80 o más.
- No hay historial de traumatismo craneoencefálico de gravedad moderada o severa.
- No presenta *Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad* (TDAH).
- Es diestro.
- No tiene trastornos psicóticos.
- Edad comprendida entre 10 y 16 años.
- Los resultados de la prueba *ISPCAN Child Abuse Screening Tool for Children* (ICAST-C), son consistentes con los registros revisados.

Para evaluar las características anteriores se implementaron pruebas de medición de distintos indicadores psicológicos (Luna et al., 2017), las cuales se describen a continuación.

- Prueba ICAST-C (Zolotor et al., 2009): Se evalúa mediante una entrevista al menor si ha sido expuesto a violencia física o psicológica, así como a negligencia y abuso sexual.

- Escala Wechsler de inteligencia para niños IV (WISC-IV) (Kaufman et al., 2006): Estima el cociente intelectual de menores de 6 a 16 años por medio de puntuaciones obtenidas en pruebas de vocabulario y un diseño físico de cubos.
- Edinburg hand handeness inventory (Oldfield, 1971): Esta prueba mide la lateralidad de los participantes y su dominancia mediante actividades de la vida cotidiana.
- Cuestionario NEUROPSI de Trastorno por déficit de atención (Freggy et al., 2003): Evalúa la presencia y grado del trastorno de déficit de atención en menores de 6 a 17 años y con ayuda de los tutores se evalúan también la inatención, hiperactividad e impulsividad.
- Child PTSD Symptom Scale (CPSS) (Bustos et al., 2009): Con esta prueba se determina la presencia de TEPT, y su clasificación de gravedad de acuerdo con las categorías de activación física y psicológica, evitación y disociación y reexperimentación.
- Children's depression Inventory (Kovacs, 1992): Se detectan síntoma de depresión. En sus preguntas se abordan temas como el suicidio, auto percepción, culpabilidad, relación con el trabajo escolar, entre otro.
- Escala de ansiedad para niños de Spence (SCAS) (Hernández et al., 2010): Esta prueba estima el nivel de ansiedad, separadas en: ansiedad por fobia social; trastorno obsesivo compulsivo; ansiedad por separación; etc.

Son características de ~~no~~ inclusión a ningún grupo:

- Que el menor esté afectado por el consumo de alguna sustancia.
- Que los registros de EEG de los participantes contengan demasiados artefactos.

Registro del EEG

Los registros de EEG fueron medidos con un polígrafo *Neuroscan modelo Nuamps,* con electrodos de tipo platillo de plata clorurada. Siguiendo la colocación de los electrodos del sistema 10-20, se extrajo información de los electrodos *Fp1,*

Fp2, F3, F4, F7, F8, T3, T4, T5, T6, C3, C4, P3, P4, O1 y O2; además de los cantos inferior y superior de los ojos (para el tratamiento de los artefactos), y uno más en la muñeca izquierda para el registro de la frecuencia cardiaca, tomando como referencia el lóbulo de la oreja izquierda. La impedancia de los electrodos se mantuvo por debajo de los 10 KΩ. La frecuencia de registro fue de 500 Hz, en un lapso de 3 minutos, durante las condiciones de reposo con ojos abiertos y ojos cerrados.

PREPROCESAMIENTO DE LOS DATOS DE EEG

El preprocesamiento se realizó en Python 3.8.20, utilizando las librerías *NumPy*, *Pandas* y *MNE*. Primero, se aplicó un filtro *notch* a cada 60 Hz para eliminar la interferencia eléctrica proveniente de la red de suministro eléctrico, comúnmente presente en registros EEG debido a la iluminación artificial y otros equipos eléctricos (Gramfort et al., 2013).

Posteriormente, se implementó un filtro IIR de orden 4, tipo Butterworth, con un rango de paso entre 0.5 y 45 Hz (banda ancha). Este rango es ampliamente utilizado para conservar la actividad cortical de interés en banda ancha y atenuar artefactos de muy baja frecuencia y componentes de alta frecuencia no relacionadas con la actividad cerebral como los provenientes de la frecuencia cardiaca y el movimiento muscular, respectivamente (Gramfort et al., 2013).

A continuación, se calculó el valor mediano de cada registro para cada punto en el tiempo para establecerlo como nueva referencia de medición, debido a que la referencia del lóbulo de la oreja puede introducir información redundante en los EEG. Sin embargo, la referencia al mediano ha demostrado un correcto desempeño en la reducción de artefactos musculares ya artefactos oculares (Ríos et al., 2019, Marín-Arzate et al., 2024).

Finalmente, los EEG procesados fueron segmentados y almacenados para cada participante, organizados por banda de frecuencia (Delta: 0.5 – 3.5 Hz, Theta: 3.5 – 7.5 Hz, Alfa: 7.5 – 12.5 Hz, Beta lenta: 12.5 – 18 Hz, Beta rápida: 18 – 25 Hz, Gamma: 25 – 40 Hz), y condición experimental.

MEDIDAS DE INTERRELACIÓN

Se realizaron las funciones correspondientes en Python 3.8.20 para la implementación de la matriz SAC y la información mutua corregida.

Para la construcción de las matrices SAC se usaron ventanas de tiempo de 30 segundos y subventanas de 1 segundo. Dentro de cada ventana de 30 segundos se construyeron 10 datos sustitutos univariantes IAAFT y se segmentaron también en subventanas de 1 segundo, resultando en 300 muestras de datos sustitutos. Las cuales fueron comparadas con los 30 de datos reales mediante la prueba de significancia MWW con corrección de Bonferroni.

Posteriormente, se guardaron estos resultados en un Data Frame de Pandas, como se muestra en la Figura 28.

ids	group	task	band	Fp1_F3	Fp1_C3	Fp1_P3
AAEX	1	OA	AL	0.6638822	0	-0.39853715
AAEX	1	OC	AL	0.69569349	0.14564513	-0.50268674
AAEX	1	OA	BB	0.58740683	0	-0.46791388
AAEX	1	OC	BB	0.62173365	0.02710059	-0.45717051
AAEX	1	OA	DL	0.61362556	0	-0.52508775
AAEX	1	OC	DL	0.54434582	0	-0.44991448
AAEX	1	OA	FB	0.38280575	0	-0.33858987
AAEX	1	OC	FB	0.51192629	0	-0.33925948
AAEX	1	OA	GM	0.37089715	0	-0.29153368
AAEX	1	OC	GM	0.45638716	0	-0.34597553
AAEX	1	OA	SB	0.6149847	0	-0.47002315
AAEX	1	OC	SB	0.62796658	0	-0.44308984
AAEX	1	OA	TH	0.55491528	0	-0.40226493
AAEX	1	OC	TH	0.58342444	0	-0.35904182

Figura 28. Ejemplo de matriz de datos SAC de un solo participante. La columna “ids” es el identificador de cada participante. La columna “group” tiene etiquetas 1: grupo AFI y 0: grupo control. La columna “task” tiene las etiquetas “OA”: ojos abiertos “OC”: ojos cerrados. La columna “band” tiene la abreviación de la banda de frecuencias a la que pertenece cada muestra.

Por otro lado, para la construcción de las matrices de Información Mutua corregida se utilizaron ventanas de tiempo de 20 segundos y subventanas de 2 segundos. Dentro de cada ventana de 20 segundos se generaron 10 datos sustitutos

multivariantes mediante el método IAAFT, los cuales se segmentaron en subventanas de 2 segundos, obteniéndose así 100 muestras de datos sustitutos. Estas se compararon con las 10 muestras de datos reales mediante la prueba de significancia MWW con corrección de Bonferroni, con el fin de extraer la interrelación completamente no lineal.

Posteriormente, se guardaron estos resultados en un Data Frame de Pandas, como se muestra en la Figura 29.

ids	group	task	band	Fp1_F3	Fp1_C3	Fp1_P3
AAEX	1	OA	AL	0	0	0
AAEX	1	OC	AL	0	0	0
AAEX	1	OA	BB	0	0	0
AAEX	1	OC	BB	26.037.418.697.311.700	2.256.759.173.459.330	17.937.902.659.327.300
AAEX	1	OA	DL	0	0	0
AAEX	1	OC	DL	0	0	0
AAEX	1	OA	FB	0	0	0
AAEX	1	OC	FB	0	0	0
AAEX	1	OA	GM	3.753.324.994.178.900	2.485.565.838.742.390	0
AAEX	1	OC	GM	0	0	0
AAEX	1	OA	SB	42.131.144.333.985.800	0	0
AAEX	1	OC	SB	8.311.856.344.692.340	0	8.175.418.473.072.380
AAEX	1	OA	TH	0	0	0
AAEX	1	OC	TH	0	0	0

Figura 29. Ejemplo de matriz de datos de información mutua corregida de un solo participante. La columna “ids” es el identificador de cada participante. La columna “group” tiene etiquetas 1: grupo AFI y 0: grupo control. La columna “task” tiene las etiquetas “OA”: ojos abiertos “OC”: ojos cerrados. La columna “band” tiene la abreviación de la banda de frecuencias a la que pertenece cada muestra.

Para este trabajo, se calculó un solo SCP por cada clase, de la forma

$$SCP_{ij}^{c} = \frac{1}{Par \cdot Band \cdot Cond} \sum_{p}^{Par} \sum_{b}^{Band} \sum_{C}^{Cond} SAC_{ij}^{c},$$

el cual es un promedio del total de matrices de correlación de los participantes (Par), bandas ($Band$) y condiciones ($Cond$) de las matrices SAC pertenecientes a cada clase (c).

Este SCP se construyó con los datos en la etapa de entrenamiento para generar las desviaciones en esta misma etapa, llamadas *matrices de desviación al grupo* (SACD_grupo) de dos formas distintas:

- Restando el SCP de la clase 1 (grupo AFI) a las matrices SAC de clase 1 en prueba, y restando el SCP de la clase 0 (grupo control) a las matrices SAC de la clase 0 en prueba. Llamas *matrices de desviación al grupo directo* (SACD_grupo_directo). Con la forma

$$SACDdir_{ij}^{c=0,0} = SAC_{ij}^{c=0} - SCP_{ij}^{c=0}$$

$$SACDdir_{ij}^{c=1,1} = SAC_{ij}^{c=1} - SCP_{ij}^{c=1}$$

- Restando el SCP de la clase 1 a las matrices SAC de clase 0 en prueba, y restando el SCP de la clase 0 a las matrices SAC de la clase 1 en prueba. *matrices de desviación al grupo cruzado* (SACD_grupo_cruzado). Con la forma

$$SACDcruz_{ij}^{c=0,1} = SAC_{ij}^{c=0} - SCP_{ij}^{c=1},$$

$$SACDcruz_{ij}^{c=1,0} = SAC_{ij}^{c=1} - SCP_{ij}^{c=0}.$$

Además, se implementó otra manera de generar el SCP como el promedio de todas las matrices de ambas clases,

$$SCP_{ij} = \frac{1}{Par \cdot Band \cdot Cond \cdot Clas} \sum_{p}^{Par} \sum_{b}^{Band} \sum_{C}^{Cond} \sum_{k}^{Clas} SAC_{ij},$$

obteniendo un solo SCP en la etapa de entrenamiento, y siendo restado a las matrices SAC de ambas clases en la etapa de prueba. Lo anterior, para generar las *matrices de desviación al grupo global* (SACD_grupo_global)

$$SACDglobal_{ij} = SAC_{ij} - SCP_{ij}.$$

MODELOS DE APRENDIZAJE AUTOMÁTICO

Para implementar ambos modelos de aprendizaje automático (Bosque aleatorio y Regresión Logística) se utilizó la librería Sklearn 1.3.2.

Los hiper-parámetros que se usaron para la Regresión Logística en este trabajo son los implementados en la librería 1.3.2 de Sklearn (Hastie et al., 2017). Los cuales son detallados a continuación.

- C: Es un hiper-parámetro que controla la intensidad de la regularización del modelo. C determina qué tan fuertemente se penalizan los coeficientes β grandes. Cuando C es pequeño, la penalización es intensa y el modelo se vuelve más simple, lo que ayuda a evitar que aprenda ruido. Cuando C es grande, la regularización es más débil y el modelo puede ajustarse más a los datos de entrenamiento.
- penalty: Define la forma en la que actúa C. Con una penalización L2, el modelo tiende a repartir el peso entre muchas variables, manteniendo los coeficientes pequeños y estables. Con una penalización L1, algunos coeficientes pueden hacerse exactamente cero, lo que equivale a seleccionar solo las variables más relevantes.
- solver: Indica el algoritmo numérico que se usa para encontrar los coeficientes β. Algunos solvers son más rápidos o estables, dependiendo del tipo de penalización y del tamaño del conjunto de datos.
- class_weight: Cuando las clases están desbalanceadas (más muestras de una clase que de otra), el modelo puede favorecer a la clase mayoritaria. Al usar class_weight='balanced', se incrementa el peso de la clase minoritaria, penalizando más los errores cometidos sobre ella.

Para el Bosque Aleatorio (Hastie et al., 2017):

- bootstrap: Indica que cada árbol se entrena usando una muestra aleatoria con reemplazo tomada del conjunto de entrenamiento original. Esto introduce diversidad entre los árboles y reduce la varianza del modelo.
- max_depth: Controla la profundidad máxima de cada árbol, es decir, la cantidad de nodos que puede generar. Árboles muy profundos pueden aprender patrones muy específicos del conjunto de entrenamiento, lo que lleva a sobreajuste. Limitar la profundidad induce a capturar solo las relaciones más importantes entre las características en los árboles.
- max_features: Define cuántas características se consideran de manera aleatoria en cada división de un árbol. Al no permitir que cada árbol use todas las variables disponibles en cada nodo, se reduce la correlación entre los árboles del bosque. Esto aumenta la diversidad del bosque y mejora la capacidad de generalización.
- min_samples_leaf: Establece el número mínimo de muestras que debe contener una hoja del árbol. Valores grandes impiden que el árbol cree hojas basadas en muy pocos datos, lo que suaviza las decisiones y reduce la sensibilidad al ruido.
- n_estimators: Indica el número de árboles que conforman el bosque. A mayor número de árboles, más estable y robusta suele ser la predicción.

En la librería de Sklearn existe una función llamada GridSearch, la cual encuentra, dentro de un conjunto de hiper-parámetros, los que incrementen las métricas de desempeño. Esta función en compañía del método de *validación cruzada* (CV, por sus siglas en inglés) son las herramientas usadas para ajustar los hiper-parámetros en el modelo.

VALIDACIÓN CRUZADA

Para este trabajo se implementó *K-fold, holdout test set*, propuesta en (Bradshaw et al., 2023), y como se muestra en la Figura 30.

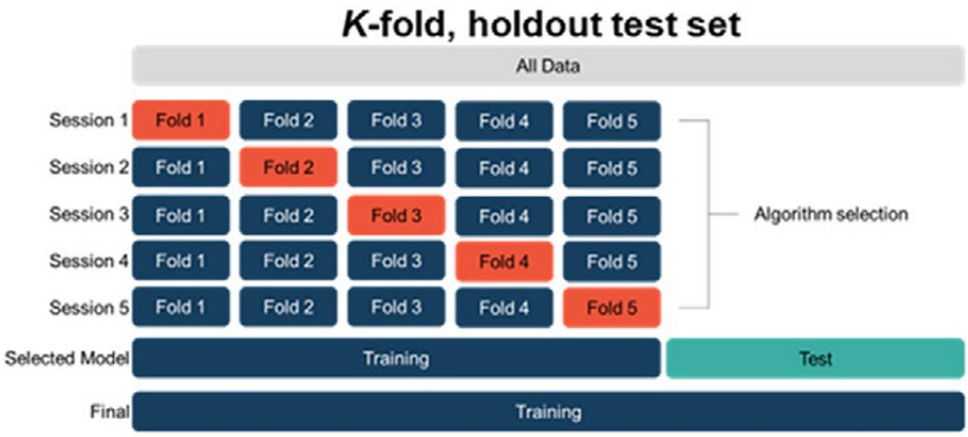


Figura 30. Metodología de la CV de tipo k-fold holdout test set. Empieza en segmentar el total de los datos en un set de prueba (color azul claro) y otro en entrenamiento (color azul oscuro), el cual será sub segmentado en k folders (5 folders en este ejemplo), el set de validación (color naranja) cambiará en cada sesión de la validación cruzada. En cada sesión, los hiper-parámetros serán ajustados de forma iterativa acorde a las métricas que se calculan en el conjunto de validación. Al final se obtienen los hiper-parámetros completamente ajustados y el modelo se entrena con todo el conjunto de muestras de entrenamientos usando los hiper-parámetros ya ajustados y se pode aprueba el modelo entrenado con el conjunto de muestras de prueba. Al final, es posible extraer las métricas promedio de las sesiones de la CV, las métricas de entrenamiento y las métricas de prueba. Imagen recuperada de (Bradshaw et al., 2023).

La manera en la que se tomó el conjunto de datos para la etapa de entrenamiento de los modelos se describe a continuación. Se toma la información completa, 7 matrices representativas de las 7 bandas y cada banda tiene las condiciones de ojos abierto y ojos cerrados, resultando en un total de 14 matrices por participante de 12 participantes de la clase 1 (AFI) y 12 participantes de la clase 0 (Control), representando un 75% de las muestras totales. Mientras que, para la etapa de prueba, se tomó la información completa de 4 participantes de la clase 0 y 4 de la clase 1, representando el 25% de las muestras totales.

Dentro de la etapa de entrenamiento, se realizaron 4 folds, 3 de ellos representando el nuevo conjunto de entrenamiento, y el último representando el

conjunto de validación. Cada uno de los 4 folds contienen la información completa de 3 personas de la clase 0 y 3 de la clase 1. Los 3 folds de entrenamiento representan el 75% de los datos del primer conjunto de entrenamiento, mientras que el fold de validación representa el 25% de los datos del primer conjunto de entrenamiento.

En cada sesión de la CV el conjunto de validación cambia, como se muestra en la Figura 31. Así, en cada sesión se ajustan los hiper-parámetros para maximizar la exactitud del modelo (accuracy, ACC), calculada en el conjunto de validación. Al final, se obtienen 4 valores de las métricas *ACC*, *REC*, *F1*, *PRE* y *MCC* en el primer conjunto de entrenamiento y el conjunto de hiper-parámetros completamente ajustado.

Para generar las desviaciones al patrón estacionario, primero se calculó el SCP con las muestras de entrenamiento, generando a su vez las matrices de desviación en esta misma etapa. Para generar el SCP en la etapa de prueba, se utilizó el SCP calculado en entrenamiento, y se generaron las matrices de desviación en prueba con las muestras de prueba.

La manera en que se generaron los SCP y las matrices de desviación están explicadas a profundidad en la subsección *Medidas de interrelación*.

OBTENCIÓN DE MÉTRICAS RESULTADO

Para obtener un conjunto de métricas más amplio en los conjuntos de entrenamiento y prueba, se realizaron estas tareas un total de 100 veces con diferentes muestras, pero conservando las proporciones anteriormente mencionadas. Acumulando 100 valores de cada métrica en CV y 100 valores de cada métrica en prueba por cada modelo.

Presentación y discusión de resultados

OBTENCIÓN DE MATRICES

Se obtuvieron un total de 448 matrices, tanto SAC como de interrelación completamente no lineal. De estas, 14 matrices representan la información completa de un solo participante: 7 correspondientes al estado de reposo con ojos abiertos y 7 al estado de reposo con ojos cerrados. Cada una de estas 7 matrices se asocia a una banda de frecuencia específica (banda ancha, delta, alfa, beta lenta, beta rápida, theta y gamma).

En el caso particular de las interrelaciones completamente no lineales se realizó un conteo por cada interrelación en las 448 matrices y se encontró un porcentaje de ceros de entre el 80% y el 95%, ver Figura 31. Por lo que el análisis de estos resultados por medio de la implementación de los modelos de aprendizaje automático no se llevó a cabo. Dicho trabajo requería un tratamiento que no es parte en los alcances de este trabajo.

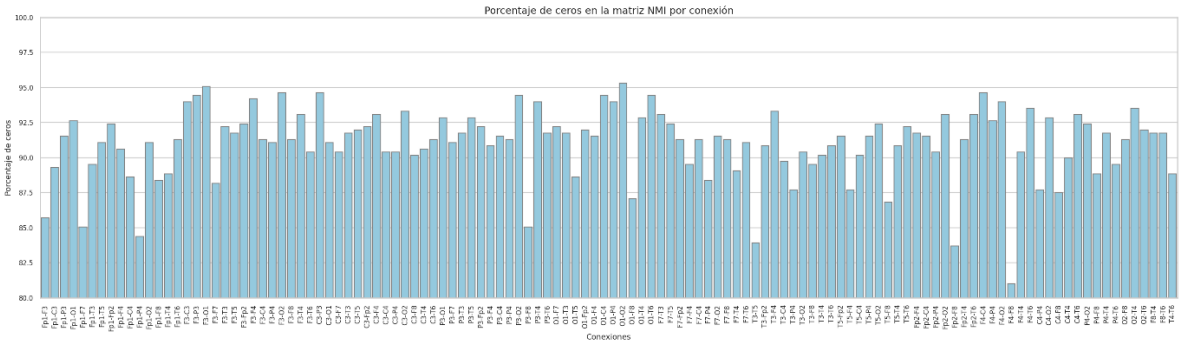


Figura 31. Histograma de porcentajes de ceros por cada interrelación de electrodos en 448 matrices de interrelación completamente no lineal. En el eje horizontal se encuentran las interrelaciones de los electrodos, mientras que en el eje vertical se encuentran los porcentajes, con limites 80% y 100%.

OBTENCIÓN DE HIPER-PARÁMETROS

Los hiper-parámetros que presentaron un mejor desempeño como función de la métrica Accuracy se desglosan en la Tabla 3 y Tabla 4, según el modelo y el tipo de matrices empleadas.

Regresión Logística				
Hiper-parámetro	SAC	Desviaciones directas	Desviaciones cruzadas	Desviaciones globales
C	10000.0	10	10	10000
class_weight	None	'balanced'	None	None
penalty	L2	L2	L2	L2
solver	lbfgs	lbfgs	lbfgs	lbfgs

Tabla 3. Hiper-parámetros elegidos en cada tipo de matrices usadas con la Regresión Logística.

Bosque Aleatorio				
Hiper-parámetro	SAC	Desviaciones directas	Desviaciones cruzadas	Desviaciones globales
Bootstrap	True	True	True	True
max_depth	10	10	5	10
max_features	Log2	'sqrt'	'sqrt'	'log2'
min_samples_leaf	5	1	5	5
n_estimators	200	200	200	200

Tabla 4. Hiper-parámetros elegidos en cada tipo de matrices usadas con el Bosque Aleatorio.

DESEMPEÑO DE LOS MODELOS

Las distribuciones de las métricas en las etapas de validación cruzada con los datos CV y prueba, se presentan para cada tipo de matrices utilizadas en las Figuras 32–39, en su representación tipo *boxplot* (también conocida en español como diagrama de caja y bigotes).

En la Figura 32 y 33, se muestran las métricas del desempeño de ambos modelos (Bosque Aleatorio y Regresión Logística) usando las matrices SAC. En todas las métricas, se observa que el valor mediano de cada distribución en la etapa de entrenamiento fue menor que en la etapa en prueba. El desempeño del Bosque Aleatorio fue ligeramente superior que la Regresión Logística. Además, que la etapa de prueba presenta mucha dispersión de las métricas, en especial la sensibilidad (REC), fluctuando desde 0.22 hasta 0.98. Este efecto sugiere que existen ciertos conjuntos de matrices que favorecen un valor de métrica muy alto y otros muy bajo. En otras palabras, las matrices SAC no parecen generalizar de manera adecuada la tarea de clasificación.

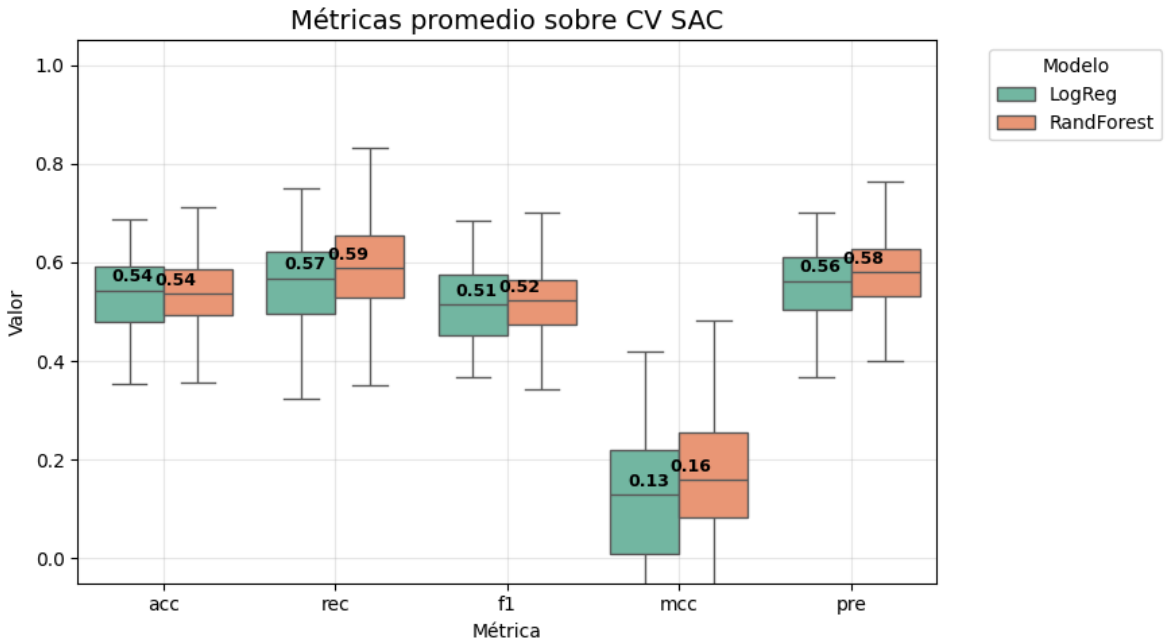


Figura 32. Boxplots de 100 valores de cada métrica promedio de la validación cruzada usando el conjunto de matrices SAC de entrenamiento en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

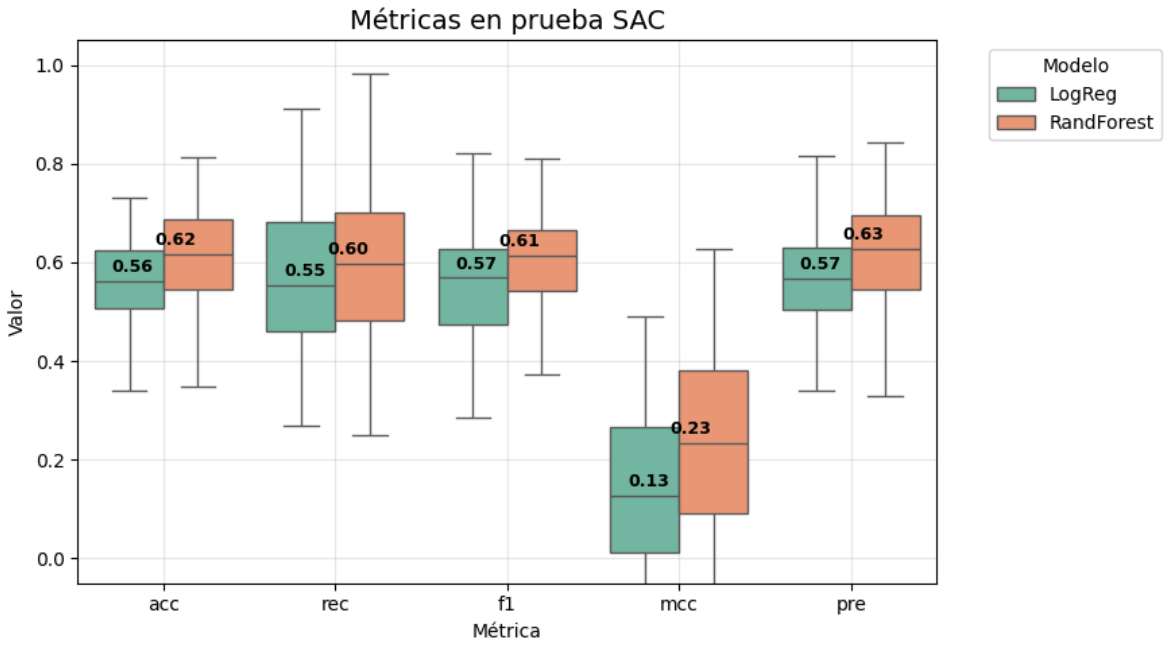


Figura 33. Boxplots de 100 valores de cada métrica usando el conjunto de matrices SAC de prueba en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

En las Figuras 34 y 35, se muestran las métricas del desempeño de ambos modelos usando las matrices de desviaciones de forma global. El desempeño de estas matrices es exactamente el mismo que del de las matrices SAC, lo que se explica debido a que se le está restando la misma matriz a ambos grupos, lo que sólo desplaza los valores de ambos grupos, pero mantiene constante las relaciones en el espacio de características entre ambos grupos.

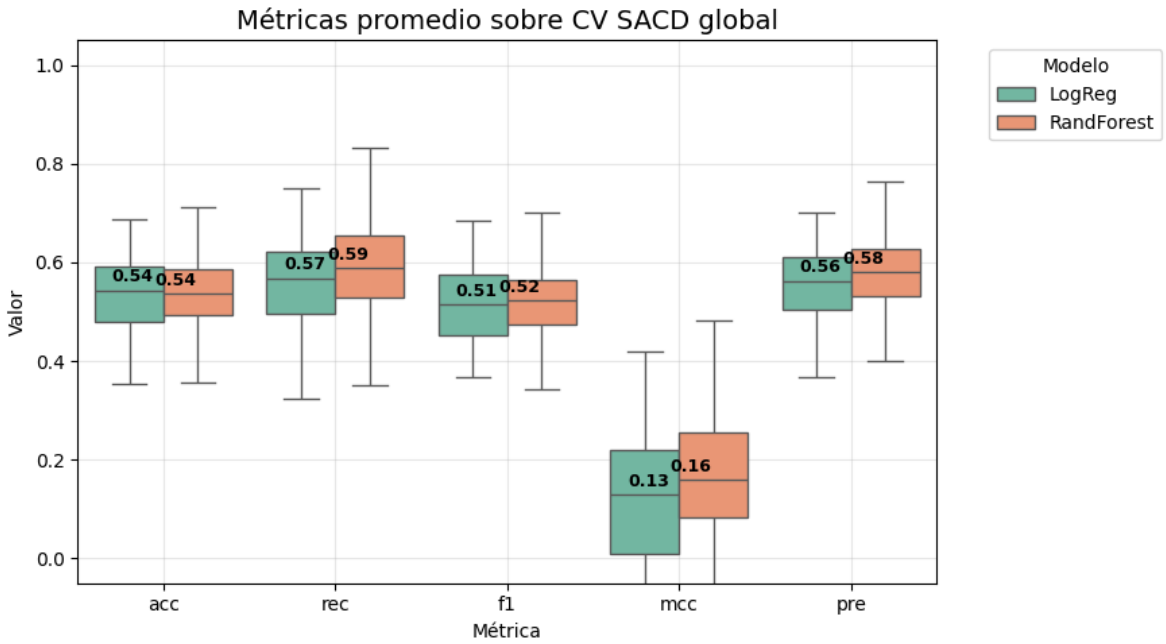


Figura 34. Boxplots de 100 valores de cada métrica promedio de la validación cruzada usando el conjunto de matrices de desviación global (SACD global) de entrenamiento en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

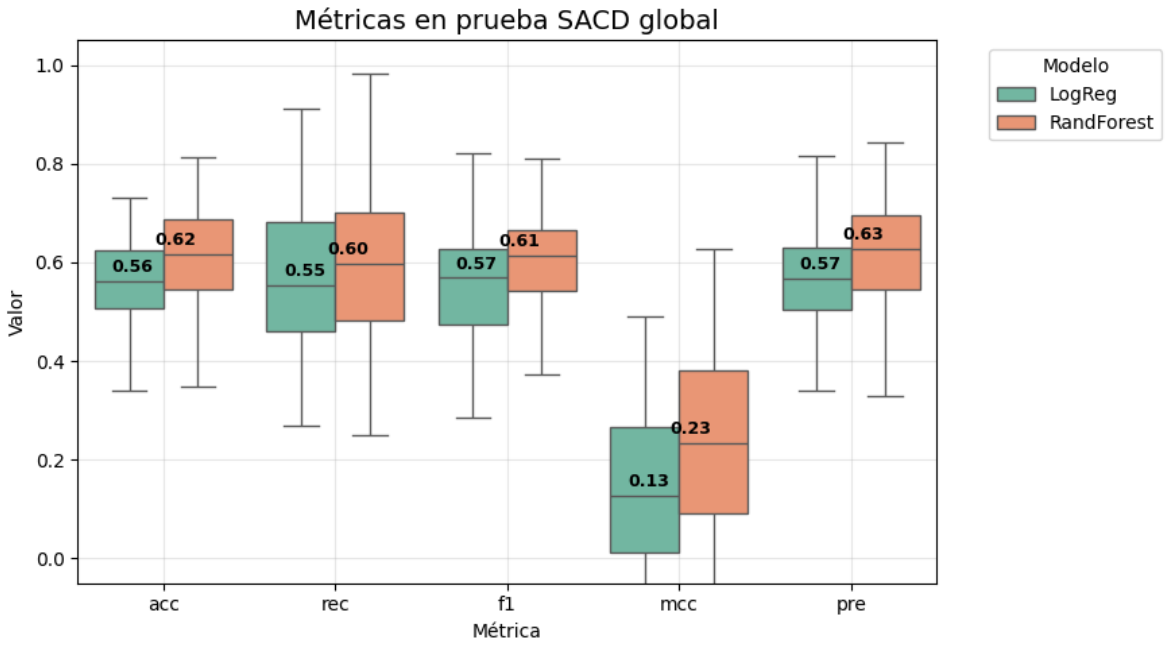


Figura 35. Boxplots de 100 valores de cada métrica usando el conjunto de matrices de desviación (SACD global) de prueba en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

En las Figura 36 y 37, se muestran las métricas del desempeño de ambos modelos usando las matrices de desviaciones de forma directa. En todas las métricas se observa que el valor mediano de cada distribución en la etapa de entrenamiento fue menor que en la etapa en prueba. Las métricas de la Regresión Logística en prueba decayeron a cero, a excepción de la exactitud (accuracy, ACC) que fue de 0.5, lo que indica que este modelo siempre clasificó cada matriz como clase 0 (grupo control). Por otro lado, el Bosque Aleatorio tuvo un desempeño arriba del 0.9 con barras de dispersión no muy largas, lo que sugiere que estas matrices sí pueden generalizar bien la tarea de clasificación.

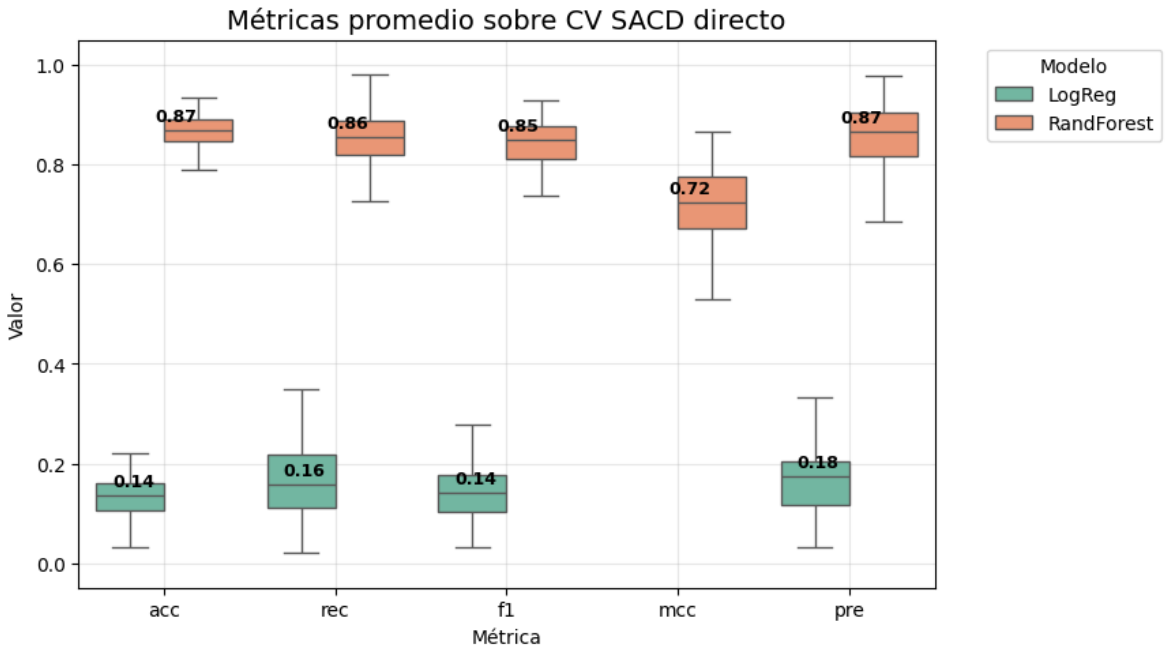


Figura 36. Boxplots de 100 valores de cada métrica promedio de la validación cruzada usando el conjunto de matrices de desviación directo (SAC directo) de entrenamiento en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica. La distribución de la métrica MCC tienen valores negativos, razón por la cual no aparece en la Figura, su valor mediano es de -0.69.

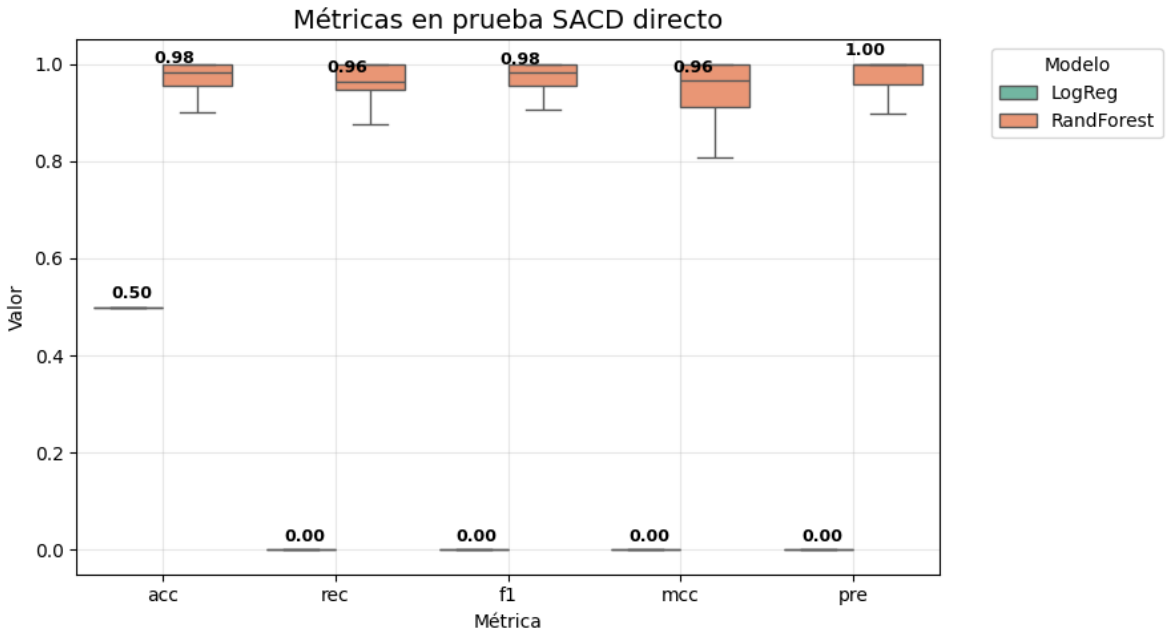


Figura 37. Boxplots de 100 valores de cada métrica usando el conjunto de matrices de desviación directo (SACD directo) de prueba en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

Por último, en las Figura 38 y 39, se muestras las métricas del desempeño de ambos modelos usando las matrices de desviaciones de forma cruzada. En ambos modelos no se encuentra un decremento o incremento sistemático en los medianos de las métricas. Ambos modelos tienen un desempeño muy parecido en ambas etapas, siendo el Bosque aleatorio el modelo con mejores valores medianos y con menores variaciones en cada métrica. Estos resultados sugieren que este tipo de desviaciones podrían aportar información relevante para discriminar las clases (grupo AFI y grupo control), además de generalizan de manera consiste la tarea de clasificación.

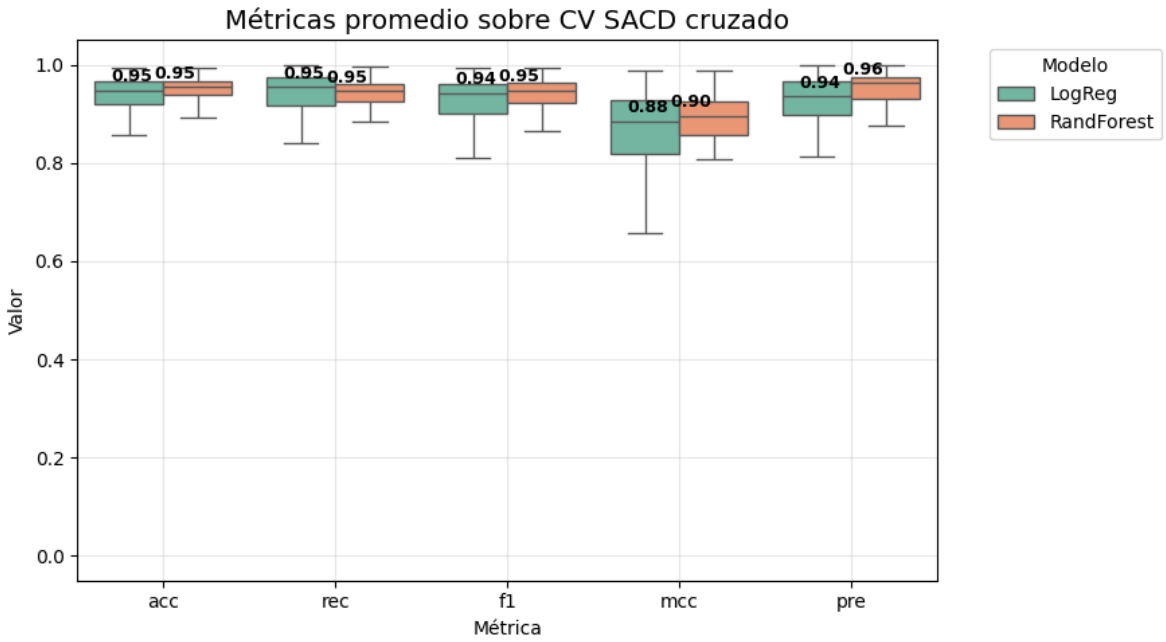


Figura 38. Boxplots de 100 valores de cada métrica promedio de la validación cruzada usando el conjunto de matrices de desviación cruzada (SACD cruzado) de entrenamiento en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

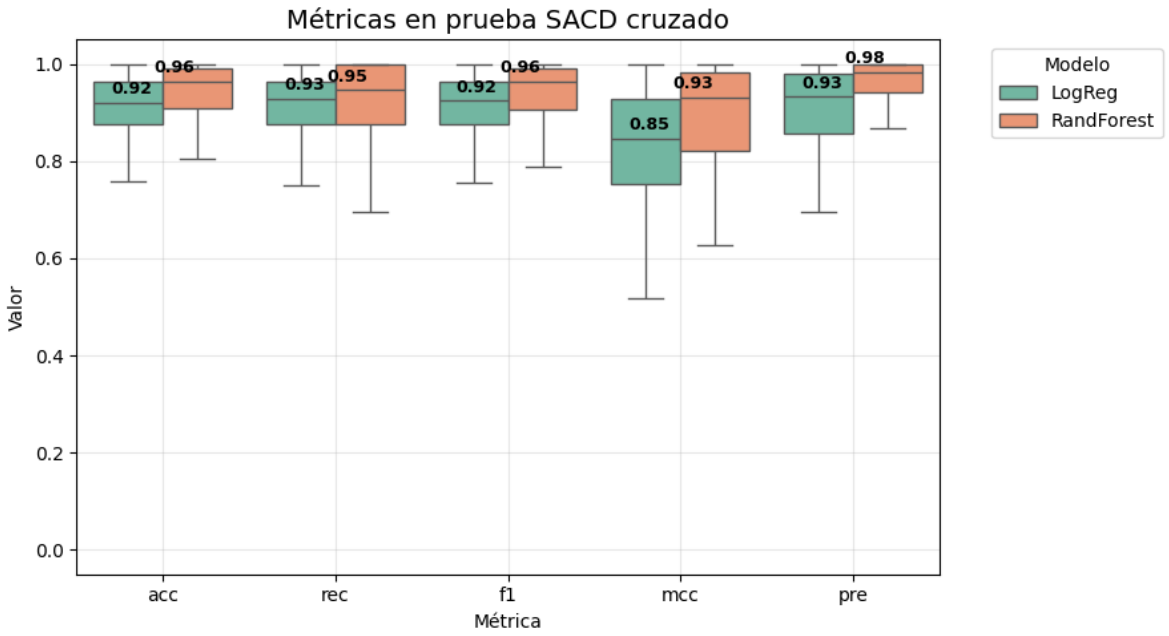


Figura 39. Boxplots de 100 valores de cada métrica usando el conjunto de matrices de desviación cruzado (SACD cruzado) de prueba en los modelos Bosque Aleatorio y Regresión Logística. Las etiquetas del eje horizontal indica la métrica a la que pertenecen los Boxplots y el eje vertical es el valor que puede tomar cada métrica.

CONEXIONES IMPORTANTES DE CADA MODELO

En esta sección se muestran las 12 conexiones más importantes por promedio, correspondiente al 10% del total de las 120 conexiones, que ocuparon los modelos para la tarea de clasificación a lo largo de las 100 veces. En la cual se entrenó cada modelo cambiando los participantes en los conjuntos entrenamiento-prueba en las Figuras 40-46.

En las Figuras 40 y 41, se muestran las conexiones importantes para ambos modelos usando las matrices SAC. De forma consistente, la conexión T5-O2 es el primer lugar en ambos modelos. Además, la conexión C4-T6 aparece también en ambos modelos, el resto de las interrelaciones no se repiten entre modelos. El Bosque Aleatorio utilizó 6 conexiones intra-hemisfericas. Mientras que, la Regresión Logística 5.

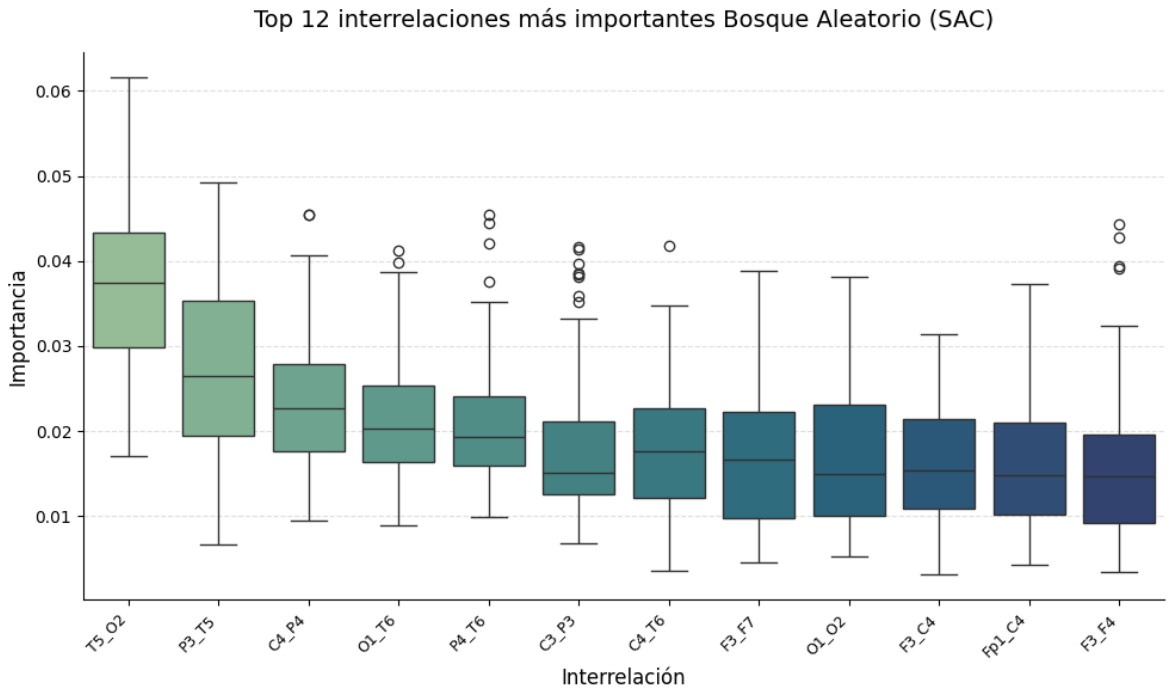


Figura 40. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó el Bosque Aleatorio con el conjunto de prueba de matrices SAC para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

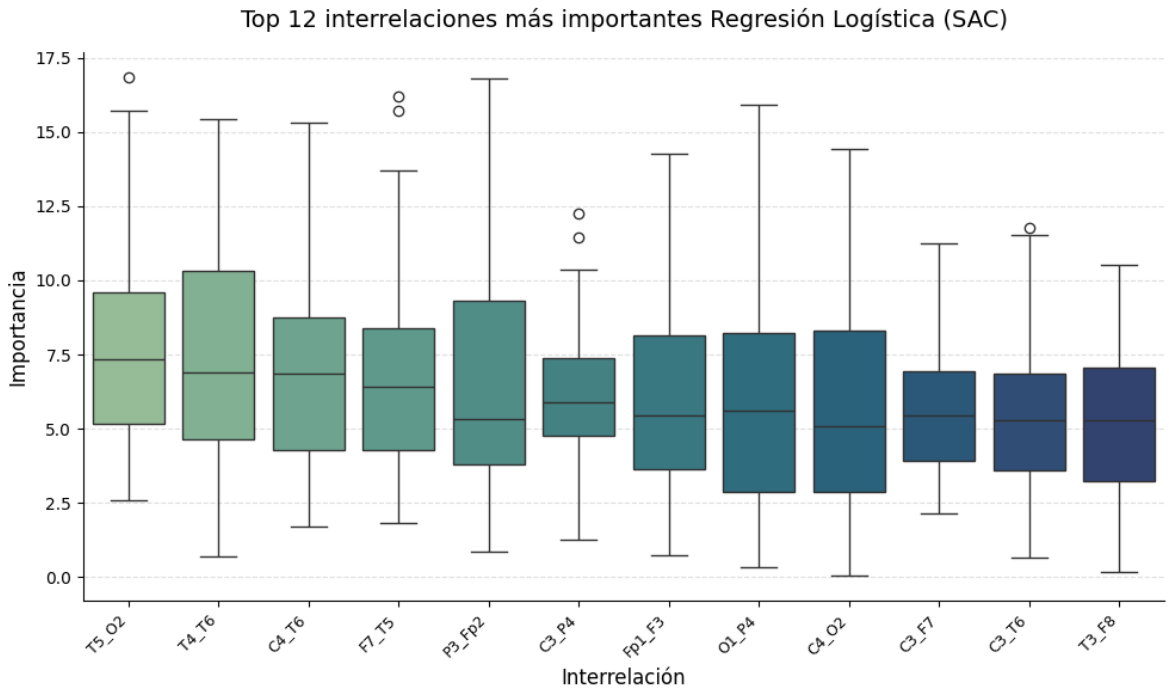


Figura 41. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó la Regresión Logística con el conjunto de prueba de matrices SAC para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

En las Figura 42 y 43, se muestran las conexiones importantes para ambos modelos usando las matrices SACD global. Se observa que, al igual que el desempeño de estas matrices, las interrelaciones más importantes son las mismas que usando las matrices SAC.

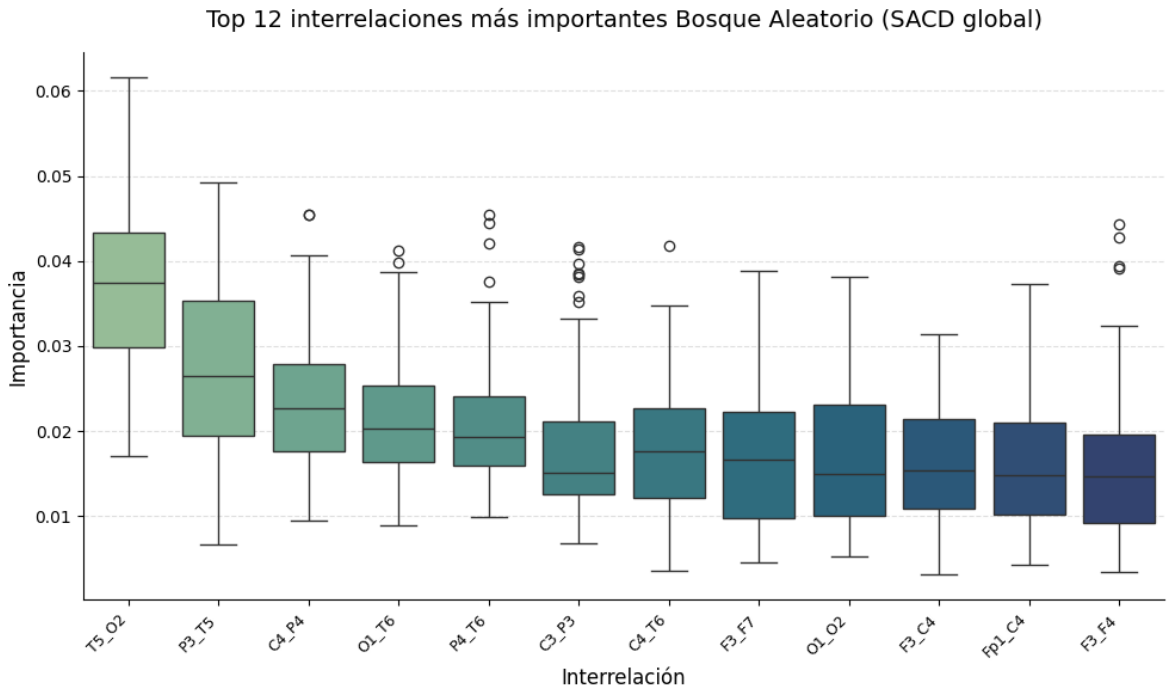


Figura 42. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó el Bosque Aleatorio con el conjunto de prueba de matrices SACD global para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

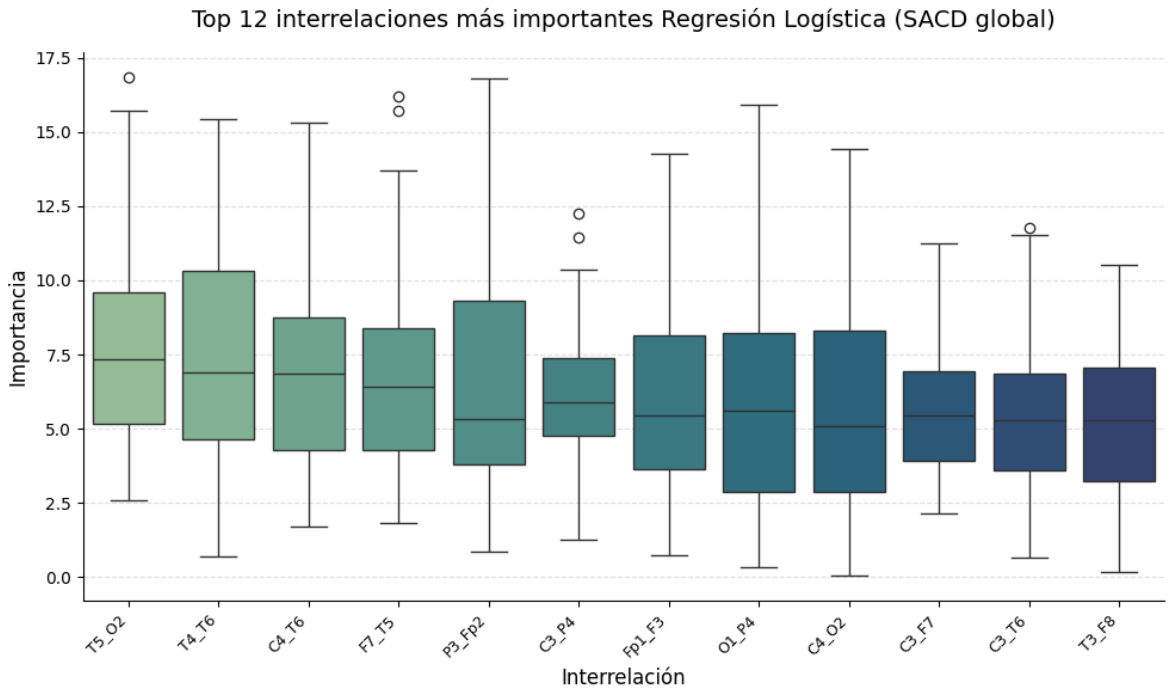


Figura 43. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó la Regresión Logística con el conjunto de prueba de matrices SACD global para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

En la Figura 44, se muestran las conexiones importantes para el Bosque Aleatorio. Ya que, el desempeño de la Regresión Logística siempre fue 0, ~~entonces~~ ninguna conexión fue relevante usando las matrices SACD directo. La conexión Fp2-C4 es la conexión más importante y la que más se desmarca de las demás. Además, de que todas las conexiones intra-hemisfericas y 10 homologas, como *Fp2-C4 y Fp1-C3, T4-O2 y T3-O1, Fp2-T4 y Fp1-T3, F7-T5 y F8-T6, C3-O1 y C4-O2*.

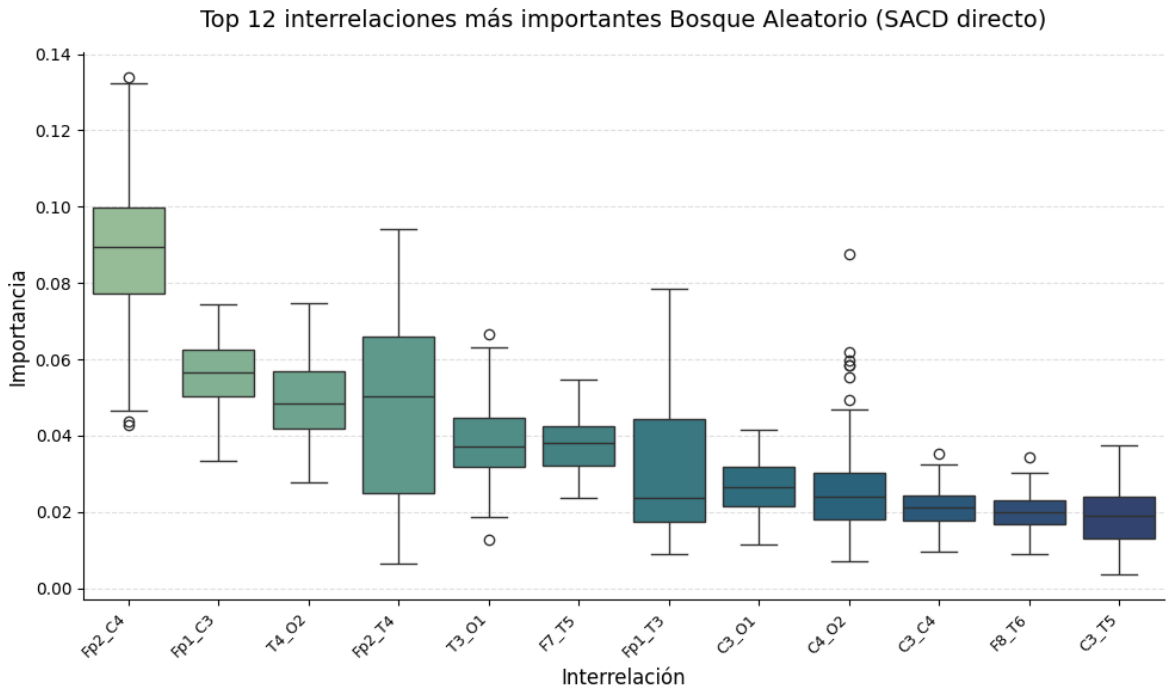


Figura 44. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó el Bosque Aleatorio con el conjunto de prueba de matrices SACD directo para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

En las Figura 45 y 46, se muestran las conexiones importantes para ambos modelos usando las matrices SACD cruzado. De forma consistente, la conexión F7-T5 aparece en primer lugar en ambos modelos, mientras que, las conexiones C4-T6 y T5-O2 también aparecen en ambos modelos. El Bosque Aleatorio utilizó 7 conexiones intra-hemisfericas, a diferencia de la Regresión Logística, la cual necesito de 8.

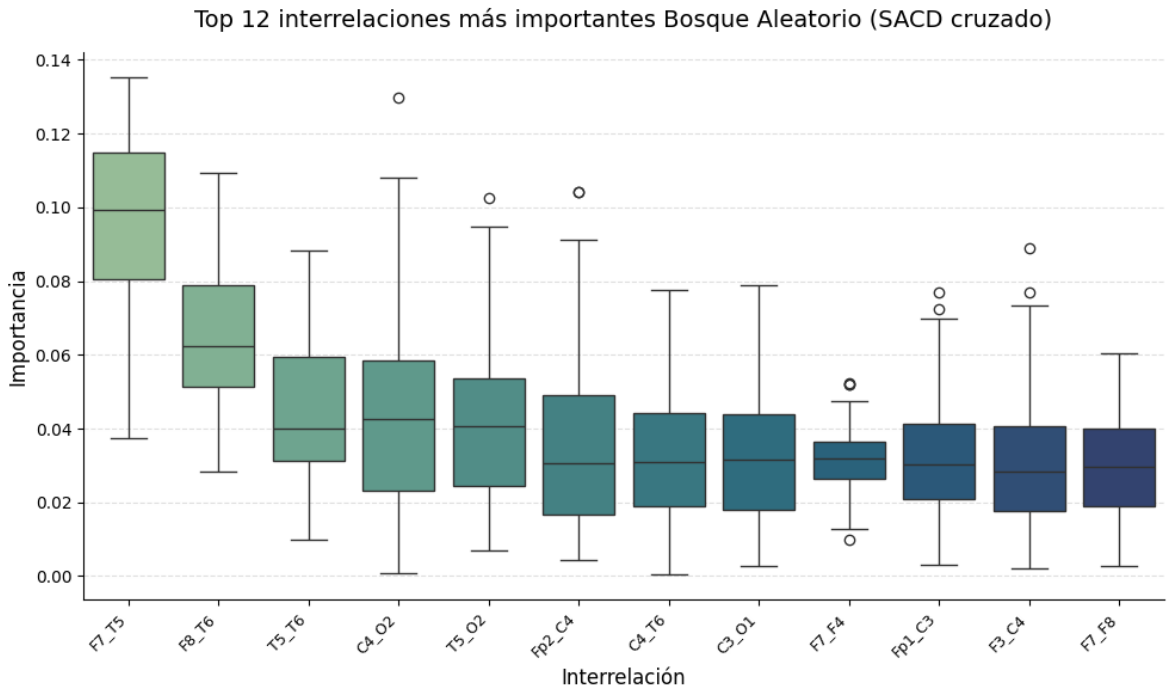


Figura 45. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó el Bosque Aleatorio con el conjunto de prueba de matrices SACD cruzado para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

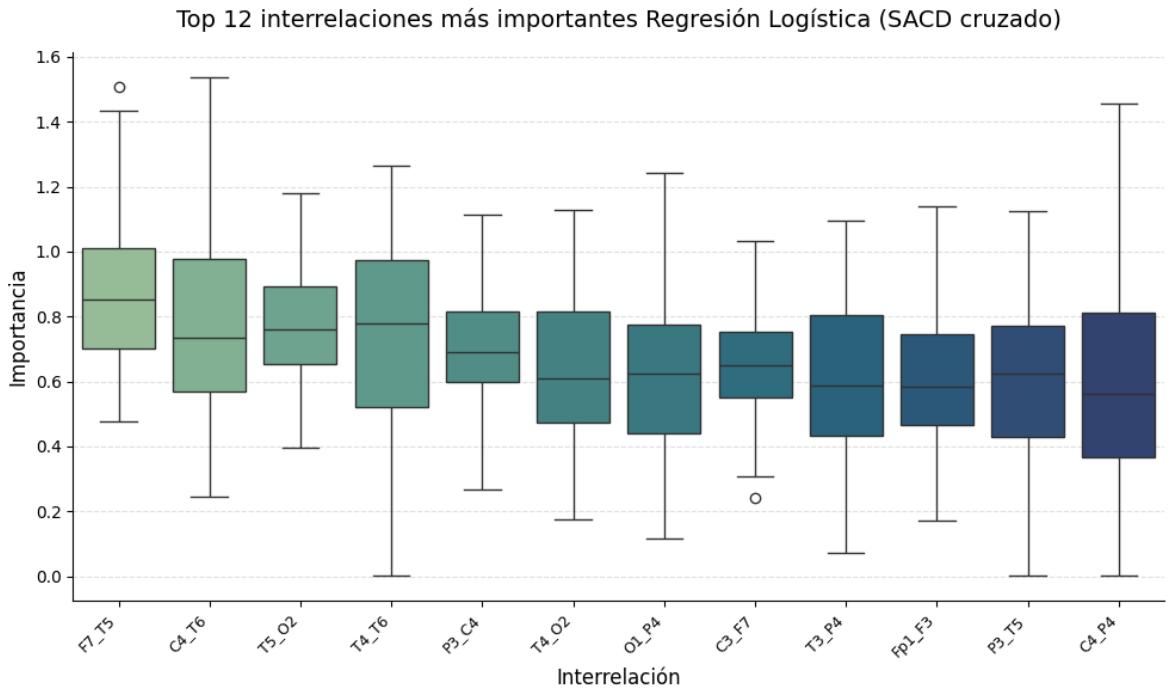


Figura 46. Boxplots de las distribuciones de las 12 interrelaciones más importantes que utilizó la Regresión Logística con el conjunto de prueba de matrices SACD directo para la tarea de clasificación en un ensamble de 100 ejecuciones.

El desempeño de los modelos usando las matrices SAC y las desviaciones globales, junto con la poca consistencia de las conexiones relevantes entre modelos y matrices, motivó a realizar un análisis estadístico clásico.

ANÁLISIS CLÁSICO

Se presentan las cuatro distribuciones acumuladas de los P valores según la prueba MWW entre los grupos AFI y control, en busca de rechazar la hipótesis nula “Las matrices del grupo AFI y del grupo control provienen de la misma distribución” usando los cuatro tipos de matrices de entrenamiento (SAC, SACD global, SACD, directo y SACD cruzado) en la Figura 47.

Para esta prueba, las mayores diferencias entre los grupos se observan al utilizar las desviaciones cruzadas, con un 84 % de los valores de Pmenores o iguales a 0.05, lo que corresponde a 101 valores de P. De estos, 80 permanecen significativos tras aplicar la corrección de Bonferroni.

En segundo lugar, se encuentran las desviaciones globales junto con las matrices SAC, cuyas distribuciones acumuladas presentan la misma gráfica, superpuestas una sobre la otra. Con ambos tipos de matrices se obtiene un 53 % de valores de Pmenores o iguales a 0.05, lo que corresponde a 64 valores de P; de estos, 23 permanecen significativos tras aplicar la corrección de Bonferroni.

En último lugar, se encuentran las desviaciones directas, con un 19 % de valores de P menores o iguales a 0.05, lo que corresponde a 23 valores de P; de estos, 12 permanecen significativos tras aplicar la corrección de Bonferroni.

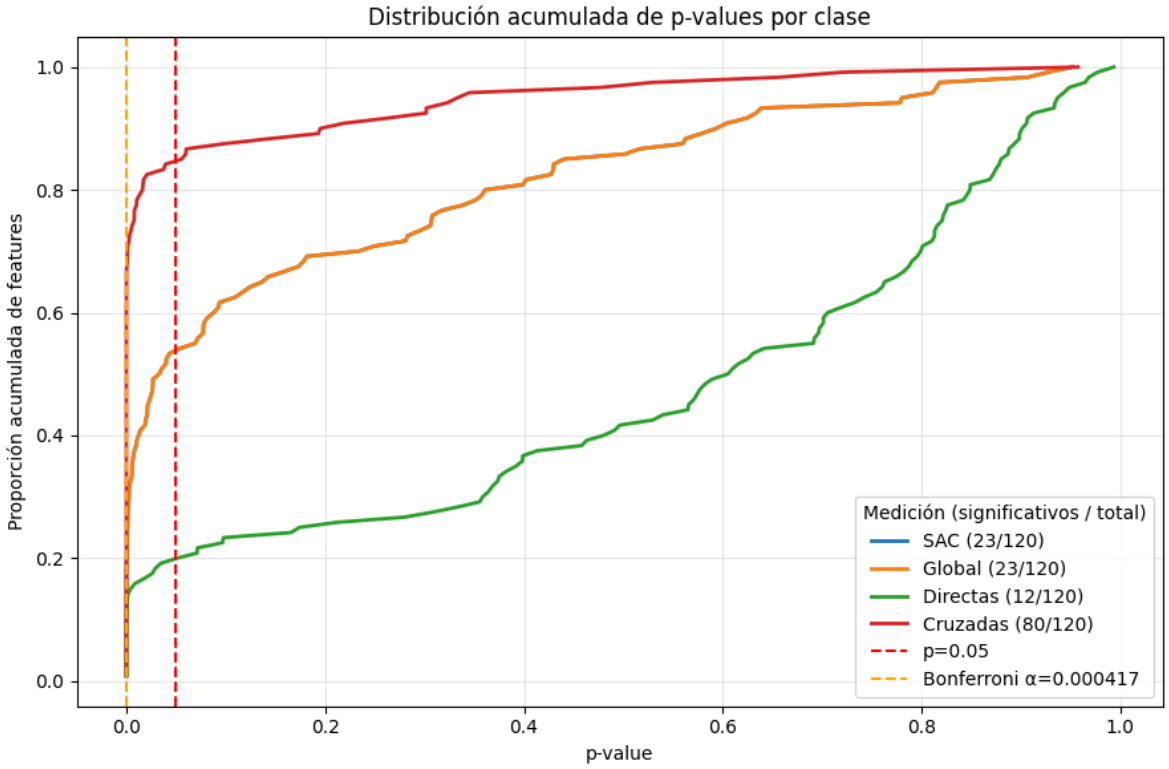


Fig. 47. Cuatro distribuciones acumuladas de P valores de cada tipo de matrices. La línea roja punteada es el valor de significancia considerado de 0.05, mientras que la línea naranja punteada es el valor de significancia con corrección de Bonferroni (0.05/120). En la leyenda se presentan también la cantidad de conexiones significativos con corrección de Bonferroni del total de conexiones (120).

El comportamiento de los P valores usando las matrices SACD global y SAC es razonable por su construcción. Como lo muestra la Figura 48, en la cual por medio de Boxplots se presentan las distribuciones de la conexión C4-T6 de las matrices SAC y SACD global. Es posible observar que las distribuciones de ambos tipos de

matrices de la misma clase son iguales, pero desplazadas a valores más pequeños. Lo anterior debido a que a ambos valores de la matriz SAC se le resta un único valor promedio.

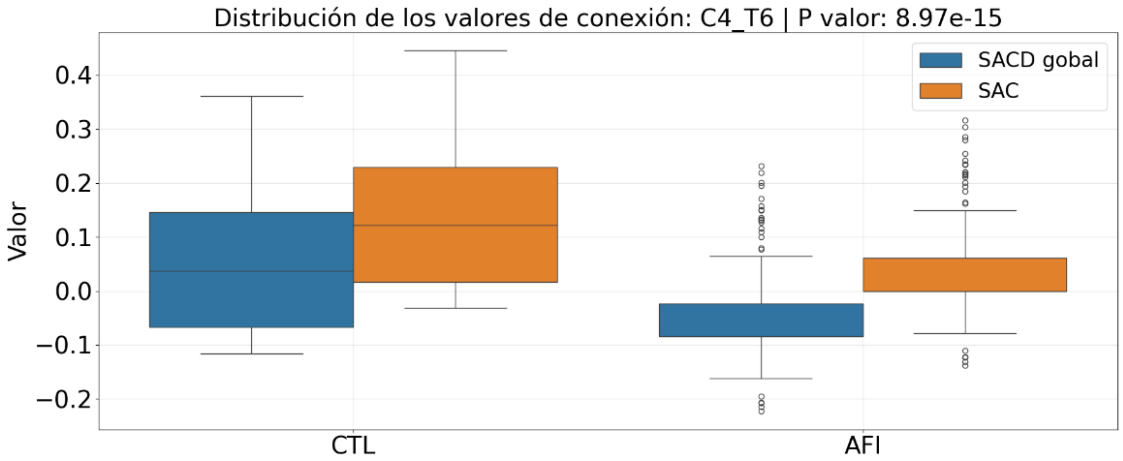


Figura 48. Distribuciones de la conexión C4-T6 por clase proveniente de la matriz SAC y SACD global en las 7 bandas, 2 condiciones y 16 participantes.

Por otro lado, el hecho de que las matrices de desviación directa obtengan pocos P valores significativos, mientras que el Bosque Aleatorio muestre un desempeño arriba de 0.9 en las métricas, sugiere que el Bosque utiliza interrelaciones multivariantes entre las conexiones a diferencia de la prueba MWW que es una prueba univariante.

Como último resultado, se presenta una comparación de las 12 conexiones más importantes para los modelos y la prueba MWW con cada tipo de matriz en la Tabla 5.

Top	Matriz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BOSQUE	SAC	T5_O2	P3_T5	C4_P4	O1_T6	P4_T6	C3_P3	C4_T6	F3_F7	O1_O2	F3_C4	Fp1_C4	F3_F4
	SACD global	T5_O2	P3_T5	C4_P4	O1_T6	P4_T6	C3_P3	C4_T6	F3_F7	O1_O2	F3_C4	Fp1_C4	F3_F4
	SACD cruzado	F7_T5	F8_T6	T5_T6	C4_O2	T5_O2	Fp2_C4	C4_T6	C3_O1	F7_F4	Fp1_C3	F3_C4	F7_F8
	SACD directo	Fp2_C4	Fp1_C3	T4_O2	Fp2_T4	T3_O1	F7_T5	Fp1_T3	C3_O1	C4_O2	C3_C4	F8_T6	C3_T5
MWW	SAC	C4_T6	O1_T6	F4_T6	T5_O2	T5_Fp2	T5_T6	F4_O2	F3_C4	F3_O1	Fp2_O2	F8_T6	F3_T5
	SACD global	C4_T6	O1_T6	F4_T6	T5_O2	T5_Fp2	T5_T6	F4_O2	F3_C4	F3_O1	Fp2_O2	F8_T6	F3_T5
	SACD cruzado	Fp2_C4	C4_T6	O1_T6	F8_T6	T5_T6	T5_O2	F4_T6	F7_T5	T5_Fp2	F3_C4	C3_O1	F3_O1
	SACD directo	Fp2_C4	Fp1_C3	T4_O2	Fp1_T3	F7_T5	Fp2_T4	C3_T5	F7_F4	C3_C4	F7_F8	C3_O1	F8_T6
REGLOG	SAC	T5_O2	T4_T6	C4_T6	F7_T5	P3_Fp2	C3_P4	Fp1_F3	O1_P4	C4_O2	C3_F7	C3_T6	T3_F8
	SACD global	T5_O2	T4_T6	C4_T6	F7_T5	P3_Fp2	C3_P4	Fp1_F3	O1_P4	C4_O2	C3_F7	C3_T6	T3_F8
	SACD cruzado	F7_T5	C4_T6	T5_O2	T4_T6	P3_C4	T4_O2	O1_P4	C3_F7	T3_P4	Fp1_F3	P3_T5	C4_P4
	SACD directo	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 5. Conexiones más importantes con cada matriz usando los modelos y la prueba MWW.

Comparando las conexiones más importantes entre modelos y la prueba MWW, es posible observar que entre el Bosque Aleatorio y la prueba MWW:

- Sólo 2 conexiones se repiten usando la matriz SAC y SACD global.
- 8 conexiones se repiten usando la matriz SACD cruzado.
- 10 conexiones se repiten usando la matriz SACD directo.

Este último es el resultado más contundente.

Entre la Regresión Logística y la prueba MWW:

- Solo 2 conexiones se repiten usando la matriz SAC y SACD global.
- Solo 3 conexiones se repiten usando la matriz SACD cruzado.

INTERPRETACIÓN DE LAS CONEXIONES MÁS IMPORTANTES

Dado que las métricas de rendimiento del Bosque Aleatorio obtenidas al utilizar las matrices SACD directas fueron las más altas, y que las conexiones más relevantes fueron contrastadas mediante la prueba MWW (Tabla 6), se consideraron las siguientes conexiones: *Fp2–C4, Fp1–C3, T4–O2, Fp2–T4, T3–O1, F7–T5, Fp1–T3, C3–O1, C4–O2, C3–C4, F8–T6 y C3–T5.*

Top	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Bosque aleatorio	Fp2_C4	Fp1_C3	T4_O2	Fp2_T4	T3_O1	F7_T5	Fp1_T3	C3_O1	C4_O2	C3_C4	F8_T6	C3_T5
MWW-Bonferroni	Fp2_C4	Fp1_C3	T4_O2	Fp1_T3	F7_T5	Fp2_T4	C3_T5	F7_F4	C3_C4	F7_F8	C3_O1	F8_T6

Tabla 6. Las 12 conexiones más importantes con la matriz de desviaciones directas usando el bosque aleatorio y la prueba MWW. En rojo se resaltan las conexiones que aparecen como significativas según la prueba MWW-Bonferroni, pero no están dentro de las 12 conexiones más importantes implementando el bosque aleatorio.

Lo que se observa es que el electrodo C3 tiene cuatro conexiones, mientras que la zona C4 tres, siendo las zonas que concentran la mitad de las conexiones más importantes, además de que la conexión *C3–C4* es la única conexión interhemisférica importante. Por otro lado, las zonas temporales tienen seis apariciones como conexiones importantes.

En (Miskovich et al., 2011), se muestra que las zonas temporales, centrales y parietales tienen un alto nivel de lateralización. Por lo que esta puede ser una explicación de la alta parición de zonas centrales y zonas temporales.

Por otro lado, en (Teicher et al., 2014) se reportan diferencias entre personas con antecedentes de maltrato infantil y sujetos control en la Corteza Cingulada Anterior izquierda, ubicada en la región prefrontal y asociada con la atención y la regulación emocional de emociones e impulsos; el precúneo derecho, localizado en el lóbulo parietal y vinculado al pensamiento autorreferencial y a la generación de imágenes mentales centradas en uno mismo; y la ínsula anterior, cubierta por los lóbulos frontal, parietal y temporal, la cual se asocia, junto con la Corteza Cingulada Anterior izquierda, a la generación de emociones y a la autoconciencia.

Por lo anterior, es posible interpretar que las conexiones más importantes encontradas tienen una interpretación neurológica por la alta apariciones de zonas temporales, frontales y frontoparietales.

Conclusiones y sugerencias

En este trabajo se analizaron 32 registros de EEG y se utilizaron matrices SAC y SACD para la tarea de clasificación entre participantes con antecedentes de AFI y CTL. Mediante un análisis exhaustivo basado en un modelo de Bosque Aleatorio aplicado a las interrelaciones entre canales de EEG, se demostró la existencia de diferencias en la conectividad funcional entre el grupo control y el grupo AFI, las cuales se identifican con mayor claridad al emplear las desviaciones directas respecto al patrón estacionario (Figura 38).

La prueba de Mann–Whitney–Wilcoxon mostró diferencias significativas entre ambos grupos al emplear matrices SAC y un menor efecto al usar matrices de desviación (Figura 48), lo cual podría representar un comportamiento particular de estas matrices y constituye un punto relevante para ser investigado en trabajos futuros.

Por otra parte, el hecho de que el Bosque Aleatorio haya detectado diferencias significativas utilizando las matrices de desviación (Figura 38), mientras que la prueba MWW no lo hizo (Figura 48), puede explicarse porque el Bosque Aleatorio es capaz de generar fronteras de decisión no lineales y de explorar interrelaciones multivariantes entre las variables predictoras, mientras que la prueba MWW se limita a un análisis bivariante. Esta hipótesis puede verificarse de manera rigurosa mediante una prueba de permutación (Ojala & Garriga, 2010).

Las conexiones más relevantes para discriminar entre ambos grupos, identificadas por el Bosque Aleatorio a partir de las matrices SACD directas, fueron validadas mediante la prueba MWW y, además, coinciden con regiones descritas en la literatura como biomarcadores del maltrato infantil. Estas conexiones podrían contribuir a la clasificación de futuros participantes.

Por otro lado, explorar técnicas que permitan capturar interrelaciones completamente no lineales entre señales EEG podría mejorar la capacidad de los modelos para identificar diferencias aún más consistentes entre los grupos.

Finalmente, un análisis independiente realizado con otros modelos, o bases de datos, enfocados al maltrato infantil podría aportar mayor generalidad a los resultados presentados, así como sugerir mejoras metodológicas que fortalezcan la metodología presentada.

Referencias de consulta

- Aguilar Echeverría, E., & Hermosillo Valadez, J. (2024). *Estudio De Interrelaciones Lineales En Sujetos Con Maltrato Infantil Utilizando Métodos Del Aprendizaje Automático.*
- Aguilar Hernández Alberto Isaac. (2024). *Análisis No Lineal De Series De Tiempo E Imágenes Basado En Fases De Fourier*.
- Azevedo, F. A. C., Carvalho, L. R. B., Grinberg, L. T., Farfel, J. M., Ferretti, R. E. L., Leite, R. E. P., Filho, W. J., Lent, R., & Herculano-Houzel, S. (2009). Equal Numbers Of Neuronal And Nonneuronal Cells Make The Human Brain An Isometrically Scaled-Up Primate Brain. *Journal Of Comparative Neurology*, *513*(5), 532–541. Https://Doi.Org/10.1002/Cne.21974
- Bar-Yam, & Yaneer. (1997). Dynamics of complex systems. Reading, Mass. : Addison-Wesley.
- Black, L. M., Hudspeth, W. J., Townsend, A. L., & Bodenhamer-Davis, E. (2008). Eeg Connectivity Patterns In Childhood Sexual Abuse: A Multivariate Application Considering Curvature Of Brain Space. *Journal Of Neurotherapy*, *12*(2–3), 141–160. Https://Doi.Org/10.1080/10874200802398808
- Bradshaw, T. J., Huemann, Z., Hu, J., & Rahmim, A. (2023). A Guide To Cross-Validation For Artificial Intelligence In Medical Imaging. In *Radiology: Artificial Intelligence* (Vol. 5, Issue 4). Radiological Society Of North America Inc. Https://Doi.Org/10.1148/Ryai.220232
- Bustos, P., Rincón, P., & Aedo, J. (2009). Validación Preliminar De La Escala Infantil De Síntomas Del Trastorno De Estrés Postraumático (Child Ptsd Symptom Scale, Cpss) En Niños/As Y Adolescentes Víctimas De Violencia Sexual. *Psykhe (Santiago)*, *18*(2). Https://Doi.Org/10.4067/S0718-22282009000200008
- Capitani, P., Cerri, M., Amici, R., Baracchi, F., Jones, C. A., Luppi, M., Perez, E., Parmeggiani, P. L., & Zamboni, G. (2005). Changes In Eeg Activity And Hypothalamic Temperature As Indices For Non-Rem Sleep To

Rem Sleep Transitions. *Neuroscience Letters*, *383*(1–2), 182–187. Https://Doi.Org/10.1016/J.Neulet.2005.04.009

- Carlos Luna Herrera, J., Araceli Sanz Martin, Claudia Del Carmen Amezcua Gutierrez, & Daniel Zarabozo Enríquez De Rivera. (2017). *Organización Eléctrica Cerebral En Varones De 10 A 16 Años Con Antecedentes De Abuso Físico Severo.*
- Centro De Estudios Sociales Y De Opinión Publica. (2005). *Violencia Y Maltrato En Menores En México. México: Centro De Estudios Sociales Y De Opinión Publica*.
- Consejo De Salubridad General. (2011). *Detección Temprana Del Abuso Físico Desde El Nacimiento Hasta Los 12 Años Para El Primer Nivel De Atención*.
- Cramer, S. C., Sur, M., Dobkin, B. H., O'brien, C., Sanger, T. D., Trojanowski, J. Q., Rumsey, J. M., Hicks, R., Cameron, J., Chen, D., Chen, W. G., Cohen, L. G., Decharms, C., Duffy, C. J., Eden, G. F., Fetz, E. E., Filart, R., Freund, M., Grant, S. J., … Vinogradov, S. (2011). Harnessing Neuroplasticity For Clinical Applications. In *Brain* (Vol. 134, Issue 6, Pp. 1591–1609). Https://Doi.Org/10.1093/Brain/Awr039
- De Kloet, E. R., Joëls, M., & Holsboer, F. (2005). Stress And The Brain: From Adaptation To Disease. *Nature Reviews Neuroscience*, *6*(6), 463–475.
- Dickerson, S. S., & Kemeny, M. E. (2004). Acute Stressors And Cortisol Responses: A Theoretical Integration And Synthesis Of Laboratory Research. *Psychological Bulletin*.
- Duncan, R. D. , S. B. E. , K. D. G. , H. R. F. , & R. H. S. (1996). Childhood Physical Assault As A Risk Factor For Ptsd, Depression, And Substance Abuse: Findings From A National Survey. *American Journal Of Orthopsychiatry*, 438–448. Https://Doi.Org/10.1037/H0080194
- Egeland, B., Sroufe, L. A., & Erickson, M. (1983). The Developmental Consequence Of Different Patterns Of Maltreatment. *Child Abuse & Neglect, 7*, 459–469. Https://Doi.Org/10.1016/0145-2134(83)90053-4

- Freggy Ostrosky Soís, Ma. Esther Gómez, Esmeralda Matute, Mónica Rosseli, Alfredo Ardila, & David Pineda. (2003). Neuropsi Atención Y Memoria 6 A 85 Años. *Mexico City: American Book Store*.
- Géron Aurélien. (2019). *Hands-On Machine Learning With Scikit-Learn, Keras, And Tensorflow Concepts, Tools, And Techniques To Build Intelligent Systems Second Edition* (Second). O'reilly Media, Inc.
- Guevara, M. A., & Corsi-Cabrera, M. (1996). EEG coherence or EEG correlation? International Journal of Psychophysiology, 23(3), 145–153. https://doi.org/10.1016/S0167-8760(96)00038-4
- Gramfort, A., Martin Luessi, Eric Larson, Denis A. Engemann, Daniel Strohmeier, Christian Brodbeck, Roman Goj, Mainak Jas, Teon Brooks, Lauri Parkkonen, & Matti Hämäläinen. (2013). Meg And Eeg Data Analysis With Mne-Python. *Frontiers In Neuroscience*, *7*. Https://Doi.Org/10.3389/Fnins.2013.00267
- Gross, A. B., & Keller, H. R. (1992). Long-Term Consequences Of Childhood Physical And Psychological Maltreatment. *Aggressive Behavior*, *18*(3), 171–185. Https://Doi.Org/10.1002/1098-2337(1992)18:3<171::Aid-Ab2480180302>3.0.Co;2-I
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2017). *The Elements Of Statistical Learning Data Mining, Inference, And Prediction* (Second). Springer.
- Hernández-Guzmán, L., Bermúdez-Ornelas, G., Spence, S. H., González Montesinos, M. J., Martínez-Guerrero, J. I., Aguilar Villalobos, J., & Gallegos Guajardo, J. (2010). Versión En Español De La Escala De Ansiedad Para Niños De Spence (Scas). *Revista Latinoamericana De Psicología*, *42*(1), 13–24.
- Holger Kantz Thomas Schreiber. (2003). *Nonlinear Time Series Analysis Second Edition* (Second). Cambridge University Press.
- Ito, Y., Teicher, M. H., Glod, C. A., & Ackerman, E. (1998). Preliminary Evidence For Aberrant Cortical Development In Abused Children: A Quantitative Eeg Study. *The Journal Of Neuropsychiatry And Clinical Neurosciences*, *10*, 298–307. Https://Doi.Org/10.1176/Jnp.10.3.298

- J. Brockwell Peter, & A. Davis Richard. (2016). *Introduction To Time Series And Forecasting* (Tercera). Https://Doi.Org/10.1007/978-3-319-29854-2
- James Gareth, Witten Daniela, Hastie Trevor, Tibshirani Robert, & Taylor Jonathan. (2023). *An Introduction To Statistical Learning With Applications In Python*. Springer.
- Kaiser, D. A. (2007). What Is Quantitative Eeg? *Journal Of Neurotherapy*, *10*(4), 37–52. Https://Doi.Org/10.1300/J184v10n04_05
- Kaufman, A. S., Flanagan, D. P., Alfonso, V. C., & Mascolo, J. T. (2006). Test Review: Wechsler Intelligence Scale For Children, Fourth Edition (Wisc-Iv). *Journal Of Psychoeducational Assessment*, *24*(3), 278–295. Https://Doi.Org/10.1177/0734282906288389
- Kirschstein T., & Köhling R. (2009). What Is The Source Of The Eeg? *Clinical Eeg And Neuroscience*, *40*(3), 146–149.
- Kiser, L. J., Heston, J., Millsap, P. A., & Pruitt, D. B. (1991). Physical And Sexual Abuse In Childhood: Relationship With Post-Traumatic Stress Disorder. *Journal Of The American Academy Of Child And Adolescent Psychiatry*, *30*(5), 776–783. Https://Doi.Org/10.1016/S0890-8567(10)80015-2
- Kraskov, A., Stögbauer, H., & Grassberger, P. (2004). Estimating mutual information. Physical Review E, 69(6), 066138. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.066138
- Kovacs M. (1992). Children's Depression Inventory Manual. *New York: Multi-Health Systems*.
- Kugiumtzis, D. (1999). *Test Your Surrogate Data Before You Test For Nonlinearity*.
- Ladyman, J., Lambert, J., & Wiesner, K. (2013). What Is A Complex System? *European Journal For Philosophy Of Science*, *3*(1), 33–67. Https://Doi.Org/10.1007/S13194-012-0056-8
- Lancaster, G., Iatsenko, D., Pidde, A., Ticcinelli, V., & Stefanovska, A. (2018). Surrogate Data For Hypothesis Testing Of Physical Systems. In

Physics Reports (Vol. 748, Pp. 1–60). Elsevier B.V. Https://Doi.Org/10.1016/J.Physrep.2018.06.001

- Lupien, S., Maheu F., Tu M., Fiocco A., & Schramek T. (2007). The Effects Of Stress And Stress Hormones On Human Cognition: Implications For The Field Of Brain And Cognition. *Brain And Cognition*, 209–237.
- Marín García, A. O., Müller, M. F., Schindler, K., & Rummel, C. (2013). Genuine Cross-Correlations: Which Surrogate Based Measure Reproduces Analytical Results Best? *Neural Networks*, *46*, 154–164. Https://Doi.Org/10.1016/J.Neunet.2013.05.009
- Marín–García, A., Arzate-Mena, J. D., Corsi-Cabrera, M., Muñoz-Torres, Z., Olguín–Rodríguez, P. V., Ríos–Herrera, W. A., Rivera, A., & Müller, M. F. (2024). Stationary correlation pattern in highly non-stationary MEG recordings of healthy subjects and its relation to former EEG studies. PLOS ONE, 19(10), e0307378. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0307378
- Mcewen, B. S., & Gianaros, P. J. (2011). Stress- And Allostasis-Induced Brain Plasticity. *Annual Review Of Medicine*, *62*, 431–445. Https://Doi.Org/10.1146/Annurev-Med-052209-100430
- Miskovic, V., Schmidt, L. A., Georgiades, K., Boyle, M., & Macmillan, H. L. (2010). Adolescent Females Exposed To Child Maltreatment Exhibit Atypical Eeg Coherence And Psychiatric Impairment: Linking Early Adversity, The Brain, And Psychopathology. *Development And Psychopathology*, *22*(2), 419–432. Https://Doi.Org/10.1017/S0954579410000155
- Moscovitch, D. A., Santesso, D. L., Miskovic, V., Mccabe, R. E., Antony, M. M., & Schmidt, L. A. (2011). Frontal Eeg Asymmetry And Symptom Response To Cognitive Behavioral Therapy In Patients With Social Anxiety Disorder. *Biological Psychology*, *87*(3), 379–385. Https://Doi.Org/10.1016/J.Biopsycho.2011.04.009
- Moulson, M. C., Fox, N. A., Zeanah, C. H., & Nelson, C. A. (2009). Early Adverse Experiences And The Neurobiology Of Facial Emotion Processing.

Developmental Psychology, *45*(1), 17–30. Https://Doi.Org/10.1037/A0014035

- Müller, M. F., Baier, G., López Jiménez, Y., Marín García, A. O., Rummel, C., & Schindler, K. (2011). Evolution Of Genuine Cross-Correlation Strength Of Focal Onset Seizures. In *Journal Of Clinical Neurophysiology* (Vol. 0, Issue 0).
- Müller, M. F., Rummel, C., Goodfellow, M., & Schindler, K. (2014). Standing Waves As An Explanation For Generic Stationary Correlation Patterns In Noninvasive Eeg Of Focal Onset Seizures. *Brain Connectivity*, *4*(2), 131–144. Https://Doi.Org/10.1089/Brain.2013.0192
- Müller, M., Jiménez, Y. L., Rummel, C., Baier, G., Galka, A., Stephani, U., & Muhle, H. (2006). Localized short-range correlations in the spectrum of the equal-time correlation matrix. Physical Review E, 74(4), 041119. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.041119
- Nozari, E., Bertolero, M. A., Stiso, J., Caciagli, L., Cornblath, E. J., He, X., Mahadevan, A. S., Pappas, G. J., & Bassett, D. S. (2023). Macroscopic Resting-State Brain Dynamics Are Best Described By Linear Models. *Nature Biomedical Engineering*, *8*(1), 68–84. Https://Doi.Org/10.1038/S41551-023-01117-Y
- Ojala, M., & Garriga, G. C. (2010). Permutation Tests For Studying Classifier Performance. *Journal Of Machine Learning Research*, *11*(6).
- Oldfield, R. C. (1971). The Assessment And Analysis Of Handedness: The Edinburgh Inventory. *Neuropsychologia*, *9*(1), 97–113. Https://Doi.Org/10.1016/0028-3932(71)90067-4
- Olguín-Rodríguez, P. V., Arzate-Mena, J. D., Corsi-Cabrera, M., Gast, H., Marín-García, A., Mathis, J., Ramos Loyo, J., Del Rio-Portilla, I. Y., Rummel, C., Schindler, K., & Müller, M. (2018). Characteristic Fluctuations Around Stable Attractor Dynamics Extracted From Highly Nonstationary Electroencephalographic Recordings. *Brain Connectivity*, *8*(8), 457–474. Https://Doi.Org/10.1089/Brain.2018.0609

- Neurometabolism In Focus. (2022). *Nature Metabolism*, *4*(7), 793–793. Https://Doi.Org/10.1038/S42255-022-00612-X
- Organización Mundial De La Salud. (2014). *Maltrato Infantil.*
- Oscar, A., & García, M. (2014). *Correlaciones Genuinas En Epilépsia: Eeg Intra-Y Extra-Craneal*.
- Parker, S. W., & Nelson, C. A. (2005). An Event-Related Potential Study Of The Impact Of Institutional Rearing On Face Recognition. *Development And Psychopathology*. Https://Doi.Org/10.1017/S0954579405050303
- Penrose, Roger. (2015). La nueva mente del emperador. publisher not identified].
- Por, E., Van Kooten, M., & Sarkovic, V. (2019). *Nyquist-Shannon Sampling Theorem*.
- Prichard, D., & Theiler, J. (1994). Generating Surrogate Data For Time Series With Several Simultaneously Measured Variables. *Physical Review Letters*, *73*(7). Https://Doi.Org/10.1103/Physrevlett.73.951
- Prigogine, I., Vivanco, J., & Sanz, J. G. (1999). Las leyes del caos. Barcelona: Crítica.
- Ríos-Herrera, W. A., Olguín-Rodríguez, P. V., Arzate-Mena, J. D., Corsi-Cabrera, M., Escalona, J., Marín-García, A., Ramos-Loyo, J., Rivera, A. L., Rivera-López, D., Zapata-Berruecos, J. F., & Müller, M. F. (2019). The Influence Of Eeg References On The Analysis Of Spatio-Temporal Interrelation Patterns. *Frontiers In Neuroscience*, *13*. Https://Doi.Org/10.3389/Fnins.2019.00941
- Rummel, C., Abela, E., Müller, M., Hauf, M., Scheidegger, O., Wiest, R., & Schindler, K. (2011). Uniform Approach To Linear And Nonlinear Interrelation Patterns In Multivariate Time Series. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, And Soft Matter Physics*, *83*. Https://Doi.Org/10.1103/Physreve.83.066215
- Rummel, C., Müller, M., Baier, G., Amor, F., & Schindler, K. (2010). Analyzing Spatio-Temporal Patterns Of Genuine Cross-Correlations.

Journal Of Neuroscience Methods, *191*(1), 94–100. Https://Doi.Org/10.1016/J.Jneumeth.2010.05.022

- Sagmeister, M. S., Harper, L., & Hardy, R. S. (2023). Cortisol Excess In Chronic Kidney Disease – A Review Of Changes And Impact On Mortality. In *Frontiers In Endocrinology* (Vol. 13). Frontiers Media S.A. Https://Doi.Org/10.3389/Fendo.2022.1075809
- Sanz, A., Daniel Álvarez Núñez, M. Ψ, América, I., León, G., Carlos, J., Orozco, H., Grajales, A. R., Guillermina, A., & Cervantes, G. (2015). Xi. Consecuencias Psicológicas De La Violencia En La Niñez Y La Adolescencia. *Researchgate*, 288–337.
- Schreiber, T., & Schmitz, A. (1996). Improved Surrogate Data For Nonlinearity Tests. *Physical Review Letters*. Https://Doi.Org/10.1103/Physrevlett.77.635
- Schreiber, T., & Schmitz, A. (2000). Surrogate Time Series. *Physica D*, *142*. Https://Doi.Org/10.1016/S0167-2789(00)00043-9
- Siegenfeld, A. F., & Bar-Yam, Y. (2020). An Introduction To Complex Systems Science And Its Applications. In *Complexity* (Vol. 2020). Hindawi Limited. Https://Doi.Org/10.1155/2020/6105872
- Sierra, J. C., & Ortega, V. (2003). Ansiedad, Angustia Y Estrés: Tres Conceptos A Diferenciar Ihab Zubeidat. *Subjetividades*, *3*, 10–59. Https://Ojs.Unifor.Br/Rmes/Article/View/1159
- Singh, P., Joshi, S. D., Patney, R. K., & Saha, K. (2016). Fourier-Based Feature Extraction For Classification Of Eeg Signals Using Eeg Rhythms. *Circuits, Systems, And Signal Processing*, *35*(10), 3700–3715. Https://Doi.Org/10.1007/S00034-015-0225-Z
- Siuly, S., Li, Y., & Zhang, Y. (2016). *Eeg Signal Analysis And Classification Techniques And Applications* (Yanchun Zhang & Victoria University, Eds.). Springer. Https://Doi.Org/10.1007/978-3-319-47653-7
- Teicher, M. H., Anderson, C. M., Ohashi, K., & Polcari, A. (2014). Childhood Maltreatment: Altered Network Centrality Of Cingulate, Precuneus,

Temporal Pole And Insula. *Biological Psychiatry*, *76*(4), 297–305. Https://Doi.Org/10.1016/J.Biopsych.2013.09.016

- Teicher, M. H., & Samson, J. A. (2016). Annual Research Review: Enduring Neurobiological Effects Of Childhood Abuse And Neglect. *Journal Of Child Psychology And Psychiatry And Allied Disciplines*, *57*(3), 241–266. Https://Doi.Org/10.1111/Jcpp.12507
- Thomas M. Cover, J. A. T. (2001). *Elements Of Information Theory* (I. John Wiley & Sons, Ed.). Wiley-Liss.
- Tononi, G. (2004). An Information Integration Theory Of Consciousness. *Bmc Neuroscience*, *5*. Https://Doi.Org/10.1186/1471-2202-5-42
- Unicef. (2019). *Panorama Estadístico De La Violencia Contra Niñas, Niños Y Adolescentes En México*.
- Venema, V., Ament, F., & Simmer, C. (2006). A Stochastic Iterative Amplitude Adjusted Fourier Transform Algorithm With Improved Accuracy. *Nonlinear Processes In Geophysics*, *13*(3), 321–328. Https://Doi.Org/10.5194/Npg-13-321-2006
- Ward, L. M., & Greenwood, P. E. (2007). 1/F Noise. *Scholarpedia*, *2*(12), 1537. Https://Doi.Org/10.4249/Scholarpedia.1537
- Weisstein, E. W. (2025). *Cross-Correlation Theorem*. Https://Mathworld.Wolfram.Com/Cross-Correlationtheorem.Html.
- Witt, A., Kurths, J., & Pikovsky, A. (1998). Testing Stationarity In Time Series. *Physical Review E,*. Https://Doi.Org/10.1103/Physreve.58.1800
- Zolotor, A. J., Runyan, D. K., Dunne, M. P., Jain, D., Péturs, H. R., Ramirez, C., Volkova, E., Deb, S., Lidchi, V., Muhammad, T., & Isaeva, O. (2009). Ispcan Child Abuse Screening Tool Children's Version (Icast-C): Instrument Development And Multi-National Pilot Testing. *Child Abuse And Neglect*, *33*(11), 833–841. Https://Doi.Org/10.1016/J.Chiabu.2009.09.004