



¡Sigueba
y
vuelo!

problem
as

Ejemplo

Solución

2) Datos

$$x=71.8$$

$$n=100$$

$$\sigma=8.9$$

$$\alpha=0.05$$

$$\mu=70=?$$

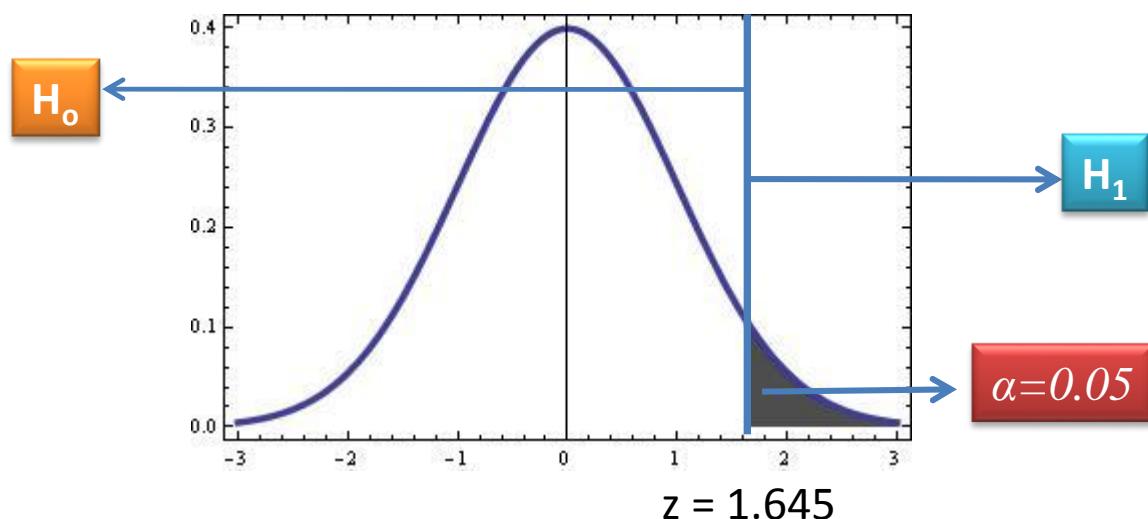
3) Ensayo de hipótesis

$H_0; \mu = 70$ años.

$H_1; \mu > 70$ años.

Una muestra aleatoria de 100 muertes registradas en Estados Unidos el año pasado muestra una vida promedio de 71.8 años. Supongamos una desviación estándar poblacional de 8.9 años, ¿Esto parece indicar que la vida media hoy en día es mayor que 70 años? Utilice un nivel de significancia de 0.05.

1. Se trata de una distribución muestral de medias con desviación estándar conocida.



Ejemplo

Solución

2) Datos

$$x=71.8$$

$$n=100$$

$$\sigma=8.9$$

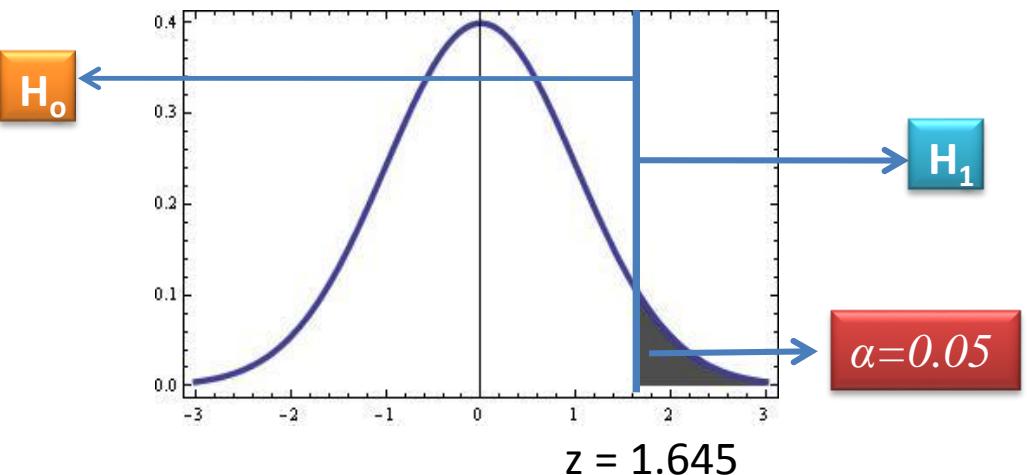
$$\alpha=0.05$$

$$\mu=70=?$$

3) Ensayo de hipótesis

$$H_0; \mu = 70 \text{ años.}$$

$$H_1; \mu > 70 \text{ años.}$$



4. Regla de decisión:

Si $z = 1.645$ no se rechaza H_0 .

Si $z > 1.645$ se rechaza H_0 .

5. Cálculos

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{71.8 - 70}{8.9 / \sqrt{100}} = \frac{1.8}{0.89} = 2.022$$

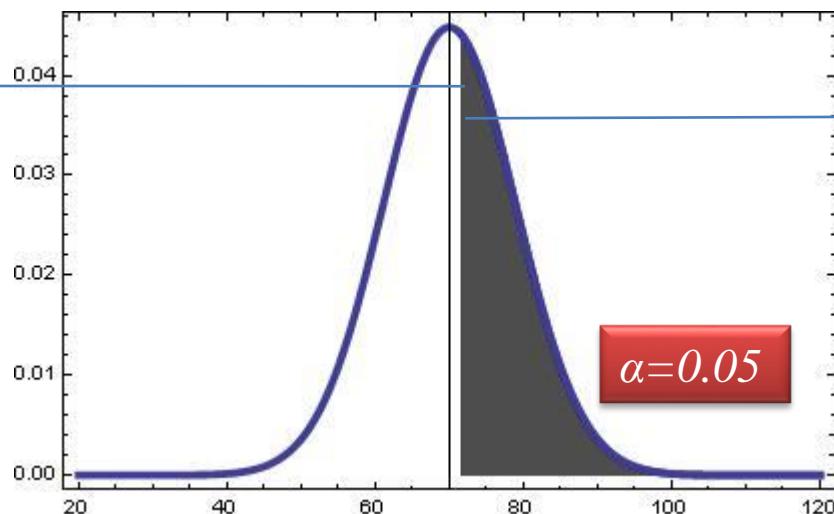
6. Justificación y decisión.

Como $2.02 > 1.645$ se rechaza H_0 y se concluye con un nivel de significancia del 0.05 que la vida media hoy en día es mayor que 70 años.

Existe otra manera de resolver este ejercicio. Al tomar la decisión en base al estadístico real, en este caso la media de la muestra. De la formula de la distribución muestral de medias se despeja la media de la muestra:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \Rightarrow$$

$$\bar{x} = \mu + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 70 + 1.645 \left(\frac{8.9}{\sqrt{2}} \right) = 71.46$$



Regla de decisión:
Si $x \leq 71.46$ No se rechaza H_0
Si $x > 71.46$ Se rechaza H_0

Como la media de la muestral es de 71.8 años y es mayor al valor de la media muestral límite de 71.46 por lo tanto se rechaza H_0 y se llega a la misma conclusión.

Ejemplo

Solución

2) Datos

$$x=788$$

$$\mu=800$$

$$n=30$$

$$\sigma=40$$

$$\alpha=0.04$$

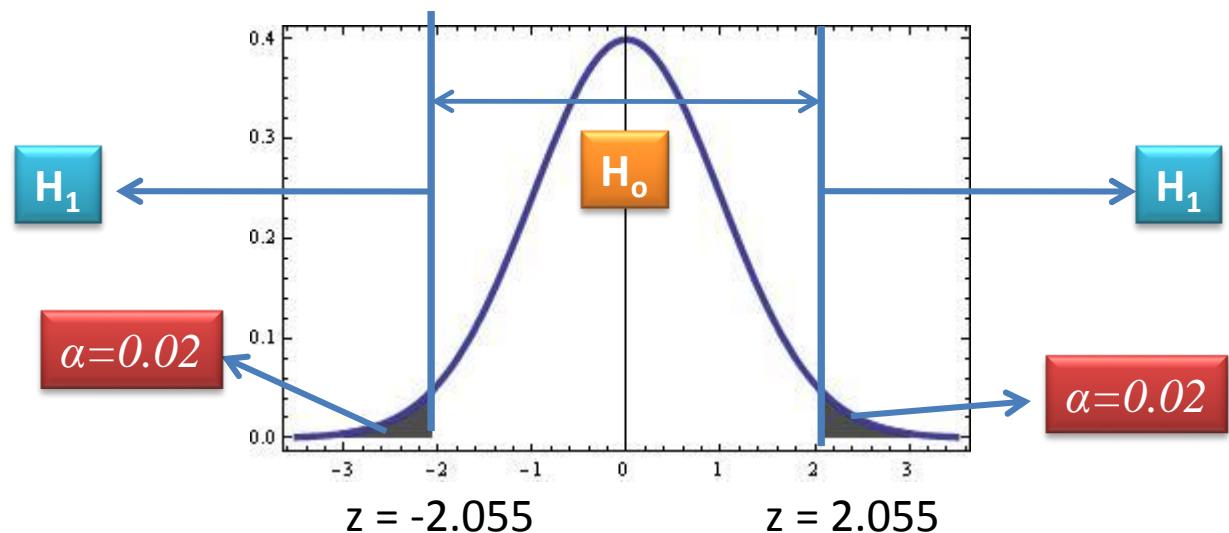
3) Ensayo de hipótesis

$$H_0; \mu = 800 \text{ horas.}$$

$$H_1; \mu \neq 800 \text{ horas.}$$

Una empresa eléctrica fabrica focos que tienen una duración que se distribuye de forma aproximadamente normal con una media de 800 horas y una desviación estándar de 40 horas. Si una muestra aleatoria de 30 focos tiene una duración promedio de 788 horas, ¿muestran los datos suficiente evidencia para decir que la duración media ha cambiado? Utilice un nivel de significancia del 0.04.

- 1) Es una distribución muestral de medias con desviación estándar conocida.



4) Regla de decisión:

Si $-2.055 \leq z \leq 2.055$ no se rechaza H_0 .

Si $z < -2.055$ ó $z > 2.055$ se rechaza H_0 .

Ejemplo

Solución

2) Datos

$$x=788$$

$$\mu=800$$

$$n=30$$

$$\sigma=40$$

$$\alpha=0.04$$

3) Ensayo de hipótesis

$$H_0; \mu = 800 \text{ horas.}$$

$$H_1; \mu \neq 800 \text{ horas.}$$

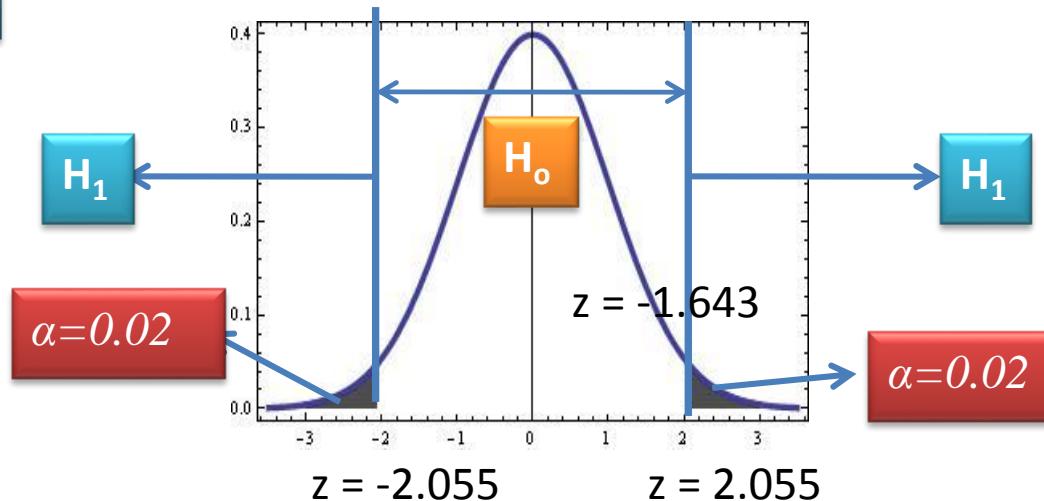
Una empresa eléctrica fabrica focos que tienen una duración que se distribuye de forma aproximadamente normal con una media de 800 horas y una desviación estándar de 40 horas. Si una muestra aleatoria de 30 focos tiene una duración promedio de 788 horas, ¿muestran los datos suficiente evidencia para decir que la duración media ha cambiado? Utilice un nivel de significancia del 0.04.

5) Cálculos

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{788 - 800}{40 / \sqrt{30}} = \frac{-12}{7.30} = -1.643$$

6) Justificación y decisión.

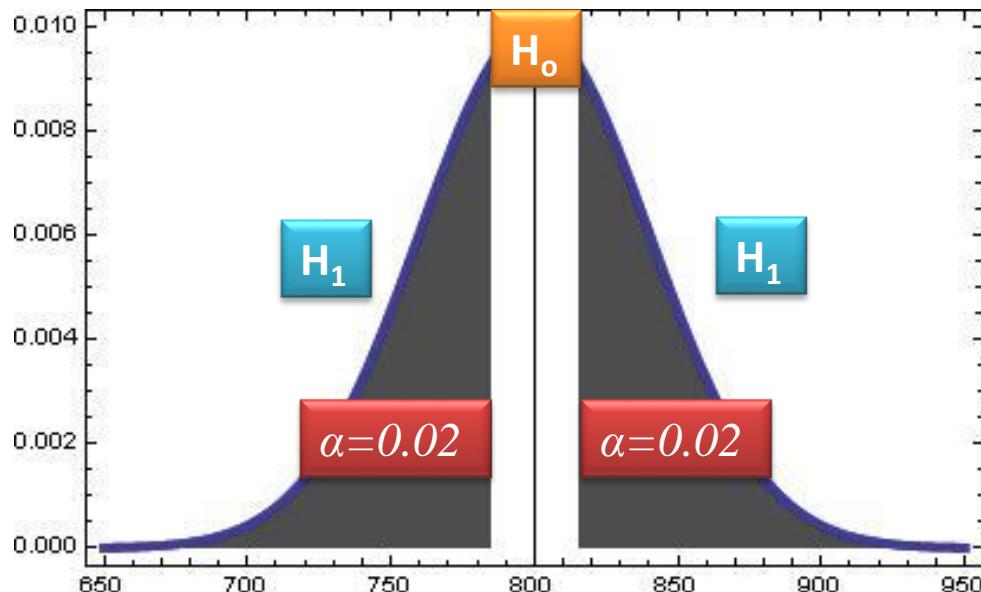
Como $-2.055 \leq -1.643 \leq 2.055$ por lo tanto, no se rechaza H_0 y se concluye con un nivel de significancia del 0.04 que la duración media de los focos no ha cambiado.



De la otra forma se resuelve este ejercicio también:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \Rightarrow$$

$$\bar{x} = \mu + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 800 \pm 2.055 \left(\frac{40}{\sqrt{30}} \right) = \begin{cases} 815.0075 \\ 784.992 \end{cases}$$



Regla de decisión:

Si $784.992 \leq x \leq 815.0075$ No se rechaza H_0

Si $x < 784.992$ ó $x > 815.0075$ se rechaza H_0

Como la $x = 788$ horas, entonces no se rechaza H_0 y se concluye que la duración media de los focos no ha cambiado.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-4.0	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02067	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04456	0.04363	0.04272	0.04181	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06425	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07214	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09852
-1.1	0.13566	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15865	0.15625	0.15386	0.15150	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17878	0.17618	0.17361	0.17105	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21185	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23269	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21769	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26434	0.26108	0.25784	0.25462	0.25143	0.24825	0.24509
-0.5	0.30853	0.30502	0.30153	0.29805	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28095	0.27759
-0.4	0.34457	0.34090	0.33724	0.33359	0.32997	0.32635	0.32276	0.31917	0.31561	0.31206
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36692	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34826
-0.2	0.42074	0.41683	0.41293	0.40904	0.40516	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38590
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43250	0.42857	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48404	0.48006	0.47607	0.47209	0.46811	0.46414