



**UAEM** | Universidad Autónoma  
del Estado de México

# Electricidad y Magnetismo



Dr. Arturo Redondo Galván





## UNIDAD I

Conocer y comprender la teoría básica de la electrostática, la carga eléctrica, la materia, sus manifestaciones microscópicas y macroscópicas, la fuerza, el campo, el potencial eléctrico y la energía potencial eléctrica, así como las relaciones entre tales factores.



## Tema: ley de Gauss

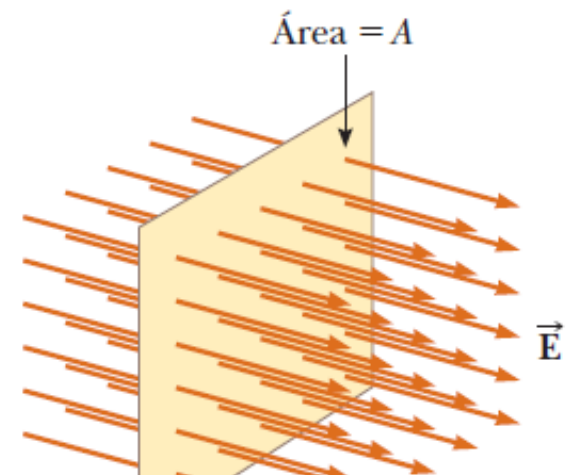
### Objetivos:

- Comprender el concepto de flujo eléctrico.
- Comprender el concepto y las implicaciones de la ley de Gauss.
- Aplicar la ley de Gauss en la solución de problemas.



## Flujo eléctrico (1/13)

- Si consideramos un campo eléctrico uniforme tanto en magnitud como en dirección como en la figura. Las líneas de campo penetran en una superficie rectangular de área  $A$ , cuyo plano tiene una orientación perpendicular al campo.
- El número de líneas por unidad de área (densidad de líneas) es proporcional a la magnitud del campo eléctrico.





## Flujo eléctrico (2/13)

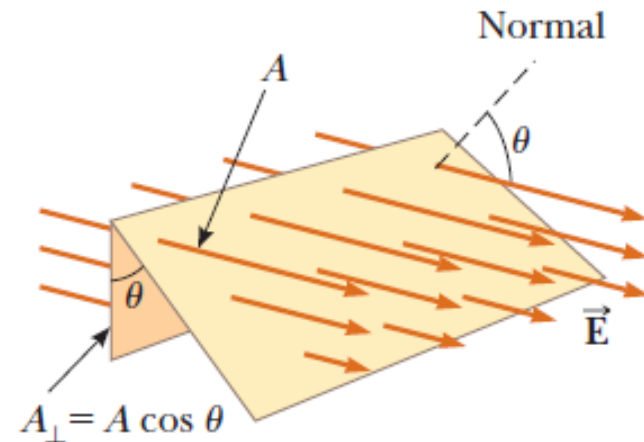
- El flujo eléctrico es proporcional al número de las líneas de campo eléctrico que penetran en una superficie.
- Por lo tanto, el flujo eléctrico  $\Phi_E$  esta dado por:

$$\Phi_E = EA \left( \frac{N \cdot m^2}{C} \right)$$



## Flujo eléctrico (3/13)

- Si la superficie no es perpendicular al campo, el flujo que pasa a través de él es menor.
- La normal en relación con la superficie  $A$  forma un ángulo con el campo eléctrico uniforme, por lo tanto el flujo eléctrico  $\Phi$  que pasa a través de  $A$  está dado por:



$$\Phi_E = EA \cos \theta$$



## Flujo eléctrico (4/13)

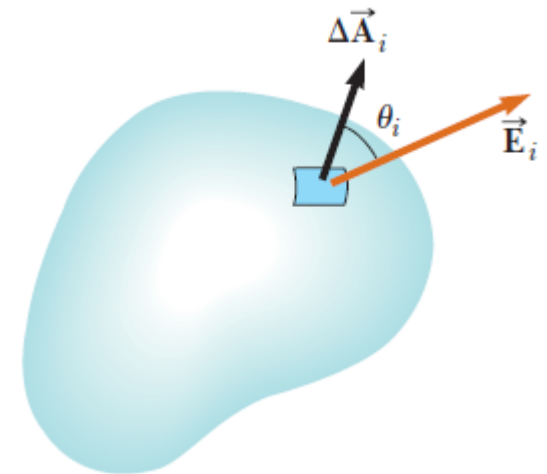
- El flujo que atraviesa una superficie de área  $A$  fija tiene un valor máximo  $EA$  cuando la superficie es perpendicular al campo (cuando la normal de la superficie es paralela al campo,  $\theta = 0^\circ$ ).
- El flujo es cero si la superficie es paralela al campo (cuando la normal de la superficie es perpendicular al campo,  $\theta = 90^\circ$ ).



## Flujo eléctrico (5/13)

- Si el campo eléctrico no es uniforme, se considera una superficie dividida en un gran número de elementos pequeños  $\Delta A$ .
- Se define un vector  $\Delta \vec{A}$  cuya magnitud representa el área del elemento  $i$ -ésimo sobre la superficie y cuya dirección está definida como perpendicular al elemento de superficie.
- El flujo eléctrico a través de este elemento es:

$$\Delta \Phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta_i = \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$







## Flujo eléctrico (6/13)

- Sumando las contribuciones de todos los elementos, el flujo total a través de la superficie es:

$$\Delta\Phi_E \approx \sum \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

- Si suponemos que el área de cada elemento se acerca a cero, en tal caso el número de elementos se acercaría al infinito y la suma se reemplaza por una integral.

$$\Phi_E \equiv \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d \vec{A}_i$$



## Flujo eléctrico (7/13)

- El flujo neto  $\Phi_E$  a través de una **superficie cerrada**, que se define como aquella que divide el espacio en una región exterior y una interior, de manera que no es posible pasar de una región a la otra sin atravesarla, está dado por:

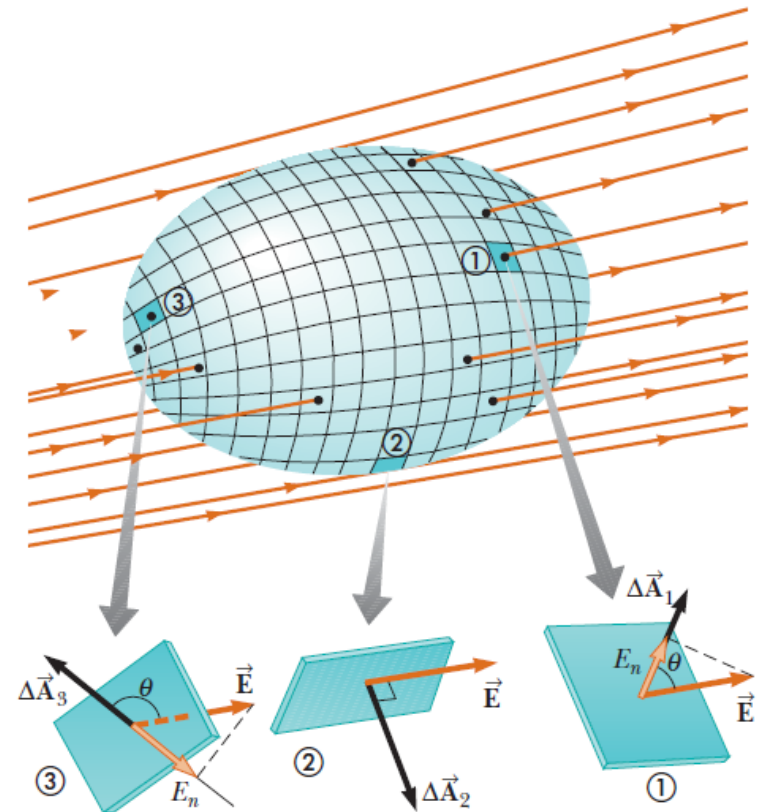
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A}$$

Donde  $E_n$  representa el componente del campo eléctrico normal a la superficie.



## Flujo eléctrico (8/13)

1. Las líneas de campo cruzan la superficie del lado interno al externo y  $\theta < 90^\circ$ ; por lo tanto, el flujo a través de este elemento es positivo.
2. Las líneas de campo rozan la superficie (perpendicular al vector  $\Delta\vec{A}_2$ ); por lo tanto  $\theta = 90^\circ$  y el flujo es igual a cero.
3. Las líneas de campo atraviesan la superficie del exterior al interior,  $180^\circ > \theta > 90^\circ$  y el flujo es negativo porque el  $\cos \theta$  también es negativo.



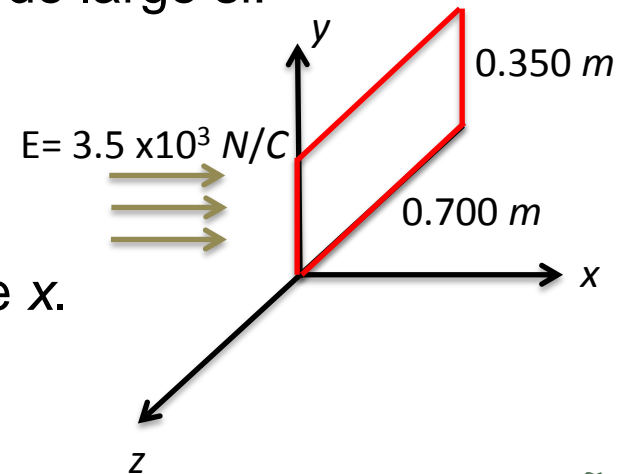


## Flujo eléctrico (9/13)

Ejemplo:

Un campo eléctrico de magnitud  $E = 3.5 \times 10^3 \text{ N/C}$  se aplica a lo largo de eje  $x$ . Calcule el flujo eléctrico a través de un plano rectangular de  $0.350 \text{ m}$  de ancho y  $0.700 \text{ m}$  de largo si:

- El plano es paralelo al plano  $yz$ .
- Es paralelo al plano  $xy$ .
- El plano contiene al eje  $y$  y su normal forma un ángulo de  $40.0^\circ$  con el eje  $x$ .





## Flujo eléctrico (10/13)

Solución:

$$\text{a) } \Phi_E = EA = (3.50 \times 10^3)(0.350 \times 0.700) = 857.5 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$$

$$\text{b) } \Phi_E = EA \cos 90^\circ = 0 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$$

$$\text{c) } \Phi_E = EA \cos 40^\circ = (3.50 \times 10^3)(0.350 \times 0.700)(\cos 40^\circ) =$$

$$\Phi_E = 657 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$$



## Flujo eléctrico (11/13)

Ejercicio:

En un campo eléctrico uniforme se hace girar una espira de  $40.0 \text{ cm}$  de diámetro hasta encontrar la posición en la cual existe el máximo flujo eléctrico. El flujo en esta posición tiene un valor de  $5.20 \times 10^5 \text{ N m}^2/\text{C}$ . ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico?



## Flujo eléctrico (12/13)

Ejercicio:

Existe un campo eléctrico vertical, de  $2.00 \times 10^4 \text{ N/C}$  de magnitud, sobre la superficie de la Tierra en un día con tormenta eléctrica. Un automóvil, con dimensión rectangular de  $6.00 \text{ m}$  por  $3.00 \text{ m}$ , viaja a lo largo de un camino de grava seca que se inclina hacia abajo a  $10.0^\circ$ . Determine el flujo eléctrico en el chasis del automóvil.

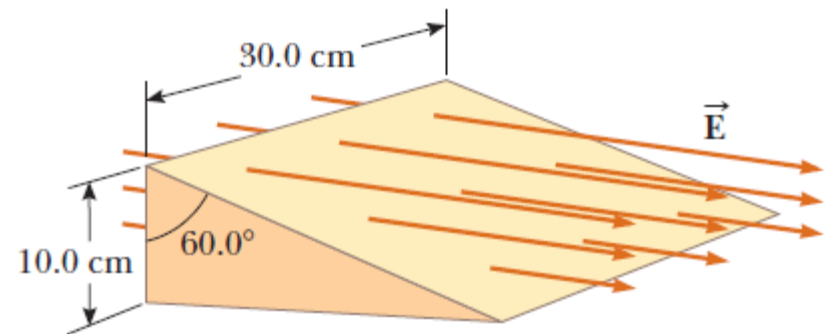


## Flujo eléctrico (13/13)

Ejercicio:

Considere una caja triangular cerrada en reposo dentro de un campo eléctrico horizontal con una magnitud  $E = 7.80 \times 10^4 \text{ N/C}$ , como se muestra en la figura. Calcule el flujo eléctrico a través de:

- La superficie rectangular vertical.
- La superficie inclinada.
- La superficie total de la caja.







## Ley de Gauss (1/13)

**“El flujo eléctrico que pasa a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga total encerrada por esa superficie”.**

- La ley de Gauss describe una correspondencia de tipo general entre el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada (con frecuencia considerada como *superficie gaussiana*) y la carga encerrada en la superficie.
- La contribución de Gauss, uno de los más grandes matemáticos que el mundo ha dado, no fue, en realidad, el que haya establecido la ley mencionada, sino que proporcionó la forma matemática de este enunciado.

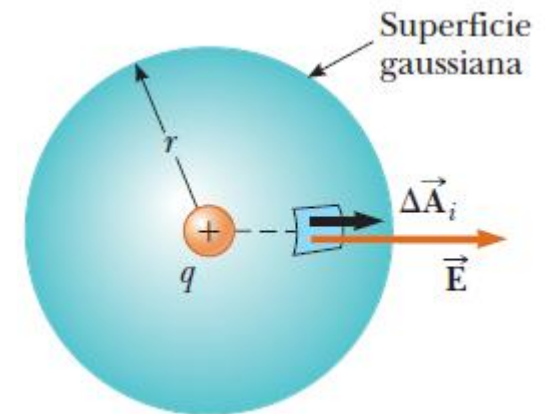


## Ley de Gauss (2/13)

Si tenemos una carga puntual positiva  $q$  ubicada en el centro de una esfera de radio  $r$ , la magnitud del campo eléctrico en todos los puntos de la superficie de la esfera es:

$$E = k_e \frac{q}{r^2}$$

Las líneas de campo están dirigidas radialmente hacia afuera y por tanto son perpendiculares a la superficie en todos sus puntos.





## Ley de Gauss (3/13)

El flujo neto a través de la superficie gaussiana es:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = E \oint dA$$

$E$  se ha sacado de la integral porque es constante en la superficie.

Como la superficie es esférica:

$$\oint dA = A = 4\pi r^2$$



## Ley de Gauss (4/13)

Por lo tanto el flujo neto a través de la superficie gaussiana es:

$$\Phi_E = k_e \frac{q}{r^2} (4\pi r^2)$$

Sustituyendo  $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  tenemos que:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

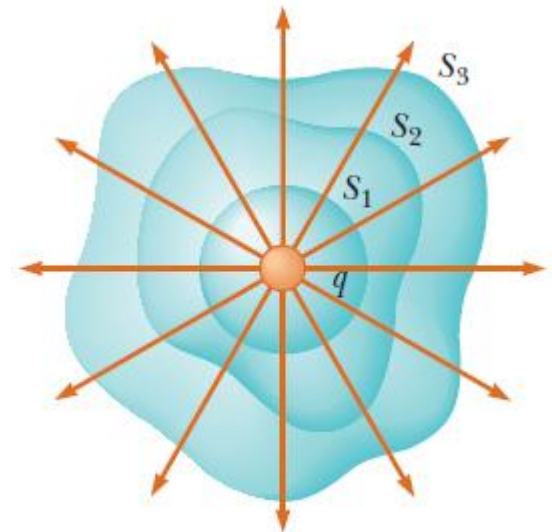
Nota: el flujo neto a través de la superficie esférica es proporcional a la carga existente en el interior. El flujo es independiente del radio  $r$  porque el área de la superficie esférica es proporcional a  $r^2$ , en tanto que el campo eléctrico es proporcional a  $1/r^2$ .



## Ley de Gauss (5/13)

El flujo es proporcional al número de líneas de campo eléctrico que atraviesan dicha superficie.

Por lo tanto, **el flujo neto a través de cualquier superficie cerrada que rodea a una carga puntual  $q$  tiene un valor de  $q/\epsilon_0$  y es independiente de la forma de la superficie.**

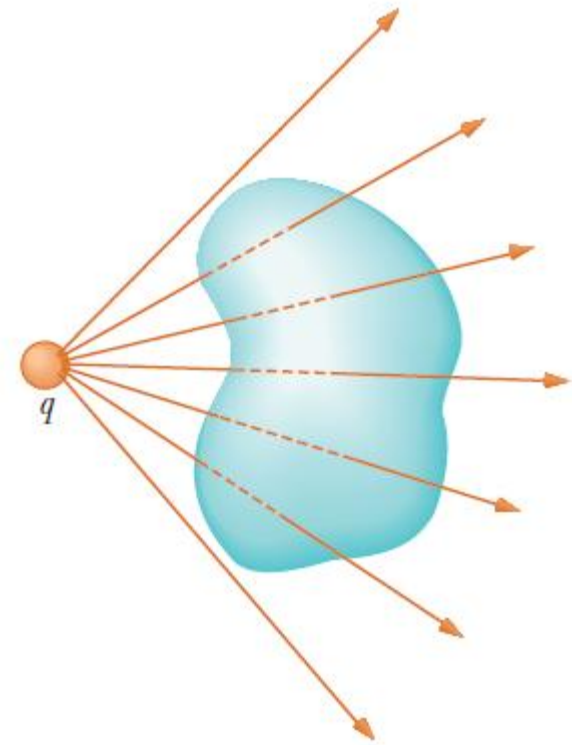




## Ley de Gauss (6/13)

Si consideramos una carga puntual localizada en el exterior de una superficie cerrada con forma arbitraria, el número de líneas de campo eléctrico que entran en la superficie es igual al número de líneas que salen.

Por lo tanto, **el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada que no rodea a ninguna carga es igual a cero.**





## Ley de Gauss (7/13)

El campo eléctrico debido a muchas cargas es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos producidos por cada una de las cargas individuales. Por lo tanto, puede expresar el flujo a través de cualquier superficie cerrada de la forma,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \left( \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \right) \cdot d\vec{A}$$





## Ley de Gauss (8/13)

La ley de Gauss, que es una generalización de lo anterior, dice que el flujo neto a través de cualquier superficie cerrada es:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

donde  $q_{in}$  representa la carga neta en el interior de la superficie y  $\vec{E}$  el campo eléctrico en cualquier punto de la misma.

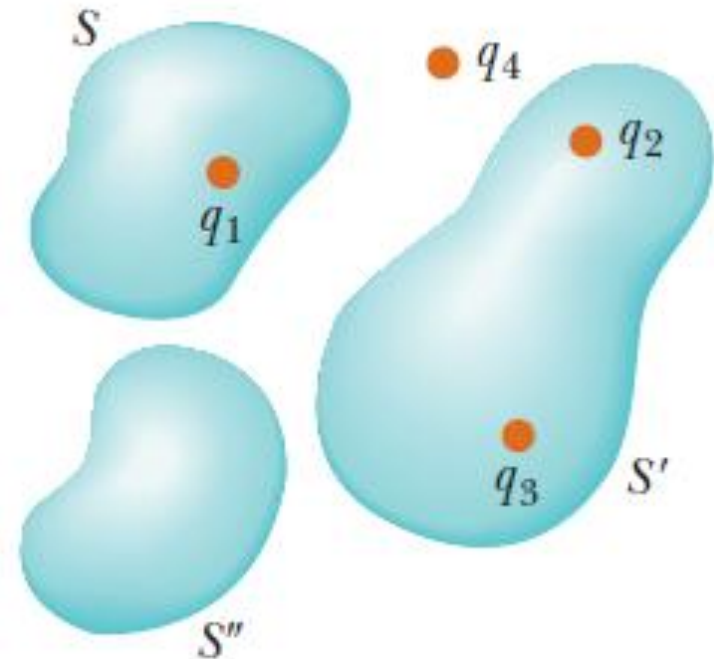




## Ley de Gauss (9/13)

Ejemplo:

Determinar el flujo eléctrico a través de las superficies  $S$ ,  $S'$  y  $S''$  de la figura siguiente.





## Ley de Gauss (10/13)

Solución:

El flujo a través de  $S$  es  $\Phi_E = \frac{q_1}{\epsilon_0}$ , ya

que el flujo debido a las cargas  $q_2$ ,  $q_3$  y  $q_4$  es cero.

El flujo a través de  $S'$  es  $\Phi_E = \frac{q_2 + q_3}{\epsilon_0}$

El flujo a través de  $S''$  es cero ya que no existe carga alguna en su interior.



## Ley de Gauss (11/13)

Ejercicio:

Las siguientes cargas están localizadas en el interior de un submarino:  $5.00 \text{ mC}$ ,  $-9.00 \text{ mC}$ ,  $27.0 \text{ mC}$  y  $-84.0 \text{ mC}$ .

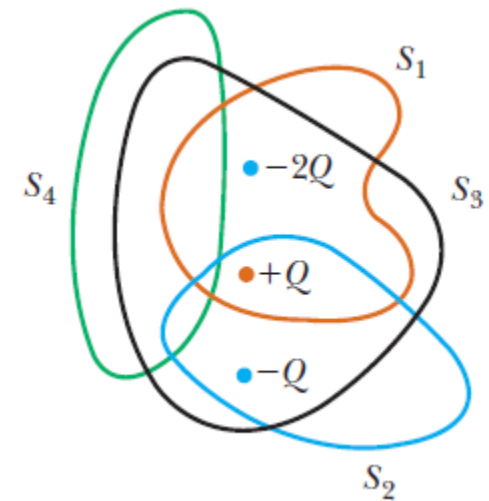
- Calcule el flujo eléctrico neto a través del casco del submarino.
- ¿El número de líneas de campo eléctrico que salen en comparación con las que entran es: mayor, igual o menor?



## Ley de Gauss (12/13)

Ejercicio:

En la figura se muestran cuatro superficies cerradas,  $S_1$  a  $S_4$ , así como las cargas  $-2Q$ ,  $Q$  y  $-Q$ . (Las líneas de color son las intersecciones de las superficies con el plano de la página.) Determine el flujo eléctrico a través de cada superficie.





## Ley de Gauss (13/13)

Ejercicio:

Una carga puntual de  $12.0 \text{ mC}$  está colocada en el centro de una cubierta esférica de  $22.0 \text{ cm}$  de radio. ¿Cuál es el flujo eléctrico total que pasa a través de a) la superficie del cascarón y b) cualquier superficie hemisférica de la misma? c) ¿Los resultados dependen del radio de la cubierta? Explique su respuesta.



## REFERENCIAS (1/1)

1. Serway, R. A., Jewett, J. W. “Física para ciencias e ingeniería con Física moderna”, Volumen II, CENGAGE Learning (2009) 7a Edición.
2. Sears, Young. “Física Universitaria” Volumen 2, 11° Edición. Ed Addison Wesley Pearson. ISBN 9702605121.
3. Serway, Raymond A. “Electricidad y Magnetismo” Ed. Mc Graw Hill (1994) 4a Edición. ISBN – 9701025636.
4. Halliday, David; Resnick Robert; Krane Kenneth. “Física – Versión ampliada” 4ª Edición - Volumen 2. Ed. CECSA(1996) ISBN 9682612551.
5. Gettys, W. Edward; Keller, Frederick J.; Skove, Malcon J. “Física para ingeniería y ciencias” Volumen II. Ed. Mc Graw Hill (2005) México ISBN 970104889.
6. Lane Reese,Ronald. “Física Universitaria” Volumen II Ed. Thomson (2002) México. ISBN 9706861041.
7. Lea,Susan M.; Burke John Robert. “Física La naturaleza de las cosas” Volumen II. I T Editores Editores (1999) México ISBN 9687529385.

