UAEM | Universidad Autónoma del Estado de México

Electricidad y Magnetismo

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM ZUMPANGO

Dr. Arturo Redondo Galván

UNIDAD I

Conocer y comprender la teoría básica de la electrostática, la carga eléctrica, la materia, sus manifestaciones microscópicas y macroscópicas, la fuerza, el campo, el potencial eléctrico y la energía potencial eléctrica, así como las relaciones entre tales factores.

Tema: carga eléctrica y materia

Objetivos:

- Comprender las propiedades básicas de la fuerza eléctrica.
- Analizar los fenómenos que producen las cargas.
- Determinar el tipo de carga que posee un objeto.

Introducción (1/2)

- Las leyes de la electricidad y el magnetismo desempeñan un papel muy importante en el funcionamiento de equipos como computadoras, televisores, motores eléctricos, reproductores y otros dispositivos electrónicos.

- Evidencia encontrada en documentos de la antigua China sugiere que desde el año 2000 a.C., el magnetismo ya había sido observado. Los antiguos griegos observaron fenómenos eléctricos y magnéticos desde el año 700 a.C.

- No fue sino hasta principios del siglo XIX que los científicos llegaron a la conclusión de que la electricidad y el magnetismo son fenómenos relacionados.

Introducción (2/2)

- En 1873, James Clerk Maxwell aprovechó diferentes observaciones y experimentos para sustentar las leyes del electromagnetismo tal como se conocen hoy día.

- La contribución de Maxwell en el campo del electromagnetismo fue de especial relevancia, porque las leyes que formuló son fundamentales para explicar todas las formas de fenómenos electromagnéticos. Su trabajo tiene tanta importancia como las leyes del movimiento y la teoría de la gravitación universal.

Carga eléctrica (1/3)

- Si frota un globo contra el cabello en un día seco, observará que éste atrae pequeños pedazos de papel.

Con frecuencia la fuerza de atracción es lo suficientemente intensa que los pedazos de papel quedan suspendidos.

Carga eléctrica (2/3)

- Cuando los materiales se comportan de esta manera, se dice que están *electrificados*, o que se han **cargado eléctricamente**.

Carga eléctrica (3/3)

- La carga eléctrica es una propiedad física intrínseca de la materia que permite cuantificar la pérdida o ganancia de electrones.

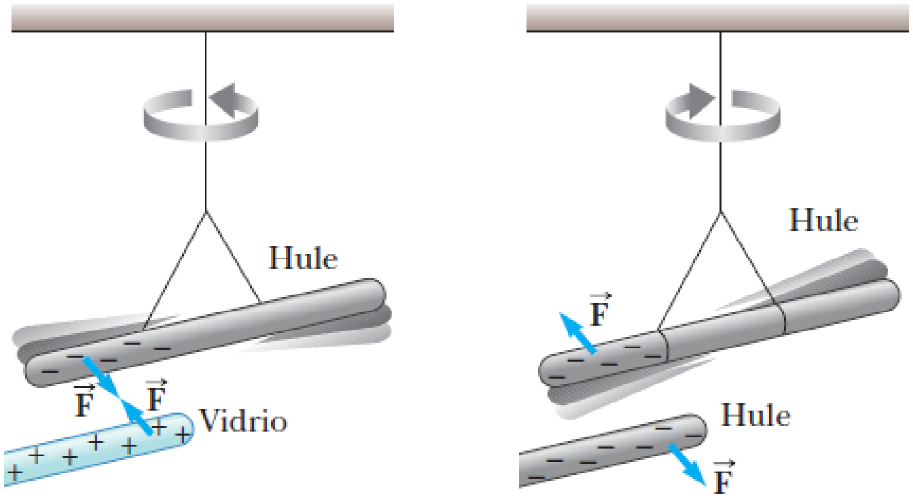
- La unidad de medida de la carga es el Coulomb, en honor de Charles Augustin Coulomb (1736-1806).

- Un coulomb (C) es la carga de $\mathbf{6.24 \times 10^{18}}$ electrones o protones y la carga de un electrón (-*e*) o de un protón (+*e*) es de $\mathbf{1.60218 \times 10^{-19}}$ (C).

Propiedades de las cargas eléctricas (1/3)

- Benjamín Franklin (1706-1790) determinó que existen dos tipos de cargas eléctricas, a las que dio el nombre de **positiva** y **negativa.**

- Los electrones tienen carga negativa y los protones positiva.



Propiedades de las cargas eléctricas (2/3)

- Esta observación demuestra que el hule y el vidrio tienen dos tipos diferentes de carga.

- Por lo tanto, se puede concluir que **cargas de un mismo signo se repelen y cargas de signos opuestos se atraen.**

- A la carga eléctrica en la varilla de vidrio se le denomina positiva y a la varilla de hule, negativa.

Propiedades de las cargas eléctricas (3/3)

- En un sistema aislado **la carga eléctrica siempre se conserva.**

- Cuando se frota un objeto contra otro, no se crea carga en este proceso. El estado de electrificación se debe a una *transferencia de carga de uno de los objetos hacia el otro. Uno adquiere parte* de la carga negativa en tanto que el otro adquiere la misma cantidad de carga, pero positiva.

Ley de Coulomb (1/11)

- Coulomb afirmó que la fuerza entre dos objetos muy pequeños separados en el vacío, o en el espacio libre por una distancia comparativamente grande en relación con el tamaño de los objetos, es proporcional a la carga en cada uno e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, o sea,

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

donde q_1 y q_2 son las cantidades de carga positiva o negativa (C).

r es la separación (m).

k es una constante de proporcionalidad.

Donde: $k_e = 8.9876 \times 10^9 \, N \cdot m^2 / C^2$

y la permitividad del vacio es, $\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2$

Ley de Coulomb (2/11)

Ejemplo 1:

El electrón y el protón de un átomo de hidrógeno están separados (en promedio) por una distancia de aproximadamente $5.3\ \times 10^{-11}$ m. Encuentre las magnitudes de la fuerza eléctrica y la fuerza gravitacional entre las dos partículas.

Ley de Coulomb (3/11)

.

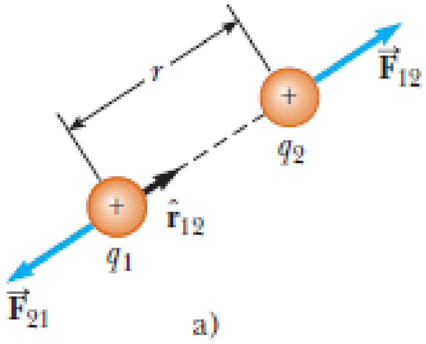
$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} = \left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\frac{\left(1.60\times10^{-19}C\right)^2}{\left(5.3\times10^{-11}N\right)} = 8.2\times10^{-8}N$$

Ley de Coulomb (4/11)

La fuerza es una cantidad vectorial por lo que la ley de Coulomb se expresa en esta forma ejercida por una carga q_1 sobre una carga q_2 es:

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

Donde $\hat{r}_{12}$ es un vector unitario dirigido de q_1 hacia q_2



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Ley de Coulomb (5/11)

- Si q_1 y q_2 son del mismo signo el producto q_1q_2 es positivo y si son de signos opuestos el producto es negativo.

- Un producto positivo indica que se trata de una fuerza de repulsión, mientras que un producto negativo indica que se trata de una fuerza de atracción.

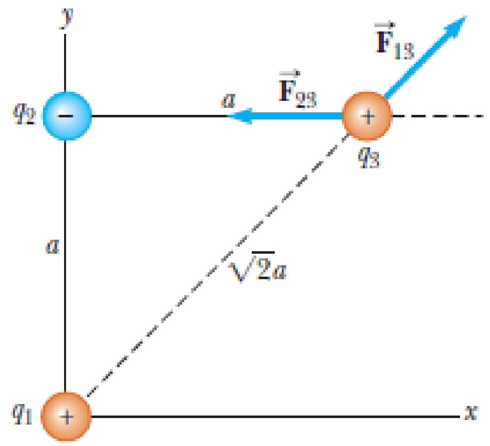
- Cuando hay más de dos cargas, la fuerza resultante de cualquiera de ellas es igual a la suma de las fuerza ejercidas por las otras cargas individuales.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

Ley de Coulomb (6/11)

Ejemplo:

considere tres cargas puntuales ubicadas en las esquinas de un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura, donde $q_1 = q_3 =$ 5.0 µC, $q_2 =$ -2.0 µC y a= 0.10 m. Encuentre la fuerza resultante que se ejerce sobre q_3.

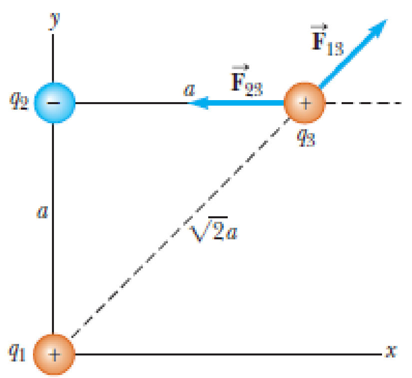


Ley de Coulomb (7/11)

Determinando la magnitud de las fuerzas que se ejercen sobre q_3, tenemos:

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2} =$$

$$= \left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\frac{\left(2.0\times10^{-6}C\right)\left(5.0\times10^{-6}C\right)}{(0.10m)^2} = 9.0N$$

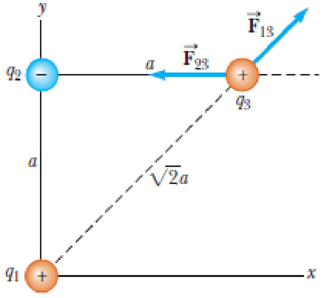


$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{\left(\sqrt{2}a\right)^2} =$$

$$= \left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\frac{\left(5.0\times10^{-6}C\right)\left(5.0\times10^{-6}C\right)}{2(0.10m)^2} = 11.0N$$

Ley de Coulomb (8/11)

Los componentes de *x* y *y* de la fuerza $\vec{F}_{13}$ son:



$$F_{13x} = F_{13} \cos 45° = 7.9N$$

$$F_{13y} = F_{13} \sin 45° = 7.9N$$

Por lo tanto los componentes resultantes de la fuerza $\vec{F}_3$ son:

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.9N + (-9.0N) = -1.1N$$

$$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.9N + 0 = 7.9N$$

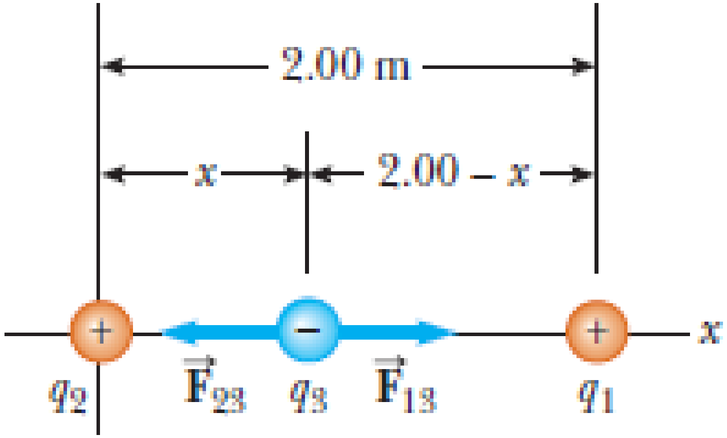
Expresada $\vec{F}_3$ como vectores unitarios:

$$\vec{F}_3 = \left(-1.1\hat{i} + 7.9\hat{j}\right)N$$

Ley de Coulomb (9/11)

Ejercicio:

Tres cargas puntuales se encuentran a lo largo del eje *x*, como se muestra en la figura. La carga positiva q_1= 15.0 µC está en *x*= 2.00 m, la carga positiva q_2 = 6.00 µC está en el origen y la fuerza neta que actúa sobre q_3 es cero. ¿Cuál es la coordenada *x* de q_3?



Ley de Coulomb (10/11)

$$\vec{F} = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = -k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2}\hat{i} + k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.0-x)^2}\hat{i} = 0$$

$$k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.0-x)^2}$$

$$(2.0-x)^2|q_2| = x^2|q_1|$$

$$(4.0-4.0x+x^2)(6.0\times10^{-6}C) = x^2(15.0\times10^{-6}C)$$

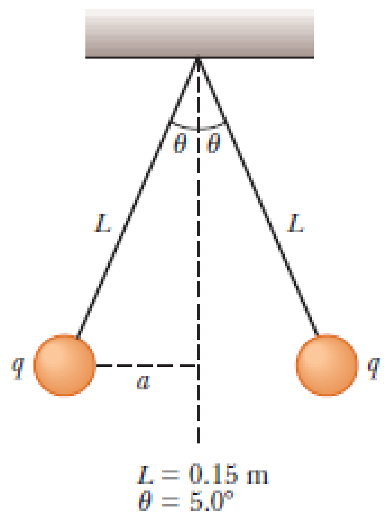
$$3.0x^2+8.0x-8.0=0$$

$$x = 0.775m$$

Ley de Coulomb (11/11)

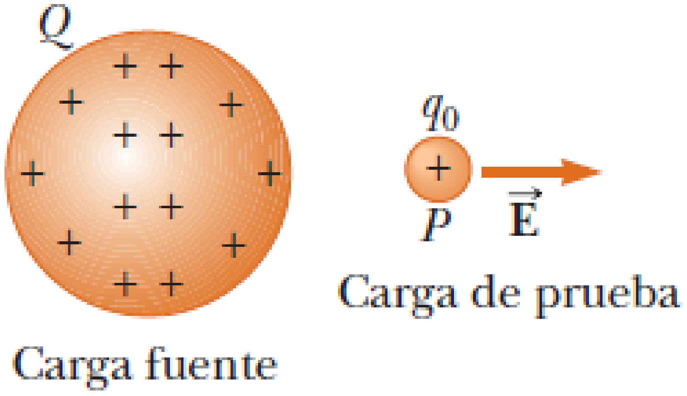
Ejercicio:

Dos pequeñas esferas idénticas cargadas, cada una con una masa de 3.0 x 10^{-2} kg, cuelgan en equilibrio como se muestra en la figura. La longitud de cada cuerda es 0.15 m y el ángulo θ es 5.0°. Encuentre la magnitud de la carga sobre cada esfera.



El campo eléctrico (1/9)

- Cuando un objeto con carga (**carga de prueba**) entra en el campo eléctrico de otro objeto con carga (**carga fuente**) una fuerza eléctrica actúa sobre el primero.



El campo eléctrico (2/9)

- El campo eléctrico provocado por la carga fuente en la carga de prueba se define como la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba *por carga unitaria*, o, para mayor claridad, **el vector $\vec{E}$ del campo eléctrico** en un punto en el espacio se define como la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$, que actúa sobre una carga de prueba positiva q_0 colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} \quad \left({}^{\mathrm{N}}\!/_{C}\right)$$

Nota: $\vec{E}$ es producido por una carga fuente, no es el campo producido por la propia carga de prueba. La presencia de una carga de prueba no es necesaria para que el campo exista.

El campo eléctrico (3/9)

- La fuerza eléctrica también se puede expresar como:

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

- Esta ecuación proporciona la fuerza ejercida sobre una partícula con carga q_0 colocada en un campo eléctrico.

- Si q_0 es positiva, la fuerza tiene la misma dirección que el campo. Si es negativa, la fuerza y el campo tienen direcciones opuestas.

El campo eléctrico (4/9)

- Para determinar la dirección que tiene un campo eléctrico, considere una carga puntual *q* como carga fuente y una carga de prueba q_0 en un punto *P* a una distancia *r*. De acuerdo con la ley de Coulomb, la fuerza ejercida por *q sobre la* carga de prueba es:

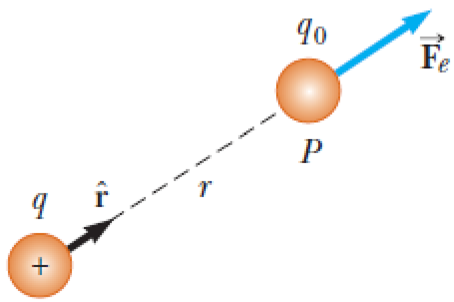
$$\vec{F}_e = k_e \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$$

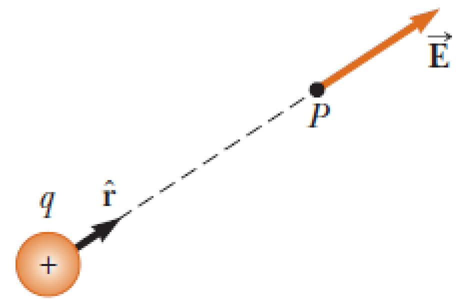
- Por lo tanto,

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

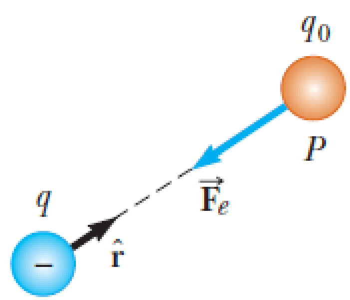
El campo eléctrico (5/9)

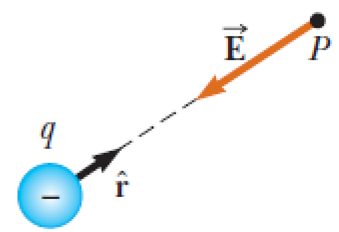
- Si q es positiva, la fuerza se aleja de ésta y el campo eléctrico en P apunta radialmente hacia afuera de q.





- Si q es negativa, la fuerza se dirige hacia ésta y el campo eléctrico en P apunta radialmente hacia adentro en dirección de q.





El campo eléctrico (6/9)

- El campo eléctrico en un punto *P* debido a un grupo de cargas fuente se expresa como la suma vectorial

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

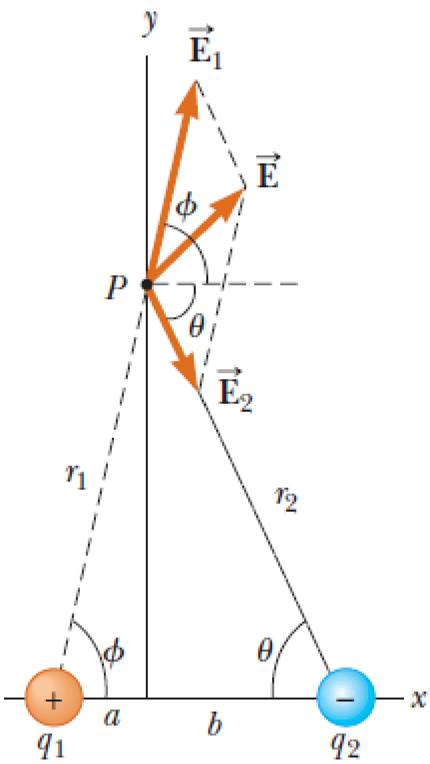
El campo eléctrico (7/9)

Ejercicio:

Las cargas q_1 y q_2 se ubican en el eje x, a distancias a y b, respectivamente, del origen, como se muestra en la figura. Determinar:

a) Las componentes del campo eléctrico neto en el punto P, que está sobre el eje y.

b) Evalúe el campo eléctrico en el punto P en el caso especial de que $|q_1| = |q_2|$ y $a = b$.



El campo eléctrico (8/9)

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)}$$

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)}$$

$$\vec{E}_1 = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos\phi \,\hat{i} + k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \sin\phi \,\hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos\phi \,\hat{i} - k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin\phi \,\hat{j}$$

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos\phi + k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos\theta$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \sin\phi - k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin\theta$$

El campo eléctrico (9/9)

$$E_x = k_e \frac{q}{\left(a^2 + y^2\right)} \cos\theta + k_e \frac{q}{\left(a^2 + y^2\right)} \cos\theta = 2k_e \frac{q}{\left(a^2 + y^2\right)} \cos\theta$$

$$E_y = k_e \frac{q}{\left(a^2 + y^2\right)} \sin\theta - k_e \frac{q}{\left(a^2 + y^2\right)} \sin\theta = 0$$

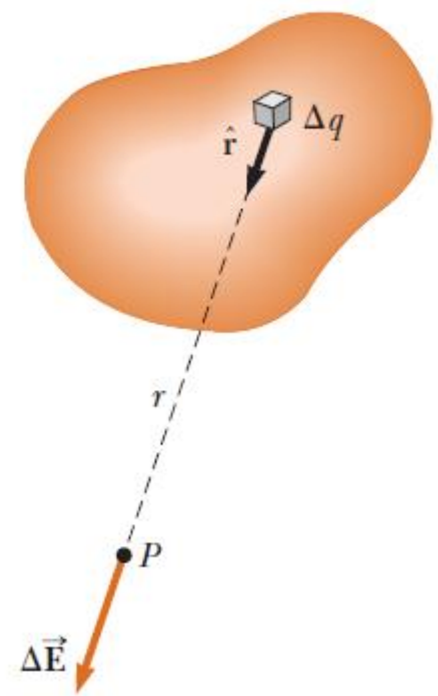
$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\left(a^2 + y^2\right)^{1/2}}$$

$$E_x = 2k_e \frac{q}{\left(a^2 + y^2\right)} \frac{a}{\left(a^2 + y^2\right)^{1/2}} = k_e \frac{2qa}{\left(a^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (1/13)

- El sistema de cargas espaciadas en forma compacta es equivalente a una carga total que es distribuida en forma continua a lo largo de alguna línea, sobre una superficie, o por todo el volumen.

- Para obtener el campo eléctrico se divide la distribución de cargas en pequeños elementos, cada uno con una carga *Δq*.



Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (2/13)

- El campo eléctrico en un punto *P* debido a un elemento de carga con una carga *Δq* es:

$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}$$

- El campo eléctrico total en *P* debido a todos los elementos en la distribución de carga es aproximadamente

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (3/13)

- Ya que la distribución de carga ha sido modelada como continua, el campo total en *P* en el límite $\Delta q \rightarrow 0$ es:

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^{\,2}} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (4/13)

- La carga se distribuye de manera uniforme en una línea, sobre una superficie, o a través de un volumen.

- Si una carga *Q* se distribuye uniformemente sobre un volumen, la densidad de carga volumétrica *ρ* se define por:

$$\rho \equiv \frac{Q}{V}$$

Donde *ρ* tiene unidades de Coulombs por metro cúbico (C/m^3).

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (5/13)

- Si una carga *Q* se distribuye uniformemente sobre una superficie de área *A*, la densidad de carga superficial *σ* está definida por:

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A}$$

Donde *σ* tiene unidades de Coulombs por metro cuadrado (C/m^2).

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (6/13)

- Si una carga *Q* se distribuye uniformemente sobre una línea de longitud *l*, la densidad de carga lineal *λ* está definida por:

$$\lambda \equiv \frac{Q}{l}$$

Donde *λ* tiene unidades de Coulombs por metro (C/m).

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (7/13)

- Si la carga *q* se distribuye de manera no uniforme sobre un volumen, superficie o línea, las densidades de carga se pueden expresar como:

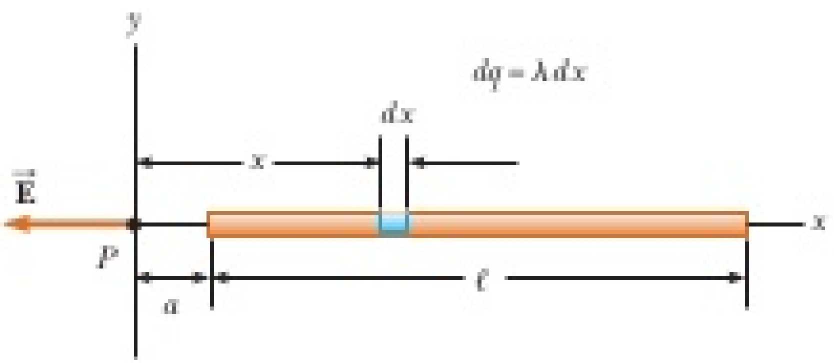
$$dq = \rho dV \qquad dq = \sigma dA \qquad dq = \lambda dl$$

Donde *dq* es la cantidad de carga en un pequeño elemento, superficie o longitud.

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (8/13)

Ejemplo:

Una barra de longitud *l* tiene una carga positiva uniforme por unidad de longitud λ y una carga total *Q*. Calcule el campo eléctrico en un punto *P* que está ubicado a lo largo del eje de la barra y a una distancia *a* de un extremo.



Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (9/13)

El campo *dE* en *P* debido a cada segmento de carga sobre la barra está en la dirección *x* negativa, porque cada segmento tiene una carga positiva.

La barra es continua por lo que se evalúa el campo debido a una distribución de carga continua en lugar de un grupo de cargas.

Como cada segmento de la barra produce un campo eléctrico en la dirección *x* negativa, la suma se puede realizar sin sumar vectores.

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (10/13)

Suponiendo que la barra se encuentra a lo largo del eje *x*, *dx* es la longitud de un segmento pequeño y *dq* es la carga sobre dicho segmento. Como la barra tiene una carga por unidad de longitud λ, la carga *dq* sobre el pequeño segmento es:

$$dq = \lambda dx$$

La magnitud del campo eléctrico en *P* debido a un segmento de la barra con carga *dq* es:

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} = k_e \frac{\lambda dx}{x^2}$$

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (11/13)

El campo total en *P* es:

$$E = \int_{a}^{l+a} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

$$E = k_e \lambda \int_{a}^{l+a} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_{a}^{l+a}$$

Evaluando y sustituyendo *λ*= *Q*/*l*,

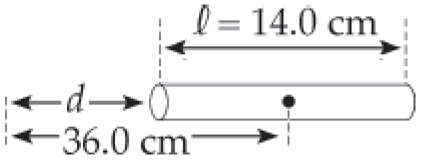
$$E = k_e \frac{Q}{l} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l+a} \right) = \frac{k_e Q}{a(l+a)}$$

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (12/13)

Ejemplo:

Una varilla de 14.0 cm de largo tiene una carga uniforme y su carga total es de -22.0 µC. Determine la magnitud y dirección del campo eléctrico a lo largo del eje de la varilla en un punto a 36.0 cm de su centro.

Campo eléctrico debido a una distribución de carga continua (13/13)

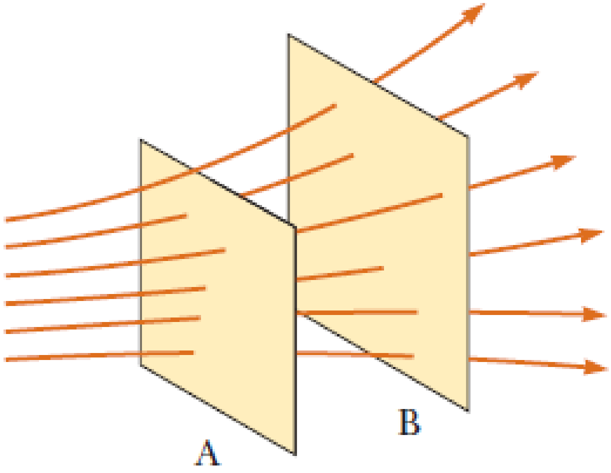


$$E = \frac{k_e \lambda l}{d(l+d)} = \frac{k_e \left({Q}/{l} \right) l}{d(l+d)} = \frac{k_e Q}{d(l+d)} = \frac{(8.99\times 10^{9})(22.0\times 10^{-6})}{(0.290)(0.140+0.290)}$$

$\vec{E} = 1.59\times 10^{6}\ {N}/{C}$, dirigido hacia la varilla.

Líneas de campo eléctrico (1/3)

- Una forma conveniente de visualizar los patrones de los campos eléctricos es el trazo de líneas conocidas como **líneas de campo eléctrico,** establecidas por primera vez por Faraday.



Líneas de campo eléctrico (2/3)

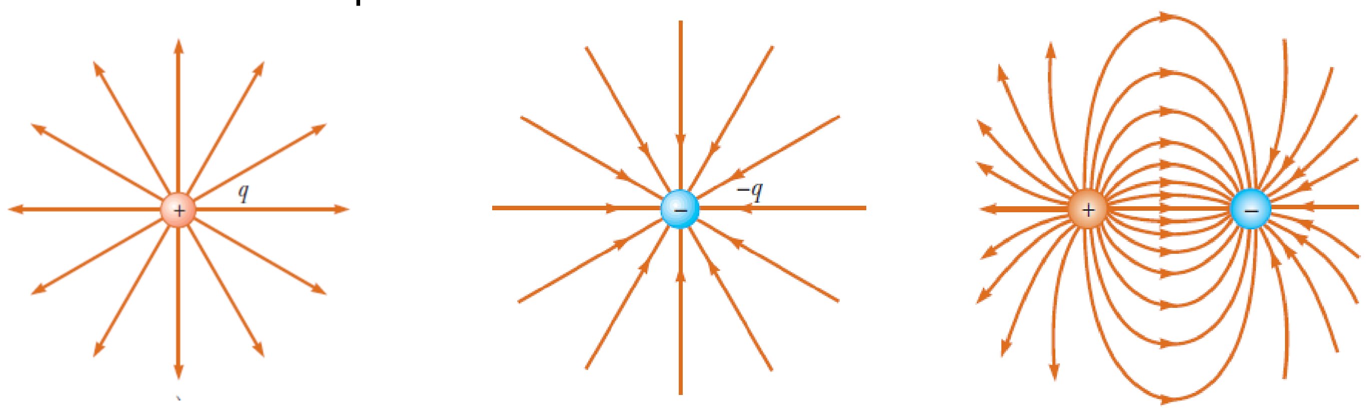
- Las líneas de campo relacionan el campo eléctrico con una región del espacio de la manera siguiente:

  - El vector $\vec{\mathbf{E}}$ del campo eléctrico es tangente a la línea del campo eléctrico en cada punto. La dirección de la línea, indicada por una punta de flecha, es igual al vector del campo eléctrico. La dirección de la línea es la fuerza sobre una carga de prueba positiva colocada en el campo.

  - El número de líneas por unidad de área que pasan a través de una superficie perpendicular a dichas líneas es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en dicha región. En consecuencia, las líneas de campo estarán cercanas donde el campo eléctrico sea intenso y separadas donde el campo sea débil.

Líneas de campo eléctrico (3/3)

- Las reglas para dibujar las líneas de un campo eléctrico son las siguientes:
  - Las líneas deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa. En caso de que haya un exceso en cualquier carga, algunas líneas empezarán o terminarán en el infinito.
  - El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o se acercan a una carga negativa será proporcional a la magnitud de dicha carga.
  - Dos líneas de campo no se pueden cruzar.



Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme (1/4)

- Si una partícula *q* de masa *m* se coloca en un campo eléctrico $\vec{E}$, la fuerza eléctrica ejercida sobre la carga es:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a}$$

- La aceleración de la partícula, por lo tanto, es:

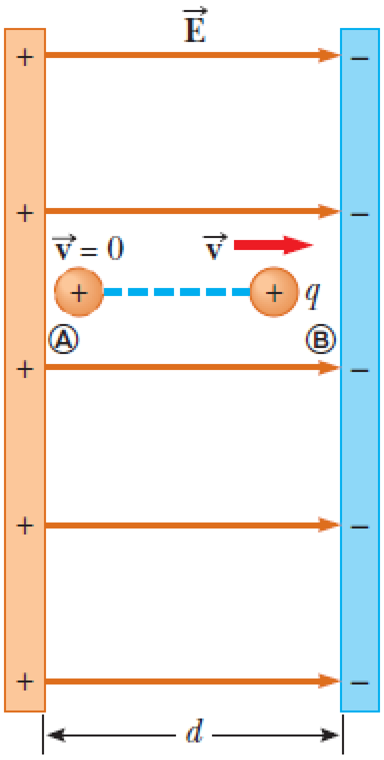
$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Nota: Si $\vec{\mathbf{E}}$ es uniforme (constante en magnitud y dirección), la fuerza eléctrica sobre la partícula es constante y se puede aplicar el modelo de partícula bajo aceleración constante. Si la partícula tiene carga positiva, su aceleración se produce en dirección del campo eléctrico. Si tiene carga negativa, su aceleración será en dirección opuesta al campo eléctrico.

Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme (2/4)

Ejemplo:

- Un campo eléctrico $\vec{E}$ uniforme se dirige a lo largo del eje *x* entre placas paralelas de carga separadas una distancia *d*, como se ve en la figura. Una carga positiva *q* de masa *m* se libera desde el reposo en un punto A junto la placa positiva y acelera a un punto B junto a la placa negativa.



a) Encuentre la rapidez de la partícula en B al modelarla como una partícula bajo aceleración constante.

Líneas de campo eléctrico (3/4)

La velocidad final en términos de velocidad inicial, aceleración constante y posición de una partícula esta dada por:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$$v_f^2 = 0 + 2a(d - 0) = 2ad$$

$$v_f = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\left(\frac{qE}{m}\right)d} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

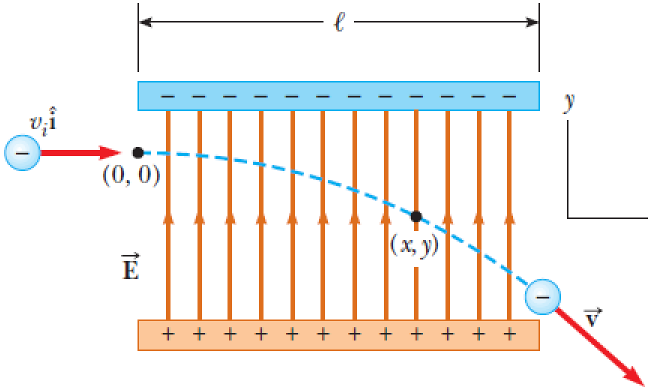
Líneas de campo eléctrico (4/4)

Ejercicio:

Un electrón entra a la región de un campo eléctrico uniforme, como se muestra en la figura, con v_i= 3.00 x10^6 *m*/*s* y *E*= 200 *N*/*C*. La longitud horizontal de las placas es *l*= 0.100 *m*.

a) Encuentre la aceleración del electrón mientras está en el campo eléctrico.

b) Si se supone que el electrón entra al campo en el tiempo t= 0, encuentre el tiempo cuando deja el campo.



REFERENCIAS (1/1)

1. Serway, R. A., Jewett, J. W. “Física para ciencias e ingeniería con Física moderna”, Volumen II, CENGAGE Learning (2009) 7a Edición.
2. Sears, Young. “Física Universitaria” Volumen 2, 11° Edición. Ed Addison Wesley Pearson. ISBN 9702605121.
3. Serway, Raymond A. “Electricidad y Magnetismo” Ed. Mc Graw Hill (1994) 4a Edición. ISBN – 9701025636.
4. Halliday, David; Resnick Robert; Krane Kenneth. “Física – Versión ampliada” 4ª Edición - Volumen 2. Ed. CECSA(1996) ISBN 9682612551.
5. Gettys, W. Edward; Keller, Frederick J.; Skove, Malcon J. “Física para ingeniería y ciencias” Volumen II. Ed. Mc Graw Hill (2005) México ISBN 970104889.
6. Lane Reese,Ronald. “Física Universitaria” Volumen II Ed. Thomson (2002) México. ISBN 9706861041.
7. Lea,Susan M.; Burke John Robert. “Física La naturaleza de las cosas” Volumen II. I T Editores Editores (1999) México ISBN 9687529385.