



Tratamiento de imágenes

Procesamiento morfológico

Héctor Alejandro Montes

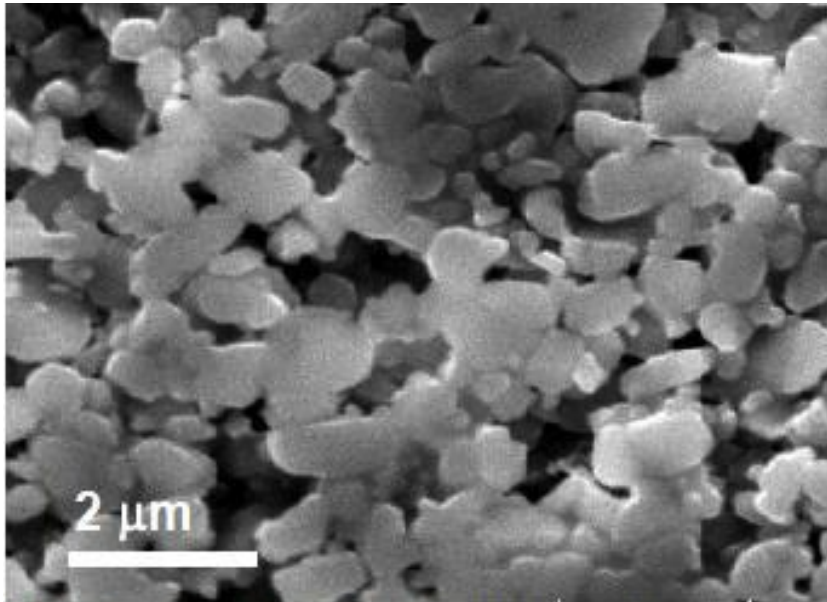
h.a.montes@fi.uaemex.mx

<http://fi.uaemex.mx/h.a.montes>

Advertencia

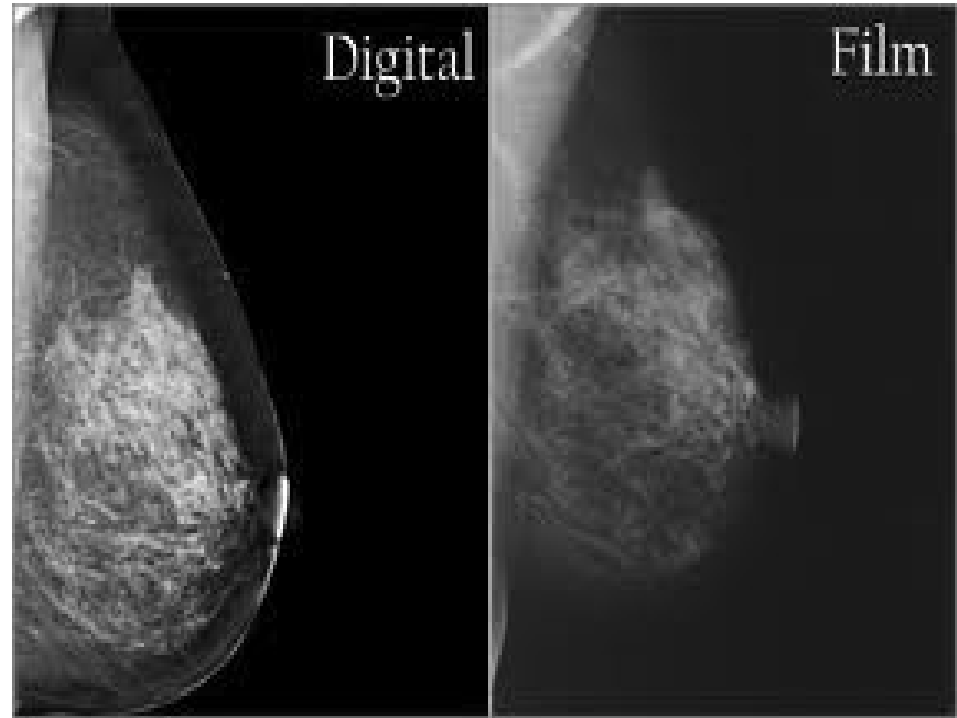
No use estas diapositivas como referencia única de estudio durante este curso. La información contenida aquí es una guía para las sesiones de clase y de estudio futuro. Para obtener información más completa, refiérase a la bibliografía listada en la última diapositiva.

Problema

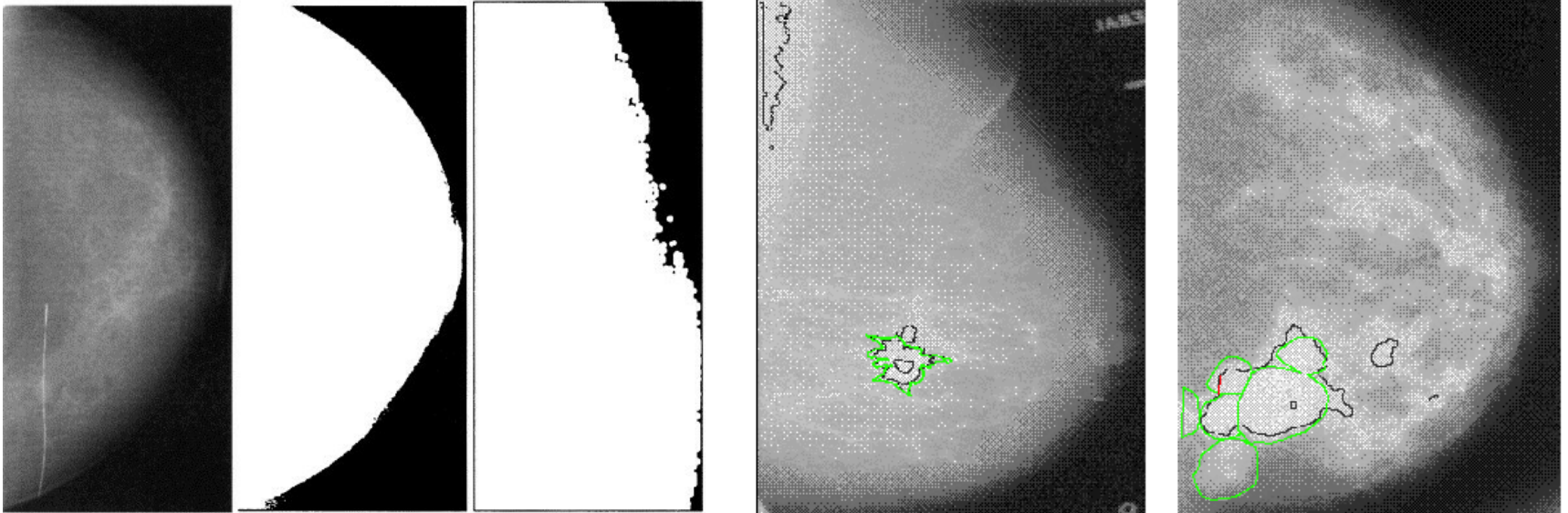


Al_2O_3 -5wt% SiO_2 -5wt% carbonate
1300 °C, 1 h, (62.4 %TD)

PowerPoint from Composite Material Engineering Technology (COMET)
for Spacecraft Applications Workshop, October 16th-17th, 2007



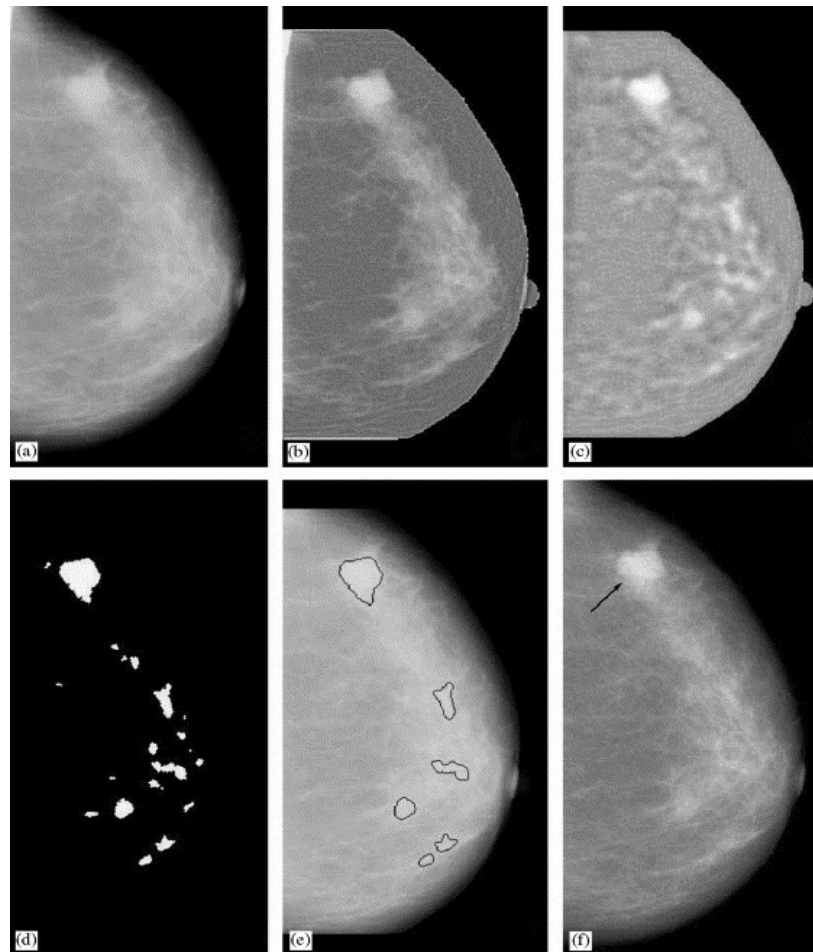
Problema



(a) mam87

(b) mam93

Problema

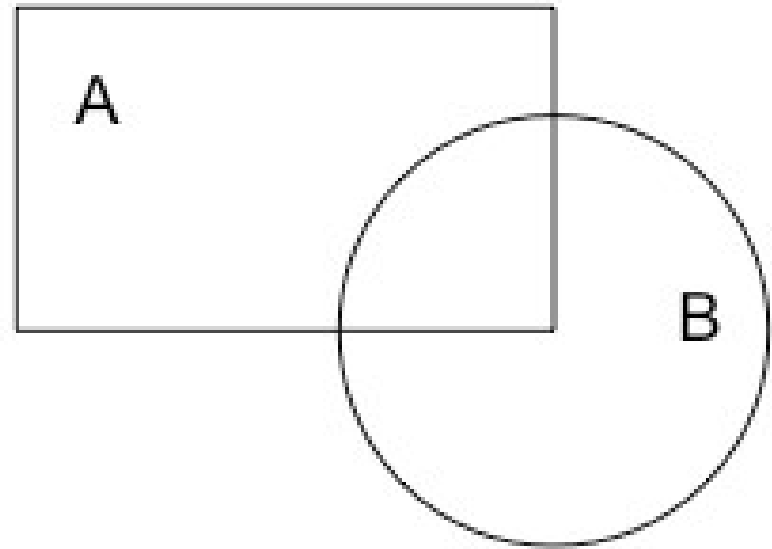


Procesamiento morfológico

- Es la aplicación de *operaciones de conjuntos* a imágenes
 - Las imágenes se representan en un espacio Z^2
- Usualmente aplicado en imágenes binarias
 - Existen extensiones a escala de grises desde principios de los 90
 - El procesamiento morfológico para imágenes en color aún es objeto de investigación

Operaciones de conjunto

- Ejemplo:
 - Representemos la unión, intersección, complemento de A, y diferencia $(A-B)$ □
 - Relacionemos luego las operaciones anteriores con las operaciones lógicas.

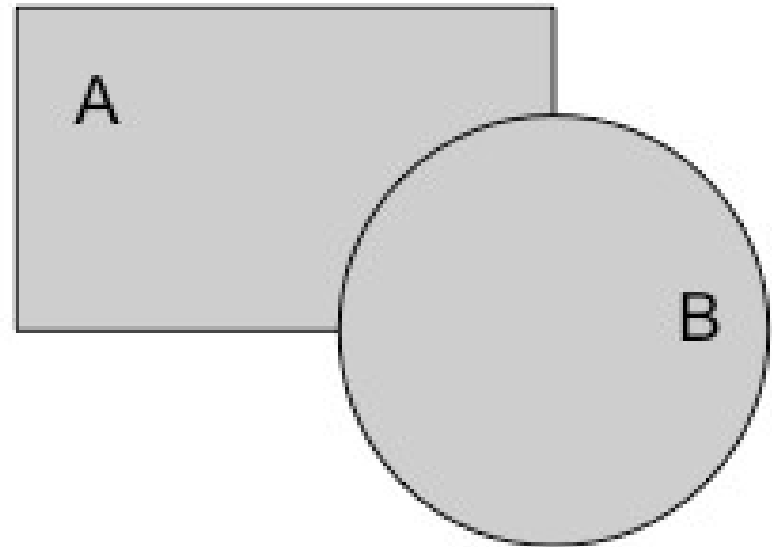


Operaciones de conjunto

- **Unión:**

- $A \cup B$

- A OR B

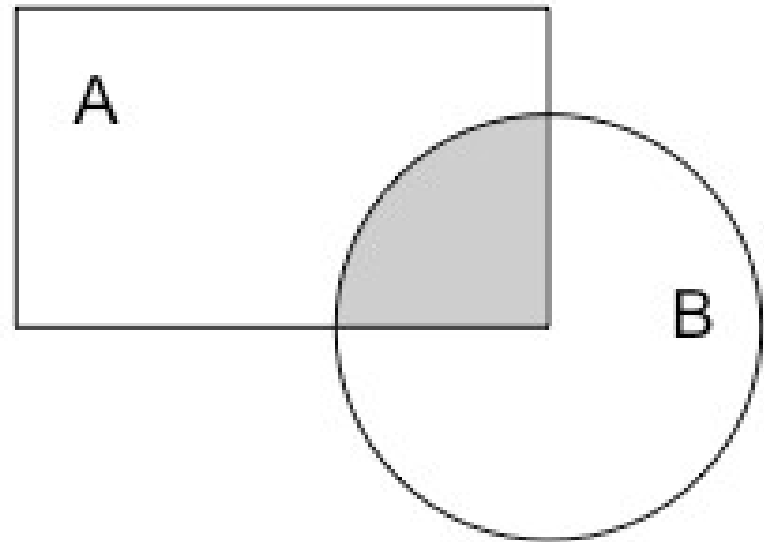


Operaciones de conjunto

- **Intersección:**

- $A \cap B$

- A AND B

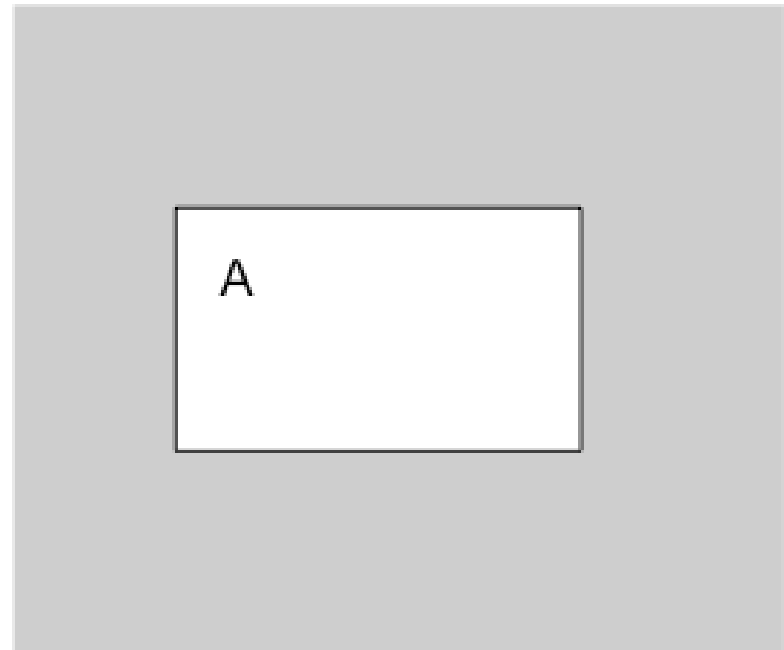


Operaciones de conjunto

- Complemento:

- $B \setminus A = \{x \in B \mid x \notin A\}$.

- NOT A

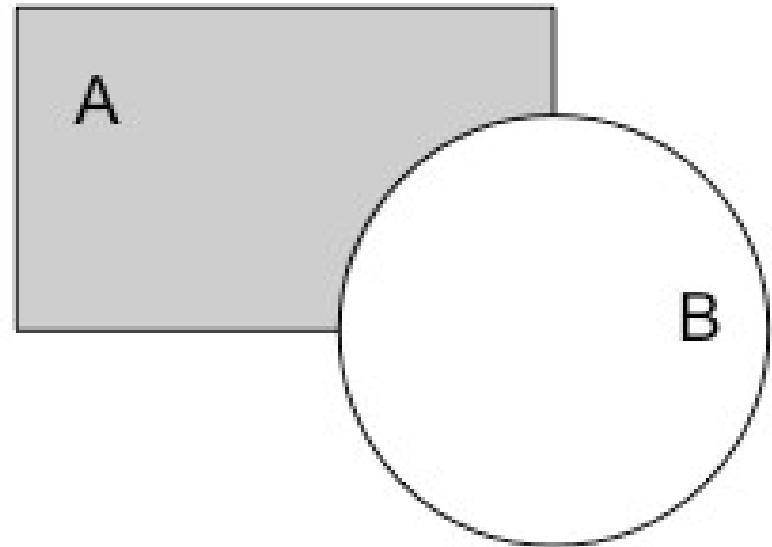


Operaciones de conjunto

- Diferencia:

- $A - B = A \cap B$

- A AND NOT B



Operaciones Lógicas

OR

Imagen 1

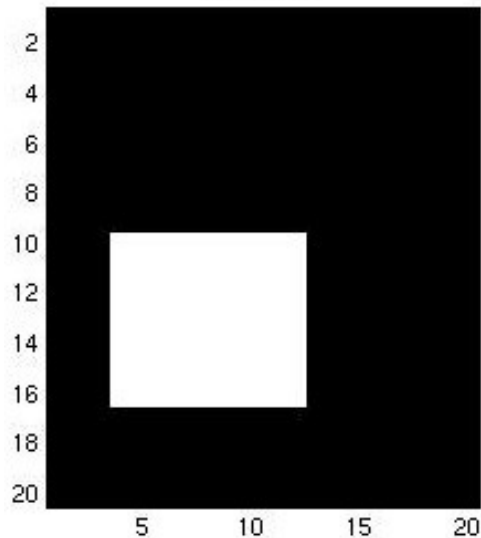


Imagen 2

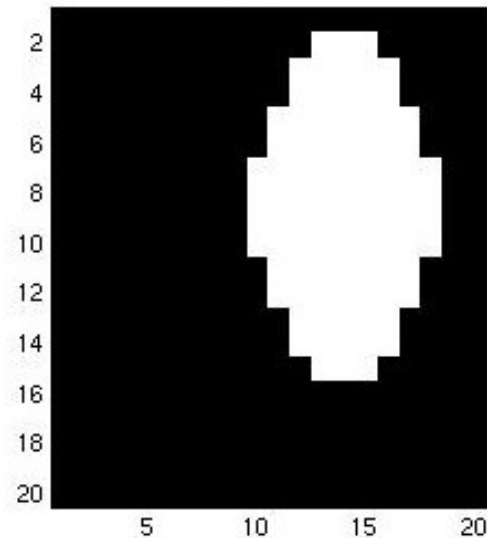
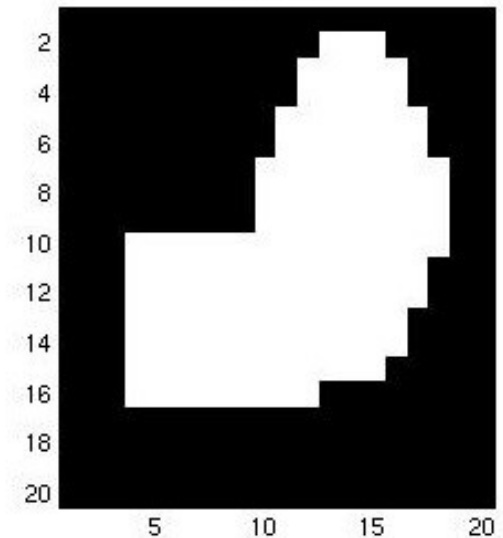


Imagen 3



Operaciones Lógicas

AND

Imagen 1

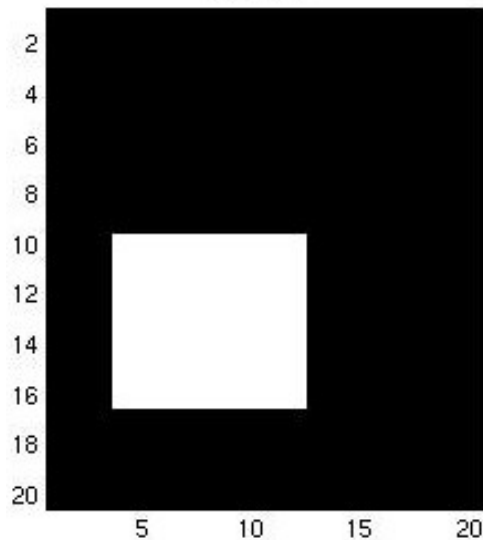


Imagen 2

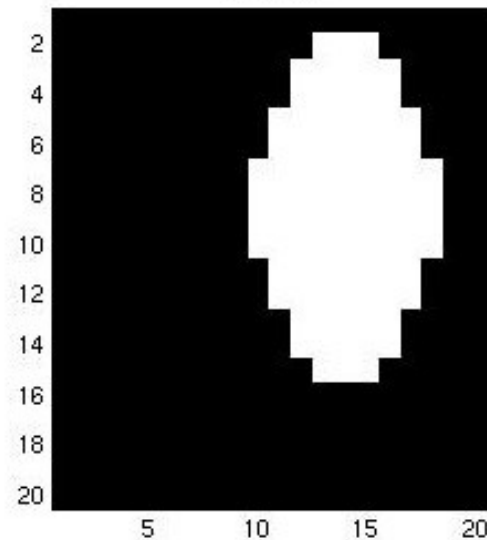
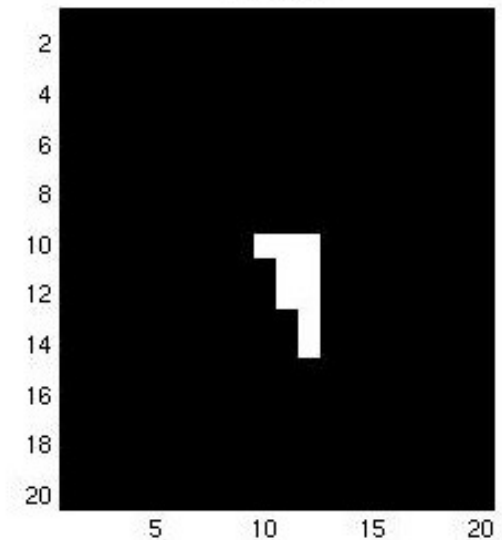
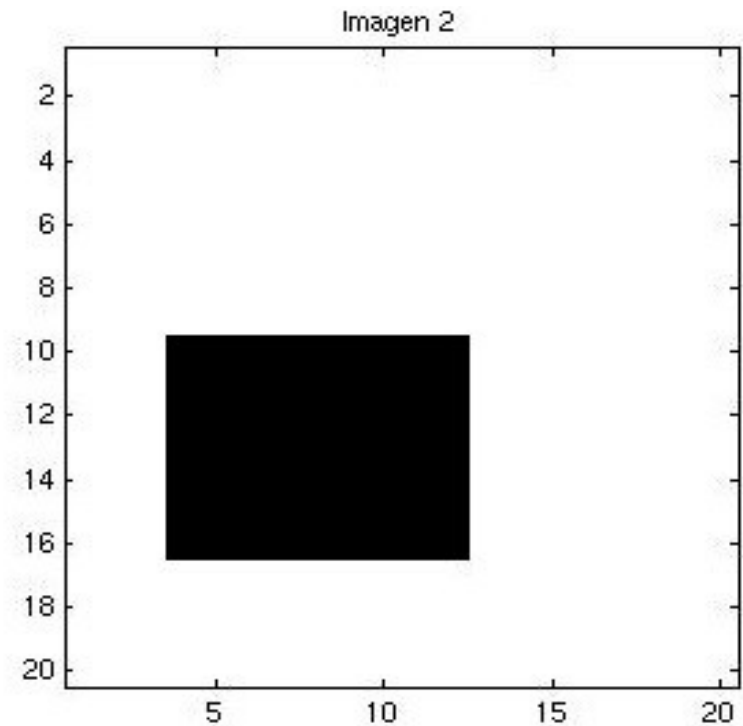
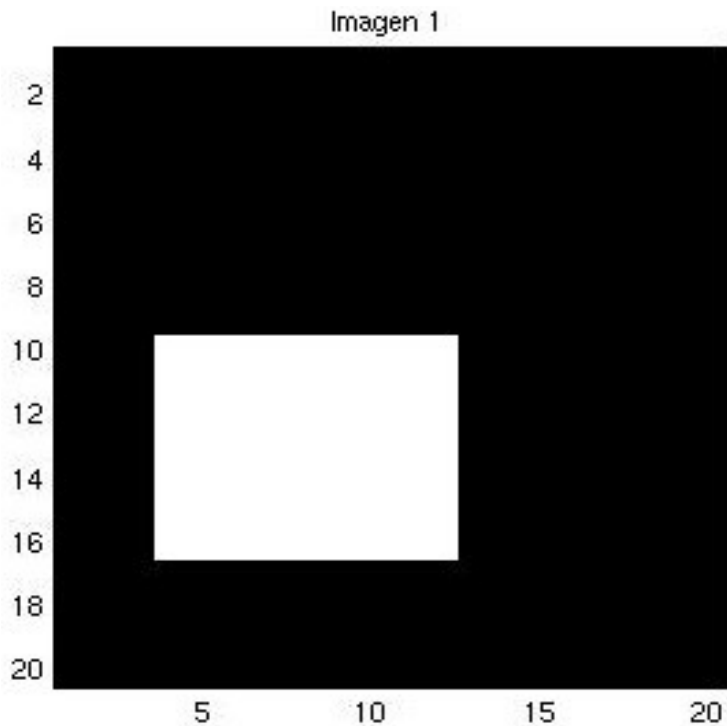


Imagen 3



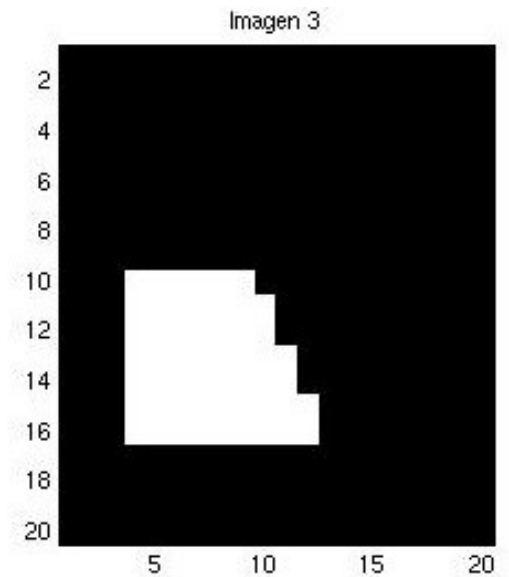
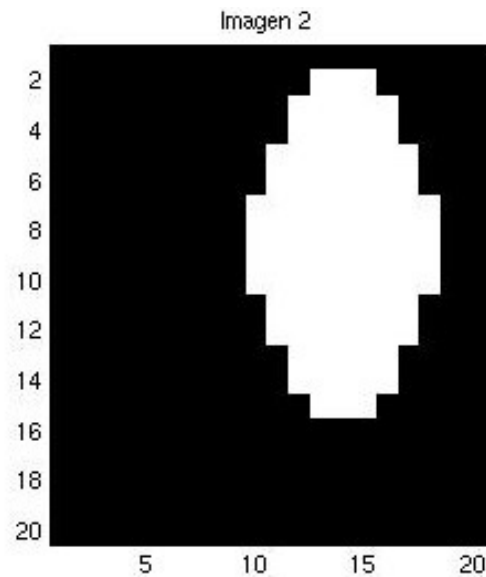
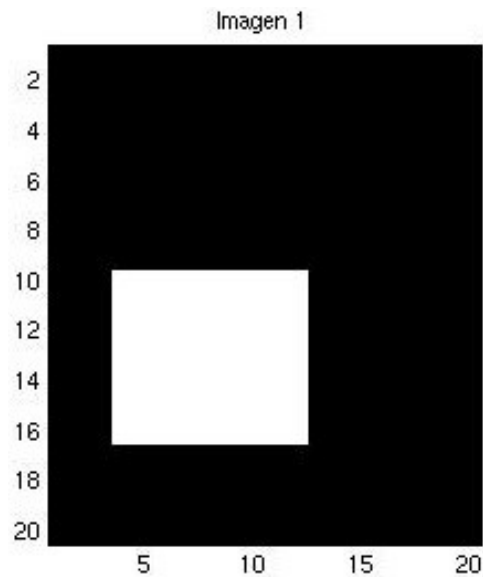
Operaciones Lógicas

NOT



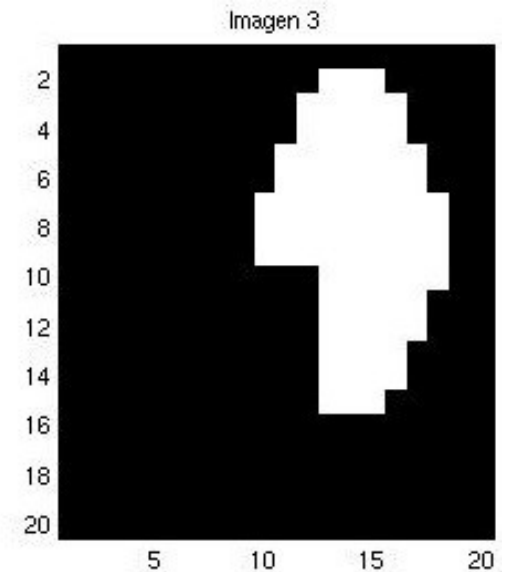
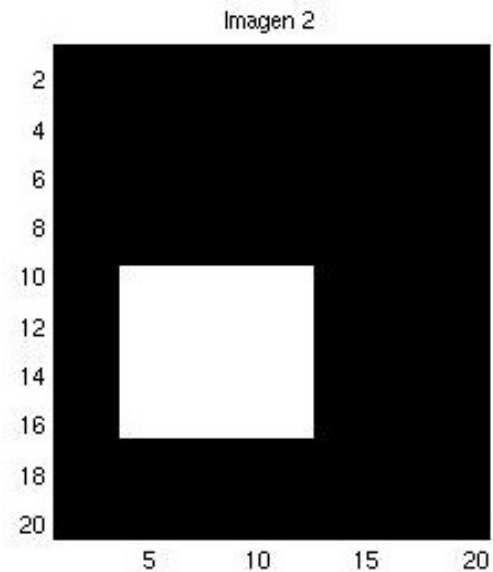
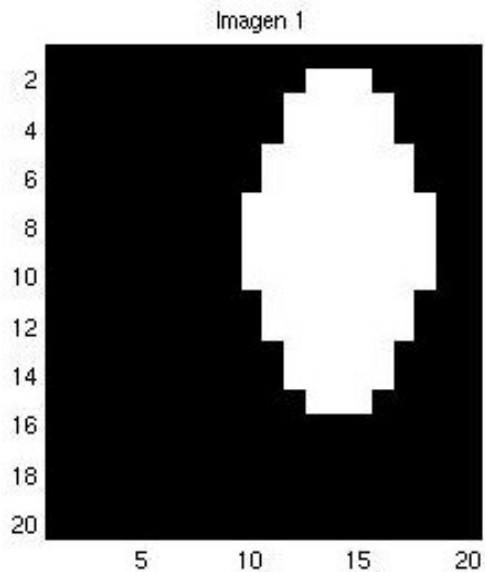
Operaciones Lógicas

Diferencia A-B



Operaciones Lógicas

Diferencia B-A



Operaciones Lógicas

XOR

Imagen 1

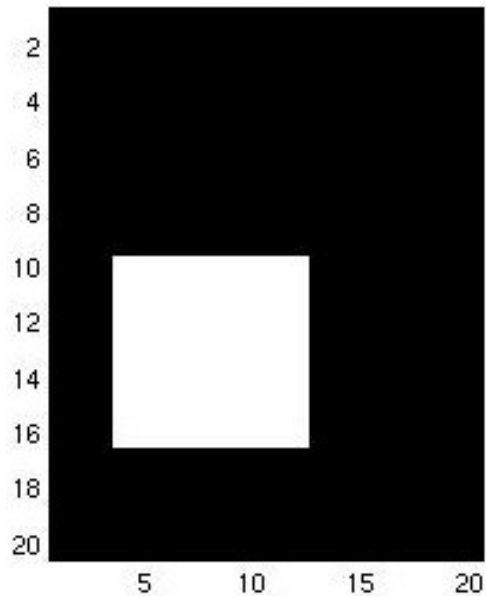


Imagen 2

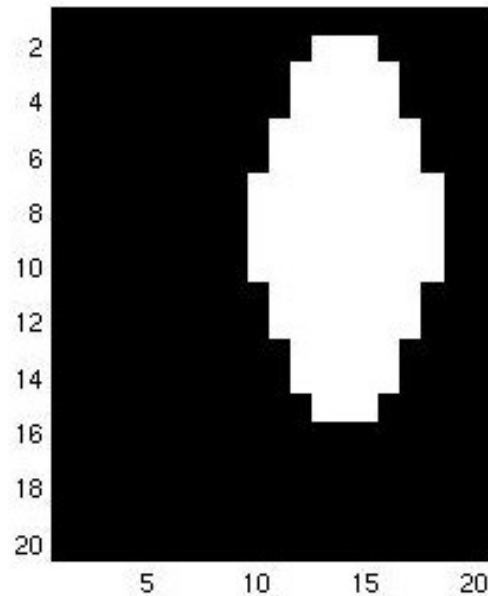
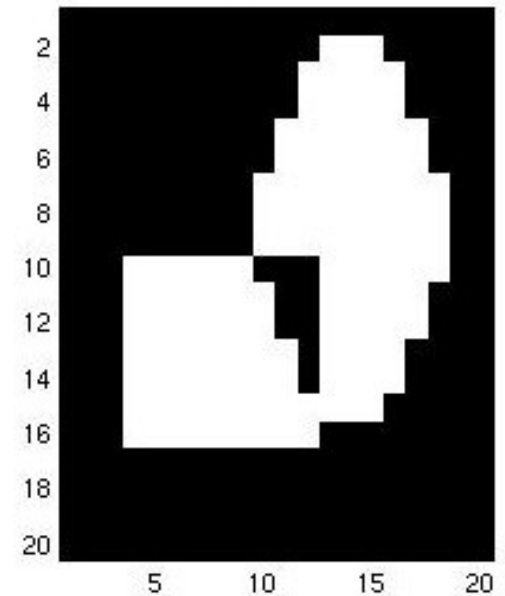


Imagen 3



Reflexión

$$\hat{A} = \{w \mid w = -a, \text{ para } a \in A\}$$

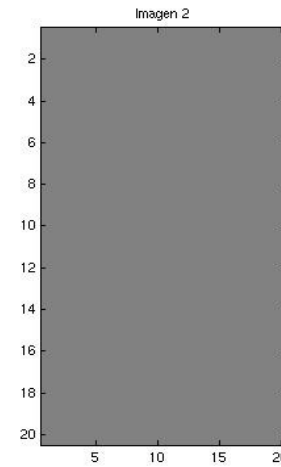
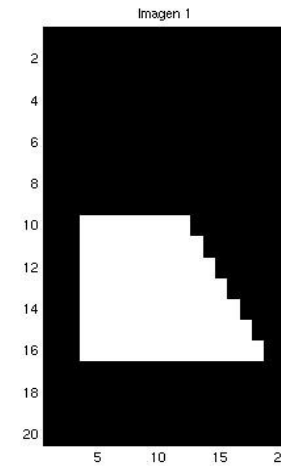
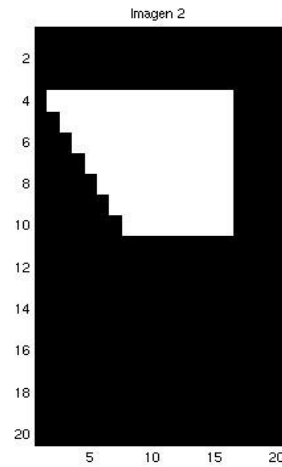
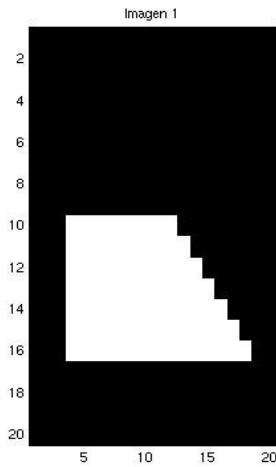
- **Nota:** El formalismo matemático anterior, supone que el origen de la reflexión coincide con el origen de coordenadas. En imágenes, esto casi nunca ocurre, ya que el origen de coordenadas es la esquina superior izquierda. Sin embargo, en ventanas de interés, considerando el centro de la ventana el origen es válido.

Reflexión

- La reflexión **NO** es lo mismo que hacer flip vertical y horizontal
 - Aunque coincide, si el origen de la reflexión es el pixel central de la imagen y la imagen es cuadrada.

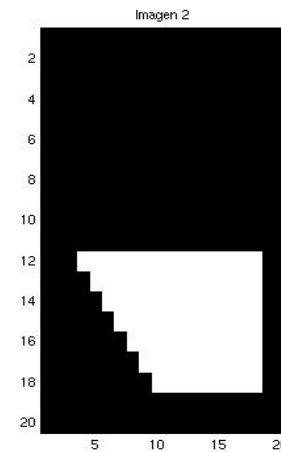
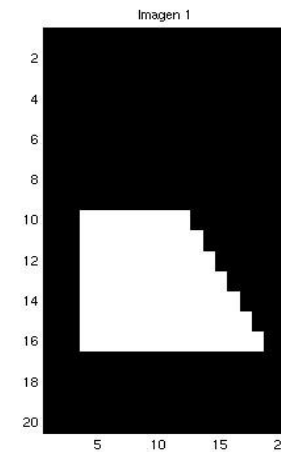
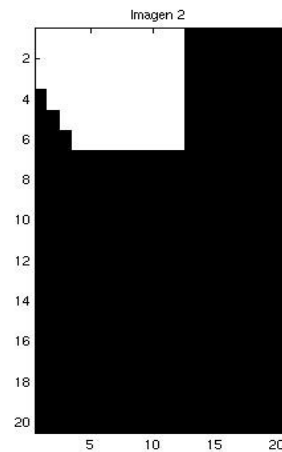
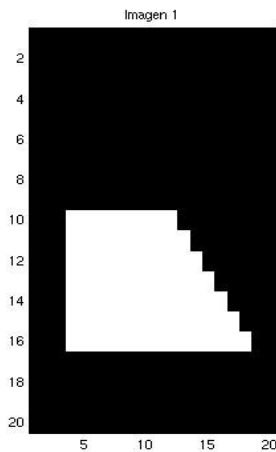
Reflexión

Origen:
(10,10)



Origen:
(5,5)

Origen:
(8,8)



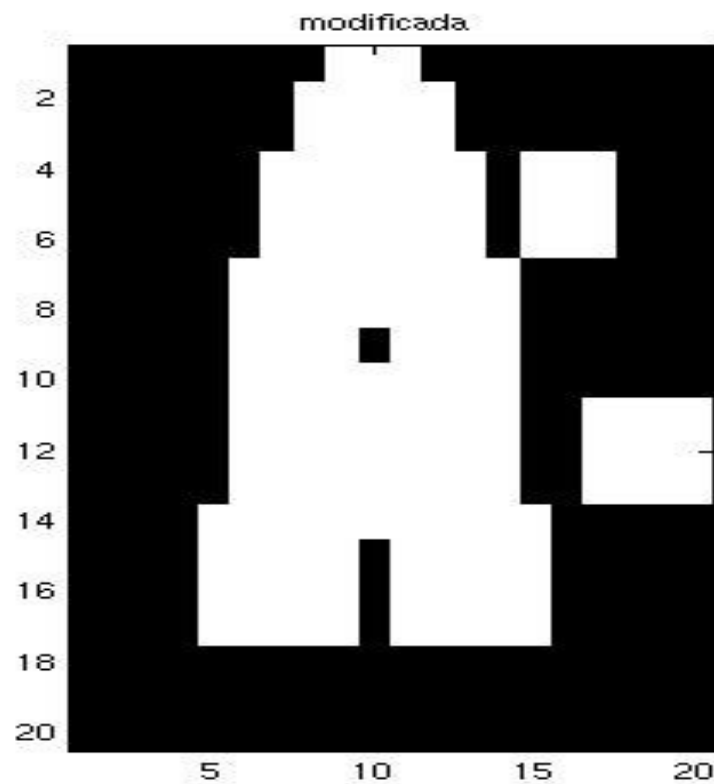
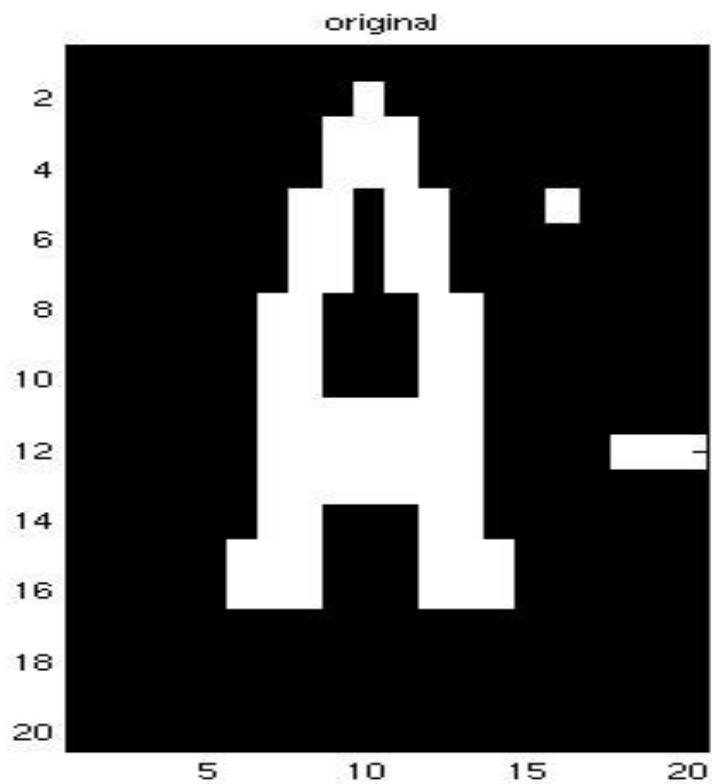
Origen:
(14,11)

Expand

- Expand:

```
EXPAND:[[sigma=  $\sum_{i=1}^8 P_i$ ;  
if (sigma>0) Q0=1;  
else Q0=P0]]
```

Expand



Dilatación

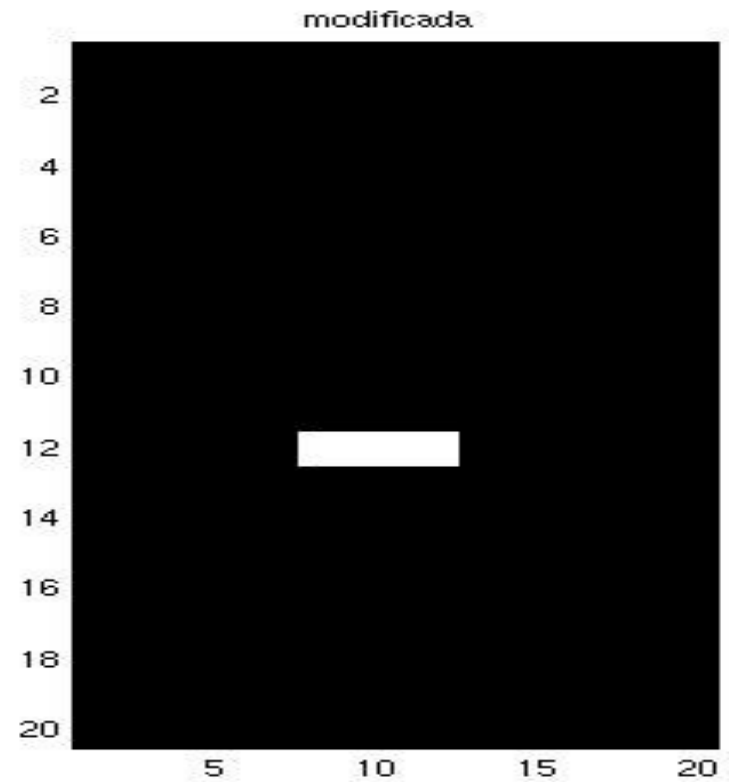
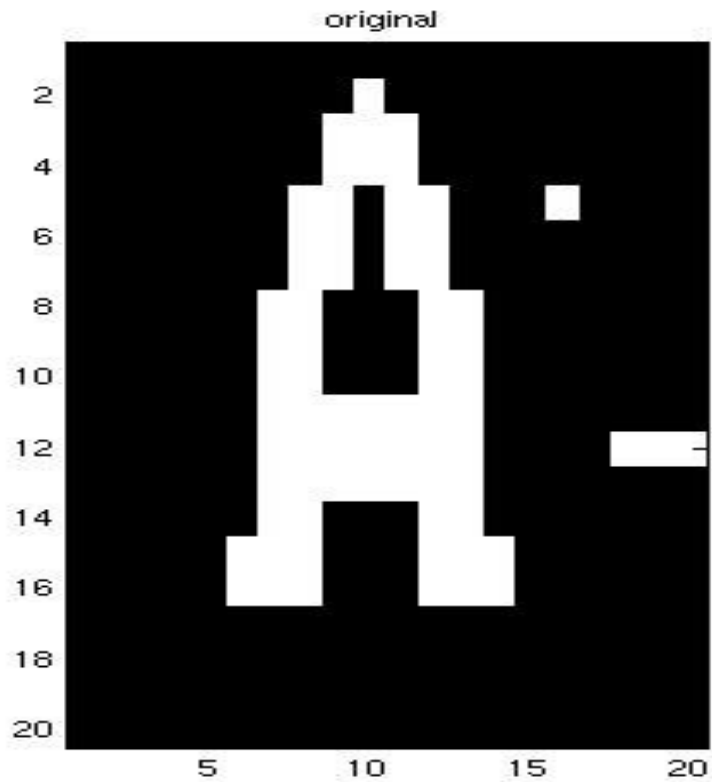
- La operación de **EXPAND** es capaz de:
 - Dilatar objetos,
 - Eliminar el ruido de sal (en fondo blanco) o el de pimienta (en fondo negro).
 - Puede componer “roturas” menores a 3 píxels en objetos
 - Es un caso particular de una operación más general conocida como **dilatación (dilation)**.

Shrink

- Shrink:

```
SHRINK:[[sigma=  $\sum_{i=1}^8 P_i$ ;  
         if (sigma<8) Q0=0;  
         else Q0=P0]]
```


Shrink



Shrink

- La operación de **SHRINK** es capaz de:
 - Adelgazar objetos
 - Eliminar el ruido de sal (en fondo negro) o el de pimienta (en fondo blanco).
 - Es un caso particular de una operación más general conocida como **erosión (erosion)**.

Dilatación y Erosión

Morfología matemática

- En morfología matemática vamos a encontrar 2 operadores fundamentales:
 - **Dilatación**
 - **Erosión**

Operaciones de conjunto de Minkowski

- Adición/Suma:

$$A \oplus B = \bigcup_{\beta \in B} (A + \beta)$$

- Substracción/Resta:

$$A \ominus B = \bigcap_{\beta \in B} (A + \beta)$$

Dilatación

- La **dilatación** coincide con la suma de Minkowski y se define como:

$$A \oplus B = \bigcup_{\beta \in B} (A + \beta)$$

- También se puede expresar como:

$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

Erosión

- La **erosión** se denota por $A \ominus B$ y *casi* coincide con la resta de Minkowski:

 Reflexión

$$A \ominus (-B) = \bigcap_{\beta \in B} (A - \beta)$$

- También se puede expresar como:

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

Morfología matemática

- Observe que se necesita de un conjunto B
 - Al conjunto B se le llama **máscara** o **structuring element**
 - Este conjunto “*no era necesario*” en las operaciones **expand** y **shrink**

Morfología matemática

- El **structuring element**, o máscara es a la morfología matemática como la **máscara del filtro** de convolución lo es al filtrado espacial.
- Intentar erosionar o dilatar sin especificar una máscara es como intentar filtrar sin tener un filtro.

Morfología matemática

- La máscara determina cuánto se dilata o se erosiona
 - Distintas máscaras dan lugar a distintos resultados

Morfología matemática

- Note, que por la definición de las operaciones de dilatación y erosión, esta máscara no se aplica igual en ambos casos
 - La misma máscara aplicada a la operación de dilatación y de erosión dará resultados distintos

Algunas Máscaras

	1	

Máscara Identidad

Hay autores que usan 0s en las posiciones no utilizadas (i.e. Gonzalez y Woods) y otros autores que prefieren dejar las posiciones en blanco (i.e. Davies). Realmente es irrelevante.

Algunas Máscaras

1		

	1	

Máscaras de desplazamiento

	1	

		1

Algunas Máscaras

- **Nota Importante:** Las máscaras Identidad y desplazamiento (o en general toda aquella con un único elemento) al aplicarlas con la operación de **erosión** producen resultados **no correctos**, o cuando menos similares a los de dilatación.

Algunas Máscaras

1	1	

	1	
	1	

Máscaras
asimétricas

	1	
	1	

	1	1

Producen un engorde
o adelgazamiento en
una determinada
dirección

Algunas Máscaras

	1	
1		1
	1	

1	1	1
1		1
1	1	1

Máscaras
isotrópicas para
4 y 8 vecinos

	1	
1	1	1
	1	

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Esta es
posiblemente
la más usada

Dilatación

Máscara usada:

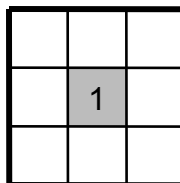


Imagen 1

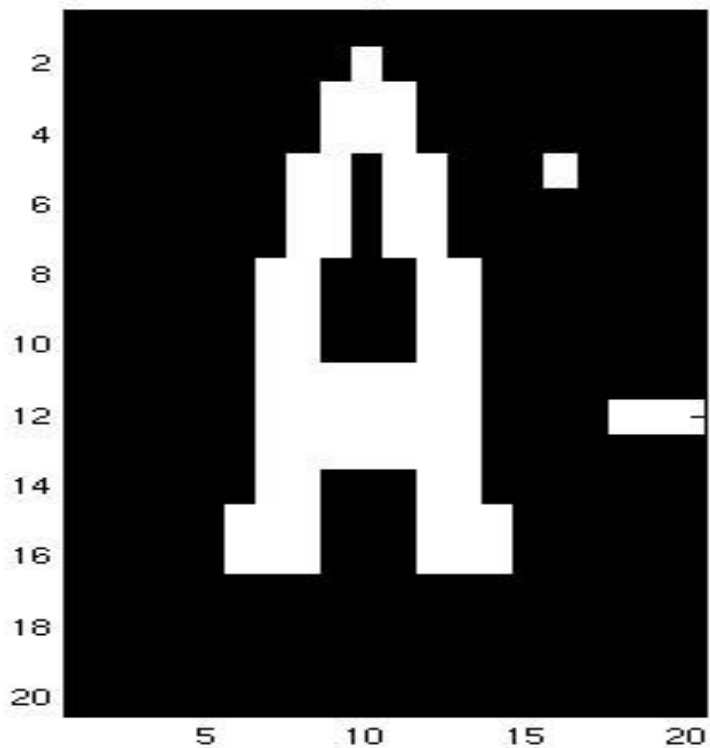
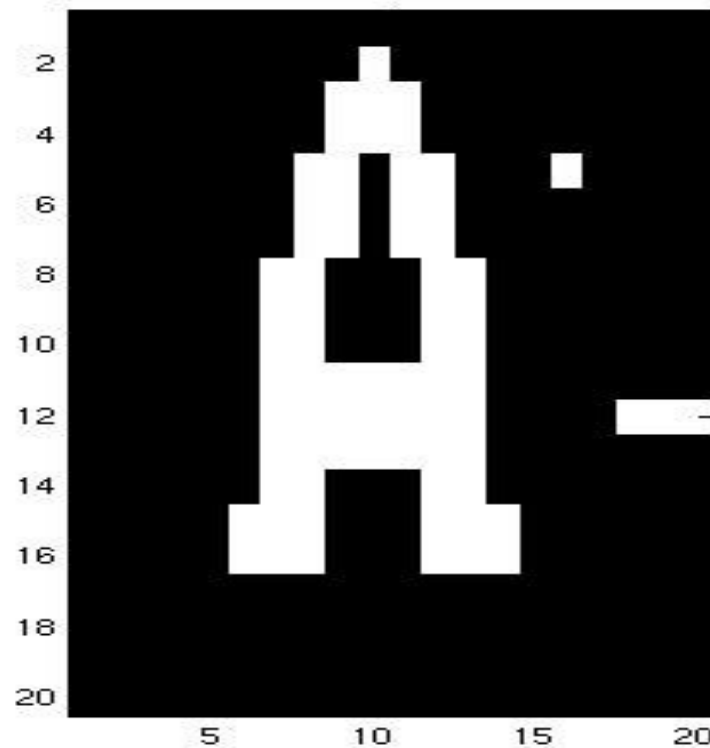


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

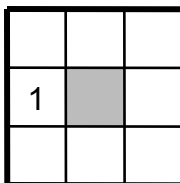


Imagen 1

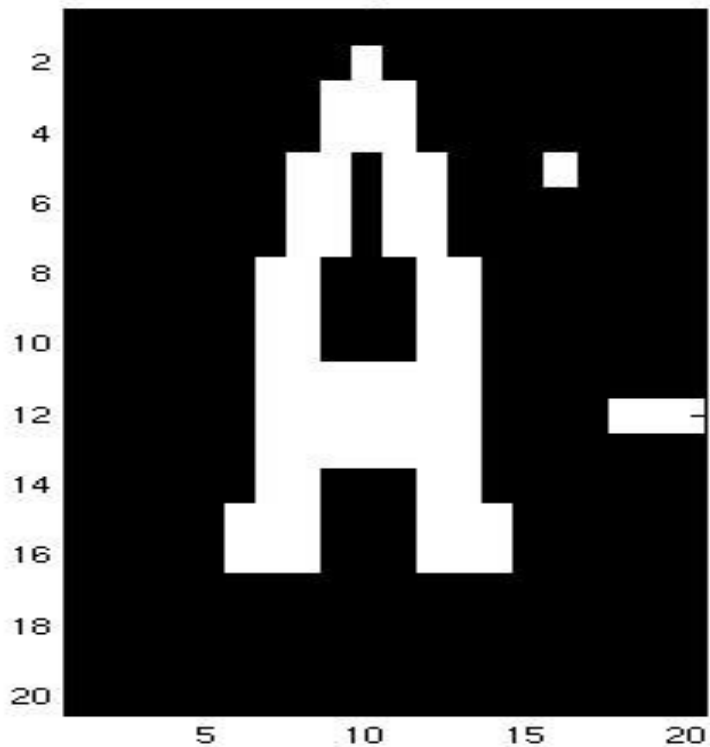
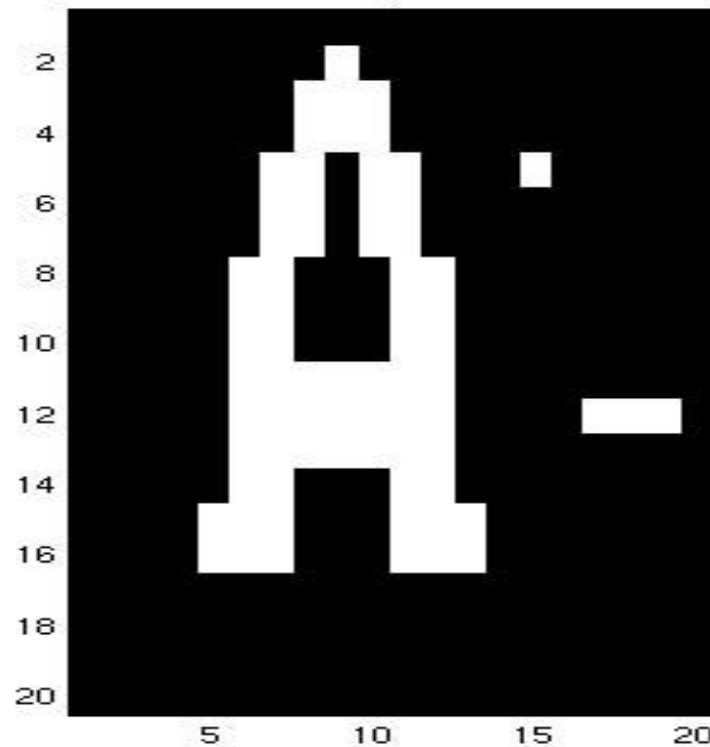


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

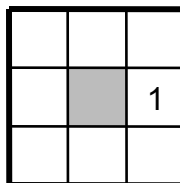


Imagen 1

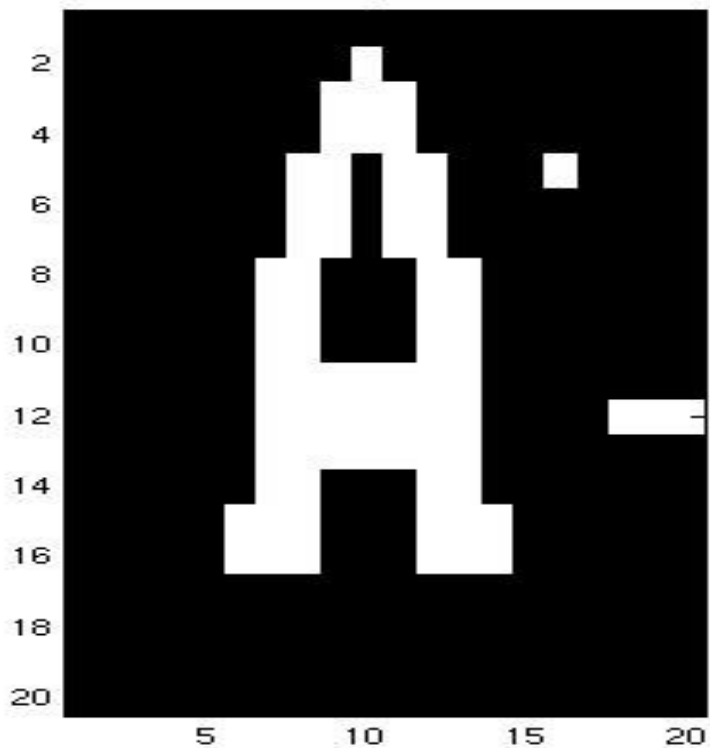
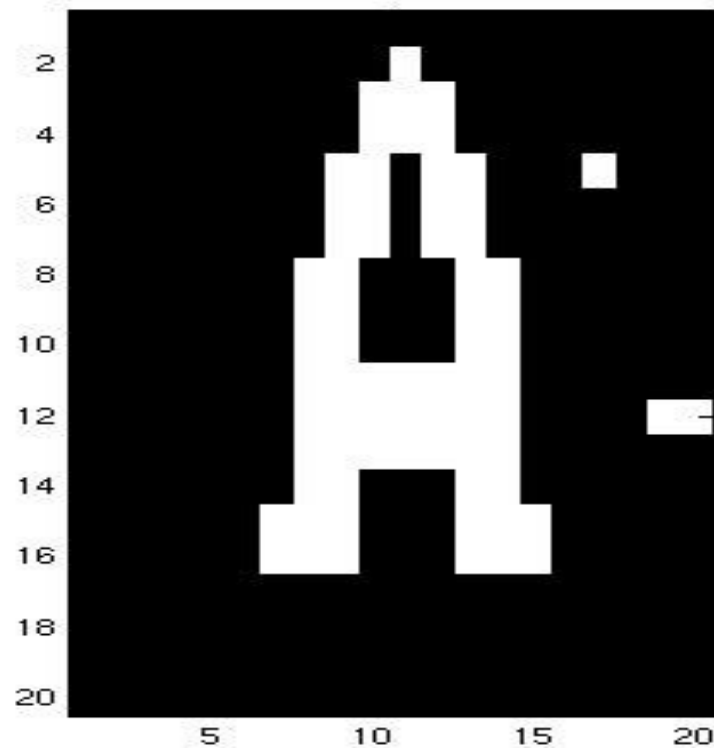


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

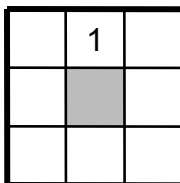


Imagen 1

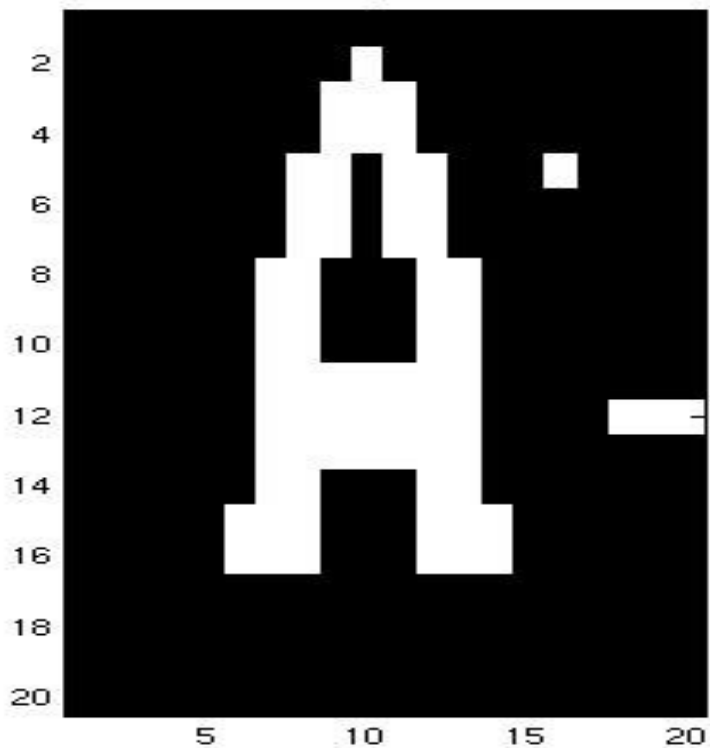
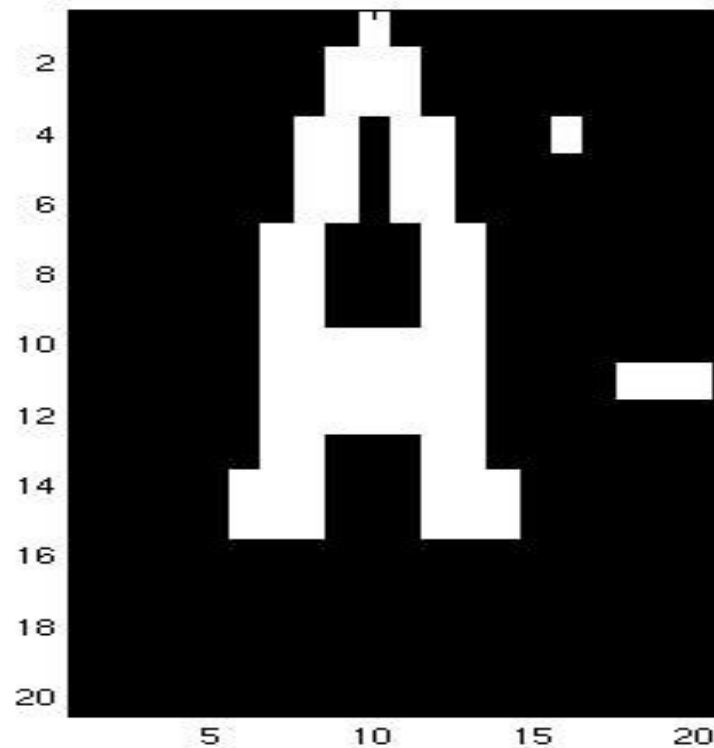


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

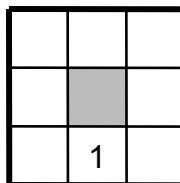


Imagen 1

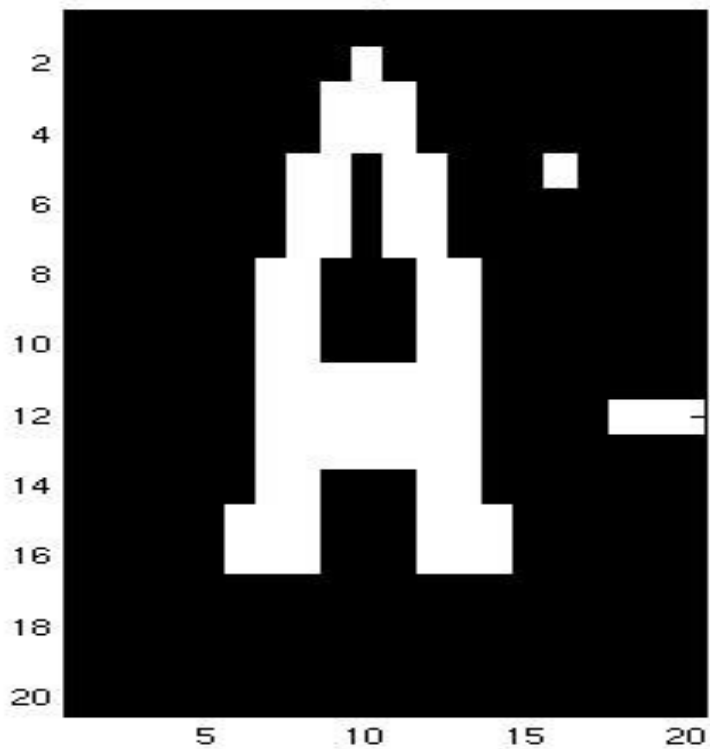
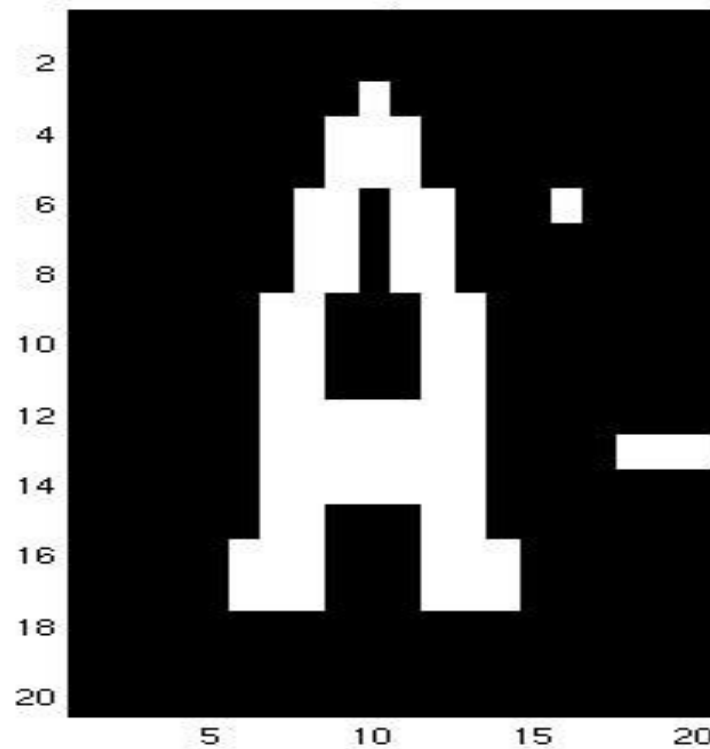


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

1	1	

Imagen 1

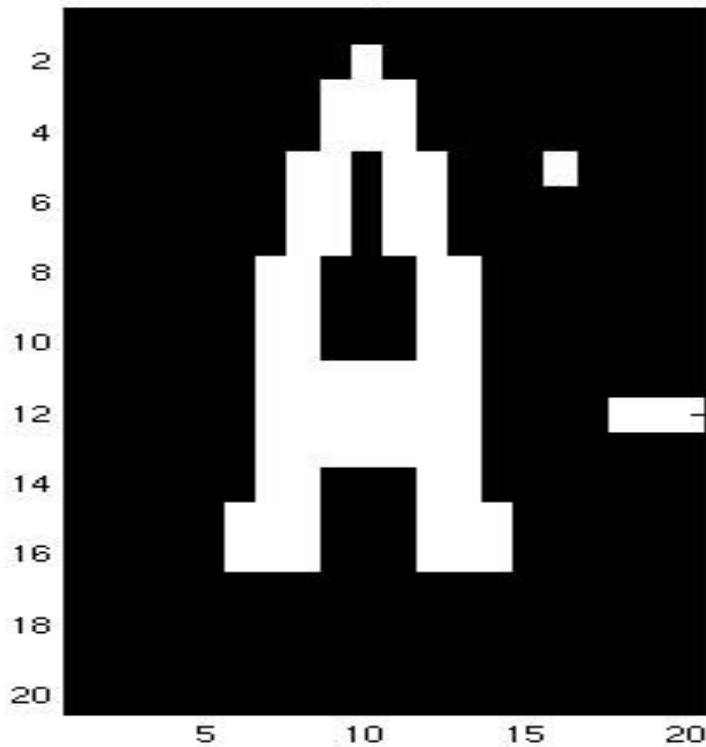
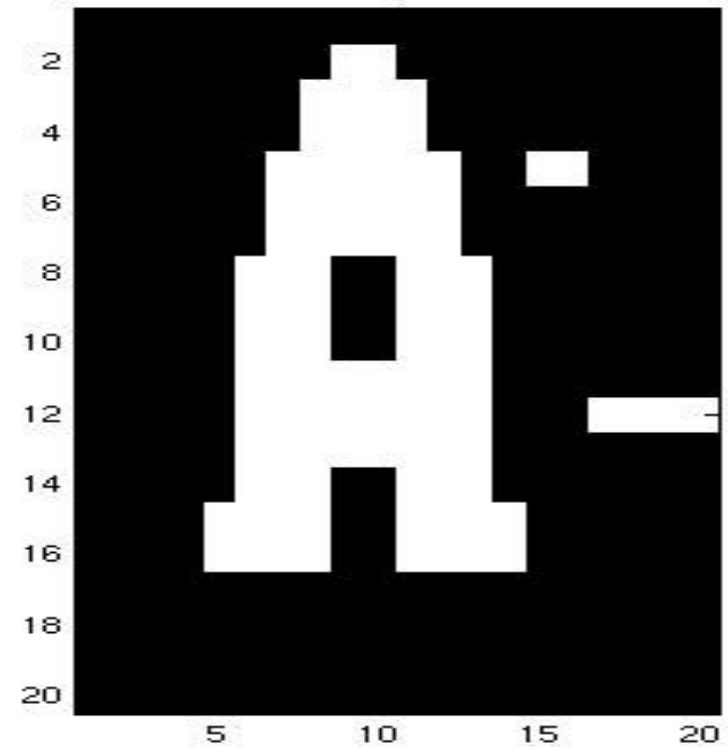


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

	1	1

Imagen 1

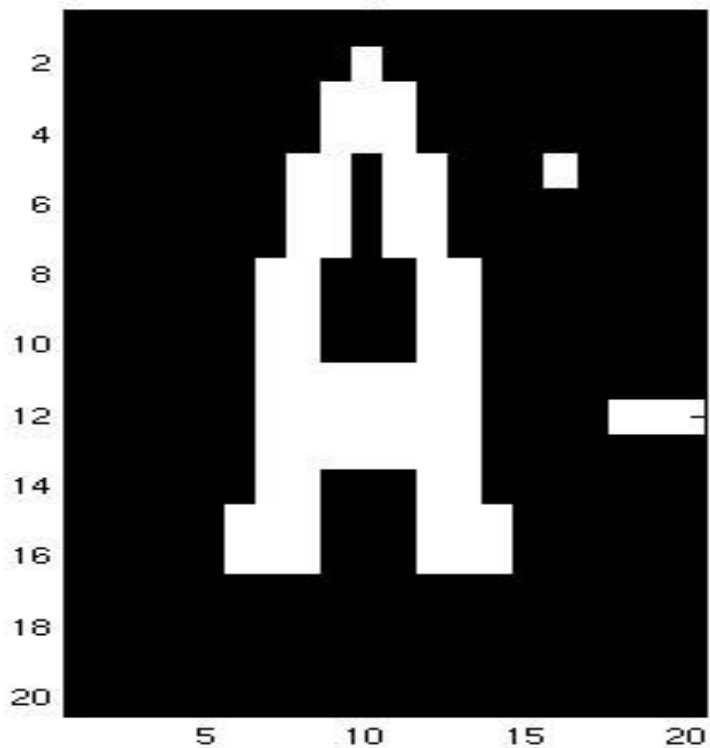
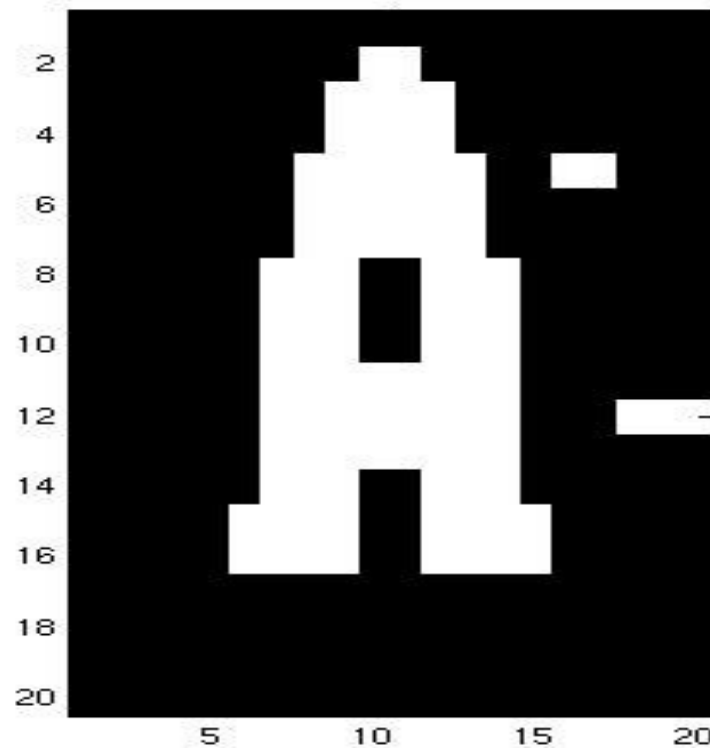


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

	1	
	1	

Imagen 1

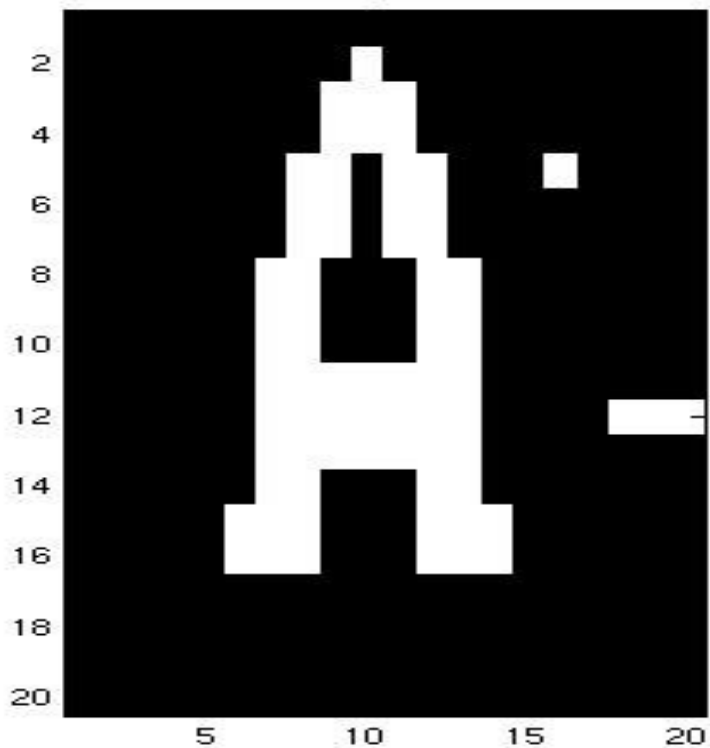
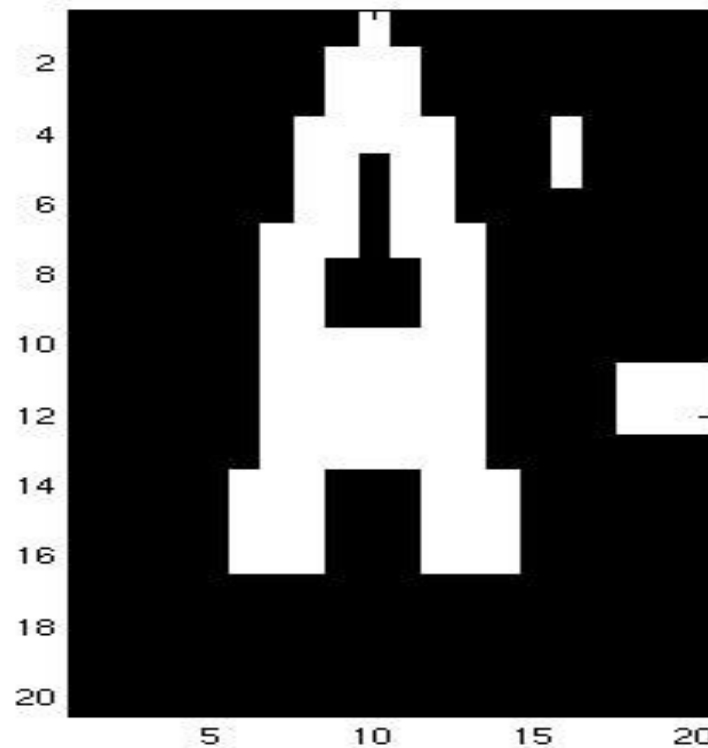


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

	1	
	1	

Imagen 1

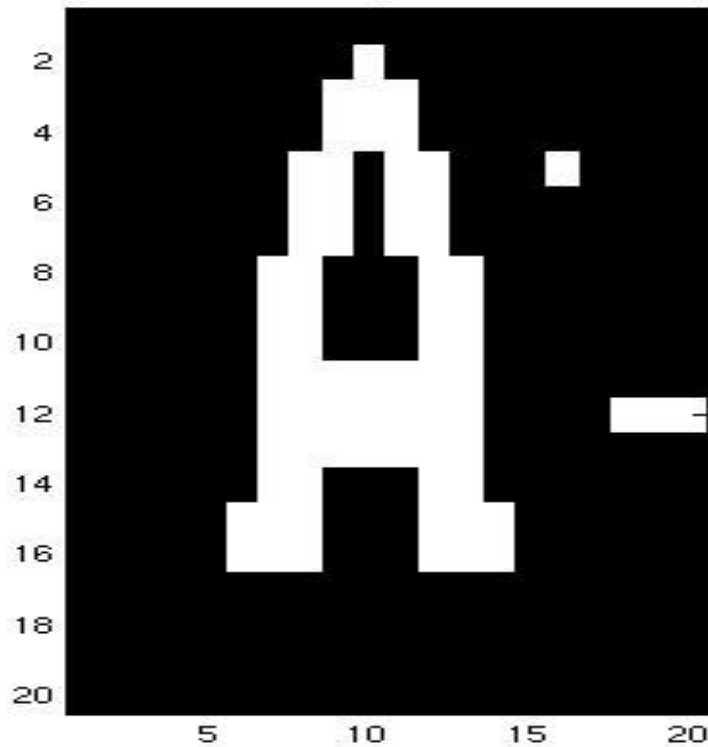
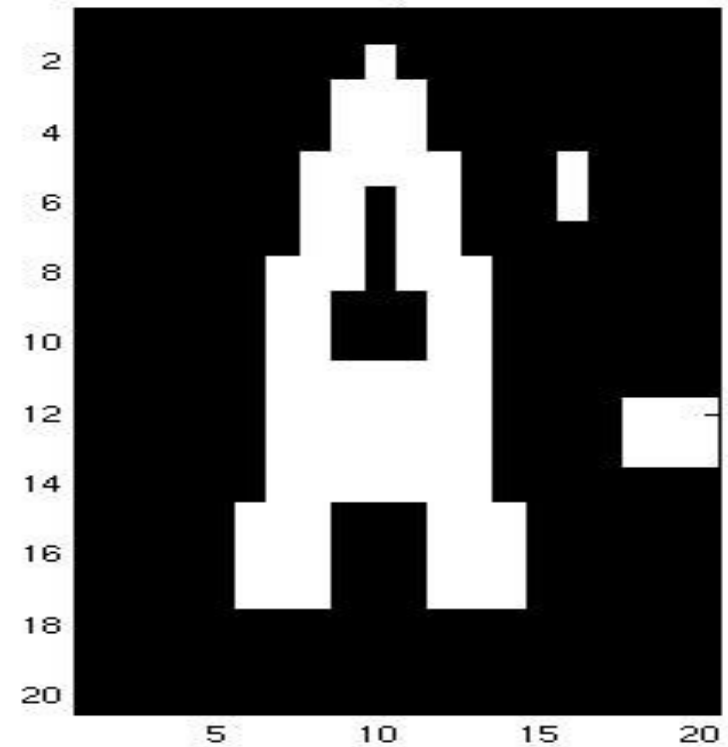


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

	1	
1	1	1
	1	

Imagen 1

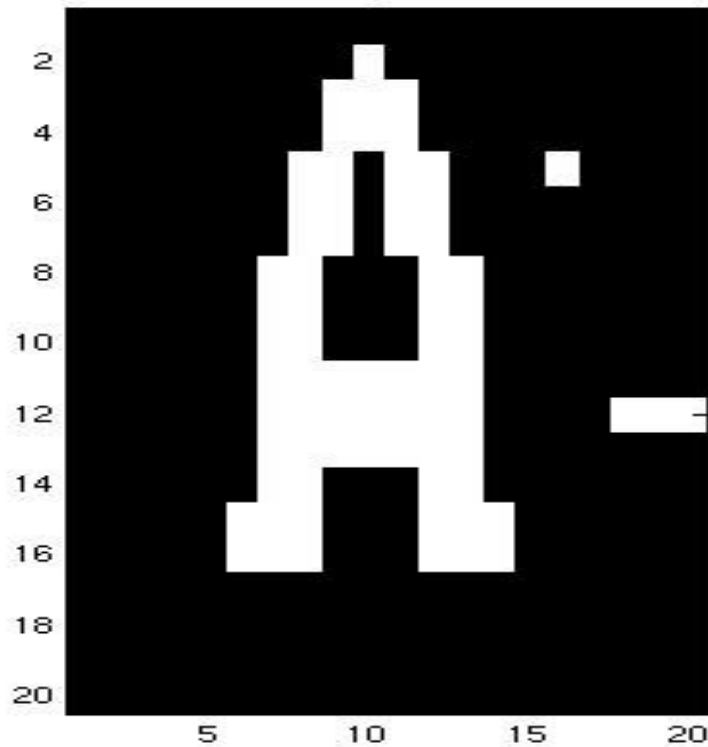
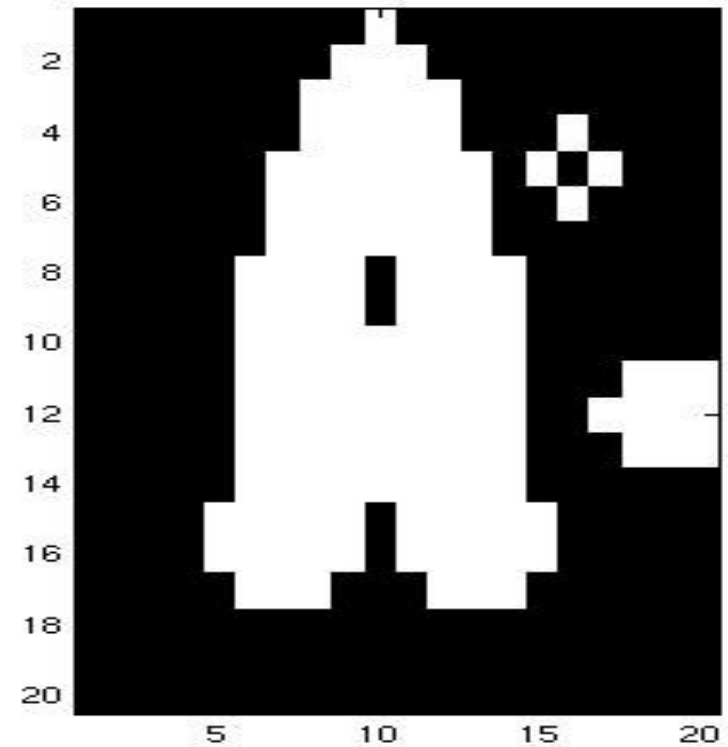


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

	1	
1	1	1
	1	

Imagen 1

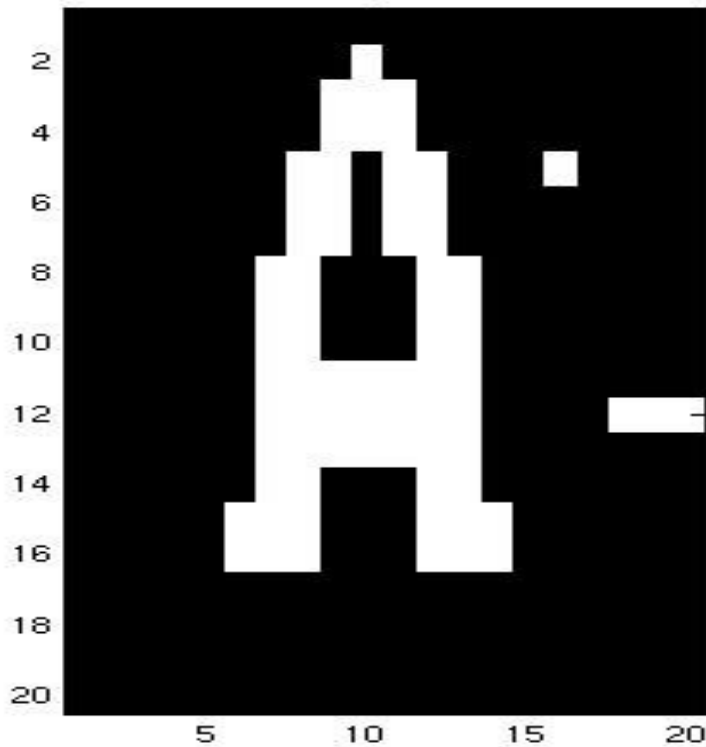
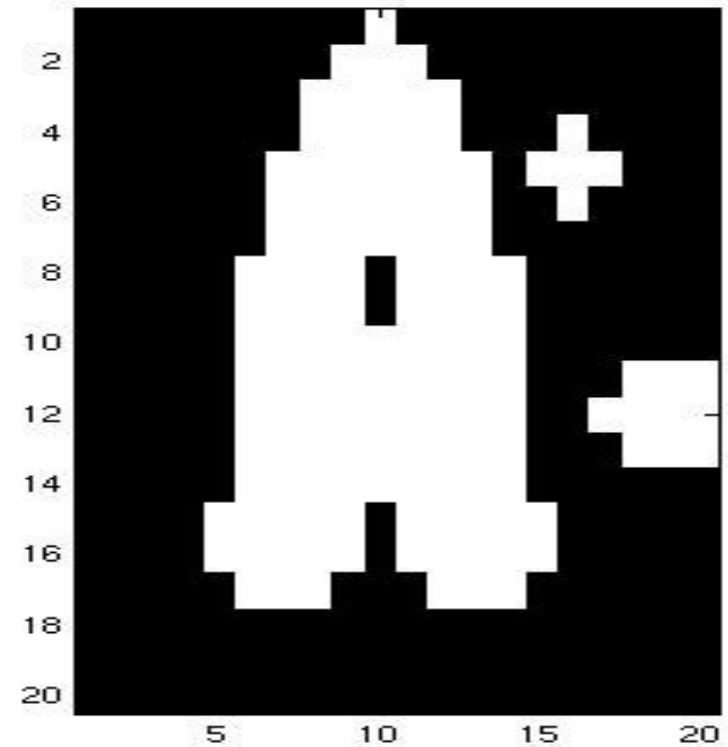


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

1	1	1
1		1
1	1	1

Imagen 1

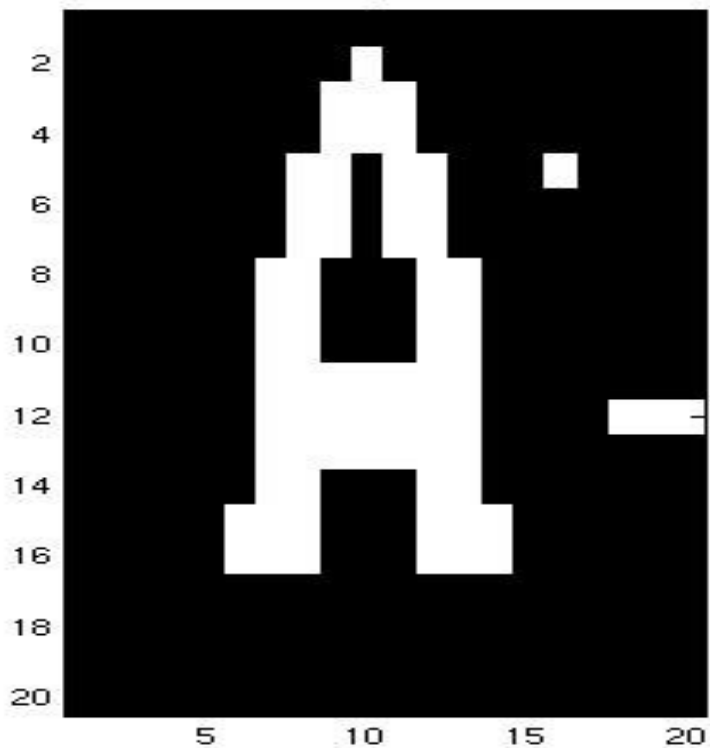
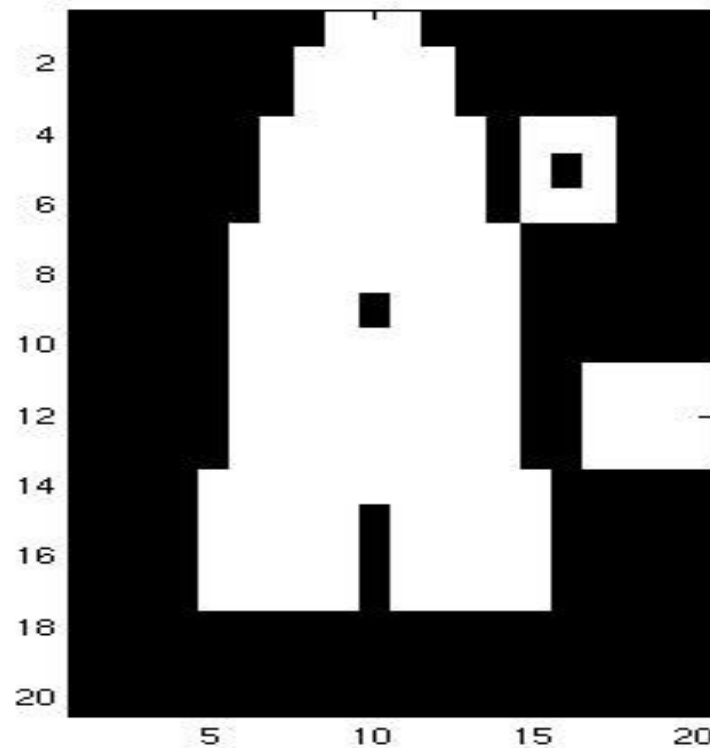


Imagen 2



Dilatación

Máscara usada:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Este se corresponde con la operación expand

Imagen 1

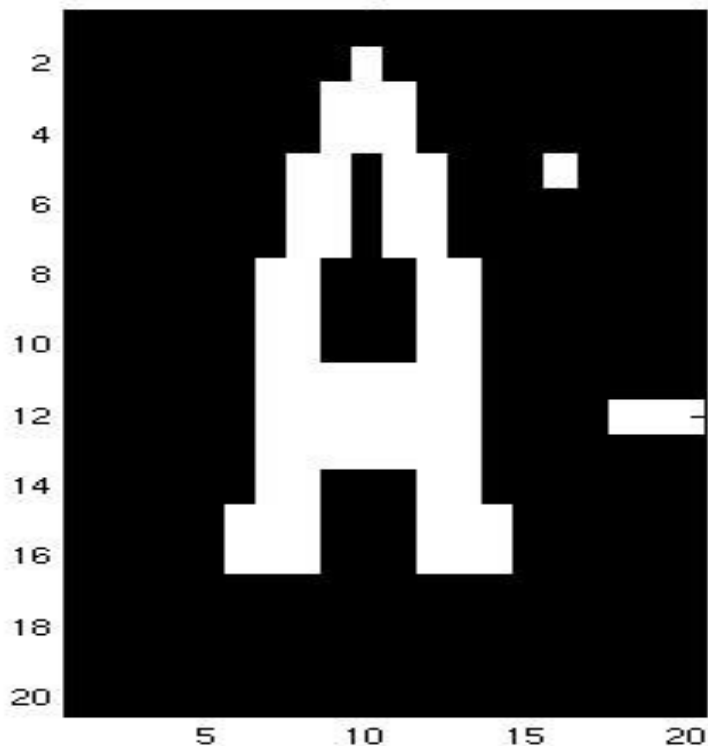
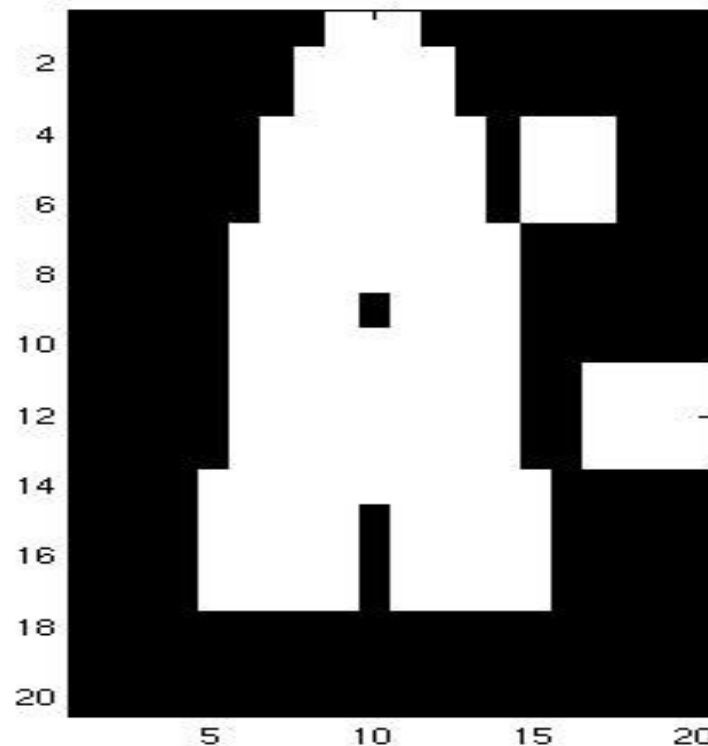


Imagen 2

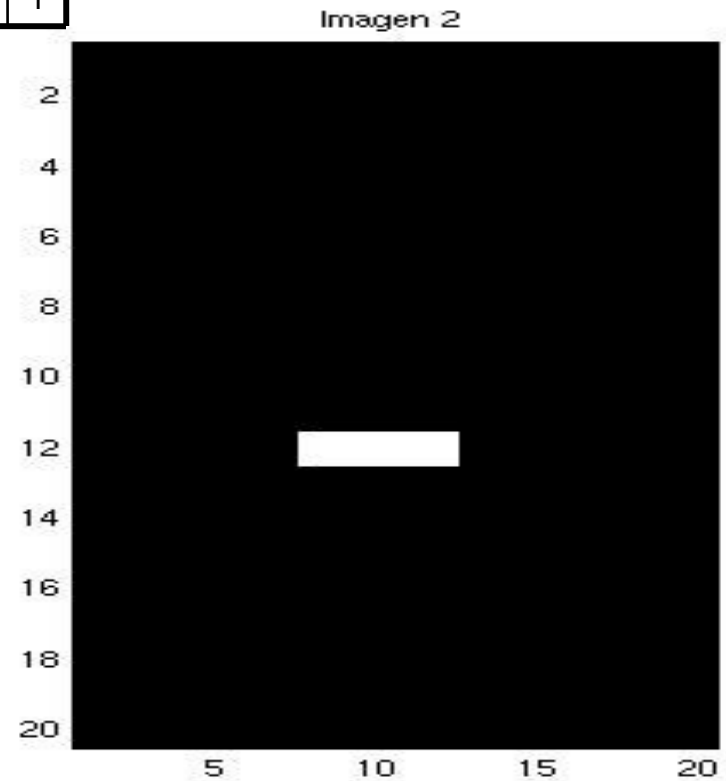
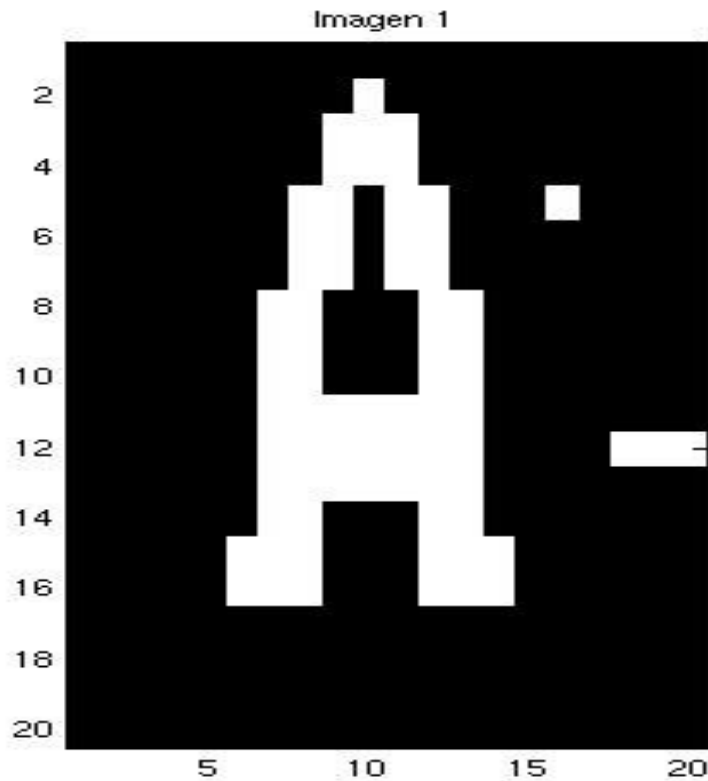


Erosión

Máscara usada:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Este se corresponde con la operación shrink



Erosión

Máscara usada:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Imagen 1

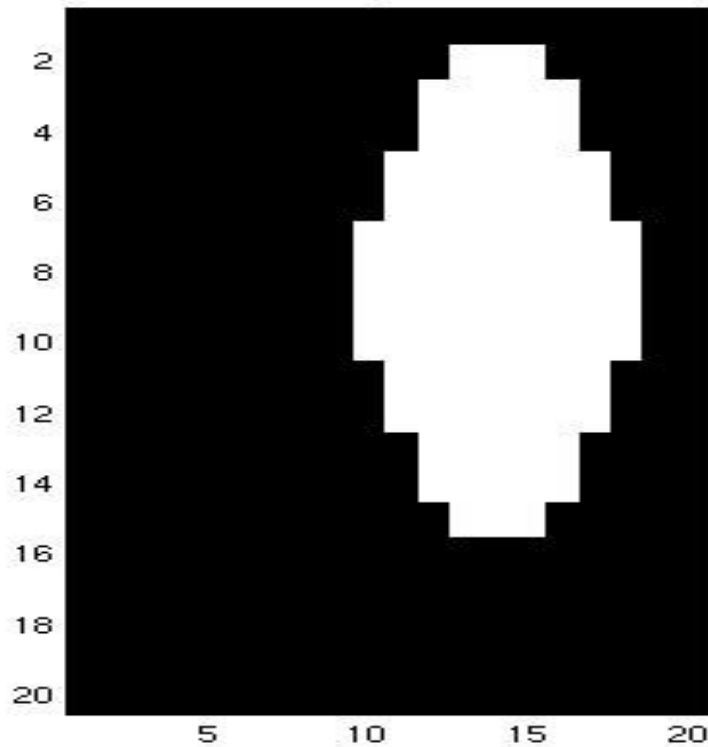
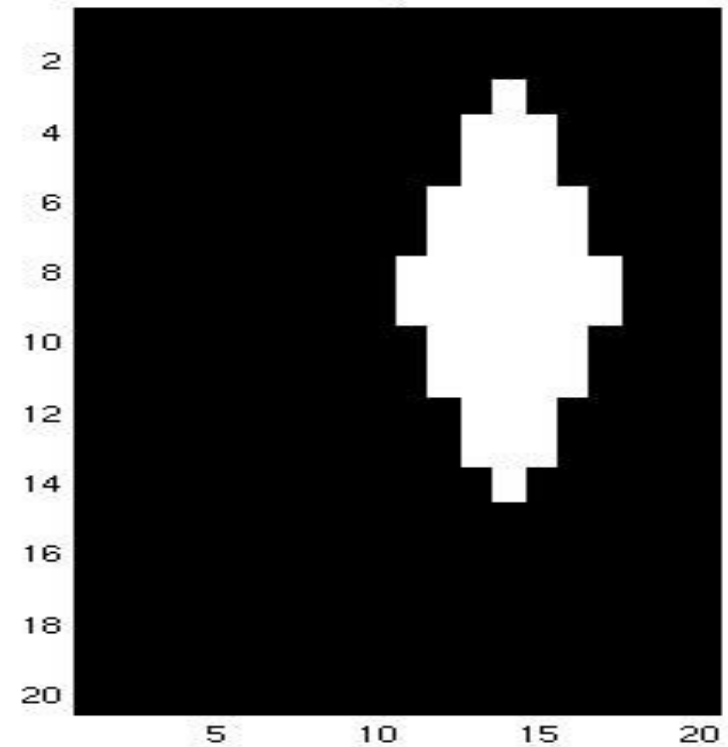


Imagen 2



Erosión

Máscara usada:

	1	
1	1	1
	1	

Imagen 1

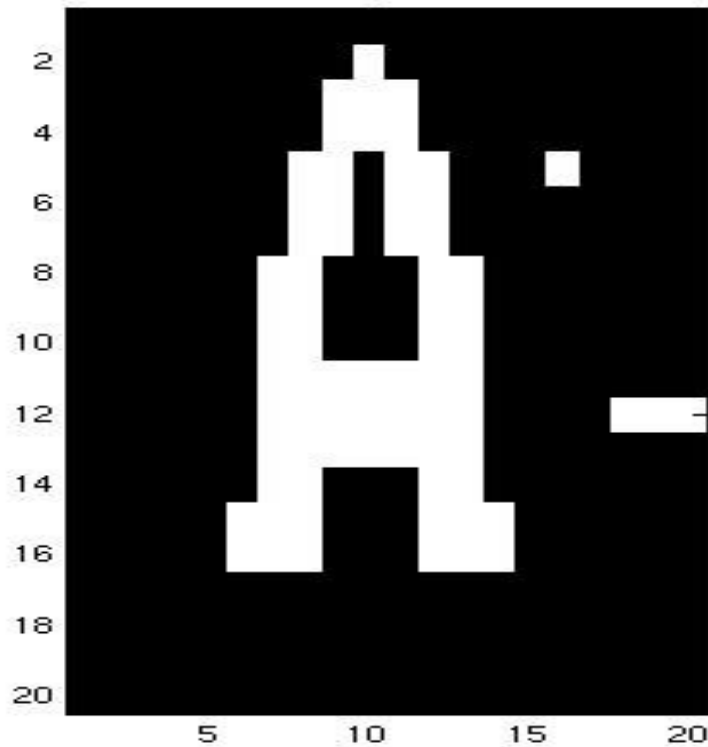
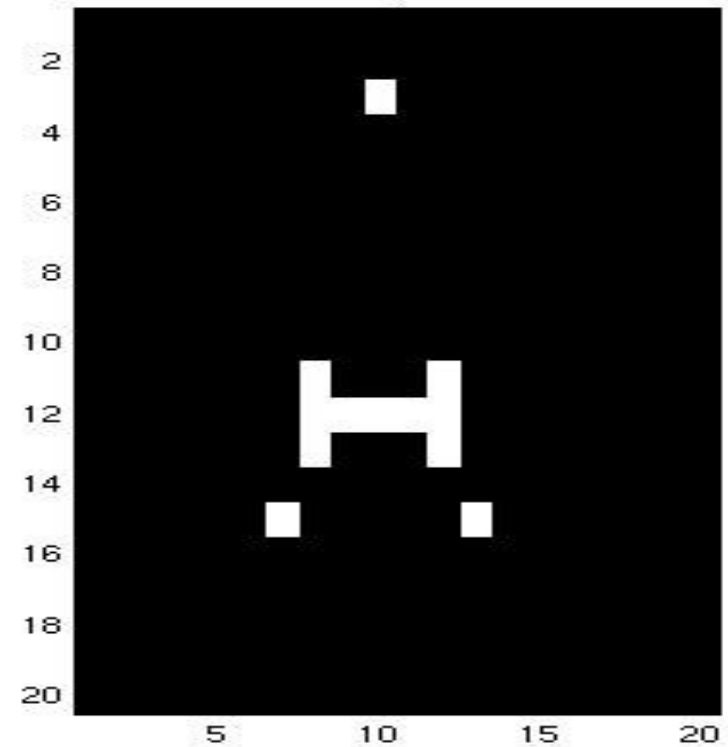


Imagen 2



Erosión

Máscara usada:

1	1	

Imagen 1

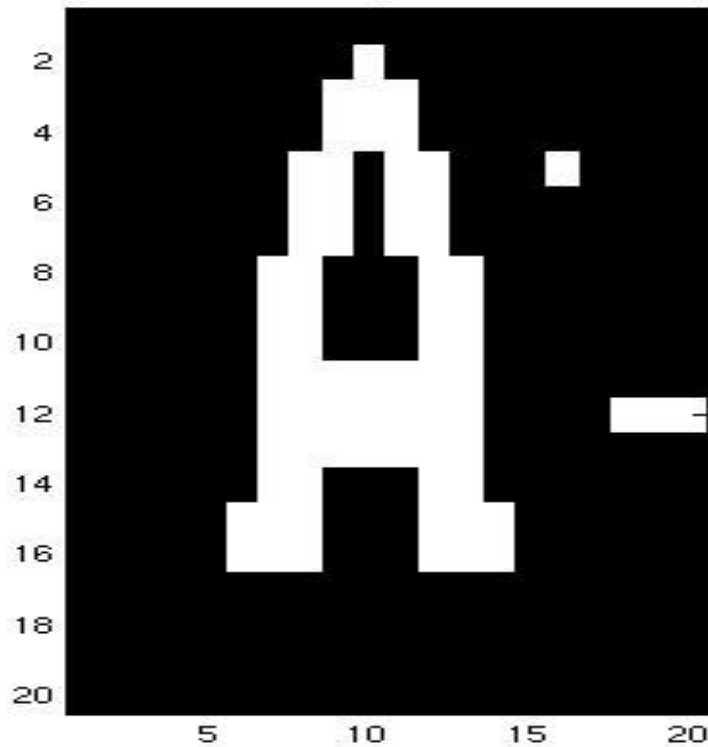
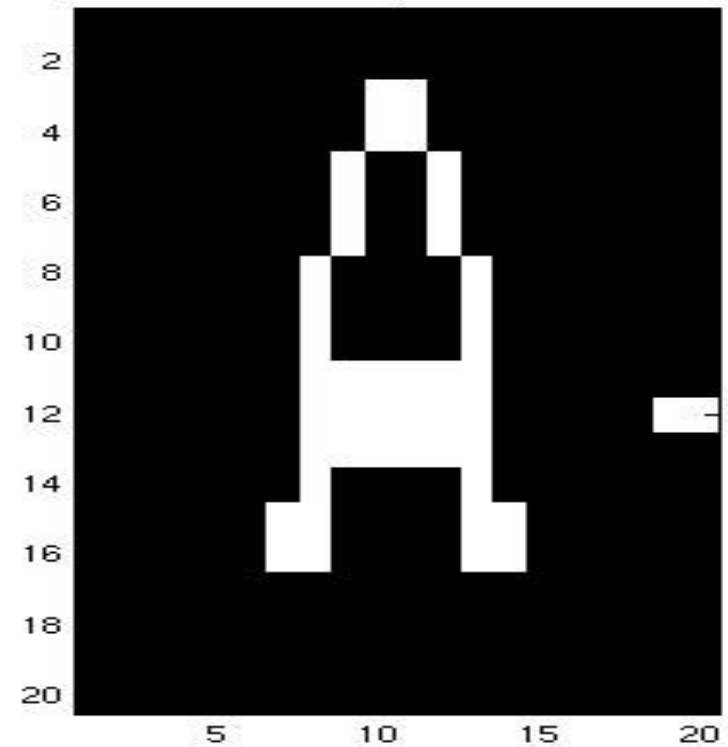


Imagen 2



Erosión

Máscara usada:

	1	1

Imagen 1

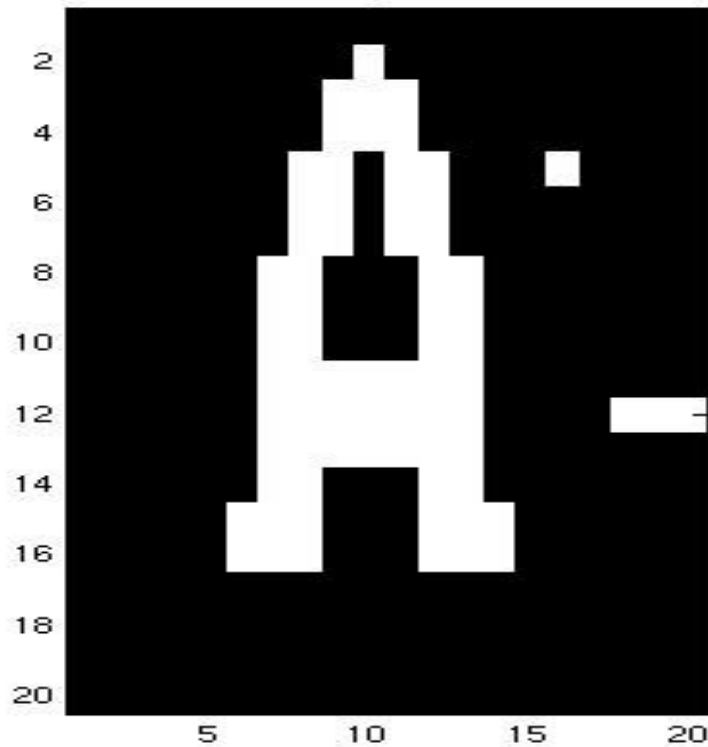
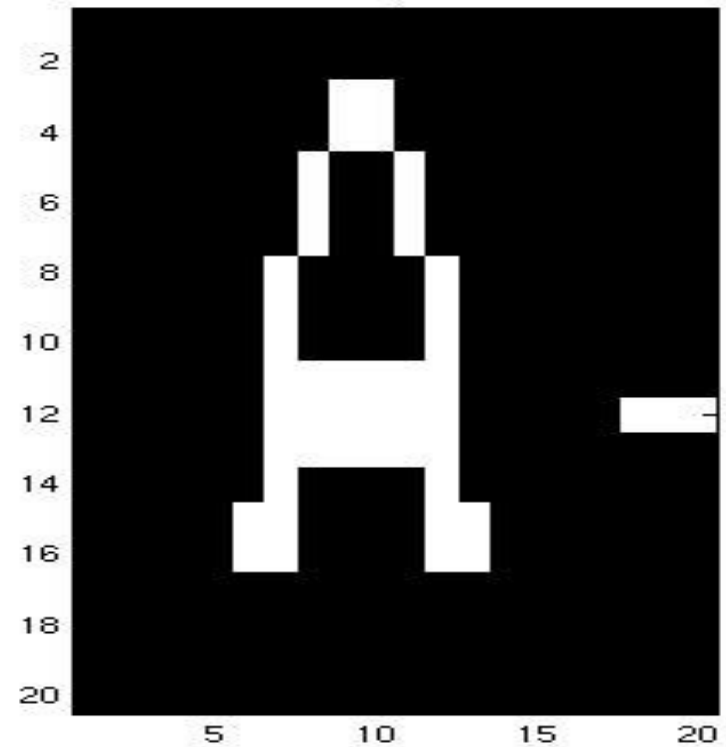


Imagen 2



Erosión

Máscara usada:

	1	
	1	

Imagen 1

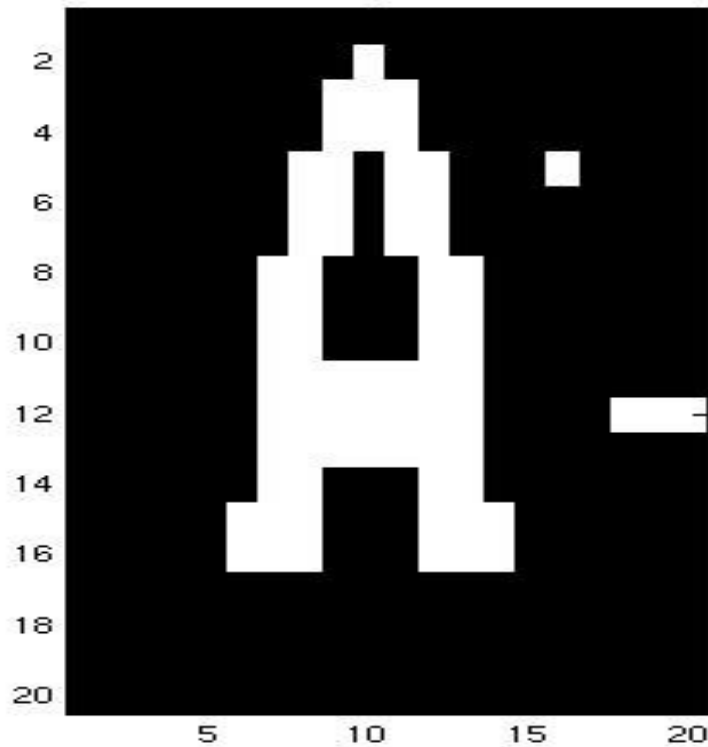
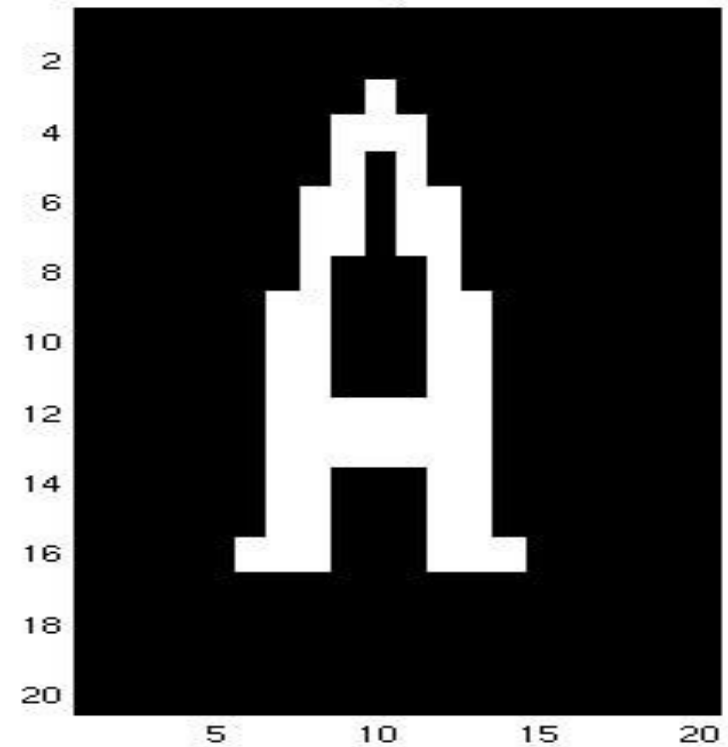


Imagen 2



Erosión

Máscara usada:

	1	
	1	

Imagen 1

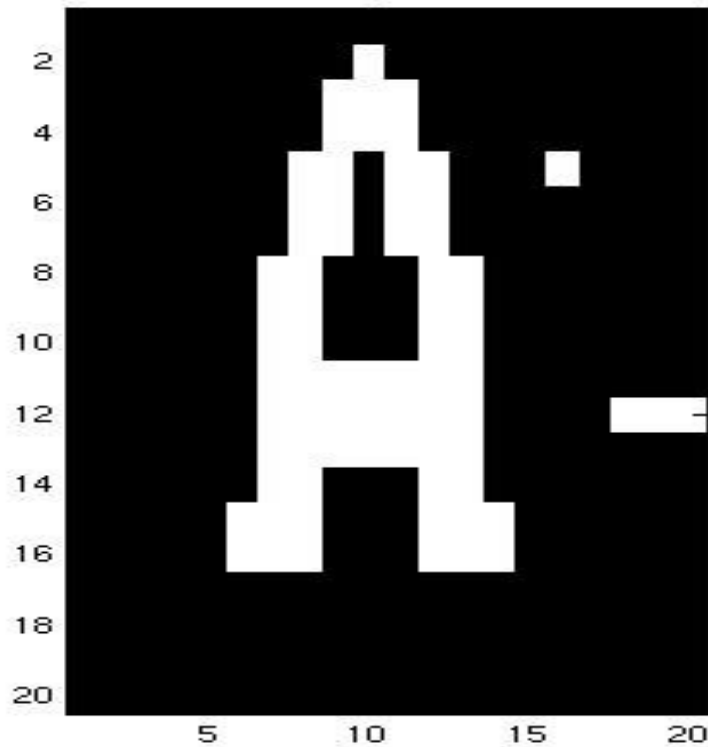
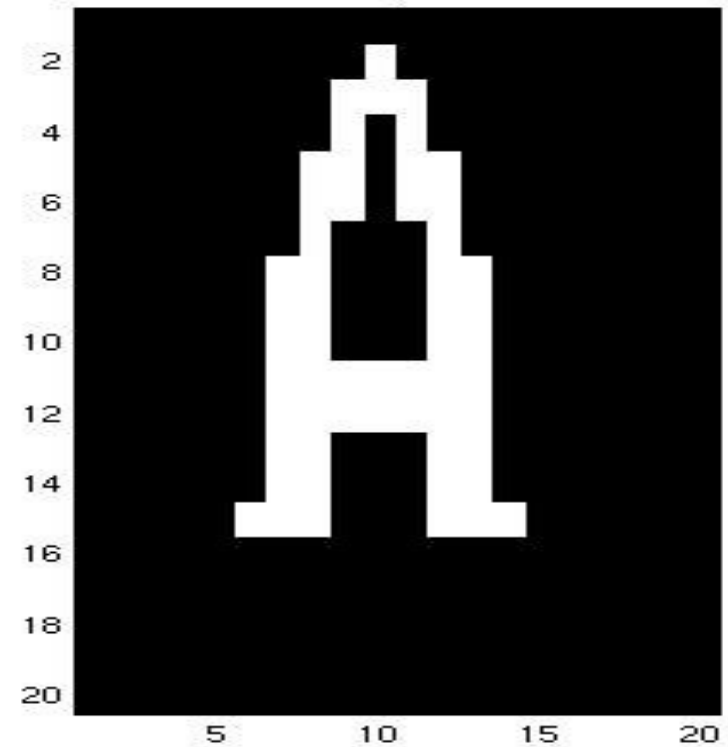


Imagen 2



Erosión y Dilatación

- La erosión **NO** es lo contrario de la dilatación:

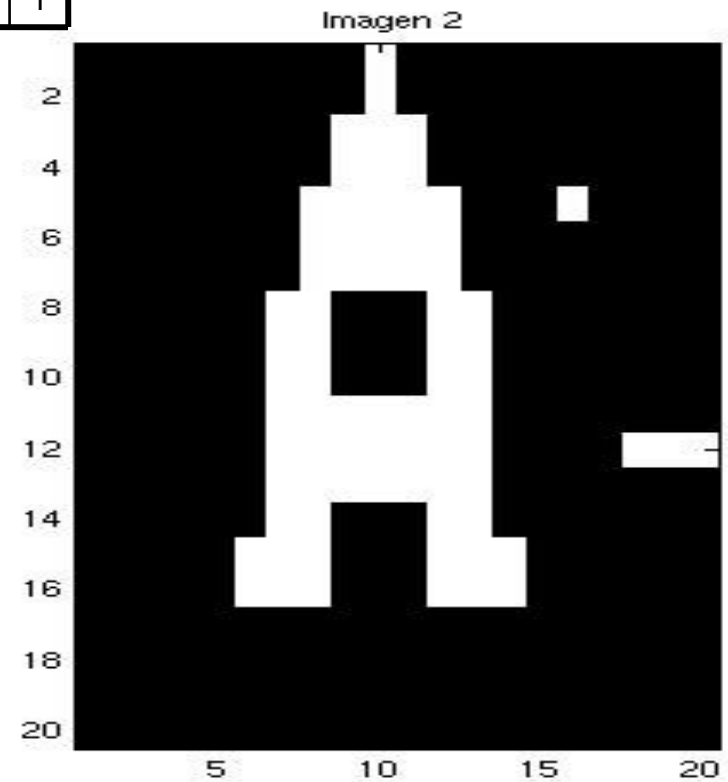
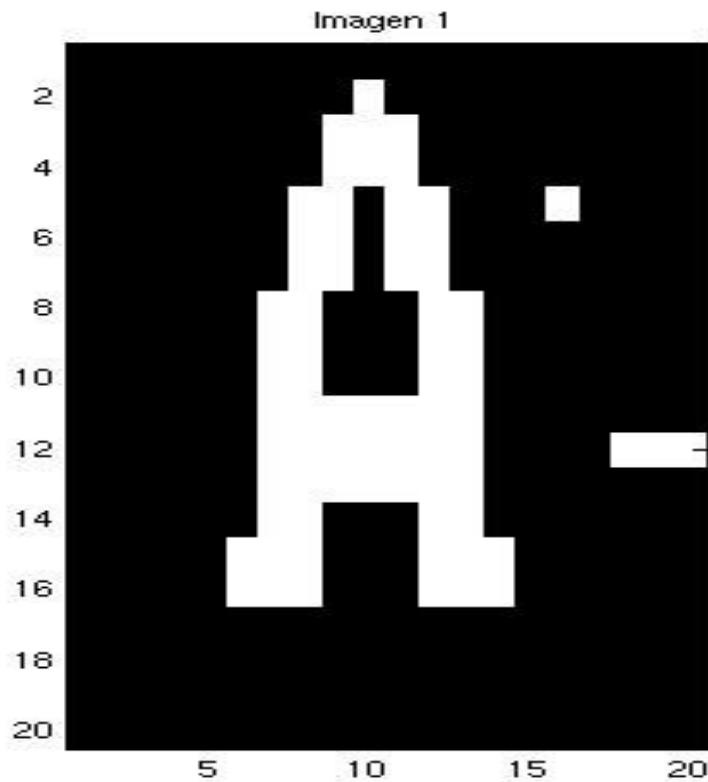
Erosión(Dilatación(A)) \neq A

Dilatación(Erosión(A)) \neq A

Erosión tras Dilatación

Máscara usada:

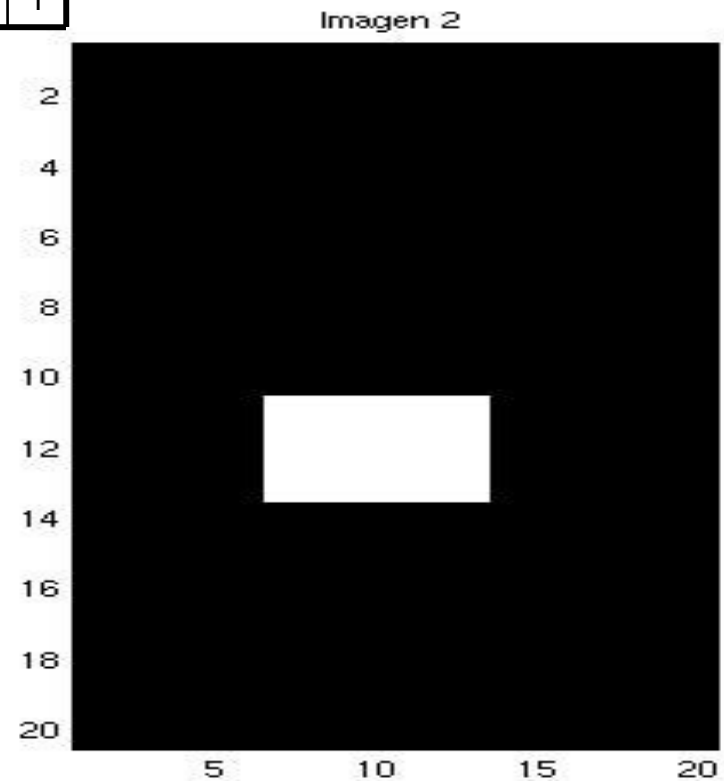
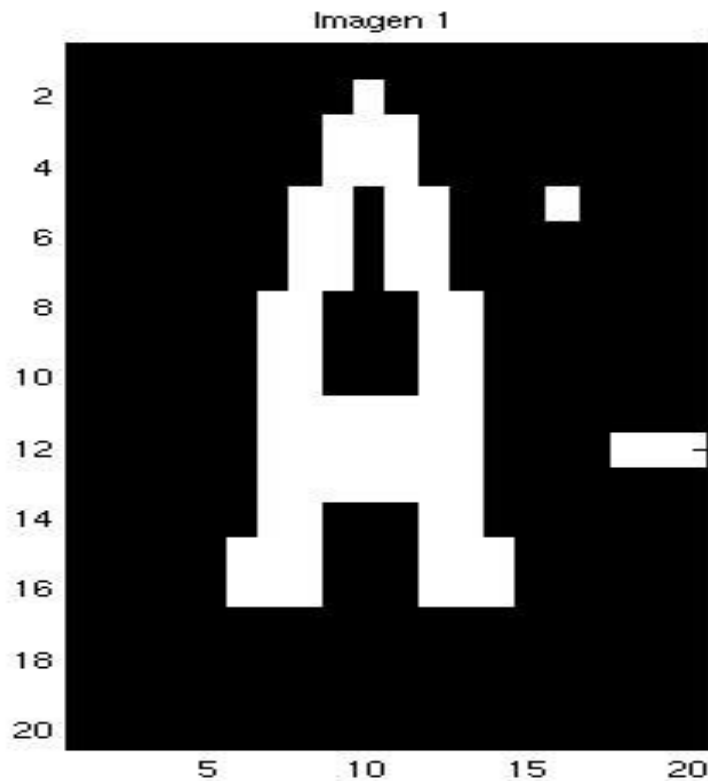
1	1	1
1	1	1
1	1	1



Dilatación tras Erosión

Máscara usada:

1	1	1
1	1	1
1	1	1



Erosión y Dilatación

- Las máscaras no tienen por que ser de 3x3, ni siquiera tienen que ser *simétricas*.

Erosión y Dilatación

- Las máscaras no tienen por que ser de 3x3, ni siquiera tienen que ser *simétricas*.
- Desafortunadamente la implementación de la Erosión y Dilatación no es tan trivial como su definición matemática...especialmente la erosión.

Erosión y Dilatación

- Se le sugiere al alumno que investigue acerca de las propiedades de estas dos operaciones
- Un buen sitio para empezar:

<http://www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip-Morpholo.html>

Polarización de la imagen

- La polarización de la imagen se refiere a la relación fondo-imagen.
- Una misma operación de erosión, puede resultar en una operación de dilatación si equivocamos la polarización.

Polarización de la imagen

- Polarización incorrecta:
 - Se pasó la imagen directamente a la operación de erosión
 - Se aprecia un efecto de dilatación

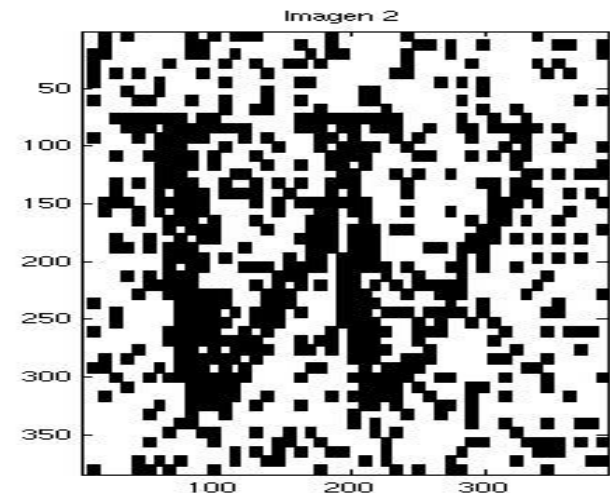
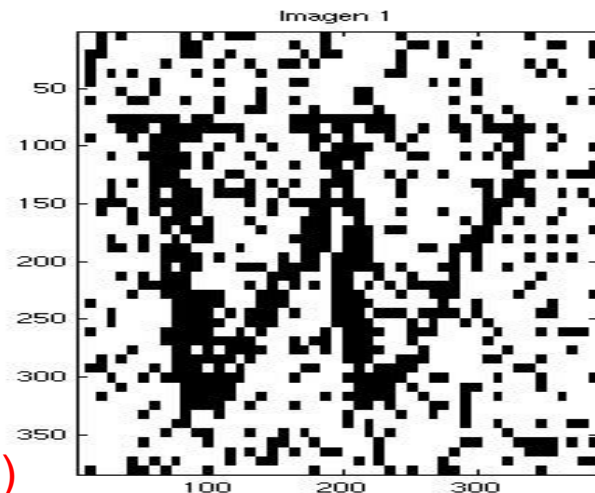


Imagen original de la
Univ. de Warwick (UK)

Polarización de la imagen

- Polarización correcta:
 - Al ser fondo blanco, se invirtió la imagen antes de la erosión
 - El resultado de la erosión se volvió a invertir para su correcta visualización

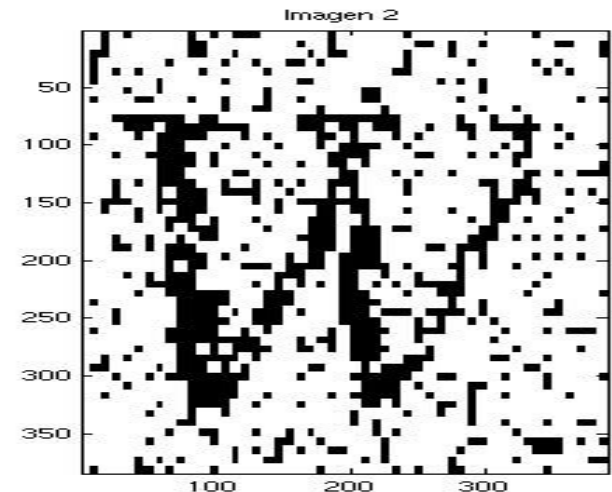
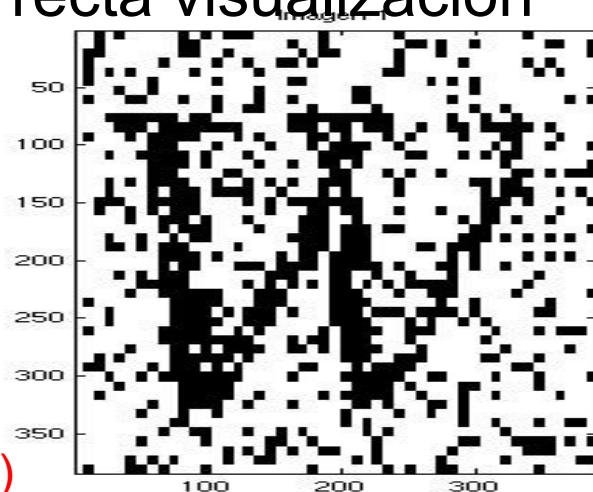


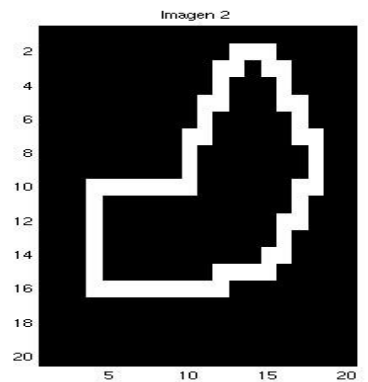
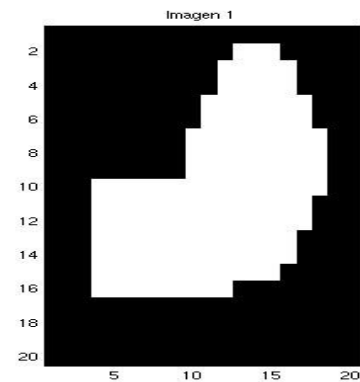
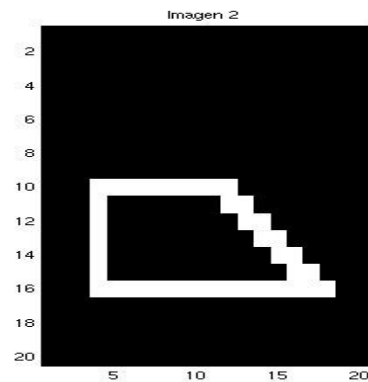
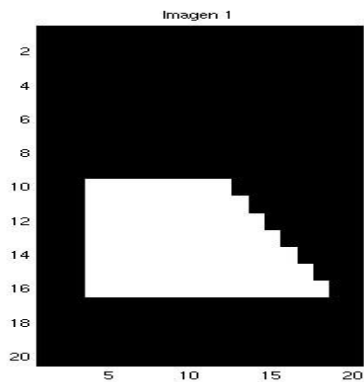
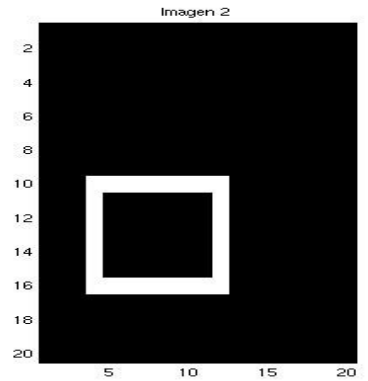
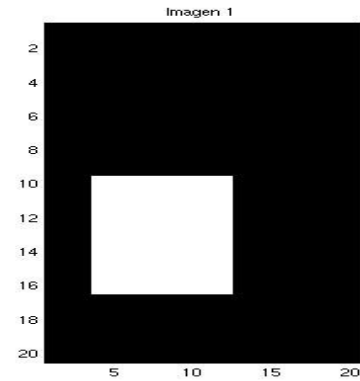
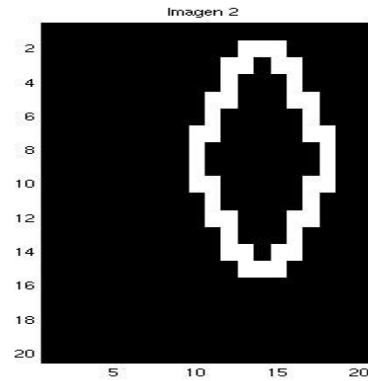
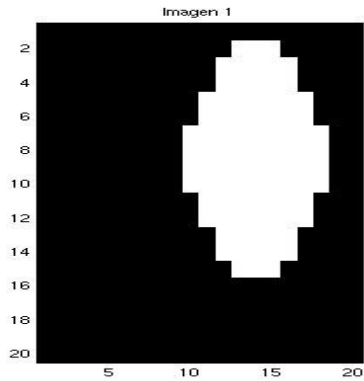
Imagen original de la Univ. de Warwick (UK)

Detección de bordes

- La **detección de bordes** en imágenes binarias es trivial con el uso de la operación de erosión

$$A - (A \ominus B)$$

Detección de bordes



II. Apertura y Clausura

Apertura y Clausura

- **Apertura:**

$$\begin{aligned} A \circ B &= (A \ominus B) \oplus B \\ &= \bigcup \{(B)_z \mid (B)_z \subseteq A\} \end{aligned}$$

- **Clausura:**

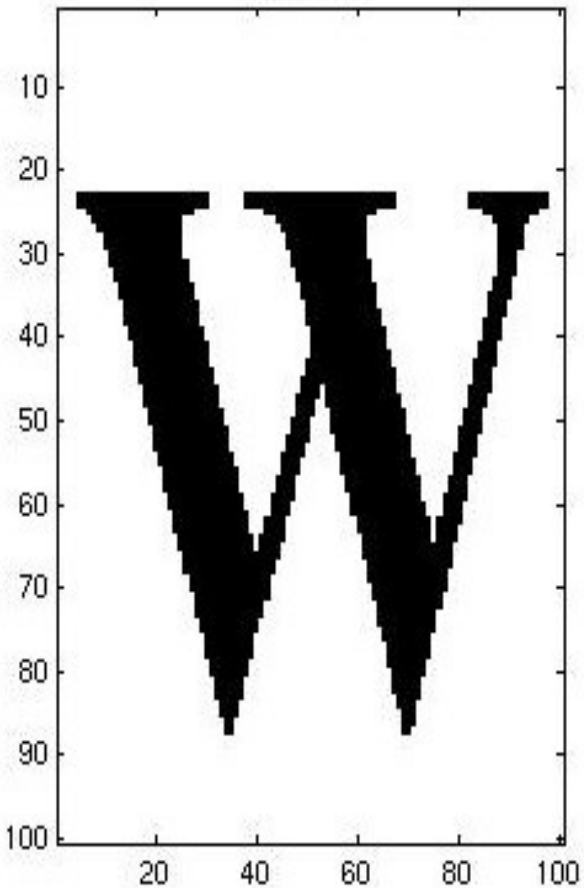
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Apertura

- La **apertura** es capaz de:
 - Eliminar ruido de pimienta
 - Disminuir protuberancias
 - Eliminar o disminuir pelos

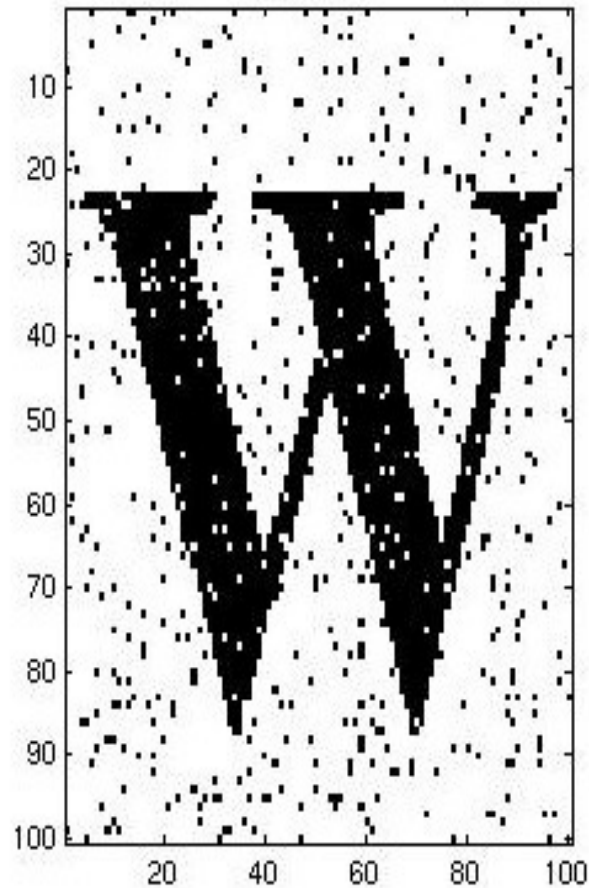
Apertura

Imagen 1



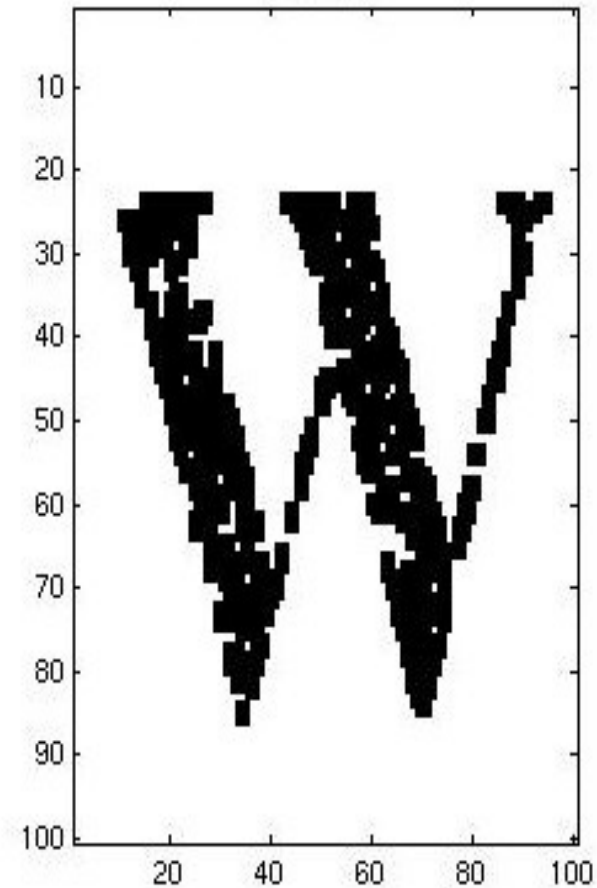
29/11/07

Imagen 2



Héctor Alejandro Montes

Imagen 3



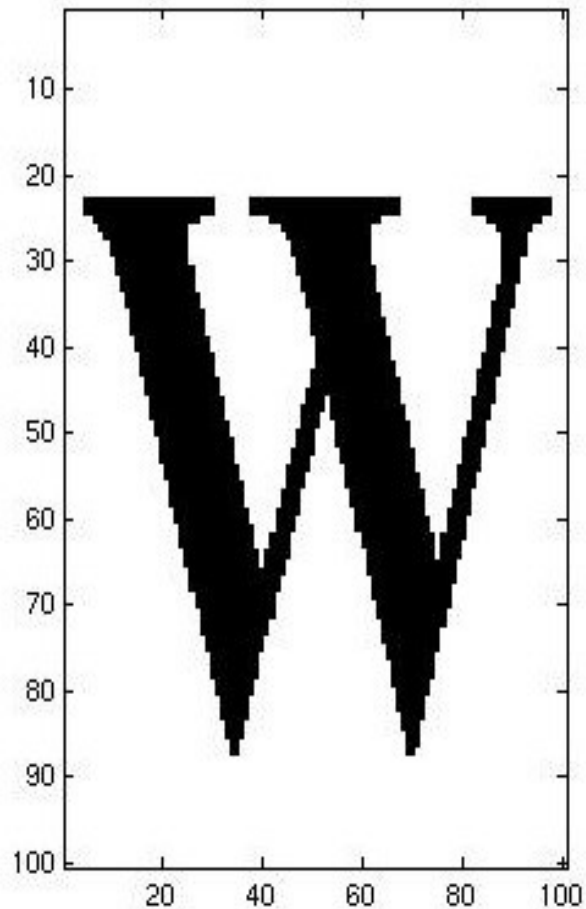
76

Clausura

- La **clausura** es capaz de:
 - Eliminar ruido de sal
 - Disminuir las “roturas” de objetos
 - Eliminar, disminuir o rellenar canales, pequeños hoyos y/o concavidades

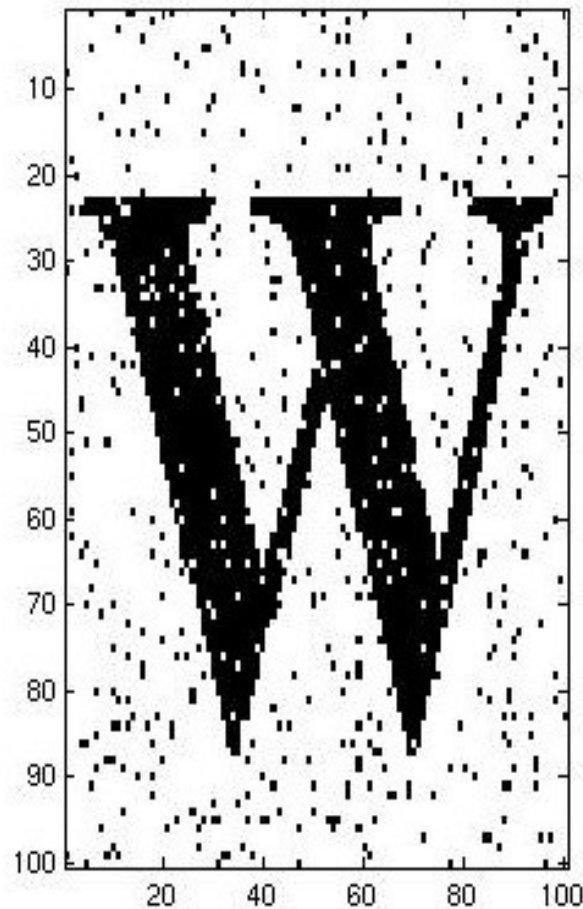
Clausura

Imagen 1



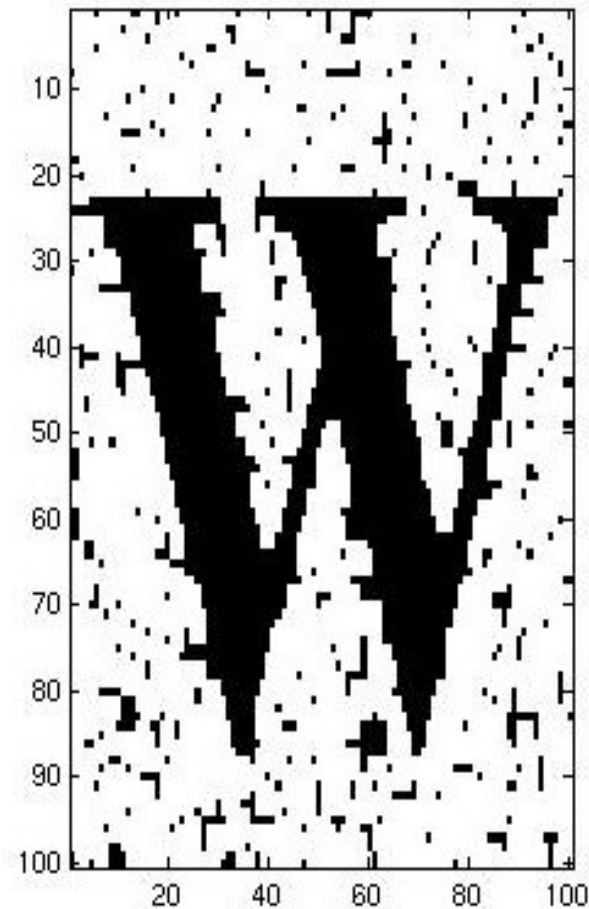
29/11/07

Imagen 2



Héctor Alejandro Montes

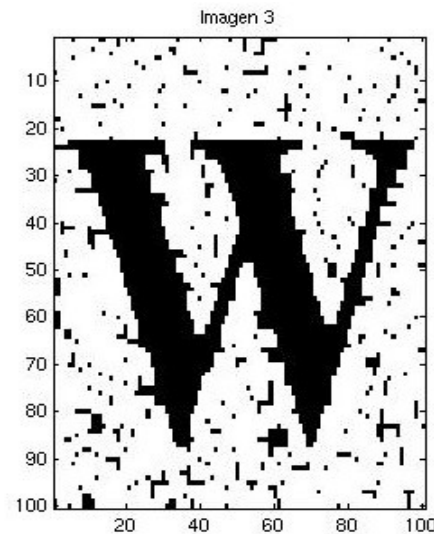
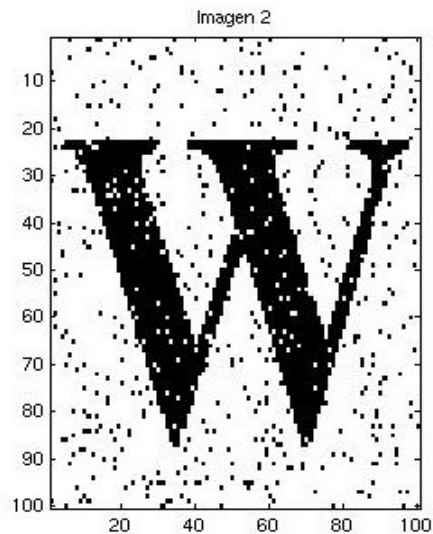
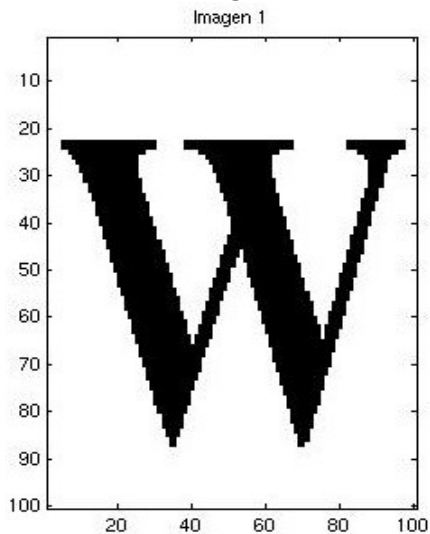
Imagen 3



78

Apertura y Clausura

- **Apertura y clausura se van afectados por la polarización de la imagen**
- Ejemplo: Apertura con polarización incorrecta.



Observa que parece que se ha aplicado la clausura

Apertura y Clausura

- Apertura y clausura son idempotentes, es decir, repetir la operación no causa más efecto
 - Ejemplo:

$$(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$$
$$(A \circ B) \circ B = A \circ B$$

Apertura y Clausura

- Apertura y clausura tienen un gran valor en detección.

– Ejemplo:

- En imágenes médicas de la piel para eliminar los pelos:

$$Q=A-(A \circ B)$$

- Otras aplicaciones incluyen la detección de fisuras en soldaduras, roturas o mal impresiones en circuitos impresos, detección de huellas digitales,...

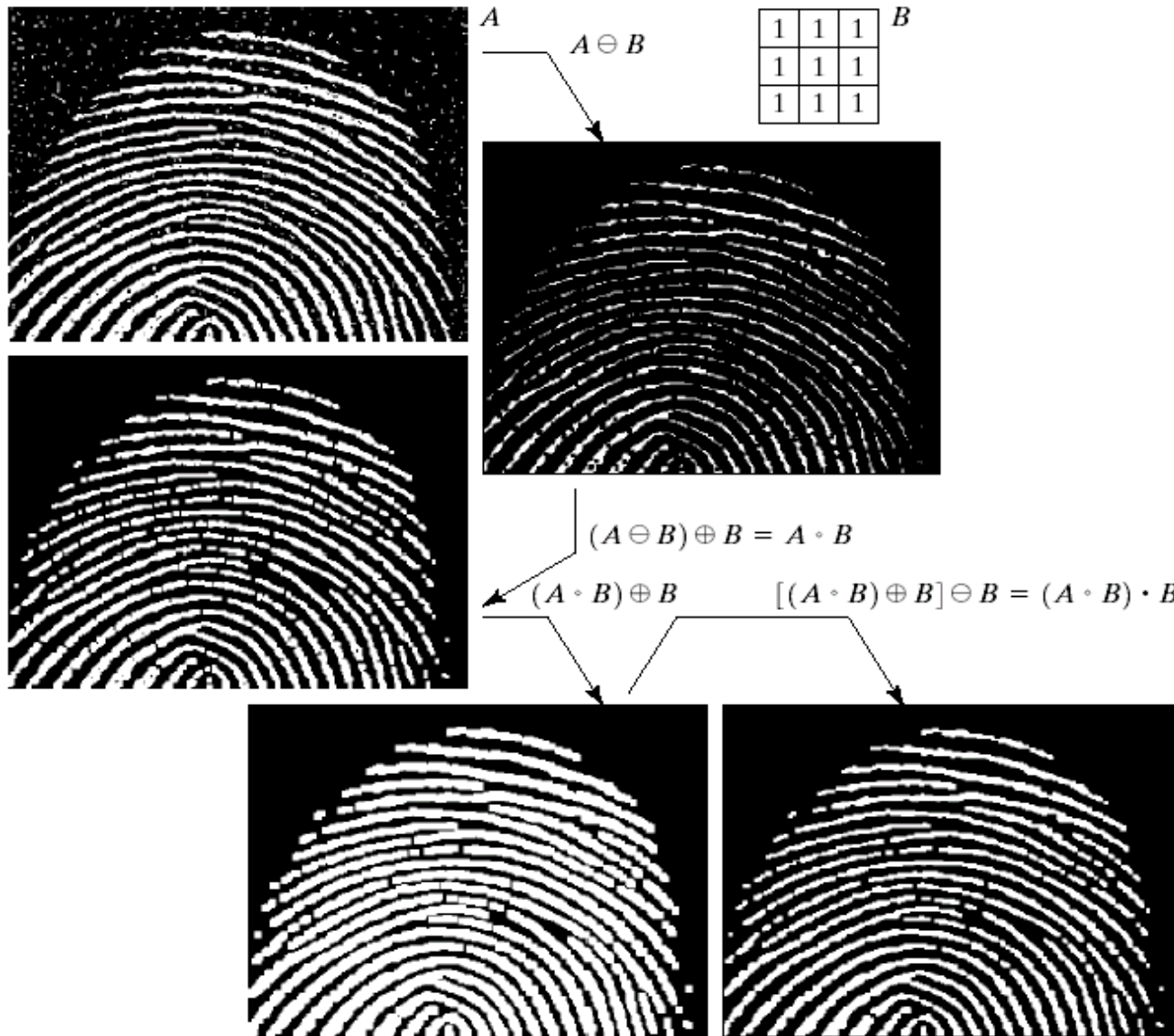
Apertura y Clausura

- La apertura **NO** es lo contrario de la clausura:

Clausura(Apertura(A)) \neq A

Apertura(Clausura(A)) \neq A

Imagen original Gonzalez & Woods, 2002



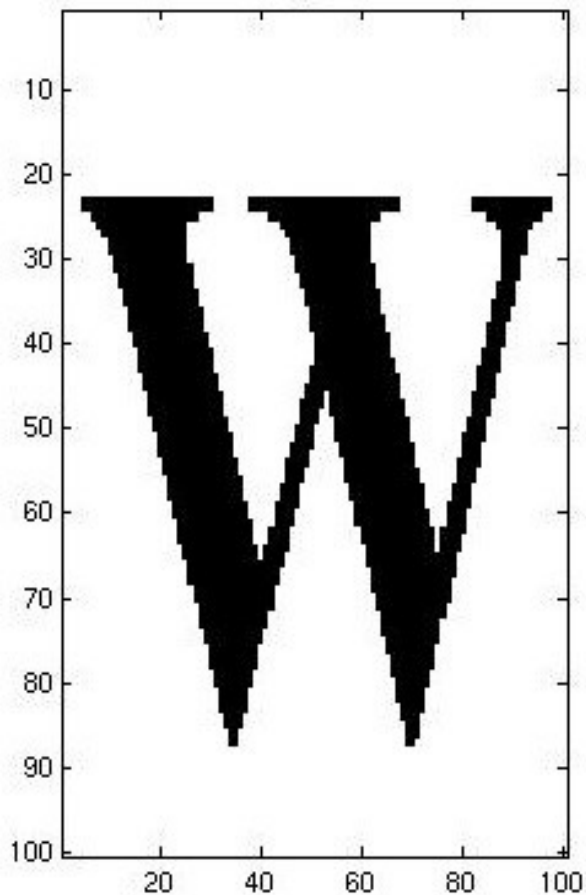
a	b
d	c
e	f

FIGURE 9.11

(a) Noisy image.
 (c) Eroded image.
 (d) Opening of A .
 (d) Dilatation of the opening.
 (e) Closing of the opening. (Original image for this example courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

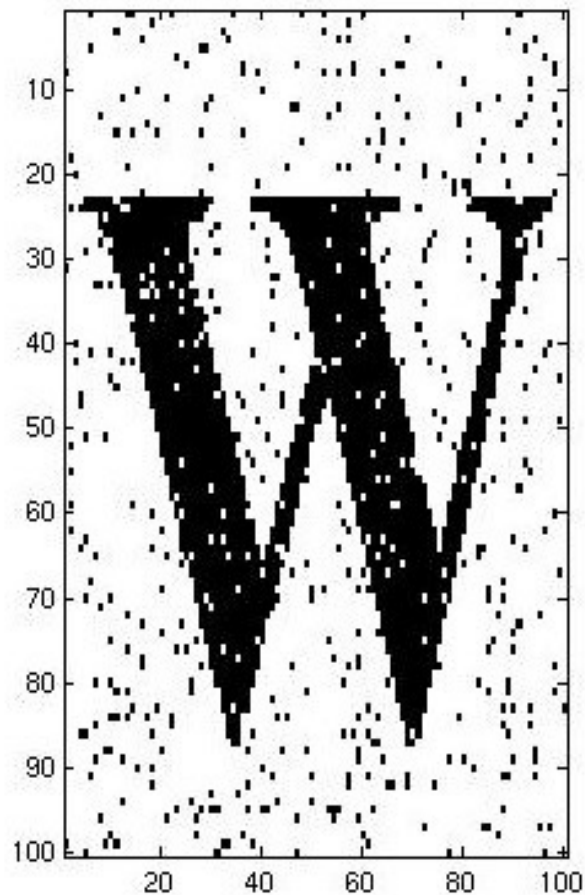
Apertura tras Clausura

Imagen 1



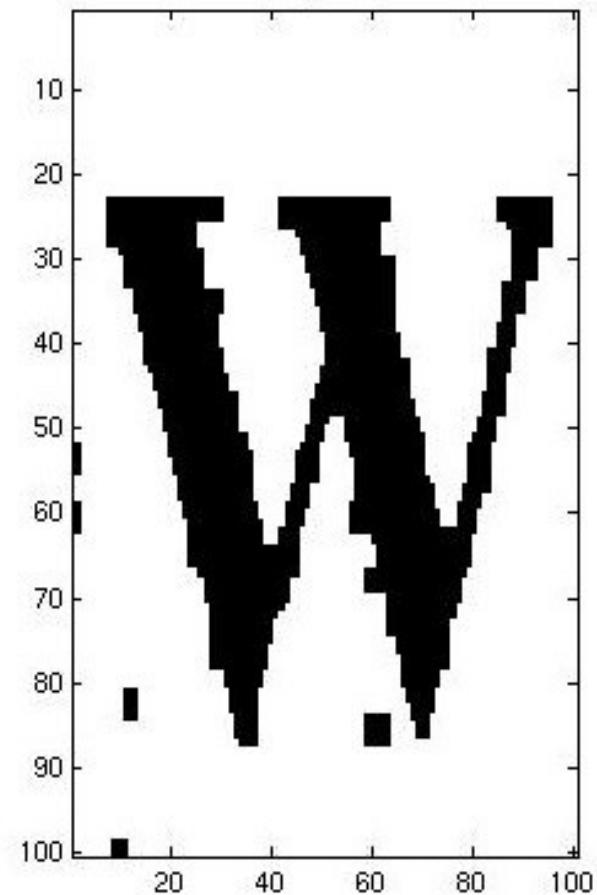
29/11/07

Imagen 2



Héctor Alejandro Montes

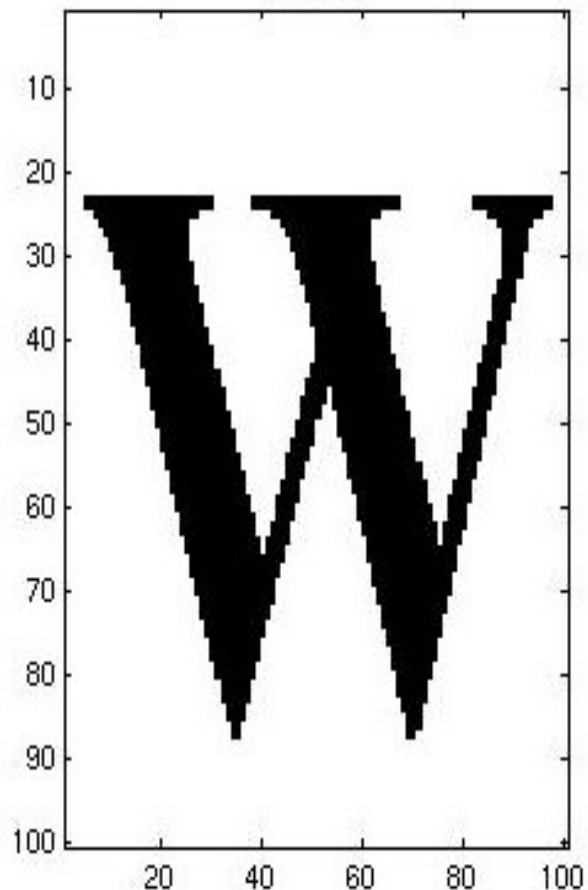
Imagen 3



84

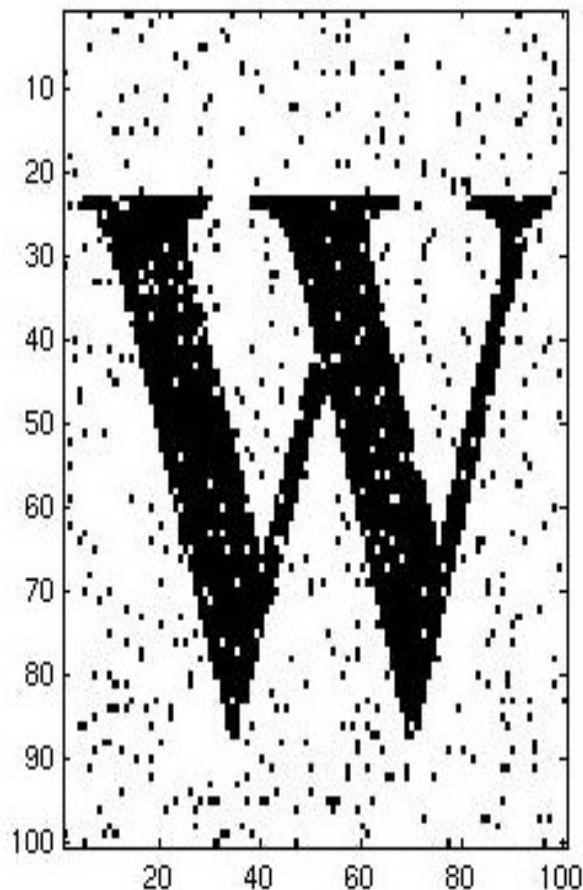
Clausura tras Apertura

Imagen 1



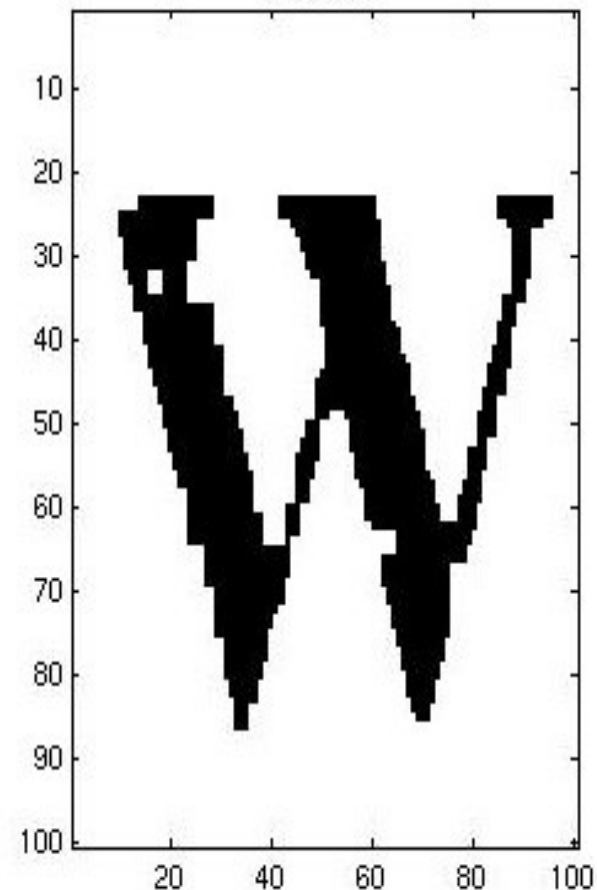
29/11/07

Imagen 2



Héctor Alejandro Montes

Imagen 3



85

III. Transformada Éxito o Fallo (Hit or Miss)

Transformada Éxito-Fallo

- Usada para la detección de formas
- Si bien la notación de las operaciones anteriores (dilatación, erosión, apertura y clausura) está muy estandarizada, la de la transformada éxito-fallo no lo está tanto
 - ...incluso se discute si el nombre debe ser “hit and miss” o “hit or miss”.

Transformada Éxito-Fallo

- Dada una imagen A y dos *structuring elements* B_1 y B_2 disjuntos ($B_1 \cap B_2 = \emptyset$) se define la transformada éxito-fallo como:

$$HM(A, B_1, B_2) = \begin{cases} A \ominus B_1 \cap A^c \ominus B_2 \\ (A \ominus B_1) - (A \oplus \hat{B}_2) \end{cases}$$

Transformada Éxito-Fallo

- La transformada Éxito-Fallo se considera un operador de igualación de plantillas ([template matching](#))
- Básicamente detecta formas similares a las indicadas en B_1 (con 1s) y asegurando que están “aisladas” por aquellos píxeles indicados en B_2 (con 1s)

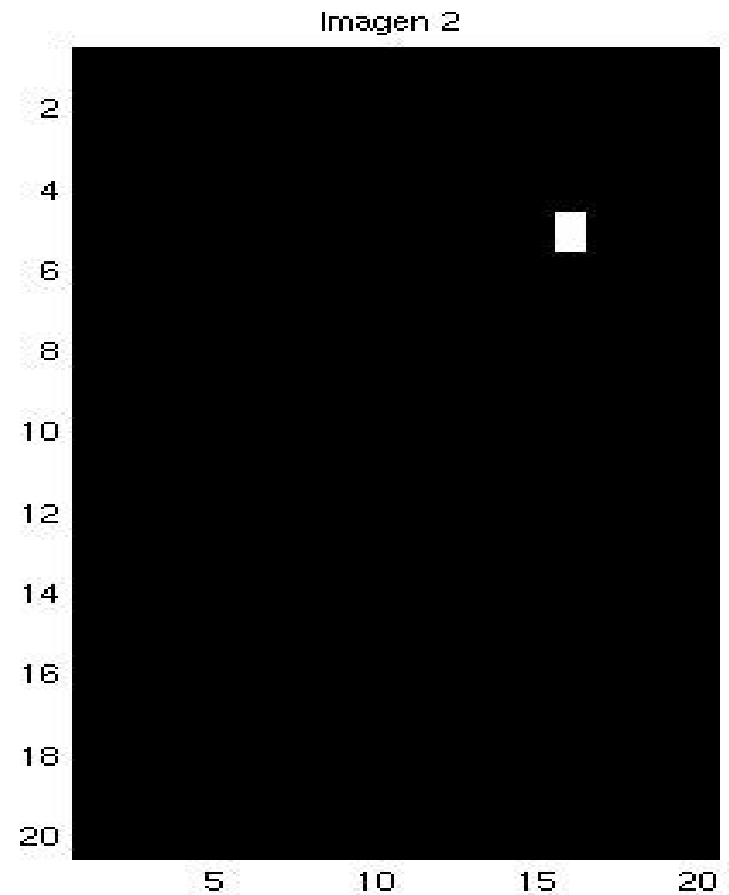
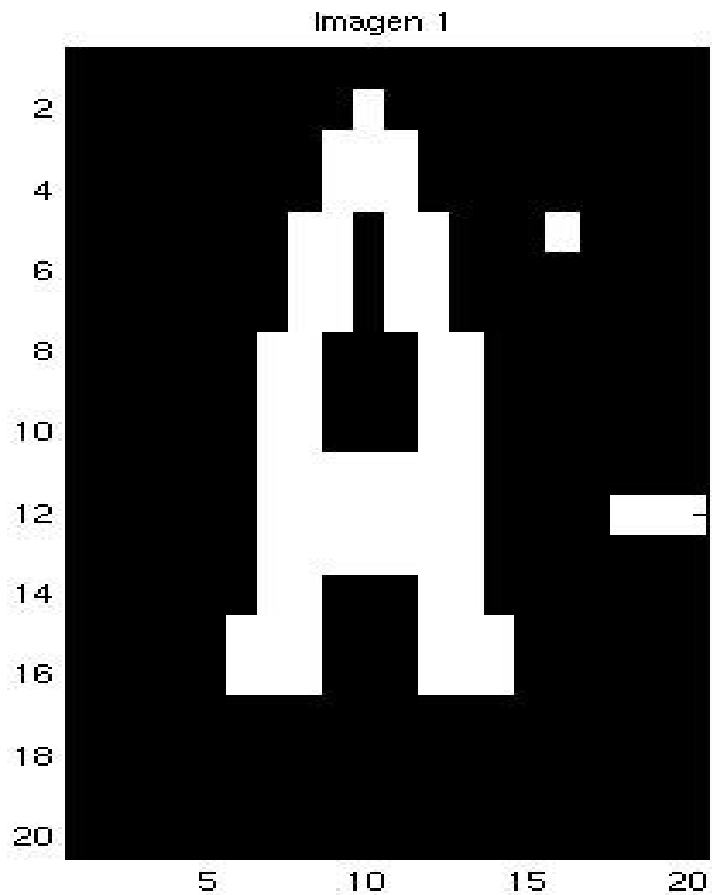
Transformada Éxito-Fallo

- Así por ejemplo, podemos **detectar puntos** usando la mascara identidad como B_1 y la de los 4 u 8 vecinos (sin el pixel central) como B_2

$$B_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & 1 & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

$$B_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & \\ \hline 1 & & 1 \\ \hline & 1 & \\ \hline \end{array}$$

Transformada Éxito-Fallo



Transformada Éxito-Fallo

- ...o bien, podemos **detectar líneas** con una máscara B_1 cuya fila central esté a 1 y el resto a 0, y B_2 sea su complemento...

$B_1 =$

1	1	1

$B_2 =$

1	1	1
1	1	1

Transformada Éxito-Fallo

Imagen 1

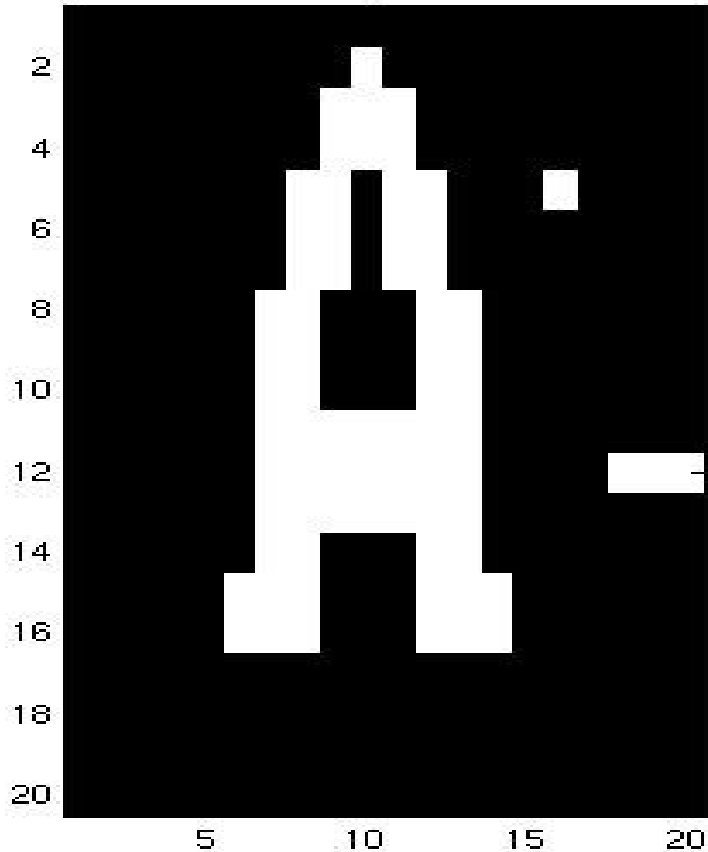
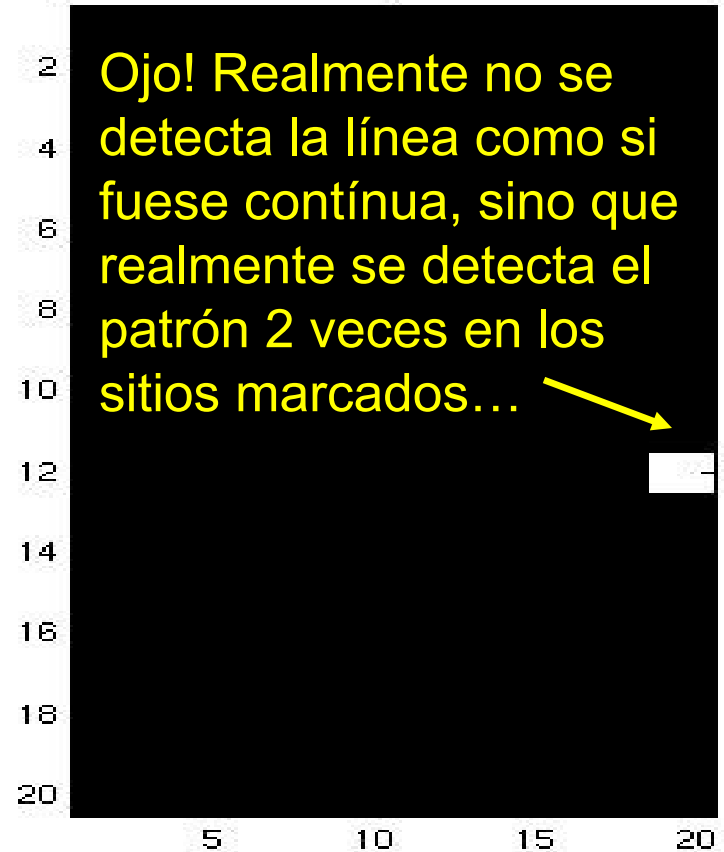


Imagen 2



Transformada Éxito-Fallo

- ...o también podemos **detectar cuadrados 2x2** aislados por la esquina superior izquierda

 $B_1 =$

	1	1
	1	1

 $B_2 =$

1	1	1
1		
1		

Transformada Éxito-Fallo

Imagen 1

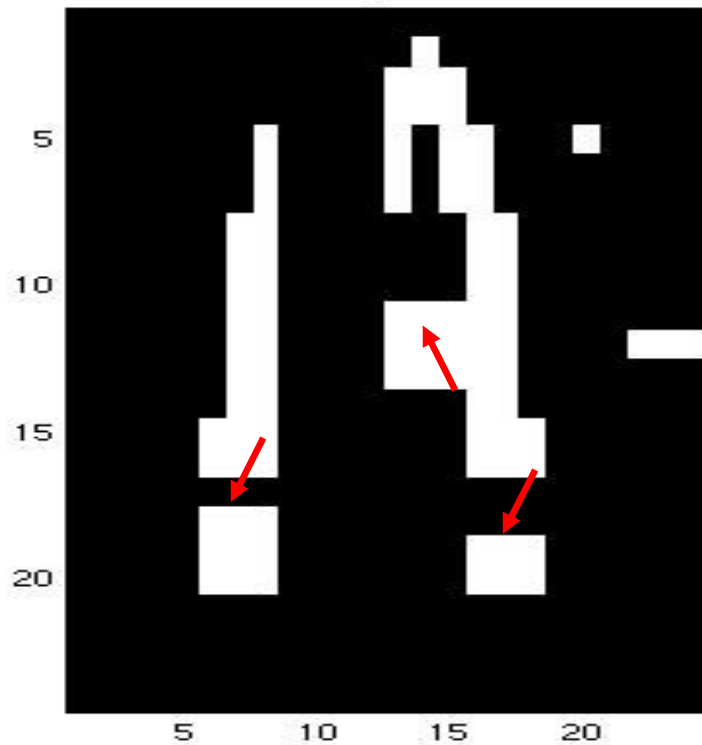
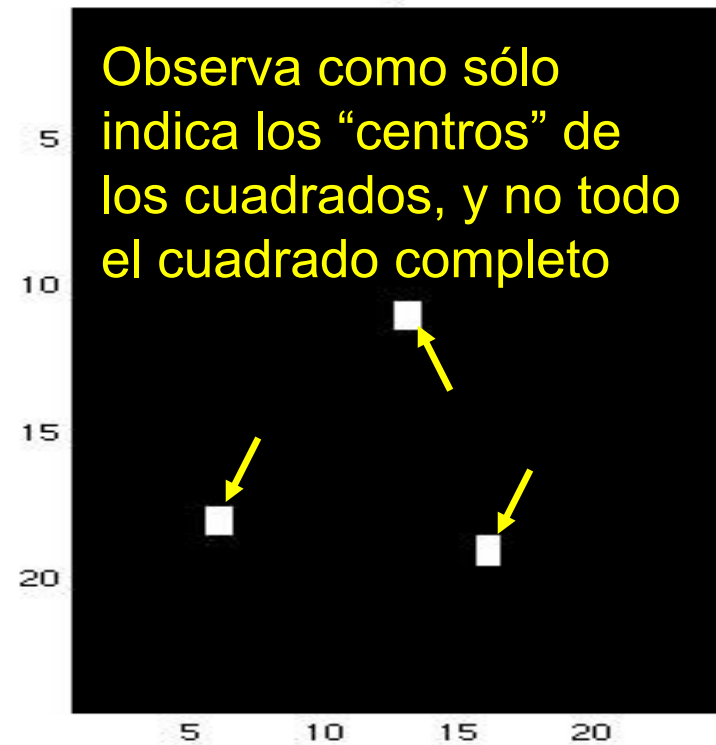


Imagen 2



Transformada Éxito-Fallo

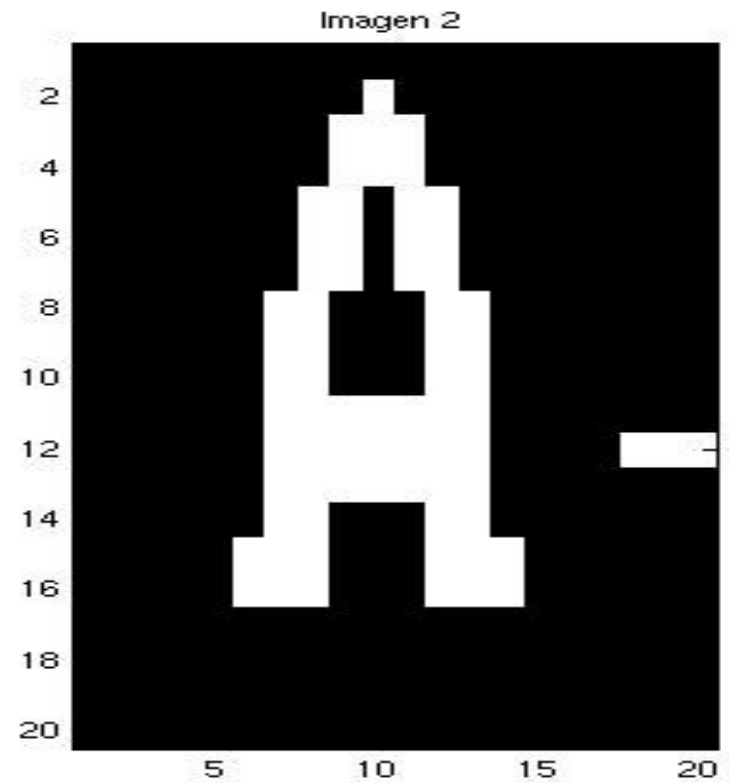
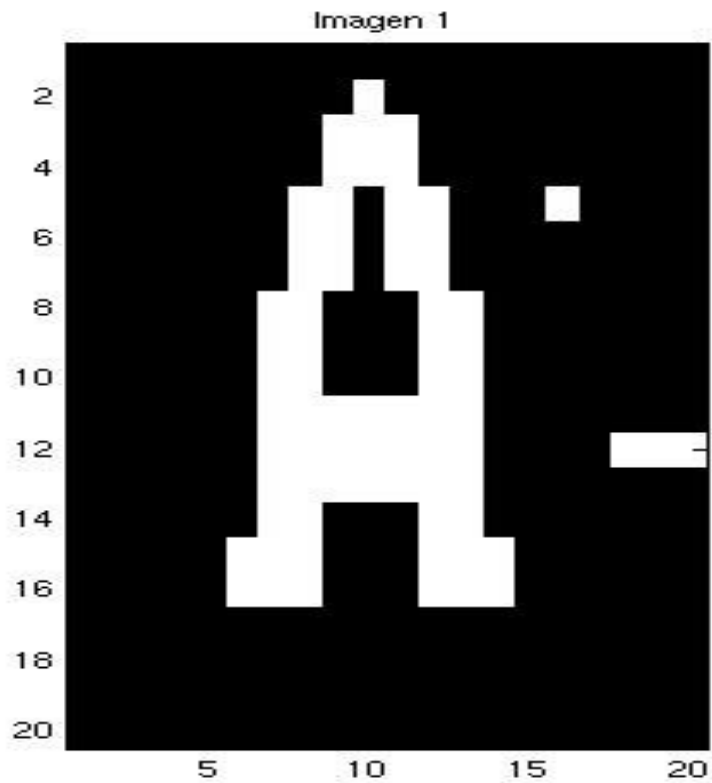
- En general podemos detectar la forma que deseemos, basta con tener las máscaras correctas...
- Las máscaras no tienen por que ser 3x3, ni simétricas.

Transformada Éxito-Fallo

- Es fácil eliminar las formas detectadas en lugar de dejarlas en la imagen con una simple modificación de la definición de la transformada:

$$1H_{iv} (A, B_1, B_2) = AQB_1 \underset{5}{C} (A^cQB_2)^c$$

Transformada Éxito-Fallo



Transformada Éxito-Fallo

- Si queremos detectar una forma que puede aparecer rotada o deformada en la imagen:
 - Se desarrollan pares de plantillas B_1 y B_2 para las distintas orientaciones y/o deformaciones
 - Se toma la unión de la transformada éxito-fallo aplicada para cada par de plantillas

$$HM_{\text{var}}(A, B_1, B_2) = A \ominus B_1 \cap (A^c \ominus B_2)^c$$