



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MÉXICO

---



DOCTORADO EN DISEÑO

FACULTAD DE ARQUITECTURA Y DISEÑO

FACULTAD DE INGENIERÍA

T E S I S

TOPOS COMO METACONSTRUCCIÓN  
PARA EL DISEÑO EN ARQUITECTURA:  
DEL ESPACIO ANALÓGICO AL  
METAESPACIO CONCEPTUAL

TESIS PRESENTADA POR: ARQ. JUAN PABLO JIMÉNEZ CERVANTES

PARA OBTENER EL GRADO DE **Doctor en Diseño.**

Sinodales

Dr. Jesus Enrique de Hoyos Martínez Director Académico

Dr. Enrique Castañeda Alvarado Tutor adjunto

Dr. Marco Antonio Ramos Corchado Tutor adjunto

Dr. Alberto Álvarez Vallejo Primer lector

Dr. Juan Carlos Arteaga Arcos segundo lector

2015

Centro de Investigación en Arquitectura y Diseño CIAD UAEMEX

---

# Dedicatorias

- A la memoria de mis abuelos, que en paz descansen. Desearía que ustedes hubieran visto este trabajo concluido.
- A mis padres Rocío y Mario, y a mi hermano Mario Alberto por su cariño y apoyo incondicional.
- A mis tías Angélica y Gemma por la gran caridad y el afecto que demostraron a un servidor en los momentos más difíciles de este recorrido, y que espero poder corresponder suficientemente un día. A la memoria de mi tío Desiderio y a mi tío Jesús.
- A Luis Alberto, por la solidaridad y apoyo que tampoco podré agradecer del todo. A Manuel, Pao, Diego y Mili de igual forma.
- A todos los amigos con los que puedo contar aún, después de estos años de eremitismo.
- A los maestros con los que hemos discutido, discernido y aprendido.

---

# Agradecimientos

A Dios por sobre todas las cosas. A mi director académico Dr. Jesús Enrique de Hoyos Martínez, a quién considero como maestro y amigo. Al Dr. en Ciencias Computacionales, Marco Antonio Ramos Corchado y Dr. en Ciencias, Enrique Castañeda Alvarado, a quienes considero de igual forma y tengo en igual estima, por su invaluable consejo y guía en la aplicación de su *expertise* a este proyecto de investigación para beneficio del diseño, pero sobre todo, por creer en el mismo. A mis lectores, Dr. Alberto Álvarez Vallejo y Dr. Juan Carlos Arteaga Arcos.

Al Dr. Félix Francisco Ramos Corchado, coordinador del grupo de inteligencia artificial (neurociencia) del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N. (Cinvestav) unidad Guadalajara, y al resto de sus integrantes, por sus valiosas aportaciones y consejo para el desarrollo de este trabajo. Al Maestro Diego Gómez, de la Universidad de Chile, por sus observaciones y sugerencias con respecto a la relación social y cultural del *topos* en términos de la arqueología medial, con nuestro enfoque matemático-computacional

Al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología, que me apoyó durante la primera etapa del programa (COMECYT/11BCD0068-II), y a la Secretaría de Investigación y Estudios Avanzados de la Universidad Autónoma del Estado de México.

A.M.D.G.

---

# Resumen

La presente tesis es un esfuerzo por aportar una propuesta de hacer diseño arquitectónico ante las exigencias actuales de la complejidad. La discusión ha sido extensa en cuanto a que el diseño debe ser complejo, el problema es, que desde nuestro campo de conocimiento, no se ha dicho satisfactoriamente cómo. El objetivo inicial esperado en la investigación, consistía en la vinculación compositiva espacial entre la música y la arquitectura, trascendiendo su dimensión simbólica y sus entidades métricas; sin embargo, ante la falta de una estructura teórica adecuada al contexto del diseño, fue necesario iniciar la construcción de un argumento categórico generalizante, que integrara aspectos conceptuales abstractos, y aspectos materiales de realización física, en un lugar común (*τοπος*).

Este argumento se convierte formalmente, en un modelo sémantico basado en los sistemas evolutivos de memoria (Ehresmann, Vanbremeersch, 2007)[33], que genera un patrón complejo a nivel conceptual, y que funciona como una *metaestructura*, en conjunción con la generación de ontologías computacionales y estructuras gráficas jerárquicas, como significantes para la representación formal del conocimiento y son elementos conformadores para la resolución de los problemas representativos de la complejidad en el contexto del diseño. Esta base de conocimiento integra herramientas y métodos de inteligencia artificial, mediante el uso de Sistemas Clasificadores de Aprendizaje (L.C.S.)(Drugowitsch, 2008)[30], (Urbanowicz, 2009)[108], que basadas en el universo de conocimiento dado, posibilitan **razonamiento**.

La conjunción de estas dos características, construyen lo que Köller y Friedman (2009)[58] definen como una **representación declarativa**, que integra la base

de conocimiento mediante una codificación lógico-matemática, reconocible por la computadora que genera un universo posible de discurso, y el proceso de razonamiento, generado principalmente por el clasificador de aprendizaje. Esto implica que la relación del diseño (como campo de conocimiento) con los sistemas complejos, los procesos de decisión secuencial, los modelos gráficos probabilísticos y los sistemas de información, sea una relación de **fondo** y no de **forma**.

En este *Topos* abstracto, se establece una relación de mayor rigurosidad metodológica, considerando las implicaciones de las acciones comunicativas, pragmáticamente mediadas como una base fundamental de la racionalidad científica (Peukert, 2000) [86], es decir: los patrones, el modelo y cualquier otra representación derivada, obedecen a un principio de convención lingüística dada por una praxis sujeta a modificaciones a través del tiempo.

Se trata de aprovechar lo que Samuel Eilenberg y Saunders MacLane consideraban como la *condición Protéica* (relativa al dios griego Proteo) de la matemática, es decir, que una misma estructura matemática tiene muchas realizaciones empíricas. Es por esto que la matemática trata sobre patrones o formas que describen cada una, diferentes aspectos del mundo exterior (Gómez-Ramírez, 2014; Devlin, 2000) [38][29] y se convierte, tanto en un lenguaje, como en una herramienta conceptual para lidiar con una cantidad ilimitada de contextos empíricos.

En consecuencia, puede observarse una relación similar entre la matemática y la teoría de categorías, donde todos los campos matemáticos pueden organizarse por su estructura, mediante categorías específicas y éstas a su vez, organizarse de acuerdo con la noción de una categoría general, observando los axiomas de la teoría de categorías (Gómez-Ramírez, 2014)[38]. Es una construcción que generaliza y plantea una formalización del diseño en diferentes niveles de complejidad, pero que actúa como un *agente adaptativo*, de acuerdo con las condiciones cambiantes del ambiente en un tiempo  $t$ .

En el **Capítulo 1** Se exponen las teorías y referentes principales que conforman

el estado del arte en este trabajo. Se ofrece un estudio de éste, como un prefacio a la investigación.

En el **Capítulo 2** se plantearon los fundamentos filosóficos para la discusión sobre la conceptualización en el diseño. El origen fue la apreciación filosófica, principalmente por medio de la fenomenología, de la aprehensión de un fenómeno y la *Epistemología estética* (1); cómo esta aprehensión del fenómeno se expresa a través del lenguaje, y se construyen conceptos. Se describen los lenguajes que participaron en este discurso: el lenguaje matemático representado por el álgebra y la teoría de categorías; el lenguaje musical mediante los planteamientos de la teoría matemática de la música, el lenguaje espacial en la geometría, y cual es su orientación hacia el lugar para vivir, integrando el discurso topogenético en el espacio social (Muntañola, 2000) [81].

En el **Capítulo 3** Se realiza la discusión de los aspectos socioculturales del *topos*, y se postula la funcionalidad de esta instancia como mediador entre los fenómenos presentes en la retórica cultural y las representaciones del espacio en terminos de su comprensión alfabética (verbal) y de su representación conceptual (ostensiva). Derivado de esto, se realizó un análisis sobre la noción matemática de espacio en términos de dos ejes principales: La transición de la métrica euclidiana como recurso de conformación del espacio en arquitectura hacia otras geometrías, y el carácter espacial de la música por medio de la teoría matemática de la música, con el objetivo de demostrar su unidad espacial. A partir de estos argumentos, se esquematiza la acción del *topos* geométrico-espacial en la arquitectura que produce la *Generación del topos espacial*(2), y se asume la importancia del papel de la topología como *Pensamiento topológico extenso*(3) en el diseño, considerando su calidad geométrico espacial, su condición como medio conceptual, y su papel en la interdisciplinariedad .

Se reflexionó sobre la percepción de esta *verbalidad* en el lenguaje del diseño arquitectónico, que obstaculiza la adopción de lenguajes formales en el diseño y prioriza el uso de analogías formalísticas. La música, base inspiracional para este trabajo tiene un referente asociativo con el diseño arquitectónico, mediante la teoría generativa

de la forma de Leyton (2001)[65], quien propone una teoría de la geometría orientada a objetos mediante el uso de grupos algebraicos de transformación. Se discuten las similitudes y diferencias de los grupos de transformación usados para generar espacio y para generar música y se trata la relación que la **teoría de grupos** guarda con respecto a la teoría de **categorías**, y porqué se optó por el enfoque generalizante de ésta última como sustento teórico de la primera.

En el **Capítulo 4** Se reflexionó sobre la permisibilidad del error en el Diseño y su condición como una característica intrínseca del proceso lógico de Diseño (Irigoyen, 2008) [50] (Muntañola, 2000) [81]; se definió el concepto de *Topos* como lugar físico y *Topos* como lugar abstracto, donde convergen objetos teóricos intangibles, y se postuló la estructura de un modelo semántico basado en la teoría de categorías, que sustenta el argumento de que, para construir el *Topos* como una propuesta de hacer diseño, debe considerarse como una *meta-estructura*.

Se discutió sobre las diferencias para efectos de este trabajo, entre metadiseño y metateoría de diseño (Adorno, 2008) [9] (Fischer y Giaccardi, 2004) Fischer y Giaccardi [35] y (Love, 2000) [67]

Se retoma la discusión iniciada en el capítulo 2, con respecto al desarrollo del concepto y la categoría. Se esquematizaron las propuestas categóricas de acuerdo a los principios mencionados anteriormente y se sintetizó la información de estos esquemas, generando un *modelo semántico*(4) adoptando al diseño como un proceso de decisión secuencial en lenguaje categórico formal, para su posterior traducción en lenguaje máquina. Se constituye un nivel mayor de abstracción sobre el patrón propuesto que postula el hacer del diseño arquitectónico como un *producto categórico*(5)

Se realizó una maquetación de esta traducción, con el objetivo de resolver la problemática de la complejidad, atendiendo a dos ejes principales: La *horizontalidad*, que implica la interacción entre la *vinculación* y la *emergencia*, y cuya solución se propone por medio de la incorporación de lenguajes formales y la combinación y alineamiento de ontologías computacionales; y la *verticalidad* que incide en la conci-

liación de la problemática de la *emergencia* y la *jerarquía*, proponiendo una solución por medio de grafos jerárquicos. Se plantea una propuesta de integración a los sistemas clasificadores de aprendizaje que proporcionan el razonador para tratar con la incertidumbre del sistema.

En el **capítulo 5** se ofrecen las conclusiones, limitaciones y la líneas de trabajo futuro para esta investigación.



---

# Glosario

- **CAD:** siglas de *Computer-Aided Design* (Diseño asistido por computadora).
- **Ciencias computacionales:** Son aquellas que abarcan las bases teóricas de la información y la computación, así como su aplicación en sistemas computacionales. El cuerpo de conocimiento de las ciencias de la computación es frecuentemente descrito como el estudio sistemático de los procesos algorítmicos que describen y transforman información: su teoría, análisis, diseño, eficiencia, implementación y aplicación.
- **Clustering:** Un algoritmo de agrupamiento (en inglés, clustering) es un procedimiento de agrupación de una serie de vectores de acuerdo con un criterio. Esos criterios son por lo general distancia o similitud. La cercanía se define en términos de una determinada función de distancia, como la euclídea, aunque existen otras más robustas o que permiten extenderla a variables discretas. La medida más utilizada para medir la similitud entre los casos es la matriz de correlación entre los  $n \times n$  casos. Sin embargo, también existen muchos algoritmos que se basan en la maximización de una propiedad estadística llamada verosimilitud.
- **Codominio:** El codominio de  $f$  es el conjunto de todos los valores posibles de  $f(x)$ , conforme  $x$  varía en todo el dominio.
- **Conjunto potencia:** El conjunto potencia de  $A$  (o conjunto de partes o conjunto de las partes) es el conjunto  $\mathcal{P}(A)$  formado por todos los subconjuntos de  $A$ :  $b \in \mathcal{P}(A)$  cuando  $b \subseteq A$

- **Constructivismo:** En psicología, se refiere a todas aquellas teorías que no consideran a los seres humanos como receptores pasivos de experiencias y aprendizajes, sino como constructores activos de su realidad y experiencias. En la psicología constructivista, teorías y prácticas se enfocan en el modo en que los individuos crean sistemas de significado para así dar sentido a su mundo y experiencias, se centran por lo tanto en la estructura significativa donde se construye la personalidad del ser humano.
- **Corpus:** Conjunto de datos, textos u otros materiales sobre determinada materia que pueden servir de base para una investigación o trabajo.
- **Devenir:** Cambio, transformación, transcurso. / Proceso mediante el cual algo se hace o llega a ser.
- **Dialéctica:** Teoría y técnica retórica de dialogar y discutir para descubrir la verdad mediante la exposición y confrontación de razonamientos y argumentaciones contrarios entre sí. / Conjunto de razonamientos y argumentaciones de un discurso o una discusión y modo de ordenarlos.
- **Dimensión de Hausdorff:** La dimensión de Hausdorff o dimensión de Hausdorff-Besicovitch es una generalización métrica del concepto de dimensión de un espacio topológico, que permite definir una dimensión fraccionaria (no entera) para un objeto fractal.
- **Dimensión topológica:** La dimensión topológica de un conjunto del espacio topológico es el mínimo valor de  $n$  para el que toda cubierta abierta admite una cubierta abierta más fina de orden no superior a  $n+1$ . Si no existe valor mínimo de  $n$ , entonces se dice que el conjunto es de dimensión infinita. El orden de una cubierta es el máximo número de subconjuntos de la cubierta al que pertenece cualquier punto del conjunto.
- **Disgregar:** Separar o desunir los elementos que forman un conjunto o las partes de una cosa.
- **Dominio:** Conjunto de números o cantidades sobre las cuales se efectúa o puede efectuarse una aplicación. En álgebra, el dominio de una función  $f(x)$

es el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente  $x$ .

- **Epistemología:** (*Episteme*: conocimiento - *logos*: ciencia o estudio) La epistemología es la ciencia que estudia el conocimiento humano y el modo en que el individuo actúa para desarrollar sus estructuras de pensamiento. El trabajo de la epistemología es amplio y se relaciona también con las justificaciones que el ser humano puede encontrar a sus creencias y tipos de conocimiento, estudiando no sólo sus metodologías si no también sus causas, sus objetivos y sus elementos intrínsecos. La epistemología es considerada una de las ramas de la filosofía.
- **Estructuralismo:** Teoría y método científicos de diversas ciencias humanas (antropología, sociología, psicología, etc.) que se basa en el análisis de los hechos humanos como estructuras susceptibles de formalización. / Teoría lingüística que considera la lengua como una estructura o un sistema de relaciones y establece los principios de forma y función para delimitar y clasificar las unidades de una lengua.
- **Evolutivo:** Que se transforma progresivamente.
- **Fenomenología:** Escuela filosófica que por el análisis de los fenómenos observables da una explicación del ser y de la consciencia. / Conjunto de manifestaciones o fenómenos que caracterizan un proceso u otra cosa.
- **Funtor:** En teoría de categorías, un funtor o functor es una función de una categoría a otra que lleva objetos a objetos y morfismos a morfismos de manera que la composición de morfismos y las identidades se preserven.

Los funtores primero se consideraron en topología algebraica, donde se asocian los objetos algebraicos con los espacios topológicos y se asocian los homomorfismos algebraicos con funciones continuas. Hoy en día, los funtores se utilizan a través de las matemáticas modernas para relacionar varias categorías.

- **Geometría Algebraica:** la geometría algebraica es el estudio de los espacios de soluciones de sistemas de ecuaciones polinomiales en varias variables.

- **Gestalt:** Aunque ha sido traducido como *forma* o *configuración*, suele utilizarse sin traducción ya que no cuenta con un equivalente exacto en el idioma español.
- **Granularidad:** Es el grado en que un material o sistema está compuesto de piezas distinguibles o granos. Puede referirse ya sea a la medida en que se subdivide una entidad más grande, o la medida en que los grupos de entidades indistinguibles más pequeñas se han unido para convertirse en entidades distinguibles más grandes. Por ejemplo, un kilómetro dividido en centímetros, tiene una granularidad más fina que un kilómetro dividido en metros.
- **Grupoide:** En matemática, especialmente en categorías y en homotopía, un grupoide es un concepto que, simultáneamente, generaliza grupos, relaciones de equivalencia en conjuntos, y acciones de grupos en conjuntos. Frecuentemente son usados para capturar información acerca de objetos geométricos como variedades.
- **Homeomorfismo:** En topología, un homeomorfismo es una biyección entre dos espacios topológicos por una aplicación biyectiva que es continua y cuya inversa es continua. En este caso, los dos espacios topológicos se dicen homeomorfos.
- **Homologación:** Igualación o comparación de una cosa con otra por tener ambas características en común, referidas a su naturaleza, función o clase.
- **Homología:** En matemática (especialmente en topología algebraica y en álgebra homológica), la homología (en Griego *homos* = idéntico) es un procedimiento general para asociar un objeto matemático dado (por ejemplo un espacio topológico o un grupo) con una sucesión de grupos abelianos, es decir una acción functorial.

La motivación original de homología era definir y clasificar los agujeros de un espacio topológico. En este caso, los grupos de homología describen agujeros del espacio topológico. Cada generador indica la existencia de un agujero y las propiedades del grupo indica la estructura del espacio topológico como dimensión y orientabilidad.

- **Homomorfismo:** En matemáticas, un homomorfismo, desde un objeto matemático a otro de la misma categoría, es una función que preserva la estructura entre dos estructuras matemáticas relevantes.
- **I.A:** Inteligencia artificial.
- **Isomorfismo:** En matemáticas, un isomorfismo (del griego iso-morfos: *Igual forma*) es un homomorfismo (o más generalmente un morfismo) que admite un inverso. El concepto matemático de isomorfismo pretende captar la idea de tener la misma estructura. Dos estructuras matemáticas entre las que existe una relación de isomorfismo se llaman isomorfas.
- **Meta-:** Prefijo usado en español y otros idiomas para indicar un concepto que es una abstracción a partir de otro concepto. La mayoría de las veces significa: “después de” o “más allá”, al lado del concepto al que va unido: como en “metáfora” (más allá del significado) o como en “Metamorfosis” (cambio de forma). También puede significar “que trasciende”, “que abarca”. En términos como “metalenguaje”, significa que el concepto que designa el sustantivo recae sobre sí mismo, en este caso, hablaríamos de un lenguaje que reflexiona sobre el lenguaje mismo.
- **Manifold:** Un manifold o variedad, es el objeto geométrico estándar en matemática que generaliza la noción intuitiva de curva (1-variedad) y de superficie (2-variedad) a cualquier dimensión y sobre cuerpos diversos (no necesariamente el de los reales).
- **Morfismo:** En Teoría de categorías una categoría viene dada por dos tipos de datos: una clase de objetos y, para cada par de objetos  $X$  e  $Y$ , un conjunto de morfismos desde  $X$  a  $Y$ . Los morfismos son frecuentemente representados como flechas entre esos objetos. En el caso de una categoría concreta,  $X$  e  $Y$  son conjuntos de cierto tipo y un morfismo  $f$  es una función desde  $X$  a  $Y$  satisfaciendo alguna condición; este ejemplo origina la notación  $f : X \longrightarrow Y$ .
- **NURBS:** acrónimo inglés de *non-uniform rational B-spline*. Es un modelo matemático muy utilizado en la computación gráfica para generar y representar curvas y superficies.

- **Poset:** Un conjunto parcialmente ordenado o *poset*, es un conjunto equipado con una relación binaria de orden parcial. Ésta formaliza el concepto intuitivo de orden, secuencia, o arreglo de los elementos del conjunto. Un tal orden no necesariamente debe ser total, es decir, no se necesita que se puedan comparar unos con otros todos los elementos del conjunto; esto sin embargo puede ocurrir en algunos casos (en otras palabras, el orden total es un caso particular del orden parcial).
- **Tabla de Cayley:** La tabla de Cayley describe la estructura de un grupo finito, mediante la organización de todos los productos posibles de todos los elementos del grupo en una matriz cuadrada que recuerda de una suma o tabla de multiplicar. Muchas de las propiedades de un grupo, como si es o no es abeliano, qué elementos son los inversos de los elementos, y el tamaño y contenido del centro del grupo, puede deducirse fácilmente mediante el examen de la tabla de Cayley.
- **TOP:** Conjunto que representa una topología.
- **Trascendental:** En el Kantismo, se dice de lo que se refiere a la realidad pero excede de los límites de la experiencia.
- **Tupla:** Una tupla es una secuencia de valores agrupados. Una tupla sirve para agrupar, como si fueran un único valor, varios valores que, por su naturaleza, deben ir juntos.

---

# Índice general

<b>Dedicatorias</b>	<b>2</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>3</b>
<b>Resumen</b>	<b>4</b>
<b>Glosario</b>	<b>9</b>
<b>Presentación</b>	<b>25</b>
0.1 Introducción . . . . .	25
0.2 Motivación . . . . .	27
0.3 Antecedentes . . . . .	28
0.4 Problemática . . . . .	31
0.5 Relevancia del estudio . . . . .	32
0.6 Retos de la investigación . . . . .	33
0.7 Objetivos . . . . .	34
0.7.1 Objetivo principal . . . . .	34
0.7.2 Objetivos secundarios . . . . .	34
0.8 Hipótesis . . . . .	34
0.9 Preguntas de investigación . . . . .	35
<b>1 Estado del Arte</b>	<b>37</b>
1.1 Construcción filosófica . . . . .	37
1.2 El ámbito fenomenológico de la Matemática . . . . .	40
1.3 Fenomenología en el espacio para arquitectura . . . . .	41
1.4 Topogénesis y el dominio de la topología . . . . .	42

1.5	Algoteectura . . . . .	45
1.6	Teoría matemática de la música . . . . .	49
1.7	La problemática de la complejidad . . . . .	52
1.7.1	El problema de la Vinculación . . . . .	53
1.7.2	El problema de la Emergencia . . . . .	54
1.7.3	El problema de la Jerarquía . . . . .	56
1.7.4	El proceso de complejificación . . . . .	56
1.8	Sistemas Evolutivos de Memoria . . . . .	57
1.9	Inteligencia artificial . . . . .	58
1.10	Modelos gráficos probabilísticos . . . . .	60
1.11	Aproximación inicial de la investigación . . . . .	61
1.12	Sobre el estado del arte . . . . .	65
<b>2</b>	<b>Articulación semántica del <i>Topos</i> en el diseño</b>	<b>68</b>
2.1	Introducción . . . . .	68
2.2	Estructura sémica . . . . .	69
2.2.1	Aproximación al Concepto . . . . .	69
2.2.2	Filosofía Crítica y Ontología . . . . .	74
2.2.3	Fenomenología onto-poética . . . . .	75
2.2.4	El proceso fenomenológico de la matemática en el lugar . . . . .	77
2.2.5	La esencia fenomenológica del <i>topos</i> en el diseño . . . . .	79
2.3	Estructura fonológica . . . . .	81
2.3.1	Lenguaje Matemático . . . . .	81
2.3.2	Lenguaje Musical . . . . .	84
2.3.3	Semiótica de la Música . . . . .	84
2.4	Estructura morfológica . . . . .	87
2.4.1	<i>Topos</i> y Topogénesis: entre el lugar abstracto y el lugar social. . . . .	87
2.4.2	Pensamiento topológico extenso . . . . .	93
2.4.3	<i>Topos</i> . . . . .	95
2.4.4	El origen del <i>Topos</i> . . . . .	97
2.4.5	Construcción metatéorica del <i>Topos</i> . . . . .	99
2.5	Discusión . . . . .	101



<b>3</b>	<b>Dinámica socio-espacial del <i>Topos</i>: espacio y ambiente del diseño</b>	<b>105</b>
3.1	Introducción . . . . .	105
3.2	El entorno sociocultural del diseño . . . . .	106
3.3	Arqueología medial y la retórica del topos . . . . .	110
3.4	El espacio . . . . .	113
3.4.1	Espacio y concepto: verbalidad y ostensibilidad . . . . .	116
3.4.2	Espacio no euclidiano . . . . .	120
3.4.3	Geometría Riemanniana . . . . .	121
3.4.4	El programa de Erlangen . . . . .	125
3.4.5	La noción matemática del espacio . . . . .	127
3.5	Álgebra de grupos . . . . .	134
3.5.1	Teoría de grupos en el diseño arquitectónico . . . . .	137
3.6	Musicología Matemática . . . . .	138
3.6.1	Especialización topológica . . . . .	138
3.6.2	Denotadores . . . . .	140
3.7	Teoría generativa de la forma . . . . .	141
3.7.1	Conceptos generales . . . . .	141
3.7.2	Grupos de desdoblamiento . . . . .	143
3.7.3	Forma-espacio orientado a objetos . . . . .	146
3.8	De Erlangen al Topos: La continuidad histórica de la teoría de grupos en la teoría de categorías . . . . .	146
3.9	Discusión . . . . .	149
<b>4</b>	<b><i>Topos</i>: Modelo metaconceptual para el diseño en complejidad</b>	<b>151</b>
4.1	Introducción . . . . .	151
4.2	En el laberinto del ratón: diseño como proceso aproximativo y de la analogía al <i>Topos</i> . . . . .	153
4.3	Abstracciones en sistemas complejos . . . . .	154
4.3.1	Adaptabilidad en sistemas complejos . . . . .	156
4.4	¿Por qué una metaconstrucción? Metadiseño y metaestructura del diseño	158
4.5	Tareas comunes del aprendizaje-máquina . . . . .	162
4.5.1	Categoría, concepto y el <i>topos</i> del diseño . . . . .	165
4.6	Sistemas Clasificadores de aprendizaje: Generalidades . . . . .	166

4.6.1	Metodologías híbridas de I.A. como auxiliares en los procesos estético-cognitivos para el diseño . . . . .	166
4.6.2	Sistemas Clasificadores de Aprendizaje: Características . . . . .	168
4.6.3	Extend Classifier system (XCS) . . . . .	171
4.6.4	Estructura general y arquitectura del algoritmo . . . . .	172
4.7	Modelo semántico categórico para la arquitectura . . . . .	174
4.8	Complejidad en el diseño: Horizontalidad y Verticalidad . . . . .	182
4.8.1	Ontologías computacionales . . . . .	182
4.8.2	$\lambda$ - Cálculo . . . . .	189
4.9	Horizontalidad y verticalidad para el tratamiento de la complejidad en el diseño . . . . .	192
4.9.1	verticalidad: grafos jerárquicos . . . . .	192
4.10	Determinación de población y reglas . . . . .	194
4.11	<i>Topos</i> : El Modelo . . . . .	196
4.12	Discusión . . . . .	202
<b>5</b>	<b>Conclusiones y perspectivas</b>	<b>203</b>
5.1	Limitaciones . . . . .	209
5.2	Trabajo en curso . . . . .	209
5.3	Productos . . . . .	211
	<b>Appendices</b>	<b>213</b>
	<b>Appendices</b>	<b>213</b>
<b>A</b>	<b>Sistemas evolutivos de memoria</b>	<b>214</b>
A.1	Fundamentos . . . . .	214
A.2	Funtores . . . . .	216
A.3	Enlaces colectivos . . . . .	220
A.4	campo operativo de un patrón . . . . .	222
A.5	Colímite de un patrón . . . . .	223
A.5.1	El concepto matemático de colímite . . . . .	224
A.6	El problema complejo de la vinculación: . . . . .	225
A.7	Descomposiciones de un objeto . . . . .	227

---

A.8	Productos categóricos . . . . .	229
A.8.1	objetos inicial y terminal . . . . .	229
A.8.2	productos . . . . .	230
<b>A</b>	<b>Entropía</b>	<b>233</b>
<b>B</b>	<b>Redes de Bayes</b>	<b>234</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>238</b>

## Índice de figuras

1	Proceso secuencial del Topos. Fuente: Elaboración propia, 2014. . . . .	29
2	Proceso secuencial del Topos: Simbolismo analógico. Fuente: Elaboración propia, 2014. . . . .	30
3	Proceso secuencial del Topos: Transición del simbolismo analógico al espacio de discurso lógico matemático. Fuente: Elaboración propia, 2014. . . . .	31
4	Proceso secuencial del Topos: Conceptualización en complejidad. Fuente: Elaboración propia, 2014. . . . .	32
1.1	Esquema epistemología estética. Fuente: elaboración propia, 2012 . . .	39
1.2	El paradigma arquitectural de la topogénesis: Fuente: Muntañola, 2000	43
1.3	Teorema topológico de los cuatro colores, elaboración propia, 2015. . .	45
1.4	modificaciones de un elemento por deformación simple y por parametrización. Fuente: Monedero, 2000. . . . .	47
1.5	Solución secuencial del programa arquitectónico de una librería. Fuente: Terzidis, 2006 . . . . .	48
1.6	Evolución iterativa de un genotipo. Fuente:Schnier, Gero(1996). . . . .	49

1.7	Solución formalizada de un rascacielos por medio de algoritmos (Planta) (Fuente: Terzidis, 2006). . . . .	50
1.8	Solución formalizada de un rascacielos a través de algoritmos (alzado) (Fuente: Terzidis 2006). . . . .	50
1.9	Escala crómica musical. . . . .	51
1.10	Esquema articulador de la música. Fuente: Mazzola, (2003) . . . . .	52
1.11	fig: a) Correspondencia no unívoca b) correspondencia unívoca no biunívoca. Elaboración propia, 2015. . . . .	53
1.12	Grafo mixto que relacionaba inicialmente, los dominios involucrados en la investigación. Fuente: elaboración propia, 2011. . . . .	62
1.13	Propuesta de sistema vinculante entre música y arquitectura desde el enfoque de la teoría de las categorías. Fuente: Elaboración propia, 2013. . . . .	63
2.1	Esquema semántico disciplinar hacia el topos en arquitectura. Fuente: Elaboración propia, 2013 . . . . .	70
2.2	Relación trádica de la semiosis y sus funtivos. . . . .	78
2.3	Esquema de relación usual de isomorfismo. Fuente: Ariza, 2009 . . . . .	78
2.4	Topos clasificadores. Fuente: oliviacaramello.com . . . . .	79
2.5	Lattices de teorías. Fuente:oliviacaramello.com . . . . .	80
2.6	Cubo ontológico de la música. . . . .	84
2.7	Diagrama tiempo-espacio en Hegel. Fuente: Muntañola, 2000 . . . . .	90
2.8	Los poliedros regulares y la esfera son topológicamente equivalentes. Fuente: elaboración propia, 2015 . . . . .	94
2.9	Diagramas interno y externo de dominios en teoría de categorías, Fuente: Lawvere, Rosebrugh, 2003. . . . .	97
2.10	Diagramas categoricos. Fuente Eheresmann, Vanbreemersch, 2007. . . . .	101
2.11	Esquema articulador de la música. Fuente: Mazzola, (2003) . . . . .	102
2.12	Proceso secuencial del Topos. Fuente: Elaboración propia, 2014. . . . .	104
3.1	Esquema generador del <i>Topos</i> en el diseño. Fuente: Elaboración propia, Jiménez, 2014 . . . . .	115
3.2	Esquema de conformación del topos en el diseño. . . . .	116

3.3	One and three chairs, del artista Joseph Kosuth, como un ejemplo del razonamiento surrogativo. Fuente: Gómez-Ramírez, 2014 . . . . .	118
3.4	Diseño paramétrico. . . . .	123
3.5	Superficies con curvatura constante (a) Esfera; (b) Pseudoesfera; (c) Plano. Fuente, elaboración propia, 2013. . . . .	124
3.6	Ejemplos de variedades 1-dimensionales. . . . .	124
3.7	Ejemplos de variedades 1-dimensionales. . . . .	125
3.8	El toro como variedad de Riemann 1-dimensional. . . . .	126
3.9	El espacio Euclidiano tridimensional. . . . .	128
3.10	Teorema de Pitágoras. . . . .	130
3.11	Plano afín. Fuente:Elaboración propia, 2014.) . . . . .	131
3.12	Espacio proyectivo. Fuente: Elaboración propia, 2013 . . . . .	131
3.13	Un pentacopo tiene una dimensión de Hausdorff=1.8617 En cada iteración se cambia cada pentágono por un copo de 6 pentágonos áureos.	135
3.14	Transformaciones en $Z_{12}$ . . . . .	137
3.15	Motivos musicales dodecafónicos. Fuente:Mazzola, 2002. . . . .	140
3.16	Movimiento de un plano en el grupo general lineal. Fuente: Mazzola, 2002. . . . .	140
3.17	La unión del punto-sustancia y el espacio-forma generan un objeto real. Fuente: Mazzola (2002)[74] . . . . .	141
3.18	La unión del punto-sustancia y el espacio-forma generan un objeto real. Fuente: Mazzola (2002) . . . . .	142
3.19	Grupo de control y su transferencia a grupos fibrados. Fuente: Leyton, 2001. . . . .	144
3.20	Evaluación de la característica de Euler en un cuerpo geométrico, en este caso de estudio,el homoeomorfismo de un toro. Fuente: Elaboración propia, 2013 . . . . .	148
4.1	Pirámide de abstracciones en entornos complejos de Cheng y Hu. Fuente: Saita y Sucker, 2013 . . . . .	155
4.2	Taxonomía de la estructura metateórica para la clasificación de abstracciones en la teoría del diseño de acuerdo con Terence Love (2000). Elaboración propia, 2014 . . . . .	159

4.3	Dos diferentes interpretaciones para agrupar un conjunto de datos en dos clusters distintos. Fuente: Drugovitsch, 2007 . . . . .	164
4.4	Árbol fundamental de los sistemas clasificadores de aprendizaje. Fuente: Urbanowicz, Moore. (2009) . . . . .	167
4.5	Metodología LCS. Fuente: Urbanowicz, 2009? . . . . .	168
4.6	Agente anticipativo ante un ambiente incierto. Fuente: Ramos, 2007. .	169
4.7	Curso de acción de un agente. Fuente: Urbanowicz, Moore. (2009) . .	170
4.8	Arquitectura de un XCS. Fuente: Ramos, 2007. . . . .	172
4.9	Proceso interno de un SCA, Fuente, Urbanowicz et al, 2009 . . . . .	173
4.10	Esquema categórico interno. Fuente:Elaboración propia, 2014. . . . .	177
4.11	Esquema categórico grafo. Elaboración propia, 2014 . . . . .	178
4.12	esquema conmutativo categórico que sintetiza el diseño arquitectónico Elaboración propia, 2014 . . . . .	178
4.13	triángulo conmutativo que incide en lo conceptual. Elaboración propia, 2015. . . . .	180
4.14	triángulo conmutativo que incide en lo construido. Elaboración propia, 2015. . . . .	180
4.15	Representación del producto categórico que define el diseño arquitectónico como un origen espacial, inspirada en la representación cognitiva de Gómez-Ramírez, 2014. Elaboración propia, 2015. . . . .	181
4.16	Esquema ontológico computacional. Fuente: Guarino et. al. 2009 . . .	183
4.17	Conexiones epsilon para la resolución de la heterogeneidad semántica. Fuente: Li et. al. 2008 . . . . .	186
4.18	Integración de dominios heterogeneos. Fuente: Bhatt et. al. 2011 . . .	187
4.19	Aspectos de la autopoiesis con base en la diferencia entre organización y estructura Fuente: Nomura, 2012. . . . .	192
4.20	Hipergrafo que relaciona topológicamente espacios, accesos y circulaciones. Fuente: Slusarczyk, 2013 . . . . .	194
4.21	La verticalidad se propone, como la comunicación funcional entre la <i>emergencia</i> y la <i>jerarquía</i> . Fuente: Elaboración propia, 2015 . . . . .	195
4.22	Concentrador Fuente: Elaboración propia, 2015. . . . .	198

---

4.23	La horizontalidad se propone, como la comunicación funcional entre la vinculación y la emergencia Fuente: Elaboración propia, 2015 . . .	199
4.24	La horizontalidad se propone, como la comunicación funcional entre la vinculación y la emergencia Fuente: Elaboración propia, 2015 . . .	200
4.25	La verticalidad se propone, como la comunicación funcional entre la <i>emergencia</i> y la <i>jerarquía</i> . Fuente: Elaboración propia, 2015 . . . . .	201
5.1	tabla comparativa entre las etapas de diseño detectadas en el estado del arte y la propuesta de la investigación. Fuente:elaboración propia 2015. . . . .	205
A.1	Diferencia entre un grafo y una categoría. Fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007. . . . .	216
A.2	Enlace distinguido en un patrón . . . . .	218
A.3	Enlace colectivo en un patrón (fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007) . . . . .	221
A.4	Enlace colectivo en un patrón (fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007) . . . . .	222
A.5	El colímite de un patrón (fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007) .	225
A.6	Suma y colímite de un patrón. . . . .	229
A.7	Producto de categorías.Fuente, Pierce, 1991. . . . .	231
A.8	Suma y colímite de un patrón. . . . .	232
B.1	Red Bayesiana. Fuente: Drugovitsch, 2007 . . . . .	235
B.2	Probabilidad cruzada en una red bayesiana. Fuente: Drugovitsch, 2007	236
B.3	Modelo canónico Noisy-OR. Fuente, Drugovitsch, (2007) . . . . .	237

## Lista de Ecuaciones

3.4.1	La noción matemática del espacio . . . . .	127
3.4.2	La noción matemática del espacio . . . . .	128

---

3.4.3	La noción matemática del espacio . . . . .	130
3.5.1	Álgebra de grupos . . . . .	136
3.5.2	Álgebra de grupos . . . . .	136
3.5.3	Álgebra de grupos . . . . .	137
3.7.1	Grupos de desdoblamiento . . . . .	145
3.8.0	De Erlangen al Topos: La continuidad histórica de la teoría de grupos en la teoría de categorías . . . . .	149
4.8.0	Ontologías computacionales . . . . .	182
4.8.0	$\lambda$ - Cálculo . . . . .	190
4.9.0	verticalidad: grafos jerárquicos . . . . .	193
4.11.0	<i>Topos</i> : El Modelo . . . . .	196
A.3.0	Enlaces colectivos . . . . .	221
A.8.0	objetos inicial y terminal . . . . .	230
A.8.0	productos . . . . .	230
A.0.0	Entropía . . . . .	233
A.0.0	Entropía . . . . .	233
B.0.0	Redes de Bayes . . . . .	235
B.0.0	Redes de Bayes . . . . .	235
B.0.1	Grupos de desdoblamiento . . . . .	237



---

# Presentación

## 0.1. Introducción

El diseño es un campo de conocimiento que se encuentra en transformación permanente: Los métodos conceptuales, las herramientas tecnológicas para la representación, los procesos de enseñanza y aprendizaje, las prácticas experimentales. Tal heterogeneidad en estos elementos, vuelve prácticamente un tabú, las pretensiones de lograr una teoría del diseño que se asiente sobre principios formales rigurosos. Sin embargo, sostenemos que el diseño en la actualidad precisa de un replanteamiento en su estructura teórica y conceptual, basada en un redimensionamiento de su:

1. **Ontología:** La ontología es la rama de la filosofía que estudia el *ser* en general y sus propiedades trascendentales. Puede nombrarse como el estudio del *ser* en tanto lo qué es y cómo es. La ontología define al *ser* y establece las categorías fundamentales de las cosas a partir del estudio de sus propiedades, sistemas y estructuras. La ontología estudia al *ser* en la medida en que existe y no se basa en los hechos o las propiedades particulares que se obtienen de ellos.

Para nuestro campo de conocimiento, sostenemos que la comprensión de la realidad para el objeto de diseño (en este caso de estudio, arquitectónico), de acuerdo con su momento histórico, apunta a un cambio de perspectiva, donde la preeminencia de la materia (como origen), el espacio (como medio expresivo) y el objeto (como producto), den lugar a la incorporación de un discurso integrado por elementos que consideren aspectos tanto abstractos como físicos que discurren en una metaconstrucción ampliada de la realidad, no sujeta únicamente a las percepciones sensibles del diseñador.

2. **Epistemología:** Tanto en la construcción teórica, cómo el objeto en cuanto objeto, es comprendido y estudiado, de acuerdo con los paradigmas de su propia ontología, o a la concordancia con ésta cuando lleve a cabo un posible *viraje*.

Al considerar el contexto en el que el diseño se lleva a cabo, podemos darnos cuenta de que el principal problema socio-cultural actual, a partir del enfoque de nuestra investigación, es representado por la aún vigente visión materialista en el diseño, que lo constriñe a ser una disciplina accesoria para las ciencias, que sólo se nutre de ellas para fortalecer su discurso, pero que no contempla una relación bidireccional compleja y de cuya influencia, en términos de su objetividad y rigurosidad, es posible prescindir, so pretexto de ser una disciplina eminentemente creativa. Parece expresar que si no pasa por la experimentación empírica, no es real (Irigoyen, 2008)[50]; si no es un objeto tangible que cumple con los supuestos de intercambio y consumo materialista, se reduce al idealismo epistemológico y pierde fuerza en la realidad.

No se discute por ahora, la cualidad simbólica de los procesos de conceptualización y espacialización (Irigoyen, 2008)[50], ni el marco referencial físico que incorpora *materia* al devenir *espacio-tiempo*(Muntañola, 2000) [81]. Sin embargo, se advierte sobre la importancia de estas últimas como marco generalizante de las primeras.

Es también fundamental entender como los productos y espacios conformados digitalmente afectan nuestras experiencias en todas las escalas, donde: *nuevas formas de relaciones y comunicaciones se han vuelto inmediatas, e implican nuevos modelos de interacción con el entorno construido*. (Terzidis, 2006) [106]

3. **Dialéctica:** La forma en el que los supuestos principales son validados lógicamente. A través de la teoría del *Topos*, es posible generar una dialéctica que supere las instancias lineales y deterministas de la misma y que sea formalizable en entornos complejos, con una base matemática y otra filosófica, inspiradas principalmente en el estructuralismo y la fenomenología. De acuerdo con Dosse, el estructuralismo y la fenomenología se encauzaron en la búsqueda de idea-

les matemáticos, sin embargo, estos ideales no son una consecuencia de una evasión del mundo real, ni residen fuera del mundo de la experiencia. Por el contrario, son un medio para captar las propiedades de los objetos y las ideas. (Dosse, citado en Aczel, 2009)[8]

## 0.2. Motivación

El criterio divergente entre las teorías del diseño, la tecnificación instrumental en la utilización de sistemas computacionales, la aparente introducción de geometrías no euclidianas y el sonado uso de la topología como instrumento conceptual, la premisa de una esencia *metaestructural* del diseño; el planteamiento metafórico en la disciplina, de isomorfismos inconsistentes con los fenómenos originarios de las formulaciones matemáticas que estos utilizan, (véase , por ejemplo, la idea de "temperatura arquitectónica" de Salingaros, citado en Saura, 2003 [97]), la complejificación de los procesos involucrados en el hacer del diseño, la exigencia de realizar un planteamiento multidisciplinario formal, nos motivan a construir una estructura teórica acorde con estos criterios. A esta estructura le llamamos aquí: *Topos*.

¿A qué responde el *Topos* en esta investigación?

1. A la consolidación de una construcción metatestructural del *corpus* del diseño, que acepte, asimile y procese, la acción de múltiples dominios en un patrón complejo responsivo a un tiempo determinado, y que conserve un registro de sus estados para predecir acciones posteriores.
2. A rebatir el discurso sobre la preeminencia del error admisible en la conceptualización y su legitimación filosófica; y que la integración de las ciencias computacionales y la representación formal del conocimiento en los procesos conceptuales de diseño, van más allá de lo que algún autor (Irigoyen, 2008)[50] presume en llamar *idealismo epistemológico*.
3. A una sistematización compleja de la realidad del ambiente del diseño. En este caso de estudio es el diseño arquitectónico, sin embargo, la metodología

propuesta puede generalizarse a prácticamente cualquier tipo de instancia de diseño.

En esta línea temporal, consideramos tres momentos conceptuales importantes en los que se basa nuestra investigación (figura 0.2): El primero se lleva a cabo mediante la asimilación perceptual-cognitiva del individuo ante un fenómeno. No interviene la computadora en primera instancia y es altamente probable que el producto de diseño obedezca a la abstracción simbólica. En esta etapa, se construyen las componentes que mediante la filosofía, y que serán tema del capítulo 2 (Véase la figura 2).

En el segundo momento se incorpora el pensamiento lógico-matemático que deriva en algoritmos y el uso de la computadora como un soporte representacional, donde, con sus reservas, el panorama se amplía por la administración de instancias generativas espaciales. (Fig.3)

En el tercer momento se propone el uso de la inteligencia artificial desde la generación de ambientes difícilmente perceptibles por el individuo y sus propios medios, hasta el control de las decisiones de diseño en complejidad. El *Topos* propuesto como meta estructura de diseño, abarca aspectos tanto conceptuales como físicos. Es un lugar donde estos dominios pueden comunicarse y buscar una convergencia entre los aspectos materiales y conceptuales abstractos del diseño. (Fig.4)

### 0.3. Antecedentes

El proyecto de investigación doctoral fue originado a partir de una búsqueda personal por dar un giro de tuerca a los procedimientos, herramientas y alcances que conforman la creación de objetos de diseño arquitectónico, con ayuda de la formación inicial como ingeniero y la educación temprana como músico, sostenido por la firme creencia de que es necesario aspirar a un redimensionamiento integral de ideas generales sobre el diseño, mediante recursos computacionales efectivos, que busquen un *diseño asistido por computadora* desde su origen lógico-conceptual, un conocimiento más profundo del lenguaje geométrico presente en el diseño, y su integración rigurosa al estudio de la complejidad. Al iniciar la investigación, la intención principal consistía en lograr un vínculo formal entre la música y la arquitectura en términos compositivos, pero el enfoque ha tenido que modificarse, de tal manera que sea po-

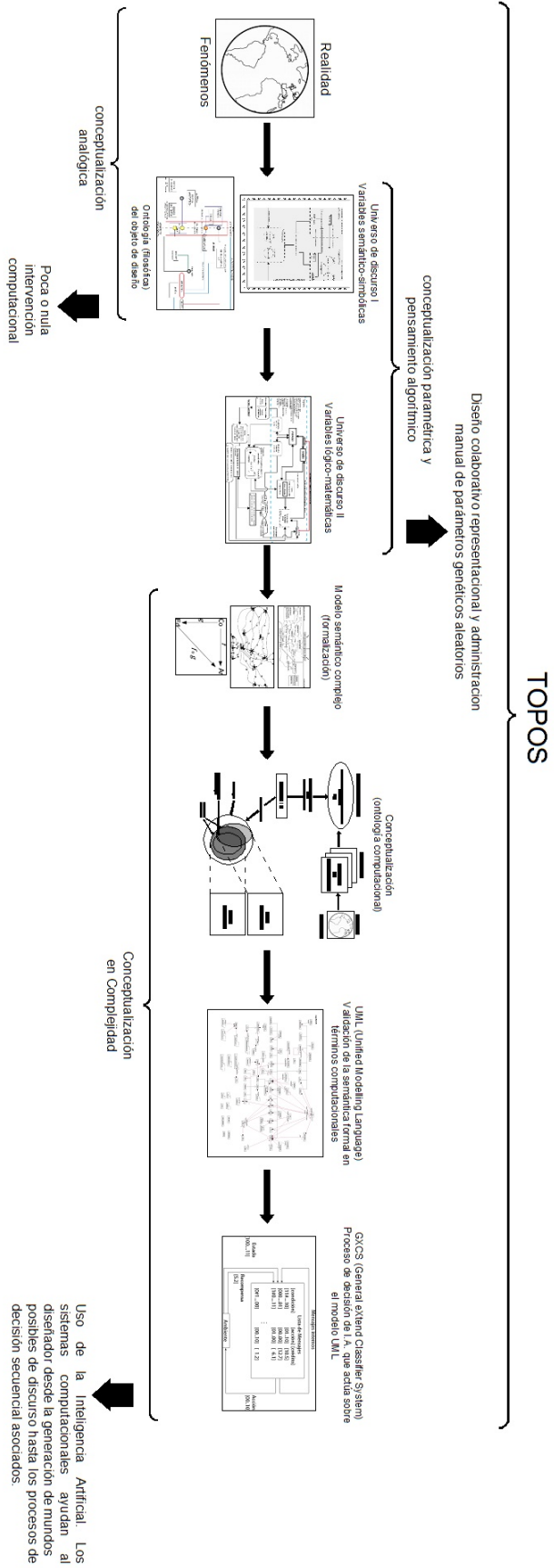


Figura 1: Proceso secuencial del Topos. Fuente: Elaboración propia, 2014.

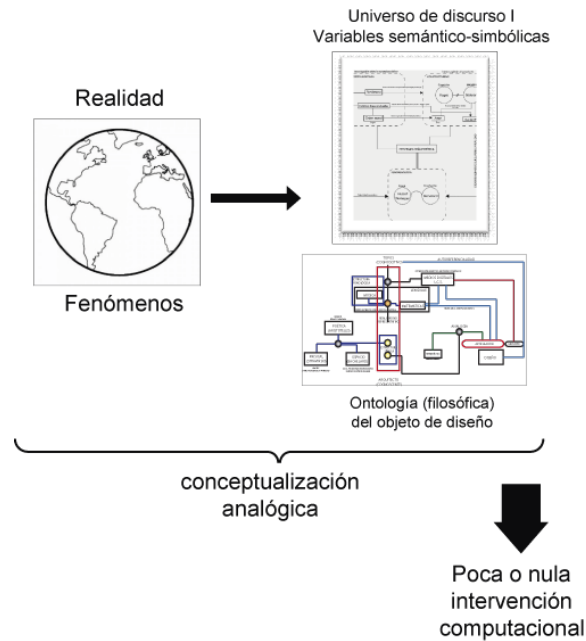


Figura 2: Proceso secuencial del Topos: Simbolismo analógico. Fuente: Elaboración propia, 2014.

sible alcanzar un esquema teórico *ad hoc* para sustentar la creación de un modelo que trascienda lo puramente formal y analice el lugar como metaconjunto poético, estético, social y físico; y cómo se vincula de manera integral al diseño arquitectónico, desde un enfoque categórico. (Entiéndase *categórico* como relativo a la teoría de las categorías) Es en este punto, donde se introduce el concepto fundamental de *Topos* (lugar en griego) como un punto de convergencia entre disciplinas, argumentos e instancias abstractas y físicas.

Parte además, de la búsqueda personal del porqué la generación de los procesos lógico-conceptuales del diseño, se verifican generalmente sólo desde la misma arquitectura, y de qué manera otras ciencias y artes convergen en ella. Propone entre otras cosas, la oportunidad de aumentar exponencialmente, la calidad y cantidad de propuestas compositivas del diseñador, por medio del conocimiento de medios compositivos presentes en otras artes y ciencias en la búsqueda de un lenguaje común, es además una propuesta que conduce al estudiante, al profesionalista y al lector en general, a replantear la manera de concebir el lugar. Es un acercamiento multidisciplinario para la creación de herramientas tecnológicas, que con base en

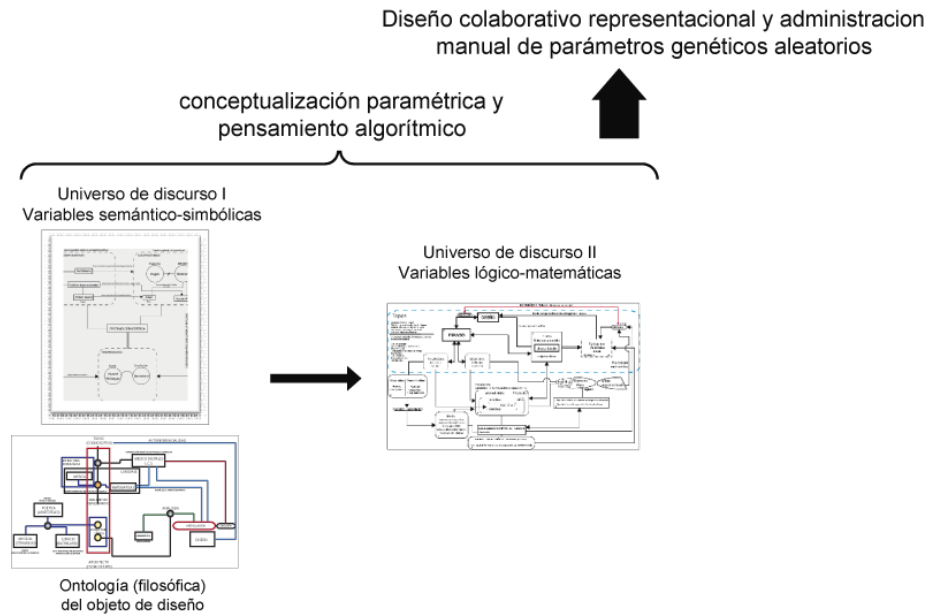


Figura 3: Proceso secuencial del Topos: Transición del simbolismo analógico al espacio de discurso lógico matemático. Fuente: Elaboración propia, 2014.

criterios lógico-matemáticos de inspiración musical, congruentes con el concepto de *Topos*, den soporte a la creatividad del diseñador y ayuden a ampliar su visión conceptual general, en un esquema de pensamiento acorde al siglo XXI con un enfoque heurístico y complejo.

## 0.4. Problemática

La resolución de problemas de diseño es hoy en día, un tema de creciente complejidad que excede las expectativas de su postura disciplinar, cuando se considera el lugar, no sólo como una entidad física, sino como un conjunto de procesos y entidades que actúan inseparablemente. El principal problema es que los procesos, herramientas y métodos utilizados en el diseño - arquitectónico particularmente- no han variado en la integración de estos factores, en la flexibilidad ante requerimientos globales, en la conciencia de la virtualidad y la complejidad ante el espacio físico-geográfico y en el uso inadecuado de herramientas tecnológicas que someten el juicio del diseñador en lugar de auxiliarlo en sus resoluciones.

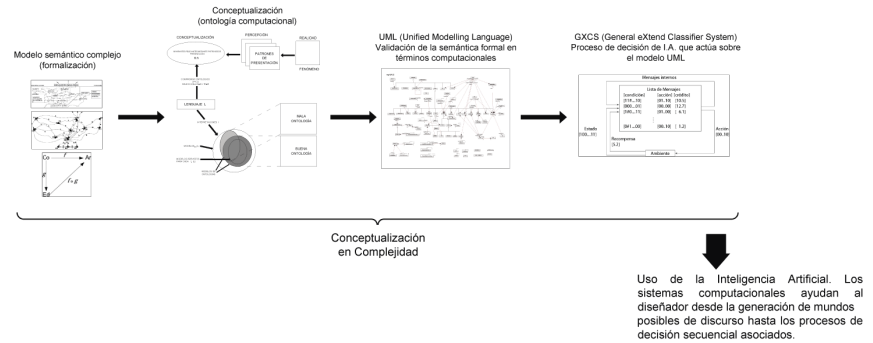


Figura 4: Proceso secuencial del Topos: Conceptualización en complejidad. Fuente: Elaboración propia, 2014.

## 0.5. Relevancia del estudio

La investigación se considera relevante por la interacción de tres aspectos fundamentales:

1. **Estructura filosófico-práctica:** Que encauza los principios del diseño arquitectónico en relación con aspectos sociales, tecnológicos y estéticos, en la búsqueda de una estructura meta-conceptual de razonamiento lógico.
2. **Diseño como proceso complejo:** Que incorpora a su discurso, elementos científicos, artísticos y técnicos y que en su devenir, fortalecen el intercambio y la complementación multidisciplinar. No sólo en el discurso o la metáfora filosófica, sino en la organización primaria de estos elementos bajo rigor formal.
3. **Producto resultante:** los algoritmos y las posibles soluciones computacionales que de estos deriven, ayudarán a incrementar enormemente las posibilidades de conceptualización composición y dan soporte a la creatividad del diseñador, contribuyendo a un acercamiento científico tecnológico con el diseño.



El modelo de salida propuesto tiene como propósito ayudar a la toma de decisiones en las alternativas de solución que la máquina propone. Las implicaciones son también muchas y muy variadas, porque incluyen la participación activa e integral de profesionales de las ciencias exactas y sociales y la imprescindible colaboración de profesionistas de otras disciplinas. La búsqueda de un lenguaje poético y retórico común posibilita mediante las herramientas tecnológicas, que los arquitectos que sufren fijaciones mentales cuando realizan composiciones puedan llegar más fácilmente al *salto mental* (Amitani, Hori, 2002) [12] si la propuesta de diseño se verifica desde otros campos de conocimiento, mediante homologación semántica.

## 0.6. Retos de la investigación

1. El diseño arquitectónico puede verificarse de formas tradicionales y no sistémicas, siguiendo los procedimientos canónicos y analógicos que lo acercan a la abstracción de un concepto simbólico, dificultando la asimilación de las propuestas de la investigación, que se volverían innecesarias o irrelevantes para algunos sectores, por ejemplo, para quien dice que el uso de los sistemas computacionales pueden derivar en un “determinismo arquitectónico” (Montello, 2014)[79], ya que ésta investigación establece un lenguaje disciplinar intermedio.
2. La interacción entre el diseñador y las herramientas de diseño asistido por computadora se restringen al ámbito representacional, y existe poco interés por parte de los diseñadores y arquitectos para emprender estudios sobre desarrollo de aplicaciones de soporte a la creatividad basados en lógicas formales y una sistematización rigurosa de ambientes complejos, dejando en un segundo plano la metáfora asociada a la retórica del discurso actual del diseño, dejando esa labor a ingenieros y/o programadores.
3. El nivel de pensamiento lógico-matemático para desarrolladores interesados es considerable, y el diseño arquitectónico no ha sido tipificado propiamente, como una disciplina que busque el acercamiento con la matemática
4. La investigación puede transmitir un mensaje confuso, dada la gran cantidad

de variables involucradas.

## 0.7. Objetivos

### 0.7.1. Objetivo principal

- Desarrollar una metodología que actúe como plataforma conceptual para la optimización, autoaprendizaje y complejificación del proceso de diseño, con el soporte de las ciencias computacionales y la teoría de categorías.

### 0.7.2. Objetivos secundarios

1. Definir el papel del pensamiento lógico-matemático como puerta de enlace interdisciplinaria, y su participación en la construcción de estructuras de pensamiento lógico-abstractas más competitivas en el diseño arquitectónico.
2. Proponer un enlace multidisciplinario entre las ciencias exactas y la arquitectura que den como resultado, herramientas conceptuales y tecnológicas competitivas para la composición de objetos de diseño en complejidad, por medio de la acción de una metaestructura multidominios, responsiva al tiempo y a la incertidumbre del sistema.
3. Proporcionar al diseñador elementos suficientes para evitar fijaciones mentales en sus procesos de composición (Amitani, Hori, 2002)[12] cuando presenta problemas para idear una composición a través de los medios tradicionales, entendiendo esta manera de diseñar como un soporte a la creatividad y no como un solucionador automático de problemas.
4. Demostrar que la generación de la composición arquitectónica puede llevarse a cabo a partir de lenguajes intermedios mediante un enfoque categórico.

## 0.8. Hipótesis

- Para el arquitecto, el lugar se ha convertido en un metaconjunto de conceptos sociales, físicos, psicológicos, matemáticos, tecnológicos y artísticos, por esto es

necesario comprender integralmente este metaconjunto e integrarlo al diseño.

- Por ello, es posible verificar ampliaciones en la visión geométrica del arquitecto para la composición de objetos de diseño, a través de disciplinas alternativas a la arquitectura, en este caso la música como una ciencia y arte de espacialidad demostrada, utilizar su cercanía simbólica y geométrica como base compositiva a un nivel complejo, demostrando un entendimiento más profundo del lenguaje geométrico y con la aplicación de este entendimiento a herramientas computacionales de soporte al diseño.

## 0.9. Preguntas de investigación

1. ¿El diseño es realmente una disciplina que por ostentar como principio la creatividad, está libre de una mayor rigurosidad?
2. ¿De qué manera aborda el estudiante o el profesionalista de arquitectura el problema de diseñar? De qué forma pueden optimizarse los procedimientos de diseño y cuáles serían sus resultados si se aplican los fundamentos topológicos de disciplinas no espaciales y su inscripción en entornos complejos?
3. ¿Es la analogía, entendida como un procedimiento de comparación simbólica entre dos conceptos, la forma principal, de figurar cognitiva y representativamente los productos de diseño? El diseño está presente no como discurso accesorio, sino como *meta-discurso*. Donde las analogías pueden presentarse en esencia y no solamente en forma.
4. ¿Puede el diseño arquitectónico, superar su esencia disciplinar y complementar sus argumentos con otras disciplinas, trascendiendo su comunicación horizontal interna, y figurarla como una verticalidad recíproca entre éstas, mediante formalizaciones matemáticas, al contemplar el diseño como un proceso de decisión secuencial?
5. ¿Cómo se entiende actualmente la relación entre el arquitecto y el lugar, entendiendo el lugar, no solo como el espacio físico, sino como una estructura compleja?

6. ¿Esta conceptualización del lugar como metaconjunto ¿permite incorporar en su topología, disciplinas no espaciales que cumplan criterios de asimilación semejantes en una posibilidad de homogeneizarlas semánticamente?
7. ¿Cuáles y que tan efectivos son los medios y las herramientas que los arquitectos disponen para la creación de propuestas conceptuales integrales y cómo se definen en su relación con geometrías no euclidianas?
8. ¿Es principalmente en función de la ciencia social que puede validarse y dar sentido de realidad al diseño?

---

# Capítulo 1

## Estado del Arte

*El hombre siempre busca explicaciones creíbles a su complejidad más profunda.*

---

Pedro Juan González

### 1.1. Construcción filosófica

Las trayectorias históricas del arte y la ciencia se han considerado divergentes en función de la manera en la que un fenómeno del mundo real es asimilado y expresado. La filosofía se ha establecido como un elemento de cohesión que permite proponer que el pensamiento científico no implica una postura determinista, rígida ni enteramente cuantitativa; ni el arte, la supremacía absoluta de la lírica y el tránsito *libertino* de la subjetividad.

Se propone un esquema que muestra la relación entre los planteamientos de la filosofía crítica respecto al *Ser*, y cómo un fenómeno se vuelve aparente ante él; la comunicación con la construcción subjetiva de interpretación por parte del constructivismo, y la respuesta que de esto postula la fenomenología (véase la Figura 1.1). De esta esquematización podemos tomar tres aspectos fundamentales para el desarrollo de este trabajo y otros posteriores: De la filosofía crítica Kantiana, advertimos la presencia de un *Noúmeno* como un conocimiento inaccesible a los solos esfuerzos de los

razonamientos individuales sobre las percepciones sensibles, y las formas sintéticas *a priori* como una base estructuralmente posible del razonamiento científico, y que poseen un carácter arquetípico subyacente; del constructivismo, se aprecia la naturaleza lingüística y comunicativa de las estructuras de conocimiento y la necesidad de figurar múltiples marcos referenciales; de la fenomenología, la actitud investigativa para abordar el conocimiento objetivo de lo aparente y la aprehensión de la esencia de las cosas. La conjunción de estas tres grandes áreas de pensamiento inciden en lo que denominamos aquí como *epistemología estética* (Jiménez, De Hoyos, 2014) [51].

Este esquema propone acercar el pensamiento creativo con el pensamiento científico a través de la filosofía, y busca obtener un panorama ampliado que auxiliará a replantear las relaciones entre las ciencias y las artes creativas. Se asume la necesidad de definir el espacio, tanto real como virtual, y el espacio mental con base en la noción extensa de geometría, lineal o no lineal, y de las herramientas de representación disponibles, a fin de que el espacio-tiempo donde se realizan las operaciones sensibles y cognitivas del diseño, pueda materializarse en lo abstracto y materializarse en el entorno físico espacial real (Jiménez, De Hoyos, 2014) [51]. Para lograr resolver en un primer momento, la idea de espacio, y posteriormente la complejificación integral del proceso de diseño, se alude al marco explicativo de la matemática, donde se concilian en un primer momento, las formas algebraicas abstractas con sus relativos geométricos y para convertirse después, en una estructura de significación en el diseño para posibilitar un alcance más riguroso de la complejidad; sin embargo, para la arquitectura, el álgebra intrínseca a la forma geométrica queda desplazada por el formalismo de la representación misma. No obstante, la matemática misma posee un carácter estético propio.

*Los patrones matemáticos, como en el pintor o el poeta, deben ser hermosos, las ideas como los colores o las palabras, deben actuar en conjunto de una forma armónica. La belleza es la primera prueba; no hay lugar permanente en el mundo para las matemáticas feas[...]. Puede ser muy difícil definir la belleza matemática, pero esto es cierto para la belleza de cualquier clase[...]. Puede que no sepamos exactamente qué queremos decir con un poema hermoso, pero eso no nos impide reconocerlo*

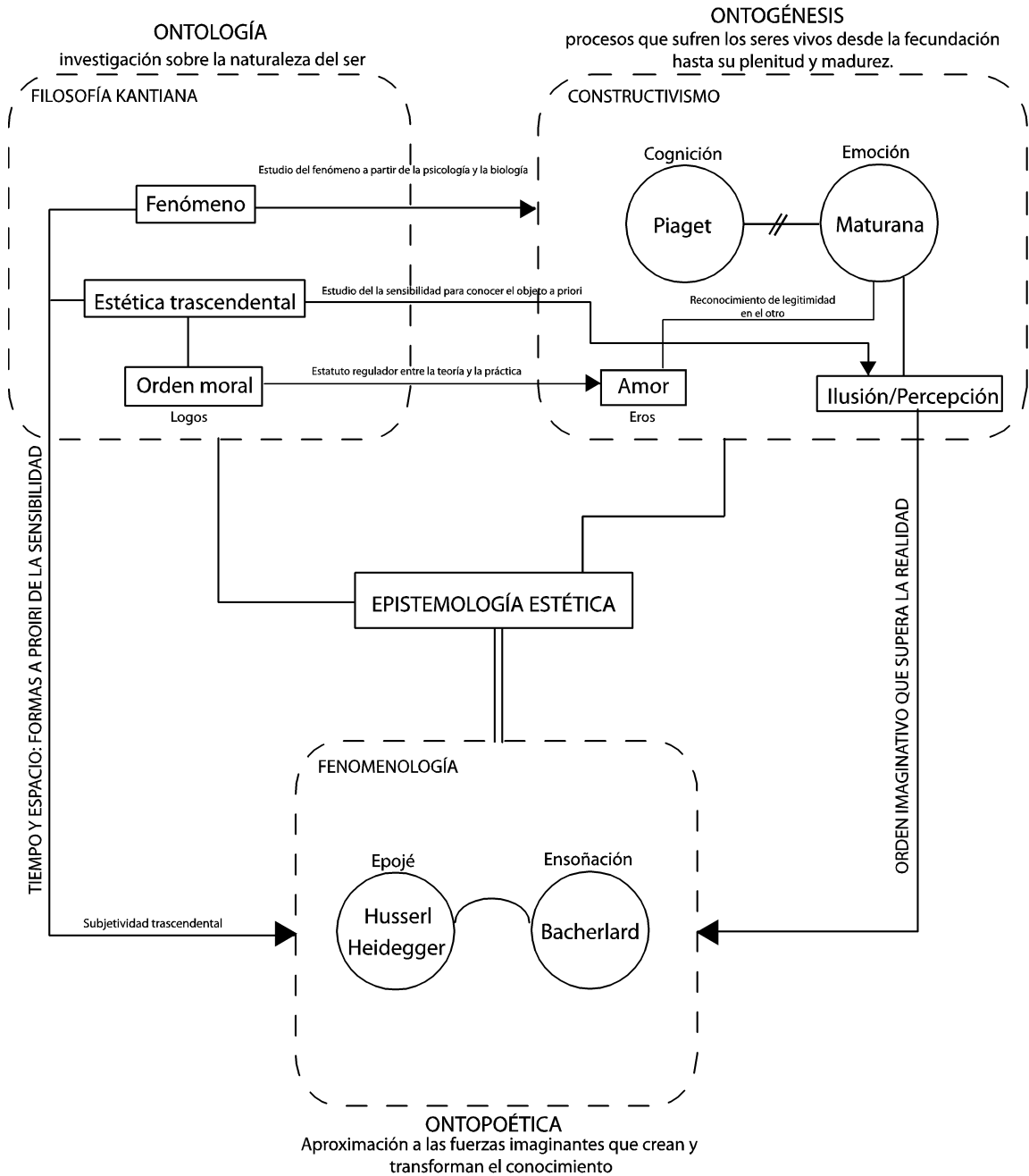


Figura 1.1: Esquema epistemología estética. Fuente: elaboración propia, 2012

cuando lo leemos. (Hardy, citado en Devlin, 2000) [29].

## 1.2. El ámbito fenomenológico de la Matemática

En el contexto particular de la fenomenología es posible integrar el estudio de la naturaleza múltiple del todo y la relación de sus partes componentes, y la tarea de desentrañar estos procesos complejos requiere un proceso de significación. La significación es un proceso de síntesis, y de acuerdo con Ariza (2009) [17], esto es un proceso de carácter eminentemente fenomenológico.

Lo que pretende sustentarse para los fines de esta investigación, es que los propósitos de la matemática no son sólo intelectuales, ni están implicados únicamente en el ámbito de las *operaciones lógicas reversibles* -como expresará Muntañola, (2000)[81] en la siguiente sección-, no sirven únicamente para explicar con rigor los fenómenos del mundo que nos rodea, ni tampoco sus resultados. Esto sería obviar, de acuerdo con Poincaré (citado en Ariza, 2009)[17], *la sensación de la belleza matemática*, de la armonía de los números y las formas, así como de la elegancia geométrica. Esta sensación toma lugar en el disfrute estético que cualquier persona capaz de entender la expresión del lenguaje matemático siente, y que pertenece al campo de la emoción sensible. Samuel Eilenberg y Saunders Maclane - creadores de la teoría de categorías- consideraban esto como la *condición proteica* de la matemática, donde una estructura matemática tiene a su disposición, una innumerable cantidad de realizaciones empíricas (Gómez-Ramírez, 2014)[38]. Al mismo tiempo, cuando nos acercamos a la visión de un todo bien ordenado, podemos entrever una ley o verdad matemática. Para Aquino entonces, *la sensibilidad estética tiene el papel de tamiz, y explica por qué el que carece de ella nunca será un verdadero creador*. (Aquino, 2009)[14].

Como Aczel (2009) refiere: *En apariencia, la matemática pura es un campo abstracto de conocimiento, sin relación con el mundo real; sin embargo la matemática está íntimamente ligada con la cultura...* (p.67) [8]



Martin Heidegger expresa al respecto de la conformación fenoménica del espacio y su relación con estas operaciones lógicas reversibles contenidas en la matemática, lo siguiente:

*El espacio dentro del cual la figura plástica se puede encontrar de antemano como un objeto presente, el espacio que encierra los volúmenes de la figura, el espacio que subsiste como vacío entre volúmenes ¿no son siempre estos tres espacios, en la unidad de su juego recíproco, meros derivados del espacio de la física y de la técnica, aun cuando las mediciones obtenidas a través del cálculo no se puedan aplicar a las figuras artísticas? [...] (Heidegger, 2009 p.21) [43]*

La postura de Heidegger sobre el carácter dinámico del espacio mediante la acción de *espaciar* apunta a investirlo de un *ser*, que trasciende la mecánica de interacción determinista y estática de lo que la definición físico-matemática del espacio pueden llegar a decirnos (por su esencia impersonal) en términos de la plástica; sin embargo, al considerar esta identidad semiótica en el lenguaje matemático, vale la pena reflexionar sobre el argumento anterior, donde las mediciones derivadas del cálculo no pueden aplicarse simbólicamente a las figuras artísticas. Estas mediciones se instalan en un plano simbólico, disponible para su transformación en plástica, puesto que estas relaciones en el plano del contenido son fenomenológicas.

### 1.3. Fenomenología en el espacio para arquitectura

Para Camacho (2002) [23], el tratamiento de la epistemología fenomenológica de Husserl para el desarrollo de la teoría del espacio en arquitectura es fundamental, porque complementa mediante la filosofía, la *mathesis* pura. La pretensión de la fenomenología es precisamente la resolución del aparente conflicto entre ciencia y filosofía, entre lo interno y lo externo. Desde esta perspectiva, ésta aspira a consolidarse como una *metateoría*, es decir, una teoría de las teorías, cuyo estudio se ubica antes de las teorías empíricas.

Sobre esta óptica panorámica, se supone la aclaración del conocimiento y sus leyes y la comprensión de sentido y significado de las conexiones específicas que documentan la objetividad del conocimiento y elevan la calidad y la distinción de sus formas puras. De la misma manera en la que el conocimiento científico construye teorías que predican comportamientos sobre fenómenos naturales, con independencia de la comprobación de validez arrojada por experimentos observacionales, la fenomenología suscribe la relación del individuo con la realidad y su representación perceptual de lo real, no en la vivencia, sino en su rasgo descriptivo e indica dos tipos de reducciones fundamentales: la reducción **espacio-masa** y la reducción **tiempo-energía**. Tanto la energía como la masa son medios fundamentales de la comunicación espacial, es donde toman lugar las expresiones espacio-temporales y es en la correlación de ambos binomios donde se verifican los paradigmas de la correalidad (Camacho, 2002)[23].

## 1.4. Topogénesis y el dominio de la topología

Josep Muntañola [80][81] se introduce, en la última década del siglo XX, en el estudio de la génesis de la arquitectura, planteando su discurso sobre la sentencia siguiente: [...] *La Arquitectura la consideraremos como instrumento “lógico-topo-simbólico”, generador de lugares para vivir* (Muntañola, 2000:p.71)[81].

Muntañola elabora este instrumento, inspirado principalmente en el trabajo de Jean Piaget sobre las representaciones espacio-temporales del niño. Esta estructura trabaja simultáneamente en dos niveles: conceptual y figurativo. Las relaciones conceptuales (ver Figura 1.2) se consideran como aquellas que coordinan las transformaciones mutuas *sujeto-objeto* y que se ubican en el dominio de las operaciones lógicas que Muntañola denomina como *reversibles*; ubica aquí a las operaciones matemáticas y geométricas y considera un carácter predictivo en ellas. Por otra parte, las relaciones figurativas son para él, más difíciles de definir, puesto que se ocupan de los procesos de información entre sujetos y objetos, tanto como entre sujetos u objetos en ellos mismos

Este instrumento tiene como catalizador, un *topos* que reduce la arquitectura a *la*

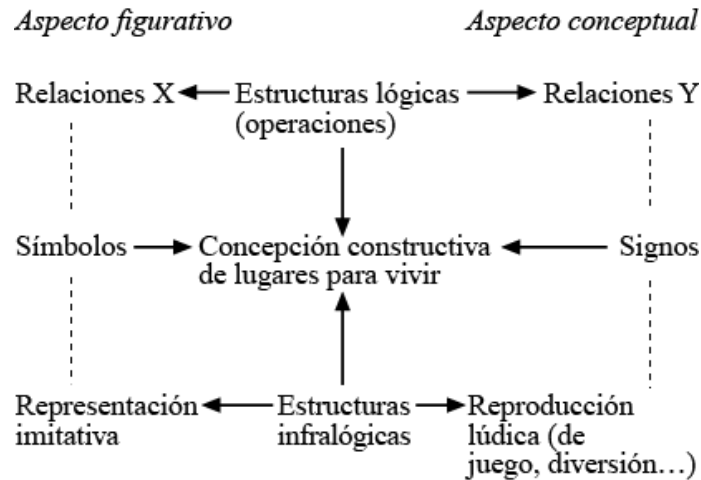


Figura 1.2: El paradigma arquitectural de la topogénesis: Fuente: Muntañola, 2000

*concepción constructiva de lugares para vivir*. Dicho de otra manera, la comunicación bilateral de las estructuras lógicas y simbólicas, tiene como punto de convergencia el *lugar*, que reduce esencialmente la labor de la arquitectura a este apartado, considerando un medio sociofísico dado y un recurso de significación a a partir de la base personal del arquitecto.

[...] *En la formación del lugar el proceso conceptual y el proceso figurativo están unidos a través de un paralelismo estructural. Este paralelismo es, además, la razón de la naturaleza sociofísica de los lugares humanos.* (Muntañola, 200:p.76) [81].

Muntañola declara por otra parte, una visión sobre las posibilidades de integración entre las ciencias y la arquitectura:

*Las ciencias exactas, incluyendo la topología están lanzadas a una loca carrera, nadie sabe hacia dónde. Lo que sí se sabe es que contra más corran, más necesario será desarrollar una epistemología que analice los progresos esenciales que tienen lugar.[...] Entre las tres estructuras-madres de la matemática moderna (Bourbaki): las estructuras algebraicas o de grupo, las estructuras de orden: redes, o Lattices, y las topológicas, serán lógicamente las últimas las más esenciales a los cambios en la noción de lugar. Y esto es precisamente lo que ha ocurrido: la topología ha sido la*

*ciencia exacta con un desarrollo más espectacular en el siglo XX.* (Muntañola, 1998; p.30) [80]

Resulta importante considerar la apreciación que, se entiende, el autor toma sobre la topología. Este *Topos* que Muntañola propone, asocia psicológicamente el espacio con las percepciones simbólicas del individuo, que se estructuran posteriormente en términos conceptuales y que constituyen un vínculo con un entorno psico-sociofísico dado. Llama la atención al respecto, que el papel de la topología como línea matemática, no se desarrolle claramente en la revisión de las referencias propias de este autor, posiblemente, por la naturaleza intrincada del estudio formal de la topología, que comprende, incluso desde su *corpus* interno, ciertos problemas, irresolubles para su demostración analítica. La utilización de las ciencias computacionales en la topología, puede ayudar a dilucidar problemas que por su naturaleza resulten difíciles de resolver, por citar un ejemplo, en 1976, Kenneth Appel y Wolfgang Haken[13], demostraron exitosamente el teorema de los cuatro colores, cuyo proceso examinaba una gran cantidad de casos (1476), y se convirtió en el primer problema matemático que se sirvió de una computadora para lograr una parte esencial de la demostración (Pickover, 2012) [87]

Es precisamente un problema topológico como este, el que por su complejidad al momento de plantear una demostración, sentó un precedente para la utilización de métodos computacionales en las demostraciones matemáticas, y nos permite proponer para los efectos de esta investigación, que la aproximación de soluciones de diseño en complejidad, si bien contemplan instancias físico-matemáticas, no puede esperarse de estas un comportamiento idéntico al fenómeno originario, ni trasladarse de forma meramente metafórica. No se descarta de forma alguna, la preeminencia de la demostración analítica, no obstante, cuando el universo de discurso presenta tal cantidad de casos, estas herramientas se vuelven auxiliares poderosos para una determinación formal aproximativa.

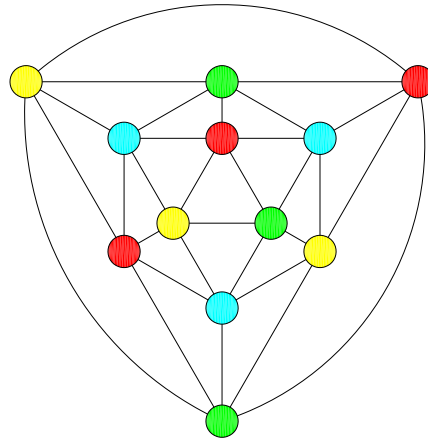


Figura 1.3: Teorema topológico de los cuatro colores, elaboración propia, 2015.

## 1.5. Algotectura

Kostas Terzidis (2006)[106] Introduce el término *algotectura*, como la utilización integral y consciente de algoritmos en la arquitectura, que difiere de la acepción usual de los CAD, porque estos sistemas excluyen o separan los procesos lógico-matemáticos usados para encauzar y dirigir un problema desde la máquina, facilitando la implementación de procesos complejos de diseño. La algotectura implica la articulación de una estrategia de resolución de problemas, tanto los objetivos bien definidos, como aquellos que no pueden serlo.

Terzidis dice:

*... Típicamente, las posiciones concernientes al rol de las computadoras en el diseño arquitectónico caen en dos categorías. Para muchos diseñadores, la computadora es solo una herramienta avanzada que corre programas habilitados para producir formas sofisticadas y controlar mejor su realización. Para estos diseñadores, a pesar de que la máquina altere significativamente la naturaleza de la arquitectura que se produce, no es necesario, ni siquiera deseable entrar en detalles de sus procesos internos. A*

*pesar de su afirmación en sentido opuesto, la mayor parte de los arquitectos caen en esta categoría. [...] el otro campo, se compone por aquellos que piensan que se ha vuelto inevitable entrar a la caja negra de la programación a fin de hacer un uso verdaderamente creativo de la computadora [...]*(Terzidis, 2006. P.VII) [106]

Podemos definir un algoritmo como: *un proceso de resolución de un problema en un número finito de pasos*; y puede considerarse como un articulación o una estrategia para resolver un problema conocido, o como un auxiliar para un problema parcialmente conocido, sin embargo, aun cuando la mayoría de los algoritmos se conciben para solucionar un problema específico, existen algunos problemas cuya solución es indefinida o vaga. En estos casos, los algoritmos se convierten en herramientas auxiliares para explorar caminos que lleven a soluciones potenciales. Un algoritmo puede considerarse también, como una herramienta que lleva a la producción de nuevos conceptos, ideas o formas que tendrán impacto posterior en el diseñador (Terzidis, 2006) [106]. Un algoritmo es además, una expresión lingüística del problema y se compone de elementos lingüísticos y operaciones sintácticas apropiadamente estructuradas. La articulación lingüística, dice Terzidis, tiene el propósito, no sólo de describir los pasos del problema, sino también comunicar la solución a otro agente para procesos posteriores. Un algoritmo puede considerarse como un mediador entre la mente humana y el poder de procesamiento de la computadora. Esta habilidad es bidireccional, ya sea para dictar a la computadora como resolver un problema, o como una reflexión del pensamiento humano en forma de algoritmo.

Monedero (2000) [77] anticipaba un avance en los usos de la informática en Arquitectura, considerando el contexto de inicios de la primera década del siglo XXI, cuya tendencia se orienta más bien al sector de la representación efectuada por herramientas computacionales de diseño asistido por computadora generada por los medios organizacionales propios del software, o bien por medios manuales, como se aprecia en la Figura 1.4.

Una vez dada la figuración inicial de un elemento geométrico, los sistemas CAD convencionales, posibilitan mediante el uso de comandos específicos aplicados normalmente a herramientas de sujeción, la modificación manual del elemento, de tal

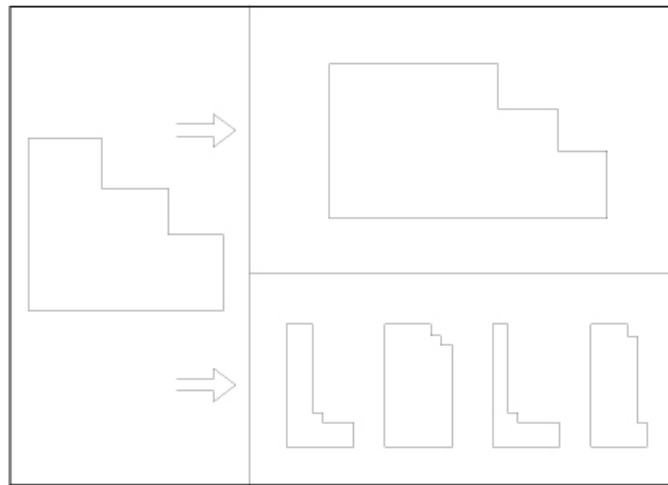


Figura 1.4: modificaciones de un elemento por deformación simple y por parametrización. Fuente: Monedero, 2000.

forma que sus nodos puedan reducirse, ensancharse o alargarse a criterio del diseñador. Este proceso expandía las posibilidades compositivas de la forma en comparación con los medios tradicionales de bocetaje, al representar las modificaciones en tiempo real, de una forma geométrica.

Alternativamente, este tipo de procesos posibilita la resolución sistemática del programa arquitectónico, como en la Figura 1.5, en los que los requerimientos son traducidos a la síntesis de un conjunto de condiciones que conforman un estado inicial.

Posteriormente se lleva a cabo una secuencia de acciones procesuales, que generan un estado de salida o solución. Al sujetarse a un proceso algorítmico, el programa debe cumplir tres condiciones principales: *Precisión* (que debe indicar el orden exacto de cada tarea), *Determinismo* (las mismas entradas producen las mismas salidas) y *finitud* (debe terminar en algún momento y utilizar una base de recursos finita). Estas características han restringido el alcance que los algoritmos poseen, para modelar objetos y procesos de diseño en ambientes complejos.

Por lo anterior, el simple conocimiento de los programas de diseño asistido por computadora necesitaría desplazarse necesariamente, hacia estrategias de resolución

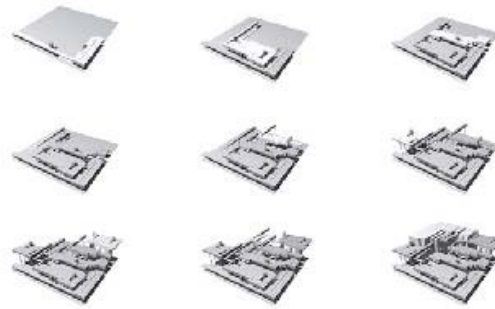


Figura 1.5: Solución secuencial del programa arquitectónico de una librería. Fuente: Terzidis, 2006

que implican mayor complejidad. Los algoritmos evolutivos han cobrado importancia en el estudio de los procesos compositivos de diseño arquitectónico. De acuerdo con Schnier y Gero (1996)[99] si un grupo de organismos similares puede separarse en dos grupos que se distingan por una diferencia en algún atributo particular, entonces una comparación de los códigos genéticos de los organismos en los dos grupos, pueden revelar qué genes o qué grupos son responsables de la diferencia. Este conocimiento puede usarse para modificar ese atributo y modificar o eliminar dicho atributo por medio de la manipulación de su material genético.

Una noción muy útil para la comprensión del contexto de una *geometría generativa*, es la definición de *genotipo* y *fenotipo*; el genotipo es un conjunto de instrucciones genéticas que conforman el código genético y el fenotipo es la estructura que se produce cuando se interpreta el genotipo. Obsérvese la Figura 1.6.

En los primeros círculos, los genotipos evolucionados se compondrán de genes básicos, pero en círculos posteriores, los genes de evolución superior (fenotipos) serán combinaciones de otros menos desarrollados, esta herencia genética creciente da lugar a un código cada vez más complejo y abstracto, es decir, el proceso adquiere gradualmente conocimiento específico sobre la aplicación y lo codifica en su representación en lugar de que la codificación sea llevada a cabo por el usuario en primer término. Esta evolución genética permea principalmente en la representación de la forma en el diseño arquitectónico, que puede tomar analogías orgánicas como se verifica en las Figuras 1.7 y 1.8.





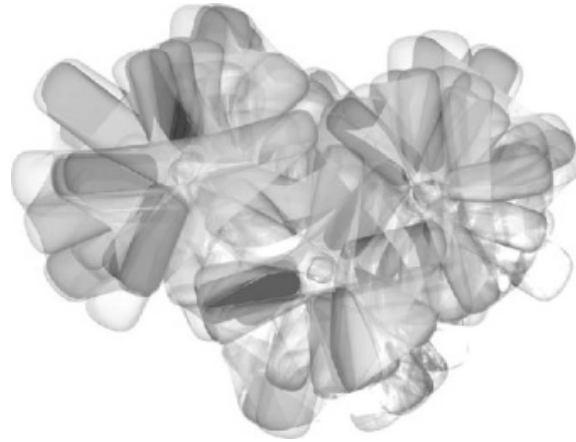


Figura 1.7: Solución formalizada de un rascacielos por medio de algoritmos (Planta)  
(Fuente: Terzidis, 2006).



Figura 1.8: Solución formalizada de un rascacielos a través de algoritmos (alzado)  
(Fuente: Terzidis 2006).



Figura 1.9: Escala cr matica musical.

y de módulos ( lgebra moderna), geometría y topología algebraica, campos vectoriales, soluciones numéricas a ecuaciones diferenciales, topologías de Grothendieck y estadística. (Mazzola, 2002) [74]. La teoría matemática de la música permite establecer generalizaciones matemáticas para los conceptos relacionados a la armonía (verticalidad) y contrapunto (horizontalidad). Recordemos la escala cromática musical compuesta de doce semitonos de una octava a la siguiente como se muestra en la Figura 1.9.

Matemáticamente hablando, este grupo de elementos se interpreta como  $\mathbb{Z}_{12}$  (es decir, de todos los números enteros tomaremos un conjunto integrado por doce de ellos). Esta escala es el generador de todos los acordes (tonales) imaginables.

Mazzola (2002) explica que a pesar de que en matemáticas, la topología general es una disciplina básica, la musicología, las humanidades y por extensión para fines de la investigación -el diseño espacial-, no han entendido aun el profundo impacto del razonamiento genuinamente topológico. La topología sólo ha penetrado las humanidades, -incluyendo la arquitectura- a nivel retórico del razonamiento métrico (véase por ejemplo [81][97]). Las transformaciones por lo general conservan relaciones interiores, pero no su posición absoluta. Para Mazzola, *la genuina topología es un antagonista radical de las transformaciones o las métricas* (2002; p.275)[74], el carácter abstracto de las topologías puede ser una razón para su precario uso en disciplinas no exactas, pero este carácter es precisamente el poder de esta aproximación, es útil para crear conceptos que son aptos para estas situaciones.

Mazzola construye, por otra parte, un esquema que representa la creación y desarrollo procesual del objeto musical, como se ve en la Figura 1.10. Este modelo es una base inspiracional para el modelo semántico propuesto aquí. Mazzola parte de la relación fundamental de los elementos *forma* y *substancia*, estos son las estructuras

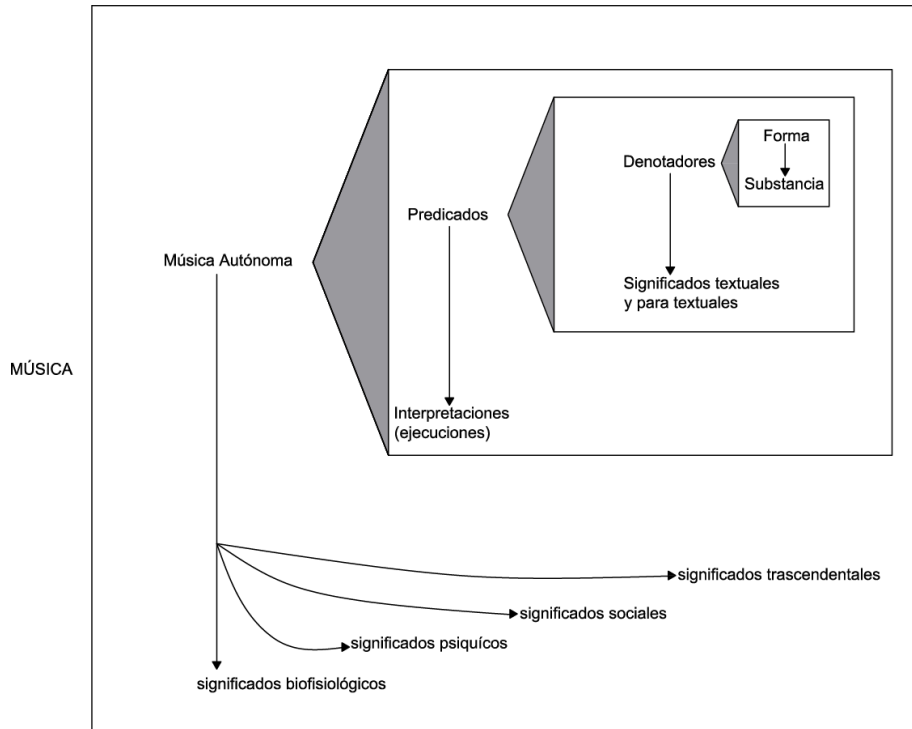


Figura 1.10: Esquema articulador de la música. Fuente: Mazzola, (2003)

mínimas de significado que conforman un objeto musical (una nota). A diferencia de Muntañola, quién separa los procesos figurativos y los conceptuales en una ejecución en paralelo, y que además posiciona jerárquicamente a estos últimos sobre los primeros, Mazzola construye una primera operación conceptual que conforma un objeto de mayor complejidad: un *denotador* (véase la sección 3.6.2); este objeto guarda un registro de los significantes mínimos que inciden en su propia generación, donde en un segundo momento se proveen de significados contextuales específicos.

## 1.7. La problemática de la complejidad

Se acercan a la discusión los problemas principales que la complejidad ofrece al diseño como campo de conocimiento, de acuerdo con los antecedentes encontrados en el estado del arte.

### 1.7.1. El problema de la Vinculación

Uno de los principales problemas que conciernen al tratamiento de la complejidad, es el problema de la vinculación o del enlazamiento (*binding problem*). Rosenblatt, (1967 citado en Roskies, 1999) [93] sugiere un ejemplo sobre este problema, donde alguna clase de característica visual, como la forma de un objeto, debe asociarse correctamente con otra característica, como su ubicación, para proveer una representación unificada de este objeto.

Entre las particularidades más significativas de este problema, siguiendo a la misma autora, es que la vinculación no es un problema unitario, sino una clase plural de problemas, que se originan principalmente en el hecho de que diferentes fenómenos pueden referenciarse a un mismo nombre.

Esto puede ejemplificarse por medio de las relaciones de correspondencia matemática, donde un elemento en el codominio de una relación puede originarse a partir de múltiples elementos en el dominio (correspondencia no unívoca), o que múltiples elementos del codominio correspondan a un mismo elemento en su dominio (correspondencia unívoca no biunívoca), como se muestra en la Figura 1.11.

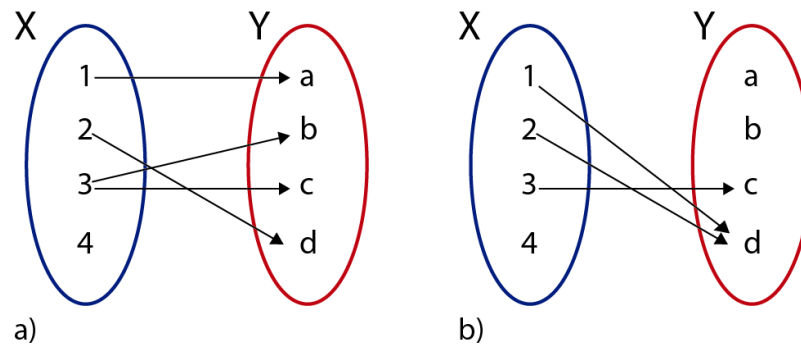


Figura 1.11: fig: a) Correspondencia no unívoca b) correspondencia unívoca no biunívoca. Elaboración propia, 2015.

Los componentes de cualquier sistema natural, existen en diferentes niveles de complejidad. Un objeto puede ser en sí mismo, un sistema de sistemas, de esta manera, un objeto complejo tiene una organización interna consistente en un patrón de sus componentes elementales, con enlaces distintivos entre ellos y el objeto enlaza

sus componentes a lo largo de estos enlaces, de cualquier forma, en una categoría, los objetos mismos no tienen características distintivas y la única información que poseemos de ellas se percibe a través de sus enlaces. (Ver fig: 2.9)

La cuestión que Ehresmann y Vanbremeersch plantean al respecto es la siguiente: Cómo pueden usarse los enlaces para poder reconocer si un objeto es complejo, en el sentido de tener una organización interna que permita a sus componentes actuar sinérgicamente? Se define entonces, el concepto de *patrón* como una familia de objetos que interactúan entre sí.

Un grafo  $G$  (también llamado un grafo dirigido o un esquema de diagrama) consiste en un conjunto de objetos llamados vértices (o nodos), que denotamos por  $|G|$ , y un conjunto de aristas dirigidas (o flechas) desde un vértice  $A$  hacia un vértice  $B$ , denotado por  $G : A \rightarrow B$ . Denominamos  $A$  al origen de la flecha, y  $B$  su objetivo. Pueden existir varias flechas con el mismo origen y el mismo objetivo (que se dicen paralelas) y las flechas cerradas también se aceptan.

Del problema de la vinculación se deriva el uso de los modelos semánticos categóricos y los modelos gráficos probabilísticos

### 1.7.2. El problema de la Emergencia

Heylighen (1989) [44] expone que la emergencia es un concepto clásico en la teoría de sistemas, que indica el principio de que las propiedades globales que definen sistemas de órdenes mayores o relativas a *un todo*, no pueden en general, reducirse a las propiedades de subsistemas de orden menor o *partes*. Estas propiedades irreducibles son llamadas *emergentes*.

La Emergencia es, de acuerdo con Popper y Eccles (Citado en Walloth, 2014): *[...]lo que trasciende de un espacio de cualidades conocido a priori. Que conduce a una "novedad real" más allá de lo que es pronosticable, al menos para el conocimiento humano[...]* (p. 124).

Una aproximación importante al estudio de la *emergencia* en los sistemas complejos, es la de los sistemas auto-organizativos (Heylighen, 1989) [44]. Maturana y Varela [73] por su parte, fundamentan su noción de sistemas autopoieticos y de la in-

clusión del término máquina (la teoría algebraica de máquinas se verá posteriormente en 3.7.1).

Belin presentó una lista de criterios que, hipotéticamente plantaban un acercamiento a la solución del problema:

- La vida es un conjunto de sistemas estructurados en el espacio-tiempo, la organización de la entidad es más importante que la identidad específica de los elementos que la componen.
- La vida se compone de un mecanismo de auto-replicación para salvaguardar su existencia, directa o indirectamente, utilizando si es preciso, otros organismos, como hacen los virus.
- Un ser vivo consiste en una descripción de sí mismo, está formado de cadenas de ácidos nucleicos en células, que se usan para dar sus características propias para su reproducción.
- Un ser vivo tiene un metabolismo que convierte la materia y la energía de su entorno, en energía útil para el organismo.
- Un ser vivo funcionalmente interactúa funcionalmente con su entorno. Es capaz de percibir satisfactoriamente los estímulos y realizar acciones sobre el medio ambiente en función de sus percepciones.
- Un ser vivo se compone de un conjunto de estructuras interrelacionadas que constituyen su identidad. Si se altera, destruye o separa varios elementos que en conjunto son vitales, la forma de vida muere.
- Una forma de vida se mantiene estable a pesar de las perturbaciones causadas al medio ambiente, que debe ser capaz de adaptarse a los cambios en su entorno.
- Los seres vivos tienen una capacidad de evolución en las sucesivas generaciones de las especies. Esta propiedad es necesaria para la supervivencia de la especie en cambios significativos del medio ambiente. (A. Belin, 1990 citado en Ramos (2007)[91])

Del problema de la emergencia se deriva la necesidad de construir una metaestructura dinámica, autoadaptable y multinivel. El estudio de los modelos complejos permite obtener de ellos, múltiples objetos emergentes que es necesario clasificar adecuadamente. Por estas restricciones y su dificultad teórico-práctica, se vuelve necesario utilizar métodos y herramientas de inteligencia artificial

### 1.7.3. El problema de la Jerarquía

Heylighen (1989)[44] apunta además, como una característica esencial de la emergencia, -entendida desde el contexto de la teoría de sistemas- su naturaleza jerárquica o multiniveles: un *todo* emergente en un nivel, es solamente un componente de un sistema emergente en un nivel más alto

De acuerdo con Wu (2013) [112] Una jerarquía denota, simplemente, la referencia a un sistema estructurado en capas o niveles, que ostentan relaciones asimétricas. La definición en terminos sistémicos de Simon (citado en Wu, 2013) define la jerarquía como un sistema compuesto de subsistemas interrelacionados que se vuelven a su vez, jerárquicos en la estructura, hasta que se alcanza el nivel mas bajo de subsistemas elementales. Matemáticamente, una jerarquía es un conjunto parcialmente ordenado (o *poset*), en el que no todos los elementos están relacionados. En el aspecto computacional, Wu amplía esta definición al considerar la importancia de las estructuras jerárquicas en el desarrollo de modelos para el estudio de sistemas naturales y sociales.

Del problema de la jerarquía se desprende la utilización categórica del topos, y el uso de colímites como herramientas necesarias en el proceso de complejificación.

### 1.7.4. El proceso de complejificación

El *proceso de complejificación* se utiliza para modelar los cambios en la configuración de un sistema natural.

Siguiendo a Ehresman y Vanbreemersch (2007) La complejificación vertical puede implicar un enriquecimiento de la jerarquía del sistema en particular con la formación de niveles mayores de organización que permiten al sistema, capturar y recordar experiencias mas complejas, sus modificaciones sucesivas y sus consecuencias inme-



diatas o predecibles. (Ehresmann y Vanbreemersch, 2007) [33] El proceso de complejificación aspira a resolver el reto de entender la naturaleza de la emergencia, a partir de partículas subatómicas, que por medio de su interacción forman moléculas e incrementan sucesivamente su complejidad. Este proceso se replica en el modelo propuesto usando un proceso conocido como *complejificación de una categoría*. mediante la iteración de esta categoría puede conducir a la emergencia de toda una jerarquía de objetos y enlaces que incrementan sus órdenes de complejidad y que son sujetos de registrar cambios en su estructura en el transcurso de un cambio de estados a través del tiempo.

## 1.8. Sistemas Evolutivos de Memoria

Los Sistemas Evolutivos de Memoria (Ehresmann y Vanbreemersch, 2007) [33] (Ehresmann, 2012) [31] [20] ofrecen modelos matemáticos para sistemas evolutivos autónomos. Estos sistemas proponen una estructura matemática para estudiar y simular (posiblemente) sistemas biológicos y sociales en los términos de la problemática de la complejidad descrita líneas arriba. Se fundamentan principalmente en la teoría de categorías [7],[76], [88], [37] [72] [68] [61] [62] . La expectativa de estos sistemas, es que puedan adecuar dichos modelos, de tal forma que sea posible ayudar a dilucidar las características de los sistemas complejos evolutivos, y plantear una distinción entre los mecanismos simples de los sistemas físicos deterministas y el desarrollo de los sistemas complejos a través del tiempo, desde su origen hasta su final.

Los autores plantean que el comportamiento de este tipo de sistemas depende fuertemente de sus experiencias, es decir, se asume que el sistema recuerde sus experiencias para un uso posterior; de esta manera puede contarse con las respuestas del sistema a las diversas situaciones que pueda enfrentar, e incluso, anticipar un comportamiento sistémico posterior, y predecir posibles rutas de desarrollo.

La teoría de las categorías ha tenido un gran desarrollo, tanto para sí misma como teoría, como para sus aplicaciones en los más variados campos de la matemática. La teoría de las categorías es reconocida como un poderoso lenguaje para desarrollar una semántica universal de las estructuras matemáticas. Eilenberg y MacLane

introdujeron el uso de las categorías en los primeros años de la década de los 40s, como una herramienta para estudiar problemas difíciles conectando la topología y el álgebra, haciendo posible el cálculo en topología, en particular para calcular la homología y cohomología de un espacio topológico, de hecho un caso particular de categorías: los grupoides, habían sido definidos mucho antes por Brandt (1926) como una generalización de grupos y utilizado de manera independiente por Ehresmann en un trabajo sobre objetos (bundles) fibrados y los fundamentos de la geometría diferencial (Ehresmann, Vanbremeersch, 2007) [33]

Las categorías también tienen un uso extensivo en lógica, vía la teoría del *topos*. Grothendieck introdujo el topos de preheces para problemas en geometría algebraica y Lawvere y Tierney (Lawvere, 1972) lograron una abstracción de sus propiedades en el concepto general de un topos elemental, que puede pensarse como una generalización de la teoría de conjuntos, permitiendo una lógica intuitiva, donde la translación de la mayoría de los conceptos matemáticos es posible. Las aplicaciones de las categorías se han desarrollado en otros dominios, en particular la teoría de los autómatas y las ciencias computacionales. En este campo de aplicación particular

## 1.9. Inteligencia artificial

Las ciencias computacionales ofrecen soluciones más concretas al problema de la toma de decisión en sistemas complejos. Estos sistemas se caracterizan por la gran cantidad de componentes que interactúan entre sí, y cuyas relaciones en conjunto son no lineales. Los sistemas complejos se vuelven *adaptativos*. Holland (1995) [47] inicia su discurso para la adaptabilidad de agentes con una metáfora sobre lo urbano:

*[...]El misterio se vuelve más profundo cuando observamos la caleidoscópica naturaleza de las grandes ciudades. Compradores, vendedores, administraciones, calles, puentes y edificios siempre cambiantes, de esta forma, la coherencia de una ciudad es impuesta, de alguna manera, sobre un flujo perpetuo de personas y estructuras. Así como la ola se estrella en la roca en un mar embravecido, la ciudad es un patrón en el tiempo. Ninguno de sus constituyentes individuales permanece en su lugar, sin embargo la ciudad persiste.*

Para extender la cuestión previa, Holland lanza una pregunta que involucra una propiedad fundamental para este trabajo: *La emergencia*.

*Qué hace que las ciudades mantengan su coherencia, a pesar de las interrupciones a la continuidad y una falta de planeación central?*.(1995. P.1)[47].

A partir de este punto, y para tener presente esta componente al hablar posteriormente sobre adaptabilidad y emergencia, es necesario tomar prestado del vocabulario de las ciencias computacionales, el término *agente*. De acuerdo con Urbanowicz y Moore (2009) [108] *Un agente es el componente individual perteneciente a un sistema dado*, podemos citar por ejemplo, una neurona que forma parte del sistema nervioso central, o un anticuerpo en el sistema inmune; Los sistemas complejos adaptativos pueden verse entonces, como un grupo de agentes que interactúan entre sí, y cuyo comportamiento puede representarse como una colección de reglas simples, usualmente concebidas en la forma condicional *si-entonces* (if-then). El agente inteligente más obvio en la naturaleza es el ser humano, sin embargo, existe una clase de agentes inteligentes que pueden superar la inteligencia humana, esta clase es la de las *organizaciones*. Una colonia de hormigas es el ejemplo más común de este tipo de clase, cada hormiga por separado puede no ser muy inteligente, sin embargo el actuar como una colonia, permite una visión aumentada del ambiente y una mayor capacidad de respuesta (Poole, Macckworth, 2010) [89].

Las perspectivas de los sistemas en inteligencia artificial pueden dividirse en cuatro grupos principales:

1. **Sistemas que piensan como humanos:** sugiere sistemas que modelan la información cognitiva, utilizando propiedades de procesamiento humanas, como la resolución general de un problema, construyendo sistemas y modelos internos de su mundo.
2. **Sistemas que actúan como humanos:** sugiere la realización de tareas específicas que un humano puede realizar, como el test de Turing, representación

del conocimiento, aprendizaje de máquinas, visión computacional y robótica.

3. **Sistemas que piensan racionalmente:** sugiere leyes de racionalismo y pensamiento estructurado como silogismos y lógica formal.
4. **Sistemas que actúan racionalmente:** sugiere la acción de aspectos racionales como la maximización de la utilidad esperada y los agentes racionales. (Russel, Norvig, 2004, p.2. citado en Brownlee, 2010)Brownlee [21].

## 1.10. Modelos gráficos probabilísticos

La mayoría de este tipo de tareas requieren una persona o un sistema automatizado para *razonar*, es decir, para tomar la información disponible y llegar a conclusiones, tanto para lo que puede ser verdad en el mundo posible, como para idear la manera de actuar con respecto a ésta. Koller y Friedman (2009)[58] consideran como un elemento determinante, el concepto de *representación declarativa*. En esta aproximación se construye un modelo computacional sobre el sistema cuyas soluciones específicas deseamos razonar. Este modelo codifica nuestro conocimiento de cómo trabaja el sistema en una forma que la máquina pueda reconocer. Esta representación puede manipularse por varios algoritmos que pueden responder preguntas basadas en el modelo.

*[...]La propiedad clave de una representación declarativa es la representación del conocimiento y el razonamiento. La representación tiene su propia semántica, disgregada de los algoritmos que pudieramos utilizar sobre ella. De esta forma, podemos desarrollar una suite de algoritmos que apliquen en cualquier modelo dentro de una clase amplia. De manera inversa, es posible mejorar el mismo modelo para ajustarlo al dominio de aplicación específico sin tener que modificar constantemente nuestros algoritmos de razonamiento(Koller y Friedman, 2009: p.1)[58].*

El acercamiento de estos métodos a nuestra propuesta radica en el enfoque complejo que presentan los procesos conceptuales y de representación en el diseño, y cuya característica principal, al momento de considerar propuestas de solución para pro-

yectos del mundo real, es la incertidumbre. La esquematización categórica, producto de la aproximación a la complejidad, por medio de los sistemas evolutivos de memoria consideran, de acuerdo con esta premisa, la base de conocimiento inicial para poder abordar un problema de diseño de esta naturaleza, asumiendo la intención de resolver las tres cuestiones fundamentales de los sistemas complejos: la *jerarquía*, la *emergencia* y la *vinculación* (Ehresmann, Vanbreemersch, 2007) [33]. Según Koller y Friedman (2009)[58], la incertidumbre es un aspecto ineludible de la mayoría de las aplicaciones en el mundo real, y es consecuencia de diversos factores. La incertidumbre surge entonces, por las limitaciones en nuestras habilidades para observar y modelar el mundo.

Dada esta incertidumbre ineludible en la observación y modelado del mundo, es necesario analizar la manera de razonar y conceptualizar el sistema para poder considerar un espectro amplio de posibilidades. Es importante diferenciar ambas aproximaciones, puesto que la primera corresponde a la construcción de la base de conocimiento de nuestro modelo complejo del mundo posible para un problema de diseño; la segunda por su parte, nos remite al razonamiento y a las acciones probables de solución para este problema, que corresponda a un proyecto del mundo real, a partir de la base de conocimiento dada.

De acuerdo con Koller y Friedman (2007) Koller et al. [59] los modelos gráficos se han convertido en una herramienta popular para el estudio de la incertidumbre por medio del uso de la teoría de la probabilidad.

## 1.11. Aproximación inicial de la investigación

En un primer momento, a partir del grafo mostrado en la Figura 1.12, se establecía una estructura por niveles que proponía una relación inicial entre Arquitectura y Música elevando su resultado a la conjunción entre el pensamiento matemático en la geometría y el uso de la tecnología en los sistemas computacionales.

La unión y comunicación de estos elementos figuraba una direccionalidad a un objetivo común: un sistema vinculante entre los nodos básicos (Arquitectura y Música). Sin embargo, la reorientación de la estructura por categorías, permite diseñar

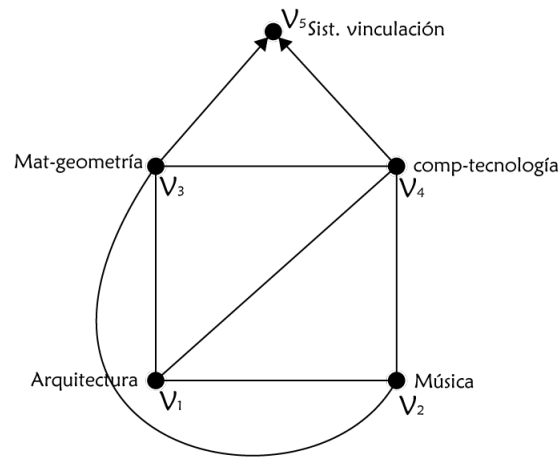


Figura 1.12: Grafo mixto que relacionaba inicialmente, los dominios involucrados en la investigación. Fuente: elaboración propia, 2011.

una red más flexible, pero sobre todo, se acerca a lograr un tratamiento más elegante, profundo y puntual de los sistemas complejos en la investigación. En este esquema, los nodos son objetos y se prioriza los morfismos presentes entre ellos. Es importante recalcar que cada objeto se asocia a una teoría propia y que esta red conjuga la relación entre ellas, por tanto puede considerarse que, para legitimar teóricamente el *topos* como una estructura para el diseño, es preciso un enfoque meta-teórico. Luego entonces, la búsqueda por el objetivo común en el grafo inicial, se convierte en el desarrollo de un marco semántico y ontológico que conjugue las teorías de interés para la investigación.

Categorías:

- A=Arquitectura: Que ubica el lugar del método tecnológico y de pensamiento resultante a nuestro contexto social actual, regula la dimensión espacio-temporal y provee congruencia entre la lógica, la retórica y la poética (Muntañola, 2000) evitando su reducción trascendente a uno solo de ellos.
- B=Músico-espacial: La música como disciplina transversal a la arquitectura, cuyos elementos generadores y procesos de composición, se acercan y utilizan en nuestra disciplina a través de la identificación de la tangencia entre ellas (Trías, 1991. citado en Boned, 2004) [90]. La musicología matemática (Mazzola,

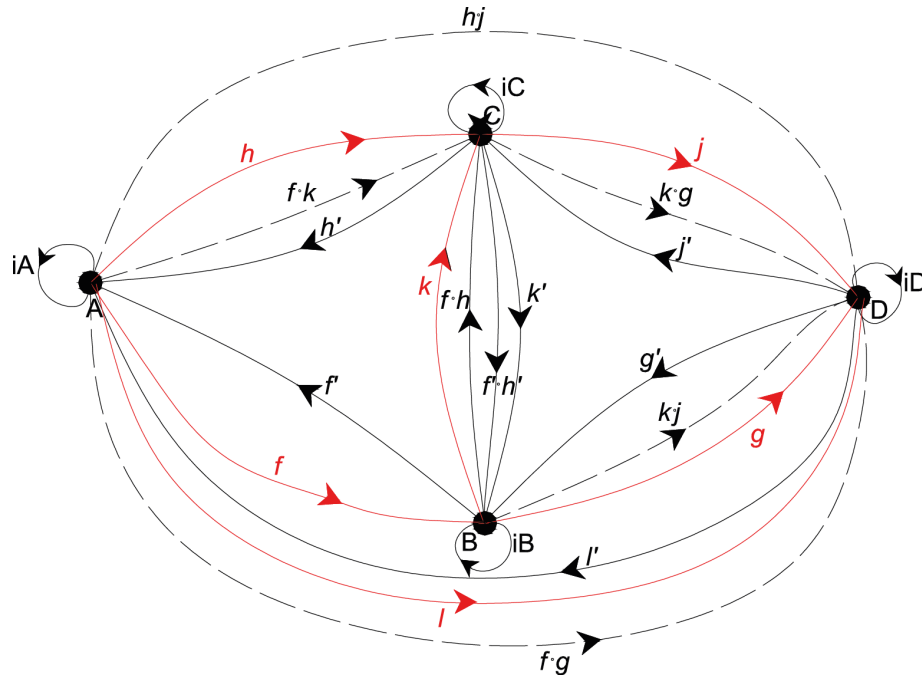


Figura 1.13: Propuesta de sistema vinculante entre música y arquitectura desde el enfoque de la teoría de las categorías. Fuente: Elaboración propia, 2013.

2002; [74] comprueban, por medio del razonamiento y el pensamiento abstracto propio de las matemática, la espacialidad de la música; espacialidad que es posible aprovechar en el diseño arquitectónico, escapando del concepto primario de la metáfora o la analogía.

- C=Matemática-Geométrica: Que replantea la concepción geométrica de la composición arquitectónica utilizando los lugares y objetos geométricos usuales, y proponiendo otros cuya creación está en función, principalmente, de las transformaciones continuas internas del objeto geométrico [Topología] (Stillwell, 1993; Shick, 2007), [105] [101] o por la identificación y proceso de grupos algebraicos.
- D=computacional: la creación y desarrollo de herramientas computacionales que contribuyen a la competitividad y autonomía de las propuestas compositivas.

-Funtores:

- $A \xrightarrow{f} B$ : La música y la arquitectura desde la perspectiva estética tradicional, la arquitectura como metáfora de la música y viceversa.
- $A \xrightarrow{h} C$ : Los cuerpos y lugares geométricos, bidimensionales y tridimensionales como medio de expresión en la composición arquitectónica.
- $A \xrightarrow{l} D$ : Aplicaciones computacionales de diseño asistido por computadora (Rhino ©, Grasshopper©, Autodesk Revit©, Google Sketch-up©).
- $B \xrightarrow{k} C$ : Series proporcionales, proporciones armónicas, la sección aurea y la geometría simbólica aplicada en la arquitectura y en la música.
- $B \xrightarrow{g} D$  Aplicaciones computacionales secuenciales de composición musical; lenguaje MIDI (Musical Instrument Digital Interface), espectrografía, tonoscopia.
- $C \xrightarrow{j} D$ : Aplicaciones computacionales para graficar curvas, superficies y volúmenes (Windows mathematics ©, Wolframs Mathematica ©, Matlab ©, Euler mathtoolbox ©)

Un aspecto significativo de la teoría de categorías, es su forma unificadora de manejar problemas universales, que requieren una solución óptima para un problema dado. Los problemas universales que se consideran relevantes para este trabajo son: la construcción de colímites, el proceso de complejificación y la construcción de conceptos (Ehresmann y Vanbremeersch, 2007).

La conjunción de estos cambios, propicia un cambio de perspectiva en el diseño como topos complejo, para consolidarse como una *meta-estructura*. Para su desarrollo y ejercicio. Esta metaestructura requiere como base, una meta-teoría, es decir una teoría de teorías. Se diferencia de la estética, citada como *meta-discurso*, por su carácter de valoración subjetiva ante un espectro de múltiples posibilidades y enfoques, en su base categórica, que posibilita el enlace de fenómenos en apariencia, dispares, o solo hilvanados por la mera apreciación simbólica. Es posible aproximar esta idea de metaestructura, a la aproximación somera que Saura (2003)[97] plantea, al referirse a un *supersistema*.



Este planteamiento inicial considera una relación inter-estructural entre los campos de conocimiento planteados en un principio, bajo la condición de construir triángulos conmutativos entre ellas, asumiendo que las operaciones que llevan de un punto  $A$  hacia un punto  $B$ , puedan recorrerse en sentido inverso (de  $B$  hacia  $A$ ). Cada objeto de la tupla  $K = \{A, B, C, D\}$  está provisto de un auto-functor propio, que dota a cada objeto, de *identidad*, como indica la figura 1.13. Este método relacional se verá más adelante en la construcción del modelo semántico, y si bien, las componentes se expresan de distinta manera, conservan la misma intención que el esquema mostrado aquí.

## 1.12. Sobre el estado del arte

De acuerdo con la lectura general sobre el estado del arte y nuestra aproximación inicial, podemos enunciar entonces los siguientes argumentos:

- El diseño necesita trascender del posible encasillamiento de posturas que lo señalan como un asociado ocasional de otras disciplinas en general y que tiene por objeto principal la elaboración de objetos tangibles sujetos a supuestos de intercambio y consumo. Las operaciones de diseño no conciernen únicamente a estos; se generan en niveles conceptuales superiores de cualquier disciplina, ya que implican una labor creativa y de organización primigenia (por ejemplo: diseño de arquitecturas de red, diseño de experimentos, diseño de algoritmos, diseño electrónico). Esto implica considerar al diseño desde una perspectiva amplia, no como disciplina, sino como conocimiento, que puede verificarse a través de un espectro disciplinar amplio.
- El nivel de comprensión del diseño se propone, no desde la tangencialidad con otros campos de conocimiento, sino desde una reciprocidad entre ellos, mediante el establecimiento de *colímites* y del proceso de *complejificación*, en un plano de operación superior, no obstante las sutilezas metodológicas que implican revisar cuidadosamente la generalización.
- La reflexión filosófica como validación de los recursos del lenguaje matemático,

permea en las concepciones formales de su comportamiento estructural y le confieren validación lógica desde los fundamentos propios de este lenguaje.

- Desde nuestra visión, la complejidad es una propiedad *intrínseca* del sistema, y no es posible aislarla del contexto global del sistema, y obligarla a aparecer como un indicador aplicado *a posteriori* a la conformación de la estructura (Saura, 2003) [97].
- El modelo categórico contempla enlaces entre categorías, que permiten visualizar una estructura compleja en diferentes niveles de abstracción y granularidad.

Para lograr esto, se precisa de la comunicación integral del diseño con las ciencias computacionales. Como pretende demostrarse, la incorporación de estas herramientas y metodologías optimiza el proceso de diseño y lo fortalece, a pesar de que algunos autores en el área, adviertan sobre un *determinismo arquitectónico* al servirse de ellos (Montello, 2014) [79] o queden descartados en términos metodológicos atendiendo principalmente, a la metáfora filosófica interpretable en los planteamientos sistémicos generales de la complejidad (Adorno, 2008) [9].

Podemos determinar en conclusión, y de acuerdo con lo anterior, las premisas que guiarán el desarrollo de esta investigación

El diseño como disciplina, requiere una integración rigurosa con nociones más amplias de comprensión del espacio, un uso profundo de las tecnologías de información, que no comprendan prioritariamente, el aspecto representacional, un análisis metódico de las dinámicas de los sistemas complejos, y una necesaria apertura a la multidisciplinariedad.

La resolución de problemas complejos en el diseño requiere primero: un nivel de abstracción mayor, por medio del lenguaje matemático, la declaración de un universo de discurso que permita incorporar elementos emergentes, imperceptibles a las representaciones iniciales y exclusivamente personales del diseñador, que acepte modificaciones dinámicas *in situ* en su estructura, y que conserve en términos de su correlato, un registro histórico de las operaciones y modificaciones realizadas en su

proceso.

Los modelos generados por ontologías computacionales y que se construyen la base de conocimiento estructurada por los sistemas evolutivos de memoria, se consideran lecturas formales de la realidad compleja, que pueden inscribirse en distintos niveles de abstracción, que posibilitan un ordenamiento categórico de fenómenos inabordables a la mera percepción sensorial humana, y que aportan soluciones a los puntos críticos mencionados anteriormente. Parten necesariamente, de un principio heurístico, que precisa para su desarrollo óptimo, de la participación conjunta entre diseñador y máquina.

Un requisito fundamental de estos cambios, es la adopción de un *saber matematizante*, que oriente al diseñador a conformar un nivel de razonamiento lógico y espacial acorde. La integración que el diseño debe realizar a partir de sus fragmentos, es la conciliación del conflicto entre objetividad y subjetividad, el factor de identidad en el diseño y el incremento del potencial en el diseñador a través del desarrollo científico a partir de la esencia de lo aproximado en la heurística. El pensamiento científico se dispone y orienta de tal forma que en un futuro, tal vez más próximo del que imaginamos, el diseño como disciplina científica, tenga los elementos suficientes para formar parte de la vanguardia en la investigación científica en el siglo XXI. Partimos de una opinión estructurada en la ciencia sobre el objeto de conocimiento, recurrimos a la historia para ubicarnos en nuestro contexto temporal, social y cultural pero dejando nosotros mismo un registro; utilizamos un lenguaje lógico mucho más serio para argumentar nuestra opinión y convertimos esto en un objeto científico sujeto a su estudio por otras disciplinas.

---

## Capítulo 2

# Articulación semántica del *Topos* en el diseño

*When we try to pick out anything  
by itself, we find that it is bound  
fast by a thousand invisible cords  
that cannot be broken, to everything  
in the universe.*

---

John Muir

### 2.1. Introducción

En este capítulo se conforman los argumentos iniciales en la filosofía y la ciencia, que inciden en la investigación. Se sostiene que la relación que el diseño arquitectónico guarda con otras disciplinas, se expresa en términos de la especificidad de su lenguaje, de las relaciones fenomenológicas que el diseñador sostiene con su ambiente y de las características de este ambiente en el que se inscribe. Se exponen los elementos conformadores de este lenguaje por medio del análisis de su semántica, es decir, la conjunción y desarrollo de la estructuras sémicas (de significado), fonológicas (de expresión) y morfológicas (de forma). Por otra parte, el ambiente que se plantea para el proceso de esta propuesta, es el de la complejidad, Se describen los tres problemas que los sistemas evolutivos de memoria plantean resolver en la complejidad en

nuestro modelo, como un preámbulo para los temas posteriores.

De acuerdo con la definición de la RAE[1] , la *semántica* es: 1. adj. [lo] Perteneiente o relativo a la significación de las palabras./ 2. f. Estudio del significado de los signos lingüísticos y de sus combinaciones, desde un punto de vista sincrónico o diacrónico. Este enfoque disgrega por componentes el proceso de diseño a partir de la génesis de elementos compositivos mínimos que se proveen de significado progresivamente, y de los medios expresivos disponibles, que no amparan solamente, entidades espaciales, sino también elementos abstractos que amplían la base de conocimiento disponible, como se aprecia en la Figura 2.1. En este esquema, se plantea una aproximación general inicial al camino que el diseñador (en este caso, el arquitecto) tiene frente a sí, de tal forma que pueda dilucidarse un *topos* enriquecido con el estudio de sus componentes. Estas componentes son: sémica (significación), fonológica (expresión) y morfológica (forma).

## 2.2. Estructura sémica

La estructura sémica (proveniente del término *sema*), otorga a las componentes lingüísticas un significado. En la componente sémica se identifica principalmente, una instancia de juicio, discriminación y elección de los significantes; es la unidad mínima de la semántica, y sin embargo, tiene una función fundamental a nivel elemental. Extrapolando esta importancia fundamental a la semántica del diseño, se estudiará primeramente la noción de *concepto* y su uso en el diseño.

### 2.2.1. Aproximación al Concepto

El *concepto* es uno de los elementos más importantes para el diseño arquitectónico, por medio del concepto, y del proceso de conceptualización, se figuran, procesan y representan imágenes, objetos y entidades de diversos dominios teóricos y prácticos que adquieren una representación expresiva por medio del espacio, y de la geometría como su canal comunicativo.

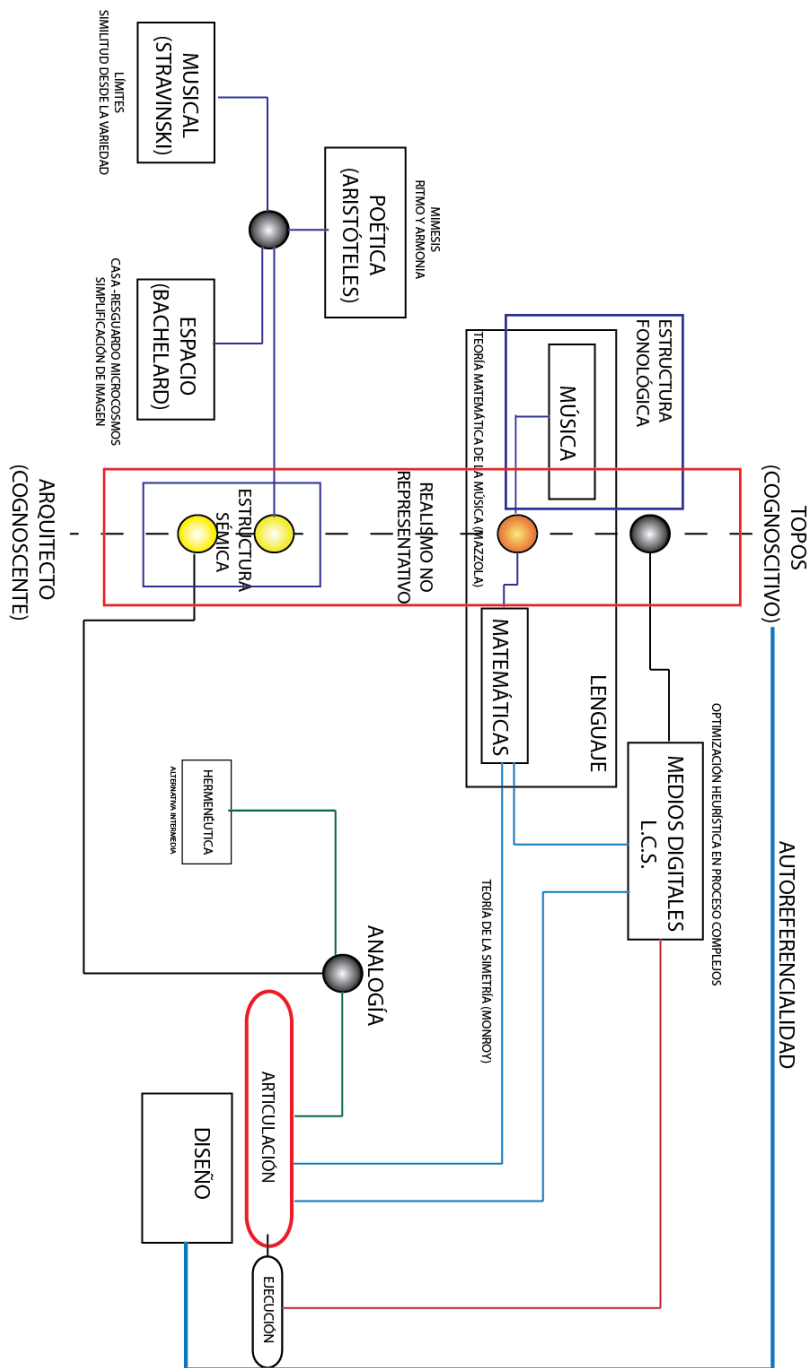


Figura 2.1: Esquema semántico disciplinar hacia el topos en arquitectura. Fuente: Elaboración propia, 2013

La definición de Ching,(2002)[25] de lo que es un *concepto* en arquitectura es:

*imagen o formulación mental de lo que es o debería ser una cosa: en particular, una idea generalizada a partir de características o casos particulares.* (2002:p,93)

Si este argumento permaneciera en el terreno de la intuición, sería posible considerarlo como una definición clara y suficiente para explicar lo que supone un concepto, sin embargo, un cuestionamiento más exhaustivo permite preguntarse al respecto: ¿qué es y cómo se alcanza esta imagen o formulación mental?, ¿cómo y a través de qué medios es posible discernir sobre lo que una cosa *es* y de qué forma se determina *cómo debiera ser*? ¿es posible llegar a una generalización? Se asume que, para figurar una estructura de tal naturaleza, es necesario considerar, tanto los procesos que involucran las percepciones sensibles como los que permiten el razonamiento. Este es el primer aspecto a considerar en este trabajo. Encauzamos estas cuestiones al terreno de la filosofía, para determinar una base que nos permita discutir sobre los aspectos fundamentos del diseño, la forma en que el diseñador encara la asimilación de la realidad, desde sus orígenes más simples.

Immanuel Kant diferencia en su doctrina trascendental de los elementos, la manera en la que el ser asimila el conocimiento y cómo se relaciona con la sensibilidad.

*Sean cuales sean el modo o los medios en que un conocimiento se refiere a los objetos, la intuición es el modo por medio del cual el conocimiento se refiere inmediatamente a dichos objetos[...] La capacidad de recibir representaciones, al ser afectados por los objetos, se llama sensibilidad[...] y ella es la única que nos produce intuiciones. Por medio del entendimiento, los objetos son en cambio, pensados y de él, proceden los conceptos.[...] Todo pensar tiene que hacer referencia, directa o indirectamente a intuiciones y por consiguiente, a la sensibilidad, ya que ningún objeto se nos puede dar de otra forma* (Kant,2006;p.65).[56]

Kant expone que el efecto producido sobre la capacidad representacional del individuo por medio de un objeto se llama sensación. *Cuando la intuición de un objeto se*

da por medio de una sensación, es empírica. El objeto indeterminado de una sensación empírica, recibe el nombre de fenómeno (Idem, 2006; p.66). [56]

De acuerdo con Mansur (2010)[70], Kant pretende demostrar que sólo mediante la aplicación de conceptos o categorías, es posible encontrar unidad y universalidad en la naturaleza como un conjunto de síntesis sucesivas (de la sensibilidad, la imaginación y el entendimiento) que determinan un fenómeno mediante conceptos. Esto deriva en la definición primigenia del *topos* cuando se percibe que la naturaleza para Kant, no es un "texto", sino un "lugar", en el que *la gramática de los conceptos del entendimiento, cobra significado* (idem, p.19).

Es notable la similitud que Kant tiene con Aristóteles sobre la noción de categoría:

*Las categorías son de fundamental importancia, sin ellas no es posible formar proposiciones ni definiciones, y proposiciones y definiciones son los insustituibles instrumentos de la inferencia, de la prueba y de la demostración[...]* Las categorías no persiguen, en definitiva, otro propósito que el de señalar los conceptos supremos y encontrar las leyes conforme a las cuales estos operan para llegar a conocimientos verdaderos (Larroyo, Prólogo a Aristóteles, 2011). [16]

Es pertinente considerar estos términos, por la manera en la que el objeto de diseño es generado hoy en día, conceptual y materialmente. Los términos *concepto* y *categoría* no amparan solamente su perspectiva filosófica, sino el enfoque que las ciencias computacionales ofrecen, como un esquema conceptual riguroso de herramientas y procedimientos multidisciplinares para la resolución de problemas complejos.

Se alude a una plataforma matemático-computacional de esta naturaleza en el diseño, no para retirar al objeto de su función en la realidad, ni para buscar una axiomatización por la reducción del proceso de diseño en una ecuación matemática; se trata de construir el binomio *objeto-relación de correspondencia* (presente en el problema complejo de la vinculación) en términos conceptuales, ya se trate de objetos únicos o entramados por una serie de relaciones funcionales, que permitan analizar externa e internamente una estructura sistémica (el problema complejo de la emergencia) y ubicarla como el elemento que comprende todo un discurso, o bien, utilizarlo como un elemento en una categoría de mayor nivel (el problema complejo



de la jerarquía).

En este sentido, la definición de *concepto* por parte de Cassirer se intuye naturalmente en este *Topos*, y le confiere, de acuerdo con lo anterior, este carácter topológico necesario:

[...] *Conocer un objeto no significa otra cosa que someter la multiplicidad de la intuición a una regla que la determina en relación a su orden. La conciencia de semejante regla, así como también de la unidad establecida por ella: esto y no otra cosa, es el concepto [...]* (Cassirer, 2013: p.368) [24]

En el contexto de las ciencias computacionales, un *cuerpo de conocimiento representado formalmente* está basado en una *conceptualización*, ésta se considera como una visión simplificada y abstracta del mundo que deseamos representar para algún fin; una *ontología* es una especificación explícita de una conceptualización. Para los *sistemas basados en conocimiento*, lo que existe es exactamente lo que puede ser representado, luego entonces, se define un conjunto de términos representacionales, que asocian los nombres de las entidades del universo de discurso con texto legible para humanos, que describen lo que se pretende denotar y axiomas formales que restringen la interpretación y el uso bien formado de estos términos. (Gruber,1993) [40].

Una ontología como la descrita anteriormente, no podrá ser plenamente satisfactoria, es decir, no es posible que pueda considerar exhaustivamente, todos los aspectos de la generación de un objeto en cuanto objeto, ni abarcar todos los posibles casos, pero es posible diseñar a través de procedimientos de inteligencia artificial, rutinas que contemplen una cantidad cada vez mayor de casos de estudio en el diseño. La ontología filosófica estudia la aparición y el ser del objeto, una ontología computacional por su parte, *proporciona herramientas para la resolución de problemas complejos*. (Mazzola, 2002)[74]

### 2.2.2. Filosofía Crítica y Ontología

El estudio del Ser ha sido una de las grandes preocupaciones filosóficas del hombre a través de la historia. Desde el devenir histórico del ser pensante, sensible y espiritual a través del espacio-tiempo, hasta la manera en la que el ser humano construye conocimiento, asimila las experiencias causadas por fenómenos, elabora conceptos y construye lenguajes y formas de expresión. Las formas explicativas que relacionan al ser con dichos fenómenos espacio-temporales, y que son estudiadas y aplicadas desde una gran variedad de cuerpos de conocimiento, han abierto una brecha aparentemente insalvable entre el pensamiento científico y el artístico-creativo, no obstante la presencia en ambos, de los mismos elementos de juicio, entiéndase, un ser que conoce, asimila y juzga, y un fenómeno externo al sujeto y cuya explicación conforma conceptos y teorías cuando la razón impera, o expresiones artísticas cuando se sublima por medio de la sensibilidad y la imaginación.

La ontología es la rama de la filosofía que estudia el ser en general y sus propiedades trascendentales. Puede nombrarse como el estudio del ser en tanto qué es y cómo es. La ontología define al ser y establece las categorías fundamentales de las cosas a partir del estudio de sus propiedades, sistemas y estructuras. La ontología estudia al ser en la medida en que existe y no se basa en los hechos o las propiedades particulares que se obtienen de ellos. Kant (2006) Kant [56] diferencia en su doctrina trascendental de los elementos, la manera en la que el ser asimila el conocimiento y como se relaciona con la sensibilidad. Sean cuales sean el modo o los medios en que un conocimiento se refiere a los objetos, la intuición es el modo por medio del cual el conocimiento se refiere inmediatamente a dichos objetos

*[...]La capacidad de recibir representaciones, al ser afectados por los objetos, se llama sensibilidad [...] y ella es la única que nos produce intuiciones. Por medio del entendimiento, los objetos son en cambio, pensados y de él, proceden los conceptos. [...]Todo pensar tiene que hacer referencia, directa o indirectamente a intuiciones y por consiguiente, a la sensibilidad, ya que ningún objeto se nos puede dar de otra forma (Kant, 2006;p.65). [56]*

Kant expone que el efecto producido sobre la capacidad representacional del individuo por medio de un objeto se llama sensación. Cuando la intuición de un objeto se da por medio de una sensación es empírica. El objeto indeterminado de una sen-

sación empírica, recibe el nombre de *fenómeno* (Idem, 2006; p.66) [56]

[...]Las representaciones dadas en un juicio pueden ser empíricas (por consiguiente estéticas); pero el juicio mismo que nos formamos por medio de estas representaciones, es lógico, cuando son referidas únicamente al objeto. Recíprocamente, aun cuando las representaciones dadas sean racionales, si el juicio se limita a referirlas al sujeto (a un sentimiento), son estéticas [...].(Kant, 1876; pp.39-40) [55]

La filosofía crítica es el germen primigenio del que se desprenden la sistematización y clasificación de estructuras cognitivas (conocimiento, entendimiento), sensibles (la sensibilidad, la intuición) y estéticas (la imaginación y el juicio) que se regulan bajo una idea moral específica (Zamora, 2007) [113]. A pesar de seguir una base eminentemente cartesiana, en el pensamiento de Kant está inmersa también la problemática de la subjetividad trascendental y la temporalidad, que Husserl retoma en la fenomenología y Piaget en el constructivismo.

### 2.2.3. Fenomenología onto-poética

La fenomenología aspira al conocimiento estricto de los fenómenos. A diferencia de las corrientes empiristas, la fenomenología no limita la intuición al mundo perceptual sino que acepta varias formas de darse las cosas, varias formas de intuición: cada objetividad se muestra de distinto modo a la conciencia, en función de su propio ser o esencia: las cosas físicas se hacen presentes a nuestra conciencia de otro modo que los objetos matemáticos, las leyes lógicas, los valores estéticos, los valores éticos, o las propias vivencias. *La virtud del buen fenomenólogo es su perfección en el mirar, el saber disponer adecuadamente su espíritu para captar cada tipo de realidad en lo que tiene de propia, por medio de las reducciones (epoché).*

Para Camacho (2002)[23], el tratamiento de la epistemología fenomenológica en Husserl para el desarrollo de la teoría es fundamental, porque complementa mediante la filosofía, la *mathesis* pura. La pretensión de la fenomenología es precisamente la resolución del aparente conflicto entre ciencia y filosofía, entre lo interno y lo externo. Desde esta perspectiva, aspira a consolidarse como una metateoría, es decir, una teoría de las teorías, cuyo estudio se ubica antes de las teorías empíricas. Sobre

esta óptica panorámica, supondría la aclaración del conocimiento y sus leyes y facilitaría la comprensión de sentido de las conexiones específicas que documentan la objetividad del conocimiento y elevan la calidad y la distinción de sus formas puras. De la misma manera en la que el conocimiento científico construye teorías que predicen comportamientos sobre fenómenos naturales, con independencia de la comprobación de validez arrojada por experimentos observacionales, la fenomenología suscribe la relación del individuo con la realidad y su representación perceptual de lo real, no en la vivencia, sino en su rasgo descriptivo e indica dos tipos de reducciones fundamentales: la reducción espacio-masa y la reducción tiempo-energía.

Tanto la energía cómo la masa son medios fundamentales de la comunicación espacial, es donde toman lugar las expresiones espacio-temporales y es en la correlación de ambos binomios donde se verifican los paradigmas de la correalidad. La fenomenología encara la problemática de la objetivación de la representación de una idea pura, y por otra parte, la subjetivación de la realidad propuesta por la posmodernidad y el constructivismo radical. Desde esta perspectiva fenomenológica, el carácter dialéctico de la arquitectura parte del entendimiento y aceptación de las estructuras semánticas mínimas, que permiten percibir y aceptar un fenómeno como una unidad abstracta y concreta, que singularizan esta unidad abstracta de un universo disperso, sintetizando la interpretación de la esencia del objeto por medio de la conciencia, cuya connotación está dada por una realidad socialmente determinada. Los niveles funcionales de esta dialéctica son de acuerdo con Camacho:

- semántico: comunicación y significación humana.
- Óntico: la manera como el hombre interpreta al mundo dado cualitativa y cuantitativamente.
- pragmático: situación del individuo socializado.
- estético: fenómeno trascendental en la correalidad y la conciencia por situaciones objetivas realizadas por el hombre. (Camacho. 2002). [23]

#### 2.2.4. El proceso fenomenológico de la matemática en el lugar

La postura de Heidegger sobre el carácter dinámico del espacio mediante la acción de *espaciar* apunta a investirlo de un ser, que trasciende la mecánica de interacción determinista y estática de lo que la definición físico-matemática del espacio pueden llegar a decirnos en términos de la plástica, sin embargo, al considerar la identidad semiótica en el lenguaje matemático, podemos cuestionar el argumento donde las mediciones derivadas del cálculo no pueden aplicarse simbólicamente a las figuras artísticas. Estas mediciones se instalan en un plano simbólico, del que podemos disponer para su transformación en plástica, puesto que estas relaciones en el plano del contenido son fenomenológicas:

##### 2.3.3

*El espacio dentro del cual la figura plástica se puede encontrar de antemano como un objeto presente, el espacio que encierra los volúmenes de la figura, el espacio que subsiste como vacío entre volúmenes no son siempre estos tres espacios, en la unidad de su juego recíproco, meros derivados del espacio de la física y de la técnica, aun cuando las mediciones obtenidas a través del cálculo no se puedan aplicar a las figuras artísticas? [...]* (Heidegger, 2009 p.21) [43].

Husserl plantea un argumento sobre el significado fenomenológico de la matemática:

*Al entregarnos sin reflexionar a los números y a las relaciones que guardan entre sí, números y relaciones que se dan en la intuición matemática y se investigan en el pensar matemático, y al ejecutar las respectivas intuiciones y actos intelectivos, hacemos matemáticas y no sabemos [algo] de la fenomenología. Sí, no obstante, tomamos lo intelectivamente visto, lo fundamentado inmediata o mediatamente como correlato, y lo ponemos en relación con el pensamiento intelectivo, fundamentador, demostrativo y constructivo, e investigamos las conexiones esenciales entre el número y el acto de contar, colección y colegir, entre proposición matemática y juzgar matemático, entre prueba matemática y actos de probar, etcétera, lo que hacemos es fenomenología, y toda la matemática adquiere significado fenomenológico: cada uno*

de sus conceptos y proposiciones se convierte en índice de conexiones fenomenológicas y se integra en ella como correlato. (Husserl, citado en Ariza,2009)[17].

En la concepción usual del isomorfismo, a cada entidad del plano de la expresión le corresponde una entidad del plano del contenido, hasta agotar todas las magnitudes de ambos planos en una relación uno a uno como se observa en la figura siguiente:

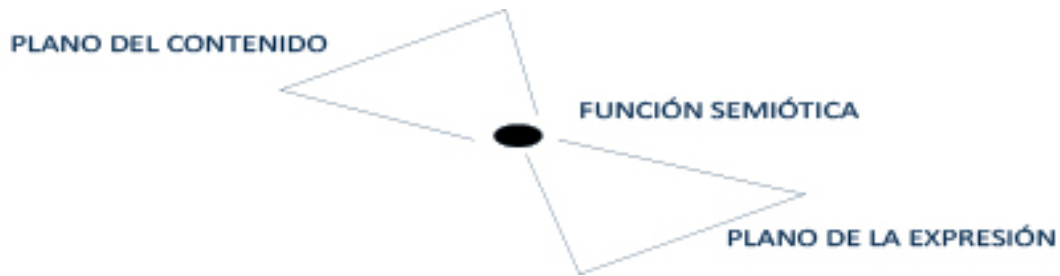


Figura 2.2: Relación trídica de la semiótica y sus funtivos.

... Desde un punto de vista fenomenológico, el diagrama geométrico y la geometría en general, dejan de ser construcciones de la razón pura, producto de la intuición apriorística del espacio y el tiempo. La fenomenología, logró descubrir en cambio, la intuitividad objetual de lo a priori que está ligada a los datos sensibles (Szilasi, citado en [17] Ariza, 2009).



Figura 2.3: Esquema de relación usual de isomorfismo. Fuente: Ariza, 2009

De acuerdo con Ariza (2009)[17] La función semiótica media entre ambos planos y guía su generación, su dimensionamiento y define correspondencias mutuas. La función semiótica se convierte en una interfaz. La función semiótica y sus dos funtivos generan una unidad trídica indisoluble.

### 2.2.5. La esencia fenomenológica del *topos* en el diseño

En la sección 2.2.2, Kant asume la necesidad ontológica de categorizar las representaciones subjetivas con relación a un fenómeno dado, se asume también la existencia de un *nóumeno* como una instancia inteligible, que no es posible abordar ni comprender por la mera percepción sensible y que es posible tocar por medio de la intuición intelectual. En la sección 2.2.3 se describe la ventaja que supone el enfoque fenomenológico para abarcar las intuiciones que permiten el acercamiento a la esencia de la *cosa en sí*, que la filosofía crítica no abarca a profundidad. El diseño en complejidad parece dirigir su *corpus* investigativo hacia la construcción y visualización de este *noúmeno*, en cuanto a que el objeto en sí permanece velado por nuestra incapacidad natural para sentir adecuadamente el ambiente donde se inscribe el problema, y de anticipar variables sometidas a incertidumbre.

La figura 2.4 muestra la vinculación que ocurre entre esencias conceptuales (como las categorías Kantianas) que se clasifican y organizan por un *Topos* común. Tanto en términos matemáticos, como de apropiación retórica, el *Topos* es una instancia unificadora, sin embargo, como se aprecia en la figura 2.5, esta clasificación no despoja a estas esencias de su discurso propio.

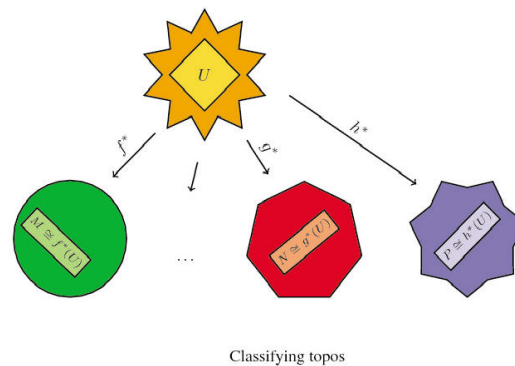


Figura 2.4: Topos clasificadores. Fuente: oliviacaramello.com

En la sección 2.2.4 se prioriza el carácter semiótico y fenoménico de la matemática, cuyos planos de expresión y de contenido son propios de la representación fenomenológica a la que se vinculan. Esto es: toda expresión dada por medio de lenguajes formales (matemáticos o computacionales) corresponde necesariamente a un

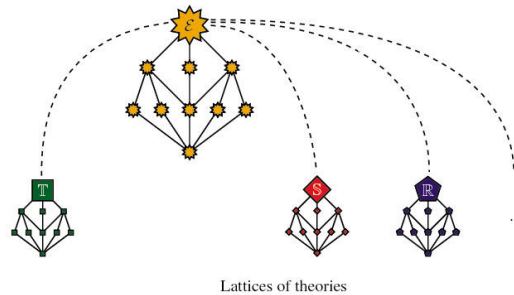


Figura 2.5: Lattices de teorías. Fuente:oliviacaramello.com

fenómeno específico. Luego entonces, sostenemos que la apropiación directa de expresiones formales matemáticas de fenómenos físicos en contextos ajenos, no es lógica (a pesar de que las interpretaciones superficiales de los isomorfismos utilizados en el diseño, con las ciencias lo permiten), cuando las expresiones no son acordes a una resignificación apropiada

Los procesos conceptuales representan la aprehensión y comprensión de un fenómeno dado, que se expresa sensiblemente por el sujeto mediante una organización primigenia de las categorías que conforman su base de conocimiento empírica, por medio del espacio y del lenguaje geométrico. Como puede apreciarse en 2.2.4, las operaciones matemáticas representan lingüísticamente, fenómenos cuya representación adopta un lenguaje formal. Cabe mencionar que el contexto matemático se plantea a partir de la adopción de estructuras matemáticas que permiten incorporar *conceptos* definidos, más allá de enunciados atómicos. Además, se recurre a una *matemática conceptual* (Lawvere, Schnaue, 2006)[62] en la interpretación categórica de este constructo.

La discusión sobre la semántica del diseño y la percepción conceptual que trasciende de lo simbólico en una relación subjetiva *uno a uno*, hacia lo complejo, se inscribe en este punto; es decir, el diseño, al transitar por el análisis de las estructuras de significado asimilables por el individuo.

Las ciencias computacionales por su parte, permiten generar ontologías que contemplen procesos y objetos complejos, en las que, al momento de integrar discursos multidisciplinarios que el mismo diseñador probablemente no tenga asociados a su base de conocimiento propia, pero que existen potencialmente (formas sintéticas a priori) y que corrigen sus propuestas.



## 2.3. Estructura fonológica

### 2.3.1. Lenguaje Matemático

El establecimiento de la hipótesis, a partir de la premisa de Bernhard Riemann, de que el paradigma euclidiano, especialmente en el segundo postulado de Los Elementos, expone una vaguedad en su definición asociada al concepto de magnitud, que es necesario analizar y discutir. El planteamiento de un espectro ampliado de geometrías que ubican a la geometría euclidiana como un subconjunto perteneciente a geometrías donde prima la proyectividad; la incorporación extensa de los grupos de transformación que asocian el álgebra con la geometría y cuyo uso en la concepción del espacio, posibilita potencializar las herramientas tecnológicas de soporte al diseño disponibles en la actualidad.

Riemann dice: *... La Geometría presupone como algo dado, tanto el concepto de espacio como los principios básicos para las construcciones en dicho espacio. Da de estos sólo definiciones nominales, mientras que las precisiones esenciales aparecen en forma de axiomas. La relación existente entre estos conceptos de partida queda por ello en la oscuridad; no puede verse sí, y en qué medida, su conexión es necesaria, ni a priori si es posible.* (Riemann, 2003 pag.2) [92]

Recordando que, el segundo postulado de Euclides afirma que una línea recta puede extenderse indefinidamente. De éste se desprende una generalización que ha sido aceptada, para nuestro caso de estudio, por el diseño arquitectónico, sin mayor discusión. La crítica de Riemann en este punto se basa en que los teoremas de la geometría no pueden deducirse de conceptos generales de magnitud y que es necesario hacer un análisis particular que parta de la experiencia.

La enorme relevancia de la conferencia de Riemann radica en la adopción de magnitudes de extensión variable que pueden englobarse en un concepto geométrico más general. Al hablar de espacio en la proyección arquitectónica, se asume la adopción de dos supuestos principales:

- La aceptación y el uso de los paradigmas de la geometría Euclidiana, sin mediar investigaciones sobre los orígenes de la conformación del espacio.

- El uso de herramientas computacionales de diseño asistido por computadora, cuya definición ha cambiado a términos como algorítmico o paramétrico pero que realiza modelos de comprensión de proyecto abstractos, sujetos a reglas evolutivas que descontextualizan la preeminencia del espacio en las operaciones conceptuales.

El espacio es aquí el producto indirecto de las operaciones formales de composición paramétrica. No se discute la efectividad representativa del medio compositivo, sin embargo, se asume principalmente la pertinencia de ligar la geometría del espacio en extenso- y en los términos de las teorías matemático-computacionales, de categorías y grupos, como elemento de primer orden en los procesos de diseño, y posteriormente, una vez realizado un análisis específico, generar un modelo matemático congruente, en el entendido de que las herramientas tecnológicas que realizan estos modelos, operan con lenguajes de programación abiertos, que permiten desarrollar rutinas acordes con este planteamiento.

Klein declara:

*Por otro lado, no hay que menospreciar, de cara a investigaciones posteriores, el beneficio que procura, superando de alguna manera el pensamiento, un algoritmo apropiado. De todos modos, no hay que abandonar la prescripción de que una cuestión matemática no debe ser considerada como completamente agotada hasta que no ha devenido como intuitivamente evidente; descubrir por medio del Análisis, es dar un paso muy importante, pero sólo es dar un primer paso. (Klein, 1872)*

De acuerdo con Riemann, la geometría de Euclides se convierte en un caso particular de una geometría más general. Gracias al concepto de curvatura, se logra establecer un criterio que nos permite saber qué tanto se aleja un espacio de lo euclidiano. A diferencia de la longitud, la curvatura se define como una propiedad intrínseca del espacio que se estudia, y no es necesario referirse a las propiedades del espacio ambiente en el que se encuentra. Las trayectorias históricas del arte y la ciencia se han considerado divergentes en función de la manera en la que un fenómeno del mundo real es asimilado y expresado. La filosofía se ha establecido como un elemento de cohesión que nos permite determinar que el pensamiento científico no implica una postura determinista, rígida ni absolutamente cuantitativa; ni el arte, la supremacía absoluta de la lírica y el libre tránsito de la subjetividad. En el contexto particular

de la fenomenología es posible integrar el estudio de la naturaleza múltiple del todo y la relación de sus partes componentes, y la tarea de desentrañar estos procesos complejos requiere un proceso de significación, la significación es un proceso de síntesis, y de acuerdo con Ariza (2009)[17], esto es un proceso de carácter eminentemente fenomenológico.

Consideremos este esquema que se propone acercar el pensamiento creativo con el pensamiento científico a través de la filosofía y que busca obtener un panorama ampliado que auxiliara a replantar las relaciones entre las ciencias y las artes creativas. Asumimos la necesidad de definir el espacio real, el espacio virtual y el espacio mental con base en las geometrías, lineales o no lineales, y de las herramientas de representación disponibles, a fin de que el espacio-tiempo donde se realizan las operaciones sensibles y cognitivas del diseño, pueda materializarse en lo abstracto y realizarse en el entorno físico espacial real. Para lograr conciliar la idea de espacio, recurrimos al marco explicativo de la matemática, donde integramos las formas algebraicas abstractas con sus relativos geométricos. Sin embargo, para la arquitectura, el álgebra intrínseca a la forma geométrica queda desplazada por el formalismo de la representación misma. No obstante, la matemática misma posee un carácter estético propio: Los patrones matemáticos, como en el pintor o el poeta, deben ser hermosos, las ideas como los colores o las palabras, deben actuar en conjunto de una forma armónica. La belleza es la primera prueba; no hay lugar permanente en el mundo para las matemáticas feas . . . puede ser muy difícil definir la belleza matemática, pero esto es cierto para la belleza de cualquier clase puede que no sepamos exactamente qué queremos decir con un poema hermoso, pero eso no nos impide reconocerlo cuando lo leemos. (Hardy, citado en Devlin, 2006) [29]

Pero la Matemática no solo interesa al intelecto, no sirve solamente para explicar con rigor los fenómenos del mundo que nos rodea, ni tampoco, sus resultados. Esto sería obviar, de acuerdo con Poincaré, la sensación de la belleza matemática, de la armonía de los números y las formas, así como de la elegancia geométrica.

Esta es ciertamente una sensación de placer estético que toda persona que comprende el entramado matemático siente, y que pertenece al campo de la emoción sensible. La armonía que Hardy propone es satisfactor de necesidades estéticas. Al

mismo tiempo, al poner bajo nuestra visión un todo bien ordenado, nos hace entrever una ley o verdad matemática. Esta es la sensibilidad estética que tiene el papel de tamiz, y que explica porqué el que carece de ella nunca será un verdadero creador. (Aquino, 2009) [14]

### 2.3.2. Lenguaje Musical

### 2.3.3. Semiótica de la Música

Aquino (2009) Tanto en la música como en otras áreas del conocimiento se ha atestiguado cómo la precisión de las matemáticas, más un conocimiento deficiente acerca de la ontología del área de aplicación, provoca un dogmatismo; injustamente, se suele responsabilizar a las matemáticas por este problema, en lugar de cuestionar la falta de capacidad de hacer nexos de quien la aplica. (Aquino Aquino y Puebla [14]).

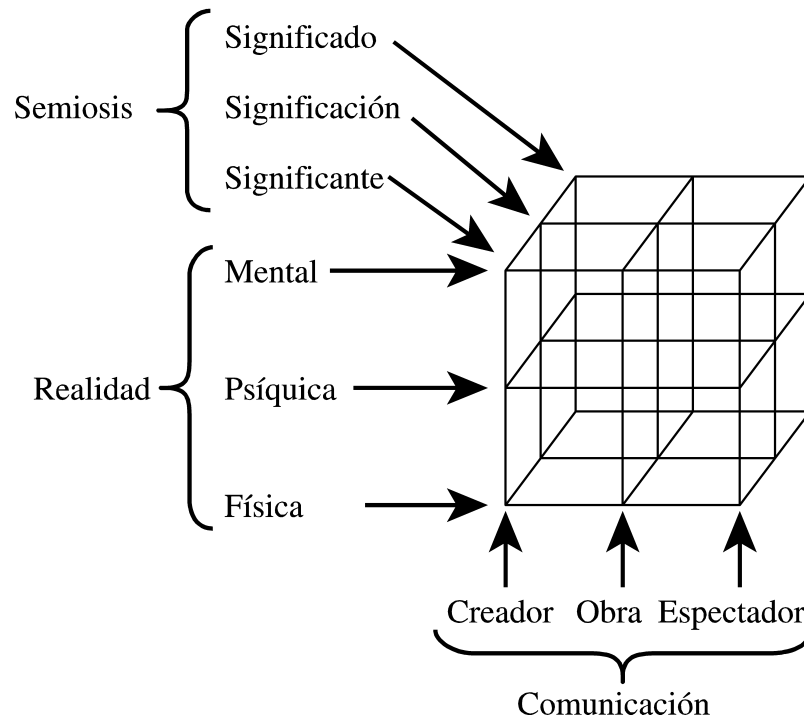


Figura 2.6: Cubo ontológico de la música.

Cualquiera que trate con métodos computacionales o matemáticos en la música, requiere una orientación suficientemente definida sobre la complejidad ontológica de la música, vista desde su teoría matemática, a fin de evitar una interpretación errónea de los resultados obtenidos por el uso de métodos originados por las ciencias exactas. Es importante establecer el principio ontológico acorde a nuestra hipótesis de sistemas composicionales para la arquitectura, porque de acuerdo con Mazzola [74]. Para Mazzola, la precisión de las matemáticas, junto con un pobre conocimiento sobre la delicada ontología de la música podría provocar cierto dogmatismo en cuanto a los métodos utilizados y es posible que se acuse a este sistema de ser algo puramente científico o sólo vinculado a las ciencias, despojándose de su faceta artística. Por otra parte, la intención de esta estructura conceptual no puede visualizarse correctamente sin comprender dicha ontología musical. Esta *topografía* se presenta como un sistema coordinado que engloba los problemas internos en la composición. Para entender la música como un todo, debe especificarse simultáneamente: Los niveles de realidad, El carácter semiótico y su extensión de comunicación (Mazzola, 2002) [74]

Estos niveles de realidad son: realidad física, realidad psicológica y realidad mental. Cada una de ellas tiene una existencia autónoma que podría cuando mucho, confundirse con los demás, pero no eliminarse, sin embargo, es necesario ser cuidadosos al generar las reglas de transformación de un fenómeno en una realidad a su correspondencia con las otras, por ejemplo, según Mazzola, una transformación (explicación) neurofisiológica de un fenómeno psicológico, no conserva la ontología psicológica del fenómeno. El fenómeno específico dentro del *topos* psicológico, corresponde a otro fenómeno dentro del *topos* fisiológico, pero ontológicamente, el fenómeno no colapsa. La representación de la idea espacial en música o arquitectura; independientemente de lo que se comunica, o del nivel de realidad en el que tenga lugar, presenta un proceso complejo de significación. Según Mazzola (2001) la estructura semiótica general establece el signo como un objeto tripartita que consiste en la expresión del (significante), que se conduce por el acto de translación del significante (significación) y produce el contenido de la expresión, el (significado). La música y la arquitectura comparten un sofisticado sistema de signos para su expresión formal y espiritual. Además por lo que se define hasta aquí, comparten una identidad sintáctica espacio-temporal (Mazzola, 2001) [74].

De acuerdo a Jean Molino (citado en Mazzola, 2003)[75] y de forma análoga a la función semiótica planteada por Ariza, el nivel de comunicación se divide en una corriente tripartita iniciando desde la instancia poiética del creador de una obra artística (plano del contenido), continúa por el nivel neutral de la obra en sí (función semiótica) y termina en el lado de la percepción estética del receptor. (plano de la expresión)

La instancia del creador conlleva todos los factores considerados necesarios y suficientes para la producción del trabajo artístico. Este nivel describe el carácter poiético como remitente del mensaje transmitido por un compositor. La poiesis se preocupa por la condición individual del creador, la historia y enciclopedia mental personal y el contexto socio-cultural del compositor. La poiesis es una herramienta analítica poderosa ya que no se limita al aspecto psicológico de *cómo fabricar una composición* y puede relacionarse con hechos más objetivos como las matemáticas o la física. (Mazzola,2002)[74].

*"Fenomenología" designa una ciencia, un nexo de disciplinas científicas. Pero, a un tiempo, y ante todo, fenomenología designa un método y una actitud intelectual: la actitud intelectual específicamente filosófica; el método específicamente filosófico[...]* Casi ha venido a ser un lugar común de la filosofía de nuestro tiempo que pretende ser ciencia rigurosa el afirmar que sólo puede haber un método cognoscitivo común para todas las ciencias y, por tanto, también para la filosofía. Esta convicción cuadra perfectamente a las grandes tradiciones de la filosofía del siglo XVII, que también sostuvo que la salvación de la filosofía depende de que tome como ejemplar metódico a las ciencias exactas; ante todo, pues, a la matemática y a la ciencia matemática de la naturaleza. A la equiparación de método va unida la equiparación de objeto de la filosofía con las otras ciencias, y todavía hoy hay que señalar como opinión dominante la de que la filosofía y, más concretamente, la doctrina suprema del ser y de la ciencia puede estar no sólo relacionada con todas las restantes ciencias, sino, incluso, basada en sus resultados, del mismo modo que las otras ciencias están basadas unas en otras y pueden valer los resultados de unas como premisas de las otras.(Husserl, 1982:p.33) [49]

La homologación de las estructuras de significado a nivel espacial y abstracto, posibilitan aprehender el espacio como una entidad compleja que se sintetiza, pero no se

simplifica. En la fenomenología se construye una metaestructura filosófica que integra a su discurso, la unidad de sentido para tratar significantes aparentemente dispares, emplazados tanto en la ciencia como en las artes creativas. La teoría matemática de la música plantea una ontología particular que previene sobre el inadecuado uso del lenguaje matemático y evitar dogmatismos en su uso. De esta forma, el espacio se conceptualiza en armonía con la estética de la forma y el sentido de lo abstracto.

## 2.4. Estructura morfológica

### 2.4.1. *Topos* y Topogénesis: entre el lugar abstracto y el lugar social.

En esta sección se trata el trabajo de Joseph Muntañola sobre el concepto de lugar, y la *topogénesis* como un recurso de unidad entre los ejes conformantes de esta teoría, que definen el espacio construido en arquitectura, y cómo las incidencias observables en la raíz griega *topos* propician una discusión, tanto por la naturaleza abstracta y material del espacio, como de su nivel específico de complejidad. Ambos argumentos presentan un criterio similar, al procurar una convergencia en sus elementos explicativos.

En la sección 1.4, en palabras de Muntañola, se define a la arquitectura como un instrumento *lógico-topo-simbólico* donde las operaciones simbólicas que construyen una realidad, se relacionan con relaciones lógico-conceptuales que les brindan una instancia predictiva. Ahora bien, en concordancia con lo expuesto hasta el momento podemos observar lo siguiente:

- De acuerdo con Muntañola, las operaciones figurativas sustentan un modelo inicial de *realidad*, que conforma el cimiento estructural de intercambios de información de mayor complejidad, que se conciben como operaciones lógicas, y que sirven como instancia predictiva. Sin embargo, desde nuestra propia perspectiva, las operaciones conceptuales contienen funcionalmente a las operaciones simbólicas, si bien son éstas por las que el cerebro inicia su incorporación a la base de información del individuo. Es decir: una significación e identificación

de un significante que se sujeta a un proceso semántico es ya una operación conceptual desde su origen primigenio. Puede argumentarse que en el contexto psicológico en que se sustenta Muntañola, un niño en edad temprana no es capaz de conceptualizar conscientemente y por esto, las estructuras conceptuales implican una conciencia lógica más desarrollada, que sitúa los imbólico en esta instancia "infralógica", sin embargo, el hecho de verificar la presencia de un binomio *objeto-relación de correspondencia* es suficiente en este punto, para poder asumir esta postura.

- El proceso de generación de este *topos* es similar a nuestro modelo propuesto, en la medida que los procesos de comunicación se ejercen tanto horizontal como verticalmente. En la Figura 1.2 se observa la incidencia de las relaciones que ligan las estructuras figurativas y conceptuales en un objeto central denominado *lugar*. Imaginemos ahora que este objeto central no está en el mismo plano de acción que el resto de las operaciones -como el centro de un círculo, por donde pasan una infinita cantidad de rectas- sino como una pirámide o un cono, en cuya punta se sitúe esta noción de lugar. Esta visión de la estructura topogenética, sirve para poder esbozar una primera aproximación a la importantísima noción de *colímite* o límite inductivo, que se presenta en el modelo (ver las secciones 4.5.1, 4.9 y 4.10).
- La presencia de un morfismo de *identidad*, que él compara con el dominio de lo simbólico, donde es posible construir el andamiaje de una realidad a partir de estructuras *infralógicas* que se enlazan mediante operaciones de nivel superior. Este automorfismo tiene una representación gráfica en el modelo, por medio de una flecha que hace un *loop* referenciándose a sí misma. Esta es una de las propiedades fundamentales para que una entidad de esta naturaleza pueda considerarse como una categoría. (Vease el apéndice A.2).
- Los intercambios recíprocos de información entre las estructuras constructoras de la realidad espacial y las instancias lógicas que predicen eventos de acuerdo con este horizonte de conocimiento inicial.

Lo que desea lograrse, es la generación de una estructura conceptual generadora de universos posibles de discurso en el diseño, puesto que se entiende que incluso, las



relaciones figurativas en el nivel infralógico, son además, conceptuales, y que como Muntañola asume, también son topológicas.

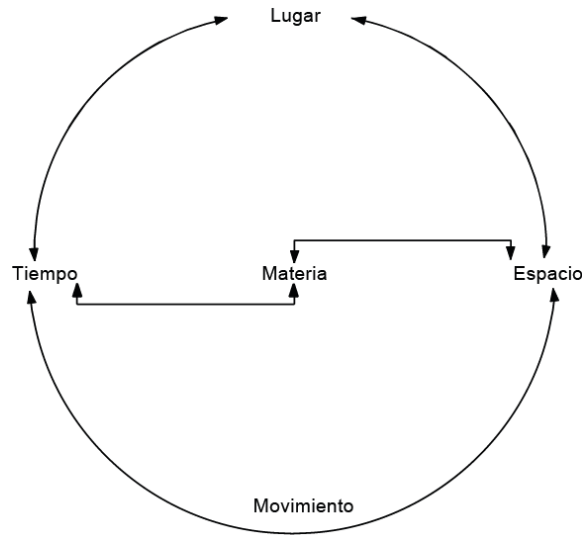
Luego entonces, se tiene una cuestión que podría ser paradójica: ¿En dónde se origina la base de los intercambios de información de esta estructura? ¿en la prefiguración simbólica del individuo, o en el análisis detallado de los elementos que componen estas prefiguraciones? Se asume aquí, que la práctica canónica de la arquitectura a nivel proyectual, se ha decantado más por la primera opción, sin embargo, consideramos que a nivel ontológico y epistemológico, la segunda opción debería priorizarse.

Levi-Strauss alude a la identificación simbólica de las estructuras y ayuda a clarificar la relación entre las estructuras simbólicas y las conceptuales:

*El cerebro procesa información recurriendo al simbolismo, por eso el análisis estructural se propone desentrañar los símbolos. . . Los símbolos del cerebro determinan cómo se procesa la información y también cómo funciona el lenguaje [...] El descubrimiento de la estructura es en realidad el descubrimiento del código de cómo surgen y se transforman los códigos. (Levi-Strauss citado en Aczel, 2009, p.135)[8].*

Por otra parte, el lugar es en Hegel: *Una unión del espacio y el tiempo, en la que el espacio se concreta en un ahora al mismo tiempo que el tiempo se concreta en un aquí. El lugar sólo es espacio en cuanto es tiempo, y sólo es tiempo en cuanto es espacio. (Ver Figura 2.7)(Muntañola, 2000 p.87)[81].*

¿Será por este esquema Hegeliano que se puede justificar la preponderancia de la arquitectura de materiales sobre la arquitectura virtual, so pretexto de que la materia es indispensable para el devenir del tiempo-espacio? ¿y que este devenir es el que conforma el lugar? Se argumentará posteriormente que el *topos*, desde un enfoque formal y complejo, implica un devenir de elementos tangibles, pero también abstractos. Una premisa interesante en Muntañola, es que, siguiendo a Piaget, *el espacio es topológico por naturaleza*. El contener geométrico se realiza por medio de una expresión de lenguaje que, a medida que se aproxima a lo topológico, prescinde



Esquema de la noción de lugar en Hegel

Figura 2.7: Diagrama tiempo-espacio en Hegel. Fuente: Muntañola, 2000

de la métrica. Muntañola dice que con esta definición, la intuición pierde primordialidad y se establece una axiología del lugar. Sin embargo, de acuerdo con sus propias palabras:

*La lógica del lugar ha luchado denodadamente por concebir o encontrar un origen neutral, "lugar de nadie", que ofreciese un pie seguro a una axiomática universal del lugar. Los avances en este sentido, cuando se han producido, no lo han sido nunca ni en un campo puramente figurativo, ni en un campo puramente conceptual, sino en un campo ambiguo: semifigurativo, semiconceptual, semifísico y semigeométrico, semiespacial y semitemporal. (Muntañola, 1998 p.28) [80]*

Con respecto a lo anterior, Resulta pertinente la idea de Mazzola al diferenciar en la topografía de la música, por una parte, las reducciones **forma-espacio** y **punto-sustancia**, que pueden extrapolarse aquí como *el lugar en sí-mismo* y *el mundo que envuelve al sí-mismo*, como actores de una realidad espacio-temporal conjunta; y por la otra, su concepto de "encicloespacio".

La definición del encicloespacio de Mazzola es la siguiente:

*EncycloSpace is the topological corpus of global human knowledge which evolves dynamically in a virtual space-time, is coupled to human knowledge production in an interactive and ontological way, and allows of unrestricted navigation according to universal orientation within a hypermedially represented concept space* (Mazzola, 2002 p.41) [74].

Para Mazzola, este *Encicloespacio* es un núcleo de integración hipermediático, que apunta a un espacio-tiempo que, a diferencia de Hegel admite lo virtual, puesto que no vuelve obligatoria, la inclusión de la materia. Para Mazzola, la genuina topología es un *antagonista radical de las transformaciones o las métricas* (2002; p.275)[74], el carácter abstracto de las topologías puede ser una razón para su precario uso en disciplinas no exactas, pero este carácter es precisamente el poder de esta aproximación, es útil para crear conceptos que son aptos para esta clase de situaciones.

En concordancia con Muntañola, los progresos de esta investigación se asientan sobre la perspectiva de encontrar ambigüedad en los campos antes mencionados, sin embargo, el hecho de no descubrir una verdad que se asiente sobre la invariabilidad axiomática, no impide realizar investigaciones rigurosas sobre la cuestión, ni experimentar con metodologías emergentes. La generalización axiomática del lugar, es tan poco lógica hoy cómo en el tiempo en que Muntañola escribió *La Arquitectura como lugar* (1998)[80]. Sin embargo, los sistemas complejos, la I.A. computacional y la teoría del *Topos*, pueden darle el carácter de rigurosidad formal sin encapsularlo en una axiomática positivista. Él percibe intuitivamente la noción de estos sistemas, posicionando sus conceptos fundamentales de lugar, y de *topogénesis* generadora del lugar en arquitectura, como un punto geométrico de convergencia entre ejes, aludiendo transversalidad. De este modo, la integración es más *un entrecruzamiento de direcciones que una concatenación de modos espaciales y temporales* (1998, p.32) [80].

Sobre la idea Aristotélica que Muntañola utiliza para definir al lugar como un primer envolvente, Bachelard menciona:

*El realismo sólo pone en juego una realidad topológica: la de contenido con el continente. Por ello multiplica las envolturas alrededor de una realidad fija, encerrando lo real para estabilizarlo. Pero ahí está su error: porque el contener geométrico sólo es un caso general del contener físico, y una concepción científica de la realidad debe sumar lo físico y lo geométrico... El principio de vecindad está en la base de toda noción de distancia y es mucho más general y fructífero que el principio de las envolturas sucesivas y concéntricas de Aristóteles. A través de él, concretamos nuestros axiomas convencionales y, al mismo tiempo, racionalizamos nuestra experiencia.* (Bachelard, citado en Muntañola 1998, p.29) [80]

Al considerar de nuevo, el *paradigma arquitectural* de Muntañola (ver Figura 1.2 tenemos que:

*[...] En efecto, para conseguir usar las nuevas tecnologías y liberarse del peso de los estilos históricos hemos concebido una arquitectura abstracta, sin medidas, y no una arquitectura con unas medidas nuevas en lo artístico, lo político y lo científico.* (Muntañola, 2000 p.70)[81].

El gran dilema que genera este argumento, se establece a partir del pronunciado cambio en las estructuras socio-culturales y tecnológicas, que dificultan enormemente la preservación de validez en el paradigma de lo métrico. Cuando Muntañola se pronuncia por la naturaleza topológica del espacio, posiblemente responde de antemano a este razonamiento, al considerar que dicha arquitectura, con las técnicas computacionales actuales, es más propensa a desembarazarse de su historicidad.

En la sección 2.4.2 se describirán las componentes de la propuesta de pensamiento topológico extenso para el diseño. Sin embargo, a manera de antecedente, retomamos aquí el enunciado que representa el punto fundamental del argumento de Mazzola: *[...]La ontología de los conceptos es esencialmente topología* (2002) [74]. Al recordar la definición de *Encicloespacio* (ver 2.4.1) una vez hecha la reflexión sobre el universo de discurso del diseño, puede asumirse una aproximación a un conjunto de síntesis abstractas relacionadas entre sí, por una relación característica (o en su caso, un conjunto de ellas), que incluyen en la generación de este ambiente meta-espacial, conjuntos de objetos y relaciones propias de otros dominios, que preservan su con-

dición de irreductibilidad, y que lo convierten además, en un elemento emergente a sus relaciones interiores (desde la disciplina) y exteriores (con otros campos de conocimiento). Luego entonces, la arquitectura, si bien concordamos en su naturaleza lógico-topo simbólica, no puede reducirse sólo a ser un instrumento para generar lugares para vivir.

### 2.4.2. Pensamiento topológico extenso

Sin embargo, no sólo se trata de asumir que el pensamiento topológico concierne únicamente a la reformulación del espacio de diseño, con miras a un replanteamiento de las geometrías disponibles y cuyo enfoque sea esencialmente espacial. Se trata de demostrar que este nivel de pensamiento transforma y amplía los procesos conceptuales del diseño, por medio de instancias cualitativas y aproximativas básicas. Luego entonces, nuestra aproximación al pensamiento topológico, añadiendo el calificativo *extenso*, está constituida por tres aspectos fundamentales:

- *Geométrico-espacial*: al considerar que la geometría euclidiana no basta por sí misma para resolver conceptualmente los problemas de diseño. La apertura de los procesos primigenios de diseño a las formas conceptuales complejas permite, no sólo contemplar la posibilidad de utilizar las propiedades topológicas puras, sino también, comprender la acción que la topología tiene sobre las instancias geométricas euclidianas. Por ejemplo, todos los poliedros regulares, homeomorfos a la esfera, están sujetos a un poderoso invariante topológico: la característica de Euler, denida por  $V + L - A = 2$ . Para efectos de diseño, estos cuerpos geométricos están claramente diferenciados, no obstante, para la topología son equivalentes (véase la Figura 2.8).

Este punto se tratará con mayor detalle en la sección 3.4.5.

- *Conceptual*: el tratamiento de los conjuntos y su ampliación y sofisticación por la teoría de categorías, sustentan una base de pensamiento topológico por medio de las relaciones funcionales entre objetos. Éstos conforman los elementos demostrativos básicos en una gran cantidad de teoremas matemáticos (véase por ejemplo, la demostración de la existencia de una base vectorial). Sin embar-

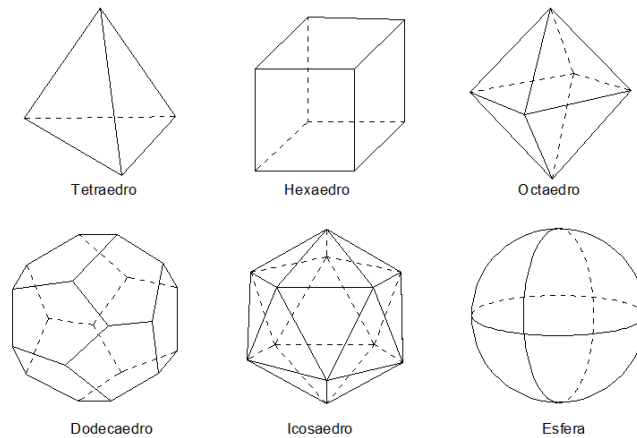


Figura 2.8: Los poliedros regulares y la esfera son topológicamente equivalentes. Fuente: elaboración propia, 2015

go, a pesar de su nivel de abstracción, no son ajenos al dominio de lo simbólico para la construcción representativa del concepto. De acuerdo con Cassirer:

*Se muestra que toda determinación y dominio teóricos del ser, dependen de que el pensamiento, en lugar de vérselas directamente con la realidad, aprenda un sistema de signos y aprenda a utilizar estos signos como representantes de los objetos [...] en lugar de entregarse a las cosas y a los objetos singulares, aprende un conjunto de relaciones y conexiones; en lugar de singularidades se le abre un mundo de leyes. En la forma de los signos, en la posibilidad de operar de cierta manera con ellos, y combinarlos de acuerdo con reglas fijas y constantes, se revela al pensamiento su propia forma [...] la retirada al mundo de los signos constituye la preparación para el asalto decisivo, en el que el pensamiento conquista su propio mundo, el mundo de la idea. (Cassirer, 2013: p 61.)[24]*

Estas relaciones simbólicas operan topológicamente, y fundamentan conceptos en un nivel mayor de complejidad.

- *Interdisciplinar:* Sobre el pensamiento topológico extenso, se asientan estructuras espacio-conceptuales de mayor nivel. Mazzola plantea una definición crucial para el desarrollo de este constructo al plantear la naturaleza topológica de las estructuras conceptuales:

[...]Esto se debe también al hecho de que los conceptos no se lanzan en un lenguaje formal, y por tanto, más allá de la ordenación alfabética, ninguna organización intrínseca es visible a nivel de representación. Este punto no es sólo una nota marginal que concierne a los aspectos formales del conocimiento. Más bien, se prevé la cuestión profunda del espacio donde viven los conceptos. Sabemos, desde la alegoría Platónica de la caverna, pasando por los "Tópicos" de Aristóteles, y los comentarios de Kant sobre dichos "Tópicos" en "Crítica de la razón pura", que la metáfora espacial para la ontología de los conceptos, es crucial para cualquier discusión efectiva sobre los conceptos. En este sentido, **la ontología de los conceptos es esencialmente topología**: Un estudio del "Topoi" donde los conceptos subsisten. En este sentido teórico, la navegación alfabética no es suficiente, la navegación conceptual debe ofrecer herramientas y paradigmas que trasciendan el alfabetismo textual, e incluyan principios genéricos para responder las cuestiones discursivas primordiales: ¿De donde vengo?, ¿Donde estoy?, ¿A qué dirección debo ir? (Mazzola, 2002: p.43) [74].

### 2.4.3. Topos

El estudio del Topoi surge al interior de la teoría de categorías, que es una rama relativamente nueva de la investigación matemática. Una de las perspectivas principales que ofrece la teoría de categorías, es que el concepto de "flecha", abstraído de las nociones de función o mapeo, puede usarse en lugar de la relación de membresía entre conjuntos como el bloque básico de construcción para desarrollar estructuras matemáticas y expresar propiedades de dichas entidades. En lugar de definir propiedades de una colección refiriéndose a sus miembros (su estructura interna), puede procederse a referenciarlas por sus relaciones externas con otras colecciones. Los enlaces entre colecciones son provistos por funciones, y los axiomas para una categoría derivan de las propiedades de las funciones bajo la composición (Goldblatt, 1984: p.1) [37].

Newton y Leibniz retoman en el siglo XVII, el estudio del espacio y sus puntos. Para Leibniz, el elemento que constituye la realidad, tanto espiritual como material,

era la mónada. De manera análoga a la definición de los puntos en Euclides, la mónada era un elemento sin ventana, es decir, no tenía ningún tipo de estructura interna y la única propiedad interesante que poseían eran las relaciones que tenían entre sí. (Aczel, 2006) [8] La definición de conjunto, por parte de Nicolas Bourbaki es la siguiente:

- Un conjunto está compuesto por elementos capaces de presentar ciertas propiedades y de tener ciertas relaciones entre sí y con elementos de otros conjuntos.

De esta manera, los puntos son preexistentes, y el problema que debe resolver la matemática, consiste en organizarlos y otorgarles una estructura, tomando en cuenta las ideas de Bernhard Riemann, quien describió por primera vez el concepto de superficie proyectada sobre un plano. (Aczel, 2006)[8]

De forma análoga, Goldblatt expone que una categoría es un universo para una clase particular de discurso matemático, que puede determinarse al especificar cierta clase particular de "objeto" y cierta clase de "flecha" que enlaza estos objetos. Una definición *a grosso modo* de lo que es un *topos* es:

[...] *Un topos es una categoría suficientemente semejante a **SET** (Conjunto) que en las construcciones teóricas básicas de los conjuntos, se comporte como se comportaría en la misma categoría SET.* (Goldblatt, 2006:p.2) [37]

*Uno de los grandes pasos que dio [Alexander] Grothendieck en las primeras etapas de su proyecto fue la inclusión del álgebra conmutativa dentro de la geometría algebraica. Así quedó establecido que la función del álgebra conmutativa era estudiar la estructura local de los esquemas. La teoría de esquemas también acerca la geometría con la aritmética...* (Aczel, 2009; p.159)[8]

Para Grothendieck, el concepto de *Topos*, la idea abstracta derivada de las nociones de la teoría de las categorías, era la más acabada generalización del espacio. Según él, era posible transcribir la matemática a cualquier *topos* que se eligiera; la teoría de las categorías era como una superestructura que estaba por encima de la teoría de conjuntos, el álgebra abstracta y la topología (Aczel, 2006) [8]



### 2.4.4. El origen del *Topos*

Alexander Grothendieck, introdujo la idea abstracta de *Topos*, que concibió reemplazando los conjuntos abiertos de un espacio (los elementos básicos de la topología) por espacios proyectados sobre un espacio determinado. El núcleo de la teoría de las categorías no considera los puntos, sino los objetos generales y sus transformaciones, es decir, el significado de los objetos depende de la forma en que se relacionan unos con otros (Aczel, 2009). Es posible sustituir para su estudio, procesos que exhaustivamente serían sumamente difíciles de abarcar en su totalidad, incluso inoperantes, y abstraerlos al nivel de objetos únicos, donde se analizan globalmente (véase la Figura 2.9):

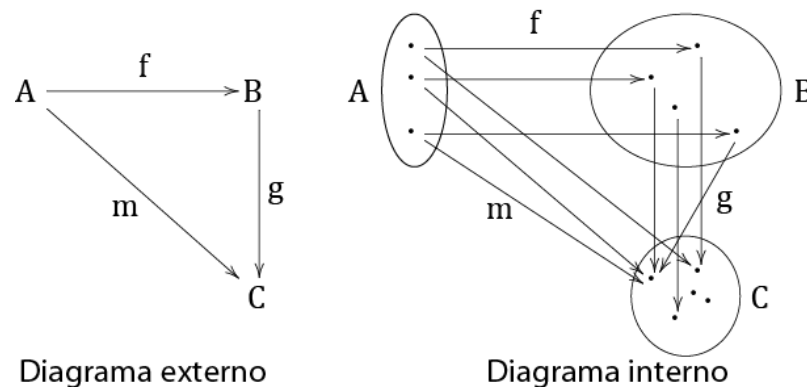


Figura 2.9: Diagramas interno y externo de dominios en teoría de categorías, Fuente: Lawvere, Rosebrugh, 2003.

La relación fundamental entre el diseño arquitectónico y el espacio, se formaliza por medio del apego a los principios de la geometría, a medida que adoptamos un paradigma de mayor generalidad que la concepción euclidiana del espacio y atendemos a las acciones de grupos algebraicos abstractos para definir geometrías particulares. En el siguiente capítulo, se planteará la necesidad de trascender hacia un contexto de diseño que posibilite ubicar a la métrica en un segundo plano, que fomente las operaciones en un meta-espacio abstracto y que sirva de enlace en un sentido o en otro, apelando al valor formativo de la matemática, sobre su valor informativo, no solo a nivel representativo, sino a nivel de estructuración lógica.

La teoría de categorías provee una estructura lógica que nos servirá, no solo para ampliar el razonamiento geométrico, sino también para poder concebir el diseño mismo como una estructura meta-teórica legítima. En este esquema, los nodos son objetos y se priorizan los morfismos presentes entre ellos. Es importante recalcar que cada objeto se asocia a una teoría propia y que esta red conjuga la relación entre ellas, que puede considerarse, para efectos de este trabajo, como una meta-teoría. Luego entonces, la búsqueda por el objetivo común en el grafo inicial, se convierte en el desarrollo de una teoría integradora que conjugue las teorías de interés para la investigación.

El objeto de estudio de la geometría euclidiana plana, son objetos conformados por porciones de líneas, círculos y otras curvas, en otras palabras 1-manifolds; de manera análoga, la geometría sólida se encarga de figuras hechas a partir de porciones de planos, esferas y otros 2-manifolds

Mazzola se da cuenta, desde el ámbito de la musicología, de una relación conceptual que trasciende necesariamente, de la asimilación y representación metafórica de la información de las entidades musicales

*En la Matemática, el acceso a la complejidad es posible y su realización eventualmente da penetración en el concepto mientras que en el encapsulamiento musicológico los intentos apuntan al vacío, generalmente mediante el rompimiento del flujo de la información mediante un oscuro camino que pretende ser racional, ornamentado con metáforas, transformando un posible concepto profundo en un concepto misterioso, es decir, transformando ciencia en fábula. En uno de los libros de musicología tradicional más ambiciosos, los discursos de las partes importantes se basan en un listado casi infinito de referencias externas.*(Mazzola, 2003)[75].

A finales del siglo XX, cuando los sistemas CAD se consolidaron como herramientas representacionales para el diseño arquitectónico, el estudio de la geometría descriptiva se volvió innecesario, puesto que la máquina era capaz de generar con un modelo, todas las vistas posibles. En la primera década del siglo XXI, el diseño se vuelve paramétrico, y la generación de la forma se supedita a la acción de procesos abstractos y búsquedas aleatorias guiadas de solución dadas por algoritmos genéticos.

La métrica de la geometría euclidiana se relega a segundo plano y la preocupación proveniente de la teoría de la arquitectura se enfoca en geometrías no euclidianas y en la topología. Lo sorprendente es el cada vez mayor número de voces que pregonan un cambio en el concepto estático del espacio y anuncian las bondades de la geometría no euclidiana y la topología, aun cuando la comprensión del alcance de este paradigma sea sólo intuitiva. (Adorno, 2008)[9] (Muntañola, 1998) [80] sin embargo, Manuel de Landa expresa su apuesta por el cambio integral de los paradigmas metodológicos y procesuales del diseño arquitectónico, de la manera siguiente:

*El proceso de diseño, sin embargo, será distinto del diseño tradicional que opera en espacios métricos. Es en efecto, demasiado pronto para saber qué tipo de metodologías de diseño serán necesarias cuando no pueden utilizarse longitudes ni proporciones fijas como elementos estéticos y en cambio se ha de confiar en las conectividades puras (y otras invariables topológicas) pero lo que está claro es que sin ello, el espacio de posibilidades que busca ciegamente la evolución virtual será demasiado pobre para ser útil. Así los arquitectos que deseen utilizar esta nueva herramienta, no sólo deben convertirse en hackers [...] sino que también tendrán que ser capaces de "piratear" la biología, la termodinámica, la matemática y otros campos de la ciencia para aprovechar los recursos necesarios. Por muy fascinante que sea la idea de "criar" edificios en un ordenador, está claro que la mera tecnología, sin pensamiento poblacional, intensivo y topológico nunca será suficiente ... (de Landa, 2010 p.529)[27]*

#### 2.4.5. Construcción metatéorica del *Topos*

Con frecuencia, para resolver un problema dado, es conveniente abstraerlo y adentrarlo en la matemática. La pronunciación de este saber matematizante se plantea principalmente en la práctica y desarrollo por parte del profesional de la arquitectura, de un pensamiento lógico de mayor nivel y profundidad: el choque de paradigmas, que Riemann y Klein propician. Las variedades de Riemann, la curvatura y la asociación del álgebra y la geometría, el concepto de *grupo*, que engloba geometrías donde la métrica no es protagonista principal y que abarcan a la geometría proyectiva y a la topología, que recorre el espacio euclidiano, donde prima la métrica, hasta el topológico que no la contempla y que funciona como base para la teoría de categorías

y en consecuencia la teoría del *topos* como una estructura lógica meta-conceptual.

Como resultado de estas abstracciones a los problemas físicos, puede demostrarse que existen conexiones entre dos fenómenos a primera vista ajenos; si se tiene un problema (matemático) una estrategia de solución es tratar de asociar una estructura algebraica esperando resolver con más facilidad el problema.

Esto abrió en su momento, la posibilidad de estructurar toda la matemática en términos de la teoría de conjuntos; no obstante, la teoría de categorías y su especialización en la teoría del *topos*, resuelven paradojas que la teoría de conjuntos no había resuelto por completo en los trabajos de Hilbert y Gödel, y que se proponen aprovechar en el diseño.

**Definición:** Un grafo  $G$  (también llamado *grafo dirigido* o *esquema de diagrama*) consiste en un conjunto de objetos llamados vértices (o nodos), que denotamos por  $|G|$ , y un conjunto de aristas dirigidas (o flechas) desde un vértice  $A$  hacia un vértice  $B$ , denotado por  $f : A \rightarrow B$ . Denominamos  $A$  al origen de la flecha, y  $B$  su objetivo. Pueden existir varias flechas con el mismo origen y el mismo objetivo (que se dicen paralelas) y las flechas cerradas también se aceptan.

[33]

Las categorías también tienen un uso extensivo en lógica, vía la teoría del *Topos*. Grothendieck introdujo el *topos* de preheces para problemas en geometría algebraica (*topos de Grothendieck*) y Lawvere y Tierney (Lawvere, 2003) [61] lograron una abstracción de sus propiedades en el concepto general de un *topos elemental*, que puede pensarse como una generalización de la teoría de conjuntos, permitiendo una lógica intuitiva, donde la translación de la mayoría de los conceptos matemáticos es posible. Las aplicaciones de las categorías se han desarrollado en otros dominios, en particular la teoría de los autómatas y las ciencias computacionales. A pesar de que la teoría de las categorías puede considerarse un dominio del álgebra pura, su naturaleza diagramática se lleva a sí misma al dominio de lo geométrico. Una representación diagramática permite imaginar movimiento a través de ella. De acuerdo con Guitart:

*Un diagrama es una red de segmentos orientados entre puntos (se toma como po-*

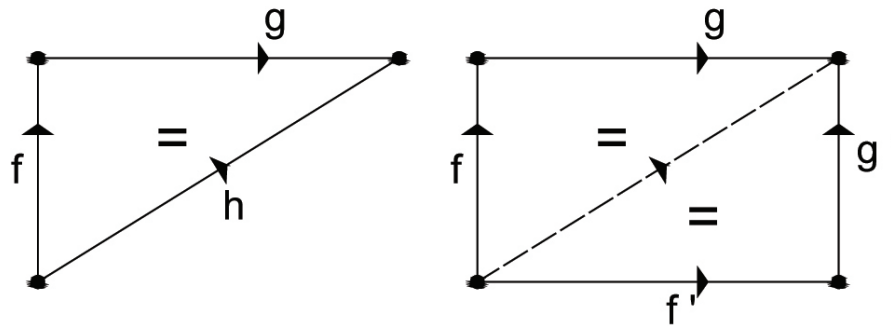


Figura 2.10: Diagramas categoricos. Fuente Eheresmann, Vanbreemersch, 2007.

siciones abstractas), la certeza de esto se descubre moviéndose a lo largo de ella, seleccionando una buena ruta, e insertando esta red en otras redes. Para hacer esto, un diagrama puede enunciarse en el interior del diagrama, o el propio diagrama puede ser tomado como un punto abstracto en otro diagrama. (Citado en Ehresmann y Vanbreemersch, 2007 p.30).

## 2.5. Discusión

De acuerdo con la abordado hasta el momento, podemos determinar el alcance filosófico y semántico de nuestro modelo. A partir de la consigna de hacer entendible y claro un concepto en un entorno complejo, se establece la acción global del lenguaje, que, disociado de etiquetas particulares, se convierte en un colectivo de signos cuya dotación de sus significados se establece una vez realizado un proceso de enlazamiento entre objetos. Para aclarar esta cuestión, se reproduce de nueva cuenta, la Figura 2.11. Este es un referente conveniente cuando se trata de explicar el enfoque lingüístico en la investigación. La *forma* y la *sustancia* son las componentes atómicas que construyen una unidad mínima de significado (denotador). El denotador tiene la cualidad de almacenar y diferenciar diversos tipos de características, que distinguen a un denotador de otro. Este denotador se prové de significado conforme aumenta su complejidad y se vuelve una *estructura predicativa*.

Puede notarse que los medios comunes de expresión espacial en arquitectura,

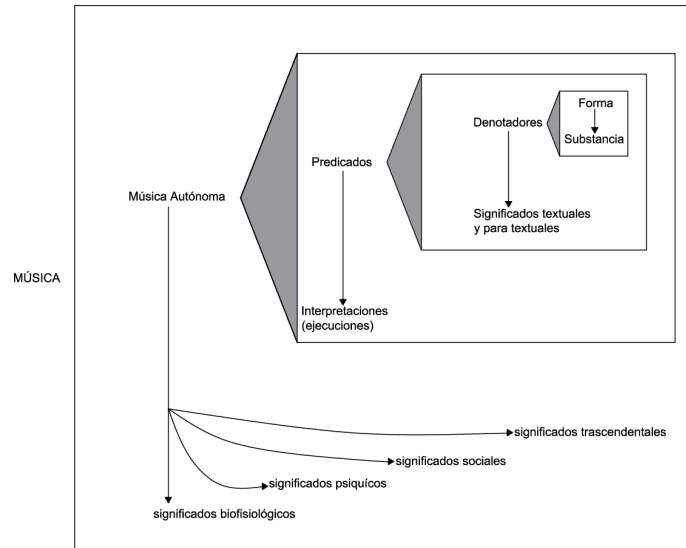


Figura 2.11: Esquema articulador de la música. Fuente: Mazzola, (2003)

pierden relevancia cuando se explora un universo de discurso que vaya más allá de la base de conocimiento individual del diseñador, del hacer productor del materialismo y del paradigma de la métrica Euclidiana, cuando estas expresiones se observan desde la óptica del pensamiento topológico extenso.

Debe considerarse una clase de ontología que permita una posible modificación de nuestras definiciones sobre la realidad a través del tiempo y que sea capaz de admitir aportaciones de otros dominios en tiempo real, aunque el operador principal del proceso (el diseñador), no se percate inmediatamente de la dimensión completa de esta inclusión, para que una epistemología adecuada a ésta, pueda dar cuenta de los cambios y poder predecir eventos futuros. Es necesario precisar que este enfoque semántico obedece también a lograr incorporarse a un paradigma científico teórico que base sus postulados mediante una praxis lingüística mediada comunicativamente. Peukert (2000) [86] dice: *la praxis lingüísticamente mediada, es también la base de la racionalidad científica.* (2000: p.212).

Este enfoque es particularmente pertinente a los propósitos de nuestra investigación porque el diseño excede naturalmente la morfología positiva de la ciencia, sin

embargo, al considerar esta aproximación, podemos construir una metaestructura que funcione en términos de la construcción de unidades fundamentales de sentido, que puedan relacionarse entre sí, por medio de la praxis elemental de la disciplina

Peukert dice:

*La investigación de la estructura de una teoría en sus diferentes dimensiones, es decir, tanto en la dimensión de los datos de observación lingüísticamente articulables, como en la dimensión de la teoría propiamente dicha, con sus conceptos básicos, su formalismo lógico, y sus reglas de interpretación, demostró el superávit de interpretación teórica no reductible a la empiria que predominaba en las mismas ciencias empíricas [...] (Peukert, 2000: p.212)[86].*

Al revisar de nuevo la Figura 2.5, se vuelve más evidente la diferenciación de la línea temporal que transcurre a partir de un espacio analógico originario a un meta-espacio conceptual. Esta premisa nos permite considerar la acción de otras geometrías y sus propiedades para su uso en el diseño arquitectónico por medio de las relaciones espaciales, y que serán el tema principal del próximo capítulo.

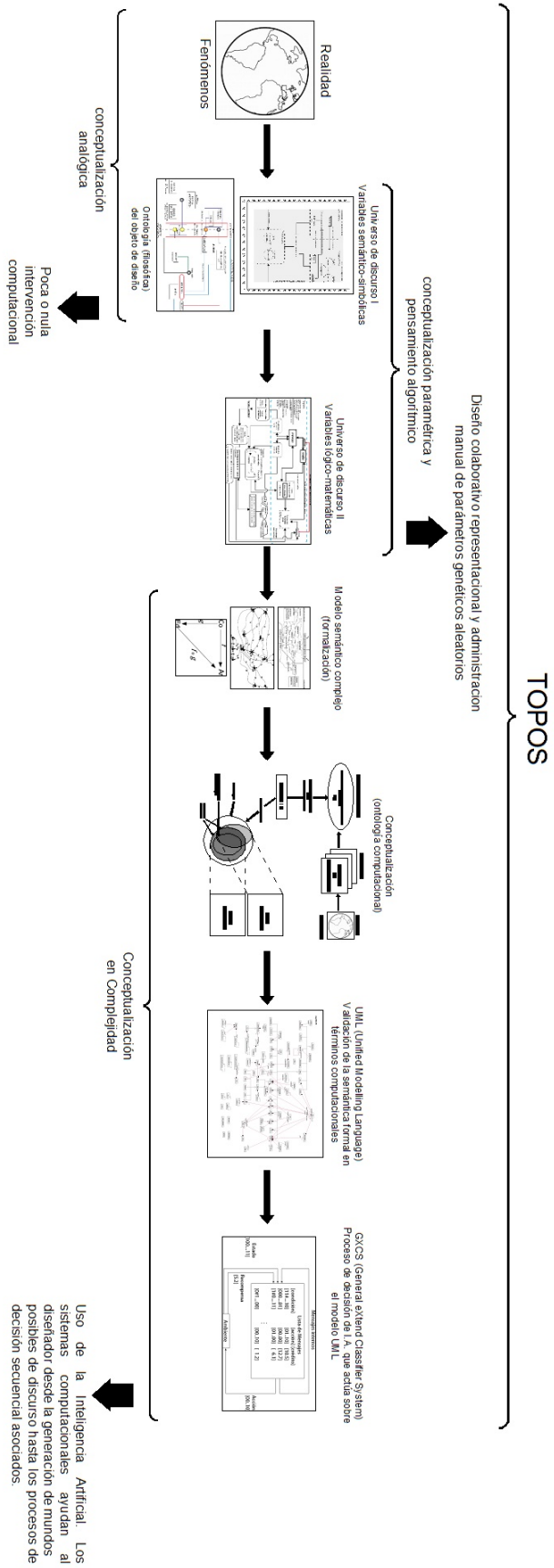


Figura 2.12: Proceso secuencial del Topos. Fuente: Elaboración propia, 2014.



---

## Capítulo 3

# Dinámica socio-espacial del *Topos*: espacio y ambiente del diseño

*Understanding consist in reducing  
one type of reality to another.*

---

Claude Levi-Strauss

### 3.1. Introducción

En el capítulo anterior, se analizaron las relaciones *objeto cognoscible - sujeto cognoscente* (una organización semántica del campo de conocimiento del diseño, y el diseñador como el *ser* protagonista de esta relación fenomenológica) que dan lugar a una estructura de significación conceptual en nuestra disciplina. En este capítulo se discutirá sobre el ambiente del diseño, como un instrumento sociocultural en donde es posible encontrar también un *Topos* fortalecido por la retórica de los medios culturales; y cómo a partir del espacio como medio de expresión del diseño arquitectónico se busca trascender de las concepciones que la aceptación irreflexiva de los axiomas que rigen la geometría euclidiana nos hace validar, y de qué manera el lenguaje matemático presentado mediante la visión de la fenomenología en el capítulo anterior, se convierte en el medio de expresión formal del que nos serviremos en la construcción de nuestro modelo.

En la sección 0.1 se habla sobre la necesidad de reformar tres paradigmas principales del diseño. Para hablar de una revolución, o un posible cambio de paradigma en estos tres fundamentos del diseño, es necesario sugerir inicialmente, la existencia de un entorno de crisis en la disciplina en concordancia con nuestro propio momento sociohistórico: la acelerada evolución de las tecnologías de información; la disociación de las herramientas tecnológicas en comparación con los procesos conceptuales del diseño, que dan lugar a una asimetría entre la metodología conceptual y el instrumental de representación (Kalay, 2008)[54]; la tendencia, cada vez más fuerte de integrar las posturas filosóficas de la complejidad que superen la simple metáfora o las analogías simbólicas, y que dan lugar a partir de esto, a las visiones de cambio paradigmático en la disciplina.

### 3.2. El entorno sociocultural del diseño

En la sección 1.12 se ha mencionado, a manera de marco contextual para el hacer del diseño, con miras a una renovación epistemológica, la relación del diseño con instancias propias del materialismo histórico, donde parece expresarse que si no pasa por la experimentación empírica, el objeto de diseño no es real; si no es un objeto tangible que cumple con los supuestos de intercambio y consumo materialista, se reduce al *idealismo epistemológico* (Irigoyen, 2008)[50] y pierde fuerza en la realidad, dejando de tomar en cuenta su valor intrínseco e individual como *proceso*. Consideramos que el diseño en términos conceptuales se origina en la conformación de instancias figurativas y prefigurativas (cabe mencionar aquí, que no se reducen a éstas, y que se consideran en una categoría más amplia a la que llamaremos: *articulación*, como se discutirá posteriormente), que se inscriben en imaginarios culturales y que conforman universos posibles de discurso, tanto en sus condiciones sociohistóricas, como en sus significaciones y abstracciones formales, sin embargo, esta postura se ha debilitado por la acción de las arquitecturas virtuales que procuran demostrar el alcance del modelo proyectual sobre la implementación en lo edificado (Terzidis dice: *¿es lo diseñado construible? Que importa!*) [107].

En esta sección, la discusión gira en torno al lugar (*Topos*) que el diseño tiene en los procesos históricos de producción y consumo, de acuerdo con las corrientes actuales de pensamiento que desplazan al humanismo antropogenético propio de las sociedades nacionalistas literarias (Sloterdijk, 2008) [102] por lo que podríamos considerar como un *posthumanismo antropotécnico eugenésico*, producto de las reconsideraciones ontológicas del ser humano como un ente que tiende hacia las tecnologías como medio de apropiación de la cultura y el consumo.

Peter Sloterdijk (2008)[102] presenta un argumento importante al plantear la idea de *antropotécnica* como una muestra de que la legitimación de los conocimientos canónicos y las comunicaciones epistolares interculturales que discriminaban a las esferas del *glamour*, de las pretensiones económico-culturales del resto de la población (que Sloterdijk asocia con *grammar* como un misticismo hermético en la idea de la intelectualidad, y que sugiere esta distinción entre cultos e incultos) ya son marginales al ámbito de los medios digitales y de las sociedades-red. Esto nos hace preguntarnos: ¿cuál es el papel del diseño cuando se mira desde su perspectiva de adscripción en el materialismo histórico, y cómo sus reinterpretaciones y devenir histórico modifican sustancialmente los paradigmas de la disciplina?

Jorge Gasca (2005) [36] realiza contrastaciones críticas entre la *infraestructura* del capitalismo como fuerzas productivas, y la *supraestructura*, representada por las relaciones de producción. Se destaca en este contraste, la tensión en el trío *cultura-civilización-tecnología*, cuya definición materialista denomina al primer término, como el modo de ser del conjunto social; al segundo, como la instancia que manipula lazos de control y dominio tecnológico, y al tercero, como los medios o instrumentos que posibilitan el progreso. Gasca reitera la gran relevancia que los procesos de reproducción social representan para el desarrollo de las ciudades capitalistas y es particularmente notable la esquematización de la ciudad como un proceso autorreferencial del campo instrumental de los procesos de producción identificados por el autor, de la siguiente manera:

1. Modificación física de la naturaleza.

2. Desarrollo tecnológico.
3. materia prima (hile).
4. conformación del objeto (eidios) [POIESIS].
5. conformación por y de la conciencia del objeto (logos) [EPISTEME].
6. modo de consumo.
7. conformación de consumo, consumo formal (thelos).
8. continuidad evolutiva del objeto práctico.

Esta instancia tetrafuncional Heideggeriana de cuádruple causalidad (*hile-eidos logos-thelos*) que es aplicable a la generación de la ciudad, origina la base para la generación de cualquier otro objeto de diseño e inserta, por medio de sus incisos d) y e), la dimensión semiótico-estética a los procesos de producción material.

Se reconoce que el marco del materialismo histórico y la preeminencia de la función social del diseño se han manifestado a lo largo de todo el siglo XX, y aún en la segunda década del siglo XXI no ha perdido del todo su auge, no obstante, si bien la articulación de los principios antes mencionados es una estructuración explicativa efectiva, es cada vez mayor el número de elementos que hacen considerar esta postura como obsolescente.

Richard Buchanan (1992, citado en Margolin, 2012) [71] distingue en la práctica ampliada del diseño (en los términos anteriormente mencionados) una relación entre la indeterminación y el desorden en la problemática del diseño, dividiéndola en cuatro áreas principales:

1. Comunicaciones simbólicas y visuales
2. Objetos materiales
3. Actividades y servicios organizados
4. Sistemas complejos en ambientes socioculturales

A partir de esta clasificación, Margolin plantea un antecedente en el discurso hacia la integración de instancias sistémicas complejas que encauzan el diseño a la aproximación hacia este cuarto dominio mencionado:

Dice:

*[...] Si los diseñadores desean participar en la solución de estos problemas e inventar cursos de acción productivos, deben abandonar el segundo dominio del diseño en el que el diseño de productos ha permanecido desde el siglo XIX, para pasar a un cuarto dominio de diseño en el que [...] estarán cada vez más comprometidos con la exploración del papel del diseño en el sostén, el desarrollo y la integración de los seres humanos en ambientes ecológicos y culturales más amplios, dando forma a esos ambientes cuando sea deseable o posible, o adaptándolos cuando sea necesario. (Margolin, 2012: p.113) [71]*

De acuerdo con esta premisa, observamos una importante área de oportunidad en el papel del diseñador, en este proceso de re-adaptación del hombre hacia una nueva noción de cultura, y una participación más activa en la resolución de problemáticas complejas en el campo del diseño; es decir, si la técnica predomina en los procesos socioculturales, incluyendo al diseño, es lógico suponer que el diseñador debe ser capaz de idear, administrar y desarrollar sus propias herramientas, desembarazarse, en términos de la representación figurativa de la analogía, de preconcepciones históricas estilísticas, y actuar en consecuencia, trascendiendo del dominio de los objetos materiales, a la responsabilidad de integrar en sus propuestas, una aproximación a la solución de problemáticas concernientes al dominio de estos sistemas complejos y adaptativos.

Luego entonces, el aspecto donde se postula el cambio de concepción del diseño frente a su papel en los procesos de producción, distribución y consumo material, es principalmente *teleológico*; es decir, perteneciente al estudio de las causas finales del diseño como disciplina. No se discute la importancia del papel social del diseño, sin embargo, su propósito como un *aparecedor* de objetos, subestima el potencial que

éste como un campo de conocimiento extenso posee.

### 3.3. Arqueología medial y la retórica del topos

El término *Topos* tiene dos acepciones distintas, asociadas con los planteamientos dados anteriormente en las secciones 2.4.3, 2.4.4 y 2.4.5 El *Topos* se considera un universo discursivo, aplicable a una realidad espacial, en la medida que ésta es verificable, y en donde su raíz etimológica como *lugar* cobra sentido en el entorno físico. A éstas se les incorpora una tercera acepción: el *Topos retórico*.

Aristóteles (2011) [16] en su discurso sobre las categorías en la retórica, alude a los *toposes* como un lugar de convergencia común. Magoulas explica de la siguiente manera, la inclusión de un *Topoi* (plural de *Topos*) en la retórica de Aristóteles:

*Los entimemas, los lugares (topos), las metáforas pertenecen al léxico de Aristóteles y funcionan como códigos o signos de un valor estético y semántico. Son formas de expresión comúnmente reconocibles y de una eficacia ya experimentada y en consecuencia ya dadas; se trata de esquemas repetidos en la mayoría de discursos.*(Magoulas [6])

Para Erkki Huthamo, el *Topoi* es:

*[...] una fórmula estereotípica evocada una y otra vez en diferentes entornos y para varios propósitos. Dicho Topoi acompaña e influencia el desarrollo de la cultura medial. Los deseos culturales se expresan embebiéndose dentro de este Topoi. Funcionan como contenedores derivados de los bancos de memoria de la tradición, el Topoi moldea los significados de los objetos culturales[...](Huhtamo y Parikka, 2011 p. 28) [48].*

la dinámica de los estudios culturales en términos de una arqueología medial, y una continua referencia desde este enfoque, a un *topoi* integrador de discursos, y proveniente del imaginario sociocultural del hombre, aplicable en el ámbito del diseño, nos lleva a plantear su contrastación y su posterior determinación, ya sea como un

*epifenómeno*, homónimo pero ajeno, o como un discurso intrínseco a la naturaleza lógico-abstracta para la propuesta para el diseño que se describe aquí.

Existe también de acuerdo con Carl G. Jung (2009)[53] una correlación entre la *idea* platónica y los *arquetipos* en su papel de instancias preformativas apriorísticas, y las formas sinéticas apriori Kantianas, como una forma prefigurativa que antecede la percepción sensible, que se asocian con esta particularidad prefigurativa del *topos* en Aristóteles.

La naturaleza apriorística prefigurativa del *Topoi* retórico, encuentra referentes en diversos niveles. Jung construye una relación entre la noción de la *idea* platónica como sinónimo del concepto de *arquetipo* (2009: p.106)[53] como *facultas praeformandi*. Desarrolla también un vínculo en la conformación de un imaginario prefigurativo, entre éstos y las categorías Kantianas planteadas anteriormente en la sección 2.2.1, observando una reivindicación de estas entidades como un cambio de actitud o de criterio, ante la suposición de un nominalismo histórico (*flatus vocis*, según el mismo Jung) presente en la idea. Es decir, la idea ya no es sólo un sonido vacío, o una etiqueta sin objeto, descontextualizada de referencias tangibles y materiales que legitimen su realidad (Jiménez. et. al., 2015) [52]:

Jung menciona al respecto:

[...]La filosofía natural griega orientada hacia la materia, alcanzó en unión con el intelecto Aristotélico, una victoria tardía pero significativa sobre Platón. Pero en esa victoria está el germen de una derrota futura. En las épocas más cercanas a nosotros se multiplican los signos que señalan un cierto cambio de criterio. Especialmente característica es la doctrina Kantiana de las categorías, que [...] prepara un renacimiento del espíritu Platónico, si bien no existe ninguna metafísica que pueda ponerse más allá de la capacidad humana, tampoco hay empiria alguna que no esté aprisionada y limitada por un "a priori" de la estructura del conocimiento [...] (Jung, 2009: p.107-108)[53]

Huhtamo (2009) [48] resume el hacer del *Topos* y su participación en la arqueología de medios culturales de la siguiente manera:

1. El *Topoi* se crea, transmite y modifica por agentes culturales que operan en circunstancias históricas específicas; no son arquetipos invariables o proto-ímagenes que existen más allá de la cultura.
2. El *Topoi* no se limita las tradiciones literarias: existen muchos tipos de *Topoi*: incluyendo visuales, y el *topoi* puede también manifestarse a sí mismo como diseños, como máquinas o como interfaces de usuario.
3. El *Topoi* somete transformaciones que afectan tanto su forma como su idea; un *topos* puede cambiar de un medio a otro.
4. El *topoi* debería analizarse no sólo internamente dentro de una tradición de *topos*, sino también externamente, mediante la relación hacia los contextos culturales en los que aparece.
5. No todo *topoi* proviene de la antigüedad: algunos han surgido recientemente y pueden manifestarse en un lapso corto de tiempo.
6. El *topoi* debería investigarse como los síntomas tanto de rupturas como de continuidades culturales. (Huhtamo, 2009, p.34) [48]

Podemos resumir en términos coloquiales y comparar el hacer de ambos *Topos* con estas premisas, atendiendo a lo siguiente:

1. En ambos casos se busca evitar la axiomatización, sin embargo, como se verá posteriormente, es necesario matizar la condición del *arquetipo* como una facultad preformativa que incide en la reivindicación del diseño como proceso y en su indeterminación sistémica.
2. Ambos se orientan a objetos, Huhtamo reconoce que el hacer del *Topos*, no radica sólo en una clase particular de expresión, y es posible significar los objetos de acuerdo a un contexto particular.
3. Como se verá posteriormente, ambos tienen una esencia topológica definida.



4. Ambos buscan resolver complejidad, son multiniveles, y pueden leerse en la definición categórica de los diagramas internos y externos.
5. Ambos dependen de la formación de reglas y recursos por parte del diseñador para leer la realidad posible de un problema (de manera análoga a una ontología computacional) y de la especificación de sus dominios y codominios para comprenderse globalmente. (Jiménez et. al., 2015) [52]

### 3.4. El espacio

Un objetivo fundamental de nuestro modelo, es procurar una estructura lógica de razonamiento en el diseño arquitectónico, que contemple una instancia representativa integral del espacio y sus requerimientos proyectuales, por medio de una comprensión global de la geometría, atendiendo sencillamente, al conocimiento que la arquitectura como disciplina no ha abarcado a profundidad: La comprensión extensa de la geometría en función de sus planteamientos matemáticos. El profesional de la arquitectura

La geometría puede considerarse como *el estudio de las figuras en el espacio*. Marquis (2009)[72] menciona que, independientemente de las posiciones ocupadas por las figuras y sus orientaciones, puede conformarse un espacio al imaginar puntos, líneas, segmentos de línea o polígonos, y asumir cierta relación entre ellos. Asimismo, es común presentar los objetos básicos de una geometría por medio de axiomas en cierto lenguaje y que pueden deducirse por los axiomas o por medios algebraicos.

Se propone entonces, la aproximación a una *matematización del saber*, enfocado principalmente al desarrollo de una estructura lógica que corresponda a los requerimientos del diseño complejo, cuya categorización asocia campos cuya relación espacial no es tan evidente, y ofrece soluciones computacionales a problemas emergentes que permiten integrarse, (Ehresmann, Vanbremeersch, 2007)[33] mediante la noción abstracta de *Topos*, donde se muestran los componentes principales del diseño y espacio, y las correlaciones existentes basadas en la teoría de categorías y la conjugación de sus dominios vía sistemas evolutivos de memoria. (Jiménez et. al. 2015)[52]

La Figura 3.4 muestra nuestra representación de la generación espacial del *Topos* en el diseño, particularmente arquitectónico.

Este esquema tiene como punto de partida, la relación fundamental entre el diseño y el espacio, cuyo medio vinculante es la arquitectura. La principal razón para la diferenciación de estos componentes, obedece al planteamiento topológico que se ha discutido anteriormente y que diferencia objetos en dominios disjuntos, mediante un grupo de transformaciones. En este caso, dicha relación entre el diseño como campo de conocimiento, y el espacio como objeto susceptible a generarse y diseñarse se verifica mediante el proceso de diseño arquitectónico.

La comprensión de este espacio en arquitectura se divide en dos vertientes: la que la definición intuitiva que la disciplina ofrece, y a la que se considera aquí como *verbal*; y la descripción del espacio que en la matemática se vuelve *ostensiva*. Parece paradójico que sean las estructuras matemáticas que definen el espacio, las que presenten aquí esta naturaleza ostensiva, puesto que dependen de un criterio de visualización abstracto y se vuelve contraintuitivo contrastarlas con las representaciones visuales de primer orden que la arquitectura da a los elementos geométricos, a las que se les etiqueta como verbales. No obstante, se prioriza la importancia de comprender la génesis de este espacio más allá de la participación de las percepciones sensibles. Luego entonces, atender a la mera percepción del espacio físico tridimensional nos obligaría a permanecer en el mismo paradigma (estas relaciones se estudiarán con mayor detalle en la próxima sección).

Posteriormente se ubican los paradigmas geométricos relacionados con estas definiciones: en la definición verbal arquitectónica se ubica el paradigma Euclidiano, y en la definición matemática, la geometría afín y la geometría proyectiva; y se muestra que la geometría Euclidiana está contenida en los paradigmas de otras geometrías que se aproximan a la abstracción algebraica. La conciencia de esta noción se dirige hacia una *matematización del saber* para la construcción del espacio en el diseño arquitectónico, postulando una disolución de la métrica euclidiana con fines epistemológicos para su posterior reconstrucción. De esta manera, los elementos

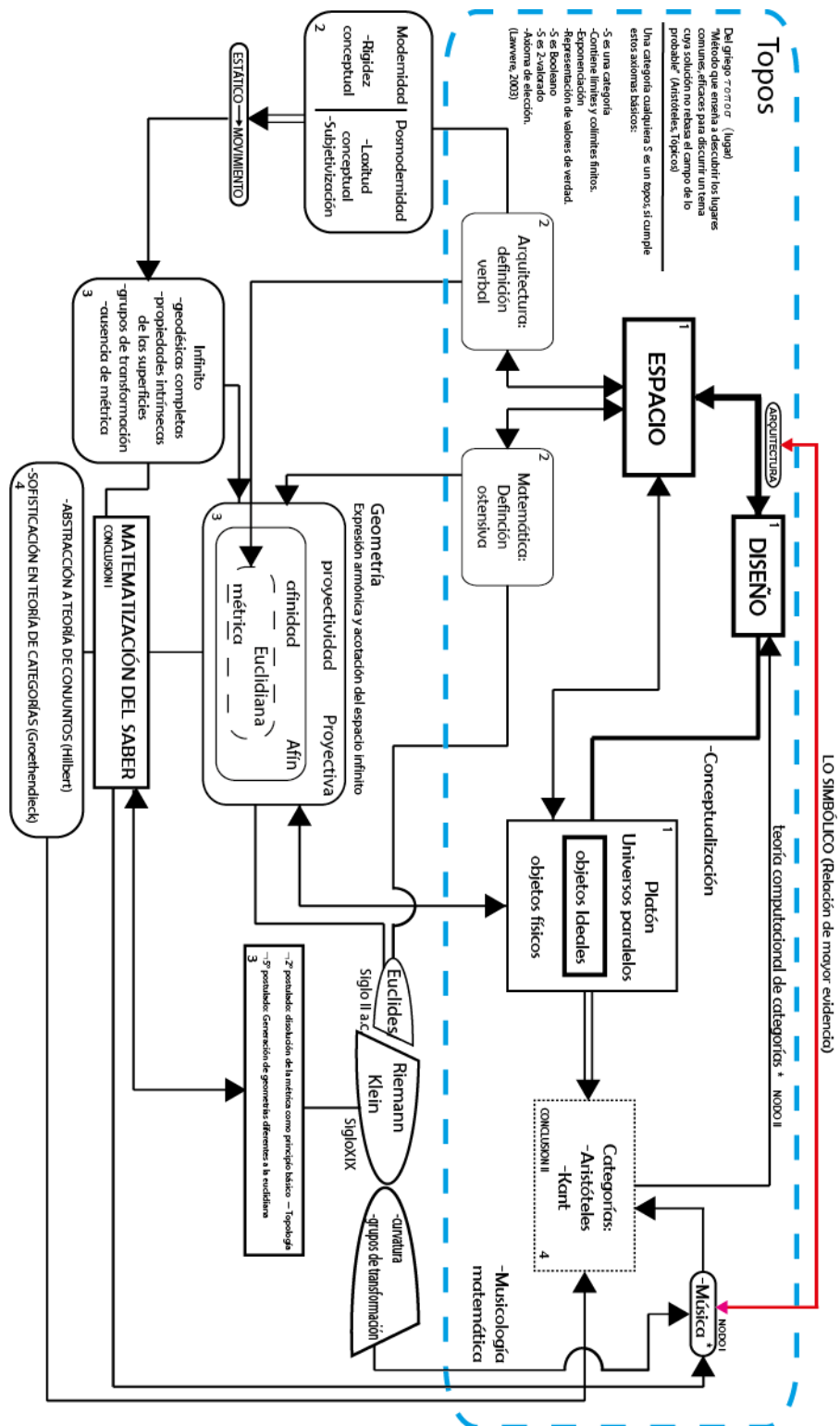


Figura 3.1: Esquema generador del *Topos* en el diseño. Fuente: Elaboración propia, Jiménez, 2014

geométricos en este nivel de abstracción pueden operar en términos de una clasificación categórica. Estas categorías se plantean en dos niveles, una componente que toma las características de las categorías Aristotélicas y Kantianas, vistas en el capítulo anterior y una instancia puramente formal generada por los fundamentos de la teoría matemático-computacional de categorías. Estas abstracciones inciden en el primer componente del esquema (el diseño) y ayudan a replantear ontológica y epistemológicamente, la relación que guarda con el espacio. La Figura 3.2 muestra un corte al esquema que contempla los elementos constitutivos de este *topos* espacial.

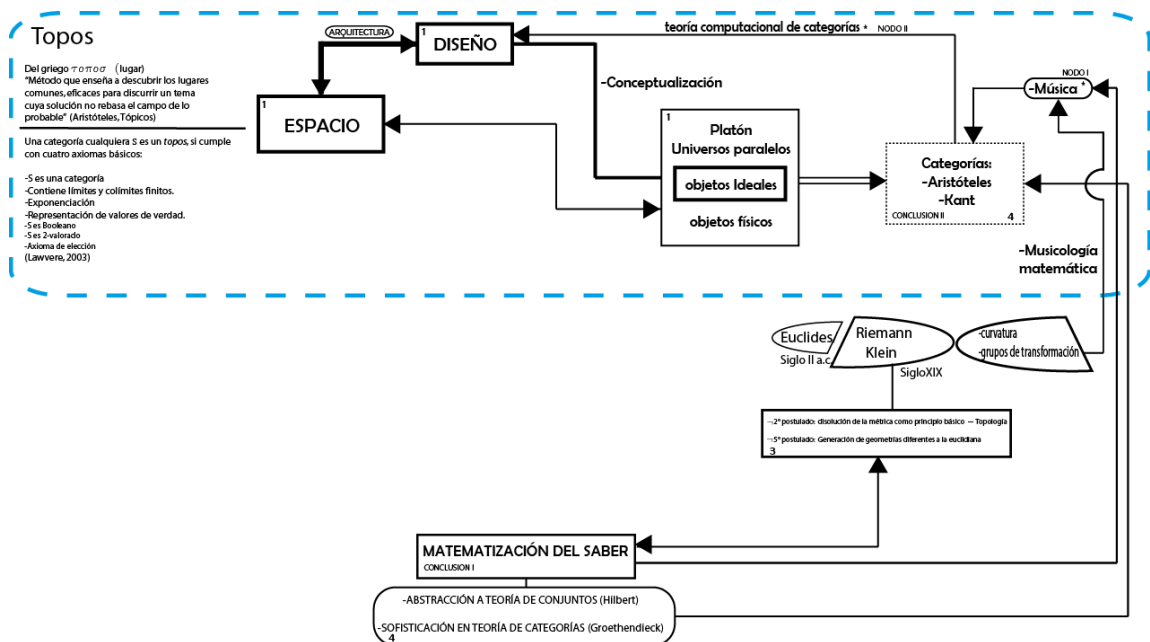


Figura 3.2: Esquema de conformación del topos en el diseño.

### 3.4.1. Espacio y concepto: verbalidad y ostensibilidad

En esta sección se observan algunas definiciones utilizadas para entender el espacio y la geometría desde la arquitectura, la noción de infinito y su acotación y como la negación de dos postulados euclidianos, da lugar a instancias más profundas de la geometría. Se propone complementar la definición verbal apriorística del espacio en arquitectura, para dar de acuerdo con Wittgenstein (2008)[110], una definición

ostensiva del mismo y plantear su uso en esta disciplina:

*Se podría pues, decir: La definición ostensiva explica el uso -el significado- de la palabra cuando ya está claro qué papel debe jugar en general la palabra en el lenguaje. Así, cuando sé que otro me quiere explicar el nombre de un color, la explicación ostensiva "Esto se llama sepia" me ayudará a entender la palabra. Y esto puede decirse si no se olvida que ahora se originan todo tipo de cuestiones en relación con las palabras saber o estar claro. (Wittgenstein, 2008:p.12). [110]*

Wittgenstein (2009)[111] expone que la definición verbal se verifica en conceptos cuya explicación remite a otro concepto, que a su vez remite a otro, y que encadena sucesiones que pueden extenderse *ad infinitum*; en contraste, una definición ostensiva acompaña al concepto, con una representación sensorial, mayormente visual, que puede trascender su límite lingüístico al comprenderse en una mayor cantidad de contextos.

La noción de espacio en arquitectura se asume *verbal*, porque a nivel conceptual no se establece un conocimiento a profundidad sobre la materia, remitiéndose a la aceptación de axiomas, y *apriorística* porque el espacio al considerarse en su validación real como el espacio físico tridimensional, se supone conocido sin mayor dificultad.

Wittgenstein extiende este punto de la siguiente forma:

*[...]Nace no de un interés por los hechos del acontecer natural, ni de la necesidad de captar conexiones causales. Sino de una aspiración a entender el fundamento, o esencia, de todo lo que la experiencia enseña. Pero no como si debiéramos para ello rastrear nuevos hechos: es más bien esencial a nuestra investigación el que no queramos aprender nada nuevo con ella. Queremos entender algo que ya está patente ante nuestros ojos. Pues es esto lo que, en algún sentido, parecemos no entender. (Wittgenstein, 2008: p.30) [110]*

No se pretende con esta argumentación, el descubrimiento del "hilo negro", es

sencillamente, plantear la conveniencia de adentrarse en un estudio más profundo del ambiente del diseño arquitectónico comprendido en la expresión espacial, y de ser el caso, regresar a la representación geométrica euclidiana con otro nivel de comprensión.

Para Gómez-Ramírez (2014) [38], existe una ampliación de este binomio de representación espacial, este autor declara que la representación es *triádica* y fundamenta su propio modelo de representación cognitiva, por medio de la teoría de categorías. La idea de plantear esquemas cognitivos de representación por medio de ésta, sirve para *traer un formalismo matemático al dominio de la representación de los espacios físicos, constituyendo las bases para una teoría de la representación mental, que sea capaz de relacionar hallazgos empíricos, uniéndolos en un corpus teórico* (2014:p.97)

El mayor beneficio de la aplicación de la teoría de categorías en una estructura como ésta es: por una parte, que ayuda a descartar conjeturas que sean extrañas a esta estructura formal, y por otra parte, facilitar la integración de diferentes modelos de representación en una estructura teórica duradera.



Figura 3.3: One and three chairs, del artista Joseph Kosuth, como un ejemplo del razonamiento surrogativo. Fuente: Gómez-Ramírez, 2014

En este orden de ideas, y de acuerdo a lo mencionado anteriormente, Riemann expresa la necesidad de no aceptar irreflexivamente los postulados. Al considerar el papel de la arquitectura y su relación con el espacio, ésta se adjudicaría, de acuerdo con Geoffrey Scott (1915) [100], un lugar preponderante: *La arquitectura tiene el monopolio del espacio. Solamente ella, entre todas las artes, puede dar al espacio su valor pleno.*

Menciona también:

La Arquitectura [...] es un arte en tres dimensiones, con todas las consecuencias de esto. Es un arte de espacios y de sólidos, una relación sentida entre cosas ponderables, por otra parte, un acomodo de fuerzas evidentes. Una agrupación de entidades materiales sujetas, como nosotros mismos, a ciertas leyes elementales. (Scott, 1915, p.118)

La geometría por su parte, es el medio de expresión armónico para acotar la infinitud del espacio. En estos términos, Ching (2002)[25] define la geometría como:

*La rama de las matemáticas que trata de las propiedades y medida de la extensión de las formas expresables con medidas, y de las relaciones entre puntos, líneas, ángulos, planos y sólidos, deducidas de sus condiciones definidoras por medio de ciertas propiedades hipotéticas del espacio(p.143).*

Cuando se advierte sobre estas definiciones más bien poéticas y dejando de lado intencionalmente, otras tantas, producto del pensamiento de la posmodernidad (que no del posmodernismo) es posible darse cuenta que existe una preeminencia retórica del argumento, sin embargo, cuando el arquitecto se despoja de la poética del discurso sobre este objeto particular de la disciplina, el panorama cambia radicalmente. La teoría de la arquitectura en la actualidad, elude definir concisamente cual es la relación que conceptualmente, guarda con el espacio. Por principio de cuentas al reconocer que el estudio de geometrías distintas a la euclidiana pasan como desapercibidas en términos proyectuales. Esto se debe a una sencilla razón de la que los matemáticos tienen consciencia desde hace mucho tiempo: El carácter local de la geometría euclidiana permite ignorar la curvatura de la tierra. En la arquitectura,

esta es la razón por la que la geometría euclidiana ha funcionado sin reparos durante tanto tiempo. Estas propiedades se llaman propiedades locales intrínsecas de la superficie. (Ongay 2008). [85]

Gauss demostró que puede haber dos superficies distintas tales que, si nos restringimos a pequeñas regiones de ellas, podemos encontrar una aplicación de la una en la otra, que no altere las nociones de distancia, cuando dos superficies se pueden aplicar la una en la otra sin deformaciones, se dice que son isométricas. Que dos superficies sean isométricas es una propiedad de comparación muy fuerte y que determina por completo la geometría de una superficie en términos de la otra (Ongay, 2008). [85]

El infinito de la recta en el segundo postulado de Euclides, define geodésicas abiertas, otras geometrías tratan con geodésicas cerradas; la evaluación de las isometrías mencionadas anteriormente, permite saber si una figura puede ser equivalente a otra, por ejemplo, una esfera no es isométrica a un plano, es decir, no importa la cantidad de operaciones que hagamos sobre el plano, nunca podremos llegar a convertirlo en una esfera, sin embargo un cubo, mediante operaciones específicas, puede llegar a convertirse en una esfera.

Se introduce la hipótesis de que la geometría y la noción de espacio asociada a los procesos de diseño, tienen una concepción teórica insuficiente desde las definiciones de la disciplina, y que es necesario replantear la lógica de estos procesos, en concordancia con las tecnologías emergentes. La arquitectura es contextualmente indivisible del espacio y la geometría es esencialmente el lenguaje por el que entendemos y comunicamos la existencia de este espacio. Sin embargo, las definiciones desde la arquitectura sobre esta relación, resultan cada vez más insuficientes para respaldar el discurso de las tecnologías emergentes y la complejidad en el diseño.

### 3.4.2. Espacio no euclidiano

Se recurre a la existencia de tres documentos históricos fundamentales para el estudio de la geometría: *Los elementos* de Euclides, *Sobre los fundamentos que están en todas las geometrías* de Bernhard Riemann, conocido como la Confe-



rencia de Riemann, y las *Consideraciones Comparativas sobre las Investigaciones Geométricas Modernas* de Félix Klein, conocido como el Programa de Erlangen. El conocimiento de estos tres documentos en conjunto, permite considerar la existencia de otras geometrías, como la geometría afín, la geometría proyectiva y la topología para el desarrollo de objetos de diseño, particularmente arquitectónico. Debe hacerse notar que el arquitecto en general sólo está familiarizado, tanto en la enseñanza como en la práctica asociada con el espacio, con el primero de ellos, no obstante la diferencia de casi veinte siglos entre éste y los dos posteriores. Siguiendo a Félix Klein, a toda geometría se le asocia un grupo algebraico, que permite estudiar aquellas propiedades que son invariantes bajo los elementos del grupo, es decir: la geometría euclidiana estudia las propiedades que son invariantes bajo transformaciones rígidas, como la rotación y la reflexión. La geometría afín, estudia invariantes bajo transformaciones afines, como la incidencia; la topología por su parte, estudia invariantes bajo homeomorfismos.

### 3.4.3. Geometría Riemanniana

En esta sección se desarrolla la postura de Riemann a través de un primer choque de paradigmas, las curvas y superficies generadas de forma euclidiana, pueden construirse también como una variedad de Riemann, implicando además, la observación de la curvatura de la superficie como propiedad intrínseca. Del segundo postulado de Euclides, que afirma que una línea recta puede extenderse indefinidamente, se desprende una generalización que ha sido aceptada -para nuestro caso de estudio- por el diseño arquitectónico, sin mayor discusión. La crítica de Riemann en este punto se basa en que los teoremas de la geometría no pueden deducirse de conceptos generales de magnitud y que es necesario hacer un análisis particular que parta de la experiencia y no de la aceptación irreflexiva del axioma. La palabra "indefinidamente" puede entenderse al menos de dos maneras distintas: como una extensión sin límites hasta el infinito (intuitivamente hablando), o que puede recorrerse la recta sin detenerse jamás. El infinito se vuelve para la matemática, una necesidad lógica. La formalización de las ideas de la perspectiva, producto de la intriga por el infinito, condujeron a la creación de la geometría proyectiva. La noción misma de recta no está definida en los postulados de Euclides, y cuando se entendió cabalmente, resultó crucial para

el desarrollo de las matemáticas (Ongay, 2008). [85]

Riemann declara: [...] *La Geometría presupone como algo dado, tanto el concepto de espacio como los principios básicos para las construcciones en dicho espacio. Da de estos sólo definiciones nominales, mientras que las precisiones esenciales aparecen en forma de axiomas. La relación existente entre estos conceptos de partida queda por ello en la oscuridad; no puede verse sí, y en qué medida, su conexión es necesaria, ni a priori si es posible.* (Riemann, 2003) [92]

La enorme relevancia de la conferencia de Riemann radica en la adopción de magnitudes de extensión variable que pueden englobarse en un concepto geométrico más general. Al hablar de espacio en la proyección arquitectónica, se asume en la investigación, la adopción de dos supuestos principales en el estado del arte:

- La aceptación y el uso de los paradigmas de la geometría Euclidiana, sin mediar investigaciones sobre los orígenes de la conformación del espacio.
- El uso de herramientas computacionales de diseño asistido por computadora, cuya terminología ha cambiado a conceptos como *algorítmico* o *paramétrico*, (véase la Figura 3.4), pero que aún realiza modelos analógicos de comprensión de proyecto (en este punto, no son muy diferentes a la hora de asumir una propuesta conceptual que los medios convencionales de conceptualización en el diseño), sujetos a reglas evolutivas que descontextualizan la preeminencia del espacio en las operaciones conceptuales y que siguen, a pesar de la sofisticación instrumental, el mismo paradigma euclidiano.

El espacio es aquí el producto indirecto de las operaciones formales de composición paramétrica. No se discute la efectividad representativa del medio composicional o representativo, sin embargo, se asume principalmente la pertinencia de ligar la geometría del espacio en extenso- como elemento de primer orden en los procesos de diseño, y posteriormente, una vez realizado un análisis específico, generar un modelo matemático congruente, en el entendido de que las herramientas tecnológicas que

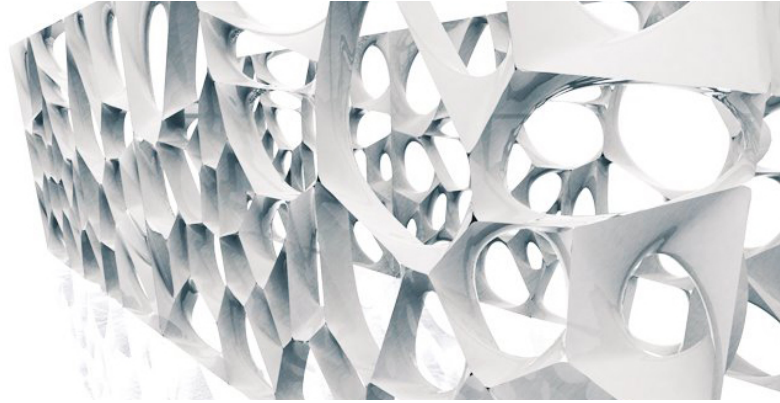


Figura 3.4: Diseño paramétrico.

realizan estos modelos, operan con lenguajes de programación abiertos, que permiten desarrollar rutinas acordes con este planteamiento.

De acuerdo con Riemann (2003) [92], la geometría de Euclides se convierte en un caso particular de una geometría más general. Gracias al concepto de *curvatura*, se logra establecer un criterio que nos permite saber qué tanto se aleja un espacio de lo euclidiano. A diferencia de la longitud, la curvatura se define como una propiedad intrínseca del espacio que se estudia, y no es necesario referirse a las propiedades del espacio ambiente en el que se encuentra. El concepto de curvatura de una superficie, es la formalización de la intuición que tenemos de la “desviación” de ésta respecto a un plano. Por ejemplo, una esfera tiene curvatura positiva, la pseudoesfera tiene curvatura negativa, un plano tiene curvatura nula y en todos los casos es constante en todos sus puntos (Véase la Figura 3.5)

Einstein demostró, en virtud de su modelo de espacio-tiempo relativista, que la geometría de Riemann ofrece una representación más exacta del universo que la de Euclides (Flores, 2012)[5], sin embargo, en términos de construcción de superficies para arquitectura, la geometría euclidiana ha funcionado por su carácter local.

Riemann concibe estos objetos como variedades  $n$ -dimensionales o *Manifolds*. Las variedades 1-dimensionales, son frecuentemente llamadas *curvas* (aunque no necesiten ser *curvos* en la acepción común de la palabra). El ejemplo más simple es la línea recta. También podemos encontrar ejemplos en curvas familiares como círculos,

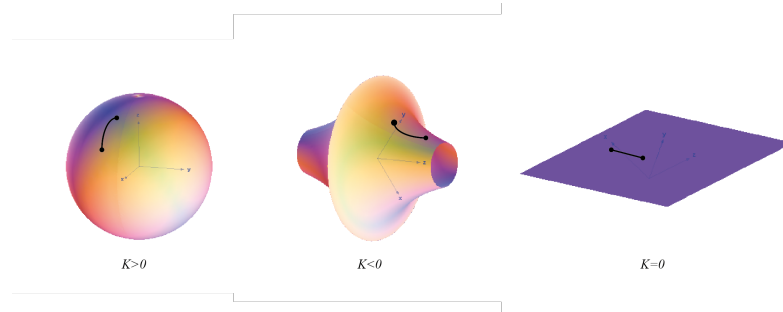


Figura 3.5: Superficies con curvatura constante (a) Esfera; (b) Pseudoesfera; (c) Plano. Fuente, elaboración propia, 2013.

parábolas o las gráficas de cualquier función de la forma  $y = f(x)$ . Otras variedades 1-dimensionales son curvas espaciales, a menudo descritas por ecuaciones paramétricas como  $x = f(t), y = g(t), z = h(t)$  para algunas funciones continuas (Lee, 2011) [63]. Ejemplos de estas curvas son como los que se muestran en las Figuras 3.6 y 3.7 :

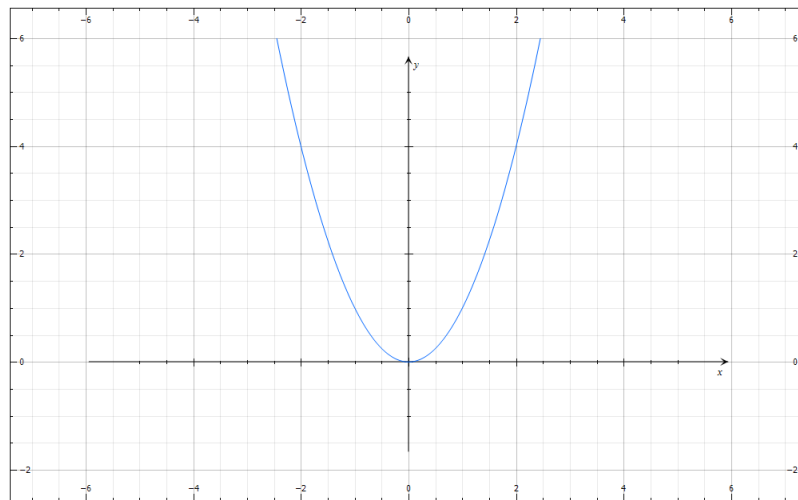


Figura 3.6: Ejemplos de variedades 1-dimensionales.

Las variedades 2-dimensionales son superficies. Los dos ejemplos más comunes son los planos y las esferas. Otras superficies son: cilindros, paraboloides, elipsoides y el toro (véase la Figura 3.8)

*Los conceptos de magnitud son sólo posibles allí donde ya existe un concepto general que permite distintas realizaciones. Según se dé o no un tránsito continuo de*

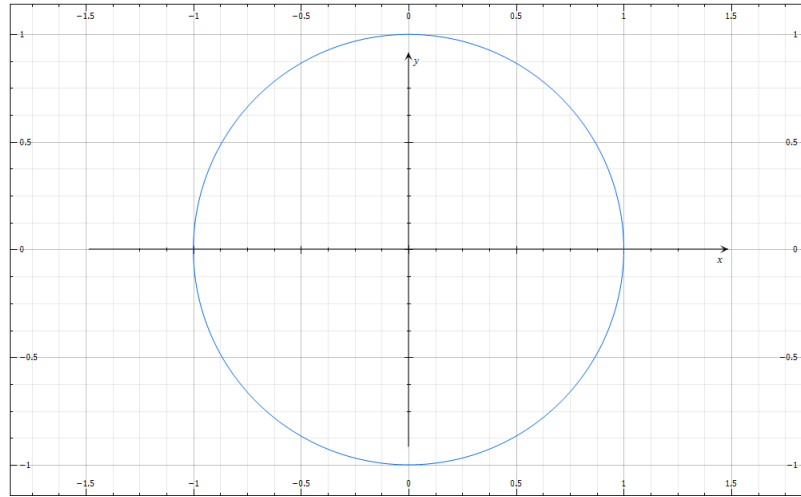


Figura 3.7: Ejemplos de variedades 1-dimensionales.

*una a otra de estas realizaciones, definen una variedad continua o discreta. Todas y cada una de dichas realizaciones se llaman en el primer caso puntos y en el segundo elementos de esta variedad. Los conceptos cuyas realizaciones constituyen una variedad discreta son tan comunes que para cualesquiera objetos, al menos en los idiomas más desarrollados, siempre puede encontrarse un concepto que los engloba*(Riemann, 2003 p.2). [92]

#### 3.4.4. El programa de Erlangen

En esta sección se observa el segundo impacto en el paradigma euclidiano. La asociación del álgebra y la geometría que dan lugar al importantísimo concepto de *grupo*, que engloba geometrías donde la métrica no es protagonista principal y que abarcan a la geometría proyectiva y a la topología. Felix Klein es el segundo precursor de la evolución del pensamiento geométrico. Obsérvese primeramente los conceptos de medida y cardinalidad; si dos conjuntos admiten alguna correspondencia biunívoca entre ellos, necesariamente tienen la misma cardinalidad, Es decir, define una relación de equivalencia entre distintos tipos de conjuntos. El estudio de la geometría se refiere entonces, a la búsqueda de invariantes de relaciones entre los objetos (independientes del sistema de referencia) bajo la acción de un grupo. Para estudiar un tipo de geometría se define:

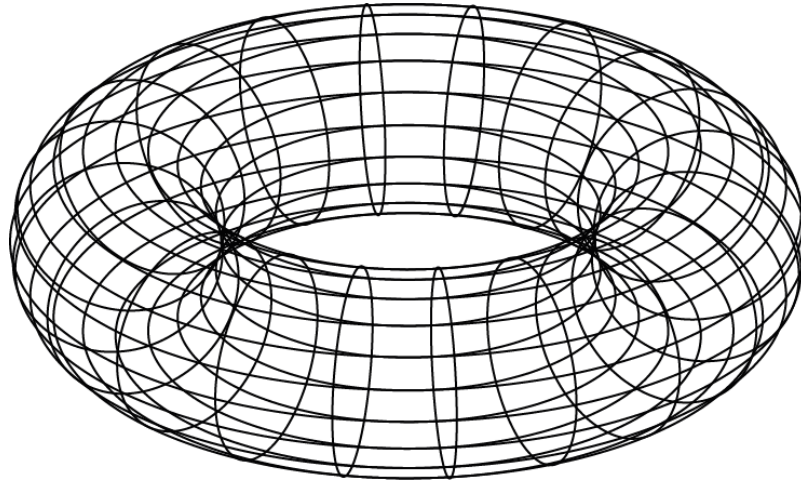


Figura 3.8: El toro como variedad de Riemann 1-dimensional.

1. Un espacio ambiente.
2. Los objetos de estudio en este espacio.
3. Un grupo que define los movimientos. Los movimientos son transformaciones del espacio que preservan ciertas relaciones entre los objetos. Estas transformaciones forman un grupo.

En la geometría euclidiana en el plano, el espacio ambiente es el plano mismo, los objetos son puntos, rectas, polígonos, circunferencias, y el grupo de transformaciones es el grupo de transformaciones rígidas del plano que preservan la distancia (Arteaga, 2011). [18]

Los objetivos principales de Klein en el programa de Erlangen son, en concordancia con Cocho (Klein, 1985)[57]:

1. Establecer las bases de la unificación del conocimiento geométrico del siglo XIX; en la geometría proyectiva se engloban: las geometrías métricas, el *análisis situs* (actualmente conocido como topología) y la geometría infinitesimal (actualmente conocida como geometría diferencial).
2. La base de la unificación es, conforme a los trabajos de Lie y a los suyos propios,

la noción de grupo de transformación y en el último de los casos, en la noción algebraica abstracta de *grupo*.

3. En última instancia, la intuición geométrica se disuelve literalmente en términos del álgebra abstracta. (Klein, 1985 p.2)[57]

Félix Klein, influenciado por la escuela filosófica Alemana, principalmente por los trabajos de Kant y Hegel (Klein, 1985), propuso un principio universal para todas las geometrías existentes dando a la geometría proyectiva la preponderancia sobre el resto.

### 3.4.5. La noción matemática del espacio

Esta sección plantea las definiciones formales del espacio, desde el euclidiano, donde prima la métrica, hasta el topológico que no la contempla; es también un preámbulo donde se asienta la teoría de categorías y en consecuencia, la teoría del *topos*.

El espacio analítico  $n$ -dimensional euclidiano denotado por  $\mathbb{R}^n$  es el espacio vectorial  $n$ -dimensional dónde:

1. Los elementos  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  son los puntos de  $\mathbb{R}^n$ .
2. Un conjunto  $P$  de puntos de  $\mathbb{R}^n$  se llama plano  $k$ -dimensional o *hiperplano* en  $\mathbb{R}^n$  para  $k = 1, \dots, n - 1$  si hay un punto  $P_0 \in \mathbb{R}^n$  y  $k$  vectores linealmente independientes  $a_1, a_2, \dots, a_k$  tales que:

$$P = P_0 + t_1 a_1 + \dots + t_k a_k \in \mathbb{R}^n : t_1, \dots, t_k \in \mathbb{R}^3 \quad (3.4.1)$$

3. La distancia, denotada por  $d(P, Q)$ , desde el punto  $P = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  hasta el punto  $Q = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  en  $\mathbb{R}^n$  es la longitud del vector  $Q - P$  (Haaser, et al., 1998) Norman et al. [84]

Aunque la noción de distancia es fundamental en esta geometría, (véase el numeral 3 y la ecuación 3.4.1) no es una propiedad intrínseca del espacio. El espacio tridimensional euclidiano puede verse como la suma de tres vectores linealmente independientes.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} j + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} k \quad (3.4.2)$$

Que generan el espacio tridimensional  $\mathbb{R}^3$ . (Grossman, 2008) [39]

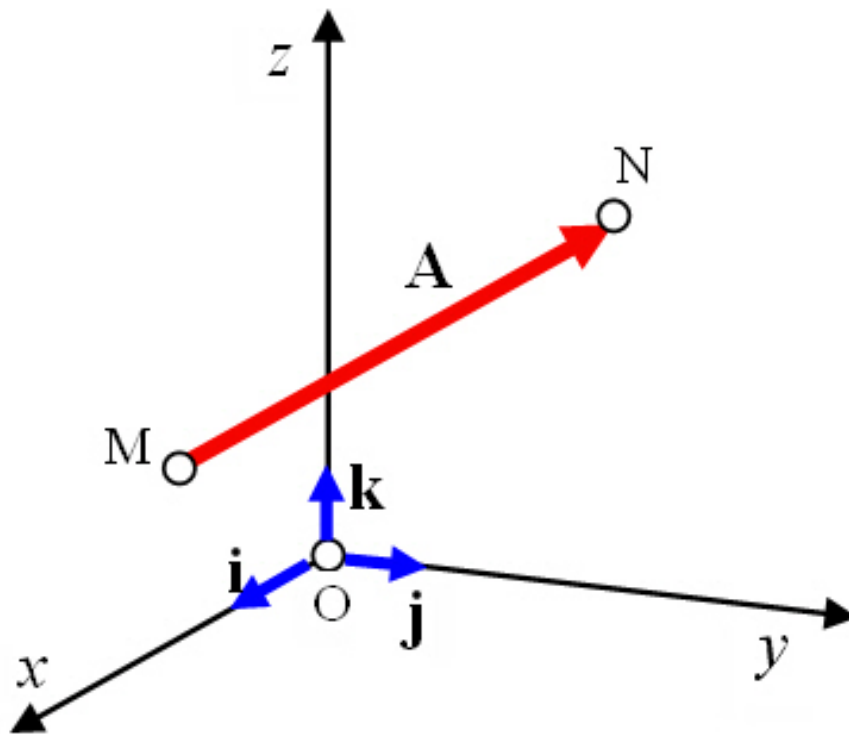


Figura 3.9: El espacio Euclidiano tridimensional.

En este espacio tridimensional, el arquitecto efectúa todas sus operaciones proyectuales y compositivas, que transcurren bajo el amparo de una característica particular: la longitud.



Un espacio afín se define como:

Sea  $E$  el conjunto de puntos del espacio,  $V^3(R)$  el espacio vectorial real de los vectores  $\phi : E \times E \rightarrow V^3(R)$ , y  $(a, b) \rightarrow \phi(a, b) = \vec{ab}$ , una aplicación que verifica la relación de Chasles:

Si  $a, b, c \in E$   $\phi(a, b) + \phi(b, c) + \phi(c, a) = \vec{0}$ . Además, para todo elemento  $a$  de  $E$ , y  $v$  de  $V^3(R)$  existe un elemento  $b$  que pertenece a  $E$  tal que la aplicación  $\phi(a, b)$  sobre  $E$  es igual a un vector  $v$ .

Entonces la terna  $(E, V^3(R), \phi)$  se le denomina *espacio afín*, y se denota por  $A^3$  (Casado, et al. 2013) [2] A medida que se generaliza la geometría del espacio, la métrica pierde importancia para dar lugar a otras como la incidencia o la proyectividad.

Podemos clasificar entonces las propiedades geométricas en dos categorías: las propiedades métricas, en las que intervienen las medidas de distancias y ángulos, y las propiedades descriptivas, que tratan la relación de las posiciones de los elementos geométricos entre sí (Montes de Oca, 2004) de Oca [28], por ejemplo, el teorema de Pitágoras es un teorema métrico, y puede no verificarse cuando se somete a transformaciones afines o proyectivas; por otra parte, el teorema de Pascal es un teorema descriptivo. Véase la Figura 3.10 :

El estudio de la perspectiva es parte de la formación de un arquitecto como herramienta de representación de un objeto tridimensional en dos dimensiones. La representación de un dibujo en perspectiva puede resumirse a dos postulados principales en el plano afín:

1. Todas las rectas en  $R^3$  paralelas en una dirección, son concurrentes a un punto de fuga.
2. Todos los puntos de fuga de las rectas en el plano, se dibujan como pertenecientes a una misma recta llamada línea de horizonte. (Véase la Figura 3.11.

Los avances históricos en la geometría proyectiva, producto de arquitectos y artis-

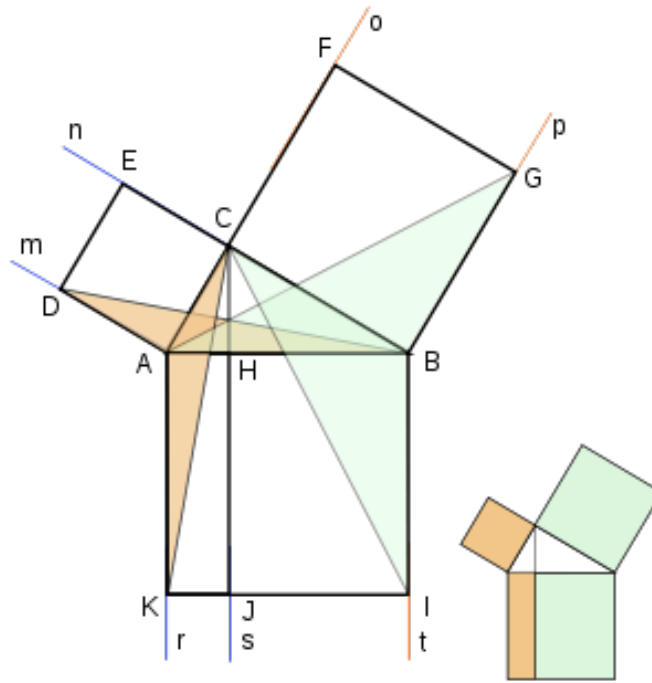


Figura 3.10: Teorema de Pitágoras.

tas, como Alberto Durero o Leon Battista Alberti y posteriormente por matemáticos como Desargues o Poncelet se vieron opacados por la aceptación del estudio de la geometría analítica, sin embargo, ésta retomaría su importancia a fines del siglo XIX con la obra de Klein.

Un *espacio proyectivo* se define de la siguiente manera: Sea  $E$  un espacio vectorial de dimensión  $n + 1$ , sobre un campo  $K$ . En  $E - \{\vec{0}\}$  establecemos una relación de equivalencia como sigue:

$$x, y \in E - \{\vec{0}\}, x \sim y \iff \exists \lambda \in K - \{\vec{0}\} \text{ e } y = \lambda x \quad (3.4.3)$$

- El espacio proyectivo asociado a  $E$ , de dimensión  $n$  es el conjunto cociente  $E - \{\vec{0}\}$  (conjunto de todas las rectas vectoriales de  $E$  desprovistas del  $\vec{0}$ ) a

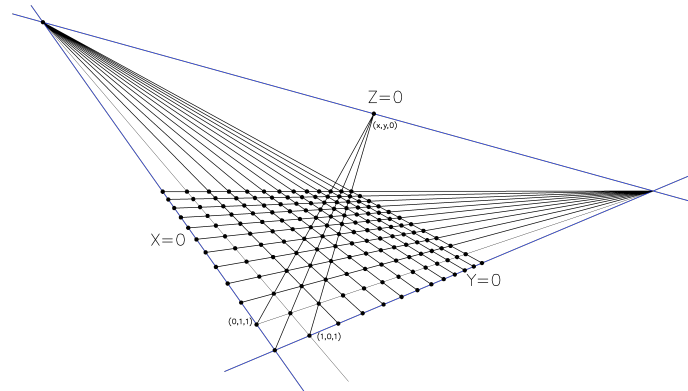


Figura 3.11: Plano afín. Fuente:Elaboración propia, 2014.)

cuyos elementos se denominan puntos del espacio proyectivo.

De los espacios definidos anteriormente, podemos determinar que el proyectivo es el más sencillo, ya que implica sólo un conjunto de vectores que se proyectan desde un origen, donde todos los puntos que se ubican sobre una recta dada, pueden tratarse como uno solo. Otro aspecto importante de este espacio, es la riqueza topológica que presenta, por ejemplo, en el caso  $E = R^2$ , el espacio proyectivo de dimensión 1 es equivalente a una circunferencia, como se muestra en la Figura 3.12:

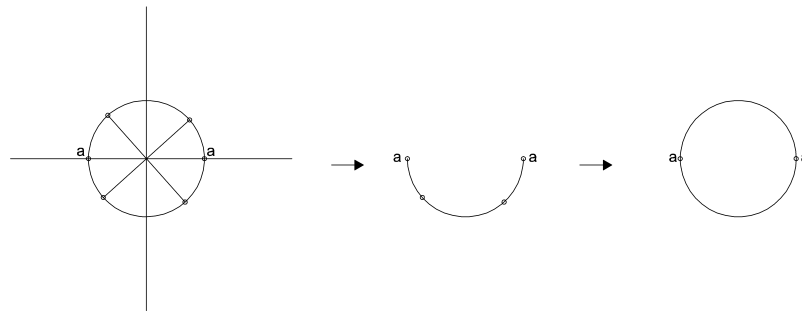


Figura 3.12: Espacio proyectivo. Fuente: Elaboración propia, 2013

Riemann se acerca a la topología en su conferencia de la siguiente forma:

*En el estudio de las superficies, junto a las relaciones métricas internas, en las que sólo se considera la longitud de los caminos en ellas, se entremezcla también la posición respecto de puntos situados fuera de ellas. Uno puede abstraerse sin embargo*

de las relaciones con el exterior, si junto a la superficie considera las transformaciones para las que la longitud de las líneas en ellas permanece invariable, esto es, si uno las imagina retorcidas a voluntad (sin estiramientos), y considera como del mismo género todas las superficies así generadas. Son equivalentes entonces por ejemplo las superficies cilíndricas o cónicas al plano, porque pueden formarse a partir de él simplemente torciéndolas, mientras que las relaciones métricas internas se mantienen y todos los teoremas acerca de las mismas por tanto toda la planimetría mantienen su validez. (Riemann, 2003; p.8) [92]

Definición: Una topología sobre un conjunto  $X$ , es una colección  $\tau$  de subconjuntos de  $X$ , llamados conjuntos abiertos, satisfaciendo las siguientes propiedades:

- $X$  (conjunto poder) y  $\emptyset$  (conjunto vacío) son elementos de  $\tau$ .
- $\tau$  es cerrada bajo intersecciones finitas: Si  $U_1, U_2, \dots, U_n \in \tau$ , entonces su intersección  $U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_n \in \tau$ .
- $\tau$  es cerrada bajo uniones arbitrarias: si  $U_\alpha \in \tau$  es cualquier colección (finita o infinita) de elementos de  $\tau$ , entonces su unión  $\bigcup_{\alpha \in A} U_\alpha$  está en  $\tau$ .
- Un par  $(X, \tau)$  consistente en un conjunto  $X$  y una topología  $\tau$  se denomina espacio topológico. (Lee, 2011) ? ]

Los conjuntos abiertos se eligen como objetos primarios de la definición de un espacio topológico por dos razones: primero, por su simplicidad a la hora de determinar propiedades de un espacio, como la conexidad, y segundo, porque ofrecen una alternativa cualitativa para detectar la cercanía de un punto, sin tener necesariamente una medida cuantitativa de ésta, como sucedería en un espacio métrico.

Muntañola extiende la discusión sobre la naturaleza topológica del espacio:

*Así, de una parte, el mundo -del cual hablamos y podemos siempre hablar- y el lenguaje, están indisociablemente entrelazados y siempre ya ciertos en la unidad de su correlación, aunque habitualmente estén implícitos en horizonte. En la conexión de la*

*comprensión a través del lenguaje, la producción originaria y el producto inventado por un solo individuo, pueden ser activamente recomprendidos por los demás[...]* De ahí que exista la exigencia moderna de un fundamento epistemológico de toda ciencia. . . La historia y la razón no son más que una dialéctica entre el sedimento y la construcción de sentido. . . Por ello, comprender la geometría es ya comprender su historicidad (Muntañola, 1998; p.31)[80]

Un espacio topológico es esencialmente cualitativo y mucho más abstracto en su definición, además para fines de nuestro estudio, la supremacía de la longitud en el espacio euclidiano, queda desplazada por la introducción de dos términos más relevantes para este campo: continuidad y convergencia.

De acuerdo con Muntañola (1998) [80] la topología aparece como una extensión de lo geométrico. Un espacio topológico comprende un conjunto y una regla de correspondencia que asocia los subconjuntos del conjunto dado con otros elementos de su dominio, las operaciones entre conjuntos, consideran la calidad de los puntos interiores del conjunto, el complemento del conjunto de los elementos externos al conjunto y las propiedades de la frontera del mismo, que describe con anterioridad (ídem) como relaciones espaciales *dentro-fuera*, es decir, la relaciones entre puntos de un conjunto de cualquier clase puede llevarse a cabo en un entorno operativo abstracto, desprovisto de la restricción de un sistema métrico, atendiendo el manejo de las vecindades y los axiomas anteriormente mencionados.

Es en la transición a la topología (estudio de las formas), donde se contemplan las superficies y en general, todos los espacios riemannianos, pero esta clase es más amplia y las deformaciones más generales que las isometrías locales. (Equivalencia topológica). Conviene asociar a cada espacio algún número u objeto, que permanezca invariante cuando se aplican transformaciones del espacio (invariante topológico) (superficies compactas, orientables y sin frontera (grupos de homotopia)).

Aczel menciona: *En la topología, la estructura de un problema se puede hacer evidente mediante métodos algebraicos; por ejemplo, con la identificación de un grupo que subyace a la estructura topológica. Así el álgebra abstracta es empleada como una herramienta para descubrir verdades sobre las superficies topológicas, verdades que*

*de otro modo no serían visibles o no se podrían analizar.* (2009, p.107) [8]

Luego entonces, la necesidad de establecer un juicio acorde con un saber matematizante, obliga al investigador en arquitectura a trascender la concepción intuitiva de la geometría -e incluso la meramente euclidiana- tanto para representar y conceptualizar el espacio, como para estructurar construcciones lógicas acordes a la complejidad del diseño. Lo primero sobre lo que es conveniente reflexionar es Cómo se llega entonces a un pensamiento topológico en Arquitectura? Para ésta, la geometría expresa la relación del hombre con el espacio y acota su infinitud. Alvariño menciona que el sujeto de la arquitectura es el espacio, materializado gracias a la construcción de los otros elementos, y es contenido, definido y generado por ellos. (1988, p.17) [10]

Sin embargo, para poder acceder a un pensamiento de mayor abstracción y rigor lógico con miras a un pensamiento topológico en arquitectura, se requiere estar inmerso también en el lenguaje algebraico.

Aczel dice:

*En la topología, la estructura de un problema se puede hacer evidente mediante métodos algebraicos; por ejemplo, con la identificación de un grupo que subyace a la estructura topológica. Así el álgebra abstracta es empleada como una herramienta para descubrir verdades sobre las superficies topológicas, verdades que de otro modo no serían visibles o no se podrían analizar.* (2009, p.107)[8]

Por ejemplo: Benoit Mandelbroit (2009) [69] definió un fractal como un objeto cuya dimensión de Hausdorff es mayor que su dimensión topológica, que en el caso de las superficies en el plano, es igual a 1, esta es una definición que es completamente inabordable desde la concepción euclidiana (Véase la Figura 3.13).

### 3.5. Álgebra de grupos

Klein identificó la geometría euclidiana con el estudio de su grupo de simetrías, dando la primera definición satisfactoria de lo que es ésta. Hay una relación íntima entre las propiedades algebraicas de los ideales y las propiedades geométricas de

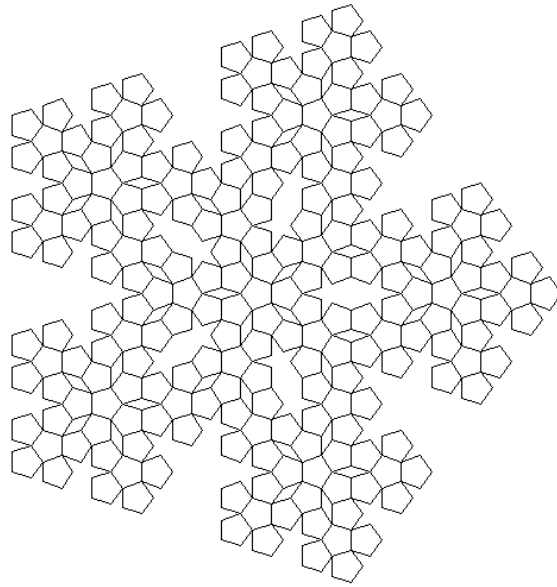


Figura 3.13: Un pentacopo tiene una dimensión de Hausdorff=1.8617 En cada iteración se cambia cada pentágono por un copo de 6 pentágonos áureos.

las curvas, ya que dada una operación de simetría existe una operación de simetría inversa que nos regresa a la operación original (Ongay, 2008). [85].

El concepto de operación binaria o ley de composición es uno de los más antiguos de la Matemática, el conjunto y su operación binaria definida en él. Esto, junto con ciertas propiedades que satisfacen, dieron lugar al concepto fundamental llamado *Grupo*. Históricamente, el concepto de operación binaria o ley de composición fue extendido de dos maneras donde solamente se tiene una semejanza con los casos numéricos de los babilonios y los egipcios. La primera fue por Gauss, la segunda con el concepto de *grupo* en la teoría de sustituciones que culmina con el trabajo de Evariste Galois, quien formaliza la teoría de grupos, al reducir el estudio de las ecuaciones algebraicas al de grupos de permutaciones asociadas a ellos (Aquino, 2009)[14].

Definición: Un grupo es una pareja  $(G, \cdot)$  donde  $G$  es un conjunto no vacío y  $\cdot: G \times G \rightarrow G$  Es una operación binaria  $(x, y) \rightarrow \cdot(x, y)$

Donde, por abuso o conveniencia de notación se escribe:

$$\cdot(x, y) = x \cdot y = xy \quad (3.5.1)$$

Tal que:

1.  $(xy) = (yz); x, y, z \in G$ . (propiedad asociativa)
2. existe un elemento  $e \in G$  tal que  $ey = y, \forall y \in G$ . (Elemento neutro)
3. para cada  $y \in G$  existe un elemento, denotado  $y1$ , tal que  $(y1) = e$ . (Inverso)  
El grupo es conmutativo o abeliano si además satisface:
4.  $xy = yx, \forall x$ , es decir, si su operación binaria es conmutativa.

Si el grupo es abeliano, se acostumbra denotar su operación binaria con el signo  $+$  (Aquino, 2009)[14]. La escala musical cromática es un conjunto de 12 elementos, al formalizar matemáticamente la acción de la escala como un grupo, se obtiene un conjunto de 24 elementos de acuerdo a la formulación:

$$\mathcal{D}_{12} = \{a, b | a_{12} = id, b_2 = id, ab = ba_{11}\} \quad (3.5.2)$$

Donde:

$a$ =conjunto de reflexiones

$b$ =conjunto de rotaciones

$id$ =identidad

Por otra parte, el grupo cíclico de orden  $c$  es  $\mathbb{Z}_c$ , este grupo modela un universo cromático, con  $c$  clases tonales, y se representa usualmente como un polígono regular sobre el círculo unitario. En el caso de la escala musical cromática, el grupo  $\mathbb{Z}_c$  se convierte en  $\mathbb{Z}_{12}$  (Amiot, 2007).[11]

Por ejemplo, una transformación en el grupo  $\mathbb{Z}_{12}$  es la transposición, que traslada un tono o un conjunto de tonos (acordes) por un intervalo constante. La definición matemática es:

Sea  $x \in M = \{a, b, c, \}$ . Una transposición es una función  $T_n : M \rightarrow M$  dada por:



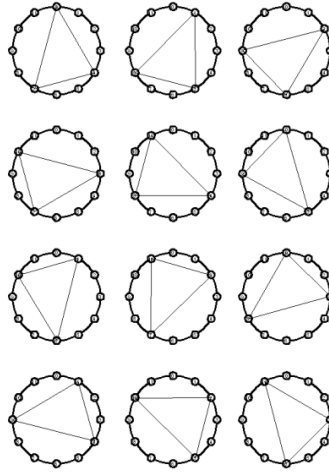


Figura 3.14: Transformaciones en  $Z_{12}$ .

$$T_n = x + n = \{a + n; b + n; c + n\} \text{ donde } n \in \mathbb{Z} \quad (3.5.3)$$

### 3.5.1. Teoría de grupos en el diseño arquitectónico

Felipe Monroy (1989)[78], en un texto que, a pesar de su interés para la disciplina, es poco conocido, sienta un precedente para la utilización de operaciones de grupos en la composición de patrones para el diseño en arquitectura. El enfoque de Monroy se inclina principalmente, a las permutaciones de elementos que producen *simetría*. Coincide en las definiciones de *grupo* descritas por Aquino en la sección anterior, (léase: la presencia de un conjunto subyacente de elementos -no vacío-, y una operación entre los elementos) reconociéndolos como una herramienta para medir la simetría de los objetos.

Para un conjunto  $\{\epsilon, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \zeta\}$ , tenemos una tabla de Cayley de la siguiente forma:

o	ε	α	β	γ	δ	ζ
ε	ε	α	β	γ	δ	ζ
α	α	β	ε	ζ	γ	δ
β	β	ε	α	δ	ζ	γ
γ	γ	δ	ζ	ε	α	β
δ	δ	ζ	γ	β	ε	α
ζ	ζ	γ	δ	α	β	ε

Resalta la acción de las operaciones de combinación y permutación de elementos para considerar el número de transformaciones posibles dado un conjunto de objetos

Para el autor,

$$\mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{12} \longrightarrow \mathbb{Z}_{12}$$

## 3.6. Musicología Matemática

### 3.6.1. Especialización topológica

La música abarca dos procesos topológicos esencialmente diferentes:

1. Comparación de objetos sobre vecindades dadas
2. Especialización degenerativa de un objeto hacia un objeto derivado.

Ambos tipos de topologías son igualmente importantes en música y musicología. Para Mazzola, la topología trata de la lógica de los *toposes*. La piedra angular de la topología es el concepto de *vecindad*. Dado un conjunto **TOP** de puntos de cualquier naturaleza y se quiere dar un conteo axiomático de qué significa permanecer en la vecindad de un punto seleccionado  $x$ . se necesita un mínimo de propiedades de vecindades como sigue:

**Axioma 1:** Cada punto  $x \in \mathbf{TOP}$  tiene un sistema no vacío  $N_x$  de subconjuntos  $u \subset \mathbf{TOP}$  llamados vecindades de  $x$ , tales que:

1. Para cada vecindad  $U$ , se pide que  $x \in U$ .

2. Si  $U$  es una vecindad de  $x$ , entonces cualquier conjunto mayor  $U \subset V$  también es una vecindad de  $x$ .
3. Si  $U$  es una vecindad de  $x$ , existe una vecindad especial  $V$  de  $x$ , tal que también es una vecindad de cada uno de sus elementos  $Y \in V$ .

Mazzola considera que el primer requerimiento es completamente natural en el lenguaje común. El segundo requerimiento, no tanto. Si una vecindad contiene puntos muy cercanos a  $x$ , agregar otros puntos no altera su especificación; los puntos cercanos continúan ahí. De otra manera, si la Gestalt de un objeto  $x$  se conserva bajo pequeñas deformaciones, y si la vecindad de un objeto  $x$ , debería por definición contener estas pequeñas deformaciones, un conjunto más grande, con mayor razón contendrá estas mismas deformaciones y por esto, sigue siendo una vecindad. Así, una vecindad de  $x$  es un conjunto de puntos rodeando  $x$ , y conteniendo pequeños puntos de deformación alrededor de  $x$ . El tercer axioma dice que una vecindad contiene un núcleo de vecindad alrededor del punto, siendo este núcleo, una vecindad de todos sus elementos, pero el núcleo de vecindad es estable. Existe un cuarto requerimiento: la consideración de conjuntos de puntos globalmente estables en **TOP**, por definición, estos son los conjuntos  $0 \subset \mathbf{TOP}$  que son vecindades de todos sus elementos. Los conjuntos abiertos del espacio topológico **TOP**, definido por la colección de vecindades superiores. En este contexto, el núcleo de vecindad de  $x$ , es un conjunto abierto construido alrededor de  $x$ .

El punto central de este constructo, es que si consideramos cualesquiera puntos  $x$  en **TOP** la cerradura  $\{x\}^-$  de  $x$  se define como el conjunto de aquellos puntos  $z$  tales que  $x$  es un miembro de todas sus vecindades. Hablando intuitivamente,  $x$  es una pequeña deformación arbitraria como  $z$ . También se considera que  $x$  domina o *especializa* a  $z$ , si y solo si  $z \in \{x\}^-$ , [en símbolos  $x \succ z$ ]. La topología es una herramienta poderosa que sirve para crear paradigmas sin ninguna alusión a conceptos intuitivos de distancia. (Mazzola, 2002) [74]

La Figura 3.16 representa una serie musical como una composición local en un espacio ambiente  $OnPiMod_{0,12}$ , (*Onset*=ataque, *Pitch*=tono, *Modulo* $_{n,m}$ ) que se relacionan unas con otras, por medio de sus transformaciones de simetría (U=inversión,

K=retrogradación)



Figura 3.15: Motivos musicales dodecafónicos. Fuente:Mazzola, 2002.

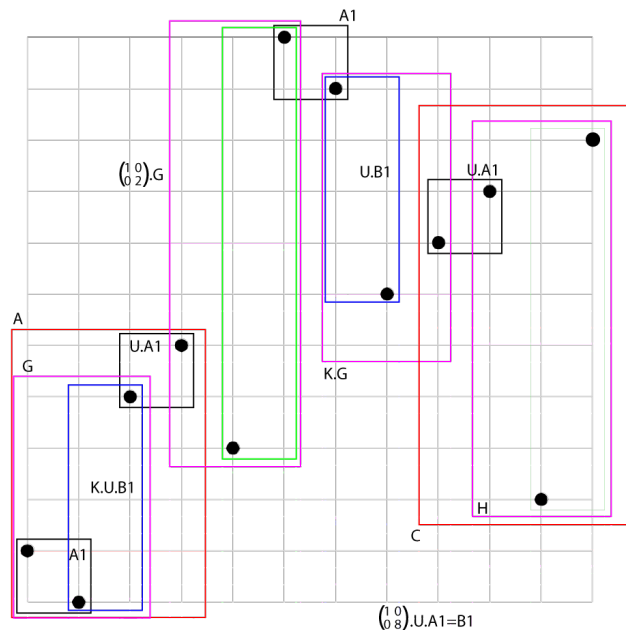


Figura 3.16: Movimiento de un plano en el grupo general lineal. Fuente: Mazzola, 2002.

### 3.6.2. Denotadores

Este discurso implica que no puede sólo organizarse un espacio genérico y tomar los objetos como puntos de este espacio, en su lugar es necesario que cada punto cargue su espacio *como un caracol carga su caparazón* (Mazzola, 2002:p.50). Refiriéndose a la descripción de Aristóteles de que las cosas reales son una combinación de sustancia y forma, podemos ver un denotador como un *ser*, formado por un *punto-sustancia* dentro de su *espacio-forma*. (véase la fig: 3.17)

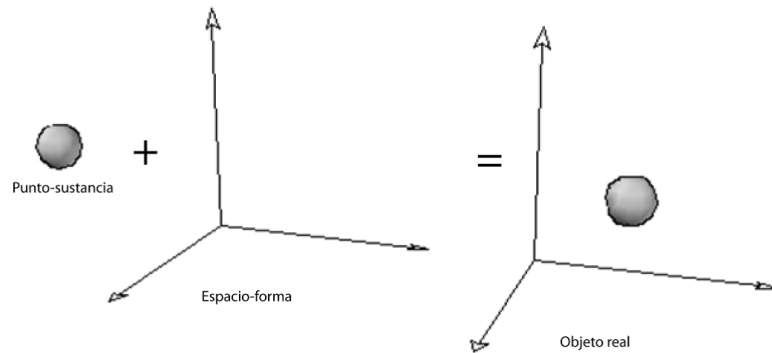


Figura 3.17: La unión del punto-sustancia y el espacio-forma generan un objeto real. Fuente: Mazzola (2002)[74]

Por su carácter ontológico, ésta es una reducción que complementa las reducciones que Camacho (2008) plantea en la sección 1.3

La definición ingenua de un denotador se divide en una definición recursiva del *espacio-forma* y entonces, basado en este concepto, los *punto-sustancia* se definen. La estructura recursiva de la forma es una tripleta consistente en un *forma-nombre*, *tipo* y un *coordinador* de la siguiente manera:

*Forma-nombre*  $\rightarrow$  *coordinador* La *forma-nombre*, es cualquier cadena de caracteres como *nota*. Por definición, su tipo puede ser tanto simple como compuesto, los tipos compuestos tienen modos de ramificación, los simples son puntos de inicio recursivos. Si se pretende trabajar con formas complejas y representarlas de una manera más gráfica, el simbolismo puede representarse en un arreglo vertical como el que se muestra la Figura 3.18:

Este instrumento conceptual presenta una característica que se figura de gran importancia para el sentido del trabajo: *es una estructura orientada a objetos*.

## 3.7. Teoría generativa de la forma

### 3.7.1. Conceptos generales

Leyton expone los conceptos fundamentales de su teoría, que comprenden las definiciones de la teoría algebraica de máquinas

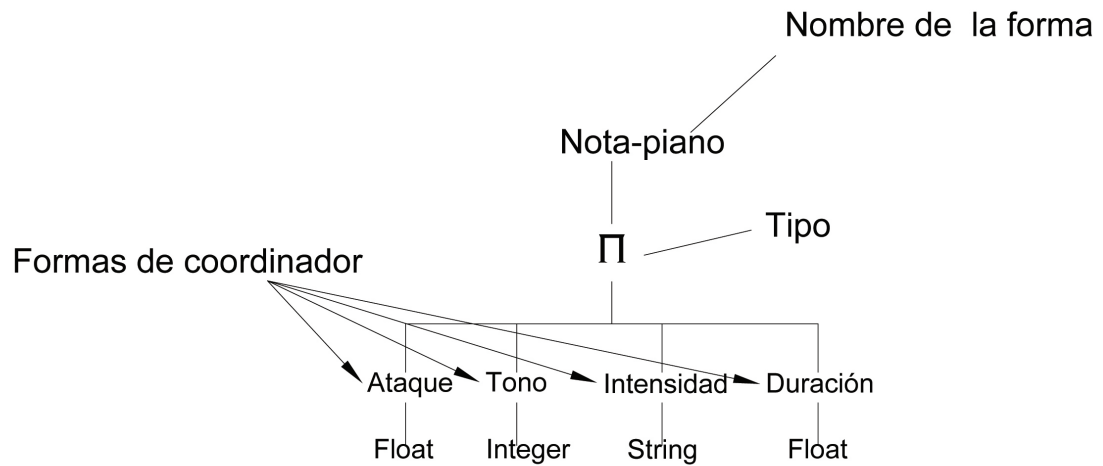


Figura 3.18: La unión del punto-sustancia y el espacio-forma generan un objeto real. Fuente: Mazzola (2002)

**Definición:** una *máquina* es un par de funciones:

1. La función de transición de estados  $\sigma : I \times S \longrightarrow S$  y,
2. La función de salida  $\tau : I \times S \longrightarrow O$

Donde  $I$  es el conjunto de entradas (inputs) y  $O$  es el conjunto de salidas (outputs). Se asume que los conjuntos de entradas y salidas son finitos. El conjunto de las secuencias de entrada de largo finito, forman un *semigrupo*. Esto permite establecer la relación fundamental entre la teoría de máquinas y la teoría de semigrupos. Si el semigrupo de entrada es un grupo, la máquina se denomina como *máquina de grupo*. En las máquinas de grupo, la acción de entrada es siempre una permutación del conjunto de estados. En contraste, un *colapsador* es una máquina donde una entrada puede causar dos estados distintos para ir a un solo estado. Sobre la generatividad, Leyton dice:

[...] estos procesos implican la presencia de un conjunto de datos, y la inferencia sobre este conjunto de datos, una secuencia de operaciones que generarán este conjunto de datos. De otra forma, debe existir un conjunto de reglas de inferencia por medio de las cuales, las operaciones generativas pueden inferirse del conjunto

de datos. La generatividad no es suficiente: Debemos asegurar la inferenciabilidad de esta generatividad. Usualmente nos referiremos a esta inferenciabilidad como recuperabilidad. (2001:p.2)[65]

Para Leyton, una característica importante de la teoría generativa de la forma, es que mira a la naturaleza *orientada a objetos* del diseño asistido por computadora y de la generación de gráficos.

La teoría generativa de la forma se fundamenta en dos principios fundamentales del comportamiento inteligente:

- La maximización de la transferencia.
- la maximización de la recuperabilidad.

La transferencia se modela por una construcción teórica de grupos llamada *grupo corona* (o *grupo guirnalda*) que se define de la siguiente manera:

### Grupo fibrado $\oplus$ Grupo de control

De manera intuitiva, un grupo de esta naturaleza contiene una estructura como la que se muestra en la Figura 3.19. En ésta, se aprecia un subgrupo de orden superior que se denomina como **grupo de control** y un sistema de subgrupos inferiores, denominadas copias de **grupo fibrado**. El sistema inferior entero, es un subgrupo normal del **grupo corona**, sin embargo, cualquier copia individual del grupo fibrado no lo es. (Leyton, 2001). El conjunto potencia de grupos fibrados se liga intrínsecamente al grupo de control, cualquier modificación en el grupo de control incide en la información del grupo fibrado, y de forma análoga, cualquier cambio registrado en las componentes del grupo fibrado, se reflejan en el grupo de control. Esta estructura cobra importancia, por la naturaleza de la relación que se presenta entre estos grupos, y que permite establecer

#### 3.7.2. Grupos de desdoblamiento

A pesar del hecho que el término *forma* es usado ampliamente en matemáticas, nunca se ha definido rigurosamente. Leyton propone una definición que supone más

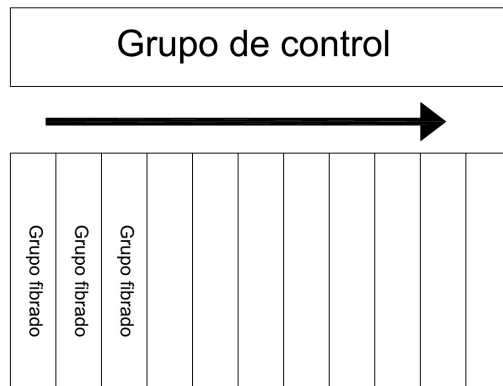


Figura 3.19: Grupo de control y su transferencia a grupos fibrados. Fuente: Leyton, 2001.

apropiada para las ciencias físicas, computacionales y del diseño. Para él, la redefinición rigurosa de la forma en términos de su teoría, implica un nuevo entendimiento de lo que son las ciencias: La forma de un conjunto de datos, es la estructura de transferencia de una máquina cuyo estado-espacio es el conjunto de datos . Destaca de esta premisa, que el concepto *máquina*, conforma el núcleo del concepto *forma*. Este argumento tiene una connotación doble, primero por su enfoque psicológico: de acuerdo con un artículo del mismo autor (1992) [64], él demuestra que el concepto de máquina es básico a la percepción de *forma* en las personas; la segunda es matemática, porque postula que la geometría debería considerarse como una rama de la teoría algebraica de máquinas. La *forma* es la parte que trata con la transferencia de componentes a componentes dentro de una máquina, es la estructura de transferencia la que define la forma. Es decir: Cada aspecto de la forma se define por una



acción. (Leyton, 2001) [65]

El concepto de *extensión de grupo* es fundamental para la teoría generativa de la forma. Una extensión de grupo, toma un grupo  $\textcircled{G_1}$  y lo agrega a un segundo grupo  $\textcircled{G_2}$  para producir un tercer y más orientado grupo  $\textcircled{G}$ , de esta forma.

$$\textcircled{G_1} \textcircled{E} \textcircled{G_2} = \textcircled{G} \quad (3.7.1)$$

Donde  $\textcircled{E}$  es el operador de extensión. Esto es, la generación de la forma comienza con un grupo base y añade sucesivamente grupos, obteniendo una estructura de la siguiente forma:

$$\textcircled{G_1} \textcircled{E} \textcircled{G_1} \textcircled{E} \dots$$

Esta aproximación difiere significativamente de otras aproximaciones sobre la generación de la forma, como en aquellas que se basan en aplicaciones de reglas de producción. En lugar de aplicar este tipo de reglas, una está añadiendo estructuras. La adición sucesiva de estructuras se representa por una extensión sucesiva de grupos. (Leyton, 2001) [65] El hecho más memorable acerca del sistema cognitivo humano es, que cuando se presenta con una estructura altamente compleja, como una escena del mundo real, puede convertirse en una forma completamente entendible:

1. La conversión de la complejidad en entendibilidad: el propósito básico es ofrecer una teoría generativa de las formas complejas, tal que la complejidad pueda cuantificarse por completo y que su estructura sea completamente entendible.
2. Entendibilidad e inteligencia: consideraciones profundas revelan que el entendimiento de una estructura se alcanza maximizando la transferencia y la recuperabilidad.
3. Las matemáticas de la entendibilidad: se desarrolla una teoría matemática de cómo la entendibilidad se crea en una estructura (Leyton, 2000) [65].

Cuando se concilian este segundo punto y el argumento sobre estética expuesto anteriormente, puede suponerse que de acuerdo a esta teoría de la geometría, la estética es básica para la conversión de la complejidad en entendibilidad.

### **3.7.3. Forma-espacio orientado a objetos**

A decir de Leyton, la geometría de los últimos 3000 años no ha sido orientada a objetos. La idea del autor es proponer una formalización de la geometría orientada a objetos, que da como resultado una teoría de la geometría cuyas características se oponen a geometrías previas. La orientación de los objetos se efectúa mediante un nuevo uso de la teoría de grupos. Los grupos son vistos como descripciones de asimetrías en lugar de las simetrías. Una consecuencia importante es que la teoría provee una formulación totalmente nueva del significado de ruptura de la simetría, en la que el grupo se expande sobre la ruptura de la simetría, en lugar de reducirse como sucede en la física moderna. Esto incrementa el poder descriptivo de la teoría porque un grupo en expansión provee un mayor número de operadores algebraicos. (Leyton, 2000) [65]

La oposición frontal del autor al programa de Erlangen, es un tema que no se tratará aquí, puesto que, para efectos de nuestra investigación sobre el diseño no es relevante.

## **3.8. De Erlangen al Topos: La continuidad histórica de la teoría de grupos en la teoría de categorías**

En esta sección se concentra lo discutido anteriormente sobre la adopción de otras geometrías en el diseño arquitectónico, que tienden a un corpus abstracto que encuentra su punto cenital en la teoría de grupos.

La teoría generativa de la forma, es una herramienta que nos permite conciliar algebraicamente, la relación espacial entre los elementos generadores de motivos musicales, y los elementos conformadores de formas geométricas en arquitectura. An-

teriormente, se determinó la manera en la que los grupos de transformación operan tanto en el ámbito musical como en el de diseño de la forma para arquitectura. Al entender la acción y conformación de estos grupos y sus funciones de transformación, podemos desplazar la naturaleza simbólica de sus orígenes, y componer de acuerdo con una estructura sistémica abstracta de información.

Puede observarse que, ya sean transformaciones que generan compases musicales o elementos geométricos bidimensionales o tridimensionales euclidianos, es posible utilizar, con la idea algebraica de *grupo*, uno en terminos del otro y viceversa. Sin embargo, esta aproximación constituye otro problema significativo, y ésta es la causa principal, por la que el estudio de estas relaciones quede temporalmente suspendido en este punto. Las precisiones que Leyton hace de la teoría de grupos con el fin de sistematizar las operaciones de transferencia entre objetos, y de proporcionar una instancia de recuperabilidad, para dotar de una base de memoria, y de transferencia entre los grupos constituyentes de un grupo de orden mayor, la convierten en una herramienta versatil para resolver la relación entre las clases que fueron el objeto inicial de la investigación: los elementos musicales y espaciales se encontraban en un ambiente abstracto, cuya información podría funcionar en un sentido, o en otro. Un ejemplo de extracción de la información algebraica de un elemento geométrico, con el fin de trasladar su información a otro ámbito, se muestra en la Figura 3.8.

Sin embargo, resolver sólo el planteamiento geométrico y lograr un resultado espacial, no cumple del todo con la intención de trascender de la analogía, y es necesario entonces, construir un modelo conceptual general. Este modelo obedece a las relaciones entre *mapeos* o *patrones*. Cada objeto de esta naturaleza, puede contar con uno o varios subgrupos y una o varias relaciones de correspondencia. Esta es, por ejemplo, la diferencia principal entre una *función*, que establece una correspondencia "uno a uno", y un *funtor* (Véase el apéndice A.2) que acepta un número más elevado de relaciones entre objetos, y que preserva ambas.

Eilenberg y Maclane en la *Teoría general de las equivalencias naturales*, dan cuenta que lo contenido en el programa de Erlangen, puede verse como un caso particular de la teoría de categorías:

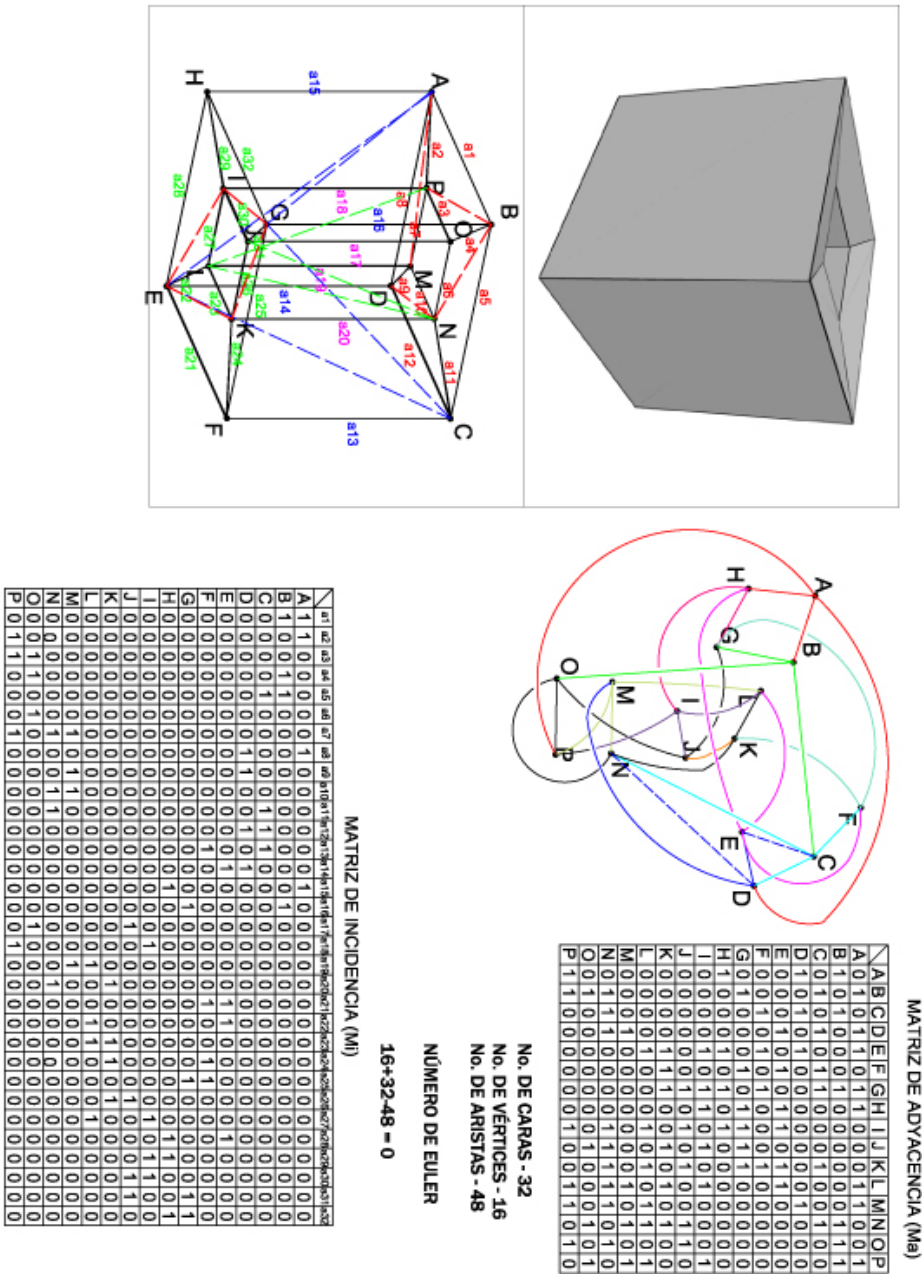


Figura 3.20: Evaluación de la característica de Euler en un cuerpo geométrico, en este caso de estudio, el homeomorfismo de un toro. Fuente: Elaboración propia, 2013

[...]La característica de invarianza de una disciplina matemática puede formularse en estos términos. De esta forma, en la teoría de grupos, todas las construcciones básicas pueden apreciarse como las definiciones de funtores covariantes o contravariantes, así que podemos formular el argumento: el objeto de la teoría de grupos es esencialmente, el estudio de aquellas construcciones de grupos que se comportan de una manera covariante o contravariante bajo homomorfismos inducidos. Más precisamente, la teoría de grupos estudia funtores definidos sobre categorías de grupos bien especificadas, que se evalúan en otra categoría. Esto puede verse como una continuación del Programa de Erlangen de Félix Klein, en el sentido de que un espacio geométrico con su grupo de transformaciones se generaliza en una categoría con su álgebra de mapeos[...] (Eilenberg, Maclane, 1942: p.237) [3]

Con este antecedente, Marquis (2009)[72] expresa la relación de equivalencia entre la teoría de grupos y la teoría de categorías:

$$\frac{\text{espacio}}{\text{grupo de transformación}} \sim \frac{\text{categoría}}{\text{álgebra de mapeos}} \quad (3.8.0)$$

Este enunciado es importante, puesto que nos permite incluir en esta construcción formal, no sólo objetos geométricos y sus operaciones, sino también cualquier tipo de conjunto de información. Destaca además, el tratamiento algebraico de la geometría en la teoría de grupos. Esta propiedad, aplicada a la teoría de categorías, permite relacionar espacial y conceptualmente, campos de conocimiento que pueden resultar dispares a primera instancia. En las ciencias computacionales, dicha característica tiene lugar en la problemática de la *heterogeneidad semántica* (Bhatt et. al. 2011, Hois, et. al., 2009, Zimmermann et.al., 2006) [19], [46] [115], que busca vincular con mayor precisión, conjuntos de información categorizable, que puedan contar con elementos comunes entre sí.

### 3.9. Discusión

En este capítulo se ha abordado en términos generales, el estudio del ambiente donde se lleva a cabo el proceso de diseño, particularmente del arquitectónico,

en función de su objetivo social, sus identidades retóricas y su determinación espacial. Estos elementos contemplan una forma común de categorizarse por medio de un *topos* que las concilia: socialmente por medio de un *topoi* que integra en una temporalidad dada, instancias culturales recurrentes, que comparten un carácter arquetípico y que se representan intermitentemente a lo largo de la historia. De forma análoga, la expresión espacial mediante la evolución de los objetos geométricos, a partir de las representaciones intuitivas elementales de las formas, hasta las abstracciones algebraicas, miran a una lógica formal y a un desempeño de la forma en el diseño asistido por reglas de transformación generalizantes. Se ha considerado la acción del pensamiento topológico extenso, cuando la visión tradicional de considerar el espacio y las formas geométricas, convierten este par en una unidad indivisible.

Se expone que la acción de la teoría de grupos abre la posibilidad de distinguir la geometría de la forma en arquitectura, como un conjunto de elementos básicos, vinculados por una o más relaciones de correspondencia que actúan sobre ellos. Esta manera de concebir la geometría, es útil para diferenciar a la intuición, del análisis espacial. Se expone además, cómo la geometría que parte de la métrica y de la noción intuitiva de las formas llega a priorizar en la teoría de grupos su condición algebraica. La composición por medio de los elementos teóricos de la musicología matemática

La transición de la teoría de grupos como un caso particular de la teoría de categorías permite aproximar a una generalización de la intención inicial de esta investigación, que se sustentaba en la búsqueda de un medio analítico que relacionara dos dominios distintos, en este caso de estudio, se trataba de la relación de las formas geométricas usadas en la composición arquitectónica y las estructuras musicales.

---

## Capítulo 4

# *Topos*: Modelo metaconceptual para el diseño en complejidad

*Everything abstract is ultimately  
part of the concrete. Everything  
inanimate finally serves the living.  
That is why every activity dealing  
in abstraction stands in ultimate  
service to a living whole.*

---

Edith Stein

### 4.1. Introducción

En el presente capítulo se construye el modelo en forma. En una recapitulación de lo expuesto hasta el momento puede considerarse el plantamiento estructural de los procesos conceptuales en el diseño por medio de la articulación semántica de sus componentes generadores básicos, que trabaja a nivel fenoménico, en la aprehensión y asimilación del acontecer del mundo real; y lingüístico, en el modo organizacional para la comprensión de este acontecer. Esta estructura obedece a los recursos conceptuales y simbólicos del diseñador, presentes en su base personal de conocimiento, sin embargo, no se limita a ellos. Dichos recursos, tangibles e intangibles, presentes y ocultos a la percepción, materiales y abstractos, son los que conforman el ambiente

en el discurso del diseño. De este ambiente extenso y complejo, se han resaltado dos sobre el resto: el ambiente sociocultural del diseño, y el entorno matemático-espacial.

En este contexto, las ventajas de los sistemas evolutivos de memoria y los sistemas clasificadores de aprendizaje en el diseño arquitectónico, nos permiten formular algoritmos que sean capaces de integrar múltiples variables que obedezcan, no sólo a factores cuantitativos, sino a otros que implican subjetividad, emulando además, los procesos cognitivos del ser humano mediante la evolución y el aprendizaje. Uno de los objetivos principales de esta investigación, es la generación de propuestas compositivas originadas en interacción con diversos campos del conocimiento. Entre todos los posibles cursos de acción utilizaremos sistemas híbridos que nos permitan establecer un proceso de razonamiento para determinar los mejores vectores de solución y que además, conserven el registro de memoria propio de una base de conocimiento adecuada a un entorno complejo.

La integración matemático-computacional del *Topos* en esta investigación, se construye por medio de dos componentes principales: El modelo semántico basado en los sistemas evolutivos de memoria, que por medio de la generación de ontologías en dominios heterogéneos y la jerarquización de las estructuras gráficas de los patrones, plantean la abstracción formal de un universo complejo de discurso, y que provee al modelo, de adaptabilidad y memoria; y el proceso de razonamiento basado en los sistemas clasificadores de aprendizaje, que dotan al sistema de elementos de evolución y aprendizaje, por medio de la asignación y valoración de reglas que trabajan simultáneamente y compiten entre sí para construir cursos posibles de acción en un proceso de diseño.

Las primeras secciones de este capítulo tratan sobre los puntos que restan por discutir aquí. A saber: la exposición de la defensa epistemológica del diseño como un proceso legítimamente incierto, la discusión sobre la noción de una *metaconstrucción* teórica en el diseño, y la inclusión de sistemas de abstracciones para el tratamiento formal de la complejidad. Posteriormente se describirá el funcionamiento y la arquitectura de los sistemas clasificadores de aprendizaje, y finalmente, el desarrollo de nuestro modelo.



## 4.2. En el laberinto del ratón: diseño como proceso aproximativo y de la analogía al *Topos*

Jaime Irigoyen (2009) [50] postula en su aproximación al proceso lógico de diseño, el error admisible, como una característica intrínseca en la relación entre sujeto cognoscente y objeto cognoscible en el proceso de diseño. Irigoyen parece adoptar el principio de la primacía teórica del error de Gastón Bachelard (citado en Salazar, 2007)[96] para el autor, existe una relación entre el postulado de la primacía teórica del error, con el principio de falsación de Popper, donde la contrastación contextual y de las circunstancias específicas de los fenómenos estudiados, se imponen a la incontestabilidad del principio científico.

*Una vez que surge un modelo o hipótesis que es capaz de abarcar un mayor número de variables que sus precedentes, se convierte en base generatriz de un nuevo conocimiento, que, por lo demás, se muestra parcialmente válido hasta que no haya un nuevo modelo o hipótesis que lo supere en cobertura y posibilidades (Salazar, 2007, p.2) [96].*

A pesar de reconocer la validez de este argumento, sostenemos sin embargo, que la rectificación y corrección sucesiva del objeto de diseño como una suma de pruebas y errores empíricos, es un esquema que asume con sesgos la incertidumbre del ambiente y la ubica como un ente incalculable para el diseñador, asumiendo el descubrimiento de nuevas y mejores políticas de acción, sucesivamente y poco a poco, conforme el individuo avanza de un estado a otro en el proceso de diseño, esperando la realización comprobable del proyecto para retroalimentar la base de conocimiento, so pretexto de mantener un imperativo praxeológico en la arquitectura, y cuya tendencia deriva necesariamente en una solución aproximativa, tratando de legitimar filosóficamente, lo que a título personal puede considerarse para los efectos de esta investigación como "miopía investigativa". Como respuesta a un proceso de diseño de esta naturaleza, se recurre a los sistemas complejos y a las aproximaciones heurísticas formales.

Russel y Norvig mencionan:

*El aprendizaje no se lleva a cabo por erudición exclusivamente, sino que profundizar en el conocimiento de cómo funciona el mundo facilita la concepción de estrategias mejores para manejarse en él (Russel y Norvig, 2011, p.5)[94].*

Este es un requisito para diferenciar la defensa del proceso de diseño desde una perspectiva humana, aceptando en el camino, que puede resultar deficiente por no comprender la realidad en su totalidad; de la colaboración con las ciencias computacionales para crear metodologías y herramientas que permitan esta profundización del conocimiento del mundo mediante la inteligencia artificial.

### 4.3. Abstracciones en sistemas complejos

A un nivel más alto de comprensión, una categoría puede considerarse a sí misma como un objeto (de un tipo particular) y poseer un morfismo que abarque un conjunto de relaciones. Estas relaciones se llaman *funtores*, homeomorfismos para la estructura del grafo que preservan la ley de composición y las identidades. (Ehresmann, Vanbremeersch, 2007)[33]. Como se ha mencionado anteriormente en este trabajo, estos funtores son abstracciones de los conjuntos de relaciones entre objetos. Para un estudio más claro y objetivo de estas propiedades, es necesario explicarlas con mayor detalle.

Cheng y Hu (citado en Saita y Zucker, 2013)[95] consideran una red compleja, como un sistema de objetos interactuantes entre sí, donde a partir de un proceso iterativo puede extraerse información significativa en múltiples granularidades. Los autores construyeron una herramienta de análisis en red denominada "pyramabs", que transforma la red original en una pirámide formada por una serie de  $n$  capas superpuestas. En el nivel más bajo ( $l_i$ ) está la red original. Luego entonces, los módulos (subgrafos) se identifican en la red y se abstraen en nodos sencillos, que se reportan en el nivel inmediato superior. Conforme el proceso se repite, se construye la pirámide. Cada círculo representa un módulo; las relaciones verticales y horizontales se representan por líneas punteadas y líneas sólidas, respectivamente. La densidad de

una línea sólida se incrementa a medida que la conexión se vuelve más importante. La red original es la base, y las redes de alto nivel son abstracciones de cierto grado de la red original de bajo nivel, como se aprecia en la Figura 4.1.

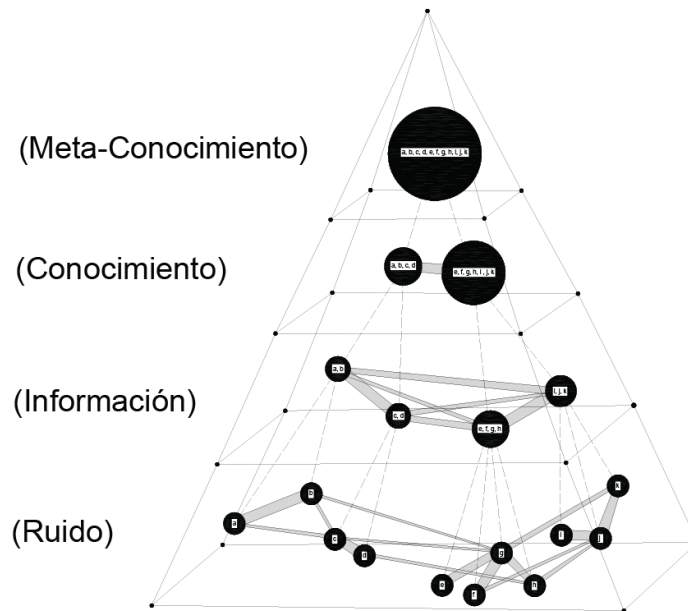


Figura 4.1: Pirámide de abstracciones en entornos complejos de Cheng y Hu. Fuente: Saita y Sucker, 2013

Esta representación de la abstracción en sistemas complejos es útil en varios niveles de nuestra investigación. De acuerdo con Ramos (2007)[91], el comportamiento de los datos del patrón en el nivel básico ( $l_i$ ) genera principalmente *ruido*, que complica la caracterización de los elementos del patrón y sus relaciones, y dificulta la toma de decisiones; en el siguiente nivel, una categorización inicial de éstos, convierten al patrón en *información*; un nivel más arriba se encuentra la categorización de esta información en *conocimiento*. Por último en la punta, se encuentra un objeto que sintetiza toda la información del patrón. Este objeto representa una unidad de *metaconocimiento* que ejerce el “conocimiento sobre el conocimiento” y vuelve más tangible la esencia del objeto de diseño en términos de su ontología (la descripción y generación de su realidad) y su epistemología (su estudio objetivo), y que toma el

nombre de *colímite*. El *colímite* es un objeto propio de la teoría de categorías y se verá con más detalle en la sección 4.10 y el apéndice A.5

Gómez Ramírez (2014) [38] explica brevemente, de qué forma la teoría de categorías se relaciona con la jerarquía en niveles organizacionales:

1. Detectar la localización de patrones significativos de los componentes a nivel  $i$
2. Construir el colímite, que abarca un objeto a un nivel  $(i + 1)$ . El colímite se obtiene como resultado del proceso de vinculación (binding) de componentes  $nivel_i$  y es una categoría de objetos de nivel  $i$ .
3. Ir al paso 1, para continuar la construcción de categorías de un nivel mayor  $i + 2$  (Gómez-Ramírez, 2014)[38]

Estos puntos sientan el precedente por el que la teoría de categorías y su implementación en los sistemas evolutivos de memoria nos sirven como una estructura conceptual para generar patrones que expliquen un proceso complejo de diseño. Sin embargo, estos patrones no son deterministas ni pueden sensar exhaustivamente todo el ambiente. Es por esto que estos sistemas deben volverse *adaptativos*.

### 4.3.1. Adaptabilidad en sistemas complejos

Las situaciones complejas se descomponen en bloques de construcción más simples, llamados *reglas*, que manejan la situación cooperativamente. El problema es proveerlo para la interacción y coordinación de un gran número de reglas que se activan simultáneamente.

Para decidir qué reglas en un sistema basado en reglas son responsables para su éxito, se necesita tener un mecanismo que acredite cada regla con su responsabilidad en ese éxito. Este mecanismo se vuelve particularmente complejo cuando las reglas actúan colectivamente, simultáneamente y secuencialmente. Además, los problemas complejos no permiten búsquedas exhaustivas sobre todas las posibles combinaciones de reglas, luego entonces, el mecanismo tiene que operar localmente en lugar de

hacerlo de forma global. Solamente en problemas de *juguete* es posible evaluar todas las posibles reglas de forma exhaustiva. Los problemas del mundo real requieren la búsqueda de mejores reglas basadas en el conocimiento actual, para generar hipótesis aceptables acerca de situaciones pobremente entendidas.

Holland (1995)[47] aborda estas cuestiones proponiendo un sistema basado en reglas que puede verse como un sistema de procesamiento de mensajes, actuando sobre un conjunto actual de mensajes, ya sean internos o generados por un conjunto de detectores al entorno y representando de esta manera, el estado observable del entorno. La asignación de créditos se maneja como una situación de mercado, con licitantes, proveedores y agentes. El descubrimiento de reglas facilitan un proceso basado en computación evolutiva que descubre y recombina bloques constructivos de reglas previamente exitosas.

Los SCA apuntan a maximizar la recompensa externa por la interacción de los siguientes subsistemas:

1. *Subsistema de ejecución*: Este subsistema se encarga de leer el mensaje de entrada, la activación de los clasificadores basados en su condición de pareo cualquier mensaje en la lista de mensajes, y la realización de las acciones que se promueven a través de mensajes que son enviados por los clasificadores activos. En este subsistema se realizan las operaciones generales de entrada-proceso-salida
2. *Subsistema de resolución de conflictos*: Si los clasificadores promueven varias acciones conflictivas, este subsistema decide por una acción, con base en el *rating* de calidad de los clasificadores que promueven esas acciones.
3. *Subsistema de asignación de créditos*: Al recibir la recompensa externa, este subsistema decide cómo se acredita la recompensa a los clasificadores causantes de que se otorgara.
4. *Subsistema de inducción de reglas*: Este subsistema crea nuevos clasificadores basados en los clasificadores de mayor nivel actual en la población. Como el

tamaño de la población es usualmente limitado, la introducción de nuevos clasificadores en la población requiere la eliminación de otros clasificadores de la población, que es una tarea adicional de este subsistema.

#### 4.4. ¿Por qué una metaconstrucción? Metadiseño y metaestructura del diseño

Una vez planteada la necesidad de considerar un sistema que genere abstracciones para proponer soluciones en entornos complejos, se contrasta la idea de este esquema con lo que se considera en el campo del diseño, como *metateoría* del diseño y como *metadiseño*. La diferencia principal entre ambas, es que la primera se dirige a la componente teórica del diseño, mientras que la segunda se perfila como un “saber hacer” en la práctica cotidiana de los procesos de diseño en conjunto con las tecnologías de representación y de gestión de proyecto, que no alcanza propiamente un status de teoría.

Love (2000)[67] ofrece una taxonomía de la estructura metateórica para clasificar abstracciones en la teoría del diseño. Expone, de forma análoga a Muntañola, que todos los aspectos de la investigación sobre el diseño involucran abstracciones conceptuales y representaciones simbólicas que parten de la percepción directa de la realidad. (Veáse la Figura 4.2).

Él establece una estructura jerárquica, donde separa grupos críticos de abstracciones, desde la percepción directa de la realidad a través de los sentidos, hasta la ontología filosófica en el nivel más alto. Love aborda un punto que es determinante precisar. Dice: *El acto de diseñar, hecho por agentes humanos es central al estudio académico del diseño . . . La asimilación del discurso e interpretaciones teóricas del diseño, sólo tienen significado en un contexto humano* (Idem, 2000, p.1) [67].

Critica también la segmentación en el desarrollo de las teorías del diseño, sintetizando cuatro aspectos críticos principales:

1. Existe una cantidad sustancial de confusión con respecto a las bases subyacentes de muchas teorías, conceptos y métodos.

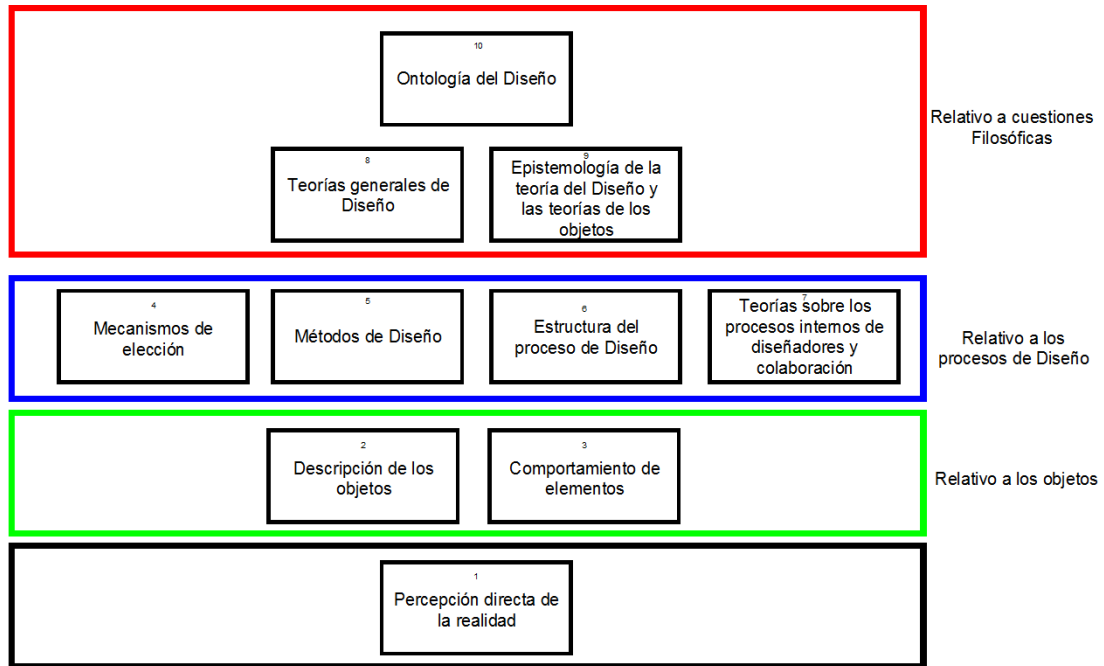


Figura 4.2: Taxonomía de la estructura metateórica para la clasificación de abstracciones en la teoría del diseño de acuerdo con Terence Love (2000). Elaboración propia, 2014

2. Muchos autores han mezclado injustificadamente, conceptos provenientes de una amplia gama de fuentes.
3. Existe una multiplicidad innecesaria de teorías y conceptos de Diseño.
4. Por lo anterior, la terminología de la investigación en el diseño se ha vuelto innecesariamente confusa e imprecisa. (Ibidem, 2000, p.3)

La Ontología filosófica vista en el capítulo 1, de acuerdo con esta taxonomía se ubica en el nivel más alto de abstracción, una ontología computacional, por su parte, permea en todo el espectro de aplicación de estos niveles, pero particularmente, desde el primero de ellos.

De acuerdo con Fischer y Giaccardi [35], el metadiseño es: *Un marco conceptual que define y crea infraestructuras técnicas y sociales, que pueden dar lugar a nuevas*

*formas de diseño colaborativo*. (2004:p.5). Puede asumirse que su enfoque se fundamenta en una interrelación del diseñador con su entorno socio-tecnológico. Exponen tres requerimientos para los ambientes socio-tecnológicos:

1. Deben ser flexibles y evolutivos, puesto que no pueden diseñarse por completo a priori a su uso.
2. Deben evolucionar de alguna forma en manos de los usuarios.
3. Deben diseñarse para su evolución. (Fischer y Scharf, citado en Fischer y Giaccardi, 2004, p.5)

A pesar de la redundancia de estos puntos en torno a lo "evolutivo", Fischer y Giaccardi proponen la extensión de la noción tradicional de *sistema* para incluir lo que consideran, un proceso co-adaptativo entre usuario y sistema, donde ambos se convierten en co-desarrolladores. De esta forma, el metadiseño contempla un dialogo "evolutivo" entre las tecnologías y el usuario, a fin de que puedan cambiar de estado simultáneamente. Ofrece de acuerdo con sus autores, la posibilidad de establecer enlaces significativos personales en el usuario final del sistema "co-participativo" de diseño, trascendiendo necesariamente de generalizaciones o axiomatizaciones.

Para los efectos de esta investigación, se considera este enfoque de metadiseño como *praxeológico*, porque asume rasgos preponderantes en la relación del usuario final con el proceso de diseño a través de la praxis individual, y fomenta la interacción instrumental simultánea entre el usuario final y las tecnologías de diseño; sin embargo, este enfoque se percibe aún incompleto desde su perspectiva epistemológica y ontológica. Como se verá posteriormente, la necesidad de establecer un marco ontológico, tanto filosófica como computacionalmente es fundamental. Con este argumento, es posible trascender de una "inteligencia pasiva" en el proceso de diseño a un entorno de "inteligencia artificial" en forma.

Adorno (2008)[9] especula sobre la manera en la que su propia visión de meta-diseño puede reconocer potencialmente campos complejos y heterogeneos de acción



proyectual, por medio de una elaboración de composición de colectivos a los que denomina intuitivamente como *niveles de abstracción*. Su aproximación al considerar la naturaleza matemática de esta clasificación y la relación con las ciencias computacionales, cambia de rumbo al evitar una aproximación más formal de su propuesta y asumir que un modelo *ecológico* como este, no necesita pasar por un *proceso de análisis de sistemas ni experimentar con vida ni inteligencia artificial*(P.73), y sólo pasa como un corolario del proceso de proyecto.

Nuestra propuesta se convierte en una metaconstrucción conceptual porque asimila y ordena estas nociones en un framework complejo, a pesar de la resistencia que se produce con el acercamiento a las ciencias computacionales y a los formalismos matemáticos. De los tres aspectos que Montello(2014)[79] retransmite del fundamento de legibilidad de David Lynch, el tercero, que se refiere a la “complejidad del layout”, es el más interesante, puesto que expresa una preocupación por la aplicación de la ciencia cognitiva a la arquitectura, con el pretexto de encaminarse a un *determinismo arquitectónico*. Montello dice que los espacios arquitectónicos no determinan las respuestas emocionales y cognitivas de la gente que experimenta estos espacios, pero que, no obstante, preservan influencias sobre las respuestas humanas con suficiente fuerza y regularidad para garantizar su análisis científico, y que además, pueden contarse influencias externas, que modifican la respuesta general, basadas en aspectos históricos y culturales; y predice el “moderado éxito” que las ciencias cognitivas pueden obtener en el campo de la arquitectura. La comparación entre las posturas citadas aquí se concilian por un aspecto central: la acción y modificación del ser humano sobre el entorno construido.

Recapitulando, Love [67] menciona la importancia contextual del enfoque humano en la taxonomía de su propuesta metateórica para el diseño, a partir de la percepción directa de la realidad, hasta las construcciones filosóficas más abstractas; por otra parte, Fischer y Giaccardi [35] construyen el enfoque de su discurso, sobre la acción conjunta entre diseñador y herramientas tecnológicas, que evolucionan simultáneamente y que se complementan con los argumentos de Montello mencionados líneas arriba. Puede declararse aquí entonces, que la intención del modelo propuesto en esta investigación, no pretende sustituir estas interacciones, y conservar en la

mayor medida un carácter práctico.

Sin embargo, se sostiene que la posibilidad de generar otros tipos de realidad, en las que los agentes computacionales puedan plantear aproximaciones de soluciones a los problemas de diseño, asumiendo la modificación permanente de sus objetos y relaciones, y fortalecen las propuestas que sean aplicables al espacio físico real en complejidad. Lo que se ha expuesto hasta este momento en capítulos anteriores, es que ningún formalismo matemático es ajeno a los fenómenos reales que los inspiran, que estos formalismos se vuelven declaraciones fenomenológicas expresadas en un lenguaje distinto al coloquial, pero que son esencialmente iguales, y en donde la máquina es capaz de integrarse en un plano de comprensión y acción superior al representativo. Se entiende además que la preocupación por el determinismo imputable al método científico, sea capaz de considerar la reducción de la práctica arquitectónica a un conjunto de axiomas, por esto, el modelo propuesto aquí trabaja de manera simultánea entre el modelo semántico y los sistemas clasificadores; el primero plantea un universo posible; el segundo, un aprendizaje evolutivo de los agentes involucrados de acuerdo al contexto previamente planteado en un ambiente dinámico. En la siguiente sección se describen las tareas más comunes del aprendizaje máquina.

## 4.5. Tareas comunes del aprendizaje-máquina

Los tipos de problemas más comunes en las tareas a las que el aprendizaje máquina se enfrenta son:

1. **Aprendizaje supervisado** En estas tareas, un conjunto de pares de *entrada/salida* están disponibles, y la función entre las entradas y las salidas asociadas es la que debe aprenderse. Dada una nueva entrada, la relación aprendida puede usarse para predecir la salida correspondiente. Un ejemplo para una tarea de aprendizaje supervisado es la clasificación: dados diversos ejemplos de un conjunto de propiedades de un objeto, y el tipo de este objeto, puede usarse una aproximación por aprendizaje supervisado para encontrar la relación entre las propiedades y el tipo asociado, que nos permite subsecuentemente predecir

el tipo de objeto para un conjunto de propiedades.

2. **Aprendizaje no supervisado** Es similar al aprendizaje supervisado, con la diferencia de que no hay salidas disponibles. De esta manera, en lugar de aprender la relación entre entradas y sus salidas asociadas, el agente que aprende construye un modelo de las entradas. Considérese una tarea de *clustering*, donde diversos ejemplos de las propiedades de algún objeto son dados, y se quiere agrupar los objetos por la similitud de sus propiedades, esto es una tarea de aprendizaje no supervisado, porque los ejemplos dados solo contienen las propiedades de los objetos, pero no la asignación de grupo para estos objetos.
3. **Tareas de decisión secuencial:** Estas tareas se caracterizan por un conjunto de estados, y un conjunto de acciones que pueden ser ejecutadas en estos estados, causando una transición a otro estado. Las transiciones son mediadas por una recompensa escalar, y el objetivo del agente que aprende es encontrar la acción para cada estado, que maximiza la recompensa a largo plazo. Un ejemplo de estas tareas es: dentro de un laberinto, encontrar el camino más corto, asignando a cada paso (es decir, a cada estado) una recompensa de -1. Como el objetivo es maximizar la recompensa, el número de pasos se minimiza. La aproximación más común a las tareas de decisión secuencial es la programación dinámica y el refuerzo del aprendizaje: para aprender el valor óptimo de un estado, que es la suma esperada de recompensas cuando se ejecuta siempre acciones óptimas para cada estado, y subsecuentemente, para derivar acciones óptimas para esos valores. (Drugovitsch, 2008)[30]
4. **Diseño de algoritmos Ad-Hoc** Es posible una primera aproximación intuitiva, si se diseña un algoritmo que apunte a agrupar instancias tales que la similitud de cualesquiera dos instancias dentro del mismo grupo o cluster se maximizan, y entre diferentes clusters se minimiza. La similitud entre dos instancias se mide por la distancia Euclidiana inversa entre los puntos que representan estas instancias en el espacio atributo 4-dimensional, afinado por los valores de atributo.

Se comienza por asignar aleatoriamente cada instancia a uno de los tres clusters, el centro de cada uno de los tres clusters se computa por los valores de atributo promedio de todas las instancias asignadas a ese cluster. Para agrupar instancias similares en el mismo cluster, cada instancia se re-asigna ahora al cluster cuyo centro sea el más cercano. Subsecuentemente, los centros de los clusters se recomputan. La iteración de estos dos pasos ocasiona que la distancia entre instancias dentro del mismo cluster se minimice, y entre clusters se maximice. Así se alcanza el objetivo, Los círculos punteados y los cuadros son puntos de datos que se asignan a diferentes clusters (a) Identificar clusters por medio de la minimización de la distancia entre puntos de datos dentro de un cluster y reasignar puntos de datos al cluster cuyo centro sea más próximo. Las líneas punteadas indican la asignación de puntos de datos a los centros de los clusters, definidas por la media de todos los puntos de datos contenidos en el cluster (b) Interpretar los puntos de datos como si fueran generados por Gaussianos que se centran en los centros de los clusters Los dos círculos alrededor de los centros, representan la primera y segunda desviación estándar del Gaussiano generador, como puede observarse en la Figura 4.3 .

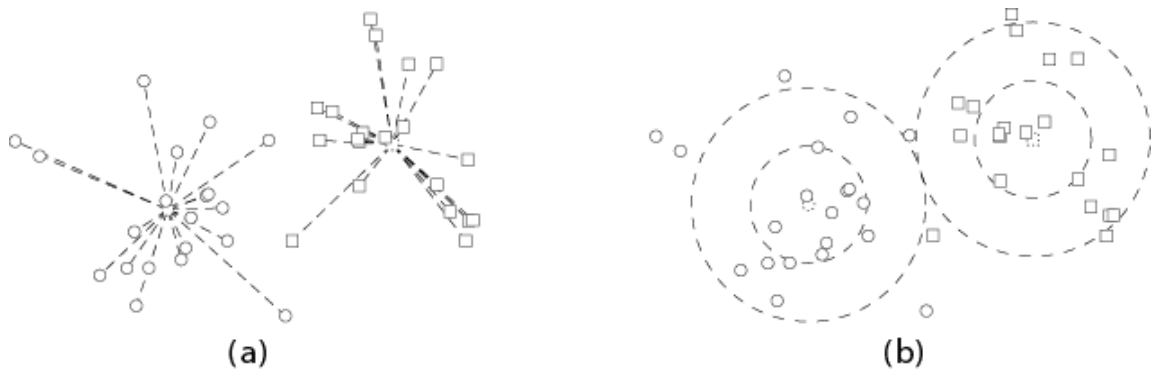


Figura 4.3: Dos diferentes interpretaciones para agrupar un conjunto de datos en dos clusters distintos. Fuente: Drugovitsch, 2007

Este algoritmo de agrupamiento es el algoritmo como de *k-medias* (K-means) con el que puede garantizarse una convergencia a una solución estable, que sin embargo, no siempre es óptima (Drugovitsch, 2007) [30].

### 4.5.1. Categoría, concepto y el *topos* del diseño

La discusión en las secciones 1.12, 2.2.2 y 2.2.3 plantean un acercamiento a las estructuras categóricas Kantianas y Aristotélicas, de las que pueden extraerse características similares.

Aristoteles en la metafísica expone:

*Lo que tiene una causa es compuesto, pero hay unidad en el todo, no es una especie de montón, sino que es uno como la sílaba. Pero la sílaba no es solamente las letras que la componen, no es lo mismo que A y B, [...] sino que es también otra cosa [...] Si es un compuesto de elementos evidentemente ya no se compone de uno solo, sino de muchos; de lo contrario, sería el elemento componiéndose a sí mismo. . .* (Aristóteles, 2009:P.170-171) [15]

Es posible interpretar esta cuestión Aristotélica, en términos de un principio actual: el de la *Emergencia*. Aristóteles diferenció la génesis de un elemento subatómico, Según Ehresmann y Vanbremeersch (2007)[33] para medir esta otra cosa se compara el colímite  $cP$  de un patrón, con la Suma de la familia de sus componentes, cuando ambas existen. Un patrón  $P$  puede no tener colímite, pero si el colímite de  $P$  existe, es único (hasta un isomorfismo, que es cualquier objeto isomorfo a  $cP$ , también es un colímite de  $P$ ) por otra parte, diversos patrones pueden tener el mismo colímite. (Ésta es una propiedad muy importante para nuestra investigación).

Bajo esta óptica, se integran como requerimientos para un sistema anticipativo de procesos creativos: el *principio de multiplicidad* y el *núcleo arquetípico* (Ehresmann et. al., 2014) Ehresmann et al. [32]

$\varepsilon$ -conexiones de acuerdo con Li et. al. (2008) [66]

## 4.6. Sistemas Clasificadores de aprendizaje: Generalidades

El acercamiento de la arquitectura con los sistemas complejos es cada vez más necesario en la medida en que nuestra concepción del mundo a través de una visión lineal y causal ya no es suficiente para resolver problemas de diseño. Es sencillo imaginar que la práctica del diseño, y particularmente la del arquitectónico, se sirve de estrategias de resolución de problemas sometidos a incertidumbre que son resueltos con ayuda de las ciencias computacionales. Este escenario pone al alcance del diseñador, recursos más potentes y con más posibilidades que todos los avances tecnológicos anteriores a la segunda mitad del siglo XX, sin embargo, de acuerdo con Terzidis (2009) [107] el discurso teórico actual de la arquitectura parece eludir el fenómeno digital, y nos hace preguntarnos Qué tan posible es que un diseñador desarrolle una propuesta compositiva competitiva sin la computadora? Qué tan importante es que el diseñador conozca los mecanismos del hardware y el software de las aplicaciones que utiliza?

*Muchas de las herramientas computacionales utilizadas en el diseño, son usadas específicamente como tecnologías de representación. En las instituciones de enseñanza de la arquitectura somos capacitados para utilizar estas tecnologías de manera satisfactoria, el giro que se propone es darle a estas herramientas, un sentido de acción y de ejecución, mediante acciones complejas e irrepetibles que crean problemáticas a resolver y que afirman esas tecnologías de ejecución como diferenciadores entre lo dinámico y lo inerte. (Wei, 2009) [109]*

### 4.6.1. Metodologías híbridas de I.A. como auxiliares en los procesos estético-cognitivos para el diseño

Los SCA emplean dos metáforas biológicas: *Evolución* y *Aprendizaje*; donde el aprendizaje conduce al componente evolutivo hacia un mejor conjunto de reglas. Ambas componentes dependen del entorno (environment) que es la fuente de datos iniciales de las que dispone el algoritmo. (Figura 4.4).

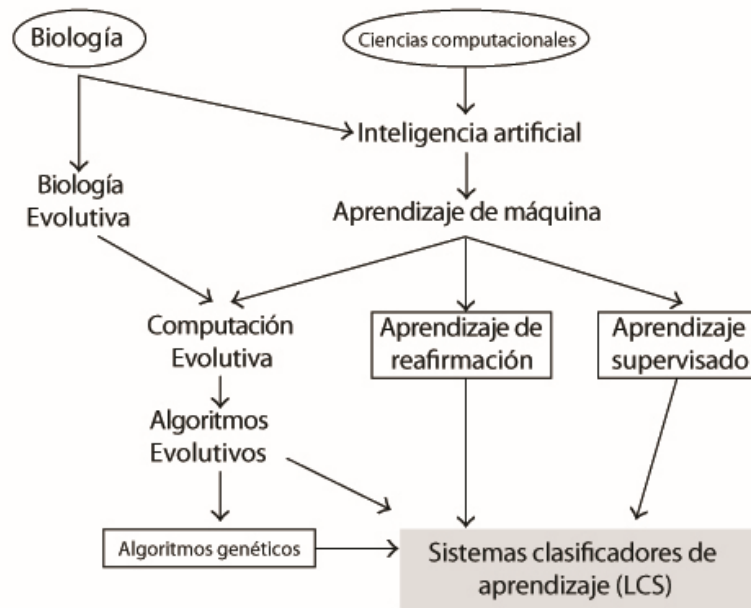


Figura 4.4: Árbol fundamental de los sistemas clasificadores de aprendizaje. Fuente: Urbanowicz, Moore. (2009)

La componente evolutiva (descubrimiento) es generada por un algoritmo genético al introducir reglas que no estaban presentes en la población inicial. Por otra parte, la componente de aprendizaje mejora la condición del entorno a través de la experiencia en el mismo (Urbanowicz, Moore. 2009) [108].

Los sistemas clasificadores de aprendizaje (SCA) son una plataforma que aprovecha el potencial de búsqueda de los algoritmos genéticos para generar comportamientos adaptativos, que se establecen en una estructura polimórfica que simplifica la reglamentación de los códigos sin sacrificar ejecuciones. Los (SCA) combinan varios campos de investigación en el desarrollo de un solo algoritmo.

El núcleo de los sistemas clasificadores de aprendizaje, es un conjunto de reglas (llamadas población de clasificadores) que modelan colectivamente un agente que efectúa decisiones inteligentes.

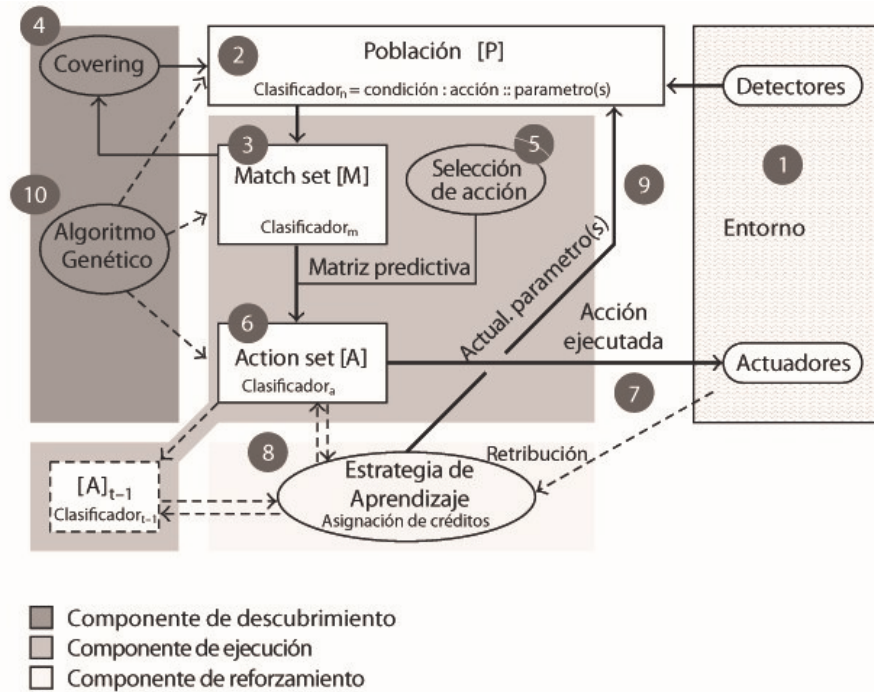


Figura 4.5: Metodología LCS. Fuente: Urbanowicz, 2009?

### 4.6.2. Sistemas Clasificadores de Aprendizaje: Características

Los sistemas clasificadores de aprendizaje son una familia de algoritmos de aprendizaje máquina que se diseñan usualmente bajo la aproximación *ad-hoc*. Se caracterizan usualmente por:

- Manejar tareas secuenciales de decisiones con una representación basada en reglas
- El uso de métodos computacionales evolutivos;

Sin embargo, algunas variantes también ejecutan aprendizaje supervisado o no supervisado, o en su defecto no se apoyan en la computación evolutiva.

Los sistemas clasificadores de aprendizaje están basados en una población de reglas (también llamadas clasificadores) formadas por una tupla *condición/acción*, que



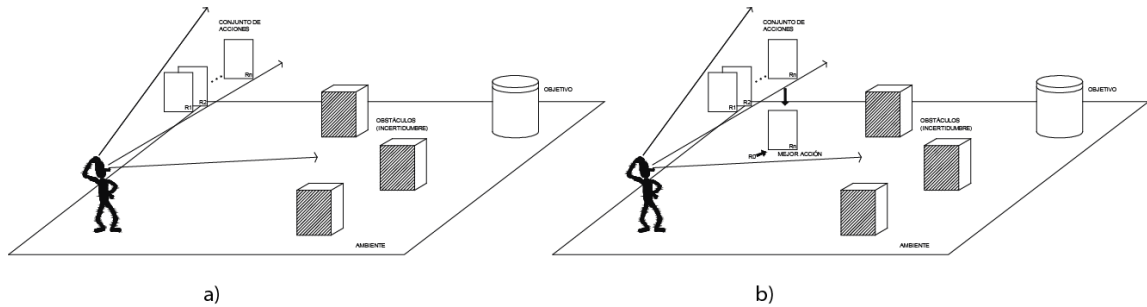


Figura 4.6: Agente anticipativo ante un ambiente incierto. Fuente: Ramos, 2007.

compiten y cooperan para proveer la solución deseada. En tareas de decisión secuencial, aquellos clasificadores cuyas condiciones coinciden con los estados actuales, se activan y promueven su acción. Uno o varios de estos clasificadores se seleccionan, la acción que promueven se ejecuta, y la recompensa recibida se asigna a esos clasificadores, y se propaga retroactivamente a aquellos clasificadores activos que también contribuyeron a recibir la recompensa.

Los Sistemas clasificadores de Aprendizaje se aplican en diversas áreas, como robótica autónoma, sistemas multi-agentes, economía e incluso control de tráfico. Particularmente en tareas de clasificación, que son tareas de aprendizaje supervisado, donde la salida es de escala nominal, se ha encontrado su ejecución, competitiva con otros algoritmos de aprendizaje máquina. Sin embargo, ni siquiera los modernos SCA están libres de problemas, los más significativos en el área son los siguientes:

- Incluso, aunque están diseñados para este tipo de tareas, los SCA siguen sin ser particularmente exitosos en el manejo de tareas de decisión secuencial.
- La mayoría de los SCA presentan un alto número de parámetros de sistema, y mientras el efecto de algunos de ellos puede sobreentenderse, el manejo de otros requiere un conocimiento especializado del sistema.
- Ningún SCA ofrece una garantía formal de desempeño, incluso si estas características no siempre sean particularmente importantes, la posibilidad de elegir un método con estas garantías y un método igualmente poderoso sin ellas, será decisión de quien las toma en cuenta.

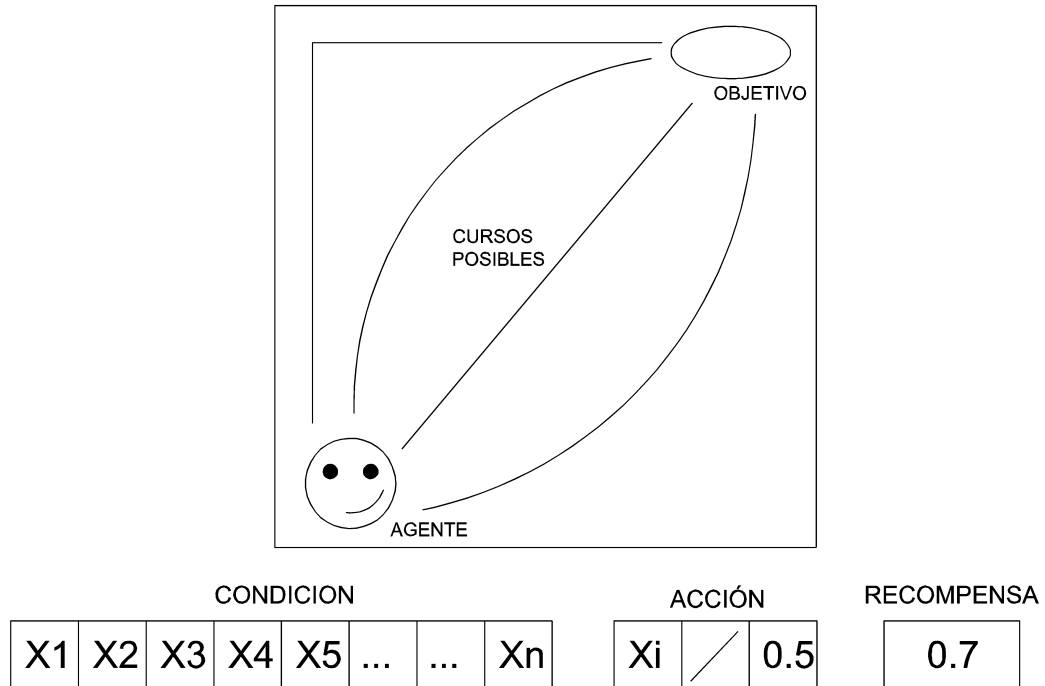


Figura 4.7: Curso de acción de un agente. Fuente: Urbanowicz, Moore. (2009)

- No existe certeza acerca de los supuestos hechos sobre los datos, y como resultado, es difícil determinar también cualquier conocimiento del SCA cuando falla.
- Se han establecido muy pocos enlaces directos entre los SCA y otros métodos de aprendizaje máquina, que hace la transferencia de conocimiento para fortalecerse mutuamente, muy difícil, si no imposible.

La general falta de rigor en el diseño de los SCA conlleva una falta de aceptación en el campo del aprendizaje máquina, en concordancia con los puntos mencionados anteriormente, se inhibe el intercambio de ideas entre métodos relacionados y posiblemente cercanos. En general, Los SCA describen una estructura flexible que difiere de otros métodos de aprendizaje máquina en su generalidad. Puede manejar potencialmente un gran número de problemas de diferentes tipos y usando un amplio rango

de representaciones diferentes. Su flexibilidad proviene del uso de técnicas de computación evolutiva para buscar subestructuras adecuadas de soluciones potenciales. Los algoritmos que se utilizarán corresponden a la familia de los XCS (Extend Classifier System) por ser una de las familias de Sistemas Clasificadores de Aprendizaje más usadas y mejor entendidas.

### 4.6.3. Extend Classifier system (XCS)

El XCS es un Sistema Clasificador de Aprendizaje, que se diferencia de varias maneras, de los clasificadores más tradicionales. En un XCS, de acuerdo con Butz y Stewart (2006) [22], la aptitud del clasificador se basa en la precisión de la predicción de la función de pago del clasificador, en lugar de la predicción misma, es decir, que se privilegia la manera en la que se asigna la recompensa, sobre la exactitud de las reglas que comprenden la población. Su arquitectura puede verse en la Figura 4.8.

Además el algoritmo genético (AG) toma lugar en los conjuntos de acción, en lugar de la población completa. Finalmente, a diferencia de los SCA tradicionales, los XCS no tienen una lista de mensajes y solo son aptos para el aprendizaje en entornos Markovianos (las extensiones de XCS que usan un registro de estado interno, son prometedoras para entornos no-Markovianos) (Zang et. al., 2015) Zang et al. [114], es decir, ambientes totalmente dinámicos, entendiendo el término *Dinámico* como cambiante en una línea de tiempo. Lo que resulta imposible de representar en forma exclusivamente binaria, lo que hace necesario encontrar la manera de representar el ambiente de una forma más abstracta como objetos, clases, etc. Esta manera de representación, es utilizada en los GXCS, y sirve para propósitos de la investigación, para representar la abstracción de la información de elementos de diseño, introducida en el capítulo anterior, con las geometrías generadas por las estructuras de grupos, los mapeos categóricos generalizantes, y el acercamiento que éstas tienen, hacia una *orientación a objetos*, dónde puede obviarse una aproximación binaria de la información.

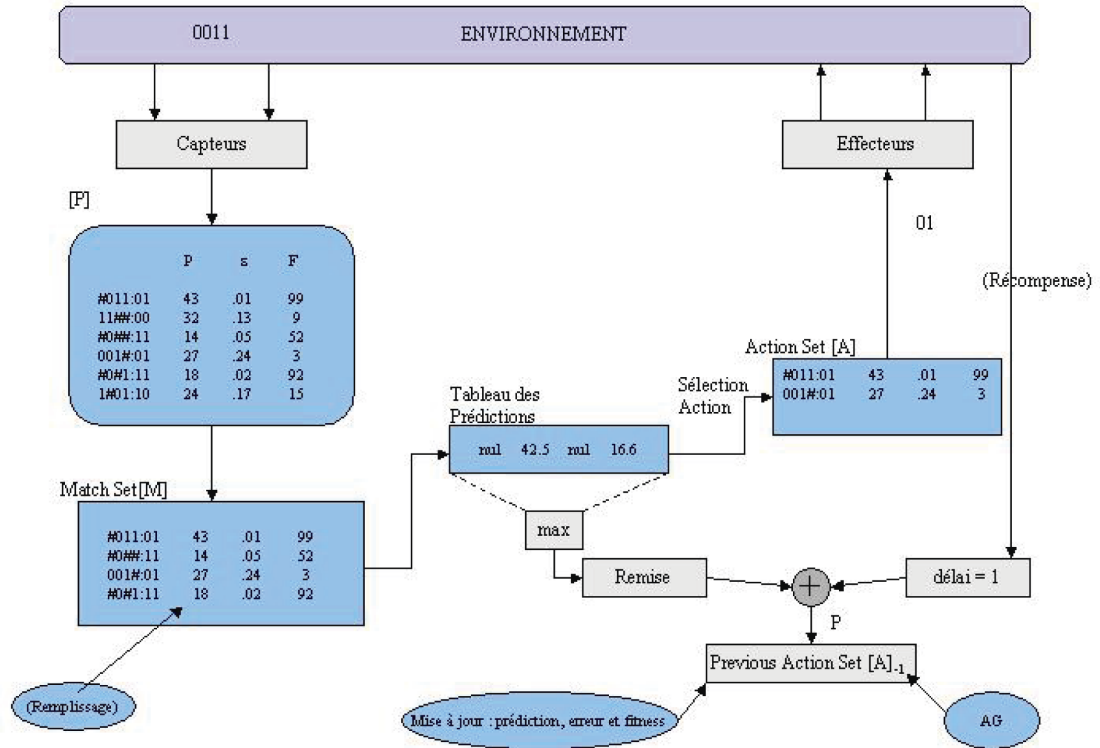


Figura 4.8: Arquitectura de un XCS. Fuente: Ramos, 2007.

#### 4.6.4. Estructura general y arquitectura del algoritmo

En un SCA, el comportamiento del agente se determina por un conjunto de clasificadores (reglas de Holland) cada una consistente en al menos una condición y una acción. Se registra el estado del entorno a través de un detector, la lectura sensorial del agente se introduce como un mensaje en una lista de mensajes internos, que contienen mensajes tanto internos como externos. Las condiciones del clasificador se prueban para parear cualquiera de los mensajes en la lista de mensajes. Los clasificadores de pareo se activan promoviendo sus acciones, poniendo su mensaje en la lista de mensajes. El mensaje en la lista puede ser interpretado, ya sea para ejecutar acciones, o para conservarse en la lista para actuar como una entrada para el próximo ciclo. Si varias acciones se promueven al mismo tiempo un subsistema de resolución de conflictos decide que acción ejecutar. Una vez completada, el ciclo

comienza de nuevo, sensando el nuevo estado del entorno. (Drugowitsch, 2008) [30].

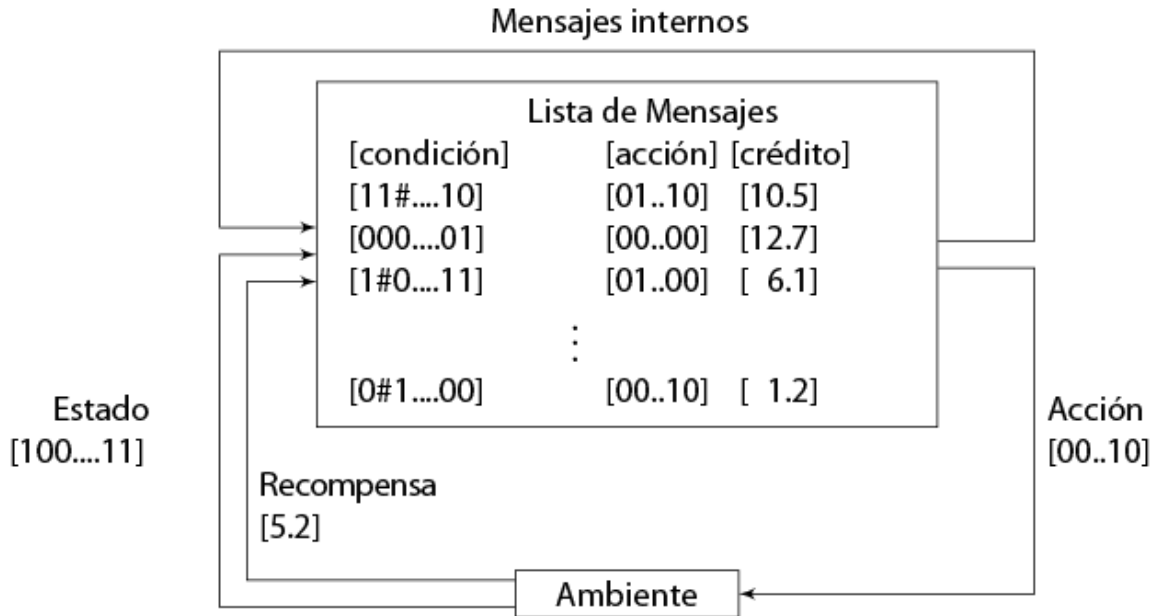


Figura 4.9: Proceso interno de un SCA, Fuente, Urbanowicz et al, 2009

Todos los mensajes en los LCS, se codifican usualmente usando cadenas binarias por su fácil representación, sin embargo, el GXCS permite incorporar cualquier tipo de dato. Esto es particularmente útil, puesto que puede emplearse para resolver aproximaciones entre dominios disjuntos, e involucrar en un solo conjunto de acciones, reglas geométricas, algebraicas o de cualquier otro tipo. Un clasificador puede utilizar “comodines”, sobre diferentes tipos de mensajes de entrada introduciendo símbolos #: #, y que permiten tomar decisiones y acciones con respecto a situaciones no consideradas, que parean tanto 1’s como 0’s en la posición correspondiente en el mensaje de entrada. La condición 01 por ejemplo, parea las entradas ‘001’ y ‘011’ indistintamente. Similarmente, acciones del mismo largo como condiciones de clasificador pueden contener también el símbolo # (en este caso llamado *cruce* [passthrough]) que implica que esos bits específicos del mensaje de pareo se cruzan a las acciones permitiendo a un clasificador sencillo, ejecutar diferentes acciones dependiendo del mensaje de entrada. La última característica de generalización de las acciones del clasificador, es utilizada con mucha menor frecuencia que la generalización en la con-

dición del clasificador. (Drugovitsch, 2008) [30].

**Covering** El *Covering* se utiliza cuando el conjunto de pareo (Match) se encuentra vacío o el sistema se atora en un bucle. En ambas situaciones, el operador de *covering* genera un clasificador que parea las entradas sensoriales y tiene una acción aleatoria. Este clasificador se inserta en la población y si es necesario, se borra otro de la misma. (Lanzi, 1999)[60]. Esta es una unidad de control sobre la población que garantiza que existirá una solución inicial, aunque no sea la más acertada en primera instancia.

## 4.7. Modelo semántico categórico para la arquitectura

El modelo se genera a partir de estos planteamientos teóricos y ofrece la declaración de un universo posible de discurso que integre, aspectos cruciales para la práctica de la arquitectura, como se aprecia en la Figura 4.7. Este primer esquema se construye sobre dos áreas principales: Lo *conceptual* y lo *material*.

Las entidades representadas en el ámbito conceptual son:

- $C_1$  *Filosofía*: En esta categoría se concentran los fundamentos que originan la realidad (ontología), el objeto de estudio y su validación con quien lo estudia (epistemología), el objetivo y sus causas finales (teleología) y todo aspecto relacionado en estos términos con el diseño arquitectónico.
- $C_2$  *Hipótesis*: A partir de las necesidades e interrogantes que las preguntas filosóficas profundas dejan, se construyen las hipótesis del proceso de diseño, que se inscriben en la utilización de uno o más lenguajes, que se relacionan con una entidad simbólica.
- $C_3$  *Lenguaje*: El lenguaje es la estructura general comunicativa que dispone de convenciones colectivamente legitimadas para dar a entender una idea por medio de un sistema de signos. En la categoría lenguaje, éste existe independientemente de sus contextos y aplicaciones.

En él se encuentran las operaciones conceptuales, previas a las operaciones simbólicas y a las representaciones figurativas espaciales. Está directamente ligado en este esquema, con la categoría filosófica y con el constructo de hipótesis; y en el caso específico de la arquitectura, plantean una relación directa con la geometría (intermediaria en este patrón, entre el lenguaje y el espacio) como su medio expresivo. En el lenguaje incide lo simbólico, lo filosófico y lo geométrico.

- $C_4$  *Símbolo*: se establece una relación de correspondencia, con la estética, de modo que al nombrar el concepto simbólico se sugiere o se evoca el concepto real.
- $C_5$  *Estética*: La categoría estética se plantea como un objeto separado del núcleo de la filosofía, porque ofrece una instancia de elecciones múltiples y de subjetividad en la toma de decisiones.
- $C_6$  *Articulación*: En esta categoría se encuentra lo que Hagman et.al. (2008) [42] y Ehresmann (2012) [31] conciben como un núcleo estructural (*structural core*), un enlace distinguido que vincula los objetos donde convergen el mayor número de relaciones estructurales en el proceso conceptual de diseño arquitectónico.
- $C_7$  *Geometría*: El medio expresivo del arquitecto para la representación del espacio.
- $C_8$  *Espacio*: El espacio está relacionado directamente a una categoría geométrica y a instancias no necesariamente conceptuales, que pueden obedecer a factores económicos, sociales o políticos.

Las categorías de la edificación son las siguientes:

- $E_1$  *Edificación*: Es la acción aplicada de una instancia arquitectónica en un espacio físico real. Ésta puede prescindir de un proceso consciente de conceptualización, denotado por el conjunto de categorías mencionadas anteriormente (con excepción de  $C_7$  y  $C_8$ ). Esta categoría se liga a un contexto particular y a un conjunto particular de requerimientos (económicos, ambientales y sociales

principalmente), que cuando se contemplan equilibradamente de manera emergente, aluden a una categoría sostenible.

- $E_2$  Contexto:
- $E_3$  Economía:
- $E_4$  Ambiente:
- $E_5$  Sociedad:

La construcción del patrón con este nivel de granularidad, obedece a la idea de visualizar el patrón del diseño arquitectónico a nivel de su comunicación *meta-teórica* en donde es posible concebir un “conocimiento sobre el conocimiento”. La secuencia de relaciones se originan a partir de la categoría  $C_1$  que se convierte en un objeto inicial. Es necesario insistir en que el hecho de representar un solo objeto y una sola relación en el patrón descrito, no reduce su amplitud de acción, puesto que estas relaciones se describen a nivel funtorial.

Una vez consolidado el modelo relacional, se procede a una síntesis abstracta por medio de grafos, para identificar puntualmente, los objetos y sus relaciones. En nuestro caso, entre lo que se denomina aquí como *articulación*, y la geometría como medio de expresión del diseño arquitectónico.

De la abstracción formal del modelo semántico, que representa el universo de discurso planteado para la arquitectura, se presenta un esquema conmutativo categórico final que generaliza (en el contexto de esta ontología) el diseño arquitectónico (fig 4.12). El esquema se explica de la siguiente forma:

- **Co** (lo conceptual): este objeto representa y abarca los procesos conceptuales abstractos del diseño: los cimientos filosóficos de interpretación fenoménica en el individuo, sus esencias simbólicas iniciales, la generación de hipótesis de acuerdo con una base de conocimiento previa, proveniente tanto del individuo en primer término, como del sistema posteriormente; las necesidades planteadas del problema y la especulación sobre la incertidumbre en las condiciones y variables de proyecto, y derivado de esto, la intuición sobre la predicción de eventos y sus posibles soluciones; la implementación de la idea pura, mediante



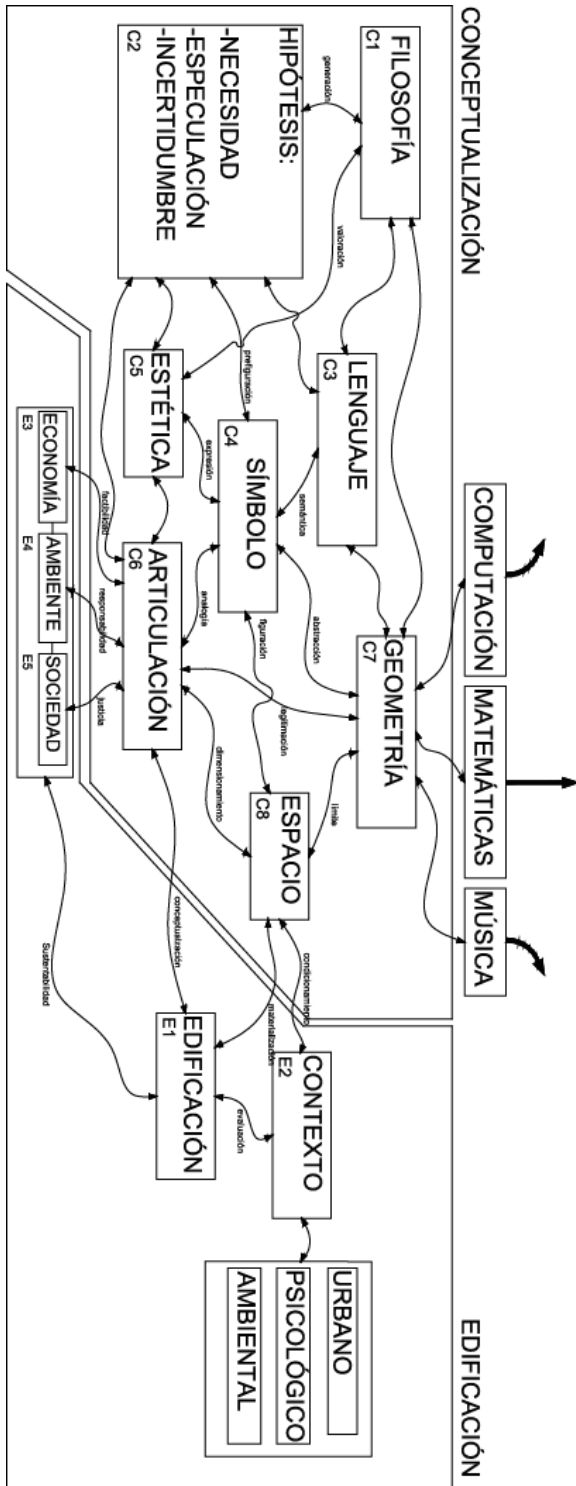


Figura 4.10: Esquema categórico interno. Fuente:Elaboración propia, 2014.

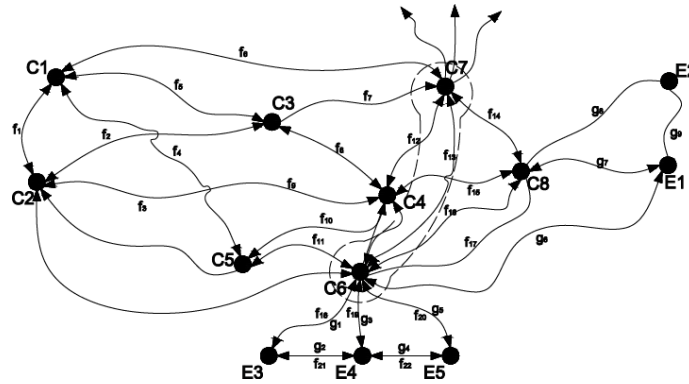


Figura 4.11: Esquema categórico grafo. Elaboración propia, 2014

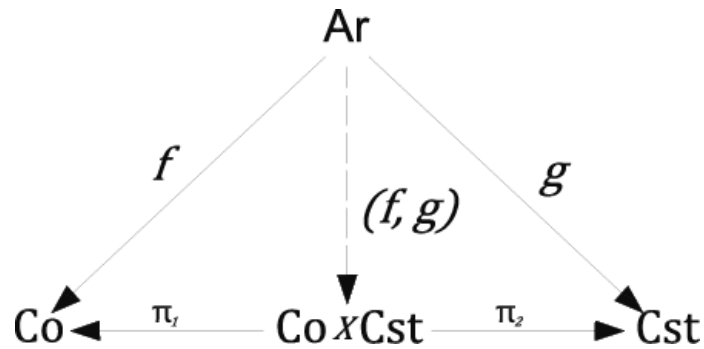


Figura 4.12: esquema conmutativo categórico que sintetiza el diseño arquitectónico  
Elaboración propia, 2014

la elección de un lenguaje (en este caso, espacial) y una asociación simbólica (no necesariamente analógica).

- **Cst** (lo construido): Este objeto representa los procesos y objetos construidos, que pueden presentarse sin un proceso consciente de conceptualización (definido aquí como el enlace distinguido que se observa en la categoría *concepto*); abarca los procesos de construcción, administración, normatividad, instancias sociales, económicas y ambientales y la apreciación de contextos, psicológicos y urbanos que conlleve instancias materiales.
- **Ar** (Arquitectura): la formalización y composición de ambas categorías. El objeto arquitectónico edificado establece una relación vertical importante con el producto cartesiano de ambos subobjetos (lo conceptual y lo construido) y proporciona una columna vertebral esquemática entre la arquitectura como campo de conocimiento y el objeto edificado arquitectónico.
- $Co \times Cst$ : Es el producto cartesiano de ambas categorías, que integra elementos pertenecientes a ambos dominios. Es en este contexto, el *objeto edificado* arquitectónico (para una definición de productos categóricos, ver apéndice A.8.2).

Los funtores que intervienen en este esquema, se explican de la siguiente forma:

- $Ar \xrightarrow{(f,g)} Co \times Cst$ : El objeto construido ( $Cst$ ) se relaciona mediante un funtor conjugado de las funciones  $(f, g)$ , en los dominios del producto de los subobjetos  $Co$  y  $Cst$
- $Ar \xrightarrow{(f)} Co$ : La relación funcional entre el objeto arquitectónico con los procesos conceptuales específicos, la arquitectura virtual, el parametricismo, los procesos de decisión secuencial y las representaciones declarativas.
- $Co \times Cst \xrightarrow{(\pi_1)} Co$ : La función de proyección del producto cartesiano de los procesos conceptuales de diseño y los objetos construidos respecto a la conceptualización.
- $Co \times Cst \xrightarrow{(\pi_2)} Cst$ : La función de proyección del producto cartesiano de los procesos conceptuales de diseño y los objetos construidos respecto a la edificación.

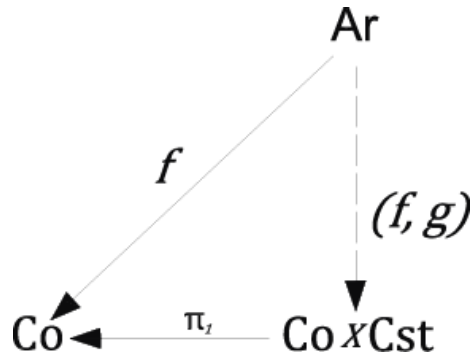


Figura 4.13: triángulo conmutativo que incide en lo conceptual. Elaboración propia, 2015.

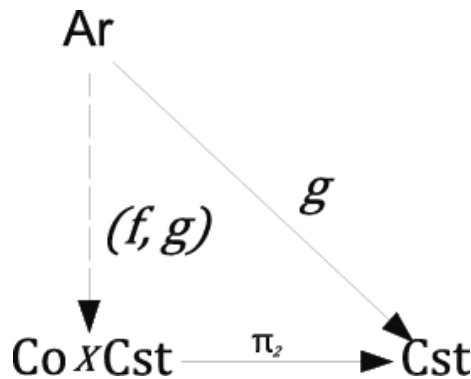


Figura 4.14: triángulo conmutativo que incide en lo construido. Elaboración propia, 2015.

Este esquema categórico, es una de las aportaciones relevantes de la investigación, y se explica coloquialmente, de esta manera: Los procesos conceptuales sin construcción física, producen arquitectura virtual, y procesos conceptuales abstractos; la construcción sin procesos concientes de conceptualización, producen espacios vernáculos y autoconstruidos, sin tomar en cuenta la categoría anterior. Sólo en la composición de ambos funtores, es posible una arquitectura completa en sus alcances. A diferencia de un planteamiento determinista, este modelo semántico supone un entorno complejo y dinámico, donde en tres trazos se comprende la labor de la arquitectura, aceptando la necesidad de modificar constantemente, uno o varios elementos componentes de la red. Puede observarse de cualquier forma, que el esquema categórico no se modifica esencialmente en su composición externa.



## 4.8. Complejidad en el diseño: Horizontalidad y Verticalidad

### 4.8.1. Ontologías computacionales

De acuerdo con Guarino et. al. (2009)[41], el término "ontología" considera significados distintos en contextos distintos. Ontología (con inicial mayúscula) se refiere a la rama de la filosofía que trata con la naturaleza y estructura de la realidad, por otra parte, la ontología (con minúscula) usada en términos computacionales es más bien, *una clase especial de objeto de información o artefacto computacional*. Para los sistemas de inteligencia artificial, *todo lo que existe es lo que puede ser representado*. Estas ontologías son medios para poder modelar formalmente la estructura de un sistema. El argumento que establecemos aquí, es que las operaciones conceptuales que se originan al momento de establecer objetos y relaciones de correspondencia en un universo de discurso dado, sea físico o abstracto no pueden cubrirlo en su totalidad, sin embargo, a fin de posibilitar un estudio más profundo y extenso de los procesos de diseño en entornos complejos, se formaliza.

**Definición:** una estructura relacional extensional (o conceptualización de Genesereth, Nilsson) es una Tupla  $(\mathcal{D}, \mathfrak{R})$  donde:

- $\mathcal{D}$  es un conjunto llamado universo de discurso
- $\mathfrak{R}$  es un conjunto de relaciones sobre  $\mathcal{D}$
- Cada elemento de  $\mathfrak{R}$  es una relación extensional que refleja un estado del mundo específico.

La conceptualización de Guarino incorpora un elemento más:

Es un triple:

$$C = (\mathcal{D}, W, \mathfrak{R}) \tag{4.8.0}$$

Donde:

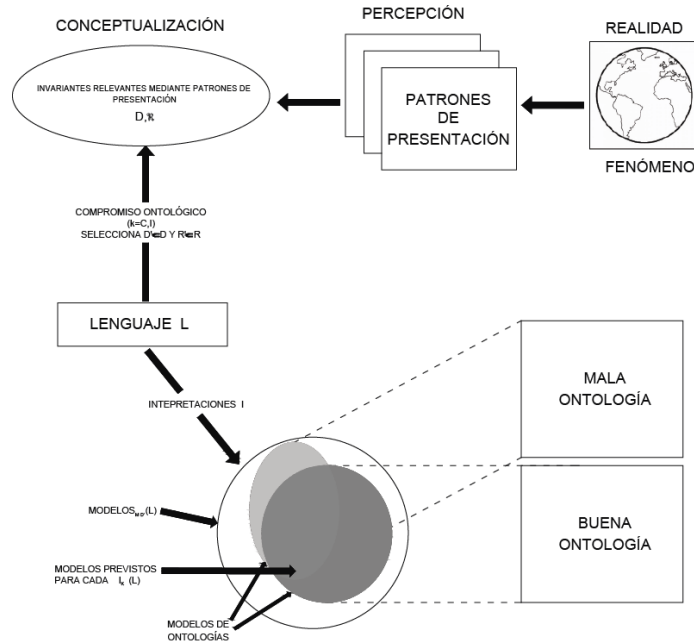


Figura 4.16: Esquema ontológico computacional. Fuente: Guarino et. al. 2009

- $\mathcal{D}$  es un universo de discurso
- $W$  es el conjunto de mundos posibles
- $\mathfrak{R}$  es el conjunto de relaciones sobre el espacio dominio  $(\mathcal{D}, W)$

(Guarino. et. al. 2009) [41]

La idea es generar un conjunto de datos abstractos que conformen el universo posible (ver 3.7.2)

El proposito de este esquema es mostrar un cuerpo de conocimiento representado formalmente. De acuerdo con los autores, una *conceptualización* es una vista abstracta y simplificada del mundo que deseamos representar para algún proposito. La representación de conceptualización por Genesereth y Nilsson se representa como una *estructura relacional extensional*.

Una ontología de esta naturaleza (Mustafa, 2010) [82] se compone de cuatro elementos principales:

- **Un concepto:** el autor lo define también como *clase* o *término*. Es un grupo

abstracto, conjunto o colección de objetos. Es el elemento fundamental del dominio y representa usualmente, un grupo o clase, cuyos elementos comparten propiedades comunes. Un punto importante que el autor destaca para efectos de este trabajo, es que la representación de esta componente se realiza por medio de grafos jerárquicos, que acercan a esta aproximación, con los *sistemas orientados a objetos*. En esta forma de definir el concepto, se tiene una *superclase* que representa la clase de mayor rango o *clase padre*, y las subclases que representan las clases subordinadas o *clases hijo*.

- **Una instancia:** Es la componente a nivel de tierra de una ontología que representa un objeto o elemento específico de un concepto o clase.
- **Una relación:** Se usa para expresar la relación entre dos objetos pertenecientes a un dominio dado. De manera más específica, describe las relaciones entre el primer concepto, representado en el dominio, y el segundo representado en el codominio (o rango).
- **Un axioma:** Se usa para imponer restricciones sobre los valores e clases e instancias. Los axiomas se representan generalmente, usando lenguajes basados en lógica, como la lógica de primer orden. se usan para verificar la consistencia de la ontología

Entre los trabajos realizados en el estado del arte del diseño arquitectónico, Hois et. al. (2009) [46] recurren al acercamiento con la lógica formal para proponen una estructura basada en  $\varepsilon$ -conexiones para consolidar una relación entre diferentes dominios en el diseño arquitectónico

Bhatt et. al. (2009) definen tres cuestiones *ortogonales* para la investigación de la modularidad en las ontologías:

- ¿Cómo pueden las ontologías grandes y complejas construirse a partir de partes, y posiblemente ser formuladas en lenguajes lógicos diferentes, y de qué forma estas partes pueden relacionarse (el problema de la combinación modular). Por otra parte, dada una ontología grande, como puede descomponerse en módulos *significativos* (problemas de la modularización).



- ¿Cómo puede representarse la estructura de una ontología modular, y cómo pueden preservarse las diferentes propiedades lógicas (tópicas o estructurales) de las partes (módulos)?
- ¿Cómo puede ejecutarse razonamiento lógico (automático) sobre estas ontologías estructuradas, y cómo, o cuándo, podemos reducir el razonamiento en la ontología general a los módulos componentes de la ontología?

La pregunta de investigación principal es como definir la noción de módulo y como re-usar estos módulos. (Bhatt et. al. 2009) [46]

Un lógica descriptiva provee medios para representar axiomas (sentencias lógicas) involucrando roles conceptuales. Las bases para el conocimiento de esta lógica consisten en:

- Una *Tbox* contiene axiomas de inclusión de conceptos de la forma  $C_1 \sqsubseteq C_2$ , donde  $C_1$  y  $C_2$  son conceptos.
- Una *Rbox* contiene axiomas de inclusión de roles de la forma  $R_1 \sqsubseteq R_2$ , con  $R_1$  y  $R_2$  como roles.
- Una *Abox* contiene axiomas de la forma  $C(a)$  llamada afirmación de conceptos, y  $R(a, b)$ , llamada afirmación de roles, donde  $a, b$  son nombres de objetos,  $R$  es un rol y  $C$  es un concepto. (Li et. al. 2008)[66]

Constructor	Sintaxis DL	Ejemplo
Intersección	$C_1 \sqcap \dots \sqcap C_n$	Puerta $\sqcap$ EntradaPrincipal
Unión	$C_1 \sqcup \dots \sqcup C_n$	PuertaAbatible $\sqcup$ PuertaCorrediza
Complemento	$\neg C$	$\neg$ SalidaDeEmergencia
Restricción universal	$\forall R.C$	$\forall$ TieneMaterial.Material
Restricción existencial	$\exists R.C$	$\exists$ Tiene Material.Madera $\sqcup$ Aluminio
Max cardinalidad	$\leq nR.C$	$\leq$ TieneNivel.Piso
Min Cardinalidad	$\geq nR.C$	$\geq$ TieneElemento.Puerta

Se aprecian dos problemas importantes que las ontologías tratan de resolver por sí mismas: la identificación de partes de dos ontologías que se traslapan (temáticamente) (matching problem), y de qué forma, los términos se homologan entre

ontologías (alignment). Se plantean tres definiciones principales para un lenguaje de descripción abstracto ( $ADL$ ) $\mathcal{L}$ , un modelo de descripción abstracto ( $ADM$ ), y un sistema de descripción abstracto ( $ADS$ ) Li et. al. (2008) [66] que conforman la estructura para la operabilidad de las  $\varepsilon$ -conexiones:

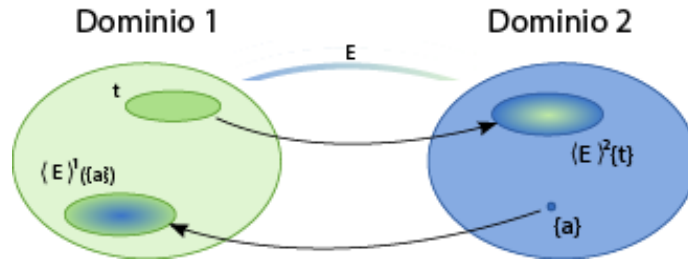


Figura 4.17: Conexiones epsilon para la resolución de la heterogeneidad semántica. Fuente: Li et. al. 2008

**Lenguaje de descripción abstracto** Un lenguaje de  $\varepsilon$  – *conexiones*: las  $\varepsilon$  – *conexiones* es un método para combinar formalismos lógicos que son expresables en el marco de un sistema de descripción abstracto.

sea  $S_1 = (L_1, J_1)$ ,  $S_2 = (L_2, J_2)$  dos sistemas de descripción abstractos ( $ADS$ ). Se asume que las variables de conjuntos y los símbolos de funciones no booleanas en  $S_1$  y  $S_2$  son disjuntos a pares. Sea  $\varepsilon$  un conjunto no vacío de símbolos de relaciones binarias. Luego entonces, los conjuntos de 1-términos y 2-términos de las  $\varepsilon$ -conexiones  $C_I^\varepsilon(S_1, S_2)$  se definen por inducción simultánea para  $i \in 1, 2$  de esta manera:

- Cada variable de conjunto en  $L_i$  es un  $i$ -término.
- El conjunto de  $i$ -términos es cerrado bajo  $\neg$ ,  $\wedge$  y los símbolos de función de  $L_i$ .
- si  $t$  es un  $i$ -término, entonces, la expresión  $\langle E \rangle^i t$  es un  $i$ -término, para cada  $E \in \varepsilon$ .
- El conjunto de términos de  $C_I^\varepsilon(S_1, S_2)$  ( $S_1, S_2$ ) es la unión del conjunto de 1-términos y el conjunto de 2-términos. Las sentencias de  $C_I^\varepsilon(S_1, S_2)$  ( $S_1, S_2$ ) son de la forma  $t_1 \sqsubseteq t_2$ , donde ambos  $t_1$  y  $t_2$  son  $i$ -términos para  $i \in 1, 2$ .

Los autores sostienen que las  $\varepsilon$ -conexiones presentan dos ventajas principales:

1. Proveen una forma muy expresiva para combinar bases de conocimiento (KBs) escritas en una gran variedad de lenguajes lógicos.
2. El emparejamiento entre los formalismos lógicos combinados es lo suficientemente flexible como para asegurar la decidibilidad del formalismo combinado. (Li et. al., 2008) [66]

Los autores confían en las propiedades de las  $\varepsilon$ -conexiones para combinar elementos de dominios disjuntos. Para el objeto de estudio: un espacio arquitectónico, se tienen tres grandes divisiones para el espacio

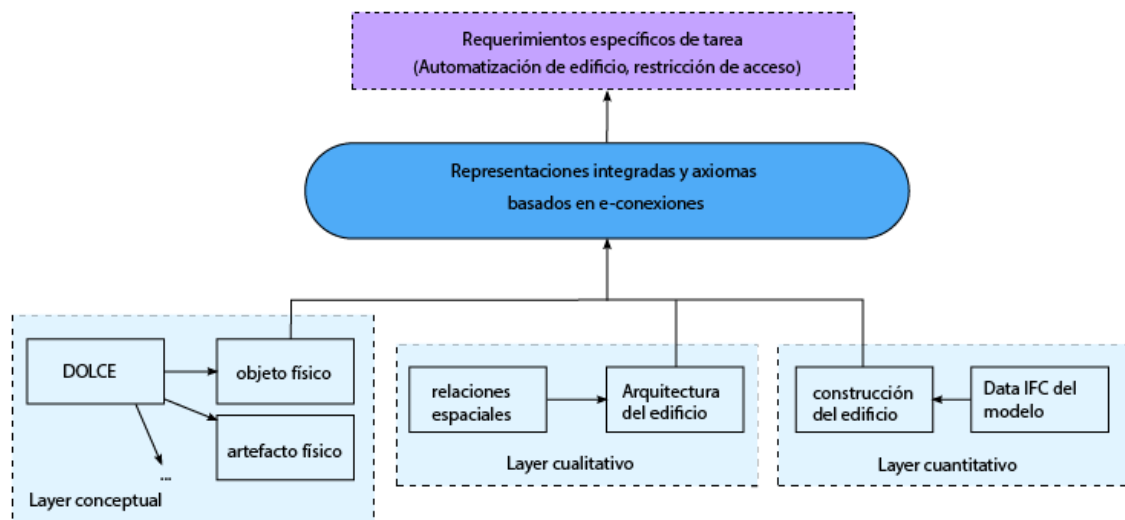


Figura 4.18: Integración de dominios heterogeneos. Fuente: Bhatt et. al. 2011

Bhatt et. al (2011) [19] han estudiado el contexto de las ontologías aplicadas a la resolución del problema espacial en el diseño arquitectónico. Compartimos la misma postura, al considerar que los conceptos relativos a la forma y la función se han estudiado y son entendidos de manera implícita por los diseñadores, y que el diseño asistido por computadora carece de una caracterización formal de la semántica, la estructura, el comportamiento y el diseño centrado en el usuario. Los sistemas CAD actuales se basan en la generación de formas primitivas como puntos, segmentos de línea y polígonos; y los sistemas de diseño paramétrico, en la representación de

*NURBS* y otras superficies, mediante la introducción arbitraria de valores (parámetros). De acuerdo con estos autores, estas abstracciones proveen una perspectiva limitada que no puede compararse con la riqueza del entendimiento del discurso ontológico de la forma y la función.

Zimmermann et. al (2006) [115], proponen la formalización de alineamiento y combinación de ontologías por medio de la teoría de categorías, esta aproximación es útil para nuestro propósito, porque se presenta un álgebra para resolver los problemas de alineamiento en ontologías. Proponen la construcción de una estructura circundante a la noción de los *v*-alineamientos, *con una definición abstracta para la combinación de dos ontologías y un álgebra que permite la composición, intersección y unión de alineamientos*. Un punto importante de este enfoque, es la capacidad para expresar relaciones no simétricas (por ejemplo: una clase en una ontología que se subsume en otra ontología). Siguiendo a los autores, la dificultad no reside en la habilidad teórica para expresar esas relaciones, sino en la manera en la que deberíamos instanciar la formulación abstracta. En consecuencia, proponen dos soluciones al problema:

- Definir una estructura más compleja para la definición de alineamientos teóricos categóricos mientras se reúsan categorías de ontologías ya existentes.
- Diseñar una categoría, (o clase de categorías) con morfismos elaborados, que puedan habilitar la expresión de relaciones complejas no-simétricas.

Un *alineamiento* es entonces, una descripción de la relación entre dos ontologías. La teoría de categorías generaliza la noción conjuntista de relación, y ofrece una definición para una relación generalizada entre dos objetos arbitrarios en una categoría (Zimmermann, et.al., 2006)[115]. Al tratar con este tipo de alineamientos es deseable integrar diferentes ontologías en una sola. La combinación de ontologías (ontology merging) sirve para unir estas especificaciones heterogéneas en una sola, más grande, precisa y más apta para compartir información.

En términos de aplicación a casos reales, estos autores suponen necesario asociar categorías concretas. Considérese la forma más sencilla para describir la relación entre dos ontologías, identificando los elementos que representan las mismas identidades semánticas. Esto puede describirse adecuadamente, por una relación binaria entre conjuntos de elementos, esto es, considerar morfismos como funciones. De acuerdo con los autores, las categorías más adaptadas de ontologías se encuentran en la *teoría de institución*, donde las especificaciones (ontologías en nuestro caso) se mapean por medio de funciones que preservan verdad. Sin embargo, un par de funciones (incluso si estas preservan estructura) sólo son adecuadas para expresar equivalencias de entidades. En muchos casos, no obstante, las dos ontologías a alinear, se han diseñado de tal forma que algunos conceptos no tengan un equivalente en la otra ontología a pesar de que algunos conceptos estén estrechamente relacionados. El problema de expresar alineamientos complejos requiere una investigación posterior más profunda, sin embargo, los autores proponen las siguientes soluciones para trabajar con este tema:

1. Encontrar categorías más complejas, donde los objetos sigan siendo ontologías, pero con morfismos que sean capaces de expresar otras relaciones.
2. Mantener simple la categoría, y complejificar la definición de un alineamiento usando una estructura más elaborada.
3. Cambiar la definición de la combinación, por ejemplo, usando diferentes tipos de colímite.

#### 4.8.2. $\lambda$ - Cálculo

En esta sección se aborda la correspondencia informática entre el modelo semántico categórico desarrollado anteriormente, y los lenguajes de programación.

Definición: Una *categoría cartesiana cerrada* (CCC)

Siguiendo a Pierce (1991)[88], uno de las conexiones más ampliamente citadas entre la teoría de categorías y las ciencias computacionales, es la correspondencia

entre categorías cartesianas cerradas y  $\lambda$ -cálculos *tipeados* (o mecanografiados). Un  $\lambda$ -cálculo *tipeado* es un lenguaje de programación abstracto basado en el  $\lambda$ -cálculo *tipeado* simple de Church. Sus tipos incluyen un conjunto  $K$  de tipos base, un tipo producto  $A \times B$  para cada par de tipos  $A$  y  $B$ , una unidad (*Unit*) de tipo terminal, y un tipo funcional  $A \rightarrow B$  para cada par de tipos  $A$  y  $B$ . Sus expresiones se dan por medio de la siguiente gramática abstracta:

$$M ::= \text{unit} \mid c \mid x \mid \lambda x : A.M \mid (M M) \mid (M, M) \mid \text{fst}M \mid \text{snd}M \quad (4.8.0)$$

La metavariable  $c$  se extiende sobre un conjunto  $C$  de constantes, cada una con un tipo asociado  $B_c$ ;  $x$  se extiende sobre las variables. Las expresiones de la forma  $\lambda x : A.M$  son abstracciones funcionales. Las expresiones de la forma  $(M M')$  son aplicaciones de funciones.  $(M, M')$  es emparejamiento; *fst* y *snd* son las funciones de proyección correspondiente

El  $\lambda$ -cálculo se desarrolló como parte de un sistema lógico comprensivo que incluía operadores de alto nivel (operadores que actúan sobre otros operadores) (Hindley, 2008)[45].

El  $\lambda$ -cálculo es una colección de diversos sistemas formales, basados en la notación propuesta por Alonzo Church en los 30s. De acuerdo con (Hindley, 2008)[45]. Se diseñó para describir las maneras más básicas en la que los operadores o funciones pueden combinarse para formar otros operadores. En este sentido, La notación- $\lambda$  se utiliza para denotar funciones de alto nivel, no sólo funciones numéricas. La ventaja principal principal del  $\lambda$ -cálculo es que posee una notación sistemática, luego entonces, es más adaptable para su incorporación en un lenguaje de programación.

Cabe mencionar que el procedimiento de jerarquización de este sistema es, esencialmente, una parametrización. Por ejemplo, la función:

$$f = x \mapsto x - y$$

Es una  $\lambda$ -notación “disfrazada” con  $x \mapsto x$  en lugar de  $\lambda x$  (Hindley, 2008) [45]

$\lambda$ -términos: Se asume que, dada una secuencia infinita de expresiones  $v_0, v_{00}, v_{000}, \dots$  llamadas *variables* y una secuencia infinita, finita o vacía de expresiones, llamadas *constantes atómicas*, diferentes de las variables (cuando la secuencia de constantes atómicas está vacía, el sistema se denomina como *puro*, de otra forma, se denomina como aplicado) el conjunto de expresiones llamadas  $\lambda$ -términos se define inductivamente de la siguiente manera:

1. Todas las variables y las constantes atómicas son  $\lambda$ -términos (llamados átomos)
2. Si  $M$  y  $N$  son cualesquiera  $\lambda$ -términos, entonces  $(MN)$  es un  $\lambda$ -término (denominado *aplicación*)
3. Si  $M$  es cualquier  $\lambda$ -término y es cualquier variable, entonces  $(\lambda x.M)$  es un  $\lambda$ -término (denominado "abstracción")

De acuerdo con Nomura (2012)[83], los sistemas autopoieticos proporcionan una estructura en la que un sistema existe como un organismo, por medio de procesos físicos y químicos, basados en el supuesto de que los organismos son *máquinas*. (Esto guarda una relación importante con lo expuesto en la sección 3.7.1). Este sistema se organiza como una red de procesos de producción de sus componentes, que se regeneran continuamente y constituyen la red que los produce, distinguiendo la unidad en el dominio en el que existen. Sin embargo, las descripciones de estos sistemas autopoieticos incluyen cerraduras circulares de relaciones entre componentes, y de acuerdo a este autor, se vuelven difíciles de interpretar desde la perspectiva de los sistemas computacionales y dinámicos existentes. Por esto, se recurre a formalizaciones dinámicas de la autopoiesis como sistemas dinámicos estocásticos y se explora las relaciones entre autopoiesis y los sistemas cognitivos. como se aprecia en la figura 4.19.

Entre estas formalizaciones, se destaca la que proporciona el  $\lambda$ -cálculo al utilizar la teoría de categorías.

La expresión *lambda* por sí misma, no es un término, pero puede presentar ocurrencia en términos; de igual forma, la expresión " $\lambda x$ " no es un término.

De una categoría cartesiana cerrada  $C$ , podemos definir una  $\lambda$ -teoría  $\lambda T(C)$ , denominada el *lenguaje interno* de  $C$ .

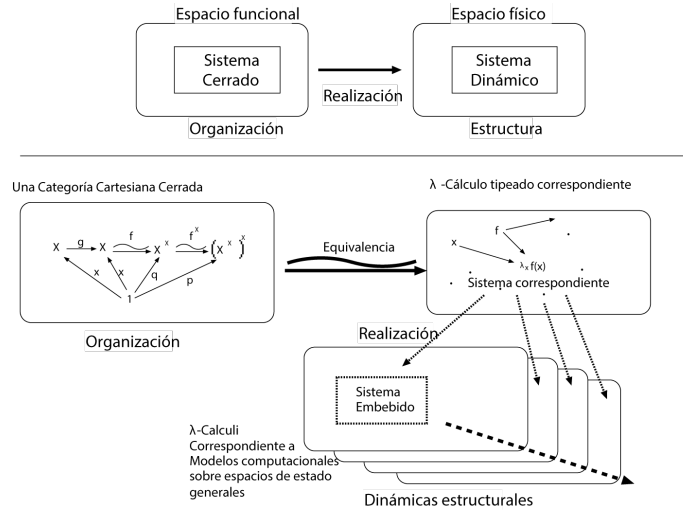


Figura 4.19: Aspectos de la autopoiesis con base en la diferencia entre organización y estructura Fuente: Nomura, 2012.

La correspondencia entre categorías cartesianas cerradas y  $\lambda$ -teorías, proporciona un tratamiento *algebraico* conveniente de los  $\lambda$ -cálculos tipeados, que conforman la base de muchas aproximaciones actuales a la semántica de sistemas de tipo polimórfico (Pierce, 1991) [88].

## 4.9. Horizontalidad y verticalidad para el tratamiento de la complejidad en el diseño

### 4.9.1. verticalidad: grafos jerárquicos

Ślusarczyk (2004) [103] establece un antecedente sobre la condición dinámica del proceso de diseño, al considerar que no todos los requerimientos necesarios se conocen, y algunos otros verifican emergencia simultánea mientras el proceso de diseño se desarrolla. Ślusarczyk propone una metodología de diseño mediante grafos jerárquicos de composición, de acuerdo con las siguientes definiciones:

- $[i]$  denota el intervalo  $1, \dots, i$  para  $i \geq 0$  ( $[0] = \emptyset$ )
- $[i]_N$  denota una familia de intervalos  $[i]_N \geq 0$



- $V$  es el conjunto de nodos de un grafo
- $B : V \rightarrow [i]_N$  es una función que asigna una secuencia de enlaces a cada nodo
- Un conjunto  $B(V) \subset NxV$  denota un conjunto de pares de la forma  $(i, v)$  llamados enlaces donde  $i$  es un número de enlace de  $v$ .
- Sean  $\Sigma_v$  y  $\Sigma_E$ , alfabetos de etiquetas para los nodos y los bordes respectivamente. Sea  $A$  un conjunto de atributos de los nodos.

Definición: Un grafo jerárquico de composición es un sistema:

$$H = (V, E, lab, att, par) \quad (4.9.0)$$

donde:

1.  $V$  es un conjunto finito de nodos.
2.  $E \subseteq (i, v), (j, u),, v \neq u; v, u \in V$  es un conjunto finito de bordes no dirigidos, tales que a cada enlace puede asignársele al menos un borde, por ejemplo, para cada  $(i, v) \in B(V)$  existe al menos un  $(j, u) \in B(V)$  tal que  $(i, v), (j, u) \in E$
3.  $lab = (l_V, l_E)$ , donde:
  - $l_V : V \rightarrow \Sigma_V$  es una función de etiquetado de nodos,
  - $l_E : E \rightarrow \Sigma_E$  es una función de etiquetado de bordes,
4.  $att : V \rightarrow P(A)$  es un mapeo que asigna atributos a nodos que no son jerárquicos,
5.  $parV \rightarrow V \cup \perp$  es una función que asigna un nodo padre a cada nodo de  $V$  (el símbolo  $\perp$  indica que un nodo dado no tiene un padre) y dos condiciones adicionales se satisfacen:
  - Cada nodo tiene al menos, un padre directo,
  - La relación padre-hijo no puede producir ciclos en un grafo (por ejemplo, un grafo no puede ser su propio ancestro).

El número ( $m$ ) de bordes internos de un grafo jerárquico de composición, constituye su tipo, ( $tipo(H) = m$ ) (Ślusarczyk, 2004,p. 49). [103]

Ślusarczyk denota el proceso de diseño, como una búsqueda de soluciones potenciales en este entorno, y establece un esquema jerárquico proto-categorico para la resolución de problemas específicos de diseño mediante una caracterización formalizada del ambiente.

Slusarczyk (2013)[104] recupera la taxonomía de estas clases mediante una aplicación llamada HSSDR que permite crear dibujos mediante un lenguaje orientado a problemas, como se muestra en las figuras 4.20 y 4.21

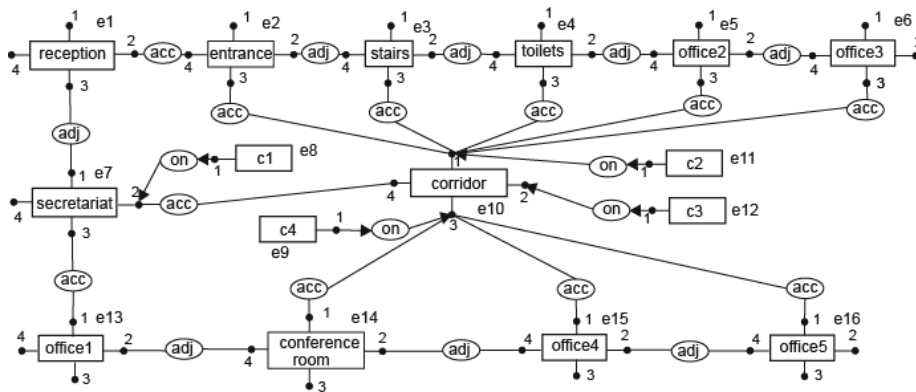


Figura 4.20: Hipergrafo que relaciona topológicamente espacios, accesos y circulaciones. Fuente: Slusarczyk, 2013

## 4.10. Determinación de población y reglas

En esta sección se enuncian los lineamientos fundamentales de la teoría computacional de categorías.

La teoría de categorías es el resultado de un esfuerzo progresivo de unificación de estructuras y objetos matemáticos como: conjuntos y funciones, digrafos y morfismos de digrafos, grupos y homomorfismos de grupos,  $R$ -módulos y  $R$ -mapas lineales, automátas y morfismos de autómatas, y espacios métricos y mapas continuos. De acuerdo con Mazzola et. al (2005) [76] (McLane, 1998) [68] es una colección de objetos y relaciones entre estos objetos, llamados *morfismos*, en conjunto con un pequeño

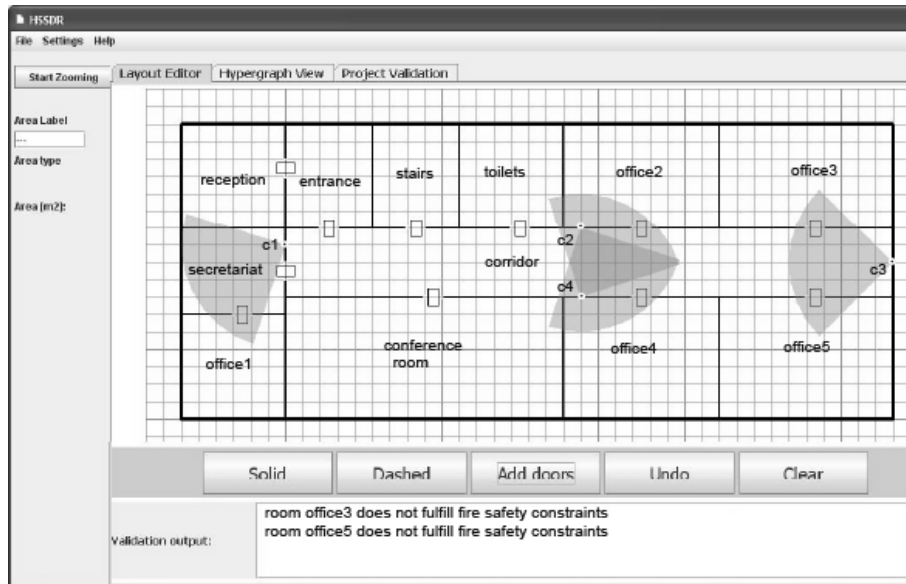


Figura 4.21: La verticalidad se propone, como la comunicación funcional entre la *emergencia* y la *jerarquía*. Fuente: Elaboración propia, 2015

número de reglas para combinar y comparar morfismos. Siguiendo a los mismo autores, se observa un acercamiento a la teoría del *topos*, por Alexander Grothendieck en la década de los 60's para resolver problemas de geometría algebraica, y por William Lawvere, quien pretendía crear una síntesis entre geometría y lógica. Esta teoría fue pensada inicialmente para la resolución de sofisticadas y muy complicadas estructuras matemáticas, sin embargo, ha tenido una profunda influencia también en las ciencias computacionales. (Mazzola et. al., 2005)[76]

La comprensión de la teoría de categorías a nivel demostrativo desde el dominio de la matemática pura, es un tema que supera ampliamente el alcance de este trabajo; no obstante, se extraen sus principios fundamentales para efectos de nuestra investigación.

Reynolds declara sobre el uso de las categorías en las ciencias computacionales:

*[...] Nuestra intención no es usar teoremas profundos de la teoría de categorías, sino simplemente emplear los conceptos básicos de este campo como principios or-*

ganizativos. Esto podría aparecer como un deseo de ser conciso a expensas de ser esotérico. Para diseñar un lenguaje de programación, el problema central es organizar una variedad de conceptos de manera que exhiban uniformidad y generalidad. El éxito sustancial puede ganarse atacando este problema, si estos conceptos se definen de manera concisa dentro de una infraestructura que ya ha probado anteriormente su habilidad para imponer uniformidad y generalidad, sobre una amplia variedad de matemáticas. (Reynolds, citado en Pierce, 1991) [88]

Este es el mismo principio que se sustenta en esta investigación:

El concepto general de un colímite ha sido definido por Kan (1958) bajo el nombre de *límite inductivo*, y ha sido usado extensivamente en matemáticas. En particular, muchas construcciones geométricas reducen la formación de colímites en la categoría de espacios topológicos.

## 4.11. Topos: El Modelo

De acuerdo con lo anterior, y al considerar como criterio de comparación la aproximación de Ślusarczyk, podemos determinar nuestra aproximación propia:

$$K = (H_k, P, F, idA, clP, cP) \quad (4.11.0)$$

Donde:

- $K$  es una categoría, como universo de discurso.
- Un conjunto de objetos  $H_k \in K$  tal que:  $H_k \cup \emptyset = K$
- Una colección de morfismos o funtores:  $F$  tal que  $F = \bigcup_{i=1}^n f_i$
- Una colección de patrones o sketches  $P$ , que comprenden la relación:  $A_i \xrightarrow{f} A_j$  con  $A_i, A_j \subset K$
- Una función identidad:  $idA, \forall A \in K$

- Un conjunto de enlaces colectivos:  $clP$  que denotan patrones relevantes en el modelo.
- Un colímite  $cP$ .

Las diferencias significativas son:

- En términos de jerarquía, el colímite  $cP$  sustituye la función  $parV \rightarrow V \cup \perp$
- Por las propiedades de los diagramas, La función  $att : V \rightarrow P(A)$  no es requerida en primer término. (ver: 3.4.5)

Se plantea que la comunicación de elementos que buscan resolver el problema de la *vinculación* (binding problem), el problema de la *emergencia* (emergence problem) y el problema de la *jerarquía* (Hierarchy problem), pueden colaborar simultáneamente por medio de los sistemas evolutivos de memoria. En términos categóricos, la *horizontalidad* se verifica mediante la relación del patrón  $P$  con su *enlace colectivo*, como lo nombra Ehresmann y Vanbreemersch (2007), (Pierce lo denomina *co-cono* (1991)) por medio de un objeto  $clP \in K$  y una colección de  $K$ -flechas  $\mu_i : O_i \beta clP \mid i \geq 0$ , El objeto producto del enlace colectivo en el patrón, es emergente, puesto que es intrínseco al patrón mismo, pero sólo puede describirse como un objeto externo a él.

La *verticalidad* se concibe por medio de la comunicación entre los elementos emergentes del patrón y su colímite. El colímite y su functor  $\mu$  son elementos importantes para la determinación de esta acción, porque el colímite, al ser isomorfo al patrón, puede considerarse, ya sea como otra representación de la emergencia del sistema, o bien, un elemento conceptual de un patrón con un nivel de complejidad  $i + 1$ .

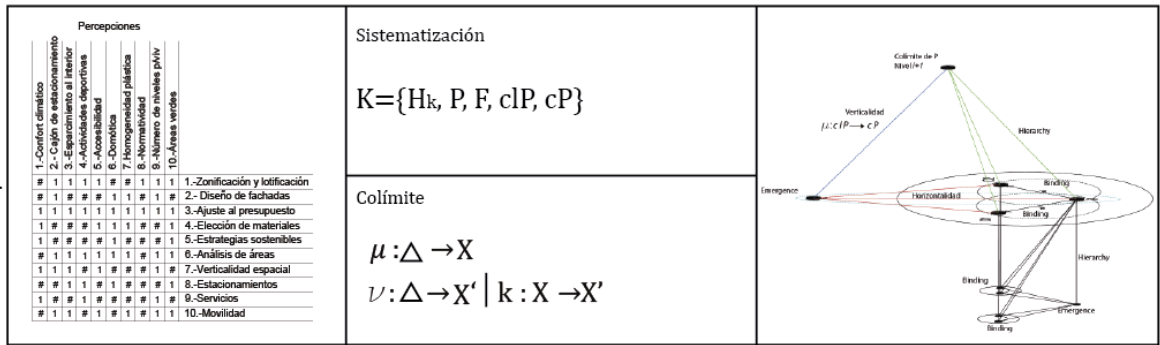
La combinación categórica de ontologías permite lograr generalizaciones abstractas de las relaciones entre elementos arbitrarios en un patrón.

Este enfoque propuesto considera los elementos conformadores de las ontologías de acuerdo con los autores citados anteriormente, en consonancia con los requerimientos para la construcción de ontologías: Concepto, Instancia, Relaciones y Axioma. (Mustafa, 2010) [82] se construye el patrón básico  $P \in K$ . En el nivel de complejidad  $i - 1$ , se encuentran las *instancias* y los *axiomas*, que son elementos constitutivos

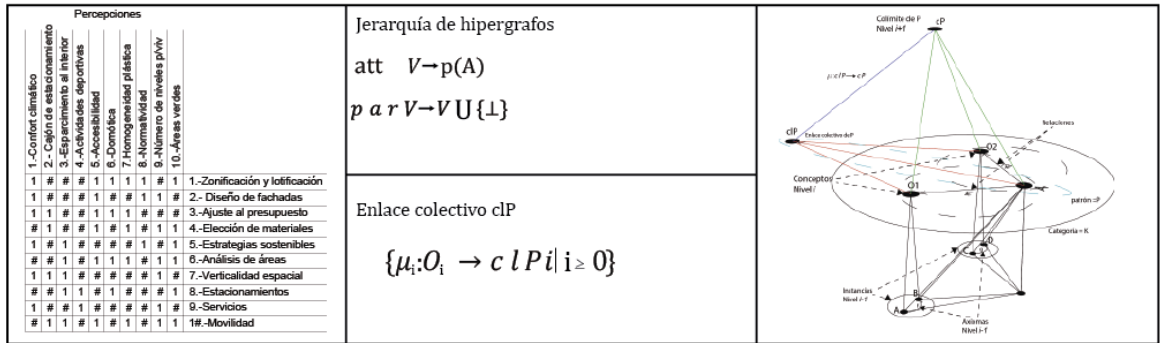
Nivel  $i + 2$   
( $i - 1$ )'



Nivel  $i + 1$



Nivel  $i$



Nivel  $i - 1$

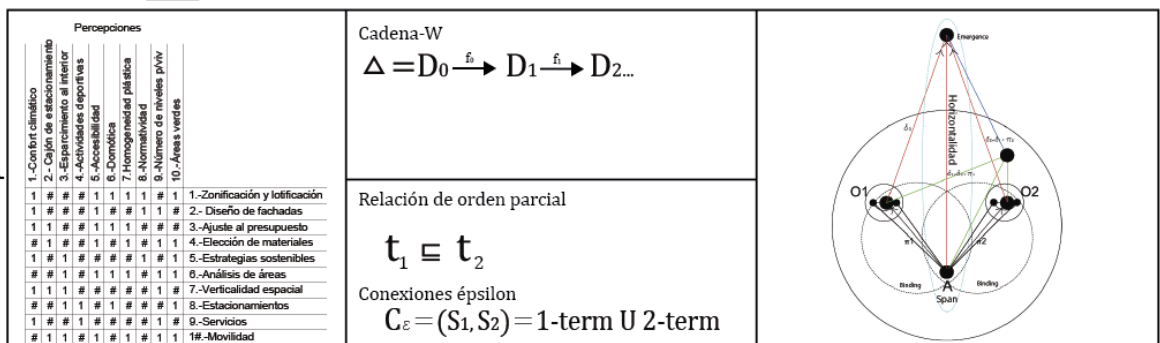


Figura 4.22: Concentrador Fuente: Elaboración propia, 2015.

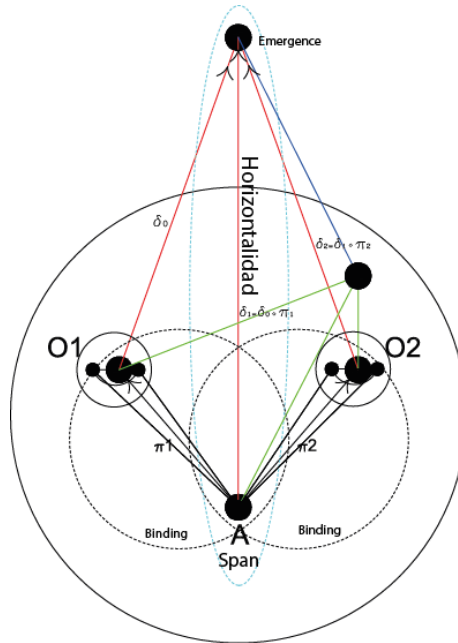


Figura 4.23: La horizontalidad se propone, como la comunicación funcional entre la vinculación y la emergencia Fuente: Elaboración propia, 2015

de los *conceptos*; estas instancias se vinculan a un concepto  $A$ , que actuará en el nivel de complejidad  $i$ , como un dominio común entre ontologías heterogéneas, y que pretende resolver el problema del alineamiento y la combinación. En el nivel de complejidad  $i$ , se tienen tres conceptos, (que en este caso son ontologías):  $O_1, O_2, A$  y dos morfismos  $\pi_1, \pi_2$  estos últimos se consideran en este nivel como *relaciones*, en términos de la construcción ontológica como se aprecia en la Figura 4.23

El enlace colectivo  $cP$  es un objeto generado a partir de la verificación de conmutatividad del patrón y sus objetos, de forma similar al colímite, este objeto generaliza los objetos del patrón y sus relaciones, sin embargo se mantiene en el mismo nivel. En el nivel  $i+1$  se presenta el colímite  $cP$ , un objeto isomorfo al patrón en su conjunto (Pierce, 1991)[88], y que sirve de enlace a patrones de mayor complejidad.

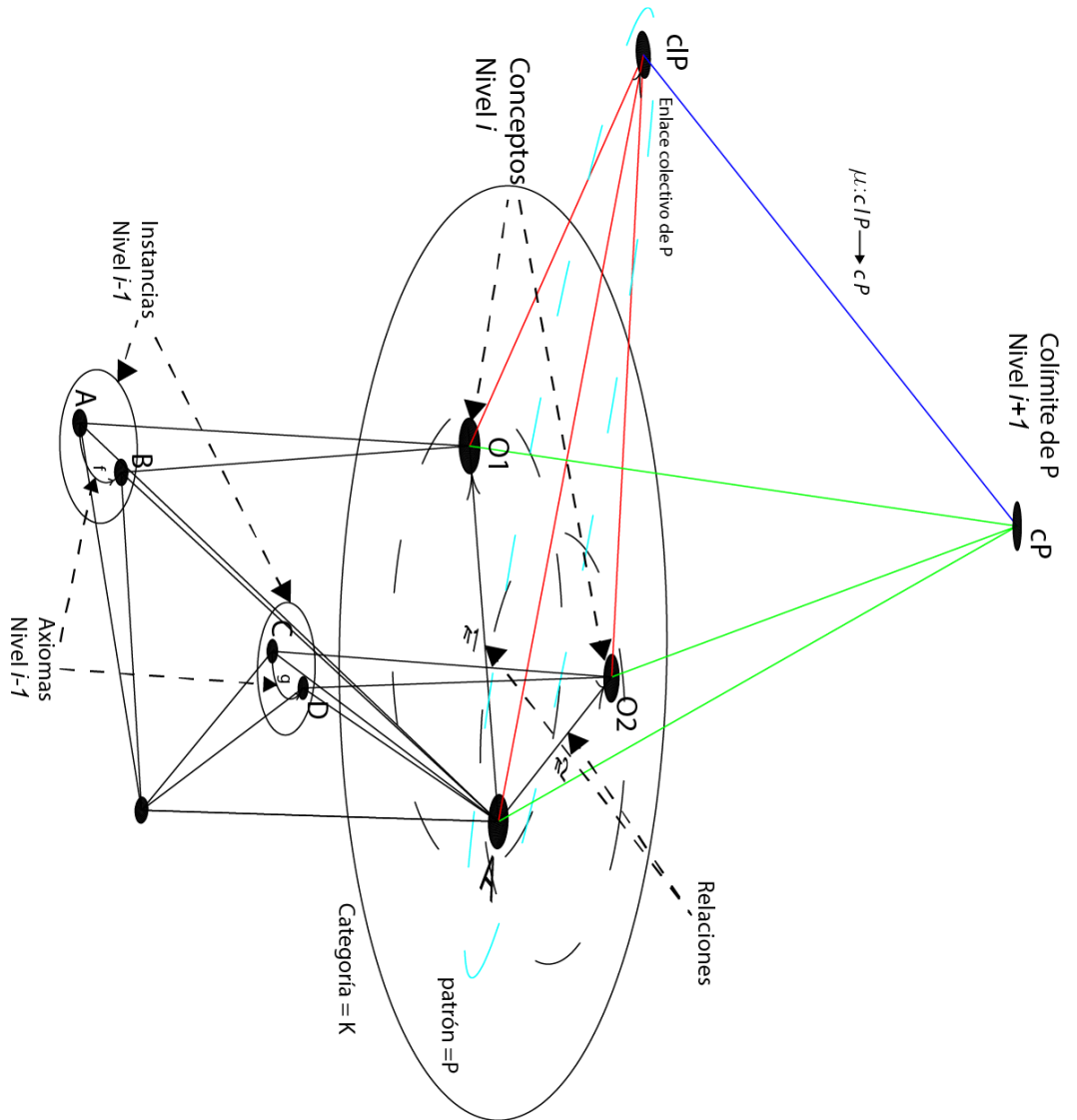


Figura 4.24: La horizontalidad se propone, como la comunicación funcional entre la vinculación y la emergencia Fuente: Elaboración propia, 2015



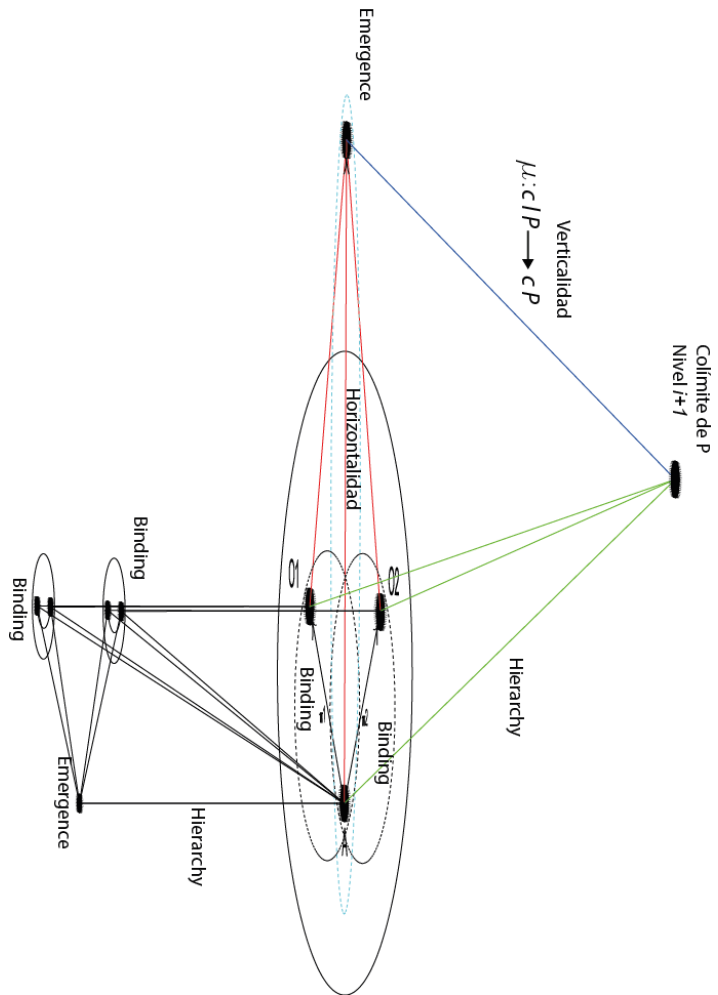


Figura 4.25: La verticalidad se propone, como la comunicación funcional entre la *emergencia* y la *jerarquía*. Fuente: Elaboración propia, 2015

## 4.12. Discusión

La metaconstrucción propuesta se erige como un modelo que procure visualizar el “conocimiento sobre el conocimiento” en el proceso de diseño (arquitectónico principal, pero no exclusivamente). Se sirve del lenguaje para identificar y estructurar unidades de sentido a partir de significantes mínimos, que se complejifican a través del tiempo. Este proceso debe realizarse, necesariamente, como una abstracción de los fenómenos expresados en lenguaje coloquial. Este modelo transita por la taxonomía metateórica de Love y vuelve mas precisa y rigurosa la praxis diseñador-tecnología de Fischer y Giaccardi.

Es un modelo heurístico que dota de una mayor rigurosidad las operaciones de decisión en el diseño, pero es lo suficientemente dinámico como para adaptarse al paso del tiempo. Este modelo ofrece cursos de acción posibles y no propiamente una solución final a los problemas de la disciplina. El uso de ontologías computacionales, permite la creación de categorías regidas por los mismos axiomas, y que pueden homogeneizarse en términos de sus relaciones e instancias, para comunicarse mutuamente a nivel conceptual y formar una base de conocimiento dinámica y adaptable, que conserve los registros de sus operaciones y que acepte dominios heterogeneos. Los grafos jerárquicos identifican y etiquetan los objetos y las operaciones realizadas en distintos niveles de abstracción, diferenciando la jerarquía a nivel instancia, de la jerarquía a nivel concepto.

Por su parte, los clasificadores de aprendizaje se convierten en el proceso de razonamiento de esta meta-estructura, por medio de la evaluación de la población y la premiación de las mejores reglas introducidas en ellos. Cabe hacer mención, que el uso de un sistema híbrido pretende complementar las debilidades que cada sistema tiene por separado. Tanto los sistemas evolutivos de memoria como los clasificadores de aprendizaje, trabajan sólo con lo que ha sido ingresado previamente. Los clasificadores por sí mismos, si bien pueden modificar y anticipar los conjuntos de reglas, dependen de la población inicial. Esta población inicial es dada por los patrones evolutivos de memoria. Es en la interacción entre ambos sistemas que puede vislumbrarse la metaestructura en su totalidad.

---

## Capítulo 5

# Conclusiones y perspectivas

*Amo la simplicidad externa que  
cobija una gran complejidad  
interna.*

---

René Lavant

Los argumentos de nuestra investigación, han servido para apuntar a una forma diferente de concebir la relación entre el diseño como campo de conocimiento, el pensamiento científico, los medios tecnológicos, y la filosofía como elemento de integración entre ellas.

Los resultados obtenidos por la investigación sirven para comprender que la mera analogía es insuficiente para reconocer y generar construcciones conceptuales satisfactorias en entornos complejos, no sólo se trata de analogía por mero formalismo en la representación, sino también de la percepción ingenua que implica trasladar irreflexivamente elementos de un dominio a otro. Se construye una plataforma conceptual, que sirve para distinguir e identificar las posibilidades y los recursos generales con que los procesos conceptuales en el diseño cuentan: desde el proceso analógico-simbólico, hasta nuestra representación formal del conocimiento y diseño complejo.

En la Figura 5 se mostró un comparativo de estas etapas, en contraste con las ventajas del modelo propuesto aquí. De acuerdo con esta tabla, Los aspectos principales

que el modelo propone y que se diferencia de los métodos de diseño que el estado del arte prevé son: la respuesta ante la incertidumbre por medio de los procesos evolutivos de los clasificadores, la composición multidominios del patrón mediante el proceso de complejificación, que permite al patrón en un estado determinado  $Q$ , anticipar y adaptarse a modificaciones en un estado  $Q'$ , la distinción entre la emergencia y la jerarquía, mediante el uso de ontologías computacionales e hipergrafos jerárquicos, que aplicados a los sistemas evolutivos de memoria, priorizan el enfoque de aplicación de la lógica formal en el diseño para el tratamiento de la complejidad, y el resguardo de operaciones y objetos en una base de conocimiento global, que permita a los agentes computacionales involucrados y al diseñador como desarrollador y usuario, recordar y reusar en su momento, vectores que no fueran utilizados como opciones ganadoras por los clasificadores.

**Del objetivo principal** Se logró la interpolación multidisciplinaria entre diseño y computación, tomando la filosofía como fundamento de cohesión. La implementación de esta interpolación se encuentra aún en etapa de modelado, y es necesario continuar el trabajo sobre el lenguaje computacional, que servirá para validar los enlaces y los tipos específicos de relaciones entre clases, para la realización, primero, de una categoría que actúe como *biblioteca* en el nivel  $i - 1$ , para el resguardo de un conjunto de vectores cuyo uso sea posible, pero que no hayan sido contemplados inicialmente, o hayan sido descartados en un proceso de selección por el clasificador. Esta es una de las componentes buscadas para la dotación de memoria de los objetos, y posteriormente, lograr un registro de los procesos efectuados por el clasificador, para conservar un registro de las acciones llevadas a cabo durante el proyecto de diseño. Esto permite una optimización dinámica de los procesos de diseño, porque permite visualizar que lo que es óptimo en el estado  $Q$  mencionado anteriormente, es posible que no lo sea con la incorporación de un patrón adicional en el estado  $Q'$ .

**Del pensamiento matemático como enlace multidisciplinario** Se ha comprobado a lo largo de la investigación, que el pensamiento topológico extenso adopta diversas formas de interpretación.

La integración de la reducción *forma-sustancia* que Mazzola analiza en el terreno

	1.- DISEÑO SIMBÓLICO ANALÓGICO	2.- DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA I (MANUAL)	3.- DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA II (PARAMÉTRICO)	4.- REPRESENTACIÓN FORMAL DEL CONOCIMIENTO Y DISEÑO COMPLEJO (TOPOS)
-Base de conocimiento compleja	X	X	X	✓
-Representación simbólica del objeto	✓	✓	✓	✓
-Uso de algoritmos evolutivos para resolver forma	X	X	✓	✓
-Uso de algoritmos evolutivos para resolver función	X	X	X	✓
-Método de prueba y error	✓	✓	✓	✓
-Método de predicción y aprendizaje	X	X	X	✓
-Pensamiento métrico para el diseño	✓	✓	✓	✓
-Pensamiento topológico para el diseño	X	X	✓	✓
-Formalización del conocimiento y uso de lógicas formales	X	X	X	✓
-Uso de geometrías no euclidianas	X	X	✓	✓
-Distingue emergencia y jerarquía	X	X	X	✓
-Acepta y asimila múltiples dominios	X	X	X	✓
-Responde al tiempo	X	X	✓	✓
-Responde a incertidumbre	X	X	X	✓

Figura 5.1: tabla comparativa entre las etapas de diseño detectadas en el estado del arte y la propuesta de la investigación. Fuente:elaboración propia 2015.

de la musicología matemática, se asocia a la postura fenomenológica del espacio en arquitectura planteada por Camacho, esta propuesta actualiza la reducción fenomenológica *espacio-masa*, y la vuelve apta para descontextualizarse en cierto momento, de la obligatoriedad de la materia para la construcción del espacio, y justificar el discurso de lo virtual, la semántica en los procesos conceptuales desde la perspectiva de la ciencia computacional y la apertura a las lógicas formales como área de estudio, de acuerdo con los antecedentes vistos en el estado del arte.

De acuerdo con las comparaciones metodológicas y procesales entre los grafos jerárquicos, los sistemas evolutivos de memoria y la creación de ontologías, analizadas en diferentes tiempos de la investigación, podemos inferir un argumento importante para el estudio científico del Diseño en complejidad (a reserva de su posterior demostración formal): Los procesos complejos de conceptualización y estructuración jerárquica, que se componen de colecciones de objetos y funciones de transformación asociadas, operan formalmente bajo espacios topológicos de la forma  $(X, \tau)$ , donde  $X$  es un conjunto, y una topología es una colección  $\tau$  de subconjuntos de  $X$ , llamados conjuntos abiertos. (Ver: 3.4.5)

La teoría de grupos aplicada al estudio de la musicología matemática, es un campo extenso, que como se ha descrito aquí, ofrece una primera instancia de aproximación entre las entidades geométricas y algebraicas

**De la estructura multidomnios** Se recurrió a un sistema híbrido en el que es posible figurar la esencia fenomenológica de los objetos en el diseño arquitectónico mediante la organización semántica de sus componentes y que figure como el enlace multidisciplinario buscado al inicio de la investigación. Las ontologías computacionales desempeñan el papel de actores de estos dominios para la construcción de la realidad compleja.

**De la fijación mental en los procesos de composición** Como se ha mencionado anteriormente, A lo largo de la investigación, este punto se ha tenido en consideración de forma implícita, puesto que la composición, tanto musical como arquitectónica, cedió su preponderancia investigativa, en función de la manera en la que el proceso de diseño se lleva a cabo, y como habríamos de poder optimizarlo

en un entorno complejo e incierto. Una vez que se ha consolidado nuestro modelo teórico, podrá justificarse nuevamente, la forma específica en la que las instancias compositivas heterogeneas (musicales, espaciales, literarias, abstractas, figurativas) se aproximan mediante las descomposición de sus elementos significativos mínimos, haciéndolos operar como se ha visto en el capítulo anterior.

**De los lenguajes intermedios** La prioridad de establecer un sistema que se origine de estas entidades lingüísticas está en función de utilizar una aproximación que concilie elementos abstractos, plásticos, simbólicos, cuantitativos y cualitativos, en donde no es posible recurrir a la ciencia positiva como paradigma explicativo de los procesos de diseño. Tal como se mencionó en el capítulo anterior, el GXCS posibilita computacionalmente hablando, el uso de elementos de naturaleza heterogenea que no se restringen al campo binario para la construcción de los vectores de población. Se ha deseado demostrar que los planteamientos de la *topogénesis*, si bien han sido parteaguas en el acercamiento de sistematizaciones que impliquen transversalidad entre estructuras científicas, lógicas y retóricas, no bastan por sí mismos para explicar la génesis de los lugares para vivir desde una perspectiva compleja, y menos aún para plantear que la arquitectura se reduce a la generación de estos *lugares para vivir*. La topología en el discurso de la topogénesis es vista como una herramienta retórica que significa las relaciones abstractas de proximidad y vecindad, con la psique del ente humano y cómo éste construye sus primeras relaciones simbólicas bajo este supuesto, dándole a las relaciones conceptuales en forma, un status lógico más profundo.

En este trabajo se ha elegido considerar las relaciones conceptuales como contenedoras de las relaciones simbólicas; si bien el cerebro del ser humano lee primero estas últimas, lo que hemos propuesto aquí, es una sistematización de esas lecturas en un ambiente multidominio. No obstante, mediante el estudio fenomenológico de las estructuras matemáticas y del pensamiento topológico extenso como una actitud con la que nos dirigimos al estudio del diseño en otros paradigmas, es posible dotar al diseño como campo de conocimiento, de la rigurosidad requerida por los campos científicos formales.

La integración del pensamiento topológico en el diseño toma como base inicial el *topos* de la música de Mazzola, si bien se ha obviado lo relacionado con los ob-

jetos más complicados de esta teoría, sobre todo lo relacionado a la geometría algebraica, el seguimiento de estas relaciones es un asunto relevante para líneas de trabajo posterior, así como las tres componentes de esta propuesta de pensamiento: geométrico-espacial, conceptual y multidisciplinario.

El objetivo inicial de la inclusión de las ontologías computacionales en la investigación, era ofrecer un punto de comparación con las definiciones conceptuales que se realizan en el campo de las ciencias de la computación, y su análisis profundo había pasado inadvertido en un primer momento, sin embargo, al encontrar referentes tardíos en el estado del arte, y a raíz de la estancia de investigación en el área de inteligencia artificial del Cinvestav, esta línea se convirtió en un aspecto clave para la conformación funcional del modelo. Es necesario continuar su estudio posteriormente, y aportar diferencias entre los autores que hacen investigación en el aspecto eminentemente funcional del diseño arquitectónico, y usar los mismos recursos para integrar otros factores de espectro más amplio.

El modelado en UML es uno de los puntos necesarios que se deben realizar en la etapa de modelización y que se dejan como trabajo futuro, hacia el paso de la codificación del sistema propuesto.

Se ha definido que el modelo trabajará en entornos *no markovianos*, con el fin de aprovechar el potencial de memoria para recordar las operaciones realizadas en un proceso de diseño, sin embargo, la memoria computacional es un tema cuyo estudio se ha descartado en un primer momento, y que sin embargo, requiere de un análisis más profundo, a fin de poder establecer con mayor certeza, el registro máximo de operaciones en un entorno estable.

A medida que la apertura a la utilización de estos métodos se vuelve mayor, es imprescindible también, modificar nuestros criterios sobre los resultados obtenidos. Es decir, cuando la concepción tradicional de la arquitectura persigue los parámetros tradicionales, la implicación del uso de procedimientos computacionales genera resistencias, sin embargo el equilibrio entre la sensibilidad y la razón es más que posible.



## 5.1. Limitaciones

El refinamiento del modelo, sobre todo en lo concerniente a la comunicación interna de ontologías y la resolución del problema de heterogeneidad semántica, se aborda parcialmente. No obstante es necesario profundizar en la problemática específica planteada por autores que consideran un enfoque más puntual de los requerimientos para la resolución de este problema. De acuerdo con nuestras observaciones, las conexiones  $\epsilon$  y los arreglos categóricos se apegan al principio de existencia de un conjunto que represente la unión de dos conjuntos con elementos ajenos entre ellos, y del que pueda extraerse un dominio común, sin embargo, esto todavía no parece suficiente para resolver satisfactoriamente la vinculación entre un dominio como el de la música y otro como la arquitectura. Los avances vistos en el estudio de estas ontologías se perciben restringidos aún, al ámbito constructivo de la arquitectura.

Ante la ausencia de procesos de validación de convergencia en el clasificador se optó por construir una estructura híbrida, y diferenciar la base de conocimiento del proceso de razonamiento, de tal forma que el sistema sea capaz de reconocer los vectores de nuevas reglas y poder determinar cursos posibles de acción

La etapa de implementación computacional será factible a mediano plazo, cuando sea posible integrar las componentes del modelo,

Por medio de la información abstracta obtenida de un motivo musical (INPUT), es posible generar un modelo matemático y verterla en una matriz cuya salida (OUTPUT) sea geométrica; de manera análoga, la información numérica de un cuerpo geométrico puede ser sujeta a un proceso de musicalización.

Se reconoce de igual forma, que el contenido y la expresión de esta investigación se ha enfocado principalmente al desarrollo filosófico y matemático-computacional del modelo, sobre su facilidad de comprensión para el lector no especializado. Deberá trabajarse en los recursos pedagógicos más adecuados para simplificar y hacer accesible los temas al lector común.

## 5.2. Trabajo en curso

El trabajo en curso se enfoca en la utilización del modelo para poder plantear problemáticas de diseño a diferentes niveles, a partir del diseño de un objeto simple,

hasta la construcción de un sistema urbano complejo (el sistema complejo espacial más grande que existe), mediante la complejificación de las estructuras involucradas en el modelo. Existen puntos filosóficos esenciales, como las formas sintéticas apriori, las representaciones arquetípicas, los topos retóricos, que alternan históricamente su cercanía con el cuerpo de estudio de las categorías matemáticas, las instancias conceptuales, las representaciones simbólicas y abstractas, y que serán tema de estudio para trabajos posteriores, puesto que son sectores de conocimiento aún inexplorados que guardan relación con el ámbito creativo del diseño. Los autores de la teoría de sistemas evolutivos de memoria han desarrollado también, una línea de investigación sobre procesos creativos anticipativos, tomando como base el diseño y desarrollo de patrones categóricos, siguiendo dos pautas principales: Un principio de multiplicidad y un núcleo arquetípico que modifica el comportamiento de los patrones mediante el proceso de complejificación y se consolida como una estructura polisémica multidominios, que es en esencia, lo que se ha propuesto construir en este trabajo.

La experimentación específica sobre la categoría músico-espacial puede verse ahora como un caso particular de este modelo categórico, en el que los elementos musicales y los espaciales pueden homologarse mediante una categoría común cuyo funtor es un conjunto de transformaciones algebraicas, y prevér un conjunto de propuestas para concebir su conformación espacial. Por otra parte, se desarrollan actualmente, trabajos relacionados con la horizontalidad y verticalidad en el diseño entendiéndola como las relaciones *vinculación-emergencia* y *emergencia-jerarquía*. También se continúa trabajando con la generación de reglas para los clasificadores y su comunicación con las bases de memoria consolidadas por los modelos evolutivos.

Las líneas posteriores de investigación para este trabajo, se refieren además, a la preeminencia del pensamiento matemático para la resolución de problemas en complejidad. Los avances en el estado del arte mediante la construcción de lógicas formales que ofrecen ontologías computacionales para resolver problemas espaciales de diseño, han abierto un campo semidesconocido de investigación en la disciplina. Sin embargo, existen problemas que quedan por resolver.

**Sobre el viraje filosófico del diseño y apreciaciones finales** Por último, resta hacer una reflexión sobre los prolegómenos de esta investigación, con respecto a la ontología, la epistemología y la dialéctica del diseño, sobre la postura personal acerca de un cambio necesario en ellas, y cómo esta investigación ha pretendido aportar a la cuestión.

Durante el transcurso de la investigación, se ha percibido que la visión sobre una Ontología del diseño arquitectónico concibe una relación espacial entre el diseñador y la materia, que se vincula en todos los casos, a un entorno físico construido. El *Topos* propuesto aquí, es una estructura de convergencia entre elementos de distintas naturalezas, que trascienden de la visión particular de las disciplinas involucradas en un problema específico; que se suscribe a la Ontología (filosófica), como un estudio amplificado de la *realidad*, en cuanto ésta se manifiesta: ante el diseñador como individuo, ante el colectivo de profesionales de diseño, y ante los profesionales de disciplinas ajenas al diseño, que abordan el mismo problema desde su propia perspectiva, y vuelven pertinente la utilización de ontologías (computacionales) como construcciones de los ambientes específicos de cada dominio disciplinar para resolver el mismo problema y que miran lo que no es posible mirar desde nuestra posición.

### 5.3. Productos

*Artículos arbitrados:*

- Ser y fenómeno: Reflexión hacia una estructura del conocimiento estético: del constructivismo ontogenético a la fenomenología onto-poética, *Pragma, Vol. 11, 2014*.
- Construcción metateórica del topos: entre la retórica cultural y las implicaciones computacionales de la complejidad, *Revista de diseño, Universidad de Chile*, en prensa, 2015.

*Participaciones en congresos:*

- Medios digitales en la educación ética para el diseño arquitectónico: Aproximación epistémica a la representación global de lo virtual. 86 ASINEA, Toluca Edo. Mex., 2011
- Entre utopías y utopismos: El individuo ético como constructor del espacio social en el siglo XXI, 87 ASINEA, Aguascalientes, 2012.
- Aproximación topológica al lenguaje geométrico como herramienta simbólica de desarrollo del lugar, Coloquio internacional de diseño, Toluca, Edo. Mex., 2012.
- Inteligencia artificial y paradigmas conceptuales en el diseño ¿final o renacimiento del conceptuante?, 90 ASINEA, Veracruz, 2013.
- Educación para el diseño arquitectónico en el siglo XXI: conceptualización compleja y pensamiento topológico, 93 ASINEA, Morelia, 2015.
- Topos como metaestructura lógico-conceptual para el diseño: del simbolismo analógico a la inteligencia artificial. Congreso FAYD, Toluca Edo. Mex., 2015

*Drafts:*

- Contrucción metateórica del topos en el diseño arquitectónico: integración semántica y ontologías en complejidad.
- metadiseño complejidad y jerarquización de ontologías
- teoría de categorías y representación del diseño arquitectónico

*Abstracts enviados a congresos:*

- Topos: An approaching of memory evolutive systems for complexification in architectural design processes, Nexus journal conference 2016.
- Group theory and its implications in category theory as generator for abstract conceptual mappings in architectural design, Nexus journal conference 2016.

**A.M.D.G.**

---

# Appendices

---

# Apéndice A

## Sistemas evolutivos de memoria

En esta sección, se enuncian los conceptos más importantes de los sistemas evolutivos de memoria, relacionados con la teoría de categorías, de acuerdo con Ehresmann y Vanbremeersch, (2007)[33].

Para una revisión rápida ver (Brown, 2009)[20]

### A.1. Fundamentos

**Definición:** Una **categoría** es el par de un grafo (llamado su grafo subyacente) y una ley de composición interna sobre este grafo. La composición asocia con cada camino  $(f_i)$  de largo 2 desde  $A$  hasta  $C$ , una flecha del grafo desde  $A$  hasta  $C$ , llamada el *composite* del camino, y denotada por  $fg$ , así los siguientes axiomas se satisfacen:

1. **Asociatividad:** Si  $(f, h)$  es un camino de largo 3, los dos composites  $f(gh)$  y  $(fg)h$  son iguales (por eso pueden denotarse sin ambigüedades como  $fgh$ ). Se sigue que un único composite también se asocia a cualquier camino (invarianza de la ruta).
2. **Identities:** A cada vértice  $A$  le corresponde una flecha cerrada  $i_A$  desde  $A$  hasta  $A$ , llamada la identidad de  $A$ , cuyo composite sobre la derecha o sobre

la izquierda con una flecha es igual a su otra flecha.

Los vértices en el grafo son llamados *objetos* de la categoría y las flechas *morfismos*, las denomina a menudo enlaces. Una flecha  $f$  es un *isomorfismo* si existe una flecha, llamada su inversa y denotada por  $f^{-1}$  tal que los composites  $ff^{-1}$  y  $f^{-1}f$  están definidos y se reducen a las identidades (esta inversa es entonces, única).

Una categoría en la que todas las flechas son isomorfismos se llama *grupoide*. De esta manera, una categoría se forma por objetos y por flechas ligándolos (como en un grafo) pero en una categoría tenemos también una regla para componer flechas sucesivas. Las flechas y su composición juegan un papel esencial, porque determinan el comportamiento de un objeto  $A$ , con respecto a otros objetos, como se caracterizan de acuerdo a la clase de flechas que salen o que llegan a  $A$ . Lo que importa no es la naturaleza del objeto mismo, ni su construcción, ni su estructura interna independiente del contexto, sino la manera en la que estos interactúan con otros objetos a través de las flechas. Contrario a otras teorías matemáticas más clásicas donde el énfasis se pone en los objetos, son los morfismos los que se privilegian.

- Una categoría es finita si tiene solo un número finito de objetos y flechas.
- Dada una categoría se obtiene una categoría opuesta (o dual) conservando los mismos objetos, pero invirtiendo todas las flechas.
- Si  $K$  es una categoría, una sub-categoría de  $K$ , es una categoría  $H$ , cuyo grafo subyacente es un sub-grafo de  $K$  y cuya ley de composición es una restricción de ésta en  $K$ , así las identidades y composites en  $H$  son los mismos que en  $K$ , de otra forma, un sub-grafo  $H$  define una sub-categoría de  $K$  si lo contiene. Con un vértice en  $H$ , su identidad en  $K$ ; y con un camino de  $H$ , su composite en  $K$ .
- Una sub-categoría  $H$  está llena si, para cada dos objetos en  $H$ , estos contienen todas las flechas que hay entre ellos y  $K$ .

## A.2. Funtores

A un nivel más alto de comprensión, una categoría puede considerarse a sí misma como un objeto (de un tipo particular) entonces, cómo puede definirse apropiadamente la relación entre categorías? Estas relaciones se llaman *funtores*, homeomorfismos para la estructura del grafo que preservan la ley de composición y las identidades.

**Definición:** Sean  $K$  y  $K'$  dos categorías. Un functor de  $K$  a  $K'$  es un grafo homeomorfismo  $p$  desde  $K$  (considerado como un grafo) a  $K'$ , que satisface las siguientes condiciones:

1. Mapea un composite  $fg$  de dos flechas  $f$  y  $g$  sobre el composite  $(f)(g)$  de sus imágenes por  $p : P(fg) = p(f)p(g)$ .
2. Para cada objeto  $A$  de  $K$ , mapea la identidad de  $A$  en la identidad de  $pA$ .

Geoméricamente, la primera condición significa que un functor transforma un triángulo conmutativo en un triángulo conmutativo ( ) de manera más general, un functor transforma un diagrama conmutativo en un diagrama conmutativo. Si  $H$  es una sub-categoría de  $K$ , el functor de inserción de  $H$  a  $K$ , mapea un objeto o flecha de  $H$  en el mismo elemento de  $K$ .

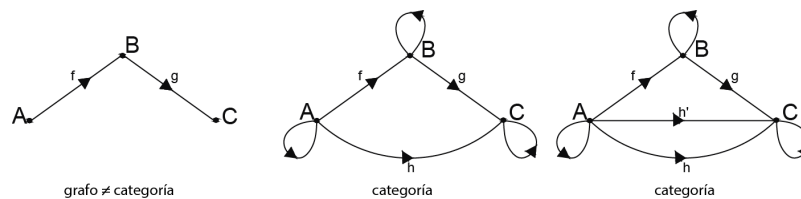


Figura A.1: Diferencia entre un grafo y una categoría. Fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007.

Para determinar la diferencia entre un grafo y una categoría, considérense las imágenes mostradas en la figura A.1, la primera tiene sólo dos flechas sucesivas  $f$  y  $g$  no puede conformar una categoría, puesto que el camino  $(f, g)$  que se forma, no



puede tener un *composite* en el grafo (no existe una flecha de  $A$  hacia  $C$ ) y no hay flechas de identidad. la segunda imagen se obtiene agregando una flecha de  $A$  hacia  $C$  y flechas cerradas, genera una categoría de una y sólo una forma, tomando una única flecha  $h$  de  $A$  hacia  $C$ , para ser el *composite* de  $f$  y  $g$  y las flechas cerradas como identidades. El tercer grafo, donde hay 2 flechas  $h$  de  $A$  hacia  $C$ , genera una categoría si se elige  $h$  como el *composite* de  $f$  y  $g$ , pero subyace otra categoría si se elige  $h'$  como *composite* de  $f$  y  $g$ . Esto muestra que la estructura de una categoría impone mas restricciones que un grafo, puesto que esta categoría consiste en un grafo y una regla de composición, especificando una regla de composición interna sobre los caminos del grafo, donde el mismo grafo puede crear varias categorías, o ninguna.

En el esquema categórico, los objetos representan los componentes del sistema en un momento dado, y las flechas (llamadas enlaces), sus interrelaciones. En los sistemas complejos, es posible distinguir componentes que actúan en varios niveles de complejidad. De cualquier modo, en una categoría, los objetos mismos no tienen características distintivas (**ver figura 2.9**) y la única información que se tiene, proviene de sus enlaces. Cómo pueden usarse estos enlaces para reconocer que un objeto dado es complejo, en el sentido de tener una organización interna que permite a sus componentes actuar de forma sinérgica? Primero se define la estructura de una organización como una familia de objetos que interactúan entre sí, que se denomina un *patrón* de la categoría. Se define un patrón, independientemente del hecho de que pueda o no, definir la organización interna de un objeto complejo.

La representación de un objeto complejo  $C$  de una categoría  $K$  puede pensarse como un sistema por si mismo, parece natural representarlo por un grafo  $G$ , y relacionar el grafo  $G$  con la categoría  $K$ . la primera idea es que  $G$  es un sub-grafo de  $K$ , sin embargo esta representación no siempre es adecuada. Esta es la cuestión de la función que un componente de la organización interna  $P$  de  $C$  ejecuta. El problema es que el mismo objeto de  $K$  puede ejecutar diferentes funciones dentro de  $P$  y estas deben diferenciarse en la organización, puesto que efectúan diferentes partes.

De este modo, la definición rigurosa de un patrón  $P$  en una categoría  $K$ , requiere de un nivel mayor de abstracción. Se disocia la organización formal del patrón, llamado el *sketch*, desde su implementación en el sistema. El sketch indica las diversas

funciones a considerar en esta organización, mientras la implementación determina qué objetos de la categoría cumplen estas diversas funciones, y cómo interactúan entre sí. El sketch se modela por un grafo  $sP$ , cuyos vértices no están enteramente descritos y se identifican solo formalmente. Estos sirven únicamente como índices, sus flechas determinan enlaces entre los componentes. Su implementación en la categoría asocia a cada vértice del sketch, un enlace entre los objetos correspondientes. De otra manera, el sketch permite disociar la forma de la materia, que informa, de manera muy similar a la disociación platónica del objeto ideal, la forma pura, de su sombra material o implementación.

**Definición:** Un patrón  $P$  en una categoría  $K$  es el homeomorfismo de un grafo  $sP$  a  $K$ . El grafo  $sP$  se llama *sketch* (o esquema diagramático) del patrón, y sus vértices, los índices del patrón. Generalmente es finito. La implementación de  $P$  es la imagen en  $K$  del sketch bajo  $P$ . el par ordenado, consistente en un índice  $i$  y su imagen por  $P$  es llamado un *componente* del patrón, generalmente denotado por  $P_i$ . La imagen  $P(x)$  de  $P$  de un enlace  $x$  desde  $i$  hasta  $j$  en  $sP$  se conoce como *enlace distinguido* de  $P$  desde  $P_i$  a  $P_j$ . como se ve en la siguiente figura:

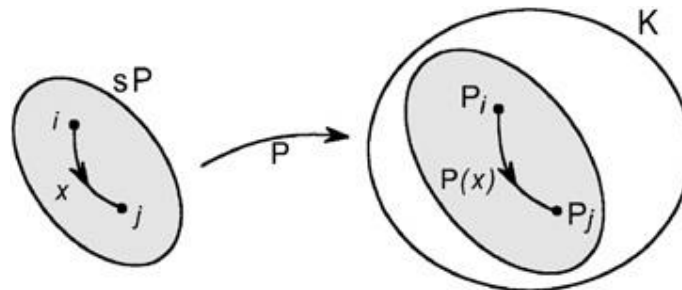


Figura A.2: Enlace distinguido en un patrón

De forma equivalente, un patrón  $P$  en la categoría  $K$  puede definirse como sigue:

Un conjunto finito  $I$  de índices de  $P$  y una familia  $(P_i)$  de objetos  $P_i$  de  $k$ , indexados por este conjunto. Los objetos  $P_i$  tomados con sus índices  $i$  son los componentes del patrón. Para cada par  $(i, j)$  de índices, un conjunto de enlaces de  $P_i$  a  $P_j$ , denominado los enlaces distinguidos de  $P$ , de la componente  $P_i$  a la componente  $P_j$ .

Con esta definición, el sketch de un patrón puede mantenerse en segundo plano, no

necesita ni siquiera, mencionarse explícitamente, si no se menciona el origen explícito del conjunto de índices. En la figura anterior,  $sP$  no se dibujara si se deduce fácilmente del contexto. Un patrón en el que los objetos de  $K$  asociados con diferentes índices son distintos, en otras palabras, donde  $Pi = Pj$  sí y solo sí  $i = j$ , reduce a un subgrafo de la categoría, que a su vez puede tomarse, tanto como su sketch como su implementación. De cualquier forma, en un patrón general  $P$ , el mismo objeto de  $K$  puede asociarse a diferentes índices, cada una de sus instancias corresponden a una función diferente, como se determina por los enlaces distinguidos del patrón. De esta manera, un objeto que aparece una vez en una configuración categórica de un sistema puede aparecer varias veces en el patrón, modelando el aspecto organizacional de un objeto complejo del sistema. Por ejemplo, supóngase que se tienen dos diferentes índices,  $i$  y  $j$ , y no obstante,  $Pi = Pj$ . Este objeto simple de  $K$  se denota como  $B$ , de esta forma:

$$i = B = Pj \text{ con } i \neq j$$

los enlaces distinguidos de  $P_i$  a otra componente  $P_k$  pueden, de acuerdo a esto, ser diferentes de aquellos que van de  $P_j$  a  $P_k$  incluso si todos son enlaces en la categoría de  $B$  a  $P_k$ . Diferentes patrones pueden tener el mismo sketch y se denominan como análogos. Estos representan diferentes implementaciones (o modelos, en el sentido de un modelo operativo) de la misma organización formal. Por ejemplo, dos equipos de futbol cuyos sketches describen la misma estructura formal (delanteros, medios, defensas, portero), pero las funciones correspondientes están cubiertas por elementos diferentes, cuyo comportamiento e interrelaciones en el equipo están condicionados por su rol. (Ehresmann, Vanbremeersch, 2007)

De manera más explícita, la suma de una familia de objetos  $P_i$  es un objeto en donde cada  $P_i$  es vinculado con un enlace  $S_i$  que satisface la condición universal: dada una familia de enlaces  $f_i$  desde  $P_i$  hacia cualquier objeto  $A$ , existe un y solo un enlace desde  $Sum$  hasta  $A$  cuyo *composite* con  $S_i$  es igual a  $f_i$  para cada índice  $i$ . Las propiedades de la suma reducen a aquella a sus componentes, sin introducir nuevas propiedades. Esto ilustra el reduccionismo clásico: el estudio de un objeto complejo puede hacerse a través de sus componentes, de esta manera, el todo es tratado como

algo no mayor a la suma de sus partes. Es diferente al caso de un objeto complejo  $C$ , que es el colímite de un patrón  $P$ , que tiene enlaces distinguidos por las ecuaciones de correlación asociadas a los enlaces colectivos, restringiendo el comportamiento de sus componentes.

El comportamiento de  $P_i$  puede ser muy diferente de acuerdo a su operación como un objeto individual o como un objeto de  $C$ , ya que el colímite singulariza las operaciones colectivas, hechas posibles si los diversos componentes cooperan por medio de estos enlaces.

### A.3. Enlaces colectivos

La razón para introducir patrones fue la caracterización de la organización interna de un objeto complejo, de cualquier forma, incluso cuando un patrón no representa la organización interna de un objeto en la categoría, sus componentes pueden representar algún comportamiento unificado que puede prestarse a estudio. Se han representado las interacciones entre los componentes de un sistema natural, en, o cerca de un momento dado, como una transferencia de materia, energía o información, o la imposición de restricciones, por medio de enlaces entre objetos en la configuración de la categoría en este momento. De cualquier forma, algunas interacciones pueden requerir la cooperación de diferentes componentes interrelacionados que forman un patrón, y podría no ser llevado a cabo si estos componentes actúan por separado. Estas interacciones cooperativas de un patrón se modelarán por los denominados enlaces colectivos del patrón. De otra forma, el comportamiento de cada componente debe ser coherente con el de los componentes a los que está conectado el patrón, por lo que se respetan las restricciones impuestas por los enlaces distinguidos. Así, en un enlace colectivo, los componentes del patrón operan en sinergia, sus acciones individuales se correlacionan a través de sus enlaces distinguidos.

Definición: Sea  $P$  un patrón en la categoría  $K$ , Un enlace colectivo de  $P$  hacia un objeto  $A$  de  $K$  se define como una familia  $F = (F_i)_{i \in I}$  de enlaces individuales de

$K$ . tales que:

- Asociado a cada índice  $i$  del patrón, hay un enlace  $f_i$  de la componente  $p_i$  hacia  $A$ ; Para cualquier flecha  $x$  de  $i$  a  $j$  en el sketch  $sP$ , la siguiente ecuación de correlación se satisface:

$$f_i = P(x)f_j. \tag{A.3.0}$$

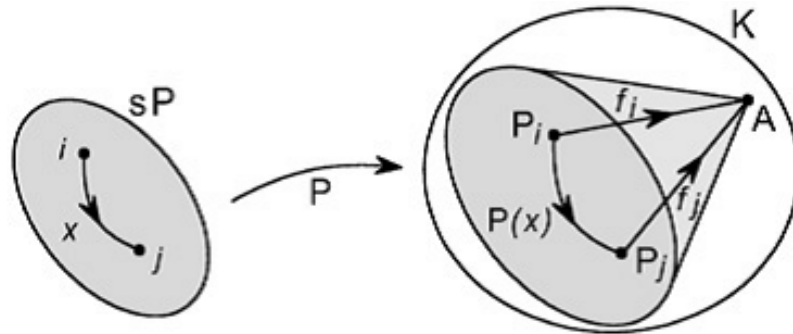


Figura A.3: Enlace colectivo en un patrón (fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007)

En teoría de categorías, un enlace colectivo es llamado también un cono con base  $P$  y vértice  $A$ , en términos categóricos,  $F$  define una transformación natural de  $P$  hacia el funtor constante en  $A$ . Una convención: si el conjunto de índices es claro en el contexto, para cada familia, la notación  $F = (F_i)_{i \in I}$  para un enlace colectivo generalmente se abrevia en  $(f_i)$ .

Los enlaces distinguidos del patrón restringen la libertad de los enlaces individuales  $f_i$  de un enlace colectivo  $(f_i)$  de  $P$  hacia  $A$ . De hecho, un enlace distinguido  $d$  de  $P_i$  a  $P_j$  indica que  $P_i$  interactúa con  $P_j$  a lo largo de  $d$ , y  $P_i$  debe coordinar su acción sobre  $A$ , con la acción  $f_j$  de  $p_j$  sobre  $A$ , la coordinación se realiza a lo largo de  $d$ , y de esta manera,  $f_i$  debe ser el composite  $df_j$  (de conformidad con las ecuaciones de correlación), si existe además un enlace distinguido de  $P_j$  a  $P_i$ , ambos componentes deben llegar a un acuerdo. Un componente  $P_i$  es libre sólo si no hay enlaces distinguidos desde, o hacia otros componentes. Esta restricción distingue las acciones colectivas del patrón desde las acciones individuales no coordinadas de sus

componentes. Entre mayor sea el número de enlaces distinguidos de un patrón, ms restricciones se imponen en un enlace colectivo por las ecuaciones de correlación y el número de enlaces colectivos posibles es menor.

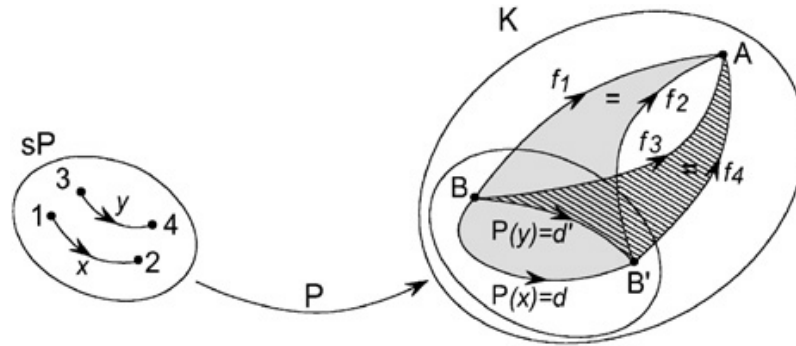


Figura A.4: Enlace colectivo en un patrón (fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007)

Los índices juegan también un papel importante. Si dos índices  $i$  y  $j$  corresponden al mismo objeto  $P_i = P_j$  de la categoría, los enlaces individuales asociados  $F_i$  y  $F_j$  pueden ser los mismos o diferentes. Por ejemplo:  $sP$  es el grafo con vértices 1, 2, 3, 4 y dos flechas  $x : 1 \rightarrow 2$  e  $y : 3 \rightarrow 4$ . Si  $B$  y  $B'$  son dos objetos de  $K$ , una puede tener un patrón  $p$  con cuatro componentes  $P_i$ , pero con  $P_1 = B = P_3$  y  $P_2 = B' = P_4$  Y con sólo un enlace distinguido  $d = P(x)$  de  $P_1$  a  $P_2$  y solo un enlace distinguido  $d' = P(y)$  de  $P_3$  a  $P_4$ , si bien  $d$  y  $d'$  son ambos enlaces de  $B$  a  $B'$  en  $K$ . En un enlace colectivo  $F = (f_1, f_2, f_3, f_4)$  las dos flechas  $f_1$  y  $f_3$  de  $B$  hacia  $A$ , junto con las dos flechas  $f_2$  y  $f_4$  de  $B'$  hacia  $A$ , deben satisfacer las ecuaciones de correlación:

$$f_1 = df_2 \text{ y } f_3 = df_4 \text{ (pero no } f_1df_2, \text{ ni } f_3df_4)$$

### A.4. campo operativo de un patrón

Naturalmente, un patrón en una categoría, no siempre representa la organización de un objeto complejo en esta categoría. De cualquier modo, un patrón  $P$  puede, por sí mismo, pensarse como un objeto de mayor nivel (en una categoría ms grande) integrando la organización de los componentes que interactúan de acuerdo a lo descrito por su sketch, con sus enlaces colectivos que representan por lo tanto, las acciones de este objeto de mayor nivel en otros objetos.

Definición: el campo operativo de un patrón  $P$  en la categoría  $K$  es la categoría  $\Omega P$  teniendo por objetos los enlaces colectivos  $F = (F_i)_{i \in I}$  desde  $P$  hacia todos los objetos  $A$  en la categoría, y en donde los enlaces desde  $F$  hacia otro enlace colectivo  $F' = (f'_i)$  de  $P$  hacia  $A$  son definidos por los enlaces  $h$  desde  $A$  hacia  $A$  en  $K$ , que correlacionan  $F$  y  $F'$  como:

$$f_i h = f'_i \text{ Para cada índice } i \text{ de } P.$$

Existe un functor "base" desde el campo operativo  $\Omega P$  de  $P$  hacia la categoría  $K$ , que mapea  $F$  a su objetivo  $A$ . Esto distingue los objetos sobre los cuales actúa el patrón, pero olvida el proceso por el cual se actúa sobre ellos (por ejemplo, olvida los enlaces del enlace colectivo). Un enlace colectivo modela una interacción entre un patrón y un objeto de la categoría. Ahora, un objeto de  $K$  puede identificarse bajo un patrón reducido a un único componente nombrando este objeto mismo. De esta forma, un enlace colectivo puede construirse como representando una interacción entre dos patrones, el segundo reducido a una componente. La extensión de la noción de un enlace colectivo a la noción general de interacción entre dos patrones, se llama *cluster*.

Nota: Sea  $P$  un patrón, si se reemplaza el sketch  $sP$  por la categoría de sus caminos, el patrón  $P$  puede ser extendido en un functor de dicha categoría hacia  $K$ , mapeando un camino sobre el composite de las imágenes de sus factores. Esto da un patrón  $P^+$  que tiene los mismos componentes de  $P$  y en donde los enlaces distinguidos son los enlaces distinguidos de  $P$  y de sus composites. Cualquier enlace colectivo de  $P$  hacia un objeto  $A$  define también un enlace colectivo desde  $P^+$  hacia  $A$  (de acuerdo a la asociatividad de la composición) as  $P$  y  $P^+$  tienen el mismo campo operativo. De esta manera, será útil la posibilidad de reemplazar  $P$  por  $P^+$ , por ejemplo, para considerar patrones que tengan una categoría para su sketch.

## A.5. Colímite de un patrón

La cooperación de los componentes de un patrón puede ser temporal, como en un grupo de personas que deciden reunirse para llevar a cabo una tarea particular,

de cualquier forma, si dura por un largo periodo de tiempo, su cooperación puede reforzarse, con alguna especialización de los roles de los diferentes miembros y finalmente, el grupo como tal puede tener su propia identidad y convertirse legalmente en una asociación profesional, enlazando a sus miembros y requiriendo que operen coherentemente para cumplir las funciones dedicadas a la asociación.

### A.5.1. El concepto matemático de colímite

Para una categoría  $K$ , dado un patrón  $P$  en  $K$ , existe un objeto particular de  $K$ , dígase  $cP$ , donde  $P$  representa una organización interna, así ¿ $cP$ ? actúa como un enlace de  $P$ ? Dos condiciones son necesarias y suficientes:

- Los componentes del patrón deben enlazarse coherentemente al objeto  $cP$ , así el desdoblamiento respeta los enlaces distinguidos y [...]
- Este desdoblamiento debe asegurar que  $cP$  es funcionalmente equivalente al patrón operado colectivamente.

Asúmase que se han modelado las acciones de un objeto en una categoría por sus enlaces con otros objetos y los de un patrón por sus enlaces colectivos. De este modo, la primera condición se refiere a la existencia de un enlace colectivo “enlazante” desde  $P$  hacia  $cP$ . La segunda significa que los enlaces de  $cP$  hacia cualquier objeto  $A$  están en correspondencia uno-a-uno con los enlaces colectivos de  $cP$  hacia  $A$ . En particular, el enlace colectivo vinculante hacia  $cP$  se enlaza en la identidad de  $cP$  (que es una acción particular de  $cP$  en sí misma). Esta situación es bien conocida en teoría de categorías, de hecho, significa que el objeto  $cP$  (si existe) es el colímite del patrón en la categoría.

**Definición:** Un objeto de la categoría  $K$  es denominado colímite de un patrón  $P$  en  $K$ , a menudo denotado como  $cP$ , si las dos siguientes condiciones se satisfacen:

- Existe un enlace colectivo  $(c_i)$  desde el patrón  $P$  hacia  $cP$ , llamado el enlace colectivo enlazante (o cono de colímite);  $c_i$  se llama vínculo de unión de  $P_i$  a  $cP$  (o simplemente, el vínculo de unión asociado al índice  $i$ ).



- (Propiedad universal) cada enlace colectivo  $F = (f_i)$  del patrón  $P$  a cualquier objeto  $A$  de  $K$ , se vincula a uno y sólo un enlace  $f$  desde  $cP$  hacia  $A$  que satisface las ecuaciones:

$$f_i = c_i f \text{ Para cada índice}$$

Esto implica que el enlace colectivo vinculante es un objeto inicial del campo operacional de  $P$ , significa que, para cualquier otro enlace colectivo  $F$ , existe una sola flecha  $f$  desde su enlace colectivo vinculante hacia  $F$  en este campo.

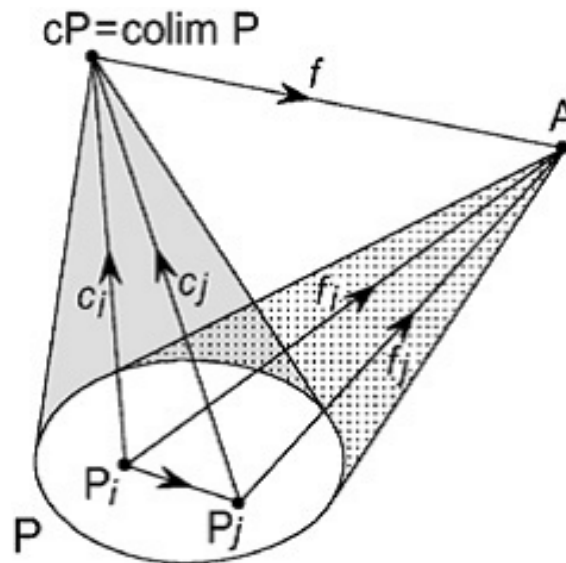


Figura A.5: El colímite de un patrón (fuente: Ehresmann, Vanbreemersch, 2007)

## A.6. El problema complejo de la vinculación:

De acuerdo con (Ehresman y Vanbreemersch, 2007)[33], El colímite de un patrón  $P$  puede verse como una actualización del potencial de sus componentes para operar coherentemente. Por eso se integran los componentes en un *todo* coherente, en lugar de sus comportamientos como si se tratara de elementos dispares. Por lo tanto, si un patrón tiene un colímite, puede llamarse un ensamblaje coherente, y su colímite, considerarse como un objeto mas complejo que sus componentes, el cual asume la

función de todo el ensamble. Se sigue que el colímite es una solución al problema de la vinculación definida como sigue:

**Definición:** El problema de producir un objeto que une (o pega) el patrón  $P$  en un objeto único con el mismo rol funcional y coherente es llamado el problema de la vinculación. El problema de la vinculación ha sido desarrollado en muchos dominios, por ejemplo, es útil en biología. Paton (1997,2001) enfatiza la importancia del proceso de pegado para el estudio de funciones. Un panal puede modelarse como la población de sus abejas con sus interacciones químicas, biológicas y sociales. De esta manera, la formación de un colímite en un patrón involucra propiedades tanto globales como locales.

1. **Localmente en la estructura:** la organización del patrón se hace más robusta y eficiente, los componentes se restringen a cooperar a través de sus enlaces distinguidos, y cada uno contribuye con el todo por medio de sus funciones específicas.
2. **Globalmente en la función:** las interacciones del colímite sobre cualquier objeto de la categoría se caracterizan como las interacciones colectivas del patrón donde se unen; la propiedad universal significa que el colímite es el objeto que mejor implementa la función operativa del patrón.

La propiedad global muestra que la existencia de un colímite impone restricciones sobre todos los objetos de la categoría, no solo en los componentes del patrón. Explica que la existencia de un colímite depende de una manera esencial de la categoría  $K$  donde el patrón es considerado. Si el mismo patrón (definido por sus componentes y enlaces distinguidos) se considera en otra categoría  $K$  (Por ejemplo, una categoría de la cual  $K$  es una sub-categoría) puede tener colímite en  $K$ , pero no en  $K$ . El proceso de complejificación, consiste en enlazar un patrón sin colímite en  $K$ , por medio de la construcción de una categoría más grande en la que pueda adquirir uno. Un ejemplo simple es el de un grupo de personas que siguen individualmente una actividad particular y que deciden crear una asociación formal. (Ehresmann, Vanbreemersch, 2007) [33] En sistemas naturales, el vínculo de un patrón por la formación de un colímite puede verse desde varios puntos de vista:

1. **Informacional:** mejorando la comunicación entre sus componentes a través

de sus enlaces distinguidos, de forma que restringe la libertad de sus componentes, asegurando una mejor cooperación, considerando al colímite como el objeto que mejor recaba información del patrón, la formación de un colímite implementa un principio de información máxima (en sentido análogo al principio info-max de Linsker, (2005)).

2. **Funcional:** la unión del patrón en el colímite permite a las acciones colectivas del patrón ser más eficientes (y posiblemente más rápidas); esto puede requerir una diferenciación de varios componentes y una mayor especialización interna de estos componentes por una división de las labores (Rashevsky, 1967,1968).
3. **Morfológico o desarrollante:** la emergencia de un objeto más complejo, cuya forma es una actualización del sketch en el patrón y que integra las diversas operaciones que un patrón puede realizar.
4. **Entrópico:** la formación de un macro-estado, admitiendo al patrón como un micro-estado.
5. **Newtoniano o mecanicista:** cuando los enlaces distinguidos del patrón son ponderados (por ejemplo, cuando la categoría se etiqueta), la formación de un colímite puede asegurar una modificación de sus pesos, que permite mayor coherencia y eficiencia en las interacciones.

## A.7. Descomposiciones de un objeto

Desde una perspectiva deductiva, el colímite puede considerarse como la solución al problema del desdoblamiento para el patrón, de cualquier forma la situación puede considerarse a la inversa: dado un objeto complejo  $C$ , encontrar un patrón del cual es el colímite. A este patrón se le conoce como descomposición de  $C$ . De esta forma, el colímite  $C$  es visto como un objeto complejo (O una hiperestructura en el sentido de Baas, 1992) de la cual el patrón representa una organización interna, los componentes del patrón que se asumen como los componentes de  $C$ . De cualquier modo, mientras

el patrón determina su colímite, si existe, de una forma única, (como un isomorfismo) la inversa no es verdadera, para el mismo objeto pueden existir diferentes descomposiciones. Intuitivamente, el colímite olvida la organización estructural del patrón y retiene solamente su rol operativo y funciona, esto es, las operaciones colectivas que puede realizar, y estas operaciones pueden ser las mismas para patrones más o menos diferentes. (Ehresmann, Vanbreemersch, 2007) [33] Desde esta perspectiva, desde un objeto complejo  $C$  de un sistema natural, a sus descomposiciones en componentes más elementales. Los diversos puntos de vista sobre colimites mencionados anteriormente corresponde a los siguientes:

1. La distinción de las diferentes fuentes de la información recibida por  $C$ .
2. La determinación de patrones funcionalmente equivalentes (que hacen la misma acción)
3. La descripción de formas en las que un objeto puede ensamblarse o auto-ensamblarse;
4. La determinación de los posibles micro-estados del objeto, vistos como un macro-estado;
5. Un análisis de la distribución de las fuerzas internas, asegurando la cohesión.

El papel del enlace distinguido en el patrón es esencial: impone restricciones sobre sus componentes que influyen la forma de vincularse entre ellos y que permite la emergencia de operaciones colectivas efectivas, trascendiendo las acciones individuales de sus componentes. Sin ellas solo existiría una colección amorfa de objetos. El estudio de este caso permite medir la coherencia y las restricciones impuestas por los enlaces distinguidos, comparado el colímite de un patrón  $P$  con el colímite, (llamado la suma) de los mismos componentes actuando independientemente (sin tomar en cuenta los enlaces distinguidos de  $P$ ). Un ejemplo de la diferencia se aprecia en el comportamiento de una multitud desorganizada, y el comportamiento que esta multitud adopta cuando es dirigida por líderes; o de la diferencia entre un muro y una pila de ladrillos y mortero.

Un patrón sin enlaces distinguidos se reduce a una familia de objetos de la categoría. Un patrón tal, no tiene una organización específica, puesto que sus componentes no están interconectados. Un enlace colectivo hacia un objeto  $A$  se reduce entonces a una familia de enlaces individuales, de cada objeto hacia  $A$ , puesto que no hay ecuaciones de correlación.

**Definición:** La suma (o co-producto) de una familia  $(P_i)$  de objetos de la categoría  $K$  es el colímite del patrón teniendo las  $P_i$  por sus componentes y sin ningún enlace distinguido entre ellas, como indica la figura A.6

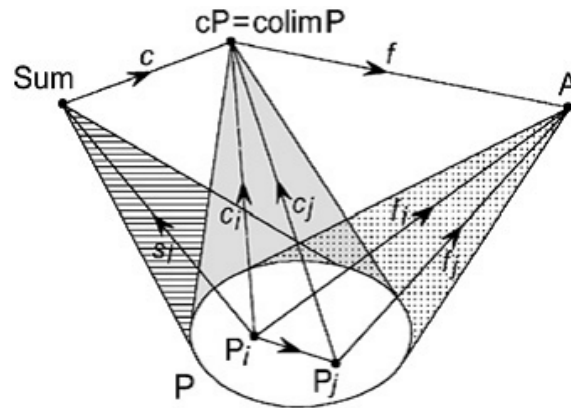


Figura A.6: Suma y colímite de un patrón.

## A.8. Productos categóricos

### A.8.1. objetos inicial y terminal

Definición: Un objeto  $0$  se llama *objeto inicial* si, para cada objeto  $A$ , hay exactamente una flecha de  $0$  hacia  $A$ . Definición: de manera dual, un objeto  $1$  se llama *objeto terminal* si, para cada objeto  $A$ , hay exactamente una flecha de  $A$  hacia  $1$ . Las flechas que parten de un objeto inicial, o se dirigen a un objeto final, se etiquetan a menudo como  $!$  para remarcar su unicidad.

$$A \xrightarrow{!} 1 \tag{A.8.0}$$

### A.8.2. productos

La definición teórica conjuntista usual del producto cartesiano de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es:

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$$

Puede definirse una construcción categórica de productos con elementos globales. Sin embargo, esto puede ser contradictorio con el estilo de la teoría de categorías, que abstrae elementos, tratando los objetos como cajas negras con estructuras internas sin examinar, y enfocando su atención sobre las propiedades de las flechas entre objetos. Lo que se necesita es una caracterización de productos teórica de *flechas*. Cuando se forma un producto de dos conjuntos  $A$  y  $B$  también se definen funciones de proyección  $\pi_1 : A \times B \rightarrow A$  y  $\pi_2 : A \times B \rightarrow B$ . Estas funciones se relacionan estrechamente al producto mismo cuando se piensa en la tupla  $(A \times B, \pi_1, \pi_2)$ . Si se considera el conjunto de todas las formas-tuplas  $(X, f_1, f_2)$  que consisten en un conjunto  $X$  y dos funciones  $f_1 \rightarrow A$  y  $f_2 \rightarrow B$ . Tenemos que  $(A \times B, \pi_1, \pi_2)$  es un *representativo óptimo* de este conjunto de acuerdo con el sentido siguiente.

Se asume que para algún conjunto  $C$ , existen dos funciones  $f : C \rightarrow A$  y  $g : C \rightarrow B$ . Entonces, puede formarse una *función producto*  $\langle f, g \rangle : C \rightarrow A \times B$ , definida por:

$$\langle f, g \rangle(x) = (f(x), g(x)) \tag{A.8.0}$$

Las funciones  $f$  y  $g$  pueden recuperarse de  $\langle f, g \rangle$  por el acomodo  $f = \pi_1 \circ \langle f, g \rangle$  y  $g = \pi_2 \circ \langle f, g \rangle$ , además  $\langle f, g \rangle$  es la única función de  $C$  hacia  $A \times B$  con esta propiedad. (Pierce, 1991) [88]

Por supuesto,  $(A \times B, \pi_1, \pi_2)$  no es el único representante del conjunto de tuplas

$(X, f_1, f_2)$  que es óptimo en este sentido. Por ejemplo, la tupla  $(B \times A, \pi_2, \pi_1)$  es igualmente bueno, pero  $B \times A$  y  $A \times B$  pueden ubicarse en una correspondencia *uno a uno*, esto es, son isomorfismos, en términos categóricos son esencialmente lo mismo.

Esto motiva una definición general de productos categóricos (Nótese que lo que se considera son productos *dentro* de una categoría en lugar de productos *de* categorías).

*Definición:* Un producto de dos objetos  $A$  y  $B$ , es un objeto  $A \times B$  junto con dos flechas de proyección  $\pi_1 : A \times B \rightarrow A$  y  $\pi_2 : A \times B \rightarrow B$ , tal que para cualquier objeto  $C$  y un par de flechas  $f : C \rightarrow A$  y  $g : C \rightarrow B$  existe exactamente una flecha mediante  $\langle f, g \rangle : C \rightarrow A \times B$  que hace que un diagrama como el de la figura A.7 conmute, esto es, que  $f = \pi_1 \circ \langle f, g \rangle$  y  $g = \pi_2 \circ \langle f, g \rangle$ .

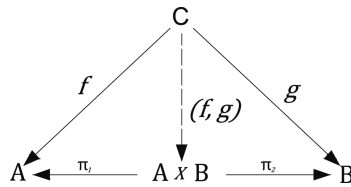


Figura A.7: Producto de categorías. Fuente, Pierce, 1991.

Las flechas segmentadas en los diagramas conmutativos se utilizan para representar flechas que se suponen existentes cuando el resto del diagrama se llena apropiadamente.

*Definición:* El producto de una familia  $(A_i)_{i \in I}$  de objetos indexados por un conjunto  $I$  consistentes en un objeto  $\prod_{i \in I} A_i$  y una familia de flechas de proyección  $(\pi_i : \prod_{i \in I} A_i \rightarrow A_i)_{i \in I}$  tal que, para cada objeto  $C$  y familias de flechas  $(f_i : C \rightarrow A_i)_{i \in I}$ , hay una única flecha  $\langle f_i \rangle_{i \in I} : C \rightarrow \prod_{i \in I} A_i$  tal que el siguiente diagrama conmuta para toda  $i \in I$ .

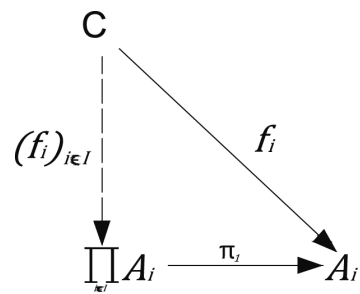


Figura A.8: Suma y colímite de un patrón.



---

# Apéndice A

## Entropía

En términos de la teoría de la información, de acuerdo con Cover y Thomas(2006) Cover y Thomas [26] la entropía es la incertidumbre de una variable aleatoria individual

Definición: La entropía  $H(X)$  de una variable aleatoria discreta  $X$  se define por:

$$H(X) = - \sum_{x \in X} p(x) \log p(x) \quad (\text{A.0.0})$$

El logaritmo es base 2 y la entropía se define en *bits*.

La entropía de  $X$  puede interpretarse también como el valor esperado de la variable aleatoria  $\log \frac{1}{p(x)}$  donde  $X$  es representada de acuerdo con la función de probabilidad  $p(x)$ , de esta manera:

$$H(X) = E_p \log\left(\frac{1}{p(x)}\right) \quad (\text{A.0.0})$$

---

# Apéndice B

## Redes de Bayes

Las redes bayesianas modelan un fenómeno mediante un conjunto de variables y las relaciones de dependencia entre ellas. Dado este modelo, se puede hacer inferencia bayesiana; es decir, estimar la probabilidad posterior de las variables no conocidas, en base a las variables conocidas. Estos modelos pueden tener diversas aplicaciones, para clasificación, predicción, diagnóstico, etc. Además, pueden dar información interesante en cuanto a cómo se relacionan las variables del dominio, las cuales pueden ser interpretadas en ocasiones como relaciones de causa-efecto. En una red bayesiana, cada nodo corresponde a una variable, que a su vez representa una entidad del mundo real, y se denotan con letras mayúsculas. Para referirnos a un valor cualquiera de una variable  $X$  utilizaremos la misma letra en minúscula  $x$ . Los arcos que unen los nodos indican relaciones de influencia causal entre ellas.

Las redes bayesianas (o de redes de creencia) son una manera de representar el conocimiento ante incertidumbre. Una red bayesiana es un grafo acíclico dirigido, que consiste de:

- Un conjunto de nodos, uno para cada variable aleatoria en el mundo
- Un conjunto de arcos, dirigidos, para la conexión de nodos.

La forma general es:

$$P^*(c) = P(c | p_1) = \frac{(P(c)(p_1 | c))}{(P(p_1))} \equiv P^*(c) = \alpha \cdot P(c) \cdot \lambda_{(P_1)}(c) \quad (\text{B.0.0})$$

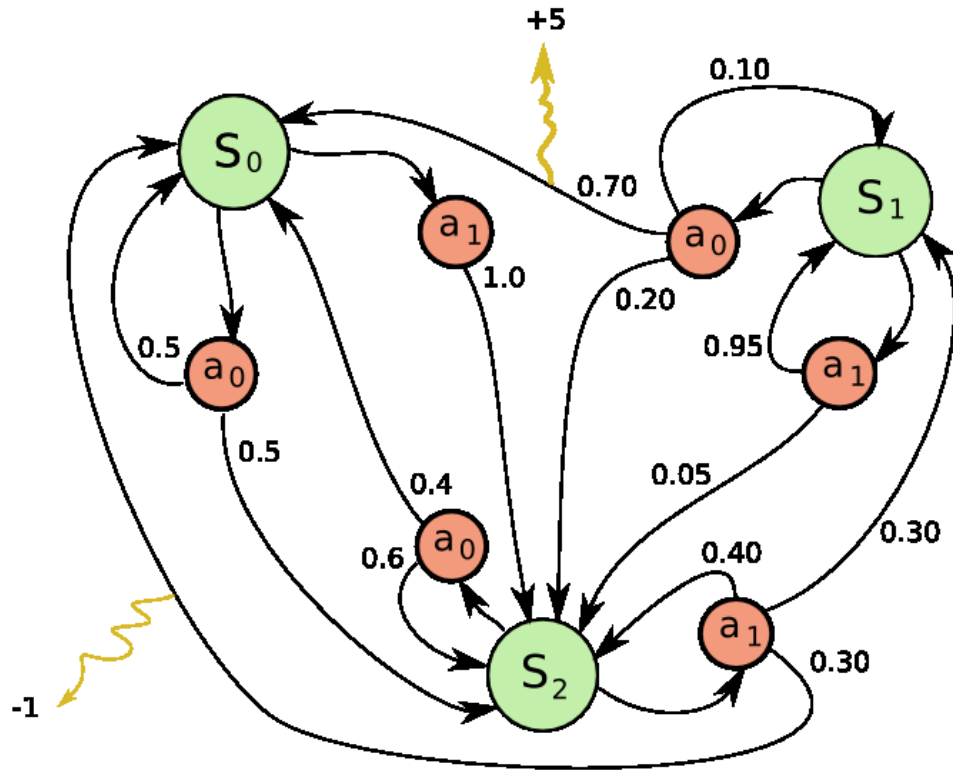


Figura B.1: Red Bayesiana. Fuente: Drugovitsch, 2007

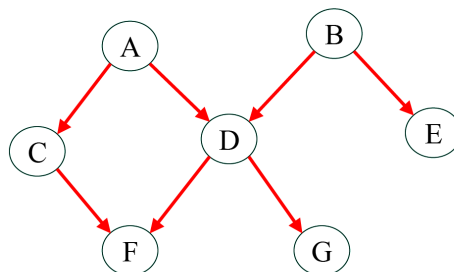
Donde

$$(B.0.0) \quad \alpha = [P(p_1)]^{-1} \lambda_{(p_1)}(c) = (P(c)(p_1 | c))$$

El tamaño de la tabla de probabilidad condicional crece exponencialmente con el número de padres de un nodo, por lo que puede crecer demasiado. Una forma

de reducir este problema es utilizando ciertos modelos para representar las tablas sin requerir especificar todas las probabilidades, utilizando lo que se conoce como modelos canónicos. Los principales tipos de modelos canónicos son:

- Modelo de interacción disjuntiva (Noisy OR)
- Modelo de interacción conjuntiva (Noisy AND)
- Compuerta Max (Noisy Max gate)
- Compuerta Min (Noisy Min gate)



$$\begin{aligned}
 &P(A,B,C,D,E,F,G) \\
 &= P(G|F,E,D,C,B,A) P(F|E,D,C,B,A) P(E|D,C,B,A) \\
 &P(D|C,B,A) P(C|B,A) P(B|A) P(A) \\
 &= P(G|D) P(F|D,C) P(E|B) P(D|B,A) P(C|A) P(B) P(A)
 \end{aligned}$$

Figura B.2: Probabilidad cruzada en una red bayesiana. Fuente: Drugovitsch, 2007

El modelo canónico más común es el Noisy-OR. Se aplica cuando varias *causas* pueden ocasionar un *efecto*, cada una por si sola, y la probabilidad del efecto no disminuye si se presentan varias causas.

- Se considera que todas las variables son binarias
- Por ejemplo, este modelo se puede aplicar cuando varias enfermedades pueden producir el mismo síntoma

Una red Bayesiana es un grafo acíclico dirigido que codifica una distribución probabilística sobre un conjunto de variables aleatorias  $\mathbf{U}$ . Formalmente, una red Bayesiana para  $\mathbf{U}$ , es un par  $B = \langle G, \Theta \rangle$ . La primera componente  $G$  es un grafo

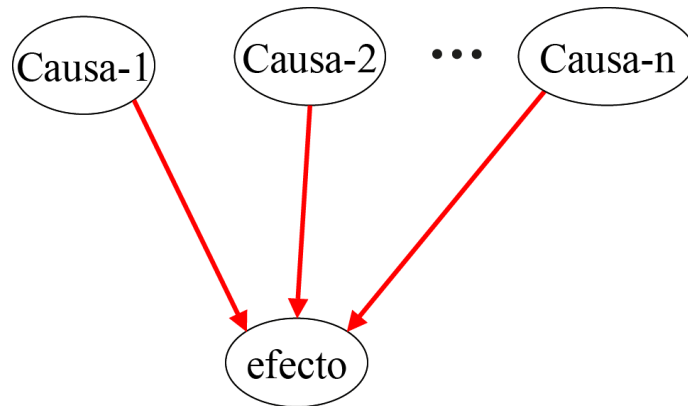


Figura B.3: Modelo canónico Noisy-OR. Fuente, Drugovitsch, (2007)

acíclico dirigido, cuyos vértices corresponden a las variables aleatorias  $X_1, \dots, X_n$ , y cuyos bordes representan dependencias directas entre las variables. El grafo  $G$  codifica suposiciones de independencia: cada variable  $X$  es independiente de sus no-descendientes, dados sus padres en  $G$ . EL segundo componente del par, llamado  $\Theta$ , representa el conjunto de parámetros que califican la red. si contienen un parámetro  $\Theta_{x_i|\Pi_{x_i}} = P_B(x_i|\Pi_{x_i})$ . Para cada posible valor  $x_i$  de  $X_i$ , y  $\Pi_{x_i}$  de  $\Pi_{X_i}$ , donde  $\Pi_{X_i}$  indica el conjunto de padres de  $X_i$  en  $G$ . Una red Bayesiana  $B$  define una unica distribución de probabilidad sobre  $\mathbf{U}$ , dada por :

$$P_B(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P_B(x_i|\Pi_{x_i}) = \prod_{i=1}^n \Theta_{x_i|\Pi_{x_i}} \text{ (B.0.1)}$$

(Friedman et. al., 1997)[34]

Ejemplo: Sea  $U^* = \{A_1, A_2, \dots, A_n, C\}$ , donde las variables  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son los *atributos*, y  $C$  es la variable de *clase*. (Savchuk y Tsokos, 2011)[98]

---

# Bibliografía

- [1] Diccionario de la real academia de la lengua española. URL <http://lema.rae.es/drae/srv/search?key=sem%C3%A1ntica>.
- [2] El espacio afín euclideo. URL [http://ocw.upm.es/algebra/algebra-y-geometria/contenidos/apuntes/espacio\\_afin\\_euclideo.pdf](http://ocw.upm.es/algebra/algebra-y-geometria/contenidos/apuntes/espacio_afin_euclideo.pdf).
- [3] General theory of natural equivalences. URL <http://www.ams.org/journals/tran/1945-058-00/S0002-9947-1945-0013131-6/S0002-9947-1945-0013131-6.pdf>.
- [4] An informal introduction to topos theory. URL <http://arxiv.org/pdf/1012.5647.pdf>.
- [5] La gran ilusión iii, las ondas gravitacionales. URL <http://biblioteca-digital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen1/ciencia2/41/htm/lagran3.htm>.
- [6] Topos y tropos en la retórica de aristóteles: una lección hacia una semiótica de la recepción. URL <http://www.toposytropos.com.ar/N8/decires/aristoteles2.html>.
- [7] Basic categorical constructions. 2010. URL [http://www.math.umn.edu/~garrett/m/fun/Notes/06\\_categories.pdf](http://www.math.umn.edu/~garrett/m/fun/Notes/06_categories.pdf).
- [8] Amir Aczel. *El artista y el matemático: La historia de Nicolás Bourbaki, el genio matemático que jamás existió*. Ed. Gedisa, 2009.

- 
- [9] Caio Adorno. *Arquitetura Livre: Metadesign, Complexidade e Ciencia nômade*. Tesis Doctoral, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo (en Portugués), 2006.
- [10] Miguel Alvariño. *Vivienda y Ciudad: Teoría de una propuesta*. Instituto nacional de investigación y normalización de la vivienda, 1988.
- [11] Emmanuel Amiot. David lewin and maximally even sets. *Journal of mathematics and music*, 1:157–172, 2007.
- [12] Shigeki Amitani y Koichi Hori. Supporting musical composition by externalizing the composer’s mental space. *Proceedings of creativity and cognition*, 4:165–172, 2002.
- [13] Kenneth Appel y Wolfgang Haken. Every planar map is four coloreable, part ii: reducibility. *University of Illinois*, págs. 491–567, 1976.
- [14] Octavio Aquino y Emilio Lluís Puebla. *Una introducción a la teoría de grupos con aplicaciones en la teoría matemática de la música*. Publicaciones Sociedad Matemática Mexicana, 2009.
- [15] Aristóteles. *Metafísica*. Editorial Porrúa, 2009.
- [16] Aristóteles. *Tratados de lógica: el Organón*. Editorial Porrúa, 2011.
- [17] Miguel Ariza. Noesis, semiosis y matemáticas. *Mathesis: filosofía e historia de las matemáticas.*, III, 2009.
- [18] José Ricardo Arteaga. Una relación entre la geometría y el álgebra. En *Seminario de Matemáticas, Universidad de Bogotá*. 2011.
- [19] Mehul Bhatt, Joana Hois, y Oliver Kutz. Ontological modelling of form and function for architectural design. En *Applied Ontology (2011) 132*. 2011.
- [20] Ronald Brown. Review: Memory evolutive systems. *Axiomathes*, 19:271–280, 2009.
- [21] Jason Brownlee. *Clever algorithms: nature-inspired program recipes*. Creative Commons, 2010.

- 
- [22] Martin Butz y Wilson Stewart. An algorithmic description of xcs. *IlligAL report No.200017*, 2006.
- [23] Mario Camacho. *hacía una teoría del espacio - Reflexión fenomenológica sobre el ambiente*. Universidad Iberoamericana ; BUAP., 2010.
- [24] Ernst Cassirer. *Filosofía de las formas simbólicas III - fenomenología del reconocimiento*. Fondo de cultura económica, 2013.
- [25] Francis D.K. Ching. *Diccionario visual de Arquitectura*. Gustavo Gili, 2002.
- [26] Thomas Cover y Joy Thomas. *Elements of information theory*. Wiley and sons, 2006.
- [27] Manuel de Landa. *Deleuze y el uso del algoritmo genético en arquitectura, en Filogénesis: las especies de FOA*. Actar, 2003.
- [28] Angel Montes de Oca. *Apuntes de Geometría proyectiva: cónicas y cuádricas*. Universidad de la Laguna, 2004.
- [29] Keith Devlin. *The language of mathematics: making the invisible visible*. W.H.Freeman and company, 2000.
- [30] Ian Drugowitsch. *Design and analysis of Learning Classifier Systems*. Springer-Verlag, 2008.
- [31] Andréé Ehresmann. M.e.n.s., an info-computational model for (neuro-)cognitive systems capable of creativity. *Entropy*, 14:1703–1716, 2012.
- [32] Andréé Ehresmann, M. Bejean, y Jean-Paul Vanbreemersch. Formal conditions for creative anticipation processes. En *5th international conference of future oriented technology analysis (FTA)*. 2014.
- [33] Andréé Ehresmann y Jean-Paul Vanbreemersch. *Memory evolutive systems: Hierarchy, emergence, cognition*. Elsevier, 2007.
- [34] Nir Friedman Et.al. Bayesian networks classifiers. *Machine learning*, 29:131–163, 1997.



- 
- [35] Gerhard Fischer y Elisa Giaccardi. Meta-design a framework for the future of end-user development. En *End User Development, Empowering People to Flexibly Employ Advanced Information and Communication Technology*. 2004.
- [36] Jorge Gasca. *La ciudad: pensamiento crítico y teoría*. Instituto Politécnico Nacional, 2005.
- [37] Robert Goldblatt. *Topoi: the categorial analysis of logic*. Dover publications, 2006.
- [38] Jaime Gómez-Ramírez. *A New Foundation for Representation in Cognitive and Brain Science: Category Theory and the Hippocampus*. Springer Science+Business Media Dordrecht, 2014.
- [39] Stanley Grossman. *Álgebra lineal*. Mc Graw Hill, 2008.
- [40] Thomas Gruber. A translation approach to portable ontology specifications. *Knowledge acquisition*, 5:199–220, 1993.
- [41] Nicola Guarino, Daniel Oberle, y Steffen Staab. *What is an Ontology?, Handbooks on ontologies*. Springer Verlag, 2009.
- [42] Patrick Hagman, Leila Cammoun, Xavier Gigandet, Reto Meuli, Christopher Honey, van Weeden, y Olaf Sporns. Mapping the structural core of human cerebral cortex. *Plos biology*, 6:1479–1493, 2008.
- [43] Martin Heidegger. *Die kunst und der Raum, edición bilingüe*. Editorial Herder, 2009.
- [44] Francis Heylighen. Self-organization, emergence and the architecture of complexity. En *Proceedings of the 1st european conference on systems science*. 1989.
- [45] Roger Hindley y Jonathan Seldin. *Lambda calculus and combinators, an introduction*. Cambridge University press, 2008.
- [46] Joan Hois, Mehul Bhatt, y Oliver Kutz. Modular ontologies for architectural design. En *Proceedings of the 4th Workshop FOMI 2009*. 2009.

- 
- [47] John Holland. *Hidden order: how adaptation builds complexity*. Helix books, 1995.
- [48] Erkki Huhtamo y Jussi Parikka. *Media archaeology: approaches, applications, and implications*. University of California press, 2011.
- [49] Edmund Husserl. *La idea de la fenomenología*. Fondo de Cultura Económica, 1982.
- [50] Jaime Irigoyen. *Filosofía y diseño: una aproximación epistemológica*. Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco, 2008.
- [51] Juan Jiménez y Jesús de Hoyos. Ser y fenómeno: Reflexión hacia una estructura del conocimiento estético: del constructivismo ontogenético a la fenomenología onto-poética. *Pragma Espacio y comunicación visual*, 11:36–52, 2014.
- [52] Juan Jiménez, Marco Ramos, y Jesús de Hoyos. Construcción metatórica del topos en el diseño: entre la retórica cultural y las implicaciones computacionales de la complejidad. *Revista de Diseño Universidad de Chile*, en prensa, 2015.
- [53] Carl Jung. *Arquetipos e inconsciente colectivo*. Paidós, 2009.
- [54] Yehuda Kalay. The impact of information technology on architectural education in the 21st century. En *First international conference on critical digital: what matter (s)?*, Harvard University graduate school of design. 2008.
- [55] Immanuel Kant. *Crítica del juicio-observaciones entre lo bello y lo sublime*. Librerías de Francisco Iruveda, 1876.
- [56] Immanuel Kant. *Crítica de la razón pura*. Editorial Taurus, 2006.
- [57] Felix Klein. Consideraciones comparativas sobre las investigaciones matemáticas modernas (programa de erlangen), traducción de flavio cocho gil. *Revista del seminario de enseñanza y titulación UNAM*, 4:199–220, 1985.
- [58] Dafne Koller y Nir Friedman. *Probabilistic graphic models: Principles and techniques*. MIT press, 2009.

- 
- [59] Dafne Koller, Nir Friedman, L. Getoor, y B. Taskar. Graphical models in a nutshell. En *Introduction to Statistical Relational Learning*. 2007.
- [60] Pier Lanzi y Alessandro Perucci. Extending the representation of classifier conditions part II: From messy coding to S-expressions. En *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*. 1999.
- [61] William Lawvere y Robert Rosebrugh. *Sets for mathematics*. Cambridge University Press, 2003.
- [62] William Lawvere y Stephen Schnauel. *conceptual mathematics: a first introduction to categories*. Cambridge University Press, 2006.
- [63] John Lee. *Introduction to Topological Manifolds*. Springer New York, 2011.
- [64] Michael Leyton. *Symmetry, causality, mind*. Cambridge Mass, MIT press, 1992.
- [65] Michael Leyton. *A generative theory of shape*. Springer, 2001.
- [66] Guanyu Li, Huan-Zhong Geng, y Hong-Jun Liu. epsilon-connections based ontology integration framework design. En *The 3rd International Conference on Innovative Computing Information and Control (ICICIC'08)*. 2008.
- [67] Terence Love. Philosophy of design: a meta-theoretical structure for design theory. *Design Studies*, 5:293–313, 2000.
- [68] Saunders Maclane. *Categories for the working mathematician*. Springer-Verlag, 1998.
- [69] Benoit Mandelbroit. *La geometría fractal de la naturaleza*. Tusquets editores, 2009.
- [70] Juan Carlos Mansur. *Kant Ontología y belleza*. Editorial Herder, 2010.
- [71] Victor Margolin. *Las políticas de lo artificial: ensayos y estudios sobre diseño*. Designio, 2012.

- 
- [72] Jean-Pierre Marquis. *From a geometrical point of view: A study of the history and philosophy of category theory*. Springer Science + bussiness media, 2009.
- [73] Humberto Maturana y Francisco Varela. *De máquinas y seres vivos. Autopoiesis: la organización de lo vivo*. Editorial Universitaria, 1994.
- [74] Guerino Mazzola. *The Topos of music, geometric logic of concepts, theory and performance*. Birkhauser, 2002.
- [75] Guerino Mazzola. Matemática en la musicología. *Pro-Mathematica*, 17, 2003.
- [76] Guerino Mazzola, Gerard Milmeister, y Jody Weissmann. *Comprehensive mathematics for computer scientists II*. Springer-Verlag, 2005.
- [77] Javier Monedero. *Aplicaciones informáticas en Arquitectura*. Edicions UPC, 2000.
- [78] Felipe Monroy. *Matemáticas para el Diseño*. Universidad Autónoma Metropolitana, 1989.
- [79] Daniel Montello. Spatial cognition and architectural space: Research perspectives. *Architectural design*, 84:74–79, 2014.
- [80] Josep Muntanola. *La arquitectura como lugar*. Edicions UPC, 1998.
- [81] Josep Muntanola. *Topogénesis: fundamentos de una nueva arquitectura*. Edicions UPC, 2000.
- [82] Mohammad Mustafa. Understanding semantic web and ontologies: Theory and applications. *Journal of Computing*, 2:182–192, 2010.
- [83] Tatsuya Nomura. A proposal for combination of category theory and  $\lambda$  calculus in formalization of autopoiesis. En *Integral Biomathics Tracing the Road to Reality*. 2012.
- [84] Haaser Norman, Joseph La-Salle, y Joseph Sullivan. *Análisis matemático Vol. II*. Trillas, 1998.

- 
- [85] Fausto Ongay. *mathema: el arte del conocimiento*. Fondo de Cultura Económica, Colección:la ciencia para todos, 2008.
- [86] Helmut Peukert. *Teoría de la ciencia y teología fundamental*. Biblioteca Herder, 2000.
- [87] Clifford Pickover. *El libro de las matemáticas*. Librero, 2012.
- [88] Benjamin Pierce. *Basic Category Theory for computer scientists*. The MIT press, 1991.
- [89] David Poole y Alan Mackworth. *Artificial intelligence: Foundations of computational agents*. Cambridge University press, 2010.
- [90] Javier Boned Purkiss. *Serialismo y arquitectura: arquitecturas de los años 1950-1960 y sus relaciones con la música serial*. Tesis Doctoral, Universidad politécnica de Madrid, 2004.
- [91] Marco A. Ramos. *Etude et proposition dun système autonome anticipatif*. Tesis doctoral, Université Toulouse I Sciences Sociales, (en Francés), 2007.
- [92] Bernhard Riemann. *Sobre las hipótesis que están en los fundamentos de la geometría (conferencia de Riemann)*. Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 2003.
- [93] Adina Roskies. The binding problem: review introduction. *Neuron.*, 24:7–9, 1999.
- [94] Stuart Russell y Peter Norvig. *Inteligencia artificial: un enfoque moderno*. Prentice Hall, 2011.
- [95] Lorenza Saita y Jean-Daniel Sucker. *Abstraction in artificial intelligence and complex systems*. Springer bussiness media, Nueva York, 2013.
- [96] Luis Carlos Salazar. La fenomenología de la imaginación y la ensoñación creante en gastón bachelard. *Synthesis*, 41:41–52, 2007.
- [97] Carles Saura. *Arquitectura y medio ambiente*. Edicions UPC, 2003.

- 
- [98] Vladimir Savchuk y Chris Tsokos. *Bayesian theory and methods with applications*. Atlantis press, 2011.
- [99] Torsten Schnier y John Gero. Learning genetic representations as alternative to hand-coded shape grammars. *Artificial Intelligence in Design'96*, págs. 39–57, 1996.
- [100] Geoffrey Scott. *The architecture of humanism: a study in the history of taste*. Boston and New York Houghton Miffling company, 1915.
- [101] Paul Shick. *Topology point-set and geometric*. John Wiley and sons, 2007.
- [102] Peter Sloterdijk. *Normas para el parque humano*. Biblioteca de Ensayo Siruela, 2008.
- [103] Grażyna Ślusarczyk. Heuristic methods and hierarchical graph grammars in design. En *Visual and spacial reasoning in design III*. 2004.
- [104] Grażyna Ślusarczyk. Knowledge extraction from graph-based structures in conceptual design. En *Proceedings of the 8th International Conference on Computer Recognition Systems CORES 2013*. 2013.
- [105] John Stillwell. *Classical topology and combinatorial group theory*. Springer, 1993.
- [106] Kostas Terzidis. *Algorithmic Architecture*. Elsevier Press, 2006.
- [107] Kostas Terzidis. Prólogo. En *Second International Conference on Critical Digital: Who Cares (?)*. 2009.
- [108] Ryan Urbanowicz y Jason Moore. Learning classifier systems: a complete introduction review and roadmap. *Journal of artificial evolution and applications*, 2009, 2009.
- [109] Sha Xin Wei. From technologies of representation to technologies of performance. En *Second International Conference on Critical Digital: Who Cares (?)*. 2009.

- 
- [110] Ludwig Wittgenstein. *Investigaciones filosóficas (1953)*. Editorial crítica, 2008.
- [111] Ludwig Wittgenstein. *Los cuadernos azul y marrón (1968)*. Editorial Tecnos, 2009.
- [112] Jianguo Wu. Hierarchy theory: an overview. En *Linking ecology and ethics for a changing world Springer Verlag*. 2013.
- [113] Fernando Zamora. *Filosofía de la imagen: Lenguaje, imagen y representación*. UNAM, 2007.
- [114] Zhaoxiang Zang, Dehua Li, y Jungying Wang. Learning classifier systems with memory condition to solve non-markov problems. En *Soft computing*. 2015.
- [115] Antoine Zimmermann, Markus Krötzsch, Jérôme Euzenat, y Pascal Hitzler. Formalizing ontology alignment and its operations with category theory. En *Formal Ontology in Information Systems: Proceedings of the Fourth International Conference*. 2006.