

Año de 1886

0

SECRETARIA

—DEL—

INSTITUTO LITERARIO

DEL ESTADO DE MEXICO.

Número 138

Expediente relativo a varios programas de esta

aus

Universidad Autónoma del Estado de México

2009-2013

REGISTRO n° 2

3068

Cursos preparatorios.

Clase de Matemáticas

Elementales

Desde la hora de revisitar a U. el programa general de Matemáticas Elementales tal como lo he seguido desde hace algunos años.

Buscaba una oferta para comprenderse que he visto que me ha guiado en el desarrollo del programa, es enlazar íntimamente teoría con práctica y darle un carácter práctico, procurando siempre despertar el espíritu de investigación, e inculcar solidamente desde el principio las verdades fundamentales de la ciencia; hacer, en una palabra, que esta sea accesible al trabajo y a la aptitud común de los estudiantes.

Algo hay que pudiera parecer superfluo, pero no debe perderse de vista que el objeto de los estudios preparatorios, es como lo dice su nombre, preparar, despertar el espíritu a las sólidas adquisiciones de verdades más y más abstractas, dándole un caudal suficiente de métodos de investigación, y haciendo perceptibles a los estudiantes de una manera cierta las aptitudes individuales. Por lo demás los jóvenes de hoy son los individuos de mañana y deben pensar seriamente científicamente, por decirlo así, de su ser social, y en todas las ciencias hay siempre algo que viene dando directa o indirectamente, impulso a las verdades cuya utilidad social es inestimable.

Debo confesar, sin embargo, que el programa que hoy presento es todavía inferior, y armado, no tan solo para las nobles aspiraciones de la parte ilustrada de nuestra sociedad, sino a la satisfacción de nuestras necesidades; pero atraves

Pase en depósito  
al archivo de  
la Secretaría  
fo 1787

M. Amos

③

atendiendo a nuestros medios de acción y a todas las circunstancias que por rodar se tal vez bastan te por algún tiempo.

Entraré en algunos detalles.

**Aritmética.** Esta parte del programa manifiesta el resultado definitivo de la enseñanza, es decir lo que debe exigirse al alumno para juzgar de su aptitud; y se comprende desde luego la intuición que se y ha sido siempre punto de partida, de la vulgaridad, si es preciso, para encontrar relaciones y generalizar después formulando leyes. Y este es el camino natural de la investigación.

Esta oportunidad me permite manifestar que en Aritmética se alejan bastante muchos ciertos profesores de Instrucción primaria de nuestro modo de entender la ciencia, y esto da por resultado que algunos muy buenos alumnos en el primer año; lo que se atribuye a descuido, a ineptitud de los superiores, y nunca se vislumbra siquiera que hay insuficiencia en el desarrollo intelectual de los primeros y que un año no basta ni una semana de vacaciones en su ánimo la revisión de la ciencia: tener arraigada se habla a veces la rutina de la rutina.

Por lo que toca al Álgebra, estando íntimamente relacionada con la Aritmética, hace percibir desde luego la necesidad del empleo del número y de la ecuación no como resultados sino como instrumentos de investigación.

En la Geometría especial me he propuesto que penetrando, por decirlo así, las ideas por medio de los sentidos hagan fácil y duradera la adquisición de la fe científica, imprimiendo desde luego movimiento seguro a la imaginación para que el alumno llegue sin tropiezo a darse cuenta

(4) de la forma posición y magnitud con absoluta independencia de la materia; y desde entonces pueden los formas converger de la existencia de un límite entre lo accesible y lo inaccesible a la humana inteligencia.

En las Trigonometrías siempre he procurado de desarrollar ideas prácticas haciendo que los alumnos midan y calculen para que se forme idea de la diferencia que hay entre la teoría y la práctica y que sean en la ciencia el ideal de los procedimientos y en la práctica la aproximación a la ciencia.

Respecto de la Geometría general en donde los leyes naturales adquieren forma y entran a la dimensión el uso y el infinito, lo posible y lo imposible, en se ha puesto más que lo indispensable para que los jóvenes tengan al menos idea de los conceptos que intelectuales, científicos y prácticos pueden obtenerse al reunir en una materia todas las circunstancias, todos los elementos que la modifican o la determinan. Esta parte de la ciencia matemática tiene sobre las otras la ventaja de hablar a los ojos por decirlo así, de dar de forma a las leyes para hacerlas más perceptibles.

En el Cálculo Diferencial me refiero a las prescripciones de nuestro sabio e ilustre compatriota el Sr. Cervera y solo reduzo algo de su programa en aquello en que las teorías teniendo varias ventajas para establecerlas hay una más sencilla que las otras y lo acepto.

Los ejercicios de observación necesitan un día para relacionar los resultados de sus investigaciones y creo que la Física y la Química merecerían mucho partido del estudio de

7) tener relación al error, probabilidad y  
mínimo cuadrado; pues que estas ciencias  
deberon irse purgando poco á poco de las  
aproximaciones y tanteos en las investigaciones.  
de sus leyes y establecer estas si es posible  
por la experimentación directa y organizando  
las observaciones á la depuración de erro-  
res fortuitos.

Desarrollado el programa desde hace  
algunos años, como queda dicho, he podido  
modificar los procedimientos, y mucho  
más lo he amplificado considerablemente;  
pero en todo caso, he tenido oportunidad  
de determinar el tiempo medio de trabajo  
que dicho programa requiere.

Aritmética sobre 2 meses

Álgebra de 3 a 3 1/2 "

Repaso sobre 4.

Geometría especial sobre 3 meses

Trigonometría de 1/2 a 2 meses

Geometría general sobre 3 meses

Cálculo infinitesimal " 2 meses.

Todo esto estudiado diariamente.

Se emprendió desde luego que cuando estubiera repaso  
fidedel mayor número de estudios de Matemáticas de un  
total era imposible hacer el repaso tan indispensable  
en los primeros años de estudio.

Al terminar debo solicitar la indulgencia de la  
Dirección por los errores en que mi ignorancia me hizo  
que hecho recurri porque he querido que todo lo es-  
tudio se entienda oportunamente, íntimamente y satisfactoria-  
mente.

Dignese V. aceptar las consideraciones  
de mi estimación.

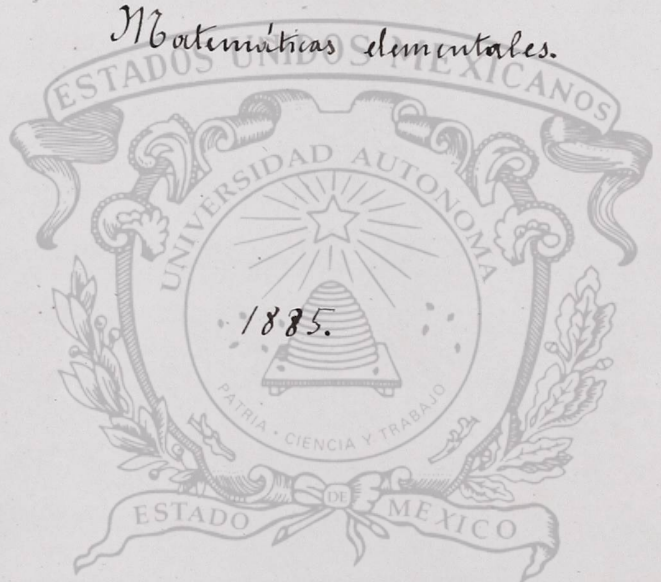
Colima, Mayo 24 de 1885. - El autor.

A. B. ...

6

Programa de

Matemáticas elementales.



Universidad Autónoma del Estado de México  
2009-2013

# Aritmética.

(7)

Importancia y objeto de las Matemáticas. - Cantidad, unidad, número y sus especies. División de las Matemáticas; Aritmética y sus partes principales; explicando lo que es la ciencia y lo que sea arte.

Enumeración. - Formación de los órdenes numéricos y de sus nombres en el sistema vulgar; clasificación de los órdenes dando las razones gramaticales de ciertos cambios; definición del sistema numérico vulgar y de lo que es base de un sistema numérico. Breves noticias sobre los sistemas numéricos. - Signos de escritura aritmética; significación y uso del cero; escritura y lectura de los números. Cambios de sistemas numéricos.

Calculo. - Proposiciones usadas en Matemáticas y especialmente en Aritmética, signos de operación y de relación que <sup>se</sup> emplean. Teoría general sobre combinación de los números, entre son las operaciones fundamentales; métodos de demostración matemática y significación aritmética de algunas palabras.

I. Adición: definiciones, variaciones que en la suma producen los alteraciones alternativas o simultáneas de los sumandos; prueba, usos y casos de la operación. - Adición practicada en distintos sistemas numéricos. - Reglas de operación.

II. Sustracción: definiciones, variaciones de la diferencia producidas por los cambios alternativos o simultáneos de los términos de la [división] sustracción, interpretación de alguna manera de operar; prueba, usos y casos de la operación. Sustracción en diversos sistemas numéricos. - Reglas de operación.

III. Multiplicación: definiciones, proposiciones fundamentales; variaciones del producto producidas por el cambio alternativo o simultáneos de los factores; productos cuando los factores alternativamente son 0 ó 1. casos, usos y prueba de la operación; principales abreviaciones. Multiplicación con números escritos en sistemas diversos. Reglas de operación y determinación de las cifras que han de obtenerse en el producto en virtud de las que haya en ambos factores.

IV. División: definiciones; proposiciones importantes, variaciones que de el cociente por los cambios que simultáneos o alternativamente sufren los términos de la división; interpretaciones del cociente en diversos casos, usos, usos y probar de la operación. División practicada con números escritos en diversos sistemas. - Reglas

de operación; determinación del n.º de cifras de un cociente.

Algunas abreviaciones de la multiplicación y la división.

Propiedades de los números enteros. Números primos y múltiplos, formación de los números múltiplos, investigación de los números primos; factores y divisores de los números, su descomposición en factores primos, investigación de los divisores del menor múltiplo y del máximo común divisor de los números. — Una exposición del desenvolvimiento de las propiedades de los números enteros en la abreviación de las operaciones.

Divisibilidad de los números. — Propiedades de los residuos y principios fundamentales que producen en la investigación de las estructuras de divisibilidad. Divisibilidad por, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

Sobre el papel que los residuos representan en las combinaciones numéricas y probar que pueden establecerse para reconocer la exactitud de las operaciones.

### Quebrados.

Enumeración y propiedades. — Formación, lectura y escritura de los quebrados, sus diversas significaciones, variaciones de que son susceptibles, transformaciones y modo de practicarlas. — Reducción de los quebrados a un denominador común, método general y abreviaciones; simplificación de los quebrados.

I. Adición. — Distintos casos que pueden presentarse con sus reglas y pruebas, comprendiendo la transformación total o parcial de los sumandos; usos de la operación. Analogía y diferencia entre esta operación y las de enteros.

II. Sustracción. Distintos casos que pueden presentarse con reglas y pruebas y aducir la transformación total o parcial de los términos de la sustracción. — Analogías y diferencias entre esta y la correspondiente operación de enteros.

III. Multiplicación. Distintos casos que se presentan con sus reglas y pruebas, usos de la operación; interpretaciones de los distintos modos de operar y de los resultados. Analogías y diferencias entre esta operación y la correspondiente de los enteros, investigando sobre todo las variaciones del producto.

IV. División. Definiciones, distintos casos que se presentan, reglas, pruebas y usos de la operación. Analogías entre esta y la operación correspondiente de los enteros, investigando las variaciones del cociente que términos de la división es siempre preciso transformar totalmente



variaciones del veinte.

### Fracciones decimales.

Notaciones. - Formación, lectura y escritura de estos números, dando la derivación de los órdenes fraccionarios o subdecimales, transformaciones y variaciones de los fraccionarios decimales.

- I. Adición. - Reglas, casos, pruebas y variaciones.
- II. Sustracción. - Casos, reglas, pruebas y variaciones de la resta.
- III. Multiplicación. - Casos, reglas, pruebas y abreviaciones principales.
- IV. División. - Casos, reglas, pruebas y abreviaciones.

Método de los residuos aplicable como pruebas a los cuatro operaciones

Transformación de los quebrados ordinarios en decimales y vice versa; aproximaciones sumativas y en límites; período simple y compuesto y sus generatrices. Aproximaciones de productos y cocientes hasta un orden dado.

### Sistemas métricos.

I. Modernos. - Nombres métricos de los órdenes numéricos. Composición de los órdenes superiores en inferiores y composición de los superiores por medio de los inferiores. Necesidad de establecer unidades en toda verdadera ciencia; unidades métricas. - Metro lineal, su origen, múltiplos y submúltiplos abreviaturas descripción y uso de estas medidas. - Superficie. Metro cuadrado, múltiplos y submúltiplos, abreviaturas; porque no hay medida efectiva de superficie: uso de estas medidas. - Volumen. metro cúbico, múltiplos y submúltiplos, abreviaturas descripción de las medidas efectivas y uso de todas ellas. Litro, múltiplos y submúltiplos abreviaturas, descripción y uso. - Litro, múltiplos y submúltiplos, su descripción y uso; relaciones con las medidas de volumen. Medidas de peso múltiplos y submúltiplos, abreviaturas; descripción y uso de los pesos decimales y sus relaciones con los volúmenes. - Medidas de peso o medidas. Sus subdivisiones de oro y plata sabiendo la ley peso y magnitud de todas: descripciones y como las relaciones de valor.

II. Sistema antiguo. - Vara, múltiplos y submúltiplos su descripción y uso. - Superficie. - Vara cuadrada su derivación de la línea múltiplos y submúltiplos; medidas agrarias. - Volumen: vara cúbica, múltiplos y submúltiplos y su uso. - Medidas de capacidad. 1º Arroba - carga y sus divisiones; descripción de las medidas y relación de sus volúmenes a la vara cúbica.

2º Líquidos (como el aceite): barril sin espesor y divisiones descriptivas y peso de estas medidas. 3º Aceites: martillo. — Medidas de peso unidad científica y mercantil; sus divisiones y múltiplos; uso de cada una de ellas y su descripción. Pesos para subseñalar y subseñales precisos. — Monedas antiguas de oro plata y cobre; su ley y peso y descripción de todas ellas. — Medidas de agua y del tiempo.

III. Relaciones entre unas y otras medidas ó correspondencias entre ambos sistemas métricos. Medios de formar tablas de correspondencia.

### Inominados ó complejos.

Nomenclatura. — Escritura, lectura y significación aritmética del complejo; su transformación en quebrado ordinario y decimal, casos en que esto es posible exactamente ó aproximadamente y modo de abreviar la transformación; transformación de los quebrados ordinarios y decimales en <sup>número</sup> complejos.

I. Sumar. — Casos, reglas, pruebas y usos de la operación.

II. Restar. — Casos, reglas, pruebas y usos.

III. Multiplicar. — De mitades (quebrado y parte alícuota) casos, reglas, usos y pruebas. Observaciones que pueden presentarse.

IV. División. — Casos, reglas, usos y pruebas de la operación, — Analogías y diferencias entre estas operaciones y las de entera y fraccionaria decimal y quebrado ordinario, sabiendo además en qué casos son aplicables las pruebas de la residua. Algunas operaciones comerciales.

### Potencias y raíces.

Definición de potencia, exponente, raíz índice, signos y su uso.

I. Cuadrado de números simples ó dígitos, de decimales, enteros, etc.; de números compuestos; ley del cuadrado de los números de dos cifras; cuadrado de fracciones comunes y fraccionaria decimal así como de los mixtos y complejos. — Raíz de los números comunes sencillos compuestos, regla, prueba; raíz de los quebrados ordinarios y decimales, de los mixtos y los denominados; números circulares, aproximaciones y límites.

II. Cubo de los números simples, enteros, etc., de los números compuestos; ley del cubo de los números de dos cifras; cubo de los quebrados, mixtos, decimales fraccionarios y complejos. Raíz cúbica de los números comunes sencillos enteros, quebrados comunes y decimales.

malas; de los incommensurables, aproximaciones y límites.

### Razones y proporciones

Razon, de cuantos modos se obtiene valor y significacion del resultado. Transformaciones y variaciones de las razones aritmetica y geometrica.

Proporcion aritmetica, propiedad fundamental, investigacion del cuarto termino diferencial; medio diferencial, modo de obtenerlo investigacion de una terceradiferencial — Proporcion geometrica, propiedad fundamental, determinacion del 4º termino proporcional, medio geometrico o proporcional y su determinacion; modo de obtener el 3º termino proporcional. Transformaciones, propiedades y propiedades relativas a la proporcion.

Regla de tres. — Relacion entre un fenomeno y su causa; variacion directa e inversa; proporcionalidad entre las causas y sus efectos; razon simple y compuesta; consideraciones de los numeros como causas o como efectos; regla de tres o de proporcion simple, regla de tres o de proporcion compuesta comprobacion de ambas. La regla llamada de tres inversa a un caso particular de la compuesta segun causas o segun efectos son iguales.

Regla del 4º aplicada al dinero y a las medidas antiguas y modernas; regla del 4º aplicado al dinero. Usos generales sobre los impuestos y modo de establecerlos. Comisiones.

Urbano. — Dudas, acreedores, pagares, fidejussor, libranga, librador, aceptante, tenedor, año civil, comercial y fiscal, tasa, plazo, vencimiento, capital; resolucion de la regla de interes simple; modo de simplificar la operacion; Usos generales e ideas generales sobre facturas y divisas, sus tipos.

Desempeño. — Anterior y posterior; advertencias sobre el método comercial de hacer el desempeño; rebajo.

Compania. Resolucion del problema: dividir un número en partes proporcionales a otros dados. Compania comercial; suiva, ganancia, o perdida. General companias industriales, acciones, accionistas dividendos; modo de hacer la particion. — Compania compuesta, reduccion a simple y comprobacion de todas.

Regla de caduca o de cambio; breves nociones del cambio exterior interior, directo e indirecto.

# Algebra.

Algebra sus definiciones, caracteres distintivos de esta parte de las Matemáticas, signos de cantidad de operación y de relación; término simple y compuesto, dimensiones y grado de los términos, su homogeneidad y semejanza; cantidad algebraica, expresión racional e irracional; monomio, binomio, trinomio, polinomio; polinomios ordenados; analogía entre estos polinomios y los números; proposiciones y definiciones de algunas palabras.

Sustitución, reducción a valor absoluto y relativo de los términos; traducción del lenguaje vulgar en expresiones algebraicas y vice versa.

Operaciones fundamentales con expresiones enteras.

- I. Adición algebraica, regla, casos; analogía entre esta operación y los números de todas clases; interpretación de la suma algebraica.
  - II. Sustracción, regla, casos; analogía y diferencia entre esta operación y sus correspondientes aritméticas; interpretación de la resta algebraica, significación que pueden tener los signos  $+$  y  $-$  en algebra conforme a la regla contraria que el lenguaje ofrece; pruebas de esta operación y de la anterior.
  - III. Multiplicación de monomios, regla, casos, signos del producto; analogía entre esta operación y la de los números. — Multiplicación de polinomos, regla, número y naturaleza de los términos del producto; ley de este término en cuenta si los factores son o no homogéneos e ordenados; productos de:  $(a+b)(a+b)$ ;  $(a-b)(a-b)$ ;  $(a+b)(a-b)$ .
  - IV. División de monomios, regla, casos, signos del cociente; analogía entre esta operación y la simplificación de quebrados; significación de  $a^{-p}$  y  $a^0$ . División de polinomios, regla, signos de los términos del cociente, si es posible determinar el número de términos del cociente y si es o no posible decir desde luego si es o no posible la división. Analogía entre esta operación y la correspondiente aritmética. — Aproximación del cociente algebraico y especialmente de la forma  $\frac{a}{p-1}$ ; aplicación de la ley de este cociente a la transformación de las fracciones periódicas. Casos en que  $\frac{a^m \pm b^m}{a \pm b}$  da cociente entero y dar la ley de ser cociente.
- Factor común a varios términos; modo de extraerlo; transformaciones principales que pueden provenir del factor común y del evidente en las expresiones algebraicas.

Fracciones algebraicas.

Significación del quebrado algebraico y sus transformaciones y variaciones; analogía y diferencia entre el quebrado algebraico y el numérico. Adición, sustracción, multiplicación y división de los quebrados algebraicos, con las pruebas

y reglas generales de las operaciones, estableciendo las analogías y las diferencias entre las operaciones algebraicas y las aritméticas. Inversa o recíproca de las cantidades algebraicas y aritméticas.

Demostraciones algebraicas de las principales proposiciones aritméticas relativas al entero y quebrado. Nociones sobre los múltiplos y los divisores de las expresiones algebraicas, menores múltiplos.

Ecuaciones.

La formación y clasificación; axiomas fundamentales de que se sirven para ser resueltos.

I. Ecuaciones de primer grado; supresión de los denominadores, transposición de los términos, reducción o extracción de la incógnita como factor común, división de la ecuación por el coeficiente de la incógnita o despejando de esta, valor de la incógnita, raíz de la ecuación, regla de resolución y verificación de la ecuación. - Plantas de un problema, partes de que consta su resolución y ideas generales sobre el planteo. - Diferencia entre las palabras expresiones raíz de una ecuación y raíz de una cantidad.

Discusión de la ecuación del <sup>er</sup> grado. Fórmulas, interpretación de los resultados positivos, negativos, infinitamente grandes, nulos, indeterminados; resultados aparentemente indeterminados o <sup>de términos</sup> fracciones irracionalmente. - Cómo debe entenderse que las cantidades negativas son menores que cero.

II. Ecuaciones de <sup>er</sup> grado con varias incógnitas. - Ecuaciones simultáneas e incompatibles, interpretación que unas y otras reciben. Sistemas determinados e indeterminados. Resolución de las ecuaciones simultáneas determinados. Eliminación, método de igualación, sustitución y reducción; algunos métodos especiales que abrevian la operación.

Desigualdades.

Significación que tienen, transformaciones de que son susceptibles según que se opere con cantidades positivas o negativas, resultados a que pueden dar origen las combinaciones de dos o más desigualdades según los signos que tengan y el sentido en que están establecidas; aplicaciones de que son susceptibles las desigualdades.

Indeterminados de primer grado.

Resolución de estas ecuaciones con dos variables: que significación tienen las palabras variables y constantes, variable dependiente y variable libre o independiente, función. - Curso de resolución en número entero y positivo; solución en número limitado o ilimitado; investigar las variaciones que experimentan los valores de las variables en uno y otro caso.

Observaciones que pueden presentarse. Analogías entre la resolución de estas

ecuaciones y de la investigacion del subcaso comun divisor aritmetico. Reconstruccion de la ecuacion. Como se interpreta en estas ecuaciones el principio de que una ecuacion de primer grado no tiene mas que una sola raiz.

Potencias y raices de las expresiones algebraicas.

Potencias de los monomios y signos correspondientes; raices de los monomios y sus signos, caso de las imaginarias; radicales semejantes y equis valentes; uso de la propiedad  $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$  en las transformaciones de las expresiones radicales ya introduciendo al subradical el coeficiente del radical, ya sacando de este los factores de potencia exacta; reduccion de los radicales al mismo indice demostrando si quedan o no equivalentes y estableciendo las analogias que hubiere entre esta operacion y las de las transformaciones de los quebrados. - Adicion, sustraccion, multiplicacion y division de las expresiones radicales estableciendo las analogias y diferencias que haya entre estas operaciones y las racionales al quebrarse asi como los monomios; potencias y raices de las expresiones radicales; potencias y raices por operaciones sucesivas. - Transformacion del exponente negativo en positivo; traslado del factor al denominador de una expresion y del divisor al numerador. Significacion del exponente fraccionario; operaciones efectuadas con exponentes positivos, negativos, enteros, fraccionarios, commensurables e incommensurables, numericos y algebraicos.

Potencias de binomios, binomio de Newton, sus leyes, determinacion de un termino aislado, desarrollo de potencias <sup>de exponente</sup> enteros, positivos y negativos; fraccionarios positivos y negativos dividiendo en cada caso el numero de terminos que el desarrollo contenga; Aplicacion del binomio a las aproximaciones de raices y crecientes numericos y algebraicos.

Cuadrado y raiz cuadrada de los polinomios; analogias y diferencias entre estas operaciones y las numericas.

Ecuaciones de 2º grado.

Ecuaciones incompletas, formula general y metodo de resolcion; Ecuaciones completas de 2º grado y metodo de resolcion bajo las formas  $ax^2 + bx + c = 0$  y  $a^2 + px + q = 0$ ; variacion de las ecuaciones cuando deben transformarse; verificacion de la ecuacion.

Dimension de las ecuaciones de 2º grado completas e incompletas caso de raices reales e imaginarias, significacion de reales y virtuales; raices exactas y aproximadas; raices nulas o infinitas, y raices iguales y desiguales; raices indeterminadas. - Relacion entre las raices y el coeficiente del 2º termino de la ecuacion y con el termino constante.

reconstrucción de la ecuación; su transformación en el producto de dos ecuaciones de primer grado.

Ecuaciones simultáneas de 2º grado determinadas y otras formas reducibles al 2º grado; eliminaciones especiales y métodos abreviados de resolución.

Trinomio de 2º grado, su diferencia con la ecuación, condiciones para que las raíces del trinomio sean reales, desiguales o iguales, e imaginarias; variaciones del trinomio por el cambio de la variable entre ciertos límites o indefinidamente según las raíces que se obtengan demostrando en cada caso si el trinomio puede ser un cuadrado perfecto, imperfecto o bien la suma de cuadrados.

Razonar aritmética y geométrica algebraicas; razon geométrico simple, compuesto, doble, subdoble, triple, subtriple et; proporciones algebraicas tanto aritméticas como geométricas, demostrando todas las propiedades de una y otra por medio de Algebra.

Progresiones — Progresión aritmética, leyes de formación si es creciente o decreciente; fórmulas para encontrar el término de un orden dado conociendo el primero la razón y el número de términos, y la suma de los términos de una progresión creciente o decreciente. Hasta donde puede crecer la progresión creciente, y hasta donde la decreciente; que significación tienen los términos que llevan signo -; que es el 0 en una progresión que decrece desde +∞ hasta -∞ o vice-versa.

Analogías entre la progresión aritmética y la serie de números naturales y los de los múltiplos consecutivos de números dados. Ecuaciones fundamentales y derivadas de esta clase de progresiones. Interpolaciones de medias aritméticas o diferenciales entre límites dados. — Progresión geométrica, leyes de formación sea creciente o decreciente; fórmulas para obtener el término de un orden dado, conociendo el primero de la serie el número de términos que esta contiene y la razón y la suma de los términos de la serie. Hasta donde puede crecer la serie y hasta donde de decrecer; si puede partir de 0; variaciones obtenidas en la serie creciente y decreciente por el cambio de signo de la razón. Conexiones que existe entre las progresiones y los órdenes numéricos y sobre todo en los métricos lineales, superficiales y de volumen de peso y de capacidad. — Reglas fundamentales en las progresiones para obtener las generatrices de los primeros numéricos. — Fórmulas fundamentales y derivadas. Interpolación. Expresiones de la palabra límite en las Aritméticas.

Logaritmos. Su naturaleza y formación, base, sistema logaritmico logaritmico de la base, de 1 y de 0 sea cual fuere el sistema. Propiedades generales de los logaritmos, operaciones en ellos de suma y resta. Formación de las tablas de logaritmos vulgares; descripción de los sistemas usados y transformación de los vulgares en log. exp. y vice versa método. Menajes de las tablas logaritmicas, en descripción; características mantises; complemento aritmético, su uso en el cálculo aritmético y en el logaritmico; operaciones ejecutadas con logaritmos de característica positiva y negativa; límites de aproximación que deben esperarse con los logaritmos.

Exposiciones exponenciales, sus clasificaciones, y resolución de las principales formulas; una suma y dos incógnitas cuanto sea multitudes en este caso. Significación de las palabras origen de la sección.

Principales formulas que contiene el Algebra elemental. Regla de alijación. Promedio, importancia científica modo de obtenerlo y empleo en los casos mas comunes; resolución de los dos problemas de alijación: 1º averiguar el precio medio de lo que se mezcla; 2º proporcionar de los ingredientes cuando se da el precio medio.

Regla de interés simple. Resolución de los dos problemas: 1º de terminación del capital con sus medietes y 2º de <sup>la deuda</sup> determinar el capital que origina una renta que se desea de pagar con los intereses que deviene que. Regla de interés compuesto. Resolución de los dos casos más comunes almutiplos. Anualidades, cupón de abonos.

Regla de falsa posición simple y doble.



# Geometría especial.

Uso general de la extensión de una sola y tres direcciones tomadas de la que las Naturales y el arte nos ofrece. Geometría, su carácter distintivo

Puntos su clasificación; punto sistemático = Líneas, su clasificación. Modo de fijar la recta, medida; trazo de la recta, suma y resta, <sup>numéricas</sup> ~~trazo~~. Variaciones de la suma y de la resta, explicadas por la geometría. - Rectas incommensurables e incommensurables; mayor medida es suma de dos restas. - Instrumentos para el trazo de las rectas y la rectificación de sus instrumentos. - Convenientes de la medición con cordelas y cintas. - Escalas.

Círculo y circunferencia; radio, diámetro, secante, cuerda tangente, segmento, sector, cuerda, sagitta, arco. Determinar la posición del círculo.

Clasificación de las superficies; determinación del plano.

Proposiciones usadas en la Geometría, distinguiendo cada una de las partes de que consta: sujeto, hipótesis y conclusión. Proposición inversa o recíproca. - Métodos de demostración explicando los que son peculiares de la Geometría; modo de raciocinio; división de los problemas geométricos.

Ángulo, definiciones y clasificación cuando se toman sobre sí como puntos; propiedades de los ángulos; proporcionalidad entre los arcos <sup>relación entre arcos de radio igual y el ángulo</sup> y los ángulos estando aquellos trazados en igual <sup>radio</sup>; medida de los ángulos en el centro divisores antiguos y modernos de la circunferencia. - Compas, escuadra y transportador, descripción, clasificación y uso de estos instrumentos. Suma y resta de ángulos y arcos, <sup>mayor med. arcos</sup>

Triángulos su clasificación teniendo en cuenta la magnitud relativa de los lados y de los ángulos. - Verdades de los triángulos y corolarios que se deducen.

Perpendiculares y oblicuas; suma de los ángulos consecutivos formados al lado de una <sup>recta</sup> ~~línea~~ teniendo todos un vértice común; suma de los ángulos consecutivos formados al derredor de un punto; relación entre los ángulos opuestos al vértice; demostrar que la perpendicular llevada a una recta es única y que <sup>que</sup> ~~divida~~ <sup>divida</sup> en partes iguales a la recta tiene un punto equidistante de los extremos de la división. Magnitud relativa de las oblicuas llevadas a una recta de un punto exterior a esta. Distancia de un punto a una recta. Las líneas quebradas en su extremo son ~~incommensurables~~ <sup>incommensurables</sup> tener distinta magnitud y la mayor corresponde al vértice más lejano y la menor a la más

Próximos. - Directrices, sus propiedades y modos de trazarlas.

Construcción de ángulos, triángulos, perpendiculares y oblicuas

Paralelas, sus propiedades; secante o transversal propiedades de los ángulos que produce; proposiciones directas y recíprocas.

Grupo de las paralelas conforme a las propiedades de los ángulos que da la secante, y algunos otros medios.

Relaciones entre los ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos y perpendiculares.

Suma de los ángulos de un triángulo; y demostrar que, siendo  $a$ ,  $b$ , y  $c$ , los lados  $a+b > c$  y  $a-b < c$  y que si los ángulos son  $A$ ,  $B$  y  $C$  al mayor lado se opone mayor ángulo y vice versa.

Triángulo isósceles y sus propiedades, triángulo equilátero y sus casos de igualdad.

Triángulo rectángulo sus propiedades y casos de igualdad.

Variaciones del ángulo formado por dos rectas que parten de un punto interior a un triángulo y se apoyan en uno de los lados de este; perpendicular bajada del vértice a la base del triángulo si cae dentro o fuera de él.

Construcción de triángulos de toda especie atendiendo a la notación y el número de los datos, y condiciones necesarias para que el problema sea posible, y cuando tenga una o más soluciones o ninguna.

Cuadriláteros. Su descomposición, su clasificación; paralelogramos sus propiedades y las de las diagonales y proposiciones inversas; rombo sus propiedades comparadas con las del paralelogramo; rectángulo sus propiedades y comparación de estos con los cuadriláteros anteriores; cuadrado sus propiedades y la comparación de estos con las de los anteriores cuadriláteros; trapecio sus propiedades y la relación que hay entre la línea que une los medios de los lados no paralelos y la base.

Problemas de construcción acerca de los cuadriláteros y sus divisiones de posibilidad o imposibilidad, o bien de una o múltiple soluciones.

Polígonos sus clasificación; propiedades características de los convexos y los cóncavos; suma de los ángulos interiores y exteriores descomposición de los polígonos en triángulos condiciones de igualdad de los polígonos y construcción de estos. Naturaleza de los ángulos interiores en los polígonos regulares y de los ángulos en el centro de dos mismos polígonos.

Senos en el círculo. - Relación entre la magnitud de la cuerda y su distancia al centro; ~~medida~~ <sup>medida</sup> máxima y mínima; perpendicularidad del radio a la tangente, igualdad de las tangentes al círculo que parten de un mismo punto. Construcción de la tangente y de <sup>de magnitud de</sup> ~~medida~~

Ángulos en el círculo. Medida del inscrito del exterior o interior; segmento capaz de un ángulo dado. Construcción de ángulos de valor dado atendiendo a las relaciones anteriores.

Inscribible y circunscribible un triángulo dado; condiciones para que el cuadrilátero sea inscribible o circunscribible al círculo; relación entre el diámetro y el lado del cuadrado circunscrito; relación entre el lado y el radio del hexágono regular inscrito; inscribible y circunscribible círculo a los polígonos regulares.

Relación entre los radios de dos círculos y la distancia de los centros cuando son los círculos, exteriores, tangentes, interiores o interiormente, cuando se cortan o uno de ellos es interior al otro y finalmente si los centros se superponen. Trozar una tangente común a dos círculos.

Lineas proporcionales. Proposiciones fundamentales; división de dos rectas en partes directamente proporcionales; consecuencias que se deducen de cortar un triángulo por una recta paralela a uno de los lados del triángulo; división de una recta en partes directamente proporcionales a otras dos dadas. Resolución gráfica de la regla de tres simple.

Figuras semejantes. Condiciones y uso de semejanza de los triángulos y de los polígonos. Construcción de polígonos semejantes. Relaciones entre los perímetros y las líneas homólogas de las figuras semejantes. Diferencia entre semejanza e igualdad de las figuras.

Proposición relativa a la intersección de líneas concurrentes por un sistema de paralelas; Regla de compañía simple resuelta por la geometría. Relación entre los segmentos creados por la bisectriz de un ángulo en un triángulo y los lados adyacentes; proposición a que da origen la perpendicular llevada del vértice a la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Demostración de que  $a^2 = b^2 + c^2 \pm 2bx$  ~~según~~ <sup>según</sup> que el ángulo sea obtuso o agudo.

Lineas proporcionales en el círculo. - Proporcionalidad entre los segmentos de dos cuerdas; de dos secantes y sus partes interiores; de

la cuerda, el diámetro y la proyección de aquella sobre este; de la ordenada al diámetro y los segmentos de este; cateto y medio razón. Construcción de media, tercera y cuarta proporcionales y diferenciales; resolución gráfica de la regla de tres compuesta y de la Norma de inversión. Determinación de  $\pi$

Figuras equivalentes. Diferencia entre la igualdad, la semejanza y la equivalencia. Equivalencia de dos paralelogramos, dos triángulos; relación entre el triángulo y el paralelogramo; superficies comparadas de dos paralelogramos de igual base o altura y de dos triángulos superficie del rectángulo del cuadrado, trapecio; de los polígonos regulares e irregulares, del círculo, del sector, corona segmenta, trapecio circular. Determinación de las dimensiones de un triángulo equivalente a un trapecio y un círculo, una corona <sup>equivalente</sup> y construcción de figuras

Relación entre las superficies de dos triángulos que tienen un ángulo igual y cuando los triángulos son semejantes. Relación entre las superficies de figuras semejantes y de sus líneas homólogas.

Teorema pitagórico demostrado geométricamente. Demostración geométrica de algunas fórmulas algebraicas. Construcción de la suma y de la diferencia de <sup>las superficies de</sup> dos polígonos semejantes.

Geometría en el espacio.

Sólido geométrico y sólido material; superficies planas y curvas como límites de los sólidos. Distintos modos de determinar el plano, intersección de planos. Recta perpendicular al plano y consecuencias que se deducen. Oblicuas al plano y relación entre las magnitudes de estas <sup>últimas</sup> cuando parten de un punto y teniendo de cuenta la mayor o menor separación de los pies de las oblicuas al de la perpendicular. Proyección de un punto sobre un plano y de una recta; ángulo de la recta y el plano

Planos paralelos sus propiedades y diferencias entre estos y las correspondientes a las rectas paralelas; paralelismo de una recta y un plano y todas las consecuencias que de esto se derivan.

Planos perpendiculares y todas las consecuencias que de ellos se deducen.

Distinción entre dos rectas en el espacio. División de dos rectas en el espacio por <sup>un</sup> plano paralelo.

Ángulo diedro, su espesor y medida; modo de obtenerla

Relacion entre los ángulos mayor cada son paralelos de dos lados.

Ángulo sólido; sus especies; caras, aristas, ángulos.

[Propiedades] caracter distintivo de los convexos y los cóncavos.

Triángulo. Caras de igualdad si son en el mismo número que en los triángulos; propiedades deducidas de la magnitud de las caras y de los ángulos; Triángulo suplementario y sus propiedades. Límite de la suma de los ángulos y de las caras de un poliedro.

Ángulos poliedros; su derivación en triángulos iguales y límite de la suma de sus caras y de sus ángulos.

Sólidos geométricos descripción de los regulares primitivos modificaciones que experimentan por transformaciones simétricas número de aristas y vértices.

Sólidos empujados. Curva de simetría del tetraedro Pirámide sus especies; intersección de la pirámide por un plano que cambia de dirección respecto de la base.

Simetría en la naturaleza; centro, eje y planos de simetría; los cuerpos simétricos son equivalentes; diferencia entre la igualdad y la simetría.

Prisma sus especies y propiedades, considerando con cuidado las propiedades del paralelepípedo; secciones producidas por un plano

Cilindro sus especies, y generación de los cuerpos; secciones que un plano produce en el cilindro.

Cono sus especies, generación del cono; secciones producidas por un plano

Desarrollo de la pirámide, el prisma, el cilindro el cono y los trozos de prisma, pirámide y cono; área lateral y total de esos cuerpos

Esfera su generación; secciones que un plano produce, círculos máximos y menores, huso, corchete, zona, segmento, sector entre otros; plano tangente; superficie engendrada por una recta y por una línea poligonal girando al derredor de un eje; superficie de la esfera, del corchete, la zona y el huso.

Superficie de sólidos semejantes relación entre sus superficies. Relación entre las superficies de la esfera, el cono y el cilindro circunscritos.

Sólidos equivalentes; relación entre los volúmenes de dos

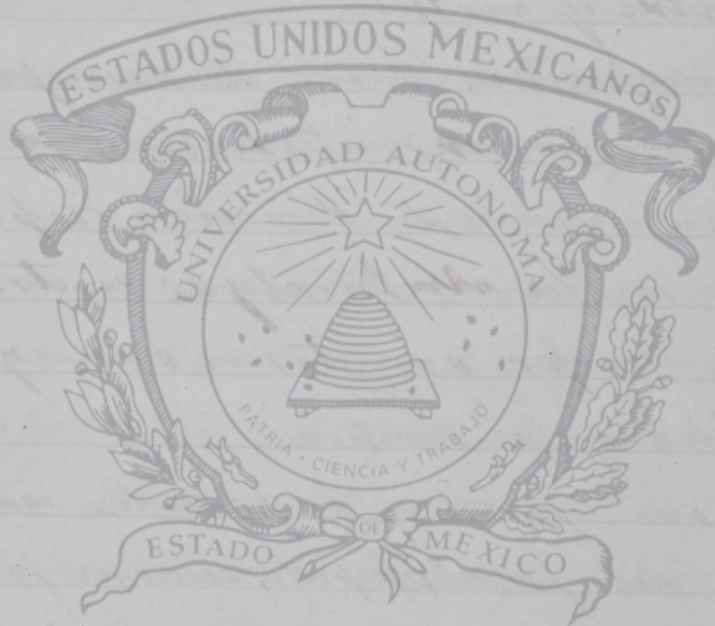
Paralelepípedo de igual base o de igual altura; volumen del paralelepípedo, del cubo, el prisma, el cilindro.

Volumen de la pirámide, el cono y los trozos de cono y de pirámide.

Volumen engendrado por la revolución de un triángulo cuyo vértice se apoya en el eje; volumen de la esfera, del sector, del segmento y de la corona.

Relación entre los volúmenes de cilindros semejantes; y entre los de la esfera el cilindro y el cono circunscritos.

Cálculos sobre estos principios practicados con datos que suministran los cuerpos.



# Trigonometrias

(23)

## I Triángulos planos.

Definiciones de la Trigonometría y de las funciones circulares; interpretación geométrica de los signos + y -

Lineas Trigonométricas; sus definiciones y fórmulas fundamentales; nociones sobre la homogeneidad; interpretación geométrica de las expresiones algebraicas.

Valores correlativos entre dos arcos y sus líneas trigonométricas; investigación de las variaciones y periodos de todas las líneas trigonométricas, estudiando a su expresión analítica y a su representación gráfica. Funciones inversas

Fórmulas generales de las líneas trigonométricas; líneas trigonométricas de la suma o de la diferencia de los arcos en función de las de los mismos arcos; líneas trigonométricas de arcos múltiples y principales potencias de las líneas trigonométricas importantes; relaciones entre las líneas trigonométricas, que corresponden de un arco sumas o diferencias.

Demostación geométrica de algunas fórmulas principales de las anteriormente demostradas.

Relaciones entre la magnitud de un arco pequeño y su seno o su tangente; límites de aproximación y errores; modo de formar tablas trigonométricas.

Tablas logarítmicas trigonométricas, su descripción, uso, y límites de aproximación; líneas trigonométricas naturales.

Método de transformación usual para hacer calculables por Logaritmos algunas fórmulas.

Triángulos rectángulos: principios fundamentales, casos de resolución y rectificación de los datos y resultados

Triángulos oblicuángulos: principios fundamentales, casos de resolución y rectificación de los datos y resultados; Deducción de las fórmulas fundamentales de todos los principios de resolución; y demostración de las fórmulas de los triángulos rectángulos como casos particulares de los oblicuángulos. Triángulos isósceles.

Superficie de los triángulos. Fórmulas fundamentales; casos de determinación de la superficie; triángulos rectángulos, oblicuángulos, isósceles y el equilátero.

Poligonometría. Superficie de polígonos regulares, irregulares inscritos, circunscritos y paralelogramos

2

Aplicaciones generales sobre los geométricos; su uso y aplicación a la medición de polígonos chicos; construcción de estos polígonos y  $s$

### I. Trigonometría esférica.

Triángulo esférico su origen y propiedades; polígonos esféricos su origen propiedades y descomposición en triángulos.

Poligonografía y trigonometría y distintos modos de calcular la circunferencia.

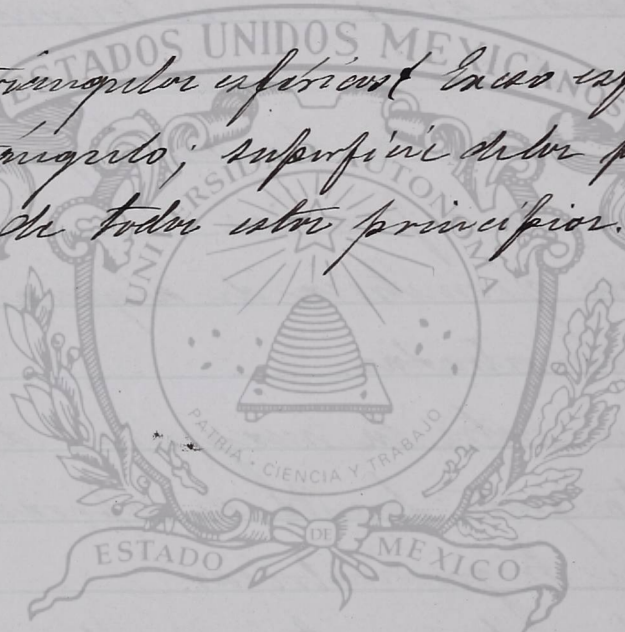
Triángulos polares y sus propiedades, medición del ángulo en el triángulo esférico

Triángulos oblicuángulos. Principios fundamentales y casos de resolución (tres directos y tres inversos); analogías de Napier.

Triángulos rectángulos. - Partes inventadas, reglas de Napier y fórmulas.

Superficie de los triángulos esféricos: caso esférico, triángulos trirectángulo y birectángulo; superficie de los polígonos esféricos

Aplicaciones de todos estos principios.





Noiones preliminares— Definición, principios de interpretación geométrica, homogeneidad.

Construcciones geométricas— Principios de construcción de líneas, expresiones enteras, fracciones enteras y radicales; ecuaciones de 2º grado en resolución geométrica, construcción de los ángulos  $\pi$  de las expresiones trigonométricas.

Resolución de problemas de geometría elemental— Problemas gráficos y geométricos.

Análisis plano.— Ecuaciones de las líneas.

Determinación de un punto en un plano.

Representación geométrica de las ecuaciones y algebraicas de las líneas.

Ecuación de la línea recta, problemas sobre la línea recta, aplicación de la ecuación de la recta a la demostración de algunos teoremas de geometría elemental. Ecuación del círculo, ecuación y forma de la elipse, ecuación y forma de la hipérbola, ecuación y forma de la parábola.

Transformación de coordenadas lineales y clasificación de las líneas

lineales de 2º orden.— Método general de tangentes a las curvas planas algebraicas; centro de las curvas de 2º grado; diámetro de esas curvas.

Reducción de las ecuaciones de las curvas de 2º grado a sus formas más sencillas, siendo rectangulares los ejes finales de coordenadas.

Asintotas de las curvas.

Teoría de la Elipse.— Construcción de la curva; radios vectores, directrices y parámetro; tangentes a la curva; diámetros y cuerdas suplementarias.

Teoría de la hipérbola.— Construcción de la curva; radios vectores, directrices y parámetro, tangentes a la curva; diámetros y cuerdas suplementarias; teoría de las asintotas de la curva.

Teoría de la parábola.— Construcción de la curva; radios vectores y parámetro, tangentes a la curva y sus diámetros.

Discusión de las ecuaciones de segundo grado con dos variables.

Coordenadas polares.— Ecuaciones polares en general, ecuaciones polares de la recta, el círculo, la elipse, la hipérbola y la parábola; transformación de ecuaciones del sistema polar al binomial y vice versa.

Secciones cónicas y cilíndricas.— Secciones cónicas en ecuaciones y dirección, sección antiparabólica; secciones cilíndricas.

Estructura de las curvas de segundo grado: elipse, hipérbola y parábola.

Análisis en el espacio.— Ecuaciones de las líneas y superficies.

Determinar un punto en el espacio.— Representación geométrica de las ecuaciones y algebraicas de las superficies y líneas del espacio. Línea recta

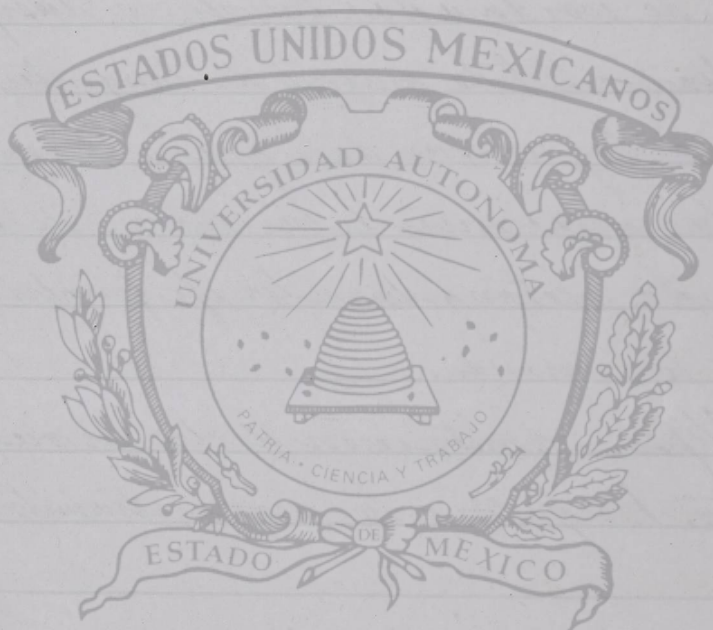
②

en curvas; problemas sobre la línea recta.

Curvas de las superficies — Plano; toro y problema; cilindro; cono y superficie de revolución, esfera; paraboloides elíptico, paraboloides hiperbólico, elipsoide, hiperboloides de una y dos hojas.

Transformación de coordenadas en el espacio.

Todo esto siguiendo la doctrina de D. Juan Cortázar, y ampliando además los puntos importantes en doctrina de Rey y Somosierra.



Universidad Autónoma del Estado de México

2009-2013

Importancia de las magnitudes auxiliares y frecuencia de ellas en las investigaciones de que se ocupa la ciencia matemática. Identidad de los artificios lógicos a que se recurre para facilitar las investigaciones matemáticas; ejemplos tomados de la Geometría y del Álgebra.

Necesidad de recurrir a un sistema general de magnitudes auxiliares para facilitar el estudio de las curvas. Definición del cálculo infinitesimal.

La variabilidad de dirección considerada como propiedad característica de toda curva; uso de la constancia de dirección para el estudio de la variabilidad; Definición del análisis trascendente.

### Cálculo Diferencial

Clasificación de las funciones y diferenciación de las algebraicas en simples — Funciones explícitas, implícitas simples y compuestas, así como algebraicas y trascendentes; forma general de las funciones algebraicas simples y en analíticas; regla para hallar el coeficiente diferencial; aplicaciones y ejercicios.

Consideraciones de importancia respecto de los coeficientes diferenciales — Consideración de los coeficientes diferenciales como ecuaciones de curvas; aplicación de las auxiliares al problema de las Tangentes; las auxiliares consideradas en abstracto; consideraciones de las anteriores en relación; constancia necesaria de uno de los términos de las auxiliares.

Diferenciación de las funciones trascendentes simples — Exponencial, Logarítmica y funciones angulares directas e inversas.

Diferenciación de las funciones compuestas — Suma algebraica; producto, cociente; caso en que la función no depende inmediatamente de la variable funciones de dos variables.

Breve exposición comparativa de las concepciones fundamentalmente que han servido de base al análisis trascendente — sistemas de Leibnitz, Newton y Lagrange; defectos que se les han atribuido; sistema de Covarrubias.

Diferenciación sucesiva y fórmula de Maclaurin. Modo de expresar las derivadas sucesivas; fórmula de Maclaurin y sus aplicaciones al desarrollo de funciones algebraicas; desarrollo en serie con respecto del seno, del coseno, de la tangente, etc, en función del arco; desarrollo del arco en función de los valores trigonométricos; desarrollo de la función exponencial; sistemas logarítmicos y neperianos.

Fórmula de Taylor aplicada al desarrollo en serie de las funciones de la suma algebraica de dos variables. Identidad de las auxiliares

que se obtienen suponiendo sucesivamente constante a una de las variables; fórmula de Taylor y sus aplicaciones; series logarítmicas; aplicación de estas series al cálculo de los logaritmos; caso en que se puede aplicar la fórmula de Taylor; aplicación de esta fórmula al desarrollo de las funciones de un número cualquiera de variables independientes; expresión de la diferencial de una función de diversas variables.

Determinación de los valores máximos y mínimos de las funciones de una variable. — Condiciones analíticas de los máximos y los mínimos; regla general para determinarlos.

### Calculo integral

Principios fundamentales. Reglas generales para la integración de las expresiones diferenciales. Integración por funciones algebraicas.

Dificultades que presenta la integración y sus causas; integración de expresiones algebraicas racionales y polinómicas; integrales definidas e indefinidas; constantes y su determinación; integración directa de las auxiliares y su uso.

Integración por funciones trascendentes. Integración por funciones logarítmicas, exponenciales, funciones angulares directas e inversas.

Integración de las diferenciales binomias. Método de integración por partes. Forma general de las diferenciales binomias; caso de integrabilidad; método de integración por partes; aplicación de este método a las diferenciales binomias.

Integración aproximativa por medio de las series. — Fórmula de Bernoulli. Expresión general de la integración por serie; aplicaciones. — Fórmula de James Bernoulli.

Aplicaciones del cálculo integral. — Rectificación y cuadratura de las curvas (sistema de Leibnitz).

Aplicaciones del cálculo integral. — Superficies y volúmenes de los sólidos de revolución (sistema de Leibnitz).