



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO
DE MÉXICO**



FACULTAD DE ECONOMÍA

TESIS

***“ANÁLISIS PREDICTIVO DEL PRECIO DE LA ONZA DE
PLATA PURA EN PESOS MEXICANOS A TRAVÉS DE
SERIES DE TEMPORALES Y SISTEMAS INTELIGENTES”***

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN ACTUARÍA**

PRESENTA:

ADOLFO CAMACHO YAGUE

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. en A. Oswaldo García Salgado

REVISORES:

Dra. En E.A.N. Lidia E. Carvajal Gutiérrez

M. en M. A. Verónica Ángeles Morales

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	5
CAPÍTULO I Marco Teórico	15
1.1. Marco del objeto de estudio	15
1.2. Marco teórico referencial	20
1.3 Marco Técnico	25
CAPÍTULO II La plata en el contexto histórico y sus dinámicas actuales de producción ..	34
2.1. La Plata en su contexto histórico	34
2.2. La producción y demanda por plata.....	39
2.3. Proporciones de metales preciosos en un portafolio de inversión.	44
CAPÍTULO III Formas mas usuales para la valuación del precio de una onza de plata...52	
3.1 Cruces entre diferentes tipos de activos.....	52
3.2. Técnica de promedios móviles (MACD – <i>moving average convergence-divergence</i>)55	
4.3 Oscilador estocástico %K(x), %D(y)	58
3.4 Retrocesos en la serie de Fibonacci.....	62
3.5 Indicador RSI (<i>Relative strength index</i>)	64
CAPÍTULO IV Presentación de modelos.....	67
4.1. Modelo ARIMA.....	68
4.2 Modelo Multiplicativo de Winters.....	75
4.3. Regresión en retrocesos.	78
4.4. Redes Neuronales	80
4.4.1 Redes neuronales alimentadas hacia adelante	86
4.4.2 Redes auto-organizables	87
4.4.3 Red de Kohonen	87
4.4.4 Redes neuronales recurrentes	88
4.4.5 Redes neuronales modulares.....	88
4.4.6 Redes neuronales de lógica difusa	88
4.5. Sistema de lógica difusa ANFIS.....	89
4.6 Simulación de Montecarlo	96
CAPÍTULO V Modelos propuestos para la predicción de valores	98
Por que las secciones del presente capítulo se dividirán de la siguiente forma:	99

5.1. Presentación de modelos	100
5.1.1. ARIMA.....	100
5.1.2. Modelo Multiplicativo de Winters	107
5.1.3. Regresión en retrocesos.....	109
5.1.4. Red Neuronal Artificial	112
5.1.4.2 Descripción de componentes	117
5.1.5 Sistema de lógica difusa ANFIS	133
5.1.6 Simulación de Montecarlo.....	140
5.1.7. Evaluación de modelos.....	142
5.1.8. Discusión de resultados.....	143
5.2. Presentación de modelos (Ene. 1984 - Feb. 2013)	146
5.2.1. ARIMA (Ene. 1984 - Feb. 2013)	146
5.2.2. Modelo Multiplicativo de Winters (Ene. 1984- Feb. 2013)	151
5.2.3 Regresión en retrocesos (Ene. 1984-Feb. 2013).....	152
5.2.4. REDES NEURONALES (ene. 1984-feb.2013)	155
5.2.5. ANFIS (Ene. 1984- Feb. 2013).....	162
5.2.6. Simulación de Montecarlo (Ene. 1984 – Feb. 2013).....	166
5.2.7. Evaluación de modelos (Ene. 1984- Feb. 2013).....	168
5.2.8. Discusión de resultados (Ene. 1984- Feb. 2013).....	169
5.3. Discusión de resultados	171
5.3.1. Comparativa de resultados entre las dos entregas de modelos.....	171
CONCLUSIONES.....	174
Bibliografía.....	178
ANEXOS.....	183
Anexo A.- Proporciones optimas de metales preciosos suponiendo niveles mínimos de utilidad y riesgo, en diferentes tasas referenciales.....	183
A.1 Proporciones optimas con un nivel máximo de volatilidad de 5%.....	183
A.2.-Proporciones optimas con un nivel mínimo de utilidad	184
con una utilidad mayor o igual a 4%.....	184
Anexo B.- Discusión de Componentes.....	185
B.1 Componentes (Ene 1984- Oct. 2010)	185
B.2 Componentes (Ene.1984- Feb. 2013).....	192
Anexo C Comportamientos de las épocas en el Modelo ANFIS	201
Anexo D Gráficas de estimaciones y predicciones.....	207

D.1 Gráficas de estimaciones y simulaciones. (Enero 1984- Diciembre 2010).....	207
D.2 Estimaciones por modelo. (Enero 1984- Diciembre 2010).....	208
D.3 Simulaciones por modelo (Noviembre 2010- Octubre 2012)	209
D.4 Gráficas de estimaciones y simulaciones (Enero 1984- Febrero 2013).....	212
D.5 Estimaciones por modelo (Enero 1984- Febrero 2013)	213
D.6 Simulaciones por modelo (Marzo 2013- Febrero2014).....	214

INTRODUCCIÓN

La relación que ha tenido la plata con la especie humana se puede contabilizar desde que las primeras sociedades se propusieron acordar estándares para facilitar el intercambio comercial, en los primeros ensayos para llegar a este objetivo se tiene registro del uso de; conchas marinas, semillas, ganado, etc. para triangular los intercambios comerciales, es decir, utilizar un determinado objeto para intercambiar mercancías (que cuenta con el consentimiento general) que a su vez era válido para obtener otras mercancías o servicios.

Sobra decir que este tipo de intercambio suponía una amplia variedad de problemas a la actividad comercial, ya que los primeros “recibos de dinero” podían descomponerse, una concha marina no podía ser idéntica a otra, o la calidad de las semillas recibidas no parecía ser la adecuada para la transacción, al avanzar del tiempo las sociedades encontraron en el oro y la plata características que otras materias primas no poseen. Estos metales, al ser maleables, se pueden estandarizar en formas deseables como monedas o barras que los gobiernos respaldaban por medio de grabados que garantizaban su pureza y su peso.

El oro y la plata han sido dinero en el imperio romano, en diversos estados árabes, en la antigua China y a lo largo de la historia, hasta agosto de 1971 cuando Estados Unidos suspendió la convertibilidad del dólar por oro.

Actualmente la plata es dinero de curso legal en el estado norteamericano de Utah en forma de monedas que produce la *US Mint* y en algunas regiones de Malasia donde se utiliza el *dírham* de plata y el *dinar* de oro.

La última vez que en México se ha tenido moneda de curso legal con contenido de plata fue en 1967. Entre los años de 1979 a 1981 se monetizó la llamada onza de la balanza con un peso de 33.625 gramos con ley .925, el Banco de México publicaba el valor nominal de esta onza en relación al precio internacional de la plata.

Este trabajo surge de la necesidad de observar el comportamiento desarrollado por el precio de mercado argento en relación con el peso mexicano en los últimos años, ya que diversos fenómenos de expansión monetaria que principalmente acontecen en Europa y Estados Unidos, históricamente, anuncian un alza en el valor nominal de estos metales.

Las sociedades actuales utilizan divisas para el intercambio de bienes y servicios, que sustentan su estatus de moneda de uso corriente en el consentimiento general y la legalidad que le confieren los distintos gobiernos, de cada país, respectivamente.

En el sistema monetario que vivimos, las cantidades siempre mayores de divisa son una constante, por lo que podemos deducir que nos encontramos en un ambiente comercial donde los precios de los bienes y de los servicios están condenados a subir en su valor nominal, enfatizando la anterior oración, siempre necesitaremos cantidades cada vez mayores de divisa para comprar una cantidad fija de bienes y/o servicios.

Por lo anterior, las sociedades actuales viven susceptibles a dos fuerzas que disminuyen el poder adquisitivo de su divisa: la primera es la disminución en la oferta que pueda darse en el ámbito de la producción y la segunda es el aumento constante de la inflación, que en su término más puro, la inflación significa la expansión de la base monetaria. Estas dos fuerzas actúan algunas veces de manera acelerada y otras veces de manera inadvertida pero siempre de manera constante en el largo plazo.

En el caso contrario también existen fuerzas deflacionarias en el actual sistema monetario que se reflejan en el valor nominal de ciertos productos, ejemplo de ello es el giro tecnológico, pero en rubros de suma importancia como en la energía o los alimentos la presencia de costos siempre crecientes son una realidad que todos podemos constatar empíricamente.

Así mismo las personas están resignadas a pagar estos costos atestiguando como disminuye el poder adquisitivo de su divisa, estos fenómenos monetarios afectan principalmente a quienes perciben un ingreso fijo. De la misma manera se le puede atribuir al actual sistema monetario diversos problemas sociales que se derivan de la inflación, la sociedad no tiene una medida de intercambio relativamente estable cuando existen devaluaciones abruptas en la cotización de una divisa, (frente al oro o alguna otra referencia de valor que se considere más estable, tradicionalmente el dólar americano) podemos observar un incremento significativo en el nivel de pobreza en un país al tiempo que aumentan los índices de criminalidad.

Se decidió concentrar este trabajo en el estudio del comportamiento reciente de la plata (del periodo de enero de 1984 a octubre de 2010) porque ha sido moneda de cambio a través de la historia, refugio de valor en tiempos de incertidumbre, es la segunda materia prima con más aplicaciones sólo después del petróleo además de que el término “plata” es sinónimo de dinero en más de 600 idiomas. El patrón plata existió en muchas regiones del mundo tales como en; Holanda, Dinamarca, Noruega, Alemania, Suecia, Austria o México en el siglo XIX, y fue moneda de curso legal a nivel internacional hasta los años 60’s.

Este trabajo estudia de manera técnica cómo ha evolucionado el valor de una onza de plata pura, la series históricas que se utilizan están expresadas en “nuevos pesos mexicanos” (MXN por su símbolo ISO) que reflejan *a priori* que tan devaluada esta la moneda nacional actualmente.

Históricamente, las sociedades más prosperas y estables han utilizado monedas de oro y plata tal es el caso del Imperio Romano Oriental, la Grecia clásica, el Imperio Británico, la Unión americana. etc. de estos periodos históricos se han generado una gran cantidad de avances tecnológicos, artísticos y sociales en la humanidad. Inclusive en estas civilizaciones los impuestos llegaron a bajar, en algunas otras ocasiones lo hicieron los precios. (Bernanke B., 2004)

La gran mayoría de las sociedades antes mencionadas han sucumbido a la tentación de devaluar sus monedas en virtud de beneficios a corto plazo con la consecuente disminución del poder adquisitivo de los ahorros populares y en detrimento de la calidad de vida en las generaciones posteriores.

Acto seguido a la devaluación de una moneda (entiéndase por devaluación a la disminución constante del poder adquisitivo de una divisa a consecuencia de la sobreoferta de circulante) las sociedades han entrado en periodos de decadencia que han tenido como aristas centrales; el aumento de la pobreza, el descontento social, el aumento de la criminalidad, sin dejar de mencionar que los gobiernos tienen la posibilidad de financiar, más fácilmente, acciones bélicas externas e internas (Keynes J. , 1919).

Cabe aclarar que un sistema monetario que maneje billetes convertibles, a una cierta cantidad de oro y/o plata, de ninguna manera garantiza que la convertibilidad sea estable, el gobierno puede devaluar el tipo de cambio de una divisa respaldada por metales preciosos, tal es el caso de la convertibilidad que mantuvo el dólar americano a 20.67 unidades por onza de oro hasta 1934 cuando se modificó su tipo de cambio a 35 dólares por onza, este derecho de convertibilidad era privilegio de los bancos centrales extranjeros que poseían reservas en dólares, en el mismo periodo histórico, al pueblo estadounidense se le prohibió poseer oro, ley promulgada en 1933.

Este es el entorno económico en el que actualmente vivimos, todas las monedas del mundo sustentan su valor en las reservas que cada banco central posea en dólares, los cuales están respaldados sino por más dólares en el futuro.

Las potencias vencedoras de la segunda guerra mundial acordaron que el dólar americano sería la moneda de reserva internacional, legado de los acuerdos de *Bretton Woods*, consecuentemente el intercambio comercial internacional se realizaría en dólares americanos, cabe destacar que la situación que se buscaba en estos acuerdos era un contexto monetario en el cual las divisas del mundo

fueran convertibles en dólares que a su vez serían convertibles en una onza de oro puro cada 35 unidades. Relación que se rompió en agosto de 1971.

Enumerando los problemas financieros del mundo tenemos la actual crisis de deuda europea, el endeudamiento constante de los Estados Unidos, el envejecimiento de la población en los países industrializados (y todas las promesas gubernamentales que se le han hecho a este grupo social) , préstamos estudiantiles y de crédito personal, pasando por los enormes déficits que corren economías tales como; Japón, Inglaterra , Canadá, España, Italia, Grecia, Francia, Alemania ,Irlanda etc. ¹ Localmente ,algunos estados de la república mexicana han contraído enormes deudas así como también el gobierno federal.

Para pagar estas deudas los gobiernos del mundo están obligados a pagarlos por dos medios principalmente; el primer método es el de aumentar o crear nuevos gravámenes a la actividad económica de una sociedad, el segundo es cuando el banco central crea la divisa que haga falta para pagar las obligaciones contraídas, con un interés cargado al estado, dado el hecho que la divisa se generó por medio de la compra de un bono gubernamental o algún instrumento financiero que también contenga la promesa de pagar un interés. Una combinación de ambos métodos es lo que recientemente varios estados europeos han decidido para solucionar sus problemas financieros.

La segunda opción es la que generalmente se percibe como la correcta, desde el punto de vista de la sociedad, pero lo que casi nunca se menciona es el efecto corrector de la inflación, que no es más que el equilibrio natural que se da entre las cantidades de circulante y las cantidades de bienes-servicios, que llevarán a los precios a un mayor valor nominal, dado que la creación de divisa se produce a un ritmo mayor que la cantidad de bienes y servicios disponibles.

En resumen, un sistema monetario basado en la deuda, está condenado a crear cantidades siempre superiores de divisa para solventar las cantidades de

¹ Las cifras de deuda externa e interna de los países mencionados se pueden consultar en esta liga <http://bit.ly/glpOLI>

deuda a las que está sostenida la economía en su conjunto. O en su defecto, destruir la confianza en las instituciones financieras por impago de tales obligaciones.

Siguiendo el record histórico (alrededor de 5,000 años) que tiene la plata de mantener un cierto poder adquisitivo gracias a su valor intrínseco, se puede resaltar que la inversión en metales preciosos, en físico, puede encontrar un límite de pérdida en el valor que determine el mercado, dejando al inversor exento de la suerte que puedan padecer instituciones financieras y/o bancarias en escenarios económicos adversos.

Más aun, la plata como materia prima, está presente en nuestra vida cotidiana en una amplia variedad de usos. Las aplicaciones de la plata abarcan los más diversos giros comerciales tales como la medicina, la construcción, la electrónica, el transporte, las telecomunicaciones, la producción de energía sustentable², etc. En la mayoría de estas aplicaciones la plata representa un insumo insustituible gracias a sus propiedades superiores de maleabilidad, conducción eléctrica, propiedades anti-bacterianas, o de reflexión lumínica. El mundo moderno es difícilmente concebible sin la participación de la plata. Cabe aclarar que solo en la joyería y en el menaje la plata es fácilmente reciclable, mientras que en todas las demás aplicaciones es costoso el reciclaje de plata.

De hecho, un setenta y cinco por ciento de toda la plata de extracción reciente se origina como subproducto de la extracción de otros metales (Maloney M., 2008) por lo que la industria minera no busca aumentar sus ganancias en virtud de aumentar su producción de plata, ya que no se depende de dichas ganancias.

Se puede argüir que la plata posee cierto valor agregado con el hecho de que es un metal irremplazable para la industria, por lo que en un escenario alcista en el precio nominal de la plata, se deduce que no existe la posibilidad que su

² *Northwest Territorial Mint "Silver Uses"*. Recuperado el 25 de Septiembre de 2012 de <http://bit.ly/16zqYDg>

precio disminuya por la acción de búsqueda hacia un sustituto más barato. Por lo anterior se define al precio de la plata como inelástico.

Actualmente existen alrededor de 21 millones de onzas de plata pura libertad en los activos personales de los mexicanos. (Salinas H., 2008).

Sin dejar de mencionar los riesgos inherentes de cualquier inversión y el evidente costo de oportunidad que resulta de un decremento en el valor nominal de la plata, en el caso particular de este metal precioso se le ha apodado el *metal del diablo* por su gran volatilidad, alrededor de un 5% en el valor en riesgo (VAR) en el periodo de enero de 1984 a octubre de 2010 (periodo que se utiliza como insumo principal en el presente trabajo), nada recomendable para un fondo de pensión que requiere de activos en cartera bastante estables como aquellos que proveen la renta fija. Pero al observar las noticias económicas de todas partes del mundo vemos amenazado paradigmas que considerábamos inamovibles, por lo que resulta conveniente explorar otras opciones para tomar las mejores estrategias en lo que concierne a nuestra estabilidad financiera.

El objetivo principal de esta investigación es comparar los resultados de seis modelos que poseen la capacidad de pronosticar el comportamiento variable del precio de la una onza de plata pura bajo el enfoque series temporales y de sistemas de inteligencia artificial.

Otro de los objetivos es describir como la plata ha sido parte de la historia monetaria en México y en el mundo.

Las hipótesis de investigación que fueron planteadas en este trabajo son las siguientes;

H_1 : El modelo ARIMA describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP, ANFIS y simulación de Montecarlo.

H₂ : El modelo multiplicativo de Winters describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP, ANFIS y simulación de Montecarlo.

H₃ : La regresión en retrocesos describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, redes neuronales MLP, ANFIS y simulación de Montecarlo.

H₄ : El modelo de red neuronal MLP describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, ANFIS y simulación de Montecarlo.

H₅ : El modelo ANFIS describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP y simulación de Montecarlo.

H₆ : La simulación de Montecarlo describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP, ANFIS.

El diseño metodológico de esta tesis consistió en proponer modelos que sirvan como una guía referencial para describir el precio futuro del precio de mercado de la plata, se propuso que el estudio se centrara en el precio de una onza troy de plata.

Se eligieron seis tipos de modelos para realizar el análisis predictivo, estos son un modelo ARIMA, un modelo multiplicativo de Winters, una regresión logarítmica y dos sistemas de inteligencia artificial; una red neuronal artificial, un sistema de lógica difusa ANFIS, al tiempo que también se hace mención de una

simulación de Montecarlo. Se utilizaron dos series históricas para obtener promedios mensuales de una onza troy de plata; para aterrizarlo en pesos mexicanos se tuvo que realizar la multiplicación del promedio mensual histórico del precio de mercado de una onza troy de plata, expresado en dólares americanos y el promedio mensual del tipo de cambio que publica la cámara de diputados para solventar obligaciones denominadas en moneda extranjera³.

Para medir la robustez estadística de cada modelo se utilizaron los siguientes estadísticos de control; la diferencia porcentual del estimado que genere cada modelo, el error cuadrado medio de cada modelo, la magnitud media del error relativo, en el caso que se tuvieran series reales para comparar los datos se realizó nuevamente una diferencia media porcentual, para el caso de los pronósticos.

También se agregaron los métodos más usuales para determinar si la plata esta subvalorada o sobrevalorada en algún momento en el tiempo; el cociente en referencia a otras materias primas, índices o indicadores macroeconómicos, una técnica de procesos estocásticos, los retrocesos de Fibonacci, el índice de *fuerza relativa* y una sugerencia de *MACD* con los parámetros más usados en el análisis técnico para definir el comportamiento del precio “spot” de una onza de plata pura.

El presente escrito se define bajo los siguientes capítulos:

Capítulo I: Marco teórico.- En este capítulo se contiene el marco teórico, en sus respectivas subdivisiones; técnico, referencial y acerca del objeto de estudio.

Capítulo II: La plata en el contexto histórico y sus dinámicas actuales de producción.- Con el fin de explicar a la plata dentro de sus diversas aristas del conocimiento se ofrecen algunas referencias históricas así como las referencias a las actuales magnitudes en su producción.

Capítulo III: Formas más usuales para la valuación del precio de una onza de plata.- En el tercer capítulo se realizó una pequeña reseña acerca de los

³ <http://bit.ly/GNR0J7>

métodos más usuales para la valuación técnica de las eventuales oportunidades de compra y/o venta utilizadas en la industria financiera.

Capítulo IV: Presentación de Modelos.- Se ofrece los detalles metodológicos y teóricos de cada modelo a implementarse para el estudio del comportamiento del precio de la plata.

Capítulo V: Modelos propuestos para la predicción de valores.- En esta oportunidad se discute de manera práctica las estimaciones y predicciones de cada modelo, en las dos entregas correspondientes a distintas series temporales base.

Anexos.- El anexo A corresponde a la presentación de las proporciones óptimas en las diversas tasas referenciales de los países citados en el capítulo III, el anexo B explica las puntuaciones de los componentes utilizados como variables de entrada en la red neuronal MLP, el anexo C son los resultados que reporta el modelo ANFIS, y el anexo D es una colección de gráficas para los procesos de estimación y predicción para todos los modelos en sus dos entregas.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

El presente capítulo presenta un análisis sobre importancia de la plata bajo un enfoque histórico contemporáneo y referenciado a los diversos trabajos de investigación que se encontraron relacionados a las aplicaciones de la plata junto con su contexto financiero. Al tiempo que también se hace mención a diversos estudios realizados aplicando las metodologías estadísticas involucradas en la presente tesis.

1.1. Marco del objeto de estudio

Hoy en día no existe alguna divisa que sustente su valor en metales preciosos (o directamente en algún otro activo tangible), todas son monedas por decreto gubernamental.

Al mismo tiempo se puede deducir que la demanda por plata es inelástica, ya que al ser insustituible como materia prima (o sus sustitutos muy costosos como en el caso del platino), en un escenario donde aumente la demanda por plata el precio forzosamente subirá.

Dicho lo anterior, se pueden observar los datos en el volumen del SLV⁴, este *ETF (Exchange trade fund)* es actualmente el principal vehículo de inversión en plata, se empezó a ofertar en 2006, se puede observar que cuando se registró un mayor volumen de transacciones el precio alcanzo sus máximos en 2011, matemáticamente esta correlación no es directa, estas dos variables reportan una correlación de -0.303 , pero da a notar gráficamente, que el volumen si impacta al precio del metal.

⁴ Datos recuperados el 28 de enero de 2013 del sitio <http://yhoo.it/jmjE8p>, originalmente este un contrato ETF que contenía 10 onzas de plata, después de esa fecha solo contienen una onza.

Queda a consideración del lector evaluar el apalancamiento que cada entidad financiera utiliza para ofrecer este tipo de vehículos de inversión. Dado que en el caso particular de *SLV*, se ofrece a alrededor de un 3% de descuento en relación con el precio internacional de contado.

Discutiendo el valor nominal de la plata, en 1980 la plata llegó a tener un valor máximo, en dólares, de 49.45 unidades por onza (solo momentáneamente rebasado en abril de 2011 siendo 49.51 el precio de contado). A enero de 2013 el precio de la onza de plata oscila los 32 dólares, un descenso de 35%, a priori, esto supone una excelente oportunidad para el inversionista ya que el mundo ha cambiado sustancialmente desde 1980, la población ha aumentado un 53%, el barril de petróleo referencial *West Texas Intermediate* ha subido alrededor de un 236%, la oferta monetaria del dólar americano, en su componente M2, se ha disparado un 700% y las tasas de interés se mantienen en mínimos históricos, lo que también apoya a una política monetaria expansiva⁵.

Es justo mencionar que los valores máximos en el precio de la plata se alcanzaron en momentos donde la plata se encontró naturalmente posicionada para subir de cinco dólares a cincuenta dólares la onza, en solo un año, como posibles causas podemos mencionar que Estados Unidos sufrió una inflación importante durante la década de los 70's, los hermanos Hunt (Nelson Bunker Hunt, William Herbert Hunt y Lamar Hunt) realizaron compras importantes de plata física ,alrededor de 200 millones de onzas en su acumulación más alta, se sufría la llamada "segunda crisis del petróleo" (1979) en el contexto de la revolución iraní, sin dejar de resaltar que para el público estadounidense estaba prohibido poseer oro (hasta principios de 1975) ,por lo que la plata se convirtió en el activo de moda para protegerse ante el aumento de precios.

Poniendo en perspectiva esta cifra y ajustándola a la inflación, que se ha generado en Estados Unidos, expertos en economía han hecho estimaciones que

⁵ La información que apoya la información de este párrafo se puede encontrar en estas ligas: <http://1.usa.gov/tJTSIs>, <http://bit.ly/lhADIC>, <http://bit.ly/1acSUtY>, el componente M3 ya no se publica desde 2006.

para romper efectivamente ese límite de 50 dólares se tendría que llegar a un precio de 165 a 365 dólares actuales⁶.

Cabe abordar la situación económica actual en la cual los incentivos inflacionarios presentes no han alcanzado completamente a la economía real, a pesar de que se han creado grandes cantidades de divisa a un ritmo considerable desde los rescates bancarios de 2008 en Estados Unidos. Para medir que tan rápidamente afecta la emisión de divisa a la economía real, comúnmente, se utiliza el concepto de *velocidad del dinero*, se puede interpretar como la tasa en que la unidad monetaria es utilizada para adquirir productos o servicios de consumo final, contabilizados en el producto interno bruto, este indicador se encuentra en mínimos históricos (en los E.U.), en otras palabras, la masa monetaria se encuentra preferentemente en activos financieros, cuentas bancarias o instrumentos similares que no están comprando bienes de demanda final.

Enumerando también las medidas que ha tomado Europa para enfrentar su crisis de deuda, o también los planes Banco Central Japonés para devaluar progresivamente su moneda ante el dólar, se podría interpretar que estos ya están en cierto modo expresados con el desempleo actual, la disparidad en el ingreso, incrementos de impuestos, la migración, el declive en la capacidad del estado en procurar el *estado de bienestar*, y en muchos otros fenómenos sociales.

Existen también ejemplos de cómo el precio de la plata puede bajar abruptamente, tal es el caso de cómo el precio bajo este mismo año (2013) desde los niveles de 28 dólares a 22 dólares, en solo tres días⁷, la mayor baja de valor nominal en un periodo de tiempo corto, es la mayor caída en las últimas tres décadas.

⁶ Son estimaciones que difieren, ya que (entre varios factores) para hacer este cálculo se tiene que tomar en cuenta un año base que queda a discreción del autor de cada estimación. La más alta que se encontró fue la mencionada de 365\$ de *Shadow Government Statistics* (SGS) <http://bit.ly/1acTzvB>. Recuperado el 28 de enero de 2013.

⁷ Esta baja ocurrió alrededor de los días 12, 13 y 14 de abril de 2013.

Entre la comunidad de inversionistas de metales preciosos existe la creencia de que los precios tienen un límite de pérdida por la demanda que generan los países asiáticos, más específicamente China e India, pero este paradigma no es una apuesta segura ya que, por ejemplo, en los años 1928 a 1930 los mismos países mencionados realizaron adquisiciones por 200 millones de onzas argentas, se generó esta oportunidad de compra dado que en esos momentos varios países occidentales desmonetizaban la plata. Sin embargo la gran depresión disminuyó en gran medida las exportaciones desde Asia, consecuencia que en 1931 India y China cortaran sus importaciones de plata a la mitad, una vez más en 1932, este ritmo de importaciones disminuyó otro 50% hasta alcanzar solo los 50 millones de onzas importadas por ambos países. En 1933 India solo importó 10 millones de onzas de plata y China ya exportaba 15 millones de onzas⁸.

No obstante existe un límite un tanto más lógico que depender de la demanda asiática por metales preciosos o confiar en que los bancos centrales conserven tasas referenciales históricamente bajas⁹, este límite es el costo de extracción que resulta de emplear capital humano, combustible, tiempo, espacio, impuestos, etc. El promedio en el costo de extracción de una onza áurea oscila los 1200 dólares¹⁰, el precio de mercado al día 14 de mayo de 2013 registra los 1436 dólares, sí el precio de extracción disminuyera por debajo del precio de mercado esto resultaría, en un mediano a largo plazo, en banca rotas de empresas mineras pequeñas o en la disminución de la producción, dejando al mercado con menos onzas por comerciar. En el caso de la plata las dinámicas involucradas en la extracción del metal no son similares a las del oro, de hecho casi no existen minas en el mundo en las que los ingresos dependan primordialmente en la producción

⁸ La información vertida en este párrafo está sustentada en el capítulo XVI *The postwar decline of silver*, pág. 141-142 Disponible en <http://bit.ly/i6pASC> al 14 de mayo de 2013.

⁹ Recientemente (13 de mayo) la reserva federal ha dado señales que busca limitar las llamadas *flexibilizaciones cuantitativas*.

¹⁰ No se cuenta con un dato oficial referente al costo promedio de producción pero existe consenso en la cifra mencionada, <http://cnb.cx/XBDXiT> disponible al 25 de abril de 2013; <http://yhoo.it/WTa5OW>, disponible al 25 de abril de 2013; <http://goo.gl/ZGdo8V> disponible al 18 de junio de 2013, así mismo se puede contabilizar el costo de extracción de una onza de plata en 20 dólares.

de plata¹¹, por ejemplo, sí el costo de extracción del oro excediera al precio de mercado, probablemente, más de una mina de oro tendría que cerrar, dejando al mismo tiempo subproductos de la extracción áurea fuera del mercado como podrían ser zinc, cobre o plata. Pero las minas donde los ingresos dependen del hierro, cobre, aluminio, etc. metales básicos, en un ambiente económico favorable para su actividad, estas minas seguirán produciendo plata.

El ritmo de extracción de plata se encuentra en un cociente de 9 a 1¹² en relación con el oro, mientras el valor nominal de la plata con el oro se encuentra, actualmente, en alrededor de 52 a 1.

Sin embargo, el inversor debe de ser cauteloso cuando recoge datos referentes a la inversión en plata, en internet circulan historias de dudoso fundamento, tales como la extinción de yacimientos de plata para el año 2020, las cantidades descomunales de plata que se utilizan en la industria bélica, etc. Este tipo de historias no tienen un respaldo oficial o no son fácilmente comprobables.

Como consecuencia por este apetito de información cada vez más personas conocen datos sobre los metales preciosos, por ende estos cibernautas estarán más dispuestos a invertir en oro y/o plata, un factor que incluso puede ser tomado como fundamental.

Contrario a lo que se piensa, la plata, a diferencia del oro, no siempre actúa como un activo de salvamento en caso de un ambiente económico inflacionario, ya que la demanda por este metal es mayormente generada por la industria, una baja en la actividad económica puede resultar en un descenso del valor nominal, como fue en el caso de la crisis inmobiliaria de 2008.

¹¹ Existen casos donde la plata es la principal fuente de ingresos para una única mina, un ejemplo es la segunda mina que a nivel mundial (2012) produce más plata localizada en Fresnillo, Zacatecas, la producción de plata representa 1,118.59 millones de dólares anuales mientras que la producción de oro es de 1084.33 millones de dólares, no superada por algún otro metal, <http://bit.ly/1gtytz2>, información disponible al 25 de agosto de 2013. Por lo general el enunciado descrito es cierto para la mayoría de las minas.

¹² Esta relación es un aproximado que se obtuvo al dividir la producción de plata entre la del oro, con datos del sitio <http://bit.ly/cwNojC>

La última vez que en México se tuvo moneda de uso común, con contenido de plata, fue en 1967. Entre los años de 1979 a 1981 se monetizó la llamada onza de la balanza con un peso de 33.625 gramos, ley .925, el Banco de México publicaba el valor nominal de esta medalla en relación al precio internacional de la plata. En el año 2003 se emitieron monedas conmemorativas con la imagen de los escudos de las 32 entidades federativas (Fase I) con diversos motivos alusivos de los estados y el Distrito Federal (Fase II), estas monedas tenían un valor nominal de 100\$ y en su centro contienen 16.812 gramos de plata, ley .925, equivalentes a media onza troy de plata pura, se suspendió su producción en 2007.

1.2. Marco teórico referencial

Los estudios relacionados a la plata están predominantemente enfocados a los aspectos de minería, de aplicaciones médicas o medioambientales, también existen variados trabajos que enumeran a la plata como medio de cambio a través de la historia o como activo de inversión. Los estudios de corte financiero, sociales o económicos son escasos en comparación a los primeros mencionados.

Así entonces se pueden enumerar algunos trabajos de investigación referentes a la minería de plata, como los son los publicados por *The London bullion market association* (LBMA por sus siglas en inglés) o la principal agrupación de productores de plata, *The silver institute*, la información emitida por este organismo sirve de fuente de información incluso para los reportes gubernamentales estadounidenses emitidos por la *Unites States Geological Survey* (USGS). Entre los documentos emitidos por dichos organismos se pueden encontrar transcripciones de conferencias, Cross J.(2009) enunció las diversas aplicaciones de la plata como las contenidas en los rubros médicos, de captación de energía solar, dispositivos de comunicación portátiles, aplicaciones textiles, etc. y la evolución de sus respectivas demandas a través de años recientes. También se hace mención a las cantidades producidas por concepto de reciclaje de plata y una prospección que puede tener la plata, en su demanda y oferta en el futuro.

Se pueden encontrar escritos más técnicos, Jessey R. (2008) discutió los factores geológicos en la formación de barita de plata, así como también las ganancias que han reportado la extracción y las diversas minas en el desierto de Mojave.

También existen reportes gubernamentales al respecto de la plata como los emitidos por el gobierno peruano, Perú es el segundo productor de plata solo después de México, Isasi F. (2008) en una presentación auspiciada por el estado peruano menciona como el país andino ofrece un atractivo ambiente económico para la inversión en general, en particular se mencionan los minerales que se extraen en territorio peruano como lo es el cobre, zinc, oro o plata.

Los trabajos que emite “*The silver institute*” se cuentan entre los más completos, el mismo organismo comentó en 2012 las fuentes que generan la oferta de plata, los giros comerciales que constituyen la demanda, así mismo las cantidades que adquieren los inversionistas. Se hace un análisis de cada inciso de la demanda y del suministro de plata así como se menciona el precio nominal histórico por onza de plata y la producción, por región geográfica.

En otro orden de ideas, existe una connotación negativa en los métodos de extracción argenta, que involucran sustancias como el mercurio, en especial en la extracción artesanal de oro y en su refinación se utiliza ampliamente el mercurio, Weinberg J. (2010) explica las llamadas minas “a cielo abierto” que son las que más contaminan el medio ambiente, las fuentes de agua, el subsuelo y por extensión la salud humana.

En contraparte, la plata, es un elemento preferido en la industria médica principalmente gracias a sus propiedades antibacterianas. Iroha *et al.* (2007) dieron explicación sobre cómo actúa la plata coloidal en el tratamiento de heridas, el autor llega a la conclusión de que la plata coloidal es un medicamento “milagroso”.

Así mismo Douglas R. *et al.* (2009) discutieron las propiedades antibacterianas asociadas a la plata en forma de nano partículas y zeolita de plata,

existen extensos y variados trabajos que sustentan a la plata como elemento esencial en el campos de la higiene personal y experimentación antibacteriana, Dubnika A. *et al.* (2013) ofrecieron una discusión del alcance antibacteriano de diversos componentes minerales formados a diferentes temperaturas con o sin plata en su contenido, se concluye que un compuesto mineral de hidroxapatita es antibacteriano al contener plata mientras que uno que contenga cero contenido de plata no muestra propiedades antibacterianas.

En el industria textil también se utiliza la plata con fines higiénicos, Lazic V. *et al.* (2011) concluyeron que con diversas combinaciones de plata en los colorantes de fibras textiles de algodón, la plata coloidal sintetizada arroja un resultado máximo en la reducción de la presencia bacteriana.

Desde el año 2000 y debido a la tendencia alcista del precio de la plata se han reencontrado ciertos aspectos monetarios, en contextos históricos, Bojanic N. (2010) generó una discusión describiendo el comportamiento de las economías de México y de la India que compartían el patrón plata hasta principios del siglo XX como estándar monetario, mientras gran parte del mundo utilizaba el llamado *bimetalismo*. Se concluye que el poder adquisitivo de tanto el peso mexicano como la rupia, durante los años comprendidos entre 1870 hasta 1910 la plata se deprecio de un máximo de 60 peniques por onza fina 0.925 hasta los 24 peniques, ambos países observaron sus exportaciones aumentar y los precios tendieron a subir, también las deudas externas se acrecentaron.

Hizbur R. (2010) expresó en tabulados de ideas acerca de lo que su investigación arroja acerca de las características de las unidades de intercambio con sus diversos impactos sociales y comerciales. Entre las ideas que entrega el autor se encuentra que un patrón plata u oro no proveen de un mecanismo apropiado para evadir las manipulaciones del dinero fiduciario.

Relacionado con la extracción de recursos naturales, existen investigadores que se han hecho la pregunta “¿Las crisis económicas aceleran la extracción de recursos naturales?”, Brown R. (2010) *et al.* concluyeron que en el caso brasileño

con el estaño, y en el caso mexicano con la plata la anterior hipótesis resulta ser cierta, se atribuye que las economías emergentes exploten más aceleradamente sus recursos, en periodos de crisis financiera, porque no tienen el mismo acceso a los mercados de capital que poseían anteriormente a las crisis. En el caso de las crisis latinoamericanas de los años 80's la producción de estaño y hierro en Brasil, cobre en Chile y de plata en México tuvieron incrementos importantes en su participación de mercado. Mientras que en una recuperación económica la mencionada participación de mercado tiende a bajar.

Aumentado la discusión del anterior autor también se hallaron trabajos relacionando si una materia prima interviene en el valor de mercado de otras materias primas, , Cortazar G. y Managia S. (2011) discutieron como un llamado "*modelo multi-commodity*" el cual describe el comportamiento de diversas materias primas, en este caso de correspondencia de valores del petróleo contra el cobre y la plata, se obtuvo el resultado de que sus respectivos precios no guardan la suficiente correlación para predecir el comportamiento futuro de dichos metales, en el corto plazo, sin embargo el modelo es efectivo en el largo plazo.

Por lo que respecta a la información disponible acerca de cómo se comporta el precio de los metales preciosos, relacionando los índices de inflación y niveles de tasas gubernamentales Blose L.(2010) llega a la conclusión que el precio del metal áureo no es afectado por las expectativas futuras de inflación sino por cambios abruptos en el *CPI* (Consumer Price index), también se recomienda no contabilizar el precio del oro como señal de inflación y especular el precio basándose en el mercado de bonos mas no en el valor nominal de mercado.

En la misma retórica Chinn D. y Coibon O. (2013) generan también la discusión sobre el sesgo que representa predecir mercados como los metales preciosos en comparación con el sector agrícola o el petrolero, se realiza este análisis basándose en regresiones *post-hoc*. Se concluye que estudiar el comportamiento futuro del sector agrícola, de metales básicos o el petróleo contiene menos sesgo en sus predicciones que predecir el precio futuro de metales preciosos.

Es bien sabido que los mercados de materias primas (particularmente los metales preciosos) son de comportamiento volátil, Barten A. *et al.*(2010) discutió la anterior problemática, su estudio se centra en la hipótesis dada que la volatilidad en un mercado es resultado de la información disponible, mas no de los retornos esperados de capital, también se analiza como la entrada de los vehículos de inversión *ETF* ha afectado el precio nominal de dichos metales , el autor concluye que no han tenido un impacto real en facilitar el negocio minorista de metales preciosos.

También se han hecho estudios para conocer sí la volatilidad en los mercados de metales preciosos son una constante o algo pasajero, Narayan P. y Ruipeng L. (2011) generaron una discusión a partir de observar el comportamiento del precio de diversas materias primas producidas en el sector minero; el aluminio, la plata ,el oro, el zinc, hierro, cobre, entre otras. Se concluye que en mercados como la plata, el oro, el cobre, el aluminio y en el platino la volatilidad ha sido persistente en años recientes (se toman diferentes rangos de tiempo para cada metal), mientras que en algunos metales básicos como el hierro, el estaño, el níquel y el zinc la volatilidad se mantiene estable. Se llega a estas conclusiones a partir de aplicar pruebas “*dobles en quiebre de raíces unitarias*” desde modelos GARCH.

En muchas ocasiones se toma en cuenta las noticias de los medios financieros para explicar los movimientos de precios de las materias primas, Roache S. (2010) comparó los reportes que entregan instituciones como la Reserva Federal de Estados Unidos, los reportes de la inflación, el producto interno bruto o el mercado inmobiliario, del mismo modo se analiza la sensibilidad que puedan tener los precios de materias primas del sector minero, agrícola y de combustibles. Las conclusiones son hechas en el marco de juzgar los coeficientes de los regresores en modelos GARCH (1,1). Se concluye que el oro, la plata, el maíz y la soya son propensos a que baje su precio sí se presentan *malas* noticias relacionadas a los correspondientes sectores en los mercados financieros.

Argumentando las bases técnicas para llegar a conclusiones formales acerca de predecir de la plata (de lo que persigue el presente trabajo de tesis), Pierdziocha C. (2013) discutió las predicciones de distintas fuentes, a partir de pruebas “*J*” de hipótesis, se discrimina la racionalidad de dichas predicciones que ofrecen instituciones u organismos especializados.

1.3 Marco Técnico

A fin de revisar la literatura relacionada con los modelos a desarrollarse para estudiar el comportamiento del precio de la plata se encontró una extensa colección de artículos de investigación, la mayoría de los escritos que se consultaron se encontraron en inglés, los trabajos en español son escasos, ya en fechas recientes se han encontrado más escritos que abordan la discusión de explicar series estadísticas comparando variadas técnicas de modelos predictivos, o con la plata como objeto de estudio.

Estudios relacionados con la técnica ARIMA, Huwiler M. y Kaufmann D. (2013) expusieron como un modelo combinando datos desagregados puede ajustar eficientemente los cambios en la inflación reportada por el *CPI (Consumer Price Index)*. Los autores concluyen que un modelo en el cual se involucren más variables de impacto macroeconómico, en total 182 variables en el modelo más extenso, produce mejores resultados que los modelos ARIMA que involucran menos variables.

Es relativamente común encontrar a los modelos ARIMA contrastados con otras técnicas para el estudio de datos, Chi-chen W. *et al.*(2011) expusieron la manera en la cual un modelo ARIMA puede ajustar mejor los valores de las exportaciones taiwanesas en contraste con un modelo heurístico que involucra un modelo de lógica difusa (*fuzzy time series model*). En la misma retórica Uko K. y Nkoro E.(2012) ofrecieron una comparación de tres modelos; un modelo de vector auto-regresivo (*VAR*) ,otro modelo de corrección de errores (*ECM*) acompañados de un modelo ARIMA, los autores concluyen que un modelo ARIMA ofrece un buen ajuste para explicar la carestía de precios nigeriana en comparación a los

otros dos modelos, se utilizan como insumos de investigación el producto interno bruto, el índice oficial de inflación, la tasa de interés referencial, entre otras series históricas. Con el desarrollo de los modelos de redes neuronales, los modelos ARIMA se han visto disminuidos en apreciación por los investigadores, Yayar R. *et al* (2011) concluyeron a partir de la comparación de un modelo ARIMA contra un modelo ANFIS (*Adaptative Neuro-Fuzzy Inference System*) que es mejor el modelo ANFIS para explicar el comportamiento presente y futuro del consumo de energía eléctrica en la provincia de Tokat, Turquía.

Usualmente la técnica ARIMA se compara con el modelo ANFIS, Tektaş M. (2010) presentó el caso para estudiar el clima en Estambul con los dos modelos mencionados. En casos donde la serie de información presenta cambios dinámicos abruptos o entendido como una variabilidad considerable se recomienda usar los modelos ANFIS, el autor del artículo de investigación concluye que es mejor un modelo ANFIS a un modelo ARIMA(2,1,1), lo anterior con base a los estadísticos de control observados en cada modelo.

La metodología ARIMA también ha sido base para la implementación de diversas técnicas para el ajuste de series históricas, tal es el caso del famoso ajuste estacional *ARIMA-12* desarrollado inicialmente por la oficina del censo norteamericano, Cortez O.(2009) implementó esta técnica para suavizar el índice de producción de la industria manufacturera en Chile, el autor concluye primeramente que la variabilidad en la serie original es mayor a la serie generada aplicando la desestacionalización, así también en un salto de variabilidad que se da 2008, de 15.1%, el autor decide catalogar a este periodo como un punto de quiebre para suavizar la serie original de manera eficiente.

De igual manera se eligió un modelo basado en la regresión en retrocesos para explicar en la presenta tesis el comportamiento futuro del valor nominal de la plata, es decir, se plantea una regresión en la cual el estimador se explica a través de la misma serie histórica, pero donde las variables independientes sean la misma variable pero “desfasadas”, una de las cuestiones principales de este método es decidir el “largo” o mejor dicho, que tantas variables en retrocesos son

óptimas para explicar la serie original en un número dado de variables explicativas, Ribeiro C. y Pedrozo C.(2008) proponen tres métodos para establecer la longitud en las variables independientes; por medio de comparar los valores de la R^2 de cada modelo o utilizando los criterios de Akaike y de Schwarz, el autor simula una muestra de datos tomando como referencia un proceso Montecarlo con una distribución normal para generar tamaños de muestra con 20, 50 y 100 elementos. A partir de comparar un polinomio de longitud 3 con varias ecuaciones sugeridas ordinarias de mínimos cuadrados, se concluye que el polinomio de tres términos es óptimo en comparación a polinomios de cuatro hasta ocho términos, se concluye que tanto las ecuaciones propuestas por el autor en contraste con el polinomio de tercer grado son intercambiables con muestras de información suficientemente grandes, los estadísticos de control como los criterios de información son similares en sus puntuaciones, también se señala que para una muestra de datos limitada es recomendable usar polinomios hasta de tres términos.

La regresión en retrocesos se puede presentar en formas univariantes o multivariantes, Abu-Allaban M. *et al.* (2003) enunciaron como se pueden medir las emisiones de autos en movimiento a partir de variables tales como el tipo de vehículo, método de ignición del motor, velocidad o el peso de cada transporte para predecir la cantidad de emisiones contaminantes que se esperan emitirán estos vehículos, a partir de obtener una variable dependiente, dados algunos retrocesos de cada variable. Se concluyen rangos de emisión contaminante para cada tipo de vehículo en miligramos de contaminante por kilómetro recorrido.

Así mismo Choi I. y Kurozumi E.(2012) plantearon una extensa discusión acerca de cómo elegir los retrocesos en un modelo de regresión co-integrante, se llega a la conclusión de que el estadístico de control *BIC* ("*Bayesian Information Criterion*") es eficiente para reducir el error cuadrado medio y el criterio *Cp* de Mallows es eficiente en reducir el sesgo en el modelo, también se llega a la conclusión que los criterios de información corregidos de Akaike y Schwarz son tan válidos como los criterios originales, en las simulaciones estudiadas . Los

resultados se alcanzaron suponiendo ciertos parámetros arbitrarios por los investigadores.

Existen también trabajos que abordan la idea de construir varios modelos para explicar el comportamiento de una única serie histórica, Acosta Cervantes *et al.* (2013) explicaron la manera en que una serie neuronal puede dar pauta para discriminar un modelo sobre otro. Se comparan los modelos de regresión lineal, de suavizamiento exponencial simple y doble, promedios móviles y ARIMA, como información a explicar se utilizan series de diversa naturaleza como el precio del carbón, el índice de productividad nacional, el ingreso por remesas familiares, etc. Por medio de una serie de pasos que involucran; ajustar a cada serie con un polinomio mayor con coeficiente de determinación mayor al 80%, escalar la serie original en un rango de -1 a 1 y por último se obtuvo el error cuadrático medio al ajustar redes neuronales artificiales a cada modelo propuesto, por serie de información estudiada, ordenando los resultados del mencionado estadístico de control se presentan cuadros comparativos representando a los modelos que obtuvieron mejores resultados. Se observa por el cuadro comparativo que las técnicas de promedios, promedio móviles y ARIMA (0,2,2) ajustan óptimamente un mayor número de series pronosticadas, mientras que la regresión lineal, el suavizamiento exponencial simple y doble lo hace en pocos casos.

De manera similar se pueden encontrar trabajos que comparen a los modelos ARIMA con técnicas de suavizamiento exponencial, un ejemplo es el expuesto por Codruța M. y Dezsi E.(2013) relataron cómo se ha comportado el leu rumano (ISO: RON) en su equivalencia con el euro, el dólar americano, la libra esterlina, el yen japonés, el yuan chino y el rublo ruso. Se utiliza el suavizamiento simple y doble, el suavizamiento de Holt-Winters al mismo tiempo que algunos modelos ARIMA con diversos parámetros, para elegir dichos parámetros se optó observar las auto-correlaciones normales y parciales de los coeficientes del modelo. Se concluye que los modelos reflejan la apreciación de la moneda local rumana, adicionalmente se resalta que los modelos ARIMA presentaron ciertas complicaciones en el ajuste de sus estimaciones, en ese sentido los modelos de

suavizamiento exponencial fueron mejores, todo lo anterior apoyado en estadísticos de control como el error cuadrado medio o la proporción de covarianzas.

En cuanto a los modelos de suavizamiento exponencial estos son muy socorridos en áreas tales como las ventas, la agricultura, la meteorología o en las finanzas, dichos ambientes comerciales describen *a priori* una estacionalidad en su comportamiento. En el caso particular del precio de la plata la serie histórica presenta cierta estacionalidad, siendo principalmente los meses de enero periodos de baja en el precio nominal y alrededor de octubre periodos alcistas.

Las aplicaciones de los modelos de suavizamiento exponencial son de amplio espectro práctico en el sector comercial, Bermudéz J. *et al.* (2007) discutieron como mediante la forma aditiva de método de pronóstico de Holt-Winters y suavizando la serie original mediante raíces cuartas se puede ajustar un modelo para describir el número de pasajeros en líneas aéreas comerciales del Reino Unido, extrapolando hasta el año 2035, también se hace una discusión amplia acerca de los intervalos de confianza de la predicción y la metodología acerca de cómo elegir las constantes en las funciones de transición, se concluye que un modelo de suavizamiento exponencial, en su forma aditiva, es adecuado para predecir la información estadística, cuando la serie original se ha modificado de tal forma que los componentes de estacionalidad no dependan del nivel de la serie a estudiar.

Es empírico pensar que fenómenos como el transporte de carga contengan cierta estacionalidad, existen temporadas del año, u horas dentro del día, cuando el tráfico de carga se comporta de manera determinada, Bogna M. *et al.*(2012) expusieron la problemática del transporte de carga en algunas zonas de Polonia, tomando como referencia el modelo multiplicativo de Winters, de análisis armónico y de análisis armónico con un sistema artificial inmune, lo anterior para ajustar las unidades de volumen de carga en toneladas. Se llega a la conclusión que un método de análisis armónico con un sistema artificial inmune es mejor que los primeros reportando un RMSE de 0.00414, mientras que el peor estadístico del

modelo multiplicativo de Winters fue de un 0.0083 y el modelo de análisis armónico se obtuvo un peor *MAPE* en 0.0089.

Argumentando la extrapolación basándose en redes neuronales artificiales es necesario remarcar ciertas cuestiones; una red neuronal propiamente dicha no extrapola datos en la serie original, el objetivo de una red neuronal es minimizar la función de error del modelo, por lo que extrapolar información estadística depende en realizar una red neuronal como tal y auxiliarse en otras metodologías para generar pronósticos. En muchas ocasiones se utilizan las redes neuronales para ajustar un modelo y del mismo se extrae el valor medio de las diferencias entre los datos, posiblemente como cantidad o porcentualmente, de esas acciones generar un modelo *NAIVE*, o tal vez auxiliarse de regresiones para estimar valores futuros, o con una mayor complejidad en el método generar modelos ANFIS que se describen similarmente a una red neuronal.

Así entonces se pueden enumerar algunos trabajos donde las redes neuronales artificiales sirvan como herramienta para explicar fenómenos cuantificables. Las aplicaciones de las redes neuronales son de rango extenso, se anteponen a las técnicas tradicionales de estimación por las mejores puntuaciones que generalmente se obtienen.

En el contexto minero se pueden encontrar estudios tales como el realizado por Viada F. y Espinosa J.C. (2010), los autores proponen explicar el extractable de níquel a través de una red neuronal del tipo *perceptrón multicapa feed-forward*, por diversas variables como lo son el contenido de hierro, la tonelaje de entrada por hora de mineral a los hornos, petróleo consumido entre otras variables en una muestra de 390 observaciones. Al mismo tiempo se propone un modelo convencional regresivo involucrando las series estadísticas en su forma original, como cuadrados y cubos, de esta manera se genera un modelo que reporta una R^2 de alrededor de 0.99 mientras que la red neuronal artificial reporta 0.88. Se concluye que la red neuronal artificial no fue mejor que el modelo propuesto, de igual manera se hace el señalamiento que un modelo de redes

neuronales podría ser conveniente si se contara con una mayor cantidad de información.

Así también las redes neuronales pueden explicar el comportamiento del sector agrícola, Saldaña-Robles A. *et al.*(2010) ejemplificaron como un modelo de redes neuronales del tipo *feed-forward* pueden explicar la producción de trigo en el estado de Guanajuato, el método para el entrenamiento de la serie fue de *Levenberg-Marquardt*, se utilizan datos desde 1980 hasta 2007 en donde se encontró que una red neuronal de este tipo con cinco variables de entrada (las temperaturas del aire y humedad, en invierno y en verano, y el rendimiento de la anterior cosecha), tres nodos en una única capa oculta para explicar la producción de trigo, se reporta un error cuadrado medio de 0.003636 y un error porcentual de 0.29% ,el anterior modelo es comparado con otros de peores estadísticos.

Discutiendo la aplicación de las redes neuronales en el campo financiero Cabrera A. y Ortiz F. (2011) detallaron un análisis sobre el comportamiento del índice entre los años 1991 hasta el 2011, usando una técnica llamada *redes neuronales diferenciales o dinámicas* el autor utiliza una metodología que involucra la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias con paso variable. Se analizan datos *intra-día* con rangos de tiempo especificados del IPC (Índice de precios y cotizaciones). El autor concluye que existen periodos de tiempo cuando el índice es más estable en sus cotizaciones en horas de la mañana, también se argumenta como la red neuronal es eficiente en describir los datos de entrada con puntuaciones de 0.5% a 1.8% entre las diferencias de los valores reales a los valores pronosticados y entre 0.0019 a 0.0068 en lo reportado por desviaciones estándar.

Aumentando la discusión de los modelos de inteligencia artificial, también se halló que el modelo ANFIS (*Adaptative neuro fuzzy inference system*) es una metodología bastante eficiente para describir el comportamiento en series temporales, se encontró que puede ser de bastante utilidad cuando se necesitan predecir cambios abruptos en la serie temporal, por lo que también se le planeo estudiar en el presente trabajo.

Aunando a la exposición de casos prácticos en los cuales se ha utilizado el método ANFIS se pueden encontrar discusiones como las hechos por Aksoy A. *et al.* (2012), se realizó una análisis comparativo entre en modelo de redes neuronales artificiales y un sistemas de lógica difusa ANFIS, se concluye que la demanda para una particular empresa textil el sistema inteligente ANFIS es más eficiente en capturar el comportamiento general de la demanda histórica, además de reportar estadísticos de control significativamente menores.

El modelo ANFIS resulta útil a los investigadores porque puede clasificar un evento en una subjetiva variable lingüística delimitada por el investigador, Sadrmomtazi A. *et al.* (2013) aprovecharon la bondad clasificatoria de este método para medir la resistencia, en kilogramos por metro cúbico, de un tipo de concreto reciclado. A partir de funciones de membrecía gaussianas se clasifica a la variable como de resistencia pequeña, normal y de gran resistencia. Se compara al método ANFIS con una regresión y una red neuronal, debido a la no homogeneidad del material estudiado se concluye que no es tarea fácil medir la resistencia del material, se ofrecen datos para los modelos de inteligencia artificial pero la regresión propuesta no puede ofrecer resultados concluyentes.

Como último modelo también se propuso una simulación de Montecarlo para proponer resultados puramente aleatorios y compararlo a los otros cinco modelos a estudiar en la presente tesis, la simulación de Montecarlo no es un modelo que tenga una metodología base en todos los casos, más bien es la descripción de una *caminata aleatoria* desde un punto determinado. Tiene la utilidad de servir como modelo de comparación para refinar los resultados de modelos más complejos. Gutiérrez (2006) realizó un estudio sobre como una simulación de Montecarlo puede ayudar a explicar el monto de los dividendos de empresas chilenas, a partir de 10,000 iteraciones del modelo se llega a la conclusión que las empresas chilenas pagarán un 64% de sus utilidades como dividendos a sus accionistas.

Las simulaciones de Montecarlo resultan prácticas para predecir resultados altamente aleatorios, como lo son los marcadores de eventos deportivos, Montes

F. y Sala R. (2012) plantearon una metodología basada en la simulación de Montecarlo para comprobar si la liga española, en la primera división, mostraba equilibrio en sus resultados. Se plantean varias aproximaciones al problema; suponer iguales las posibilidades de triunfo para todos los equipos, clasificar a los equipos dependiendo de sus resultados históricos para delimitar clasificaciones suponiendo diferentes probabilidades según cada categoría, mediante la observación de datos atípicos se concluye que efectivamente la liga española no muestra equilibrio alguno, al menos en las 10 fechas de encuentros estudiadas.

Se invita al lector a consultar la descripción formal de las metodologías de cada modelo estadístico planteadas en la presente tesis.

Lo anterior da por terminado el marco teórico, en sus apartados referenciales, históricos y técnicos.

Mencionados algunos ejemplos involucrando las metodologías estadísticas que se utilizarán en esta tesis y realizada la referencia histórica de la plata se procede a puntualizar al objeto de estudio en un contexto histórico más amplio, al mismo tiempo se ofrece una breve referencia a las dinámicas de producción del metal argento.

CAPÍTULO II

La plata en el contexto histórico y sus dinámicas actuales de producción.

El presente capítulo busca contextualizar a la plata en una de sus más importantes facetas, sus referencias históricas, se realizará una sucesiva mención de la participación de la plata ,como unidad de cuenta, en diferentes periodos históricos buscando resaltar la participación de la plata en las civilizaciones más icónicas de la humanidad, de igual manera y como ejercicio práctico se ofrece un ejemplo breve de un portafolio teórico de inversión para observar como los niveles de tasa de interés referencial pueden incentivar la colocación de capital en metales preciosos.

2.1. La Plata en su contexto histórico

La plata ha sido moneda de cambio en lo que se podría contemplar como la totalidad de la civilización humana. Desde la misma Mesopotamia se pueden encontrar ejemplos de ello, en esta civilización las materias primas preferidas para normalizar los intercambios comerciales eran la cebada y la plata, no se contaba con amplia estandarización en las piezas de plata intercambiadas, pero de acuerdo a Englund R.¹³ un *sheckel* de plata (8.33 gr.) equivalía a 300 litros de cebada, 30 litros de pescado, 10 litros de mantequilla clara, o una oveja sana. El salario de un obrero equivalía a un *Ešnunna* que contenía un sheckel y un *baring* (60 litros de cebada) que amparaban el salario de un mes de trabajo.

¹³ Englund Robert K., *The construction of value in the ancient world*, capítulo 21,UCLA

En el antiguo Egipto se creía que la piel de los dioses estaba hecha de oro, y sus huesos estaban hechos de plata. Según Dunn J. (2013)¹⁴ en la etapa denominada *antiguo reino* la plata se apreciaba más que el oro, durante este periodo la joyería encontrada de plata era más delgada que la encontrada en oro, la última mostraba más exuberancia. En la etapa del *reino medio* la plata ya se valuaba en la mitad que el oro. Las primeras unidades homogeneizadas de plata surgen con el *shat* que contenía 7.5 o 7.6 gr en un disco plano, y el *deben* o *kit* que contenía de 90 a 91 gr. de plata.

Acorde a los trabajos realizados por Gruen S. (2004)¹⁵ las dinámicas monetarias de la antigua China la estructura característica de las monedas era un disco pequeño con un agujero cuadrado en el centro que se desarrolló hasta en siglo cuarto de nuestra era, sin embargo ya se utilizaban piezas de cobre o pequeños cuchillos para el intercambio de bienes y servicios. Así mismo el papel fieltro fue inventado en el 177 d.C., un milenio después, durante la dinastía *Song* (960-1279), el papel moneda ya era generalmente aceptado, al mismo tiempo circulaban monedas como el *Sycee*, un lingote de plata en forma de zapato, esta unidad monetaria se dividía en el *tael* que a su vez equivalía a mil piezas de cobre o un rollo de seda.

Conforme a la información disponible en el *RBI monetary museum*¹⁶, los primeros registros de dinero *materia-prima* en la India fueron las piezas de metal con *golpe de marca*, por la técnica que se utilizaba para elaborar la misma divisa (entre los siglos VI y VII d.C.), como ejemplo en plata se puede encontrar el *bentbar*, estos eran de las unidades monetarias más utilizadas en aquel entonces, primeramente fueron emitidos por los gremios de artesanos posteriormente fueron emitidos por los estados.

¹⁴ Dunn Jimmy , Silver in the ancient Egypt,Tour Egypt, <http://bit.ly/18Qil6B>, disponible al 28 de Mayo de 2013.

¹⁵ Gruen Sara, *The Chinese Monetary System: From Ancient Times to the Early Modern Period, Money and Banking*, <http://bit.ly/18QiN4M>

¹⁶ Información basada en la contenida en <http://bit.ly/otbJm> disponible al 28 de mayo de 2013.

En Medio Oriente los persas acuñaron sus primeras monedas de plata durante la primera mitad del siglo V a.C., periodo de conflictos con los griegos. La unidad monetaria más aceptada era el *Daric*, pesaba 8.4 gr. de oro, y el *siglos*, pesaba 5.6 gr. de plata, estas dos monedas constituían el patrón bimetalista en el antiguo Imperio persa¹⁷.

En la Grecia clásica, y extendiéndose el imperio con las conquistas de Alejandro Magno, las monedas de plata griegas eran intercambiadas desde España hasta la India, a lo largo de los años existieron muchas formas de acuñaciones griegas en plata, la moneda más importante fue el *dracma ateniense* con un peso de 4.3 gr¹⁸.

De acuerdo con lo escrito por Pense W. (2013)¹⁹ la moneda característica del imperio romano fue el *denario*, por decreto de Cesar Augusto en el año XV a. C. el *denario* fue emitido inicialmente con un peso de 4.5 gramos y una pureza de 95% a 98%. Cabe destacar que en los periodos históricos cuando el *denario* contenía más plata se considera a los romanos como una floreciente civilización, el periodo llamado de los *5 emperadores buenos* y por extensión el *alto imperio romano* (27-305 d.C.) está relacionado con una mayor pureza de plata en el *denario*.

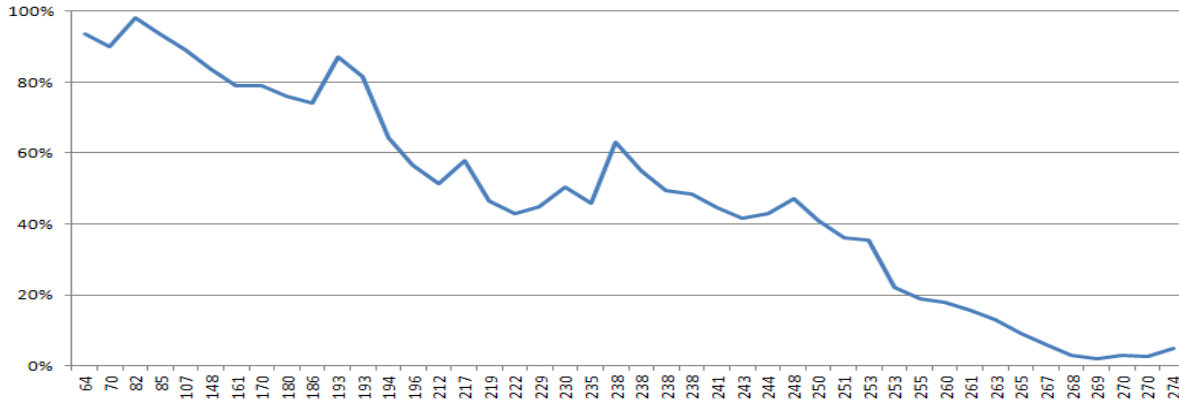
¹⁷ Encyclopædia iranica , <http://bit.ly/GMjtyQ>, disponible al 29 de Mayo de 2013.

¹⁸ Scheidel Walter, *The divergent evolution of coinage in eastern and western Eurasia*, Stanford University, Princeton/Stanford Working Papers in Classics , Estados Unidos

¹⁹ Información basada en la contenida en el libro *The decline and fall of the roman denarius* W. Pense, Alan pág. 213-222, <http://bit.ly/GMjFhy> , disponible al 29 de mayo de 2013.

Figura 2.1.

Contenido de plata en el denario durante en el *alto imperio romano*



Fuente: Elaboración propia basándose en la información contenida en <http://bit.ly/roBIIIX>.

Según Redish A. y Weber E. (2011) en la Europa Medieval tuvo por estándar monetario una moneda de plata con diámetro de 18 milímetros y un peso de 1.7 gr. llamado el *penique de Carlo Magno o denier*, que fue la unidad de moneda estandarizada desde finales del siglo IX hasta la segunda mitad del siglo XII, se homogeneizó para casi todos los reinos de Europa con diferentes motivos en el relieve monetario, al pasar de los siglos su pureza y peso fueron decayendo. En el siglo XIII las ciudades estado italianas comenzaron a emitir un penique ligeramente más pesado con 2 gr. de peso. Inglaterra, independiente del imperio de Carolingio, emitió peniques similares al denier, 240 de estas piezas pesaban aproximadamente una libra.

De hecho la unidad de medida del penique de plata fue usada en Europa hasta la introducción del sistema decimal por el imperio napoleónico, y en Inglaterra hasta 1971.

Así pues, a partir del siglo XIII, y ya fragmentado el Sacro-Imperio-Romano, el renacimiento trajo consigo la búsqueda de mejores estándares en diversos aspectos de la vida humana, el monetario no fue la excepción, para el caso de las monedas áureas estas se mantuvieron en niveles de pureza y peso estables, en contraste a las monedas de plata, ellas sí se devaluaron en su contenido de metal

precioso. Esta tendencia continuó hasta la implementación de sistemas monetarios fijos en el siglo XVIII. Por ejemplo, el *florín de oro* se mantuvo con sus mismas especificaciones de peso y ley hasta su desaparición en el siglo XVI, de la misma manera el *ducato* de oro se mantuvo en un peso de 3.56 gr. y una fineza de 24 quilates. Las monedas de plata devaluadas conservaban su valor nominal y solo se fijaban nuevas equivalencias a las monedas de oro, resultado de su menor pureza. En las comunidades rurales o mercados locales se utilizaba el llamado *dinero negro* que eran piezas pequeñas de metal que no contenían más de 0.500 finezas de plata. A las unidades más pesadas de plata se les denominaba *dinero blanco* ya que contenían una pureza mayor de plata garantizada por los estados emisores. El *dinero blanco* junto con las monedas de oro se utilizaba para el pago entre reinos vecinos europeos, o con naciones de medio y lejano oriente.²⁰

Durante el periodo expansionista colonial de las naciones europeas, se desarrollaron varias monedas sustentadas en plata, o convertibles en plata. Las colonias inglesas en América emitieron los llamados *continentales* que eran redimibles en monedas de plata, que al desencadenarse la guerra de independencia, se emitió demasiado de esta moneda para financiar las empresas bélicas hasta convertirla en papel sin valor²¹. Las colonias españolas de la Nueva España y el virreinato del Perú (que se extendía por casi todo Sudamérica, excepto partes de Brasil) las minas producían plata para la emisión del *columnario* o *pieza de ocho reales*, en México desde 1535 hasta el *porfirato* se emitió esta moneda con las mismas características (24.44 gr. de plata)²², la actividad minera en América generaba (y aun genera) grandes cantidades de plata, lo que ha

²⁰ Información basada en la conferencia *The Monetary Regime of the Renaissance: Complementary Currencies for Domestic and Foreign Exchange* (Fantacci, Luca.) Helsinki 2006. Un resumen se puede encontrar en la liga <http://bit.ly/19lhVV4> disponible al 30 de mayo de 2013.

²¹ Lo discutido de acuerdo a los *continentales* está sustentado por lo escrito en *A history of Money and banking in the United States: The colonial era to world war II*. Ludwig Von Mises Institute. 2002.

²² Entre los años de 1866-1914 la llamada *pieza de ocho reales* se emitió bajo las denominaciones de *peso de Maximiliano*, *peso República* y *peso porfiriano*, en diferentes diseños pero en el mismo contenido de plata mencionado. Salinas Price Hugo. La plata y la crisis anunciada. Editorial Grijalbo. Primera edición. Pág. 105. 2009.

llevado a que el poder adquisitivo de la plata mantuviera una tendencia bajista , incluso hasta nuestros días.

A partir del siglo XVIII y con la revolución industrial en su apogeo, liderada por Inglaterra, trajo consigo la aparición del bimetalismo en las naciones de europeas. En el siglo XIX las naciones se delimitaban por el patrón oro prevaleciente en América y Europa mientras que en Asia era preferido el patrón plata.

Iniciando del siglo XX el patrón oro clásico dominaba los sistemas monetarios de las potencias mundiales, se establecían equivalencias entre una divisa y una cantidad fija de oro, los valores del tipo de cambio entre monedas extranjeras eran la expresión de su convertibilidad respectiva en metal áureo. Así mismo la plata estaba presente en las monedas de uso corriente hasta los años 60's periodo cuando se desmonetiza la plata.

Sin más por discutir se da paso a la sección del capítulo en la cual se menciona a los niveles actuales de producción y demanda por plata, a nivel nacional e internacional.

2.2. La producción y demanda por plata.

La información referente a las cantidades de plata que se utilizan en la industria, como inversión o reciclaje es escasa, se encuentra dispersa entre diversas organizaciones, como lo son las empresas mineras, las instituciones financieras, etc. se encontró que *The silver institute* es la mejor fuente de información para encontrar información relevante, ya que es una asociación internacional de productores de plata. Se tomará en consideración los datos que emite el organismo para estructurar esta sección.

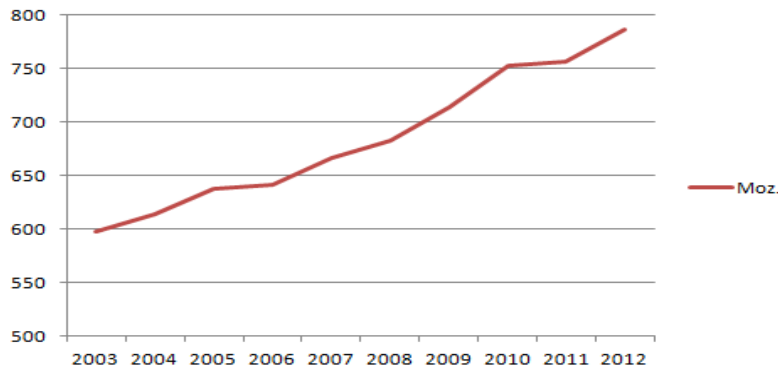
La producción anual, al año 2012, se ubica en un total de alrededor de 787 millones de onzas (Moz.) siendo los principales productores; México con 167.2 Moz., China 117 Moz. y Perú 111.3 Moz.

La compañía que más produce plata en el mundo es *KGHM Polska Miedź S.A.* con sede en Polonia, seguida por *BHP Billiton plc.* (Australia) y *Fresnillo plc.* (México). El total de onzas producidas por las 20 compañías con mayor presencia en el mercado es de 380.9 Moz. , un 48.39% de la producción mundial de plata.

Las minas que producen más plata son *Cannington*, Australia con 32.23 Moz. Fresnillo, México, con 26.38 Moz. y *Dukat*, Rusia, con 15.5 Moz.

Figura 2.2.

Evolución de la Producción minera de plata por año, en millones de onzas.

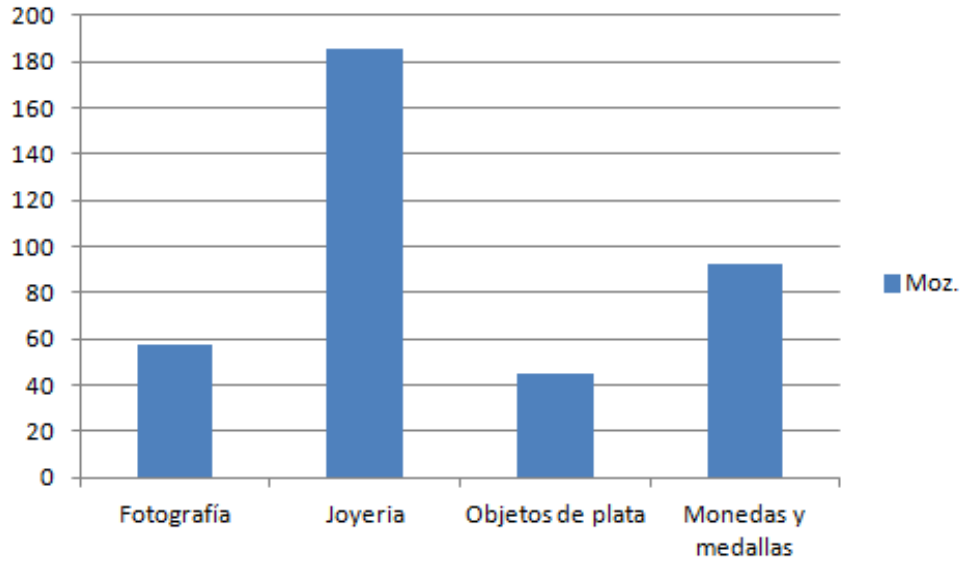


Fuente: elaboración propia basándose en la información contenida en <http://bit.ly/SzduAo>

En el caso contrario la demanda por plata se distribuyó en 2012 de la siguiente manera:

Figura 2.3.

Giros comerciales principales que constituyen la demanda por plata.



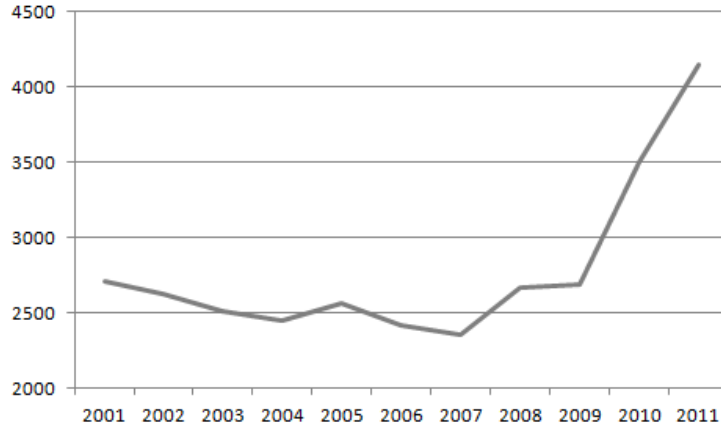
Fuente: Elaboración propia con base en la información contenida en: <http://bit.ly/18uqdKS>

Lo anterior es válido para los principales giros comerciales que demandan plata, todos los demás giros comerciales sumaron una demanda de 846.8 Moz.

Aumentando la discusión para el caso particular en la economía mexicana, utilizando los datos del *Anuario estadístico de la minería mexicana 2011* se puede resaltar que desde el año 2000 hasta el 2011 la producción ha tenido un comportamiento exponencial en el apartado de producción.

Figura 2.4.

Producción de plata nacional, en toneladas



Fuente: Elaboración propia con base en la información contenida en: <http://bit.ly/10u4rE8>

El valor de la producción de plata en 2011 represento el 25.88% de total del valor de producción minera, incluyendo los productos metálicos y no metálicos, que traducido en pesos mexicanos fue de un valor de poco más de 62 mil millones de pesos.

Para el año 2011 la producción mexicana por estado se reportó de la siguiente manera:

Tabla 2.1.

Producción nacional de plata (Año 2011)

Estado	Producción anual (Kg.)
Zacatecas	2,222,538
Chihuahua	794,238
Durango	541,896
Sonora	329,246
Estado de México	164,090
San Luis Potosí	162,084
Coahuila	134,452
Oaxaca	85,785
Guerrero	59,268
Aguascalientes	51,407
Jalisco	50,884
Guanajuato	49,959
Sinaloa	47,815
Querétaro	39,901
Hidalgo	26,215
Baja California	10,920
Nayarit	5,894
Michoacán	1,118

Fuente: Elaboración propia con base en la información contenida en: <http://bit.ly/10u4rE8>

Mencionados en forma breve los aspectos de oferta y demanda que se involucran en el mercado de la plata, se ofrece la discusión de cómo el individuo (o una organización) se puede ver incentivada a invertir en metales preciosos dados ciertos niveles de tasas referenciales.

2.3. Proporciones de metales preciosos en un portafolio de inversión.

En esta sección del trabajo se pretenderá establecer una relación entre las tasas de interés referenciales, en diferentes países, y el incentivo que se pueda crear para invertir en metales preciosos, se debe recordar que dada la volatilidad explícita en el precio de la plata esta no debe formar gran parte de los activos personales. Generalmente se recomienda que los metales preciosos formen no más del 10% del total de activos en un portafolio.

Actualmente las tasas de interés referenciales se mantienen en mínimos históricos lo cual impulsa a los inversionistas a buscar alternativas de ahorro. En el contexto económico global el índice de inflación reportada por los gobiernos excede las tasas referenciales, en este caso se dice que la tasa de interés *real* es negativa, el capital depositado en el sistema bancario, por definición, pierde poder adquisitivo.

Para establecer una relación entre la tasa de interés referencial y la proporción en que los metales preciosos deberían formar parte de un portafolio se enuncian nueve países con tasas referenciales distintas; Estados Unidos, Australia, China, Alemania, Reino Unido, México, Brasil, Sudáfrica y Corea del Sur.

Para simular un portafolio, se eligieron los *ETF* (*Exchange Trust Fund* por sus siglas en inglés) *GLD* y *SLV*, son instrumentos de inversión que no reportan enteramente el precio de mercado del oro o de la plata pero si son idóneos para seguir el comportamiento del valor nominal de ambos metales, también se eligió al índice industrial Dow Jones para adicionar el comportamiento de las acciones bursátiles. Los datos se extrajeron con una periodicidad diaria, para obtener una volatilidad general que refleje eficientemente los cambios en los instrumentos de inversión, desde el 28 de abril de 2006, fecha en la cual se empezó a ofrecer el

vehículo de inversión *SLV*, hasta el 30 de abril de 2013, las tres series históricas se expresan en dólares americanos²³.

Sugiriendo las proporciones, que deba tener un portafolio en diferentes tasas referenciales se optó por maximizar la tasa de retorno que se pueda tener al invertir combinando los tres activos antes mencionados.

El ejemplo que se propone a continuación no supone un portafolio de inversión propiamente dicho, no sé involucran precios de acciones de emisoras individuales, es más una simulación de portafolio para establecer una relación entre las tasas referenciales, el oro, la plata, y una representación de acciones bursátiles fijada idealmente por los precios del índice industrial *Dow Jones*.

La tasa de retorno del portafolio de referencia estará definida como:

$$\sum_{i=1}^d (r_i x_i) + r_f x_f \tag{2.1}$$

Dónde:

d .- número de activos de activos en el portafolio

r_i .- diferencia porcentual promedio reportada por el activo i

x_i .-proporción del total que constituye el activo i .

r_f .-tasa referencial de renta fija.

x_f .-proporción del total que constituye la renta fija.

Así pues: $\sum(x_i) + x_f = 1$

$$Y r_i = \left(\frac{\text{Precio de cierre del día anterior} * 100}{\text{Precio de cierre del día observado}} - 100 \right) / n \tag{2.2}$$

²³ En el caso del precio del ETF *SLV* antes de 2007 se ofrecía como un contrato que contenía 10 onzas, se tuvo que dividir la serie histórica para reflejar el precio de la unidad. Datos extraídos del sitio <http://bit.ly/Mux7Vo>, con las siglas; *SLV*, *SPDR GOLD*, Y *DJI*, refiriéndose a los precios de cierre recuperados el 1 de mayo de 2013. Se extrajo una muestra de 1762 registros.

Se obtuvieron los siguientes resultados de r_i promedio para cada activo:

Tabla 2.2.

Promedio del cambio porcentual de los activos involucrados en el portafolio de inversión

Promedio Dif %	SLV	GLD	Dow Jones
	5.85%	5.26%	2.43%

Fuente: Elaboración con datos extraídos de <http://bit.ly/GlcGGa>

Por otro lado la volatilidad del portafolio se estimará como:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} x_i x_j} \quad (2.3)$$

Que en forma matricial esta expresado por²⁴:

$$\sigma = \sigma_{ij} X X^T$$

σ_{ij} .- Matriz Varianza-Covarianza

X .-vector de proporciones de los activos variables en el portafolio (desde que la renta fija se supone determinística, esta no adiciona riesgo al portafolio)

X^T .-vector transpuesto de X

Se obtuvo la siguiente matriz con sus respectivas puntuaciones:

²⁴ Por propiedades de las matrices transpuestas se deduce que el resultado de XX^T es un vector de resultado positivo, aunque la covarianza puede ser negativa, como se observa el caso entre el vehículo de inversión *SLV* y el *Dow Jones*, todos los resultados en la minimización de la varianza resultaron en valores positivos.

Tabla 2.3.

Matriz de Varianza-Covarianza de los cambios porcentuales en los activos

Matriz Varianza-Covarianza			
	SLV	GLD	Dow Jones
SLV	5.6454	0.1005	-0.2284
GLD	0.1005	1.8491	0.0988
Dow Jones	-0.2284	0.0988	1.8047

Fuente: Elaboración propia con datos extraídos de <http://bit.ly/GlcGGa>

Para encontrar las proporciones de cada activo en el total del portafolio de inversión se procedió a maximizar la tasa de retorno, sujeto a un nivel aceptable de volatilidad, se supondrá un nivel de 5% que se considera adecuado como nivel de valuación de un portafolio²⁵.

$$Max \sum_{i=1}^3 (r_i x_i) + r_f$$

$$s. a. \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} x_i x_j \leq (5\%)^2 \tag{2.4}$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i) + x_f = 1$$

Para el caso de los Estados Unidos se obtuvieron los siguientes resultados²⁶:

(x1 SLV, x2 GLD, x3 Dow Jones)

²⁵ Las formulas y procedimientos aquí enunciados se pueden encontrar en la plataforma *Cursera* buscando el curso "*Financial Engineering and Risk Management*" ofrecido por la universidad de Columbia, correspondientes a la semana 3 de un total de 10 semanas. Se utilizó la herramienta *solver* de Excel 2007 para encontrar las proporciones óptimas.

²⁶ Tasas de interés referenciales vigentes al 1 de mayo de 2013, desde los datos que arroja <http://www.tradingeconomics.com>.

-Estados Unidos

$$r_f = 0.25\%$$

Tasa de retorno maximizada 0.480%

Proporciones optimas, (x1 SLV, x2 GLD, x3 Dow Jones):

Tabla 2.4.

Proporciones óptimas para constituir el portafolio de inversión, para el caso estadounidense.

x1	x2	x3	xf
1.080%	2.819%	1.294%	94.807%

Fuente: Elaboración propia

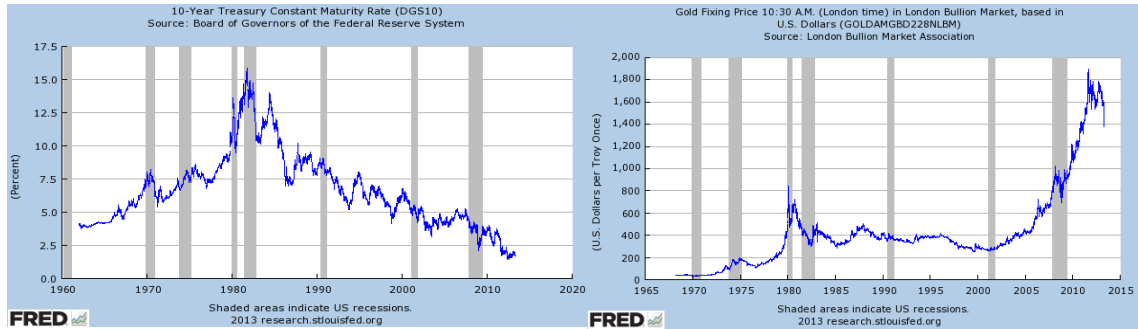
La información obtenida para los demás países mencionados se puede encontrar en el Anexo A la final del trabajo de tesis.

En todos los casos la volatilidad alcanzo su nivel máximo de 5 unidades.

Observando los resultados se puede sacar la tentativa conclusión que cuanto más se acerque la tasa de interés referencial a cero se hace más atractiva la inversión en metales preciosos. Cabe destacar que en el periodo en cuestión (2006-2013) el *Dow Jones* sufrió decrementos en 2008, mientras que los mercados de oro y plata conservan una tendencia alcista. Estos resultados son aplicables al entorno económico actual, mientras que a principios de los 80's vemos también como una situación inversa también puede ser cierta: un incremento en la tasa de interés referencial hace menos atractiva la inversión en metales preciosos.

Figura 2.5.

Evolución de la tasa estadounidense con vencimiento a 10 años y precio de mercado por una onza troy de oro en el mercado de metales de Londres expresado en dólares estadounidenses.



Fuente: <http://bit.ly/g816gK> , <http://bit.ly/16TOLA7>

Figura 2.6.

Evolución del precio de mercado de una onza troy de plata. (1976-2011)



Fuente: <http://bit.ly/gNOs0f>

También se puede observar como la proporción óptima de *GLD*, con las diferentes tasas de interés, nunca rebasa la que debería llevar *SLV*, consecuencia obvia de la volatilidad en el precio de la plata.

Sugiriendo un nivel de volatilidad menor a 5 unidades, que resulta utópico para la naturaleza de los tres activos que se utilizaron para este escenario de portafolio de inversión, se puede relajar el nivel de volatilidad total para observar proporciones más realistas.

Para minimizar en este caso la desviación estándar del portafolio, que puede ser entendida como una expresión de riesgo, se supondrá un nivel aceptable del retorno de la tasa de interés de un mínimo de 4%, imitando una media adecuada desde los promedios de tasas de retorno que reportaron cada uno de los activos en el periodo observado.

El nuevo problema de optimización se establece de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} x_i x_j \\
 & \text{s. a. } \sum_{i=1}^3 (r_i x_i) + r_f \geq 4\% \qquad (2.5) \\
 & \qquad \sum_{i=1}^3 (x_i) + x_f = 1
 \end{aligned}$$

De manera similar se obtuvieron los siguientes resultados:

-Estados Unidos

$$r_f = 0.25\%$$

Tasa de retorno 4.599%

Minimización de la volatilidad 100.87

Así mismo se pueden encontrar los resultados para los demás países en el anexo

A.

Proporciones a considerar:

Tabla 2.4.

Proporciones óptimas para constituir el portafolio de inversión, para el caso estadounidense. Con un nivel superior total al 4% en su utilidad esperada.

x1	x2	x3	xf
17.610%	45.957%	21.096%	15.336%

Fuente: Elaboración propia

Dichos los resultados de los problemas de optimización, como primer dato relevante se puede observar como la volatilidad tiende a cero cuando se tiene un nivel relativamente alto de tasa referencial, en los casos de México, Sudáfrica, Brasil y China comparten resultados en sus proporciones totales del portafolio.

Así también cuando la tasa referencial es baja, el modelo sugiere colocar una mayor cantidad de metales preciosos en el portafolio, en los casos de Alemania, Reino Unido y Estados Unidos el total es superior al 60%. De igual manera se deben observar los niveles de volatilidad, que fueron de 79.53, 80.61 y 81.51, respectivamente, que son niveles que se considerarían altamente riesgosos *a priori* prometen ganancias altas, pero de igual manera está presente una considerable posibilidad de pérdidas.

Esperando que todo lo anterior pueda ser útil para argumentar matemáticamente como las tasas de interés referenciales juegan un papel importante para constituir un portafolio de inversión que involucre oro y/o plata.

Como se mencionó anteriormente existe el llamado *análisis técnico* es un conjunto de técnicas socorridas para la valuación de activos financieros en un tiempo determinado t , se dará breve explicación de los métodos más usuales aplicados al caso particular del vehículo de inversión *SLV*.

CAPÍTULO III

Formas más usuales para la valuación del precio de una onza de plata.

Existen todo tipo de opiniones para la valuación de un activo, desde perspectivas históricas, psicológicas, estocásticas, analizando el volumen de transacciones, la estacionalidad, la tendencia, etc. que reporta un determinado activo. En el capítulo III se explicarán algunas de estas metodologías.

Alcanzado un cierto nivel en la investigación conceptual para desarrollar el presente escrito se encontraron diversas técnicas para la evaluación del precio de activos financieros, algunos especializados en la inversión de metales preciosos. En esta sección se busca dar mención y breve explicación de algunas técnicas, aterrizadas para la valoración del precio de una onza de plata.

Como los ejemplos más comunes de indicadores técnicos se encontraron a; las técnicas de promedios móviles (MACD), la *D porcentual* y la *K porcentual* del oscilador estocástico, los cruces entre precios de diferentes activos y el RSI (*relative strength index*).

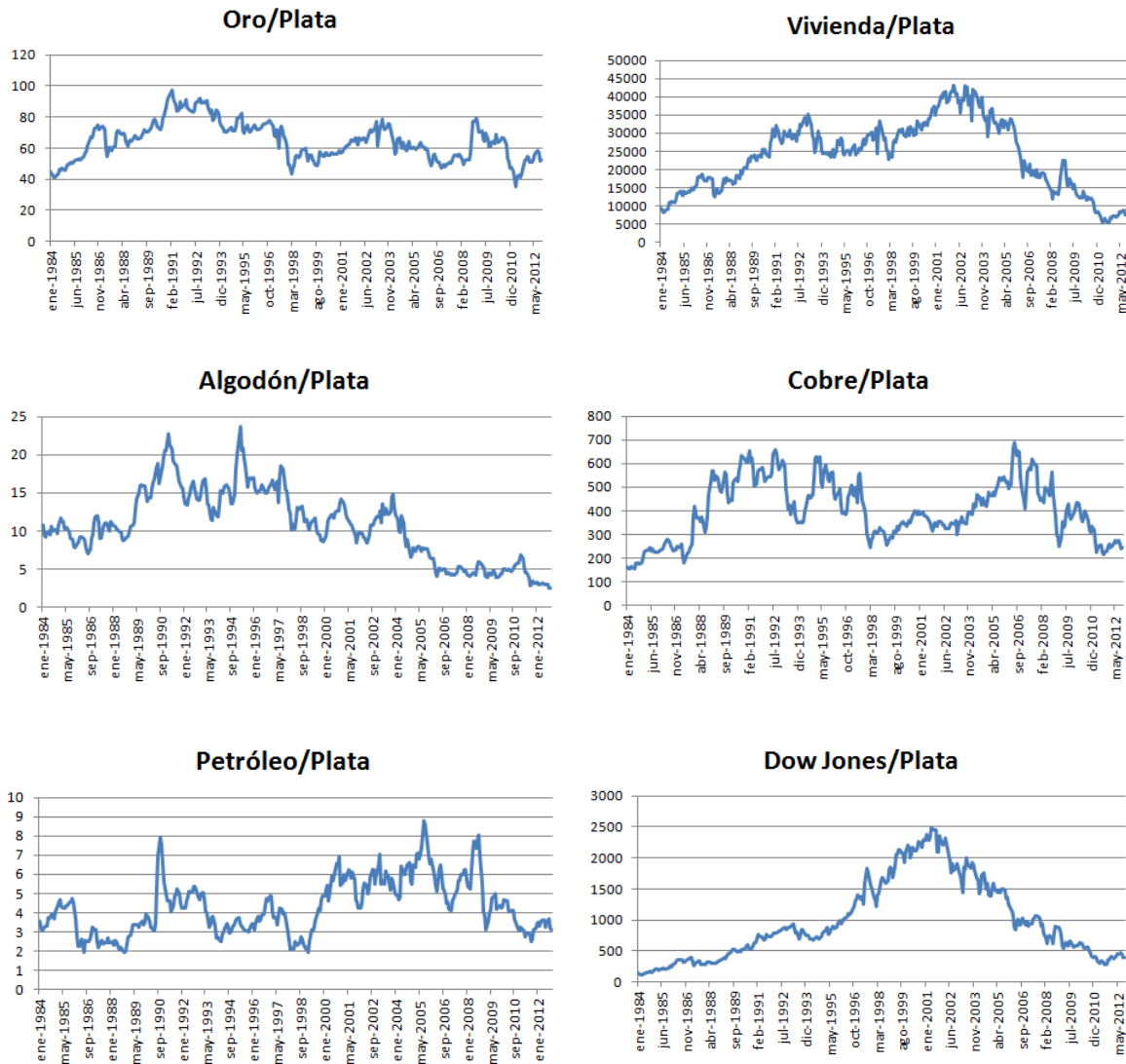
3.1 Cruces entre diferentes tipos de activos.

Este es el tipo de análisis más difundido por los sitios electrónicos especializados en la venta de metales preciosos, probablemente porque puede explicar complejas conjeturas en el mercado de un activo financiero en una simple razón aritmética, esta resulta de dividir el valor nominal de un activo en contra de otro, se interpreta en la forma de cuantas unidades del primer activo (denominador) se necesitan para comprar la unidad del segundo activo (numerador).

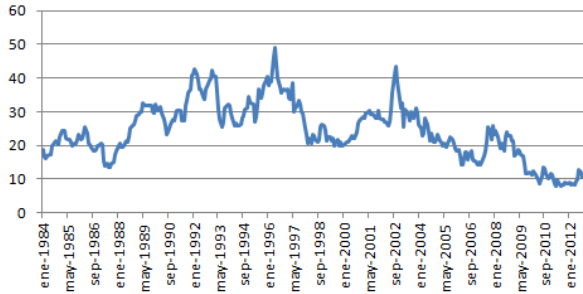
Se eligieron siete activos para ejemplificar como la plata se ha comportado a través de los últimos 29 años en relación al precio del algodón, del petróleo, del precio promedio de la vivienda en los Estados Unidos, del cobre, del índice industrial Dow Jones, el trigo y el oro.

Figura 3.1

Cocientes de valoración entre el precio de mercado de una onza de plata en relación a distintos tipos de activos.



Trigo/Plata



Fuente: Elaboración propia con datos de <http://bit.ly/PWTXD>, <http://bit.ly/6R2Jk6> y <http://bit.ly/ZAs35n>

A partir de estas gráficas se pueden interpretar algunos resultados; se necesitan alrededor de 60 onzas de plata para comprar una onza de oro, dado que el precio varía alrededor de este valor sí el cociente se aleja a una mayor razón de 60 ello significaría una oportunidad de compra, sí el cociente se acerca a 40 onzas entonces sería tiempo de vender. La plata en relación con el trigo ha incrementado su poder adquisitivo, en 1984 se necesitaban 20 onzas de plata para comprar un *bushel* de trigo (equivalente a 20.4 kg. aproximadamente), en octubre de 2012 se necesitaban solo 10 onzas²⁷, de igual manera la plata ha ganado valor en relación con el índice Dow Jones, al mismo tiempo que con el algodón, en los casos del petróleo y el cobre las relaciones se han mantenido en una relación de alrededor de 4 y 350 onzas respectivamente, en el caso del valor promedio de una vivienda en los Estados Unidos la relación ha descendido desde un máximo en 2002 de aproximadamente 45,000 onzas de plata, hasta menos de 10,000 onzas en octubre de 2012.

²⁷ A abril de 2013 el precio de mercado de una onza de plata oscila los 25USD, el periodo para este ejemplo se eligió hasta octubre de 2012 por la simple razón de hacer coincidir las distintas series históricas que son actualizadas por quienes las publican a diferentes tiempos, este fue el último periodo final para hacer coincidir todos los datos a una fecha, no se quiere busca elegir un periodo arbitrariamente para emitir alguna percepción del autor acerca del mercado de la plata.

3.2. Técnica de promedios móviles (MACD – *moving average convergence-divergence*)

Este método de análisis técnico fue inicialmente desarrollado por Gerald Appel en 1970. Mediante el uso de cruces entre dos líneas determinadas se busca emitir señales de compra o venta para el precio del activo en cuestión. Tiene por nomenclatura MACD(a,b,c) el parámetro a es el grado de un promedio móvil exponencial (*rápido*), b fija un segundo promedio móvil exponencial (*lento*), mientras que c es otro promedio móvil exponencial (PMI) que se usará como *señal* con base en la línea generada por el MACD. El método también se auxilia del llamado *histograma*, el histograma es la diferencia entre la línea del MACD y la línea de señal. Se utilizaron las siguientes fórmulas para el cálculo;

$$\text{Línea MACD} = \text{PME}(a) - \text{PME}(b) \quad (3.1)$$

$$\text{Línea señal} = \text{PME}(c) \quad (3.2)$$

$$\text{Histograma} = \text{Línea MACD} - \text{Línea Señal} \quad (3.3)$$

Donde $\text{PME}_k(x) = (\text{cte. de suavizaineto}) * (\text{Precio}_{k-\text{PME}_{k-1}(x)}) + \text{PME}_{k-1}(x)$

$$\text{PME}_k(x) = \text{Promedio Móvil Simple}_k(x) \quad \text{Cuando } k = 1$$

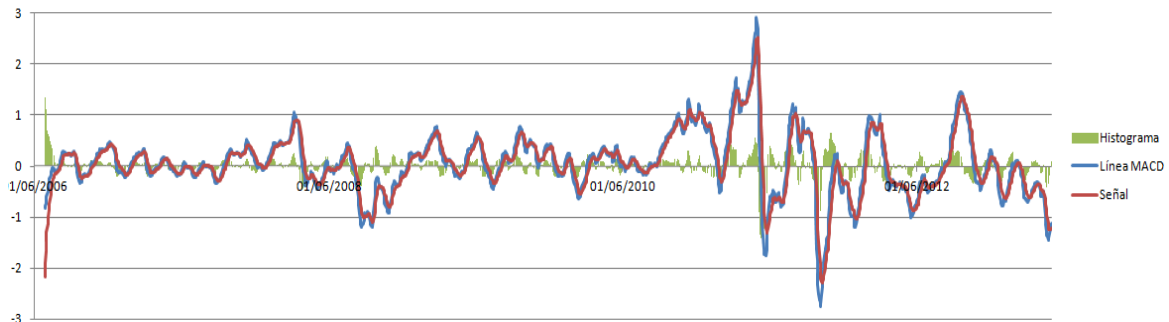
$$\text{cte. de suavizaineto} = \frac{2}{(z + 1)} \quad z = a, b, c$$

$$\text{Promedio Móvil Simple}_k(x) = \frac{x_k + x_{k-1} + x_{k-2} + \dots + x_{k-x-1}}{x}$$

Se ajustó el indicador a los parámetros más usuales en la industria financiera que son MACD (12,26,9). En la siguiente gráfica se observa el comportamiento que ha tenido el ETF SLV desde su oferta inicial en 2006 hasta abril de 2013.

Figura 3.2

Comportamiento del MACD (12, 26, 9) para el precio expresado por SLV

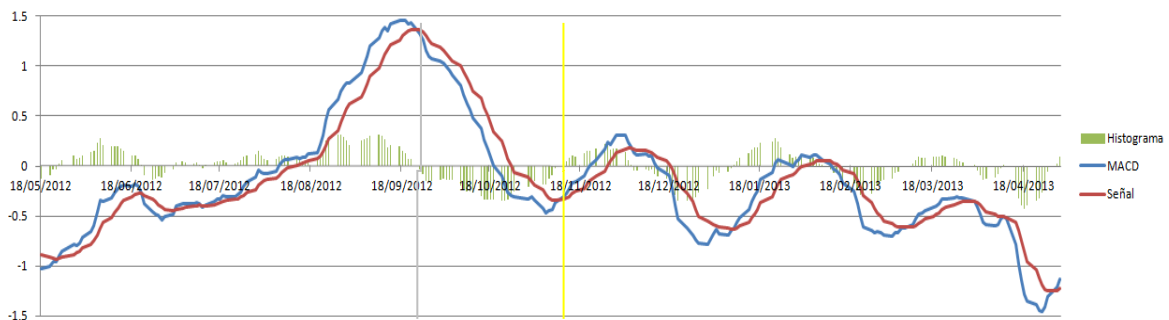


Fuente: Elaboración propia utilizando los datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

Este indicador basa sus conclusiones, principalmente, en las intersecciones de las líneas de MACD y la lineal de *señal*, por lo que es recomendable fijar el método a rangos de tiempo menores a un año (de ser la periodicidad de los datos en forma diaria). Por lo que un ejemplo con los mismos parámetros, desde el 1° de mayo de 2012 hasta el 30 de abril de 2013, queda expresado en la siguiente gráfica:

Figura 3.3

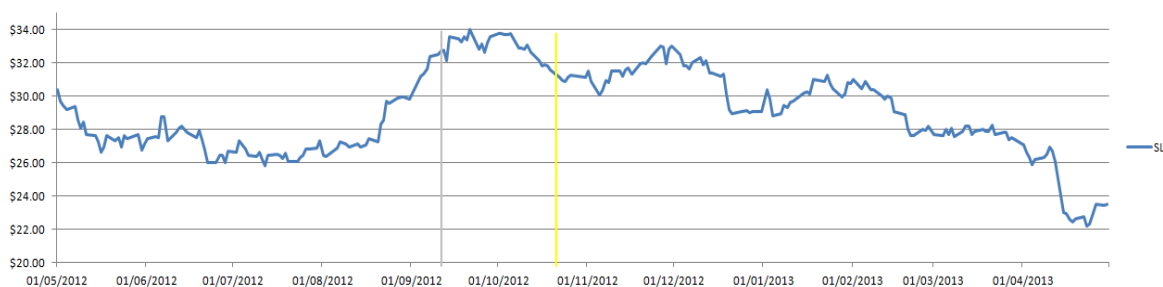
Comportamiento del MACD (12, 26, 9) para el precio expresado por SLV (Mayo 2012-Abril 2013)



Fuente: Elaboración propia utilizando los datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

Figura 3.4

Comparación con el precio de mercado de una onza de plata de las señales de compra o venta que emite el indicador



Fuente: Elaboración propia con información extraída en <http://bit.ly/GlcGGa>

²⁸ Los cruces entre las líneas pueden expresar formaciones *alcistas* o *bajistas*, una formación alcista está representada en la segunda línea vertical, se puede observar como el histograma pasa de un valor negativo a un valor positivo, posteriormente la línea MACD rebasa a la línea de señal. Una formación bajista está dada por un comportamiento en la primera línea vertical, el histograma pasa de un valor positivo a uno negativo, de manera inversa la línea de señal ahora rebasa a la línea MACD. El histograma se utiliza habitualmente para anticipar el cruce de las líneas MACD y de señal, se observa que cuando el valor del histograma alcanza un valor máximo, en valor absoluto, y empieza a descender, se esperaría que sea un indicador de que el activo tome un comportamiento contrario al que se ha estado presentando.

A los últimos datos correspondientes a abril de 2013 se observa un cruce de la línea *MACD* sobre la línea de señal, lo que indica una formación alcista, pero como se puede ver en el gráfico la línea *MACD* no ha se conservado arriba por mucho tiempo en el último año.

Comparando las anteriores conclusiones con el precio de mercado, se puede observar que en el caso de una formación bajista se produjo sí se toman en cuenta que los precios alrededor de octubre de 2012 como periodos de precios

²⁸ Interpretación basada en el texto disponible en <http://bit.ly/q4TtR0>, disponible al 5 de mayo de 2013.

máximos, ellos descienden en noviembre del mismo año, en cuanto a la formación alcista también está establecida por los mismos periodos bajistas de 2012 que posteriormente repuntan en enero de 2013.

Se comprueba que la metodología es eficiente en predecir momentos bajistas en el precio nominal, sin embargo el indicador no es garantía en todos los casos y tampoco puede predecir el monto del movimiento futuro que se está denotando.

4.3 Oscilador estocástico %K(x), %D(y)

Originalmente esta herramienta de valuación de activos fue desarrollada por George C. Lane a finales de los años 50's.

Este indicador es una expresión de *momento*²⁹, se utilizan parámetros de resistencia y de soporte, estos se denotan por %K(x) y %D(y)³⁰, respectivamente. De manera similar al método MACD, este indicador busca predecir puntos de quiebre en el precio del activo, también al alza y a la baja.

El método es dependiente del precio máximo y mínimo observado en n periodos, es decir que el cálculo puede variar al escogerse un periodo distinto de tiempo.

Existen tres tipos de formas para generar este indicador; oscilador estocástico rápido, lento y completo. Se desarrollarán estos últimos con los parámetros más utilizados en la industria financiera %K(14) y %D(3).

Las fórmulas utilizadas para este indicador son³¹:

²⁹ Es la medida que denota la diferencia entre el precio de cierre de un activo, y su precio de cierre hace n días.

³⁰ Que denotan medidas de promedios móviles en referencia a lo que $K(x)$ pueda resultar

³¹ Formulas y procedimientos acordes a los presentados en <http://bit.ly/jG1st>, disponibles al 6 de mayo de 2013.

Oscilador estocástico rápido

$$\%K(X_{fast}) = \frac{\text{Precio de cierre actual} - \text{mínimo en } X \text{ periodos}}{\text{Máximo en } X \text{ periodos} - \text{mínimo en } X \text{ periodos}} \quad (3.4)$$

$$\%D(Y_{fast}) = \text{Promedio móvil simple en } Y \text{ periodos de } \%K(X_{fast}) \quad (3.5)$$

Oscilador estocástico Lento

$$\%K(X_{slow}) = \text{Promedio móvil simple en } Y \text{ periodos de } \%K(X_{fast}) \quad (3.6)$$

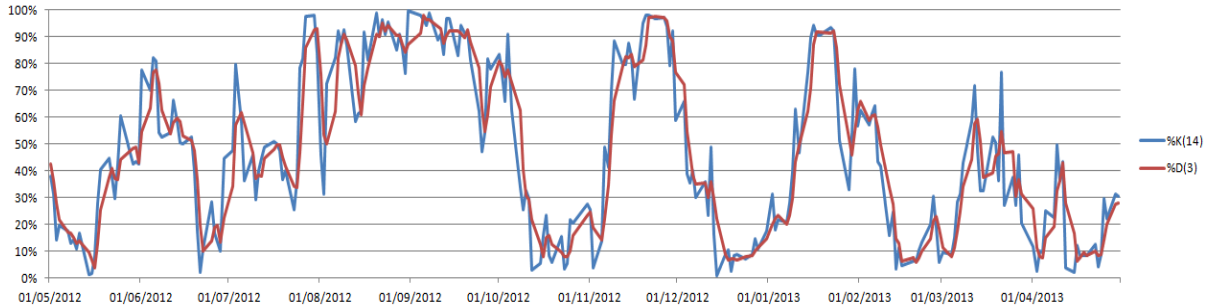
$$\%D(Y_{slow}) = \text{promedio móvil simple en } Y \text{ periodos de } \%K(X_{slow}) \quad (3.7)$$

El oscilador estocástico completo es la generalización de un caso particular del oscilador *lento*, si se fija un $\%K(14_{slow})$ y $\%D(3_{slow})$, entonces el oscilador *completo* está representado por $\%K(X, Z)$, $\%D(Y)$ dados por variables y no parámetros fijos, esto se hace para expresar contra que otros parámetros se puede comparar el oscilador *lento*. Así también un oscilador *completo* $\%K(14,3)$, $\%D(3)$ es igual a un oscilador *lento* $\%K(14_{slow})$, $\%D(3_{slow})$.

Las siguientes gráficas describen el comportamiento de un oscilador *lento*, y oscilador *rápido*. Análogamente al método MACD se realizaron los cálculos a periodicidad diaria y en el periodo que comprende desde el 1° de mayo de 2012 hasta el 30 de abril de 2013.

Figura 3.5

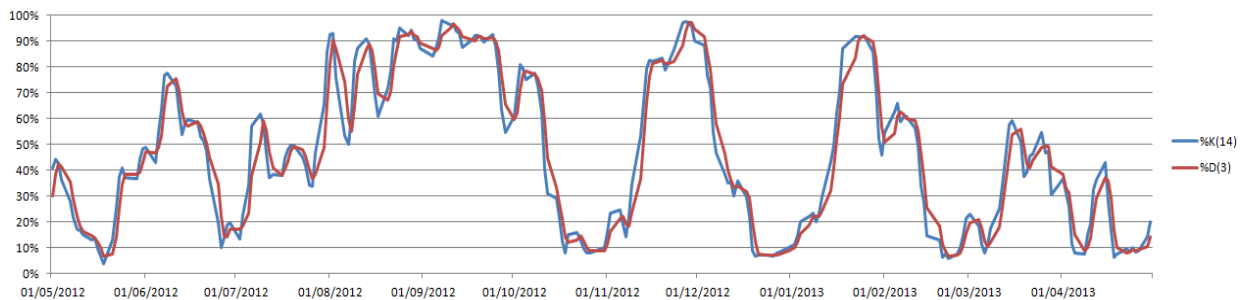
Oscilador Estocástico *Rápido* para los precios expresados por SLV (Mayo 2012- Abril 2013)



Fuente: Elaboración propia utilizando los datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

Figura 3.6

Oscilador Estocástico *Lento* para los precios expresados por SLV (Mayo 2012- Abril 2013)



Fuente: Elaboración propia utilizando los datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

A primera vista se puede observar como la k porcentual en el oscilador lento es más suave en su comportamiento, mientras que el oscilador rápido presenta un comportamiento más errático, esta es la principal razón por la que muchos analistas bursátiles prefieren un oscilador lento a uno rápido.

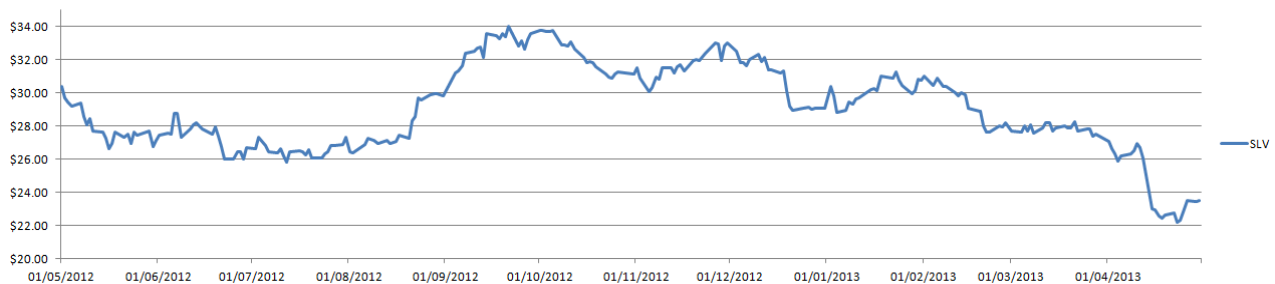
Dado el hecho que $\%K(x)$ es una representación de los extremos en los precios y $\%D(y)$ es un promedio móvil de $\%K(x)$, entonces $\%D(y)$ es una línea suavizada y más estable por lo que se buscaría que cuando K rebase al alza a D

ello significaría una señal de venta, caso contrario sí K tiende a ser menor que D entonces sería una señal de compra.

Comparando el comportamiento del indicador con el precio reportado en el mismo periodo de tiempo, las señales de sobre *sobreventa* y *sobrecompra* fueron robustas, mas no concluyentes.

Figura 3.7

Evolución del precio del instrumento de inversión SLV



Fuente: Elaboración propia con información extraída en <http://bit.ly/GlcGGa>

En otras palabras el indicador muestra, por ejemplo, una señal de venta para la plata durante septiembre de 2012 que es fundada ya que posteriormente el precio baja en octubre. Pero más recientemente en abril el indicador se encontraba en alrededor de 10%, una señal de compra, pareciera que indicador comienza a subir, al igual que el precio, caso seguido el mismo precio se desploma (un 15%) desde un nivel escasamente mayor de 40% en el oscilador estocástico. Como lo dice la misma clasificación del método, este es un indicador de *momento* y normalmente no es capaz de contabilizar datos atípicos, por lo que es recomendado para el inversionista con metas en el corto plazo, y que el activo estudiado sea de comportamiento estable.

3.4 Retrocesos en la serie de Fibonacci.

Se le atribuye a Leonardo Pisano Bogollo (1170-1250), la introducción de la serie de números de Fibonacci a occidente.

Este método es un indicador de niveles de pérdida (o ganancia), que se deducen de la serie de Fibonacci³², dada que la razón de un número posterior entre el inmediatamente posterior conservan un cociente de alrededor de 1.618, así también llamado *“la razón dorada”* o *“la media dorada”*, la razón se puede encontrar en el comportamiento de las galaxias, en conchas marinas y también fue utilizado por los griegos en el desarrollo de su arquitectura.

Para determinar los niveles de pérdida se procede a tomar un valor máximo en una serie de datos como un 100%, posteriormente se suponen los valores de resistencia en 61.8%, 50% y 38.2%, estos son los niveles que se utilizan tradicionalmente.

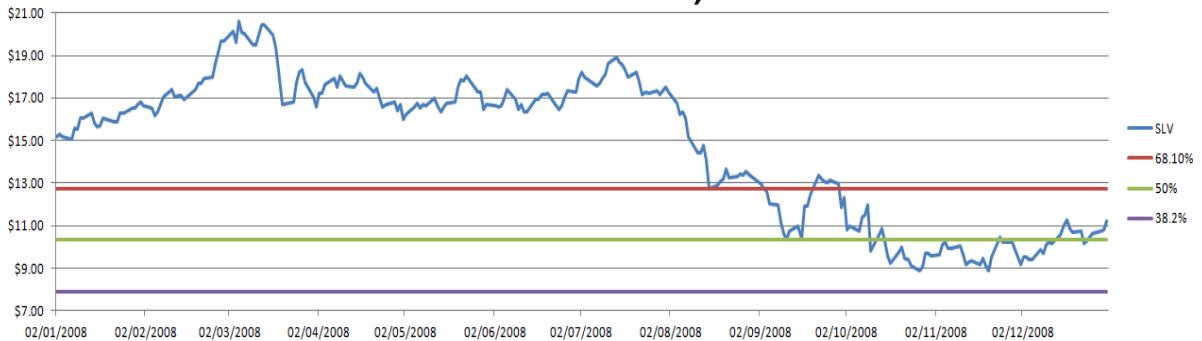
Se utilizará la caída en el precio de la plata de 2008 del valor del ETF *SLV* (enero 2008-enero 2009 a periodicidad diaria) para ejemplificar el método. En el periodo mencionado se encontró que el máximo precio de cierre fue de 20.62 USD, por lo tanto los nivel de decrementos están definidos en 12.74 USD, 10.31 USD y 7.87 USD correspondientes a los niveles de 61.8%, 50%, y 38.2% respectivamente.

³² 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34.....

Gráficamente esta expresado de la siguiente manera:

Figura 3.8

Niveles porcentuales de Fibonacci en comparación a SLV (Enero 2008-Diciembre 2008)



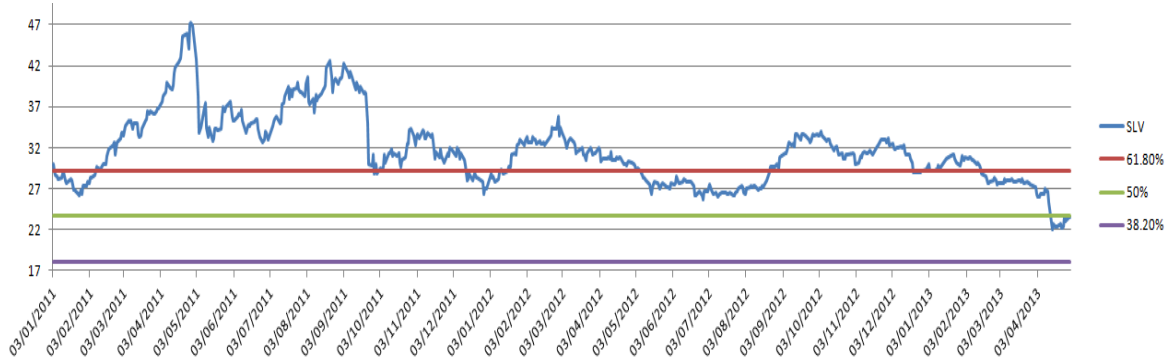
Fuente: Elaboración utilizando datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

A primera vista se observa porque esta técnica es tan popular en la industria financiera; el nivel de 68.1% es tocado una vez, posteriormente se conserva relativamente paralelo al precio de SLV, el nivel de 50% es tocado dos veces y el precio se mantiene arriba alrededor de un mes, por lo que concierne al nivel de 38.2% este no se ve rebasado a la baja, pero el precio describe valores estables hasta que recobra el nivel de 50%. El método resulta eficiente para describir los descensos en el precio del SLV, en el propuesto intervalo de tiempo, cabe aclarar que el método describe niveles de *resistencia* en el precio, mas no sí estos serán rebasados a la baja.

Utilizando la gráfica anterior como referencia, y suponiendo un comportamiento similar al mercado bajista de 2008, se esperaría que el precio de la plata disminuya aún más, bajando del nivel de 50%, que se acaba de perder, y se conserve ahí por un periodo prolongado de tiempo, dado que el nivel de 61.8% se sostuvo aproximadamente un año y medio desde octubre de 2011 hasta abril de 2013.

Figura 3.9

Niveles porcentuales de Fibonacci en comparación a SLV (Enero 2011-Abril 2013)



Fuente: Elaboración utilizando datos extraídos contenidos en <http://bit.ly/GlcGGa>

3.5 Indicador RSI (*Relative strength index*)

Desarrollado inicialmente por J. Welles Wilder en 1978.

Este indicador mide la *fuerza o debilidad* del precio de un activo relativo a su desarrollo histórico. El parámetro más usado es el RSI (14), que es el que se utilizará para el ejemplo.

Similarmente al oscilador estocástico, este indicador arroja señales de compra o venta por medio de niveles que se alcanzan en una escala expresada en porcentajes. Setenta por ciento, o un valor mayor para una señal de venta (*sobrecomprado*), y treinta por ciento o menos para una señal de compra (*sobrevendido*).

Se utilizan las siguientes fórmulas para su cálculo³³:

³³ Formulas y procedimientos enunciados en: <http://bit.ly/55j0IL>, disponibles al 7 de mayo de 2013.

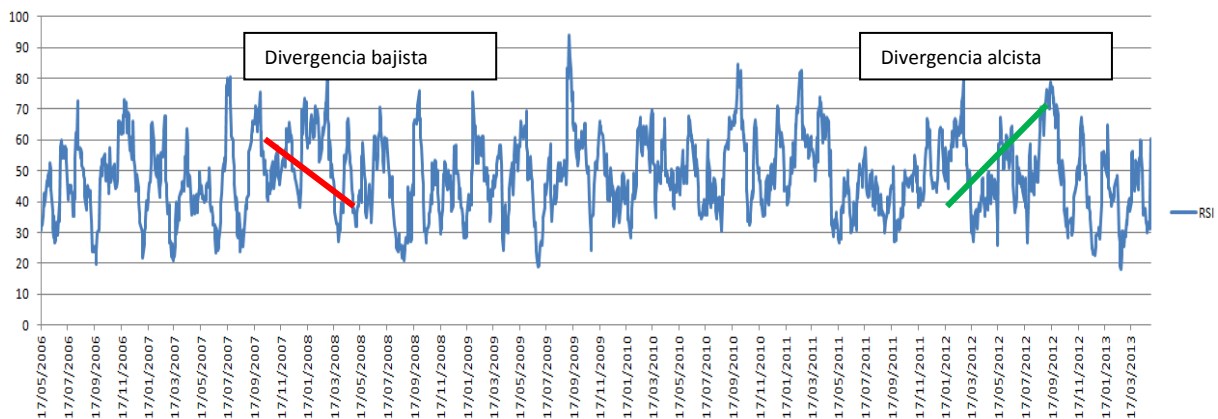
$$RSI = 100 - \frac{100}{(1 + RS(x))} \quad (3.8)$$

$$RS(X) = \frac{\text{Ganancia Promedio en } X \text{ periodos}}{\text{Perdida Promedio en } X \text{ periodos}}$$

Así entonces, el comportamiento del valor del ETF SLV con periodicidad diaria, desde su oferta inicial en 2006, se describe en la siguiente gráfica:

Figura 3.10

Divergencias alcistas y bajistas para el análisis técnico RSI



Fuente: Elaboración utilizando datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

Se puede observar como el indicador emite una señal aguda de compra alrededor de octubre de 2008, en sintonía con un descenso significativo del precio de la plata de veinte a ocho dólares la onza.

Este indicador también utiliza *divergencias alcistas (bull divergence)* y *bajistas (bear divergence)*. Idealmente una *divergencia alcista* está acompañada por un descenso en el precio, mientras que una *divergencia bajista* está acompañada por precios más altos.

Comparados con los precios reportados en el mismo periodo, en dólares americanos, se puede observar que en el caso de la línea verde la divergencia alcista efectivamente estuvo acompañada por menores precios, pero en el caso de la línea roja, en el periodo donde se presenta una divergencia bajista, los precios

se mantienen, o en todo caso descienden ligeramente, en este sentido, no se cumplió la premisa, como todos los indicadores que se han enunciado, estos sirven como una referencia, mas no sus resultados son determinísticos.

Figura 3.11.



Fuente: Elaboración utilizando datos extraídos en <http://bit.ly/GlcGGa>

Habiendo hecho una discusión breve de análisis técnico, y esperando que haya sido sustanciosa para el lector, se precede a argumentar los modelos seleccionados para el análisis predictivo del precio de mercado de una onza troy en pesos mexicanos. En la anterior discusión de análisis técnico se usaron precios expresados en dólares por la simple razón que no se encontraron fuentes, en periodicidad diaria, para convertir los datos en pesos mexicanos.

Así entonces se procede a explicar las formulas y el procedimiento para seis modelos estadísticos; un modelo ARIMA, un modelo multiplicativo de Winters, una regresión en retrocesos, una red neuronal del tipo *MLP*, un modelo de lógica difusa, y una simulación de Montecarlo.

CAPÍTULO IV

Presentación de Modelos

En esta sección se dará una breve explicación teórica de cada modelo, y el proceso analítico que se siguió para la implementación de cada uno. Se analizarán seis modelos en total; un modelo ARIMA, una regresión logarítmica, un modelo multiplicativo de Winters, así como dos modelos basados en redes neuronales; una red neuronal del tipo MLP y una red basada en lógica difusa ANFIS, acompañados también de una simulación de Montecarlo.

Con el objetivo de armonizar la idea que expresa el título de la tesis y lo expresado en este capítulo se establece como están clasificados cada modelo de acuerdo a su respectiva metodología.

Tabla 4.1.

Clasificación de los modelos estadísticos

Modelos Gaussianos	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo ARIMA • Multiplicativo de Winters • Regresión en Retrocesos
Sistemas de Inteligencia Artificial	<ul style="list-style-type: none"> • Red Neuronal Artificial (MLP) • Sistema de Lógica Difusa ANFIS
Caminata Aleatoria	<ul style="list-style-type: none"> • Simulación de Montecarlo

Fuente.-Elaboración propia

4.1. Modelo ARIMA

Se desarrolló inicialmente en la década de los 80's con los trabajos de George Box y Gwilym Jenkins.

El nombre del modelo viene dado por las siglas en inglés de *autoregressive integred moving average* donde se utiliza la nomenclatura (p,d,q) para denotar el grado de un proceso *AR* (*autoregressive*), el grado de integración de la serie base, y el grado *MA* (*moving average*), respectivamente.

De acuerdo a lo escrito por Yayar R. *et al.* (2011) un proceso ARIMA se expresa de la siguiente forma la siguiente forma:

$$Y_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - w_1 \varepsilon_{t-1} - w_2 \varepsilon_{t-2} \dots - w_q \varepsilon_{t-q} \quad (4.1)$$

Dónde:

Y_t es la variable dependiente (promedio mensual de 1oz. Ag en MXN)

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-p}$ son retrocesos de la variable dependiente

$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ son los coeficientes del proceso *AR*

ε_t es el término de error del modelo

$\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-q}$ son valores anteriores del error residual

w_1, w_2, w_q son pesos asociados al proceso *MA*

Un proceso AR se puede definir como el valor de la función estocástica del error y ponderada según los agregados de valores pasados en p periodos de la serie temporal. Mientras que un proceso MA es la función lineal del promedio de los errores pasados en q periodos retrocedidos

Un proceso *AR(p)* se define algebraicamente como:

$$\hat{Y}_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4.2)$$

Y un proceso $MA(q)$ es:

$$\hat{Y}_t = w_1 \varepsilon_{t-1} - w_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - w_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (4.3)$$

³⁴El grado de integración del modelo, el parámetro I en el acrónimo $ARIMA$, se obtiene al aplicar una prueba Dickey-Fuller (de raíces unitarias) a la serie base, cuando el valor de la prueba es menor a un nivel predeterminado de error α , al diferenciar n veces, se dice que el grado de integración se ha alcanzado. Se representará como d en la nomenclatura $ARIMA(p,d,q)$.

Es común que para aplicar modelos $ARIMA$ primero se observen los niveles de auto-correlaciones (AC) y auto-correlaciones parciales (PAC) para determinar los parámetros del modelo, esto se logra mediante la observación del *correlograma*, casi siempre se utilizan 36 retardos para describir la serie temporal de información.

La auto-correlación se define como la correlación de dos variables en diferentes tiempos, es representada por la fórmula:

$$R(s, t) = \frac{E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)]}{\sigma_t \sigma_s} \quad (4.4)$$

Así mismo la anterior formula, en su forma para periodos en retrocesos, toma la siguiente expresión:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})^2}$$

Se dispone a juzgar la serie como estacionaria o no estacionaria, en caso de que la función AC represente comportamientos similares en múltiplos del año coincidentes, es decir, comparar los valores de los retardos en 12, 24, 36 (se

³⁴Metodología basada en la contenida en las notas del curso, en su segundo capítulo, *Modelos ARIMA. Modelos de vectores autorregresivos (VAR). Modelos de vectores de corrección del error (VEC). Modelos autorregresivos y condicionales heterocedásticos (ARCH)* Pulido San Román A. (2004), <http://bit.ly/GRR9M3> disponible al 27 de agosto de 2013. También se utilizaron las definiciones contenidas en; Francis X. Diebold, *Elements of forecasting*, pág. 114-123 y 203-207, South-western, cuarta edición.

pueden tomar otros periodos como referencia) periodos y determinar si tienen comportamientos similares relativamente a las demás observaciones, de ser lo anterior cierto entonces se dice que la serie es estacionaria.

Por otra parte la función PAC (auto-correlación parcial) se define como la correlación entre dos variables separadas por k periodos, cuando no se considera la dependencia creada por los retardos intermedios existentes entre ambos periodos temporales. (Villavicencio J., 2010)³⁵.

$$\pi_j = \text{corr}(X_j, X_{j-k} / \prod_{i=1}^{k-1} X_{j-i}) \quad (4.5)$$

Ó

$$\pi_j = \frac{\text{cov}(X_j - \hat{X}_j, X_{j-k} - \hat{X}_{j-k})}{\sqrt{V(X_j - \hat{X}_j)} \sqrt{V(X_{j-k} - \hat{X}_{j-k})}}$$

Se juzga adicionar coeficientes auto-regresivos cuando las funciones AC reportan un decrecimiento rápido inicial y la función PAC reporta una única correlación significativa, excepto en el primer retardo, anulándose así todos los demás coeficientes. De manera análoga se busca adicionar coeficientes MA cuando la función AC presenta un solo retardo significativo en la mayoría de colección de los mismos, omitiendo también el primer periodo.

Continuando con el proceso de elección de los parámetros se opta tradicionalmente por diferenciar la serie en un periodo para obtener de esta manera una serie temporal sin tendencia donde se presente un proceso aleatorio (*Ruido Blanco*). Lo anteriormente descrito se realiza cuando la serie se ha

³⁵ *Introducción a series de tiempo*, Villavicencio John, pág. 7, disponible al 29 de agosto de 2013 en la liga <http://bit.ly/1afvy78>

transformado a su forma de raíz cuadrada o en su forma logarítmica con el objeto de suavizar la serie original, además de haber diferenciado la información base.

Para generar pronósticos de la serie temporal se optó por usar predicciones dinámicas, es decir, aplicando recursividad en los en los coeficientes AR se puede extrapolar la serie. Parafraseando a Klose C. *et al.* (2004) el software estadístico *E-views* utiliza predicciones anteriores de la variables auto regresivas más próximas a la izquierda del periodo a predecir.

Existe un relativo consenso en que el software estadístico *E-views* produce una predicción dinámica de los términos AR en *dos pasos*. Las fórmulas para predicciones de *uno* y *dos pasos* se describen de la siguiente manera:

Predicción a *un paso*:

$$\hat{X}_{t-1}(1) = \hat{\varphi}_1 X_{t-1} + \hat{\varphi}_2 X_{t-2} + \dots + \hat{\varphi}_p X_{t-p}$$

Predicción a *dos pasos*:

$$\hat{X}_{t-1}(2) = \hat{\varphi}_1 \hat{X}_{t-1}(1) + \hat{\varphi}_2 X_{t-2} + \dots + \hat{\varphi}_p X_{t-p}^{36}$$

Como se puede observar la diferencia evidente es en la cual la predicción a un paso solo puede predecir cuando los insumos para la predicción están disponibles, mientras que una predicción a dos pasos recurre a anteriores predicciones para generar nuevos pronósticos.

Se puede enunciar entonces una expresión para pronósticos en *m* pasos:

$$X_{n+m}^{(n)} = \varphi_{n1}^{(m)} X_n + \varphi_{n2}^{(m)} X_{n-1} + \dots + \varphi_{nn}^{(m)} X_1 \quad (4.6)$$

³⁶ Se realizó una exhaustiva investigación para conocer de manera puntual la metodología con la que predice *E-views 6.0* en forma dinámica, se encontraron varios documentos al respecto pero ninguno que expusiera de manera comprobable el algoritmo deseado. Se probaron modelos en los cuales el periodo de predicción es abruptamente interrumpido, por lo que se deduce algún método iterativo para obtener predicciones.

Los pronósticos utilizan diferentes coeficientes para las predicciones que los planteados en el modelo original, se utiliza el algoritmo de *Durbin-Levinson* que se enuncia de la siguiente manera³⁷:

Sea $\phi_{00} = 0$ $P_1^{(0)} = \gamma(0)$.

Para $n \geq 1$ se calcula

$$\phi_{nn} = \frac{p(n) - \sum_{k=1}^{n-1} \phi_{n-1,k} p(n-k)}{1 - \sum_{k=1}^{n-1} \phi_{n-1,k} p(k)}$$

Donde para $n \geq 2$

$$\phi_{nk} = \phi_{n-1,k} - \phi_{nn} \phi_{n-1,n-k} \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

Para $n \geq 1$ se calcula recursivamente

$$P_{n+1}^{(n)} = P_n^{(n-1)} (1 - \phi_{nn}^2)$$

La expresión del error cuadrático medio en el periodo $n+1$ obtenido por medio de (n) pasos.

Así pues restan por definir algunos términos en las anteriores ecuaciones.

La función de auto-covarianza $\gamma(\tau)$ se define, en retrocesos, como:

$$\gamma(t, \tau) = cov(y_t, y_{t-\tau}) = E(y_t - \mu)(y_{t-\tau} - \mu) \quad (4.7)$$

Donde se define a μ como la medie de la serie temporal al tiempo t $E(y_t) = \mu$

La función de auto-covarianza es estable durante cualquier tiempo t , y es simétrica en su estructura, $\gamma(t, \tau) = \gamma(\tau)$ al mismo tiempo que $\gamma(\tau) = \gamma(-\tau)$

La auto-correlación $p(\tau)$ se puede escribir en términos de la función de auto-correlación con la expresión:

³⁷ Definiciones de las formulas basadas en la información contenida en *Forecasting ARMA processes*, Bogacka Barbara, fragmento de publicación, disponible en la liga <http://bit.ly/19pINmB> disponible al 29 de agosto de 2013.

$$p(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)} \quad (4.8)$$

Por otra parte se puede replantear la función de auto-covarianza como:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i \gamma(i-j) = \gamma(j) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Reescrito en forma matricial....

$$\Gamma_n \beta_n = \gamma_n$$

Dónde:

$$\Gamma_n = \{ \gamma(i-j) \}_{j=1,2,\dots,n}$$

$$\beta_n = (\beta_1 \dots \dots \beta_n)^T$$

Así mismo las constantes de la función de auto-correlación parcial son equivalentes al vector β_n , es decir:

$$\beta_n = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{n1} \\ \phi_{n2} \\ \vdots \\ \phi_{nn} \end{pmatrix} = \phi_n$$

$$\gamma_n = (\gamma(1), \dots \dots, \gamma(n))^T$$

Por último la función $P_{n+1}^{(n)}$, el error promedio cuadrado “un paso adelante” de la predicción está definido con:

$$P_{n+1}^{(n)} = \gamma(0) - \gamma_n^T \Gamma_n^{-1} \gamma_n$$

Generalizando la fórmula:

$$P_{n+m}^{(n)} = \gamma(0) - (\gamma_n^{(m)})^T \Gamma_n^{-1} \gamma_n^{(m)} \quad (4.9)$$

Cabe resaltar que el periodo de predicción empieza en $p+1$ periodos AR, solo en dicho periodo se cuentan con suficientes insumos para desarrollar los pronósticos³⁸.

Para determinar los intervalos de confianza se remonta al error promedio cuadrático para expresarlos de forma que expresen un nivel de confianza al 95%.

$$\hat{X}_{n+m}^{(n)} \pm 1.96 \sqrt{\hat{P}_{n+m}^{(n)}} \quad (4.10)$$

Con esta última fórmula se da por terminada la explicación teórica de la metodología ARIMA, tanto para el ajuste de información como también para la generación de pronósticos.

De igual manera se procede a desglosar el método multiplicativo de Winters, desglosar su metodología para ajustar los valores originales, generar pronósticos y sus respectivos intervalos de confianza.

³⁸ Experiencia empírica al predecir varios modelos con el software mencionado.

4.2 Modelo Multiplicativo de Winters

Se desarrolló en 1960 por Peter Winters, estudiante de Charles C. Holt, es un modelo univariante que se apoya en datos sobre la estacionalidad y tendencia de la serie original.

Los modelos de suavizamiento exponencial se pueden enunciar en dos principales corrientes, los modelos de Holt y de Winters, son modelos univariantes, cada uno de ellos desglosan en una forma multiplicativa y en una forma aditiva. Un modelo multiplicativo de Winters se basa en la implementación de funciones de transferencia; una que describe el ciclo de la serie, una que describe la tendencia, otra para la estacionalidad, estas fórmulas son llamadas ecuaciones de transición, y una cuarta formula que permite extrapolar los resultados de la estimación. Cada una de las primeras tres fórmulas ocupa una constante arbitraria suministrada por el investigador; alfa, beta y gama respectivamente.

³⁹De acuerdo a Vargas J. *et al.* (2005) el modelo consiste en la siguiente serie de fórmulas para realizar los cálculos:

Sea

X_t .- Precio de 1 oz. de plata en pesos mexicanos en el periodo t (A fin de suavizar la variabilidad presente en la serie, se optó por un ajuste de raíz cuadrada, en la serie original)

L .- Número de estaciones en el año, 12 al ser los datos de periodicidad mensual.

T .- Número de periodos de datos disponibles.

S_t .- Estimación para el término constante α calculado en el periodo t

B_t .- Estimación del término tendencia b calculado en el tiempo t .

C_t .- Estimación del componente estacional para el periodo t .

\bar{X} .-Precio promedio global de una onza de plata

α .- La constante para el término S_t

³⁹ Se tomó como referencia para la explicación de este modelo el trabajo "Modelo Multiplicativo de Winters/ Proceso Estacional/ Suavización exponencial de Winters. (2005) Vargas Martínez, Jorge Enrique. Instituto tecnológico superior de Calkiní en el estado de Campeche.

β .- La constante para la tendencia

γ .- La constante para los factores estacionales

α , β y γ son constantes definidas por el investigador en un rango del 0 al 1, o en su defecto se pueden optimizar por medio de minimizar el error cuadrático medio global que arroje el modelo.

S_t está definido como

$$S_t = \bar{X}_T + \left(\frac{T-1}{2}\right) B_t \quad (4.11)$$

Donde $B_t = \frac{\bar{X}_T - \bar{X}_{T-1}}{12}$

\bar{X}_T es el promedio de un año en particular, C_t se define como:

$$C_t = \frac{X_t}{\text{Factor Estacional}_t} \quad (4.12)$$

Y el *Factor Estacional* se expresa como:

$$\text{Factor Estacional}_t = S_t - B_t(T - 1)$$

El pronóstico para dentro de k periodos ($k \leq L$)

$$F_{T+k}(T) = (S_T + kB_T)C_{T+k-L} \quad (4.13)$$

Cuando se obtengan valores futuros con esta última fórmula, se pueden usar fórmulas de actualización de los datos:

$$S_T = \alpha \left(\frac{X_T}{C_{T-L}}\right) + (1 - \alpha)(S_{T-1} + B_{T-1})$$

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1 - \beta)(B_{T-1}) \quad (4.14)$$

$$C_T = \gamma \left(\frac{X_T}{S_T} \right) + (1 - \gamma)(C_{T-L})$$

Para definir los intervalos de confianza del pronóstico al 95% se utilizan la siguiente fórmula para delimitar el límite superior e inferior, usando a k como indicador del número de pronóstico (Bowermann B. *et al.*, 2007).

$$\left[F_{T+k}(T) \mp z_{.025} s_r (\sqrt{\omega_k})(C_{T+k-L}) \right] \quad (4.15)$$

En donde:

s_r denota el error es el error estándar relativo, global y constante para todo t definido por:

$$s_r = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \left[\frac{y_t - \hat{y}_t(t-1)}{\hat{y}_t(t-1)} \right]^2}{n - 11}}$$

Para el caso particular de ser mensual la periodicidad de los datos.

$$Y \quad \omega_k = (S_T + B_T)^2 \quad \text{Para } k = 1 \quad ,$$

$$\omega_t = \sum_{j=1}^{k-1} \alpha^2 (1 + [k-j]\gamma)^2 (S_T + jB_T)^2 + (S_T + kB_T)^2 \quad \text{Para } 2 \leq k \leq L$$

Con lo anterior se da por concluida la explicación para el segundo modelo a estudiar, restando cuatro modelos por ofrecer su respectiva metodología teórica.

Se continua por dar explicación breve a la regresión en retrocesos, que al haber sido trabajada también en *E-views 6.0* comparte características para su proceso predictivo que se han explicado con el modelo ARIMA.

4.3. Regresión en retrocesos.

El surgimiento de la regresión como herramienta para medir variables en relación a otras variables nace con los estudios de Francis Galton y sus primeros experimentos con guisantes dulces (1875), más tarde formalizados en su obra “*Natural inheritance*” (1889).

La regresión ha resultado ser de gran utilidad en una amplia variedad de campos científicos, tales como; la agronomía, la economía, la física, la química, las ciencias sociales, etc.

El modelo que se propone es una variante del método de regresión lineal, donde la notación para un retroceso en la serie de datos se expresa con el operador L , así entonces para un retroceso de la serie temporal y_t entonces $L(y_t) = y_{t-1}$, y para el caso de cinco retrocesos entonces $L^5(y_t) = y_{t-5}$, es decir, la serie se “recorrería” cinco lugares hacia periodos anteriores al periodo de referencia t , los primeros cinco registros de la serie se supondrían como ceros y los últimos 5 registros se omitirían. Caso contrario una expresión de la forma $L^{-x}(y_t) = y_{t+x}$ “adelantaría” la serie en x periodos de tiempo.

El modelo se puede representar de la siguiente manera:

$$\hat{Y}_t = \varphi_0 + \sum_{k=1}^N \varphi_{N-t} L^{N-t}(Y_t) + \varepsilon_t \quad (4.16)$$

Donde φ_i son constantes de las variables en retrocesos y φ_0 es la constante global del modelo.

Al utilizar el mismo software estadístico que en el caso del modelo ARIMA, solo resta describir que las predicciones se obtuvieron de forma dinámica, y análogamente, el proceso de predicción es recursivo en los regresores similarmente a los términos AR, sigue el mismo proceso que el descrito con el algoritmo de Levine y la predicción a n pasos. De igual manera los intervalos de confianza de los pronósticos son los mismos que en el modelo ARIMA.

A fin de demostrar la estabilidad de los parámetros de la ecuación explicativa resultante se ayudará de la técnica CUSUM (*cumulative sums*), el análisis se centra en observar gráficamente si las sumas acumulativas de los errores estandarizados se comportan en ciertos intervalos de confianza.

Las sumas acumuladas en un tiempo t se denota por la siguiente fórmula:

$$CUSUM_t \equiv \sum_{\tau=k}^t w_{\tau+1,\tau} \quad t = k, \dots, T - 1 \quad (4.17)$$

Y $w_{\tau+1,\tau} \equiv \frac{\hat{e}_{t+1,t}}{\sigma\sqrt{r_t}}$, en donde r_t representa una función de información, $\hat{e}_{t+1,t}$ es el error de un pronóstico *un paso adelante*.

Como corolario se menciona que la prueba estadística *CUSUM* solo se puede aplicar a modelos estadísticos de *cuadrados últimos ordinarios*, el modelo ARIMA no se encuentra en esta clasificación por lo que no se dará gráfica de su resultado.

Este modelo da por terminada la explicación de los modelos de corte *gaussiano* y se procede a dar explicación a los sistemas de inteligencia artificial.

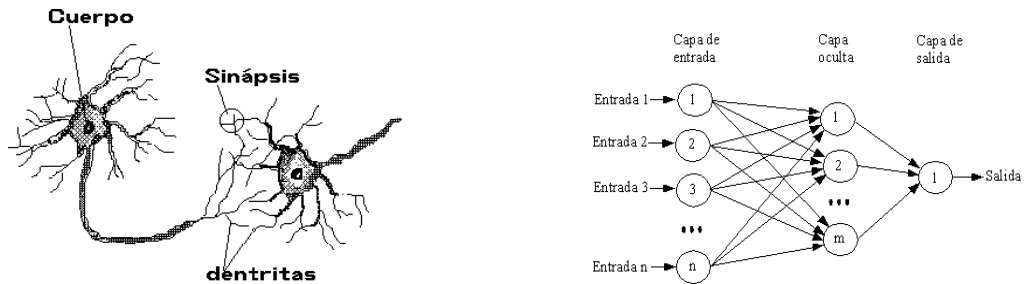
4.4. Redes Neuronales

Los primeros ensayos para lograr una red neuronal fueron los modelos *ADELIN*E y *MAD*ELINE desarrollados por Bernard Widrow y Marcian Hoff (1959). Fue hasta 1975 que Kohonen y Anderson desarrollaron la primera red neuronal. En 1982 Reilly y Cooper gestionan la primera “red híbrida” con múltiples capas.

Este tipo de modelos busca recrear la interacción entre las neuronas o nodos de información, es decir, se especifica cierta información como variables de entrada, se procesa la información en nodos, finalmente los resultados se expresan en variables de salida.

Figura 4.1

Representación de células nerviosas y una red neuronal artificial tipo *MLP*



Fuente: <http://bit.ly/GU7Fds>, <http://bit.ly/165v0zo>

La variable de salida de una red neuronal se puede expresar como⁴⁰:

$$y_i^{(l)} = f[\sum_{j=1}^{N_{l-1}} w_{ij}^{(l,l-1)} y_j^{(l-1)} + \theta_i^{(l)}], \quad l = 1, \dots, L, \quad i = 1, \dots, N_t \quad (4.18)$$

Dónde:

$y_i^{(l)}$ es la variable de salida en la i -ésima neurona de la capa (l), $y_i^{(0)}$ denota las variables de entrada

$w_{ij}^{(l,l-1)}$ es el peso de la neurona j de la capa $l-1$ a la neurona i , de la capa l

⁴⁰ Los algoritmos de las redes neuronales están basados en las formulas contenidas en *Learning algorithms for neural networks*, Atiya Amir, California Institute of technology, Estados Unidos, 1991.

$\theta_i^{(l)}$ umbral o sesgo de la neurona i en la capa l .

$f(.)$ función de transferencia o activación, del tipo sigmoidea

Entre las funciones de activación más usuales se encuentran la tangente hiperbólica y la función logística:

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Tangente Hiperbólica

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Función logística

Siguiendo la estructura del método se busca que las variables de salida *mapeen* de manera eficiente a los valores de las capas de salida esto se logra mediante la reducción del error cuadrático medio. Se define como una colección de vectores de entrada a $x(1) \dots x(m)$ y a los vectores de salida como vectores deseados para predecir los valores.

Así entonces el error cuadrático medio correspondiente a cada vector se define por:

$$E = \sum_{m=1}^M E(m) \quad (4.19)$$

$$E(m) = (y(m) - y^{(L)})^2$$

Donde $y^{(L)}$ representa el vector de salida de la red neuronal.

En el caso de las redes neuronales de la forma BP (*back-propagation*) se inician todos los pesos y umbrales en valores pequeños asignados aleatoriamente. Posteriormente se ajustan iterativamente los pesos y los umbrales, en una magnitud descendiente, de la siguiente manera:

$$w_{ij}^{(l,l-1)}(t+1) = w_{ij}^{(l,l-1)}(t) - \rho \frac{dE}{dw_{ij}^{(l,l-1)}} \quad (4.20)$$

$$\theta_i^{(l)}(t+1) = \theta_i^{(l)}(t) - \rho \frac{dE}{d\theta_i^{(l)}} \quad (4.21)$$

Donde ρ es el tamaño del descenso. O sea, la longitud de cada transición a lo largo de la dirección del gradiente en el espacio de parámetros.

Para ajustar los pesos de las capas anteriores se procede a implementar los resultados desde la última capa hasta la primera capa oculta. Se ajustan dichos pesos aplicando las formulas sucesivamente:

$$w_{ij}^{(l,l-1)}(t+1) = w_{ij}^{(l,l-1)}(t) - \rho \delta_i^{(l)} y_j^{(l-1)} \quad (4.22)$$

$$\theta_i^{(l)}(t+1) = \theta_i^{(l)}(t) - \rho \delta_i^{(l)} \quad (4.23)$$

Donde $\delta_i^{(l)}$ se define como la expresión del error para la neurona i de la capa l y se define como:

$$\delta_i^{(l)} = f' \left[\sum_{k=1}^{N_{L-1}} w_{ij}^{(L,L-1)} y_k^{(L-1)} + \theta_i^{(L)} \right] (y_j(m) - y_k^{(L)})$$

Lo anterior se propaga *hacia atrás* para calcular los $\delta_i^{(l)}$ de las capas subsecuentes:

$$\delta_i^{(L-1)} = f' \left[\sum_{k=1}^{N_{L-2}} w_{ij}^{(L,L-2)} y_k^{(L-2)} + \theta_i^{(L-1)} \right] \left(\sum_{k=1}^{N_L} \delta_k^{(L)} w_{ij}^{(L,L-1)} \right)$$

Así mismo las redes neuronales alimentadas *hacia atrás* se pueden describir como una red la cual posee N neuronas, la variable de salida de cada neurona es alimentada *hacia atrás* por medio de los pesos w_{ij} . La evolución del sistema está dada por:

$$y_i' = f'(\sum_{i=1}^N w_{ij} y_j + \theta_i) \quad (4.24)$$

Donde y_i' es el nuevo estado para la neurona i y $f'(\cdot)$ continua siendo una función del tipo sigmoidea.

Se procede a expresar una fórmula que denote al problema de optimización en términos de un proceso continuo de tiempo, esto se logra a partir de la formulación modelo continuo de Hopfield:

$$\tau_i \frac{du_i}{dt} = -u_i + \sum_{j=1}^N w_{ij} f(u_j) + \theta_i \equiv gi(u_1, \dots, u_N) \quad ,$$

Con $y_i = f(u_i)$ y τ_i es una constante de tiempo para la neurona i .

El equilibrio del sistema es en el punto cuando $u^* = \begin{pmatrix} u_1^* \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_N^* \end{pmatrix}$

Satisfaciendo que $gi(u_1, \dots, u_N) = 0 \quad i = 1, \dots, N$

De manera paralela se dice que el sistema en su conjunto ha alcanzado un equilibrio u^* cuando:

- 1) Es posible forzar cualquier trayectoria desde un vecindario abierto U alrededor del equilibrio para permanecer tanto como sea posible el equilibrio deseado u^* , para toda $t < T$ al escoger U suficientemente pequeña.
- 2) La trayectoria va a un equilibrio definido u^* cuando t se aproxima al infinito.

Por otra parte, el *aprendizaje* de la red neuronal consiste en la minimización de las funciones de error para así producir vectores de salida que simulen el comportamiento original de la información estudiada.

Partiendo desde la función del error cuadrático, antes mencionada, se puede denotar a $E(m)$ como:

$$E(m) = \sum_{i=1}^K (y_i - y_i(m))^2 \quad (4.25)$$

Con notación matricial se puede expresar al vector de salida \mathbf{y} como la colección de valores de y_i , en equilibrio. Cuando la información de ingreso es $x(m)$

$$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)^T$$

El proceso de aprendizaje es realizado al introducir las variables de entrada $x(m)$ secuencialmente en el proceso de la red neuronal, actualizando los pesos en un intento para minimizar el error. Por lo que se buscaría actualizar la matriz de pesos \mathbf{W} en relación a la matriz de ponderaciones \mathbf{V} , las ponderaciones que se aplican a la información de entrada antes de ser considerada en la red neuronal.

Sean entonces $\frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{W}}$ y $\frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{V}}$ las expresiones que denotan a las matrices, las cuales se componen de i y j elementos expresados por $\frac{\partial E(m)}{\partial w_{ij}}$ y $\frac{\partial E(m)}{\partial v_{ij}}$ respectivamente, sea también $\frac{\partial E(m)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ el vector en el cual su i -ésimo elemento es $\frac{\partial E(m)}{\partial \theta_i}$.

Asumiendo que existe una constante τ suficientemente pequeña para encontrarse un estado de equilibrio de manera eficiente lo cual se logra mediante la solución de la siguiente ecuación:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{V}\mathbf{x} + \boldsymbol{\theta}) \quad (4.26)$$

Diferenciando la ecuación, con respecto a los pesos, se obtiene que:

$$\frac{\partial y_j}{\partial w_{kp}} = f'(z_j) \left(\sum_n \frac{\partial y_n}{\partial w_{kp}} + y_p \delta_{jk} \right), \quad k, p = 1, \dots, N$$

Dónde :

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{sí } j = k \\ 0 & \text{sí } j \neq k \end{cases}$$

Y

$$z_j = \sum_n w_{jn} y_n + \sum_n v_{jn} x_n(m) + \theta_j.$$

Se puede escribir lo anterior con notación matricial de tal forma que:

$$\frac{\partial y_j}{\partial w_{kp}} = (\boldsymbol{\Lambda} - \mathbf{W})^{-1} \mathbf{b}^{kp}$$

Dónde $\Lambda = \text{diag}\left(\frac{1}{f'(z_i)}\right)$ y \mathbf{b}^{kp} es el vector en N-dimensión dado por:

$$\mathbf{b}_i^{kp} = \begin{cases} y_p & \text{sí } j = k \\ 0 & \text{sí } j \neq k \end{cases}$$

Por la regla de la cadena, se obtiene que:

$$\frac{\partial E(m)}{\partial k_{kp}} = \sum_j \frac{\partial E(m)}{\partial y_i} \frac{\partial y_j}{\partial w_{kp}}$$

Sustituyendo la ecuación en la expresión de z_j se obtiene:

$$\frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{w}} = (\Lambda - \mathbf{W}^T)^{-1} \frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{y}^T$$

Donde $\frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{y}}$ es resultado de diferenciar la ecuación del error cuadrático medio con respecto a \mathbf{y} :

$$\frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{y}} = 2(y_1 - y_1(m), \dots, y_k - y_k(m), 0, \dots, 0)^T$$

Con respecto a $\frac{\partial E(m)}{\partial v}$ se obtiene diferenciando con respecto a los pesos

$$\frac{\partial E(m)}{\partial v_{kp}} = (\Lambda - \mathbf{W})^{-1} \mathbf{c}^{kp}$$

Donde \mathbf{c}^{kp} es el vector de N-dimensión del cual su i -ésimo elemento está dado por:

$$\mathbf{c}_i^{kp} = \begin{cases} x_p(m) & \text{sí } j = k \\ 0 & \text{sí } j \neq k \end{cases}$$

Análogamente a la derivación de $\frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{w}}$, para $\frac{\partial E(m)}{\partial v}$ resulta la siguiente expresión:

$$\frac{\partial E(m)}{\partial v} = (\Lambda - \mathbf{W}^T)^{-1} \frac{\partial E(m)}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{x}(m)^T$$

Y para el término del umbral se tiene:

$$\frac{\partial E(m)}{\partial \theta} = (\mathbf{\Lambda} - \mathbf{W}^T)^{-1} \frac{\partial E(m)}{\partial y}$$

Siguiendo la metodología de *retro-propagación* del error, se actualizan los pesos en una forma escalonada descendiente, recursivamente en relación al gradiente $E(m)$, que para los pesos \mathbf{W} , \mathbf{V} y para el umbral θ se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(t+1) &= \mathbf{W}(t) - \rho(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{W}^T)^{-1} \frac{\partial E(m)}{\partial y} \mathbf{y}^T \\ \mathbf{V}(t+1) &= \mathbf{V}(t) - \rho(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{W}^T)^{-1} \frac{\partial E(m)}{\partial y} x(m)^T \\ \theta(t+1) &= \theta(t) - \rho(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{W}^T)^{-1} \frac{\partial E(m)}{\partial y} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Donde ρ es el tamaño del descenso anteriormente mencionado.

El algoritmo es válido solo para redes neuronales en las cuales su vector el cálculo del error cuadrático se realice *hacia atrás*.

Así también existe una amplia variedad de tipos de redes neuronales y se consideró pertinente hacer mención breve de las más importantes.

4.4.1 Redes neuronales alimentadas hacia adelante

Parafraseando a Svozil D. *et al.* (1997) una red neuronal alimentada hacia adelante son redes multicapa basadas en el algoritmo de retro-propagación del error. En este tipo de red neuronal no existen ciclos de información, es decir, los pesos que ya se hayan calculado no son dependientes de los datos ya ponderados con anterioridad. Las neuronas son clasificatorias, comúnmente del tipo perceptrón.

4.4.2 Redes auto-organizables

⁴¹ Se le denomina redes neuronales *auto-organizables* a las cuales donde el aprendizaje no supervisado no requiere de intercambiar información con fuentes externas para ajustar los pesos de las conexiones entre las neuronas. Los algoritmos de aprendizaje se dividen en dos tipos: asociativo y competitivo. En el aprendizaje asociativo se busca la *familiaridad* o se extraen características de los datos de entrada, mientras que en el aprendizaje competitivo está orientado a clasificar los datos de entrada.

4.4.3 Red de Kohonen

Son redes neuronales basadas en la formación de mapas topológicos para establecer características comunes entre la información de la entrada, se realiza en un ambiente de aprendizaje no supervisado (es decir encontrar por medio de técnicas de clusterización o de extracción de características estructuras definidas de información no clasificada)

Existen dos clasificaciones para este tipo de redes; las redes *SOM* y las redes *LVQ*. Las redes *SOM* (*Self-Organizing map*) se definen en un conjunto determinado de neuronas las cuales se comunican entre sí (*on-center*). Se establece una neurona ganadora i^* , (después de un proceso de aprendizaje competitivo), posteriormente se genera un vector de pesos para las neuronas de un vecindario N_{i^*} , dentro de un radio d , que serán actualizados mediante una regla de Kohonen:

$$\omega_i(q) = \omega_i(q - 1) + \alpha(p(q) - \omega_i(q - 1)) \text{ para } i \in N_{i^*}(d), N_{i^*}(d) = \{j, d_{ij} \leq d\} \quad (4.28)$$

Las redes *LVQ* (*Learning Vector Quantization*) emplean tanto aprendizaje supervisado como no supervisado, se generan clasificaciones iniciales en donde cada una de las neuronas de la capa de entradas es una ordenación en sí misma, posteriormente se relaciona esta clasificación con una neurona de la capa oculta sucesiva, se emite un vector de aprendizaje por cada neurona de la capa de

⁴¹La explicación de los siguientes tipos de redes neuronales se basan en la información encontrada en el tercer capítulo del libro *inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*, Ponce Cruz Pedro, editorial Alfaomega, primera edición, pág. 244-277. México.

salida. No es necesaria la normalización de pesos dado que se calcula la distancia euclidiana entre el vector de aprendizaje y el las variables de entrada.

4.4.4 Redes neuronales recurrentes

A diferencia de las redes neuronales alimentadas hacia adelante las redes recurrentes *aprenden* con la comunicación que se intercambia en capas posteriores y anteriores. También es posible propagar información desde las capas de posteriores hacia las variables de entrada. En esta clasificación se pueden encontrar las redes de Hopfield, la *máquina* de Boltzmann, las redes jerárquicas, y las redes neuronales estocásticas.

4.4.5 Redes neuronales modulares

Se le denomina redes modulares al conjunto de redes que se procesan información de manera independiente. Se cuentan entre redes modulares a las redes neuronales asociativas y a *comité de máquinas*.

4.4.6 Redes neuronales de lógica difusa

Este tipo de redes neuronales utilizan un sistema de inferencia difusa para encontrar reglas de membresía, contiene un número importante de capas intermedias entre las cuales pueden buscar diferentes objetivos, dentro de las que se encuentran las etapas de *difuminación*, *injerencia*, *agregación*, *implementación de reglas* o *desdifuminación*.

Así pues y aumentando la discusión de este último tipo de redes neuronales se halló que el modelo ANFIS es una metodología eficiente para la generación de pronósticos. Se adelanta al lector que por razones de homogeneizar los dos experimentos de extrapolación basados en el sistema ANFIS se recurrió a la tendencia de Holt por que no se obtuvo el comportamiento apropiado para generar valores futuros de una forma deseable, al menos en el primer experimento.

4.5. Sistema de lógica difusa ANFIS

Continuando con la discusión acerca de la implementación de modelos de inteligencia neuronal se hallaron a los modelos ANFIS (*Adaptative Neuro Fuzzy Inference System*), son sistemas basados en redes neuronales adaptables con inferencia difusa, en este tipo de sistemas se utilizan diversas metodologías para el ajuste de parámetros, entre los cuales se encuentra la *retropropagación del error*. Inicialmente el modelo fue propuesto por R. Jang en 1992.

Conviene primero explicar que es un sistema de lógica difusa antes de presentar el algoritmo que siguen los modelos ANFIS.

Según Ponce Cruz ⁴² la lógica difusa es un conjunto de principios matemáticos basados en grados de membrecía o pertenecía, cuya función es modelar información. Este modelado se hace con base en reglas lingüísticas que aproximan una función mediante la relación de entradas y salidas del sistema. Este tipo de lógica presenta rangos de membrecía entre 0 y 1, a diferencia de la lógica convencional que se limita a valores enteros 0 ó 1.

Así pues en conjunto difusos la función de pertenecía que se utiliza es denotada por μ , mientras que para expresar un conjunto difuso se escribe una tilde sobre la expresión del mismo.

$$\tilde{A} = \{a, b, c\}$$

Conjunto difuso discreto:

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu(X_1)}{X_1} + \frac{\mu(X_2)}{X_2} + \dots \right\} = \sum_i \frac{\mu_A(X_i)}{X_i} \quad (4.29)$$

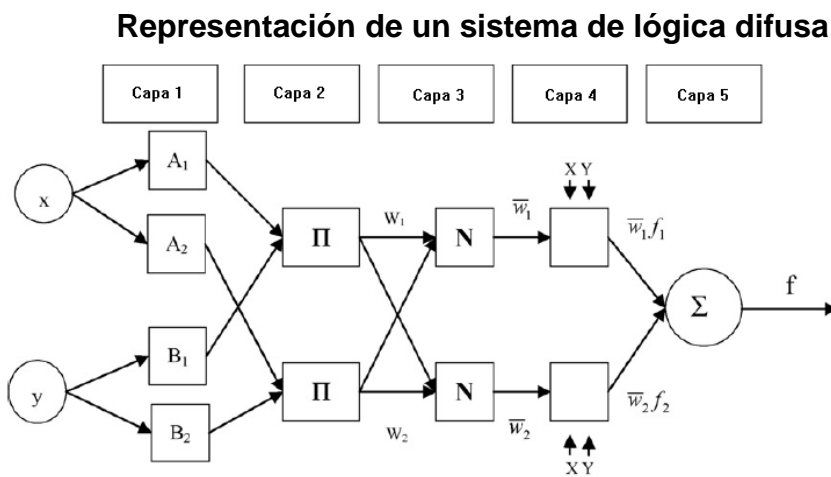
⁴² La discusión acerca de la lógica difusa así como el algoritmo del modelo ANFIS se basaron en la información contenida en el libro *inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*, Ponce Cruz Pedro, editorial Alfaomega, primera edición, pág. 244-277. México.

Conjunto difuso continuo:

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_A(X)}{X} \right\} \quad (4.30)$$

Acorde con lo escrito por Jing-Rong C.(2011) Para expresar la arquitectura de una red del tipo ANFIS se denotan a los nodos adaptables como cuadros y a los nodos fijos con círculos.

Figura 4.2.



Fuente: Jing-Rong C. *et al.* (2011)

Por definición, un modelo ANFIS consiste en dos reglas difusas del tipo *if-then* (Sí-entonces) basadas en el tipo de Sugeno y Takagi:

Regla 1: Sí x es A_1 y y es B_1 , entonces $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$

Regla 2: Sí x es A_2 y y es B_2 , entonces $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$

Dónde p_i , q_i y r_i son parámetros lineales de la variable de salida. (Con $i=1,2$)

Desglosando el sistema por cada una de sus capas se puede definir el proceso que sigue el tratamiento de la información en cada capa;

En la primera capa, la capa de las variables de entrada, en cada nodo i adaptable con una función asociada:

$$O_{1,i} = \mu A_i(x) \quad \text{para } i=1,2 \quad (4.31)$$

Sea $O_{1,i}$ la función de membrecía de A_i del i -ésimo nodo en la capa 1 y....

$$\mu A_i(x) = \frac{1}{1 + \left[\left(x - \frac{c_i}{a_i} \right)^2 \right]^{b_i}}$$

Dónde a_i , b y c_i son parámetros y b es un valor positivo, c denota el centro de la curva.

En la segunda capa de nodos adaptables marcados con π el cual expresa la multiplicación de la información ya tratada en la primera capa, por medio de un producto vectorial de las funciones de los nodos correspondientes, se expresan los nodos de la segunda capa de la siguiente manera:

$$O_{2,i} = \mu A_i(x) \times \mu B_i(y) \quad \text{para } i=1,2$$

En la tercera capa los nodos adaptables son marcados con N , el i -ésimo nodo calcula la razón de *robustez* arrojada por la i -ésima regla hacia la suma de la *robustez* arrojada por todas las reglas. De esta forma se calculan todos los nodos para la capa en cuestión:

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2}$$

En la cuarta capa, también de nodos adaptables, se procede a multiplicar la normalización de los pesos por una función correspondiente a cada nodo.

$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i)$$

Donde el potencial valor p_i de información puntual es calculado por:

$$p_i = \sum_{j=1}^N e^{-\alpha \|w_i - w_j\|^2} \quad \text{con} \quad \alpha = 4/r^2$$

r es el radio definiendo a un vecindario, $\| \cdot \|$ es la distancia euclidiana entre dos distintos W . Lo anterior se deduce de la clusterización difusa, para así calcular

el número de *clusters* y los valores iniciales de cada uno. De igual manera la fórmula es aplicable para los valores potenciales q y r .

En la quinta capa existe un único nodo fijo que se denota por la sumatoria de los resultados que arrojen las funciones de cada nodo por su peso normalizado correspondiente.

A este valor se le considera la variable de salida.

$$O_{5,i} = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{w_i f}{\sum_{i=1} w_i f}$$

⁴³ El algoritmo de entrenamiento se deduce de la ecuación del error planteada por Jang, en donde T es el objetivo a alcanzar y O son las salidas generadas. El error del modelo tiende a reducirse durante el proceso de entrenamiento.

$$E_p = \sum_{m=1}^{L \text{ capas}} (T_{m,p} - O_{m,p}^L)^2 \quad (4.32)$$

La expresión del error en L capas de m nodos, sobre el elemento de información p .

Así pues el error acumulado de la expresión se puede denotar por $E = \sum_{p=1}^p E_p$

Se emplea el gradiente descendiente a la fórmula, se deriva con respecto a $O_{m,p}^L$, en i nodos, para nodos externos⁴⁴:

$$\frac{\delta E_p}{\delta O_{i,p}^L} = -2(T_{i,p} - O_{i,p}^L)$$

Mientras que para nodos internos se tiene que:

⁴³ A partir de este punto la nomenclatura de la explicación del modelo se basa en [⁹⁴]

⁴⁴ Un nodo externo se puede definir como un nodo que no pertenece a la implementación de una cierta regla de membresía lingüística, caso contrario para el nodo interno.

$$\frac{\delta E_p}{\delta O_{i,p}^k} = \sum_{m=1}^{k+1} \frac{\delta E_p}{\delta O_{m,p}^{k+1}} \frac{\delta O_{m,p}^{k+1}}{\delta O_{i,p}^k}$$

Tomando en cuenta un parámetro α la expresión se convierte en:

$$\frac{\delta E_p}{\delta \alpha} = \sum_{O^* \in S} \frac{\delta E_p}{\delta O^*} \frac{\delta O^*}{\delta \alpha}$$

Resultando que para cada conjunto de nodos relacionados con alfa $\frac{\delta E}{\delta \alpha} = \sum_{p=1}^p \frac{\delta E_p}{\delta \alpha}$

De manera genérica se expresa que:

$$\Delta \alpha = -\eta \frac{\delta E}{\delta \alpha}$$

Con $\eta = \frac{k}{\sqrt{\sum \alpha \left(\frac{\delta E}{\delta \alpha}\right)^2}}$

Donde k es el *paso* de avance para el coeficiente de aprendizaje.

En cuanto a la descripción del proceso de *aprendizaje* del modelo, se puede describir a partir de precisar que las neuronas de salida son calculadas desde parámetros *consecuencia* que a su vez son calculados a partir del estimados de mínimos cuadrados.

El modelo se basa en una técnica de inferencia difusa del tipo Sugeno en la cual cada capa de salida se puede representar con una colección de p ecuaciones lineales en términos de los parámetros de *consecuencia* de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} yd(1) &= \bar{\mu}_1(1)f_1(1) + \bar{\mu}_2(1)f_2(1) + \dots + \bar{\mu}_n(1)f_n(1) \\ yd(2) &= \bar{\mu}_1(2)f_1(2) + \bar{\mu}_2(2)f_2(2) + \dots + \bar{\mu}_n(2)f_n(2) \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ yd(P) &= \bar{\mu}_1(P)f_1(P) + \bar{\mu}_2(P)f_2(P) + \dots + \bar{\mu}_n(P)f_n(P) \end{aligned} \tag{4.33}$$

También se puede expresar como:

$$Yd(1) = \bar{\mu}_1(1)[k_{10} + k_{11}x_1(1) + k_{12}x_2(1) + \dots + k_{1m}x_m(1)] +$$

$$\bar{\mu}_2(1)[k_{20} + k_{21}x_1(1) + k_{22}x_2(1) + \dots + k_{2m}x_m(1)] + \dots +$$

$$\bar{\mu}_n(1)[k_{n0} + k_{n1}x_1(1) + k_{n2}x_2(1) + \dots + k_{nm}x_m(1)]$$

En un conjunto de m variables y n neuronas en la capa de reglas.

Con notación matricial lo anterior se puede expresar de la forma:

$$Yd = Ak \tag{4.34}$$

Yd es de dimensiones $p \times 1$:

$$Yd = \begin{pmatrix} yd(1) \\ yd(2) \\ \vdots \\ yd(p) \end{pmatrix}$$

A es una matriz de dimensiones $p \times n(m+1)$

$$A = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_1(1)\bar{\mu}_1(1)X_1(1) & \dots & \bar{\mu}_1(1)X_m(1) & \dots & \bar{\mu}_n(1)X_m(1) \\ \bar{\mu}_1(2)\bar{\mu}_1(2)X_1(2) & \dots & \dots & \dots & \bar{\mu}_n(2)X_m(2) \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \bar{\mu}_1(P)\bar{\mu}_1(P)X_1(P) & \dots & \dots & \dots & \bar{\mu}_n(P)X_1(P) \end{bmatrix}$$

k es un vector de $n(m+1)$ consecuencia, de parámetros desconocidos:

$$k = [k_{10}k_{11}k_{12} \dots k_{1m}k_{20}k_{21} \dots k_{2m} \dots k_{n0}k_{n1}k_{n2} \dots k_{nm}]^T$$

Normalmente el número de patrones P es mayor que el usado en el entrenamiento de parámetros *consecuencia* $n(m+1)$.

Se procede a hallar una estimación de mínimos cuadrados de k , en la cual k^T reduzca el error cuadrático $\|Ak - yd\|^2$, donde k^T es la expresión *pseudoinversa* en términos de la matriz A :

$$k^T = (A^T A)^{-1} A^T yd$$

La *pseudoinversa* de A es $(A^T A)^{-1} A^T$, si $(A^T A)$ no es singular.

Al realizar esta acción los parámetros *consecuencia* son definidos y se puede calcular un vector de salida y , por ende determinar el vector de error e se expresa de la siguiente forma:

$$e = Yd - y \quad (4.35)$$

Como se había mencionado anteriormente, los sistemas de inteligencia artificial enumerados en el presente escrito no están hechos para realizar cálculos predictivos por lo que es normal se auxilien de otras metodologías para generar pronósticos.

La pregunta obvia podría ser *¿Por qué no usar un sistema puramente predictivo en lugar de usar una red neuronal?*, la respuesta es simple, el sistema ANFIS ofrece un en sus resultados un suavizamiento en la serie original, que posteriormente ayudará a entregar mejores resultados en el proceso predictivo.

Se utilizó el método de *Holt*, con un ajuste de logaritmo natural, para simular los precios futuros, con ayuda del software estadístico SPSS 17.0

Se le dará breve explicación a este método, similarmente al modelo comentado de Winters, se realiza una ponderación de la información mediante constantes para las funciones de transferencia y posteriormente definir los pronósticos.

Cabe mencionar que existen otros dos modelos que generan tendencias lineales como predicciones; el suavizamiento exponencial simple y la tendencia aditiva amortiguada, el método de tendencia de Holt produce en la mayoría de las ocasiones valores entre los dos métodos mencionados, en los cuales la tendencia aditiva tiene a sobre valorizar los pronósticos caso contrario con el suavizamiento exponencial.

Para el modelo de tendencia de Holt, Bowerman *et al.* (2002) describen dos ecuaciones de transferencia y una tercera para generar pronósticos:

$$l_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \quad (4.36)$$

$$b_t = \beta(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta)(b_{t-1}) \quad (4.37)$$

Donde l_t representa la ecuación del nivel al tiempo t , b_t denota un estimado de la pendiente α y β son constantes de suavizamiento que se distribuyen entre 0 y 1. Para los pronósticos se utiliza:

$$Y_t(h) = l_t + hb_t \quad (4.38)$$

El término h expresa el valor de la última ecuación de nivel más una proporción en h veces del valor de la ecuación de tendencia. Se deduce que el comportamiento de esta ecuación será lineal ponderado por h .

Discutido también este segundo sistema inteligente solo procede explicar la caminata aleatoria de la simulación de Montecarlo que es notoriamente menos compleja que los dos sistemas de inteligencia artificial.

4.6 Simulación de Montecarlo

El modelo se encuentra entre los más utilizados para generar predicciones así como también es de los más socorridos para contar con una referencia que sirva como guía para otros modelos.

Aunque no existe un algoritmo homogeneizado para el modelo el método requiere que los datos futuros se simulen en suficientes ocasiones para generar resultados congruentes.

Se propone la siguiente metodología para generar pronósticos:

Se utiliza un precio final como factor para generar un pronóstico de la siguiente forma:

$$x_{t+1} = x_t(1 + c) \quad (4.39)$$

Donde c es un número generado aleatoriamente desde una distribución de probabilidad inversa con media 0 y desviación estándar igual a la volatilidad histórica de los precios de una onza de plata, para los meses comprendidos entre enero de 1984 y octubre de 2010. Obsérvese que bajo esta premisa c puede tomar valores tanto positivos como negativos.

Para obtener resultados concluyentes de dichas simulaciones se procedió a generar mil pronósticos, por cada dato de un mes posterior a predecir. A dichas simulaciones se le extrajo un promedio y posteriormente tomar dichos promedios para que manera recursiva se generen los precios futuros para los meses desde noviembre de 2010 hasta octubre de 2012.

Cabe aclarar que la simulación se construyó en Excel con la siguiente redacción en la formula:

=Promediosimulacionesanteriores(1+DISTR.NORM.INV(ALEATORIO(),0, volatilidad histórica)*

En otras palabras se tomó una simulación fija de las que aleatoriamente genera la metodología.

Con esta última explicación de la simulación de Montecarlo se da por terminada la argumentación teórica de las metodologías, por lo que corresponde presentar los modelos desde una perspectiva práctica.

CAPÍTULO V

MODELOS PROPUESTOS PARA LA PREDICCIÓN DE VALORES

En el presente capítulo se ofrecerán los resultados de la implementación de cada modelo para la información base, los promedios mensuales del precio de mercado para una onza troy de plata pura. En algunos modelos se transformó la serie temporal en su forma de raíz cuadrada, se aplicaron retardos o promedios móviles, etc. se darán las razones que sustentan todos los procedimientos realizados. El principal objetivo de toda la discusión de los modelos es obtener estimaciones y simulaciones, posteriormente comparar todas las resoluciones a través de diversos estadísticos de control y de esta manera poder emitir conclusiones objetivas.

La serie de datos del precio de la plata consistió en una multiplicación entre el precio de mercado internacional de una onza de plata⁴⁵, que es denominado en dólares, por el tipo de cambio del mes en cuestión⁴⁶.

Esta sección del trabajo se dividirá en dos grandes grupos; una entrega de modelos con serie base desde enero de 1984 hasta octubre de 2010 y otro experimento donde se utiliza información desde enero de 1984 hasta febrero de 2013, el primer experimento se realizó con el propósito de observar como los modelos propuestos pueden ajustar y pronosticar el valor de la plata en este rango de tiempo, el ejercicio también se hizo con miras a comparar los pronósticos con datos reales que actualmente se tienen a disposición para el rango de tiempo de noviembre de 2010 a octubre de 2012, por lo tanto se pronosticarán 24 datos futuros en la primera entrega de modelos. En una segunda entrega de modelos se determinó una serie temporal base desde enero de 1984 hasta febrero de 2013,

⁴⁵ Promedios mensuales con información del sitio de internet <http://bit.ly/hkErfy> disponibles al 12 de mayo de 2013.

⁴⁶ Datos recuperados de la liga <http://bit.ly/GNR0J7> disponibles al 12 de mayo de 2013.

en esta segunda ocasión no se cuenta con datos reales con los cuales contrastar las predicciones, que serán para un año en adelante desde Marzo de 2013 hasta Febrero de 2014. En otras palabras se está reportando una predicción *pura*.

La primera entrega de modelos se denotara por el marcador 5.1 y en la segunda entrega se usará el marcador 5.2

Las secciones del presente capítulo se dividirán de la siguiente forma:

Tabla 5.1.

Secciones del capítulo V

Serie base (Enero 1984 –Octubre 2010)	Serie base (Enero 1984 –Febrero 2013)
5.1.1 Modelo ARIMA	5.2.1 Modelo ARIMA
5.1.2 Modelo Multiplicativo de Winters	5.2.2 Modelo Multiplicativo de Winters
5.1.3.Regresión en retrocesos	5.2.3.Regresión en retrocesos
5.1.4. Red neuronal artificial MLP	5.2.4. Red neuronal artificial MLP
5.1.5. Sistema de lógica difusa ANFIS	5.2.5. Sistema de lógica difusa ANFIS
5.1.6. Simulación de Montecarlo	5.2.6. Simulación de Montecarlo
5.1.7. Evaluación de modelos	5.2.7. Evaluación de modelos
5.1.8. Discusión de resultados	5.2.8. Discusión de resultados

Fuente: Elaboración propia

Lo anterior, que a primera vista podría resultar innecesario, el entregar seis modelos en dos ocasiones, es totalmente compatible con la idea de comprobar la robustez estadística de las diversas metodologías, contrastándolas con datos conocidos, y en una segunda oportunidad generar pronósticos para datos no conocidos, lo cual será el eje rector para emitir un juicio acerca de cuál de los modelos resultó ser el mejor para predecir valores futuros para el precio nominal

de la plata, en periodicidad mensual. Al mismo tiempo cabe aclarar que no se utilizó una metodología en particular con modelos idénticos dado el hecho que no se cumplirían pruebas de hipótesis cruciales.

En la sección 5.3 se discutirán los resultados obtenidos desde las series base propuestas.

Dicho todo lo anterior se procede a explicar cada modelo con sus respectivos parámetros iniciales y comportamientos.

5.1. Presentación de modelos

En esta sección del capítulo V se plantearán los primeros modelos bajo la información estadística base comprendida desde enero de 1984 hasta octubre 2010 de los promedios mensuales del precio de contado de la plata, bajo las metodologías basadas en modelos de series temporales y sistemas de inteligencia artificial, de la misma manera se comenta un resultado en particular que se obtuvo al considerar una simulación de Montecarlo.

A diferencia del capítulo IV, en el presente capítulo se discutirán los resultados y comportamientos que se obtuvieron desde un punto de vista práctico.

5.1.1. ARIMA

El modelo ARIMA es el modelo univariante por excelencia, es aplicado en los más diversos campos de investigación por la bondad propia del modelo que la serie se *explica a sí misma*.

El modelo ARIMA propuesto se obtuvo de correr un proceso ARMA(11,11) en el software estadístico *E-views 6.0*, para obtener coeficientes de la regresión con significancia menores a .05 se eliminaron los apartados que no cumplieran este criterio, por lo que el modelo quedó establecido de la siguiente manera :

Tabla 5.2.

Modelo propuesto ARIMA(11,1,11), estadísticos descriptivos y coeficientes de la regresión

Dependent Variable: PLATA_PESOS
 Method: Least Squares
 Date: 01/28/13 Time: 13:12
 Sample (adjusted): 1984M12 2010M10
 Included observations: 311 after adjustments
 Convergence achieved after 22 iterations
 MA Backcast: 1984M01 1984M11

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.796499	0.038853	20.50056	0.0000
AR(6)	0.308870	0.049876	6.192766	0.0000
AR(10)	-0.330507	0.068716	-4.809753	0.0000
AR(11)	0.258775	0.061724	4.192421	0.0000
MA(1)	0.351310	0.050115	7.010131	0.0000
MA(4)	0.306965	0.045759	6.708340	0.0000
MA(6)	-0.331409	0.060596	-5.469155	0.0000
MA(7)	-0.207802	0.069262	-3.000209	0.0029
MA(9)	-0.320348	0.045536	-7.035122	0.0000
MA(11)	0.280935	0.046152	6.087096	0.0000
R-squared	0.990956	Mean dependent var	57.72847	
Adjusted R-squared	0.990685	S.D. dependent var	61.25224	
S.E. of regression	5.911657	Akaike info criterion	6.423356	
Sum squared resid	10519.26	Schwarz criterion	6.543606	
Log likelihood	-988.8318	Hannan-Quinn criter.	6.471421	
Durbin-Watson stat	1.938866			
Inverted AR Roots	1.02	.71-.26i	.71+.26i	.58+.76i
	.58-.76i	-.03-.86i	-.03+.86i	-.51-.75i
	-.51+.75i	-.85+.25i	-.85-.25i	
		Estimated AR process is nonstationary		
Inverted MA Roots	.78-.10i	.78+.10i	.61-.74i	.61+.74i
	.15-.86i	.15+.86i	-.51+.85i	-.51-.85i
	-.79	-.81-.42i	-.81+.42i	

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

$${}^{47}\hat{Y}_t = .7964Y_{t-1} + .308Y_{t-6} - .3305Y_{t-10} + .2587Y_{t-11} + .3513\varepsilon_{t-1} \quad (5.1)$$

$$+ .3069\varepsilon_{t-4} - .3314\varepsilon_{t-6} - .2078\varepsilon_{t-7} - .3203\varepsilon_{t-9} + .2809\varepsilon_{t-11}$$

El modelo se expresa de la forma ARIMA (11, 1, 11), se tuvo que diferenciar la serie base ,una vez, para tener un aceptable valor en la prueba Dicky-Fuller .El modelo cuenta con una aceptable prueba ⁴⁸ *Durbin-Watson*: 1.93, como esta prueba se distribuye de 0 a 4 un valor intermedio cercano a 2 es lo recomendable, esta prueba mide el nivel de correlación entre los errores en un tiempo t ligados a los errores inmediatamente anteriores en $t-1$, valores cercanos a 0 ó 4 es zona de rechazo para la prueba de hipótesis y es imperativo replantearse el modelo que se está pensando utilizar.

⁴⁷ Francis X. Diebold *Elements of forecasting*, South-western, Cuarta edición, pp. 142-206, el autor del libro propone modelos sin intercepción. Cuando los modelos pueden describir solo factores de promedios móviles o solo factores autoregresivos.

⁴⁸ $DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T (\varepsilon_t)^2}$ $0 > DW > 4$, ε_t el error estadístico al tiempo t

Tabla 5.3.**Prueba Dickey-Fuller, en una diferencia**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(PLATA_PESOS)		
Null Hypothesis: D(PLATA_PESOS) has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=16)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.030688	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.449108
	5% level	-2.869701
	10% level	-2.571187

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

Como se puede observar en la tabla anterior no se cumple el supuesto de que los valores críticos en niveles anteriores superen a los sucesivos, es decir, que el valor de la prueba en el nivel de 1% sea mayor al valor en el nivel de 5%, y el anterior a su vez sea mayor al de 10%.

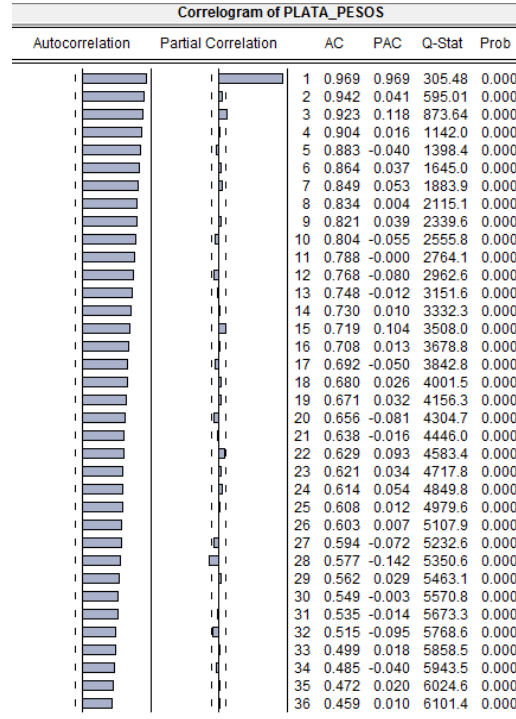
Se utilizaron varios medios de suavizamiento como analizar a la serie en sus valores de raíz cuadrada, en logaritmos naturales y como recíproco de la serie. También se realizaron varias pruebas diferenciando la serie, de igual manera no se alcanzaron los valores deseados.

Por lo anterior la serie a estudiar no es válida para ser estudiada por un enfoque de modelos *ARMA*, pero se continuará con la argumentación del modelo para observar los resultados que pueda generar este modelo, sin dejar de tomar en cuenta que el modelo no es recomendable para este tipo de estudios, y continuar con el planteamiento de hipótesis que se planteó inicialmente en este trabajo.

En otro orden de ideas, se utilizan los llamados correlogramas para observar si la serie original cumple las condiciones en las cuales la función AC desciende de manera escalonada, y la PAC que oscile entre valores positivos y negativos.

Tabla 5.4.

Correlograma para la serie temporal original de promedios mensuales del precio de la plata



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

Tomando en cuenta como criterio de selección de modelo el descenso suave de los valores en la auto-correlación, es recomendable desarrollar un modelo ARIMA para explicar el comportamiento de la serie temporal.

Tabla 5.5.

Correlograma para la serie temporal aplicando logaritmo natural y diferenciada una vez

Correlogram of D_LOG_AG_PESOS						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
█	█	1	0.120	0.120	4.6751	0.031
		2	-0.004	-0.019	4.6806	0.096
		3	0.078	0.082	6.6895	0.082
		4	0.068	0.050	8.2196	0.084
		5	-0.073	-0.087	9.9730	0.076
		6	-0.018	-0.003	10.084	0.121
		7	0.121	0.116	14.939	0.037
		8	0.105	0.088	18.622	0.017
		9	0.025	0.017	18.822	0.027
		10	0.043	0.019	19.444	0.035
		11	0.114	0.081	23.757	0.014
		12	0.017	0.001	23.856	0.021
		13	0.039	0.055	24.379	0.028
		14	0.064	0.034	25.774	0.028
		15	0.025	-0.012	25.986	0.038
		16	-0.041	-0.047	26.557	0.047
		17	-0.020	-0.027	26.691	0.063
		18	0.045	0.027	27.377	0.072
		19	-0.055	-0.073	28.432	0.075
		20	0.072	0.087	30.195	0.067
		21	0.069	0.019	31.826	0.061
		22	0.038	0.008	32.330	0.072
		23	0.041	0.045	32.918	0.083
		24	-0.007	-0.039	32.935	0.105
		25	-0.009	-0.010	32.961	0.132
		26	0.015	0.028	33.040	0.161
		27	-0.054	-0.059	34.065	0.164
		28	-0.043	-0.042	34.725	0.178
		29	-0.105	-0.127	38.616	0.109
		30	-0.094	-0.075	41.774	0.075
		31	-0.025	-0.018	41.992	0.090
		32	-0.019	-0.013	42.126	0.109
		33	-0.022	-0.018	42.300	0.129
		34	0.004	-0.010	42.306	0.155
		35	0.045	0.046	43.027	0.165
		36	-0.080	-0.069	45.348	0.137

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

Para este modelo, por lo general, se aplica logaritmo natural a la serie temporal acompañado de una diferencia en los datos en temporalidades inmediatas para así estudiar información que solo demuestre el proceso aleatorio de la información, por la observación de las anteriores dos gráficas se descartó esta posibilidad porque la AC de la información en logaritmo y diferenciada no cumple con un suave descenso en estos valores, se procedió entonces a fijar como objetivo que el modelo explicase la información de la serie temporal base, sin modificación alguna.

Como se puede observar en la tabla 6.1 , también se entregan estadísticos para la valoración del modelo; los criterios de información de Akaike y Schwarz, simulando varios modelos con diferentes parámetros AR y MA, se prefiere el modelo que reporte el mínimo en estos valores. Normalmente para los modelos

que estudian el ciclo de la una serie histórica de datos se proponen modelos *ARMA* con parámetros desde 1 a 4, los valores de estos criterios para el valor nominal de la plata fueron los siguientes:

Tabla 5.6.

Valores para los criterios de Akaike y Schwarz en distintos de modelos ARMA

Akaike						Schwarz						
	MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(4)	Mínimo		MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(4)	Mínimo	
AR(1)	7.6806	7.6809	7.668	7.6771	7.6247	7.6172	7.6917	7.7029	7.6901	7.6992	7.6468	7.6468
AR(2)	7.6854	7.6855	7.6731	7.6809	7.6276		7.7076	7.7187	7.7063	7.7141	7.6608	
AR(3)	7.6676	7.672	7.6455	7.6667	7.6232		7.7009	7.7164	7.6898	7.7111	7.6676	
AR(4)	7.6717	7.6677	7.6542	7.6706	7.6172		7.7162	7.7233	7.7097	7.7262	7.6728	

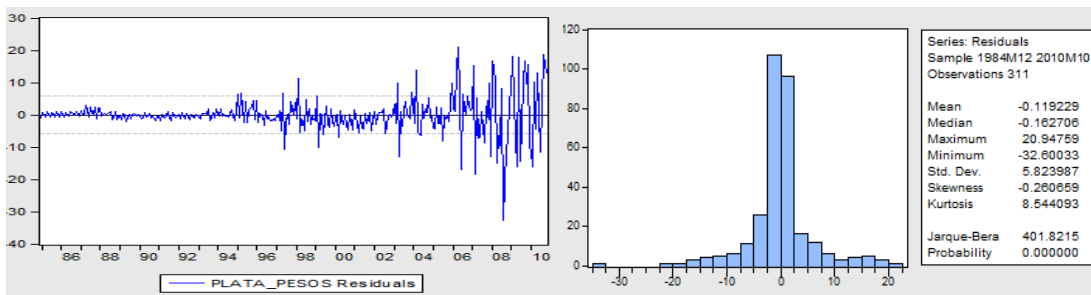
Fuente: Elaboración propia simulando distintos modelos con el software estadístico *E.views 6.0*

Observando los estadísticos que reporta el modelo *ARIMA (11,1,11)*, 6.4233 para el criterio de Akaike y 6.5436 para Schwarz el modelo es mejor en su información que los cualquiera propuestos en el rango de los parámetros de los procesos *AR* y *MA* de cero a cuatro.

Por el lado de los residuales estos se distribuyeron de la siguiente manera:

Figura 5.1.

Comportamiento lineal de los errores residuales y su distribución.



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

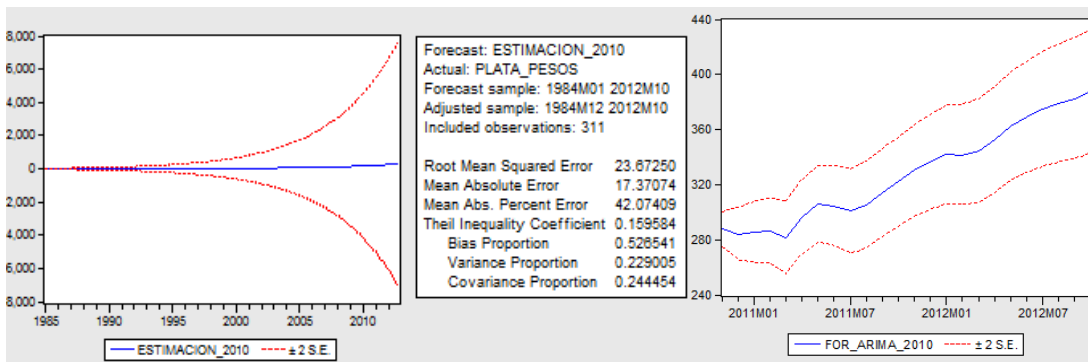
Los residuales cumplen con la expectativa de que su distribución sea aproximada a la distribución normal y se comporten alrededor del eje horizontal.

En el mismo tenor que en la prueba Dicky-Fuller, se observa que el histograma de la serie original reporta picos pronunciados cercanos a la media “0”, como factor de validez del modelo los valores de la desviación estándar del modelo debería de ser cercanos al cero absoluto, y de igual manera la curtosis debería ser cercana a tres, situaciones que no se cumplen para el modelo, así mismo se desarrollará el modelo para comprobar si sus resultados son deficientes en sintonía que no cumple con ciertas pruebas de control.

La predicción, desde noviembre de 2010 hasta octubre de 2012 se describe con la siguiente gráfica:

Figura 5.2.

Estimación del modelo ARIMA y generación del pronóstico



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

Con este último gráfico se da por terminada la presentación de resultados que se obtuvieron al aplicar el modelo, se procede a dar explicación al modelo de Winters.

5.1.2. Modelo Multiplicativo de Winters

La aplicación del modelo multiplicativo de Winters es intuitiva para procesos que tienen un ciclo marcado como lo pueden ser las ventas en una tienda departamental, la oferta monetaria que emite un banco central, las utilidades de empresas agrícolas, etc. Cabe destacar que un activo bursátil, como lo es la plata, no es de estacionalidad marcada pero si posee épocas en el año cuando existen presiones bajistas o alcistas en el precio.

El modelo tuvo las siguientes estadísticas de control:

Tabla 5.7.

Estadísticos de control para el modelo multiplicativo de Winters

Estadísticas del modelo						
Modelo	Número de predictores	Estadísticos de ajuste del modelo	Ljung-Box Q(18)			Número de datos atípicos
		R-cuadrada estacionaria	Estadístico	Grados de libertad	Sig.	
Plata_MXN-Modelo_1	0	.306	71.617	15	.000	0

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

La anterior tabla es aquella que entrega el programa estadístico para la generación de predicciones, discutiendo los apartados que tiene la tabla, el registro de predictores del modelo muestra un 0, al ser un modelo univariante se puede decir que la serie se explica *sola* por lo tanto no se reportan predictores extra en el modelo, por otra parte la *R-cuadrada estacionaria* denota que tan bueno es el modelo en comparación a un modelo *base* que en este caso podría ser un modelo estacionario simple⁴⁹, un valor positivo en el estadístico de control expresa que el modelo estudiado es mejor que el modelo base, caso contrario cuando el estadístico toma valores negativos, y es posible que lo haga, entonces se dice que el modelo es peor que uno *base*, en cuanto a la prueba de hipótesis *Ljung-Box* se puede argumentar brevemente que como hipótesis nula se maneja

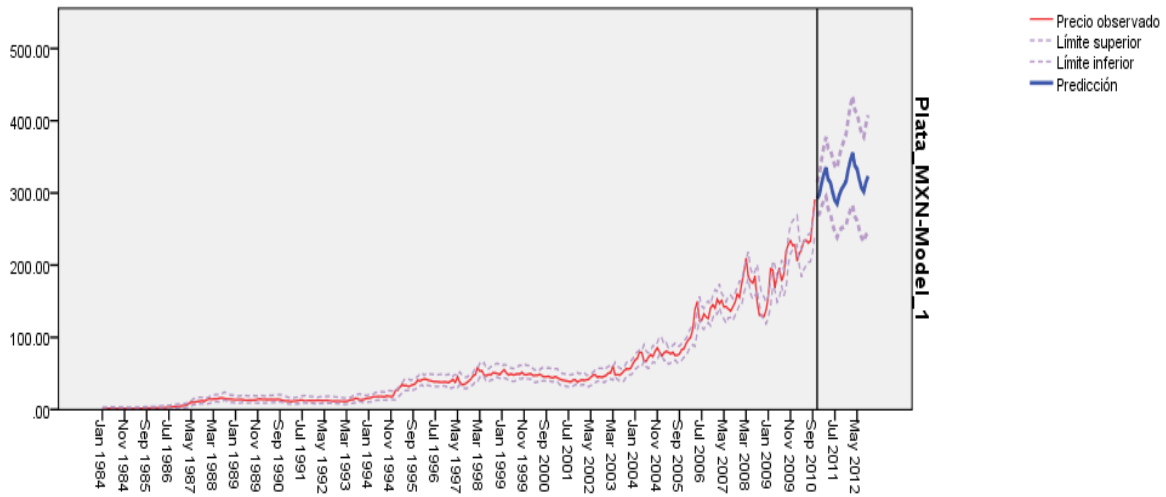
⁴⁹ No se cuenta con la información del modelo con el que compara el software estadístico.

que sí su nivel de significancia es menor que un nivel de error preestablecido entonces se acepta que las correlaciones en la población no siguen un proceso aleatorio.

La predicción del modelo, en el periodo de noviembre de 2010 a octubre de 2012, esta descrita en la siguiente gráfica:

Figura 5.3.

Resultados gráficos de la predicción del modelo multiplicativo de Winters



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Se observan como las predicciones emulan un comportamiento de relativos ascensos pronunciados con caídas en similar magnitud, describiendo una ligera dirección ascendente en todo el periodo predictivo, lo que de manera intuitiva emula todo el comportamiento anterior de la serie temporal. El precio de la plata se mantiene estable hasta finales de 2005, a partir de estos periodos ya se presenta un comportamiento volátil, el comportamiento es reflejado en la predicción obtenida.

5.1.3. Regresión en retrocesos

La regresión en retrocesos, o retardos, utiliza en la misma retórica que con el modelo ARIMA, tiene la bondad de ser un modelo univariante que puede explicar el comportamiento de los registros de información originales con base en *desfasar* la información en nuevas variables que se supondrán como datos independientes.

La expresión del modelo propuesto fue el siguiente:

$$\widehat{Ag} = .8213 + 1.1838L^{-1}(Ag) - .3646L^{-2}(Ag) + .1499L^{-3}(Ag) \quad (5.2)$$

Tabla 5.8.

Resultados del modelo propuesto de regresión en retrocesos

Dependent Variable: PLATA_PESOS
 Method: Least Squares
 Date: 05/10/13 Time: 20:48
 Sample: 1984M01 2010M10
 Included observations: 322

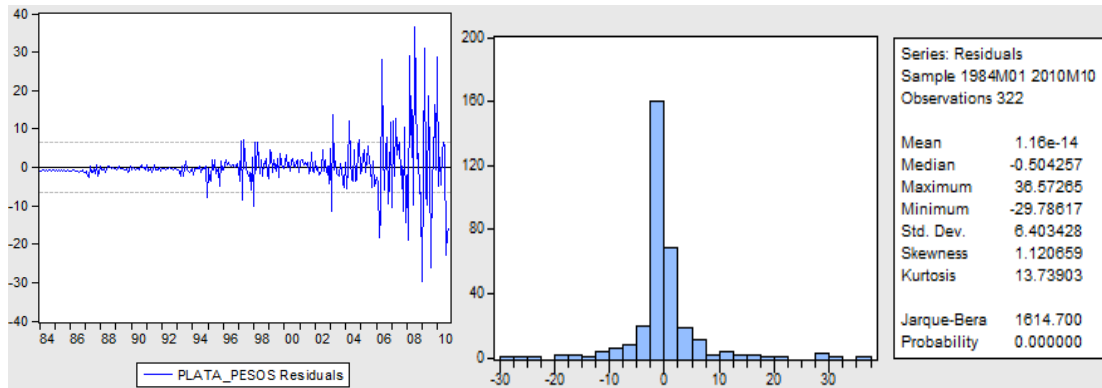
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.821348	0.484504	1.695233	0.0910
PLATA_PESOS(1)	1.183888	0.053672	22.05804	0.0000
PLATA_PESOS(2)	-0.364635	0.078415	-4.650076	0.0000
PLATA_PESOS(3)	0.149915	0.050603	2.962584	0.0033
R-squared	0.989002	Mean dependent var	55.80293	
Adjusted R-squared	0.988899	S.D. dependent var	61.06082	
S.E. of regression	6.433562	Akaike info criterion	6.573278	
Sum squared resid	13162.25	Schwarz criterion	6.620167	
Log likelihood	-1054.298	Hannan-Quinn criter.	6.591998	
F-statistic	9532.423	Durbin-Watson stat	2.050131	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

El modelo muestra un aceptable estadístico para la prueba Durbin-Watson 2.05, los residuales se distribuyeron de la siguiente forma:

Figura 5.4.

Comportamiento de los errores residuales y su distribución



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

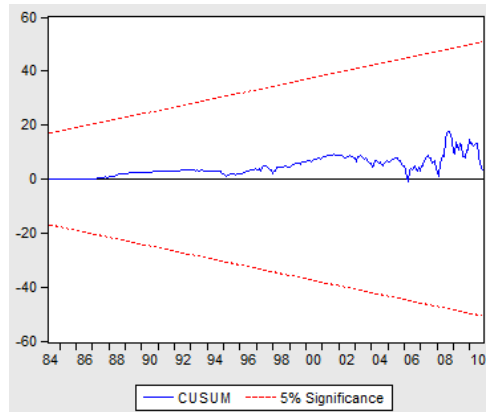
De manera similar al modelo *ARIMA*, los residuales tienen un comportamiento aproximado a la normal con pendiente aproximadamente en nula relativa al eje horizontal.

La suma acumulada de control (*CUSUM*) que mide la estabilidad en los cambios de la serie histórica, está dentro de los intervalos de confianza del 95%⁵⁰.

⁵⁰ En el modelo *ARIMA* no se pudo extraer la gráfica *CUSUM*, porque el modelo *ARIMA* no está clasificado como una regresión ordinaria de errores cuadráticos.

Figura 5.5.

Sumas acumulativas en intervalos de confianza al 95%

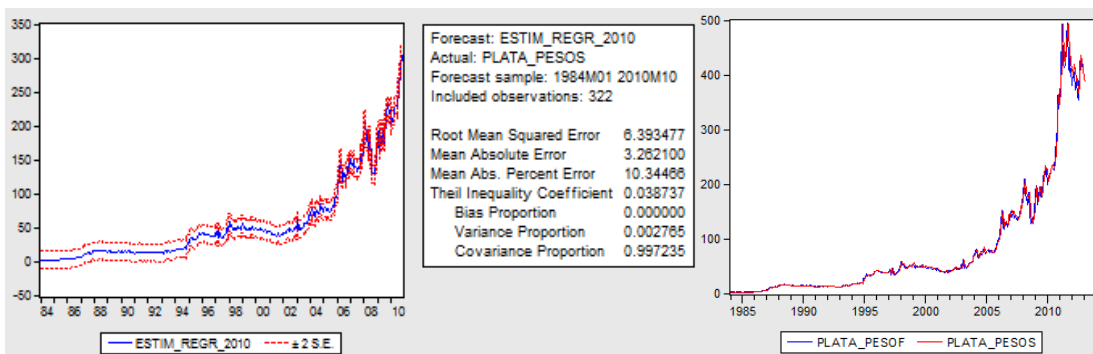


Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

El pronóstico generado en relación a la serie base se puede apreciar en la siguiente gráfica, como se encuentra expresado en el modelo se ajusta de manera adecuada el comportamiento de la serie original, el pronóstico aparece con tendencia bajista.

Figura 5.6.

Pronóstico del modelo de regresión en retrocesos en comparación a los datos reales



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *E.views 6.0*

Así pues los anteriores tres modelos constituyen los modelos de series temporales del presente trabajo, ahora se discutirán los sistemas de inteligencia artificial ANFIS y una red neuronal del tipo MLP.

5.1.4. Red Neuronal Artificial

Se decidió optar por un modelo multivariante a diferencia de los otros cinco modelos que se pueden argumentar como univariantes, se resolvió que este modelo pudiera involucrar una colección relativamente grande de variables para aprovechar el alcance natural que tiene las redes neuronales del tipo MLP

Se decidió optar por 22 variables de entrada; el precio del oro, promedio de los principales barriles de petróleo de referencia, el índice industrial Dow Jones, la oferta monetaria en su componente M2(E.U.), índices de los metales básicos así como de las materias primas agrícolas, la tasa de interés del bono a 10 años (E.U.) ,total del valor de los embarques comerciales (E.U.) Crédito al consumo (E.U.), el déficit de Estados Unidos y el índice del dólar (*DTWEXM*), el valor de mercado del maíz, café, azúcar, cebada, arroz y el trigo, también se introdujeron índices sobre aspectos sociales en los Estados Unidos como lo son; el consumo de energía en zonas urbanas, ingreso promedio, el precio de la vivienda, transferencias monetarias por concepto de seguridad social, y la población.⁵¹ Todas las variables son a promedios mensuales y transformadas a pesos mexicanos, cuando la misma variable se expresa en dólares americanos. El proceso de estimación se obtuvo mediante el software estadístico *SPSS 17.0* .La predicción correspondiente al modelo se logró con el programa *SwingNN 3.0*, en otras palabras se utilizaron dos programas para este modelo, uno para la estimación de la red neuronal y otro para la predicción.

El tipo de cambio de cada variable, donde se indicó que la misma se tradujo a pesos mexicanos, fue con base en las estadísticas generadas por la cámara de diputados.⁵²

⁵¹ Datos extraídos de <http://bit.ly/186r5Gq>, <http://bit.ly/ede0rr>, <http://bit.ly/19Gdhov> , <http://bit.ly/7vLXwk> disponibles al 21 de mayo de 2012.

⁵² Información disponible en <http://bit.ly/GNR0J7> disponible al 21 de mayo de 2013.

Tabla 5.9

Colección de variables para la formación de componentes

Nombre de la Variable	Fuente de información	Descripción
PLATA_MXN	http://bit.ly/6R2Jk6	Variable de salida de la red neural, multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado.
ORO_MXN	http://bit.ly/6R2Jk6	Multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado.
METALS_MXN	http://bit.ly/bluso1	Multiplicación del tipo de cambio por la expresión de un índice que aglomera el precio de mercado del cobre, aluminio, hierro, estaño, níquel, zinc, plomo y uranio.
OIL_MXN	http://bit.ly/e2DovN	Multiplicación del tipo de cambio por el promedio de los principales tres barriles de referencia; <i>West Texas Intermediate</i> , Brent, Fateh.
AGR_RAW_MXN	http://bit.ly/i0tWUI	Multiplicación del tipo de cambio por la expresión de un índice que aglomera el precio de mercado de la madera, algodón, caucho, la lana y la piel curtida de ganado vacuno.
DOW_JONES_MXN	http://bit.ly/19wwgQj	Multiplicación del tipo de cambio por la expresión del índice industrial Dow Jones.
TOTAL_MANU_MXN	http://bit.ly/16Cm1tp	Multiplicación del tipo de cambio por el total manufacturero de E.U. (nuevas órdenes, envíos e inventarios), ajustado

		estacionalmente, en millones de dólares.
CREDITO_MXN	http://1.usa.gov/S5tFQQ	Multiplicación del tipo de cambio por el total de crédito al consumo en los E.U., ajustado estacionalmente, en millones de dólares.
DEFICIT_US_MXN	http://1.usa.gov/VuMKzY	Multiplicación del tipo de cambio por el total de déficit del gobierno de E.U., en miles de dólares.
M2_SEA_MXN	http://bit.ly/19rkIS4	Multiplicación del tipo de cambio por la oferta monetaria de Estados Unidos en su componente M2, ajustada estacionalmente, en miles de millones de dólares.
DTWEXM	http://bit.ly/1cFF4XI	Expresión del tipo de cambio que el dólar americano posee contra las divisas extranjeras de mayor circulación, fuera de los E.U. tiene como año base 1973=100, es ponderado de acuerdo a la importancia de cada divisa contrapuesta. ⁵³
DGS10	http://bit.ly/1eeQ9MW	Tasa de retorno que reporta el bono estadounidense con maduración a 10 años.
BARLEY_MXN	http://bit.ly/19GeOux	Multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado de una tonelada métrica de cebada.

⁵³ Es prudente hacer dos aclaraciones relacionadas con esta variable; las divisas extranjeras, con las que se hace comparación, han cambiado a través de los años, aunque actualmente este valor es mayormente ponderado respecto al euro, esta moneda entro en circulación en 2002 y existen datos anteriores a ese año, no debe confundirse esta variable con el *dólar index* . Como este índice tiene un año base, este no está expresado en dólares americanos, sino es la comparación del valor respecto con el año base, por lo que no se multiplico por el tipo de cambio USD-MXN.

MILD_ARABICAS_MXN	http://bit.ly/rtC9BR	Multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado de una libra de cebada.
SUGAR_MXN	http://bit.ly/18WeWmY	Multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado de una libra de azúcar.
RICE_MXN	http://bit.ly/gyFZpf	Multiplicación del tipo de cambio por el precio spot de una tonelada métrica de arroz.
CORN_MXN	http://bit.ly/1fgLmJA	Multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado de una tonelada métrica de maíz.
WHEAT_MXN	http://bit.ly/nwKxKt	Multiplicación del tipo de cambio por el precio de mercado de una tonelada métrica de trigo.
SOCIAL_BENEFITS_MXN	http://bit.ly/1fqQeQF	Multiplicación de tipo de cambio por el total monetario de beneficios gubernamentales, como beneficios de seguridad social a ancianos y discapacitados, en la unión americana.
ENERGY_CONSUMPTION	http://bit.ly/19Gf6li	Índice que mide el consumo de energía eléctrica en zonas urbanas de los Estados Unidos. Años base 1982-1984=100
AVE_HOUSE_PRICE_MXN	http://bit.ly/1av1oOx	Multiplicación del tipo de cambio por el precio promedio de una vivienda en los E.U.
PERSONAL_INCOME_MXN	http://bit.ly/1hJozHB	Multiplicación del tipo de cambio por el ingreso personal promedio en los E.U.
MID_TERM_POPULATION	http://bit.ly/1hJozHB	Población de los Estados Unidos en periodicidad mensual, en miles de personas.

Fuente: Elaboración propia

La selección de estas variables se hizo con el criterio que son estadísticas populares habitualmente consultadas las cuales en ocasiones son ajustadas estacionalmente y en otras no coinciden en sus expresiones monetarias (algunas son expresadas en millones de dólares, otras en miles o en unidades de dólar), razón principal para usar componentes, un análisis de componentes principales tiene la bondad de explicar la varianza contenida en el grupo de variables a estudiar por lo que resulta adecuado para estudiar variables que no guardan las mismas características.

Cabe aclarar que esta sección del trabajo no busca pecar de *malinchista* hacia las estadísticas nacionales, aunque correctamente es señalado que un tercio de la producción mundial de plata se extrae en territorio nacional, se debe notar que es el dólar estadounidense la moneda de reserva mundial y no el peso mexicano. Dado el hecho que a escala internacional la plata se comercia en dólares americanos, entonces se optó por observar las estadísticas concernientes a esta divisa y trasladarlas a pesos mexicanos a través del tipo de cambio.

5.1.4.1. Clasificación de variables y desarrollo de componentes

Se decidió por utilizar componentes en vez de variables individuales para obtener grupos que resultan más útiles para deducir conclusiones más globales. Más aun el componente puede relacionar más variables, evidentemente, más que una correlación o una covarianza, y hacerlo de manera eficiente pretendiendo que el comportamiento de las variables individuales se mantenga en la medida de lo posible.

Se clasificaron las variables de acuerdo a sus características, subjetivamente, como *Materias Primas, Índices, Moneda de reserva, Alimentos y Sociales*. El precio del oro, el petróleo, el índice de materias primas agrícolas y de metales básicos en el primer componente. El índice industrial Dow Jones, el total de las manufacturas estadounidenses, el total del crédito al consumo y el total déficit norteamericano como segundo componente. La oferta monetaria en su componente M2, el *Trade weighted US Dollar Index* (DTWEXM), y el bono

americano a 10 años en un tercer componente. El valor del precio de mercado del arroz, cebada, trigo, maíz por tonelada métrica, el precio del azúcar y del café *común* por libra en un cuarto componente. El total de beneficios gubernamentales (ancianos y discapacitados), el total de energía consumida en zonas urbanas, el precio promedio de la vivienda, del ingreso norteamericano y la población de ese país para un quinto componente, respectivamente.

Todas las variables enunciadas son expresiones de sus correspondientes promedios mensuales desde enero de 1984 hasta octubre de 2010, teniendo así una base de datos de 322 registros.

Para definir el número de componentes, a extraerse en cada clasificación, se compararon los *eigenvalues* de las series involucradas contra los valores medios y contra valores en los percentiles también en *eigenvalues* de cada componente. Al verse rebasado el valor del percentil por el valor original transformados en dichos valores escalares, en k componentes, entonces se dice que la variabilidad se explica adecuadamente extrayendo k componentes.

Con el objetivo de establecer una definición de lo que es un *eigenvalue*, utilizando una notación matricial, se dice que en una ecuación de la forma $Av = \lambda v$ donde A es una matriz de dimensiones $n \times n$ y v es un vector no vacío, entonces se dice que el escalar λ es un *eigenvalue* de la matriz A multiplicado por v .

A esta técnica de comparación de valores se le denomina *análisis paralelo* y se utiliza para fijar el número de componentes necesarios para explicar, de manera adecuada, la varianza contenida entre las variables a estudiar.⁵⁴

5.1.4.2 Descripción de componentes

Así entonces los resultados para extraer componentes de la cuarta⁵⁵ clasificación de variables *alimentos* fue la siguiente:

⁵⁴ La sintaxis de SPSS para realizar este proceso se puede encontrar en la liga <http://bit.ly/TjsrV8>, disponible al 21 de mayo de 2013.

Tabla 5.10

Comparativa de eigenvalues, valores medios y percentiles

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

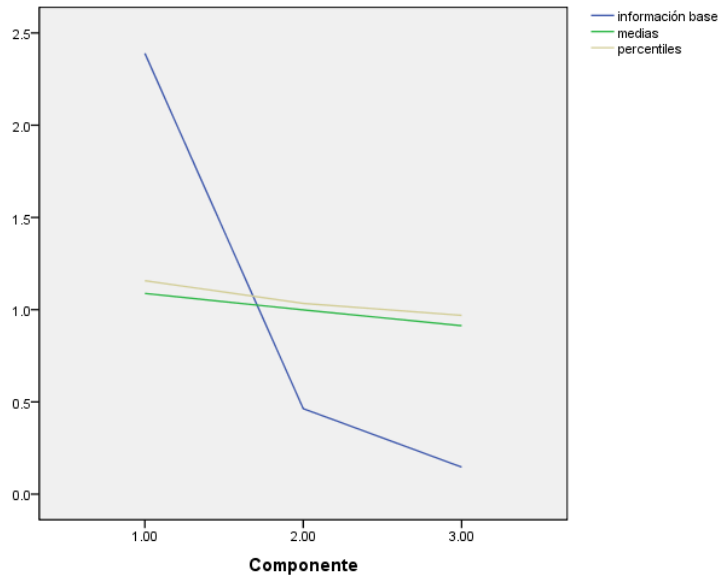
Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	2.389870	1.087928	1.157156
2.000000	.463510	.998770	1.034044
3.000000	.146620	.913302	.969218

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Que gráficamente estos valores se observan como sigue:

Figura 5.7.

Comportamiento gráfico de los valores de eigenvalues de cada componente



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Por lo tanto los *eigenvalues* de la información (en la primera clasificación de variables) solo se vieron rebasados en un componente a la información del percentil, en consecuencia un análisis de componentes principales lo recomendado será extraer un solo componente.

⁵⁵ Se eligió esta clasificación de información porque es la que contiene más variables y es la que se prevé sea la mejor opción para explicar el proceso a seguir para obtener las variables de entrada de la red neuronal que se serán las puntuaciones de los componentes.

Los anteriores dos cuadros se refieren al análisis paralelo, es cierto también que el análisis paralelo involucra más información en tabulados y gráficas, se restringió la práctica de este método hasta el punto donde se pudiera conocer cuántos componentes era necesario extraer de las series históricas involucradas.

Los tabulados y gráficas posteriores se refieren al análisis de componentes principales. La información reportó las siguientes estadísticas descriptivas⁵⁶:

Tabla 5.11.

Estadísticas descriptivas de las variables para la clasificación “Alimentos”

Estadísticas Descriptivas			
	Media	Desviación estándar	N
Barley_MXN	750.3267	630.69121	322
Mild_arabicas_MXN	768.6423	597.94838	322
Sugar_MXN	73.8288	63.96174	322
Rice_MXN	2226.2600	2123.76239	322
Corn_MXN	851.8558	686.10700	322
Wheat_MXN	1185.9665	981.46126	322

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Para determinar si la información es sujeta a un análisis de componentes principales y no a un análisis factorial se realiza observando la prueba *KMO*⁵⁷, de la cual su hipótesis nula es que no existe al menos una correlación fuerte entre cualesquiera dos variables en la información y la hipótesis alternativa enuncia sí existe esta correlación. Al ser el valor mayor a 0.8 se dice que si existen al menos dos variables con una correlación fuerte (es decir que el valor de la correlación sea cercano a 1 ó -1), entonces se acepta que el análisis de componentes principales es correcto para analizar la información. Incluso un valor mayor a 0.6 se acepta como cierta la hipótesis alternativa, debajo de ese valor es altamente recomendable mejor hacer un análisis factorial.

Las puntuaciones que expresan las correlaciones de las variables, en la cuarta clasificación, *alimentos* son las siguientes:

⁵⁶ Las interpretaciones de cada recuadro se hicieron a partir de la información producida por la universidad de California, disponibles en la siguiente liga <http://bit.ly/1eeW5Wg> disponibles al 24 de mayo de 2013.

⁵⁷ Se distribuye en valores de 0 a 1.

Tabla 5.12.**Matriz de correlación para la clasificación de variables “Alimentos”**

		Matriz de correlación					
		Barley_MXN	Mild_arabicas_MXN	Sugar_MXN	Rice_MXN	Corn_MXN	Wheat_MXN
Correlación	Barley_MXN	1.000	.855	.827	.891	.975	.973
	Mild_arabicas_MXN	.855	1.000	.899	.866	.887	.850
	Sugar_MXN	.827	.899	1.000	.870	.865	.827
	Rice_MXN	.891	.866	.870	1.000	.939	.900
	Corn_MXN	.975	.887	.865	.939	1.000	.970
	Wheat_MXN	.973	.850	.827	.900	.970	1.000

58

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Y la prueba *KMO* del modelo se enuncia como sigue:

Tabla 5.13.**Pruebas estadísticas Kaiser-Meyer-Olkin y de esfericidad de Barlett**

KMO y Bartlett's pruebas		
Kaiser-Meyer-Olkin medida de adecuación del modelo		.892
Prueba de esfericidad de Barlett	Approx. Chi-cuadrada	3770.398
	gl.	15
Sig.		.000

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Se puede observar, a partir de la tabla 5.13, que si existen fuertes correlaciones entre la información, así también se expresan en un valor elevado en la prueba *KMO* de .892, lo que justifica un análisis de componentes principales. El software estadístico también entrega la prueba de esfericidad de Barlett que tiene por hipótesis nula sí en las muestras las varianzas son estadísticamente iguales, por hipótesis alternativa que al menos dos de las muestras tienen varianzas estadísticamente diferentes. Sí el valor de la prueba excede en el valor en tablas de la distribución *chi-cuadrada* entonces se rechaza la hipótesis nula y se justifica como cierta la hipótesis alternativa, en otras palabras sí $X^2 > X_{\alpha}^2$

⁵⁸ En el anexo correspondiente a la discusión de los componentes ya no se hará moción a esta tabla porque se puede comprobar a través de la prueba *KMO*.

entonces se rechazaría la hipótesis nula. En este caso para 15 grados de libertad con $\alpha = .05$ el valor en tablas de la distribución *chi-cuadrada*⁵⁹ es $X^2_{.05} = 7.26$ que evidentemente es menor al valor de $X^2 = 3,770.39$, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la condición que al menos dos variables presentan varianzas estadísticamente diferentes, por lo que la significancia es cercana a 0.⁶⁰

El total de la varianza explicada por el único componente extraído se menciona como sigue:

Tabla 5.14.

Descripción de porcentaje de varianza explicada por componente extraído

Total de la varianza explicada						
Componente	Eigenvalores iniciales			Extracción de las cargas de la suma del error cuadrático		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	5.467	91.118	91.118	5.467	91.118	91.118
2	.278	4.639	95.758			
3	.119	1.988	97.745			
4	.092	1.535	99.281			
5	.028	.464	99.744			
6	.015	.256	100.000			

Método de extracción: análisis de componentes principales

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Tomando la sumatoria de los *eigenvalues*, en los 6 componentes, 5.467 representa un 91% del total de la varianza, que es el marcado como adecuado por el análisis paralelo.

Los valores del componente se obtuvieron como puntuaciones en una regresión, estos valores son la ubicación de cada registro de información en el componente a partir de obtener un coeficiente de una regresión, la estimación viene dada por el resultado de multiplicar la matriz de correlaciones por la matriz

⁵⁹ Spiegel M.R.; Schiller, J.; Srinivasan R.A., *Teoría y problemas de probabilidad y estadística*, segunda edición, editorial Mc. Graw Hill, pág. 403. Tabla con valores de la distribución Chi-cuadrada

⁶⁰ Se puede adelantar que la prueba es estadísticamente significativa en todos los análisis de componentes principales que se realizaron en este escrito.

de cargas del componente. También existen otros métodos para distribuir puntuaciones en los componentes como el método de Barlett o de Anderson-Rubin los métodos mencionados generan aproximadamente las mismas puntuaciones, cuando se necesite una precisión de más de 6 decimales sería necesaria una discusión de los métodos de extracción de puntuaciones, en el caso del estudio de fluctuaciones financieras las diferencias en cualquiera de los métodos no debe de afectar los conclusiones finales del trabajo de investigación.

Los coeficientes para el método utilizado en regresión son los siguientes:

Tabla 5.15.
Coeficientes de regresión para el cálculo de la puntuación del componente

**Puntuaciones en componente,
matriz de coeficientes**

		Compon.
		1
61	Barley_MXN	.177
	Mild_arabicas_MXN	.171
	Sugar_MXN	.169
	Rice_MXN	.175
	Corn_MXN	.180
	Wheat_MXN	.176

Método de extracción: Análisis de componentes Principales.
Puntuaciones en componente.

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Por ende el modelo para obtener puntuaciones en la regresión del componente esta expresado por:

$$\hat{Y}_t = .117Barley\ MXN_t + .171Mild\ Arabicas\ MXN_t + .169Sugar\ MXN_t + .175Rice\ MXN_t + .18Corn\ MXN_t + .176Wheat\ MXN_t \quad (5.3)$$

Por último también se hace mención de los tabulados de *matriz de componentes* y las *comunalidades*⁶² que representan los valores de las correlaciones entre el

⁶¹ Se le dice “matriz” a este recuadro porque puede albergar varios componentes para explicar la varianza entre las variables sugeridas, al ser solo un componente se menciona que es un vector.

componente con cada variable, y el total de la varianza de cada variable explicada por el componente, respectivamente.

Tabla 5.16.
Matriz de componentes y comunalidades

Comunalidades			Matriz de componentes ^a	
	Initial	Extraction	Component	
Barley_MXN	1.000	.931	1	.965
Mild_arabicas_MXN	1.000	.873		.934
Sugar_MXN	1.000	.850		.922
Rice_MXN	1.000	.911		.955
Corn_MXN	1.000	.970		.985
Wheat_MXN	1.000	.931		.965

Método de extracción: análisis de componentes principales

Método de extracción: análisis de componentes principales
a. 1 componente extraído.

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Se pueden observar valores cercanos a 1 en ambos tabulados lo que indica que cada una de las variables involucradas guardan una estrecha correlación con el componente y también son adecuadas las proporciones de la varianza explicada en relación a cada variable, lo anterior explicado por las comunalidades y la matriz de componentes.

La variable resultante de la regresión de se le llamo *Alimentos*. La discusión del análisis de componentes principales, de las otras cuatro clasificaciones, se puede consultar en el anexo B ubicados al final del presenta trabajo de tesis.

⁶² Como se ha dicho anteriormente este tabulado representa un vector por solo extraerse un componente. Se expresa como matriz porque se puede extraer más de un solo componente.

5.1.4.3 Características iniciales de la red neuronal

Discutidos los valores de los componentes para las clasificaciones de los componentes resultantes en las aglomeraciones de variables; *materias primas, índices, moneda de reserva, alimentos y sociales* se da paso a generar la red neuronal que utiliza a las nuevas puntuaciones generadas como variables de entrada. Por lo que concierne al número de nodos en la capa oculta se optó por que el mismo software calculara el número óptimo de ellos. Se desarrolló una red neuronal con las siguientes características iniciales:

Tabla 5.17.

Características iniciales de la red neuronal propuesta, del tipo MLP

<i>Característica</i>	<i>Descripción</i>
VARIABLES DE ENTRADA	MATERIAS_PRIMAS, ÍNDICES, MONEDA_DE_RESERVA, ALIMENTOS, SOCIALES
VARIABLES DE SALIDA	PLATA_MXN
RESCALAMIENTO DE COVARIABLES (COMPONENTES)	ESTANDARIZADO
PARTICIONES INICIALES	80% ENTRENAMIENTO, 20% PRUEBAS
ARQUITECTURA	1 CAPA DE ENTRADA, 1 CAPA OCULTA, 1 CAPA DE SALIDA
⁶³ FUNCIÓN DE ACTIVACIÓN (CAPA OCULTA)	TANGENTE HIPERBÓLICA
FUNCIÓN DE ACTIVACIÓN (CAPA DE SALIDA)	IDENTIDAD

⁶³ Se utilizaron diferentes combinaciones para las funciones de activación en la capa oculta y a capa de salida, las funciones utilizadas son las que reportaron los mejores resultados

Rescalamiento variable dependiente	Estandarizado
Tipo de entrenamiento	En lotes
Algoritmo de optimización	Gradiente escalado conjugado
Función del error	Suma de cuadrados

Fuente: Elaboración propia

Al correr la red neuronal, 10 veces, en *SPSS 17.0* se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5.18.
Error cuadrático medio reportado al aplicar el modelo 10 veces.

	Error Cuadrático Medio
MLP_1	87.7012
MLP_2	59.0357
MLP_3	52.7247
MLP_4	58.8824
MLP_5	52.2244
MLP_6	60.1514
MLP_7	52.3148
MLP_8	93.7610
MLP_9	92.4302
MLP_10	64.8595

Fuente: Elaboración propia.

Por lo anterior se tomó en cuenta al quinto experimento como estimación del modelo al reportar el menor error cuadrático medio.

5.1.4.4. Resultados de la red neuronal

Documentando la realización de la red neuronal se generaron los siguientes cuadros de resultados de la red.

Tabla 5.19.

Comportamiento de las particiones iniciales como entrenamiento y pruebas

Resumen del modelo por caso

		N	Porcentaje
Muestra	Entrenamiento	254	78.9%
	Pruebas	68	21.1%
Valido		322	100.0%
Excluidos		0	
Total		322	

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

La red neuronal aproximó las anteriores cantidades de datos para el caso del entrenamiento y de pruebas, desde las particiones iniciales de 80% y 20%.

Tabla 5.20.

Resumen de información acerca de las características de la red neuronal.

Información de la red neuronal

Capa de entrada	covariables	1	Materias_primas
		2	
		3	
		4	
		5	
		Número de unidades ^a	5
		Re-escalamiento de covariables	Estandarizado
Capa(s) oculta(s)		Número de capas ocultas	1
		Número de unidades en la capa oculta ^a	3
		Función de activación	Tangente hiperbólica
Capa de salida	Variables dependientes	1	Plata_MXN
	Número de unidades		1
	Método de re-escalamiento para variables dependientes		Estandarizado
	Función de activación		Identidad
	Función del error		Suma de cuadrados

a. Excluyendo la unidad del umbral

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Por lo general, la realización de una red neuronal viene acompañada de un análisis de importancia, esta discusión refleja la magnitud de una variable en el caso de que esta sea la única, o la más *importante* variable en el modelo. Existen varios métodos para realizar un análisis de importancia, entre los que se encuentran las derivadas parciales, el método por pesos, de perturbaciones, método paso por paso, etc. No se encontró cual es la metodología que utiliza SPSS para llegar a los resultados, pero si se sabe consultando la literatura referente al tema que los diversos procedimientos arrojan conclusiones similares, siendo la variable que reporta más *importancia* inequívocamente la señalada como primera en todas las metodologías.⁶⁴

Tabla 5.21.

Análisis de importancia de la red neuronal.

Importancia por variable independiente		
	Importancia	Importancia Normalizada
Materias primas	.697	100.0%
Índices	.097	14.0%
Moneda de reserva	.025	3.6%
Alimentos	.113	16.2%
Sociales	.068	9.8%

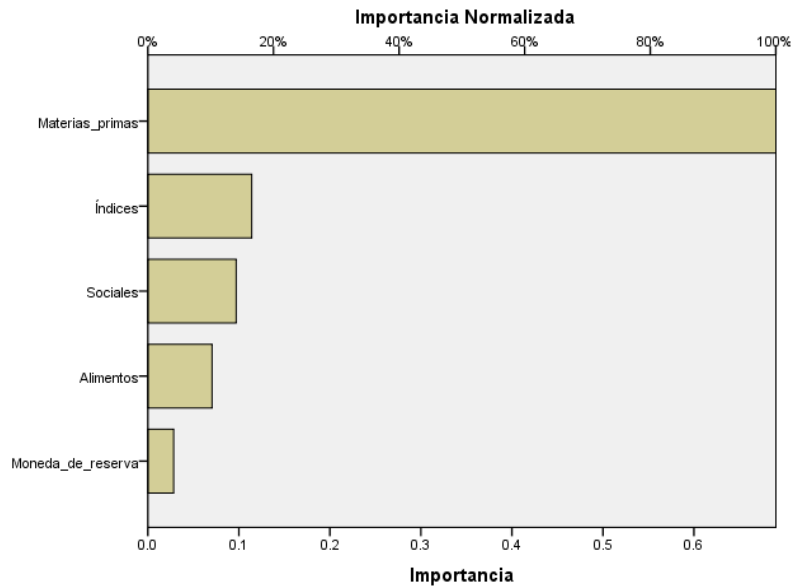
Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

⁶⁴ La conclusión llegada en este párrafo se deriva de la lectura de los siguientes trabajos de investigación: *Review and comparison of methods to study the contribution of variables in artificial neural network models*, Muriel Gevrey ; Ioannis Dimopoulos ; Sovan Lek , Ecological Modelling No.160 pág.249-264, Estados Unidos , 2003. *An accurate comparison of methods for quantifying variable importance in artificial neural networks using simulated data*, Julian D. Olden; Michael K. Joy ;Russell G. Death , Colorado State University, Estados Unidos, 2004.

Gráficamente....

Figura 5.8.

Representación gráfica de la *importancia* e *importancia normalizada*.



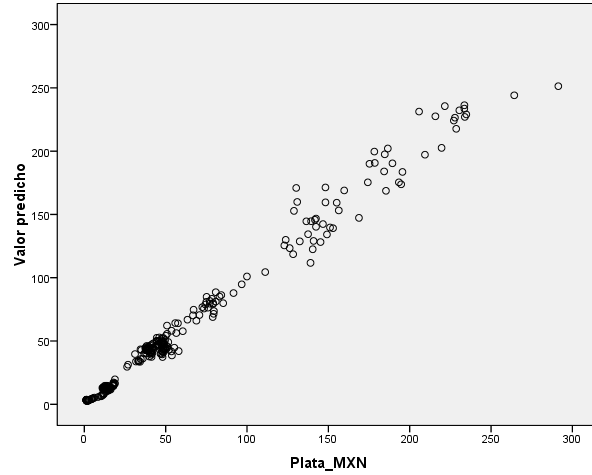
Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Así pues se puede llegar a la conclusión que el componente *materias primas* contiene en si misma a *gran parte* al modelo, es decir, que se podrían obtener resultados muy similares en el caso de solo tratarse, como única variable de entrada, al componente en cuestión.

En la misma retórica ,y para efectos de validar el modelo, se agrega a la discusión del modelo el análisis residual y la comparativa que arrojan los valores de cada época (variable de salida) contra sus valores reales, como se puede apreciar en las siguientes gráficas los valores del residual se comportan sin tendencia aproximada *alrededor* del eje horizontal, mientras que los valores predichos describen una diagonal ascendente, estas dos características amparan al modelo como correcto al ajustar los valores del precio de la plata.

Figura 5.9.

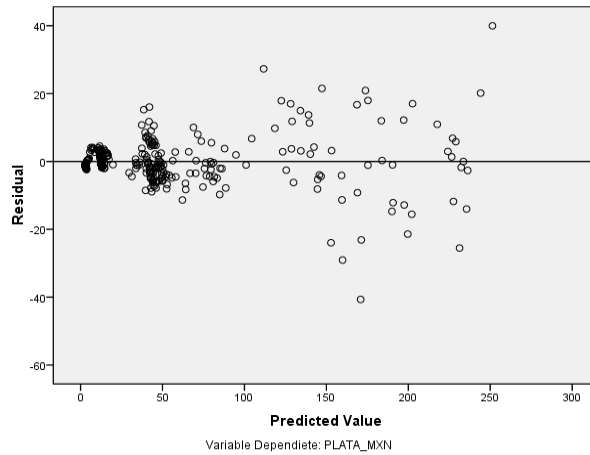
Valores reales del precio de la plata contrastados con la variable de salida de la red neuronal



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Figura 5.10.

Comportamiento de los residuales del modelo



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

También se hace mención de los pesos sinápticos que involucró la red neuronal y la representación de la arquitectura correspondiente.

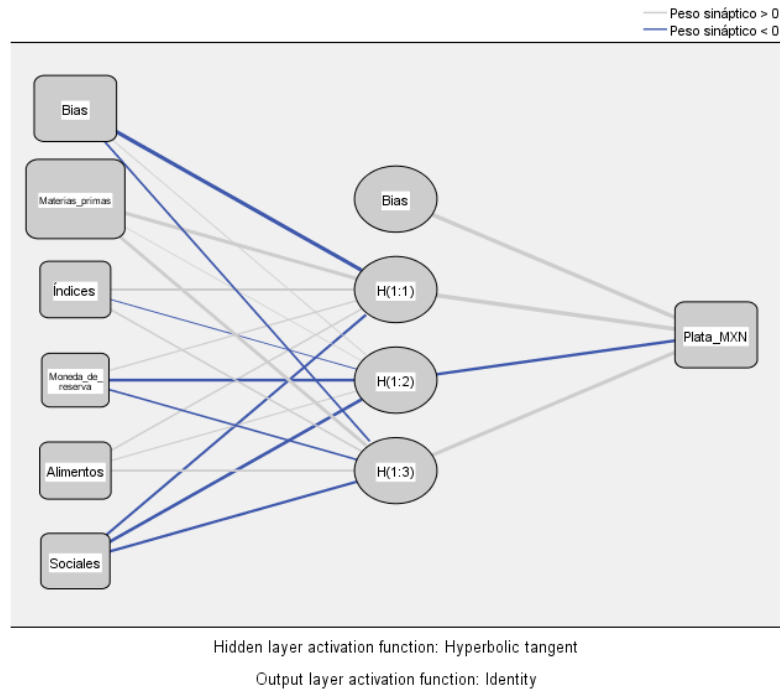
Tabla 5.22.
Pesos sinápticos reportados entre las diversas capas de la red neuronal

Estimación de parámetros

Predictor		Predicted			Capa de salida Plata_MXN
		Capa oculta 1			
		H(1:1)	H(1:2)	H(1:3)	
Capa de entrada	(Umbral)	-1.308	.022	-.106	
	Materias_primas	.573	.005	.462	
	Índices	.118	-.031	.076	
	Moneda_de_reserva	.070	-.246	-.102	
	Alimentos	.074	.063	.116	
	Sociales	-.132	-.457	-.165	
Hidden Layer 1	(Bias)				1.323
	H(1:1)				1.636
	H(1:2)				-.216
	H(1:3)				.907

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Figura 5.11.
Arquitectura de la red neuronal



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

5.1.4.5 Resultados del proceso predictivo

Discutiendo la parte predictiva del modelo, se usó el software estadístico *SwingNN 3.0*, el cual utiliza una red neuronal para emitir predicciones, de igual manera se puede extraer la arquitectura de la red neuronal y el análisis de importancia, cabe recalcar la aclaración de que la arquitectura de la red neuronal no es la misma en el proceso de estimación que para la predicción de valores en periodos de tiempo futuro. La red uso las mismas variables de entrada que en el proceso de estimación, las cuales fueron el resultado de las cinco puntuaciones de los componentes.

Figura 5.12.

Análisis de importancia para la red neural del proceso de predicción.

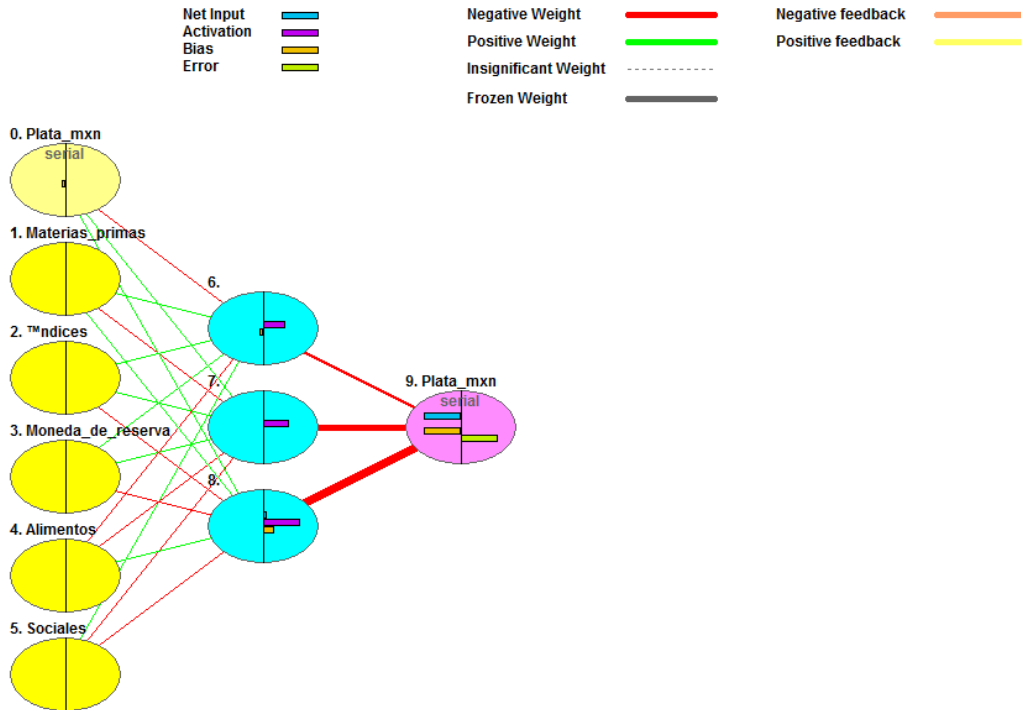


Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico *SwingNN 3.0*

Presentando los anteriores valores de análisis de importancia, pero esta vez para la red neural que describirá los valores futuros del precio de la plata, en esta oportunidad el componente *índice* es que mejor pondera para la red neuronal.

Figura 5.13.

Arquitectura de la red neuronal para el proceso de predicción



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SwingNN 3.0

Con la anterior representación gráfica se da por concluida el reporte de los resultados que proveyó el modelo, se procede a implementar otro modelo de *inteligencia artificial*, algunos autores mencionan al sistema ANFIS como un tipo de red neuronal, se encontró que los resultados que entrega el modelo son eficientes para explicar información de comportamiento volátil, como lo es el precio de mercado internacional de la plata.

5.1.5 Sistema de lógica difusa ANFIS

Como se hizo mención en la parte teórica de modelo, un sistema de aprendizaje ANFIS utiliza funciones de membrecía *lingüísticas* para ajustar los valores de la serie real de datos, en otras palabras, se deja al investigador juzgar la serie y clasificarla en apartados, por ejemplo; *alta, baja o media; riesgosa o no riesgosa, oportunidad de compra o venta*, en fin, lo que sugiera la misma serie histórica o lo que se necesite.

Figura 5.14.

Ejemplo de reglas lingüísticas para un sistema de lógica difusa

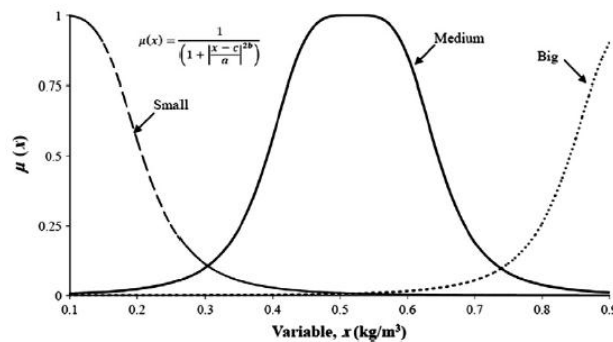


Fig. 11. Fuzzy domain decomposition using bell-shaped linguistic variables.

Fuente: Sadrmomtazi *et al.* (2013)

Posteriormente se calculan los parámetros *consecuencia* para generar los datos de una variable de entrada. El modelo necesita al menos dos variables de entrada como insumos para aplicar el sistema de lógica difusa, el modelo completo se basa en la implementación funciones de membrecía del tipo *Sugeno*.

Uno de los aspectos que causa dificultad en el modelo es encontrar variables que simulen el comportamiento de la serie que se pretenda ajustar, por lo que resulta conveniente introducir valores en *retardos* como en la regresión en retrocesos o en el modelo ARIMA mencionados en el presente trabajo.

Se decidió que el mismo software estadístico optimizará el número pertinente de funciones de membresía dado el hecho que la serie estudiada presenta un comportamiento volátil y por lo tanto no posee comportamientos definidos que se puedan puntualizar.

Primeramente se procedió a utilizar la interfaz gráfica para el modelo ANFIS de *Matlab 2010*, se puede abrir esta interfaz usando el comando *anfisedit* en la sección de comandos. Se realizó lo anterior para observar como desciende el error del modelo y también para saber cuántas funciones de membresía eran necesarias para reportar un error relativamente bajo, para conocer también qué tipo de funciones eran las más apropiadas para ser aplicadas.

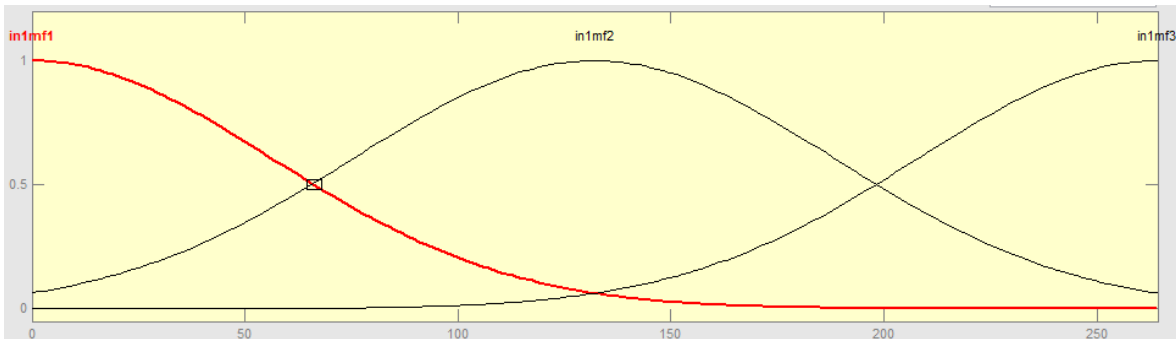
Como variables de entrenamiento se utilizaron el par de series históricas para uno y dos retardos de la serie original, y como variables de revisión a la serie original y a la serie temporal con tres retrasos.⁶⁵

Las funciones de membresía emulan comportamientos triangulares, trapezoidales, sigmoidales, etc. Entre las más utilizadas son las del tipo gaussiano, se descubrió que a partir de un proceso de *clusterización* tres funciones de membresía del tipo gaussiano explican apropiadamente los comportamientos del valor nominal de la plata, en otras palabras con un error menor a otros tipos de funciones de membresía.

⁶⁵ La información de *revisión* no es relevante para el modelo, sirve como lo dice su nombre, para contrastar la información de salida contra otros datos reales. Es necesaria en la redacción de una función ANFIS en la línea de comandos de Matlab.

Figura 5.15.

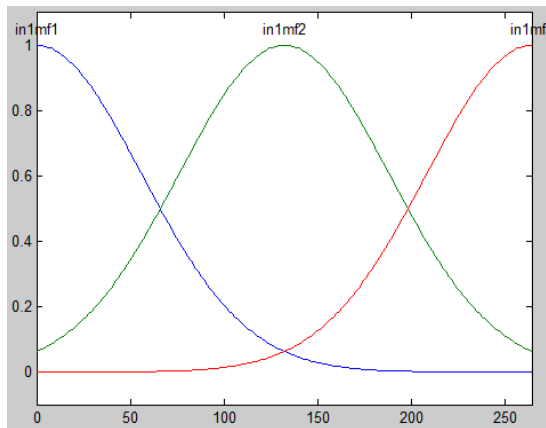
Descripción de las funciones de membrecía de tipo *gaussiano*



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

Figura 5.16.

Descripción de las funciones de membrecía de tipo *gaussiano*, utilizando la línea de comando de *Matlab 2010*



[66]

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

El eje horizontal del anterior gráfico expresa los posibles valores de pueda tener el precio de mercado para una onza troy de plata pura , el eje vertical son los valores que toma la función de membrecía, en este caso del tipo gaussiano, se

⁶⁶ Imágenes obtenidas con la interfaz gráfica de la casilla ANFIS en Matlab 2010, la segunda imagen corresponde al gráfico generado a partir de agregar la línea de comando `plotmf(fismat,'input',1)` al código que se puede visualizar en el Anexo C. Se hizo la comparación de estas imágenes para comprobar que la interfaz gráfica y el código planteado generaran los mismos resultados.

simularon varios tipos de funciones, el presente tipo de regla fue la que reportó un menor error.

Para explicar de forma práctica a la capa intermedia de reglas (la tercera capa en el modelo ANFIS), existen cuatro tipos de conectores para sistemas de lógica difusa; *AND*, *OR* y *XOR*.

Se pueden definir estos conectores con la siguiente tabla, y las combinaciones necesarias para cada operador⁶⁷.

Tabla 5.23. Comportamiento del operador XOR

I_1	I_0	XOR (salida)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Fuente: Ponce C. (2010)

Tabla 5.24. Comportamiento del operador OR

I_1	I_0	OR (salida)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Fuente: Ponce C. (2010)

⁶⁷ Explicación basada en la aportada en Información basada en la encontrada en el tercer capítulo del libro *inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*, Ponce Cruz Pedro, editorial Alfaomega, primera edición, pág. 211-213.

Tabla 5.25. Comportamiento del operador AND

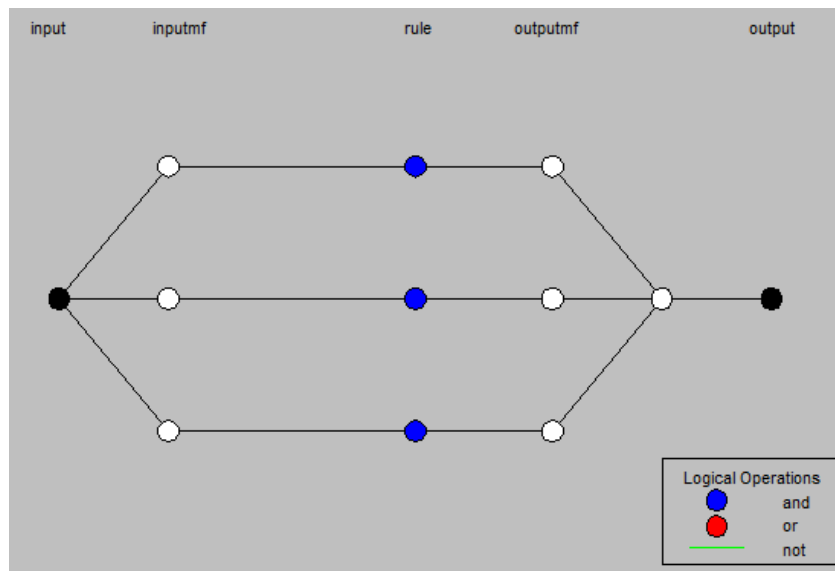
I_1	I_0	AND(salida)
0	0	0
0	0	0
1	0	0
1	1	1

Fuente: Ponce C. (2010)

El conector lógico *AND* es el que comúnmente se utiliza porque supone una discriminación de los datos que no se incluyan en una cierta regla, lo que posteriormente ayuda de manera considerable a obtener conclusiones que sean compatibles con las reglas lingüísticas primeramente planteadas.

Figura 5.17.

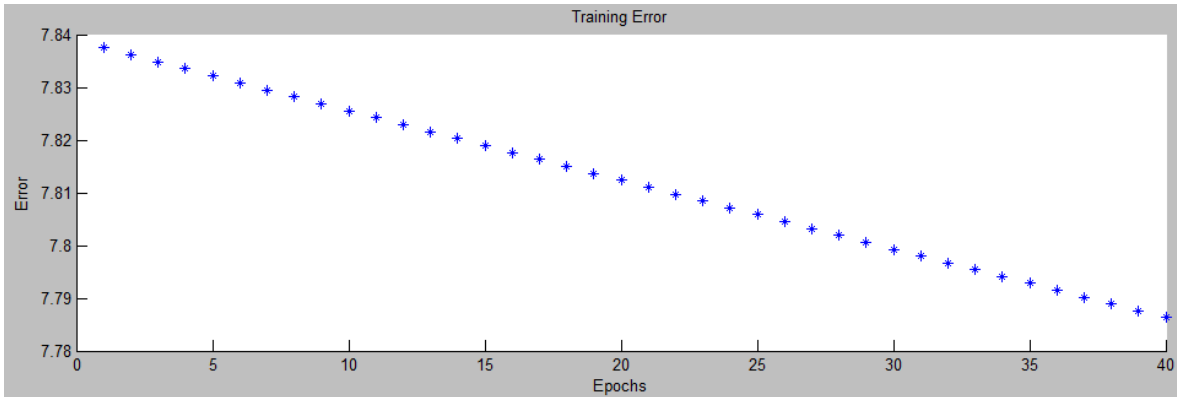
Arquitectura del sistema de lógica difusa ANFIS



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

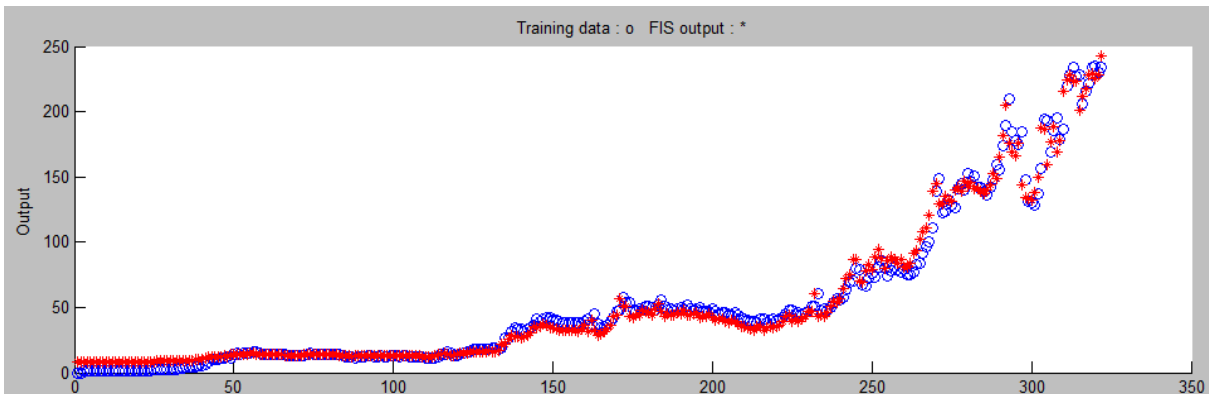
El valor del error se obtuvo de generar 40 épocas, o iteraciones del modelo, se reportó el siguiente error, en cada una de las iteraciones.

Figura 5.18.
Error reportado por época del modelo



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

Figura 5.19.
Comparación de los valores de la neurona de salida y los datos originales.



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

Como se planteó en la sección teórica de redes neuronales, los modelos de inteligencia artificial no están diseñados, en sí mismos, para realizar una extrapolación en la serie original. La bondad que presenta el sistema ANFIS, para el caso particular que se plantea es que *suaviza* los datos, de tal manera que presenta una menor volatilidad en su comportamiento, para llevar a cabo una predicción de datos futuros desconocidos se auxiliará de un método para describir una tendencia en los datos.

Así entonces la predicción será la que se tomará en cuenta como simulación del modelo y el proceso de estimación serán los valores generados por la variable de salida del sistema ANFIS para efectos del cálculo de estadísticos de control y comparativas entre los modelos. Se obtuvieron los siguientes resultados utilizando el modelo de tendencia de Holt:

Tabla 5.26.

Estadísticos de control para el modelo de tendencia de Holt.

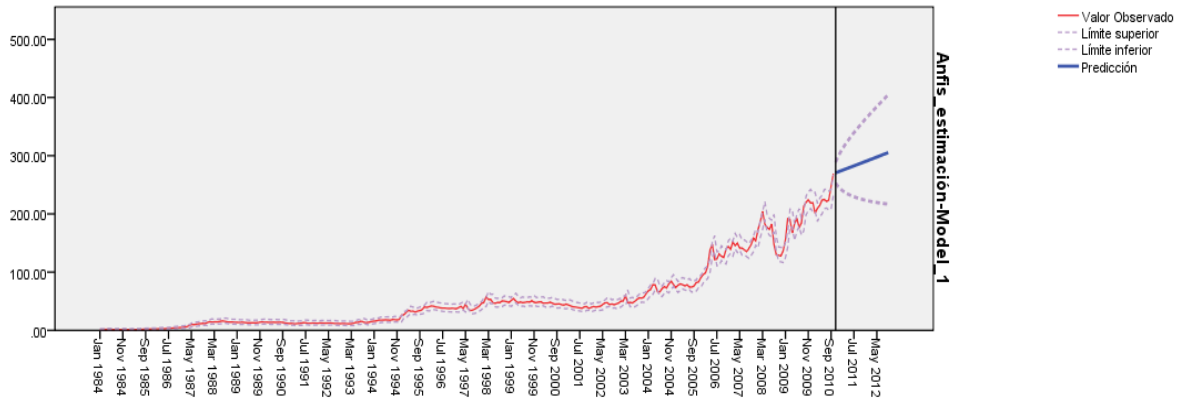
Estadísticas del modelo						
Modelo	Número de predictores	Estadísticos de ajuste del modelo R-cuadrada estacionaria	Ljung-Box Q(18)			Número de datos atípicos
			Estadístico	Grados de libertad	Sig.	
Anfis_estimación	0	.440	54.439	16	.000	0

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Al observar la anterior tabla el primer aspecto que puede llamar la atención es el estadístico Ljung Box, a diferencia del modelo multiplicativo de Winters la puntuación del presente modelo es muy cercana a 0 lo que lleva a aceptar que las correlaciones en la población no siguen un proceso aleatorio. La anterior conclusión puede ser de utilidad al investigador que busque comparar al modelo multiplicativo de Winters contra el modelo de tendencia de Holt, para la presente tesis resulta irrelevante sí las correlaciones entre la población de datos se comporta de manera aleatoria y no resulta como material de base para discriminar uno u otro modelo en sus resultados predictivos.

Figura 5.20.

Resultados gráficos de la predicción del modelo de tendencia de Holt



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Lo anterior da por concluida la presentación de los resultados de los modelos de inteligencia artificial y como último modelo se dará descripción al modelo de simulación de Montecarlo.

5.1.6 Simulación de Montecarlo

En esta última entrega para la presentación de modelos (en la primera serie de datos) se ofrecen los resultados que se mostraron por el método en una determinada caminata aleatoria. Cabe destacar que, como lo dice el propio título del modelo, no se ajustaron valores para la serie temporal original del precio de mercado sino que solo se reporta el proceso de simulación. Se utilizó el último precio como referencia (Octubre 2010, precio de mercado promedio 291.33MXN) para generar los pronósticos.

Los valores generados se describen en la siguiente tabla:

Tabla 5.27.
Precios futuros teóricos que generó una simulación de Montecarlo en particular

	<u>Simulación propuesta</u>
Fecha	Precio simulado
nov-10	290.62
dic-10	290.64
ene-11	291.04
feb-11	291.67
mar-11	297.60
abr-11	301.45
may-11	305.93
jun-11	313.12
jul-11	321.20
ago-11	321.69
sep-11	326.66
oct-11	325.46
nov-11	317.46
dic-11	317.74
ene-12	326.22
feb-12	329.21
mar-12	322.41
abr-12	322.52
may-12	322.50
jun-12	323.49
jul-12	328.56
ago-12	328.37
sep-12	334.87
oct-12	332.61

Fuente: Elaboración propia

La parte metodológica de este modelo se puede consultar en su respectivo apartado correspondiente en la discusión teórica del capítulo V.

Terminada la argumentación de la puesta en práctica de modelos se procede a contrastarlos mediante las puntuaciones que arrojaron los estadísticos de control, las gráficas correspondientes se pueden observar en el anexo D al final del presente escrito.

5.1.7. Evaluación de modelos

⁶⁸En la siguiente tabla se presentan la suma del error cuadrático de cada modelo, así como la diferencia porcentual media del estimado de cada modelo en relación con los datos verdaderos y la magnitud media del error relativo.

Tabla 5.28.

Evaluación de modelos por sus respectivos estadísticos de control

	⁶⁹ ARIMA	Multiplicativo De Winters	Regresión en Retrosesos	RNA	ANFIS	⁷⁰ Simulació n de Montecarlo
Error cuadrático medio	560.37	56.68	40.87	58.8824	5.5095	----
Magnitud media del error relativo	0.4206	0.0685	0.1034	0.2099	.0128	----
Error Porcentual Medio	-40.21%	1.57%	6.73%	10.46%	-1.28%	----
⁷¹ EPM (Pronóstico)	-40.28%	-23.35%	-1.63%	-18.80%	-31.289%	-23.38%

Fuente: Elaboración propia

⁶⁸ Todos los estadísticos de control enunciados se hicieron basados en la premisa de $y_t = \text{colección de datos verdaderos}$ y $\hat{y}_t = \text{colección de los estimadores generados por el modelo}$

⁶⁹ Como se comentó anteriormente, este modelo empieza a expresar estimadores hasta el periodo 13, así pues se consideró una n=310 para los cálculos.

⁷⁰ El modelo se basa desde el último dado obtenido en Octubre de 2010, por lo que no se contemplan valores de estimación.

⁷¹ Referente al error porcentual medio de los periodos pronosticados Noviembre 2010 – Octubre 2012, se consideró solo este estadístico de control, porque se busca comparar que tan diferentes fueron sus predicciones en relación al precio verdadero, solamente.

5.1.8. Discusión de resultados

A partir de que se han extraído los estimados y las simulaciones de cada modelo, se procede a contrastar estos resultados con los estadísticos de control observados y su rendimiento respecto a los datos verdaderos reportados para el precio de mercado de una onza troy de plata pura. (Las representaciones gráficas de los valores estimados y los pronósticos teóricos se pueden encontrar en el anexo D).

Como primera observación se resalta el hecho que todos los modelos ajustan de manera relativamente eficiente el comportamiento general del precio de la plata a excepción del modelo ARIMA, (y la simulación de Montecarlo porque no se plantea una estimación) la curva ascendente que dibuja la estimación del modelo ARIMA se puede fijar como un cierto *límite inferior* para el comportamiento del precio de mercado, desde 2001 hasta principios de 2006 se denotan ciertos puntos límite para el precio de la plata, puntos *justos* para la compra de plata sí se le quiere ver de esa forma, en 2008 solo se ve rebasado a la baja por alrededor de tres meses e inmediatamente se recobra una tendencia ascendente en el precio de la plata. De igual manera para el periodo pronosticado el modelo marca un *punto justo* en los periodos de Agosto y Septiembre de 2012.

Otro punto a resaltar es el rendimiento sustancial que obtuvo el modelo de regresión en retrocesos, ajusta de manera eficiente los valores conocidos en el modelo, y más aún, contabiliza los valores futuros con un una puntuación de -1.636% en su valor del error medio porcentual, superando a las técnicas de inteligencia artificial con estadísticos de -18.805% y -28.229% para los modelos de red neuronal MLP y ANFIS respectivamente. Es un modelo parsimonioso que solo relaciona los primeros tres retardos con la serie original, resulta ser del más robusto en sus resultados. Siguiendo la misma retórica ,al observar el error medio porcentual, llama la atención que todos los modelos presentan valores negativos en sus estadísticos, lo cual indica que todos los modelos *sub-ajustaron* los valores futuros, comprendidos desde noviembre de

2010 hasta octubre de 2012, *a priori* esto puede ser señal de valores alcistas que eventualmente retornarían a valores más bajos en el precio nominal de la plata. Para la predicción de modelos los mejores tres, según sus respectivos errores medios porcentuales, fueron la regresión en retrocesos, el modelo multiplicativo de Winters y la red neuronal artificial, en ese orden, lo que demuestra el estadístico en cuestión es la proporción con respecto a los valores verdaderos de la diferencia porcentual en sus predicciones, valores positivos en este estadístico de control denotarían una extrapolación *optimista* mientras que las presentes predicciones muestran valores negativos lo cual demuestra que los modelos *sub-contabilizaron* los reales de la información estudiada.

Por lo que respecta al registro de los errores cuadráticos medios, era de esperarse que el modelo ARIMA fuera el que reportara una mayor magnitud en este apartado, dado el hecho que no emula el comportamiento del precio de mercado de la plata, sino más bien solo es una curva de comportamiento constante en todo el periodo de simulación y predicción. Los otros modelos expresan valores entre 40 y 110 en el estadístico de control, siendo el mejor valor aquel representado por la regresión en retrocesos con una puntuación de 40.87

También se eligió comparar los modelos por medio de la magnitud media del error relativo, es recomendable obtener puntuaciones menores al 0.25 para declarar sí el modelo ajusta correctamente los datos originales, por lo tanto todos los modelos a excepción del modelo ARIMA (que marca en este estadístico 0.4206) son modelos correctos para explicar la serie de promedios mensuales del precio de mercado de una onza de plata troy. El modelo multiplicativo de Winters, en este apartado, reportó la menor magnitud en su estadístico de control.

Discutiendo el error porcentual medio, pero esta vez de los procesos de estimación, se pueden hacer las observaciones acerca de cómo algunos modelos *sobrevalúan* y en otros casos *subvalúan* los datos verdaderos del precio de mercado, los modelos ANFIS y ARIMA *sub-contabilizan* la serie de datos base, y los modelos de la regresión en retrocesos, la red neuronal artificial MLP y el modelo multiplicativo de Winters *supra-contabilizan* a la información estudiada, en

este caso los modelos ANFIS y de Winters son los más precisos al acercarse de manera considerable al cero absoluto. Lo cual se puede comprobar empíricamente al observar las gráficas de las estimaciones de los modelos.

Hecha ya la discusión de los modelos, se procederá a realizar otros seis modelos basados en las mismas técnicas mencionadas anteriormente, que se sustentarán en una serie base desde enero de 1984 hasta febrero de 2013

Se hace este ejercicio para dejar registro del comportamiento que se pudiera presentar en el precio de la plata dentro de periodos futuro, y sí se pudiera emular los resultados obtenidos por los modelos con serie base hasta 2010, por lo tanto no se hará una discusión amplia de los resultados obtenidos porque no existe el registro verdadero con el cual compararse el pronóstico.

La simulación de precios futuros se generará para datos desde marzo de 2013 hasta febrero de 2014. En este caso será para un año en adelante dado el hecho que como no hay datos disponibles es mejor predecir en periodos más cortos para evitar caer, en la medida de lo posible, en imprecisiones mayúsculas en los resultados de predicción.

5.2. Presentación de modelos (Ene. 1984 - Feb. 2013)

El objetivo principal de esta nueva entrega de modelos es la de proveer de predicciones *puras*, ya que al momento de escribir el presente trabajo de investigación los datos a simular todavía no existen, se comprobará sí estos nuevos modelos pueden entregar estadísticos de control similares a sus homólogos ya discutidos. Como nuevo periodo base se tomará en cuenta un periodo desde enero de 1984 hasta febrero de 2013, y como periodo de predicción se buscarán simular los promedios mensuales del precio de mercado para los periodos comprendidos desde Marzo de 2013 hasta Febrero de 2014, solamente un año comprendido en la extrapolación

La discusión matemática de estos *nuevos* modelos será más breve dado el hecho que ya se argumentaron sus procesos o particularidades en la anterior entrega.

5. 2.1. ARIMA (Ene. 1984 - Feb. 2013)

Se propone un modelo de la forma:

$$\hat{Y}_t = 6210.29 + 0.8584Y_{t-1} + 0.3091Y_{t-4} - .1676Y_{t-9} + .2533\varepsilon_{t-1} - .2124\varepsilon_{t-6} - .2993\varepsilon_{t-8} \quad (5.4)$$

De esta manera el modelo que se propone tiene la nomenclatura ARIMA (9,1,8)

Se obtuvieron los siguientes resultados del modelo:

Tabla 5.29.

Modelo propuesto ARIMA(9,1,8), estadísticos descriptivos y coeficientes de la regresión

Dependent Variable: PLATA_PESOS
 Method: Least Squares
 Date: 05/16/13 Time: 18:17
 Sample (adjusted): 1984M10 2013M02
 Included observations: 341 after adjustments
 Convergence achieved after 100 iterations
 MA Backcast: 1984M02 1984M09

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6210.294	297346.9	0.020886	0.9833
AR(1)	0.858439	0.041439	20.71560	0.0000
AR(4)	0.309130	0.051895	5.956795	0.0000
AR(9)	-0.167678	0.036615	-4.579462	0.0000
MA(1)	0.253333	0.062172	4.074713	0.0001
MA(6)	-0.212459	0.058579	-3.626914	0.0003
MA(8)	-0.299310	0.060925	-4.912746	0.0000

R-squared	0.991600	Mean dependent var	86.56886
Adjusted R-squared	0.991449	S.D. dependent var	114.5916
S.E. of regression	10.59640	Akaike info criterion	7.579220
Sum squared resid	37502.77	Schwarz criterion	7.657881
Log likelihood	-1285.257	Hannan-Quinn criter.	7.610560
F-statistic	6571.322	Durbin-Watson stat	1.955284
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

Se enuncian los valores que tomaron los criterios de Akaike y de Swartz para modelos ARMA hasta con 4 en sus parámetros de control.

Tabla 5.30.

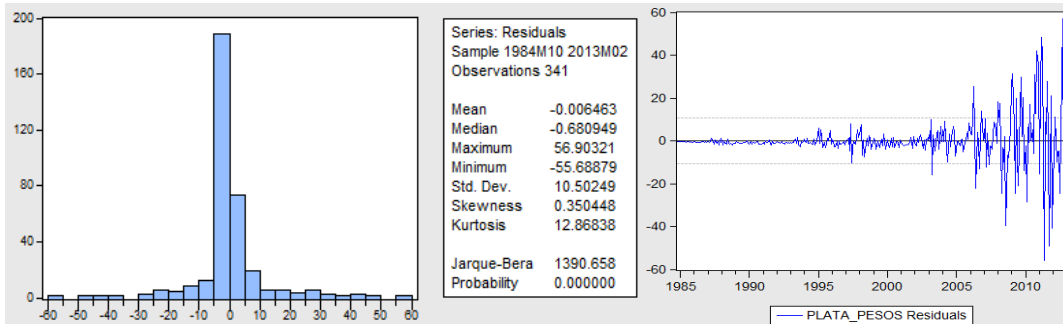
Valores para los criterios de Akaike y Schwarz en distintos de modelos ARMA

Akaike						Schwarz					
		MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(4)			MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(4)
		11.0337	10.0503	9.4263	9.1222			11.0557	10.0832	9.4702	9.1771
AR(1)	7.7589	7.7506	7.7495	7.7473	7.6921	AR(1)	7.7809	7.7836	7.7935	7.8023	7.7581
AR(2)	7.7567	7.7565	7.7574	7.7449	7.6927	AR(2)	7.7898	7.8006	7.8125	7.811	7.7699
AR(3)	7.7492	7.7549	7.6211	7.6751	7.6975	AR(3)	7.7934	7.8101	7.6874	7.7525	7.7859
AR(4)	7.7577	7.7568	7.6762	7.6778	7.7056	AR(4)	7.813	7.8233	7.7537	7.7663	7.8052

Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto una puntuación de 7.5792 y 7.6578 en los criterios de Akaike y Swartz, respectivamente, muestran como el modelo propuesto es deseable sobre cualquiera de los que resulten de las combinaciones de modelos ARMA, hasta 4 en los parámetros de los procesos AR, MA y ARMA.

Los residuales tuvieron el siguiente comportamiento:

Figura 5.21.**Comportamiento lineal de los errores residuales y su distribución.**

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

Por lo tanto la distribución de los errores se comporta similarmente a una distribución de probabilidad normal, y también tienen tendencia aproximadamente en 0, por lo tanto el modelo es adecuado en este apartado.

Como en el caso del primer modelo ARIMA se optó por estudiar a la serie temporal en su forma original, que en sus funciones AC y PAC tuvo el siguiente comportamiento:

Figura 5.22.

Correlograma para la serie temporal original de promedios mensuales del precio de la plata

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.984	0.984	342.01	0.000
		2	0.967	-0.052	673.20	0.000
		3	0.950	0.001	993.90	0.000
		4	0.933	-0.028	1303.8	0.000
		5	0.914	-0.075	1601.8	0.000
		6	0.892	-0.060	1887.0	0.000
		7	0.876	0.146	2162.5	0.000
		8	0.859	-0.032	2428.4	0.000
		9	0.841	-0.040	2683.9	0.000
		10	0.823	0.009	2929.6	0.000
		11	0.805	-0.051	3165.1	0.000
		12	0.786	-0.053	3390.2	0.000
		13	0.768	0.059	3605.7	0.000
		14	0.749	-0.045	3811.3	0.000
		15	0.730	-0.020	4007.0	0.000
		16	0.708	-0.087	4191.8	0.000
		17	0.688	0.060	4367.1	0.000
		18	0.664	-0.192	4530.7	0.000
		19	0.639	0.001	4682.6	0.000
		20	0.617	0.085	4824.6	0.000
		21	0.596	0.043	4957.7	0.000
		22	0.575	-0.058	5082.0	0.000
		23	0.548	-0.179	5195.2	0.000
		24	0.525	0.081	5299.4	0.000
		25	0.506	0.099	5396.4	0.000
		26	0.489	0.109	5487.3	0.000
		27	0.470	-0.062	5571.7	0.000
		28	0.454	0.069	5650.6	0.000
		29	0.442	0.045	5725.6	0.000
		30	0.432	0.060	5797.5	0.000
		31	0.424	0.090	5866.8	0.000
		32	0.416	0.026	5933.9	0.000
		33	0.410	0.012	5999.1	0.000
		34	0.402	-0.061	6062.0	0.000
		35	0.395	0.013	6123.0	0.000
		36	0.389	0.037	6182.3	0.000

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

Para comprobar que efectivamente el modelo fuera de grado uno en la nomenclatura ARIMA (9, 1,8) se presenta la prueba de Dicky-Fuller.

Tabla 5.31.

Prueba Dickey-Fuller, en una diferencia

Null Hypothesis: D(PLATA_PESOS) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=16)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.030688	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.449108	
5% level	-2.869701	
10% level	-2.571187	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

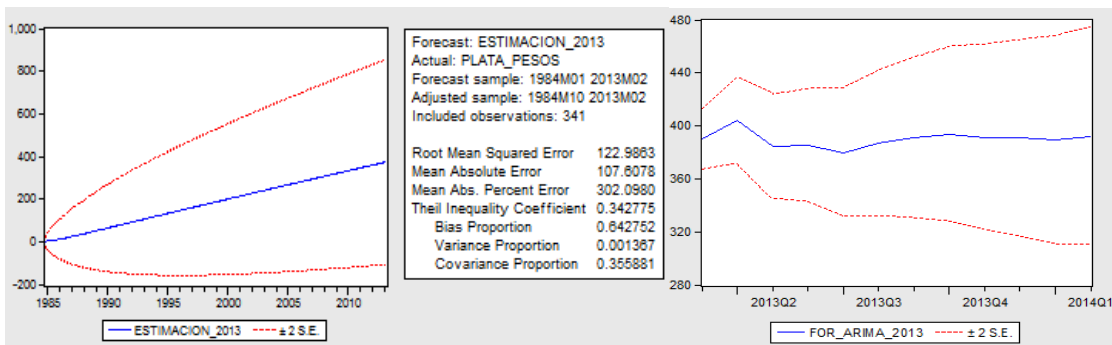
De manera análoga se describen los comportamientos de los errores residuales del modelo, al mismo tiempo que la distribución de los mismos.

Así mismo, y de manera similar a los modelos en su primera entrega, se da registro que los valores de la prueba Dicky-Fuller y los valores de control en el control del correlograma tampoco dan como válido al presente modelo.

El pronóstico generado reporta un comportamiento estable con valores alrededor de los 380\$.

Figura 5.23.

Estimación del modelo ARIMA y generación del pronóstico



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

Reportados los resultados para el segundo modelo ARIMA, en el mismo orden se procede a dar cuenta de los resultados del modelo multiplicativo de Winters.

5.2.2. Modelo Multiplicativo de Winters (Ene. 1984- Feb. 2013)

Al igual que en la serie base hasta 2010, en este modelo también se usó un suavizamiento de raíz cuadrada.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5.32.

Estadísticos de control para el modelo multiplicativo de Winters

Estadísticas del modelo

Modelo	Número de predictores	Estadísticas de ajuste	Ljung-Box Q(18)			Número de datos atípicos
		R cuadrada estacionaria	Estadístico	Grados de libertad	Sig.	
Plata_MXN-Modelo_1	0	.328	57.957	15	.000	0

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Comparando los resultados anteriores con su homólogo de datos hasta el 2010, se pueden hacer algunas observaciones; el modelo mejora ligeramente desde un estadístico de 0.306 en la primera entrega del modelo. De igual forma la prueba Ljung-Box es cercana a 0 por lo que se rechaza que la serie estadística sea una *caminata aleatoria*.

Figura 5.24.

Resultados gráficos de la predicción del modelo multiplicativo de Winters



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

A primera vista se puede observar como el modelo contabiliza la baja, histórica, en el valor nominal que se daría en el mes de abril de 2013, mas no lo hace de manera eficiente ya que para alcanzar valores cercanos a los verdaderos el pronóstico en cuestión tendría que rondar valores cercanos a los 300\$.

5.2.3 Regresión en retrocesos (Ene. 1984-Feb. 2013)

El modelo que se propone es el siguiente:

$$\widehat{Ag} = .7296 + 1.0736L(Ag) - .1686L^2(Ag) + .3093L^4(Ag) - .2109L^5(Ag) \quad (5.5)$$

Tabla 5.33

Resultados del modelo propuesto de regresión en retrocesos

Dependent Variable: PLATA_PESOS
 Method: Least Squares
 Date: 05/15/13 Time: 12:47
 Sample (adjusted): 1984M06 2013M02
 Included observations: 345 after adjustments

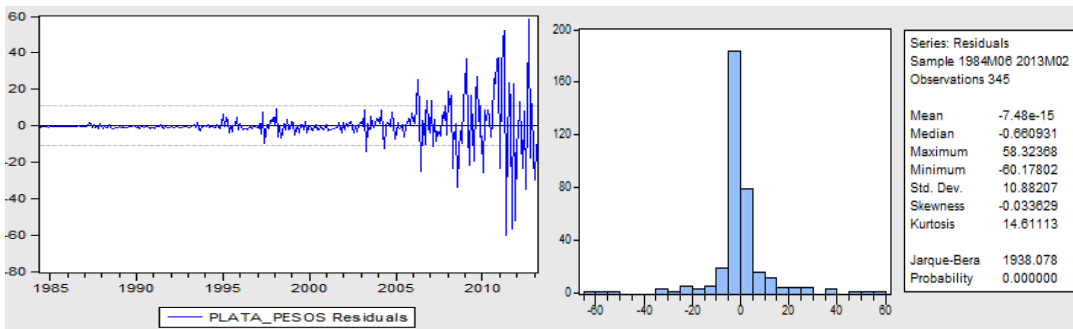
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.729608	0.735922	0.991420	0.3222
PLATA_PESOS(-1)	1.073653	0.050743	20.95844	0.0000

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

Los residuales tuvieron el siguiente comportamiento:

Figura 5.25.

Comportamiento de los errores residuales y su distribución



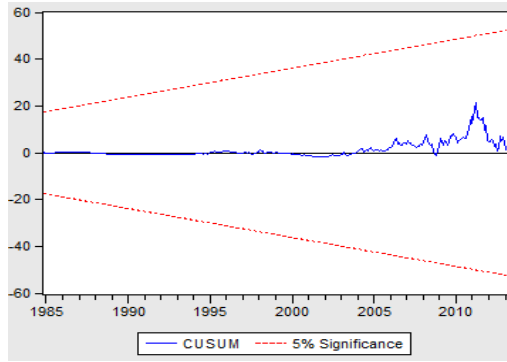
Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

Los residuales se aproximan a una distribución normal, y se comportan con tendencia alrededor del eje horizontal, por lo que se consideran como adecuados.

La suma acumulativa de control CUSUM se comportó dentro del intervalo de confianza en 95% para concluir que los coeficientes de la regresión son estables.

Figura 5.26.

Sumas acumulativas en intervalos de confianza al 95%

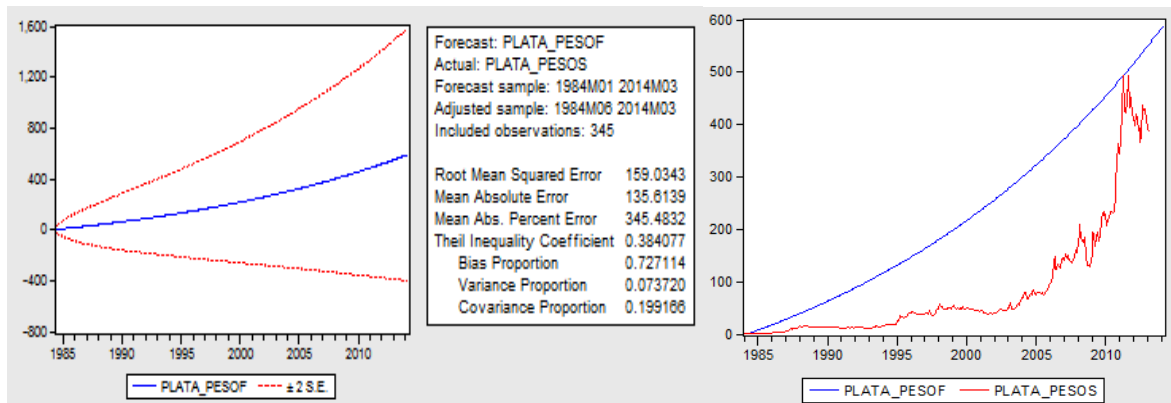


Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

La predicción del modelo comprado con la serie base utilizada para generarlo fue la siguiente:

Figura 5.27.

Pronóstico del modelo de regresión en retrocesos en comparación a los datos reales



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico E-views 6.0

La predicción describe un cierto *intervalo superior* en la serie histórica, los precios casi son coincidentes en solo un punto describiendo los máximo de 2011, también se puede adelantar que cuando se discutan los resultados de esta entrega de modelos este será el modelo que tendrá la mayor puntuación en el error cuadrático medio.

Discutiendo el intervalo de confianza que describe la predicción, alcanzar un precio de 1600 pesos por onza de plata, no es un caso imposible, ya que

sabiendo que el peso mexicano ha sufrido devaluaciones repentinas y que no posee un estatus de moneda de reserva, más bien se le puede describir como moneda especulativa, entonces el precio puede ser alcanzado. El presente estudio está orientado a describir el posible comportamiento futuro en el precio de la plata, no el poder adquisitivo del peso mexicano. Lo anterior da por terminada la explicación a los modelos de series temporales por lo que resta ofrecer los resultados que arrojaron los sistemas de inteligencia artificial.

5.2.4. REDES NEURONALES (ene. 1984-feb.2013)

De manera análoga se plantea una red neuronal del tipo *MLP* utilizando como insumos para su cálculo las puntuaciones en regresión de los componentes. La red para este nuevo periodo tiene las mismas características iniciales que la primera planteada, se enuncian de nueva vez los parámetros iniciales.

Así mismo los tabulados de las puntuaciones de los componentes, que son las variables de entrada para el modelo, se encuentran en el anexo B del presente escrito.

La siguiente red neuronal se escogió entre 10 experimentos basados en las mismas características iniciales que en la red neuronal con datos hasta Octubre de 2010.

Tabla 5.34.
Error cuadrático medio reportado al aplicar el modelo 10 veces.

	Error Cuadrático Medio
MLP_1	115.8026
MLP_2	96.5557
MLP_3	174.72
MLP_4	121.4362
MLP_5	91.7047
MLP_6	133.8841
MLP_7	78.6714
MLP_8	72.9716
MLP_9	87.7428
MLP_10	273.9686

Fuente: Elaboración propia

Por lo cual se escogió al octavo experimento como mejor ajuste de la serie temporal.

Tabla 5.35.

Comportamiento de las particiones iniciales como entrenamiento y pruebas

Resumen del modelo por caso

		N	Porcentaje
Muestra	Entrenamiento	275	78.6%
	Pruebas	75	21.4%
Valido		350	100.0%
Excluido		0	
Total		350	

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Tabla 5.36.

Resumen de información acerca de las características de la red neuronal.

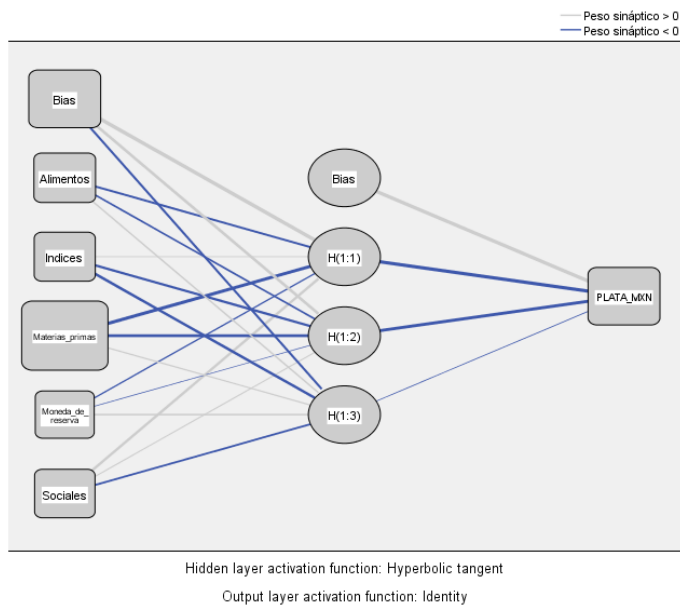
Información de la Red Neuronal

Capa de entrada	Covariables		
		1	Materias Primas
		2	índices
		3	Moneda de Reserva
		4	Alimentos
		5	Sociales

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.

De manera gráfica, la red neuronal se representó de la siguiente manera:

Figura 5.28.
Arquitectura de la red neuronal



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Reportándose los siguientes pesos por cada comunicación de neuronas con las capas anteriores y subsecuentes.

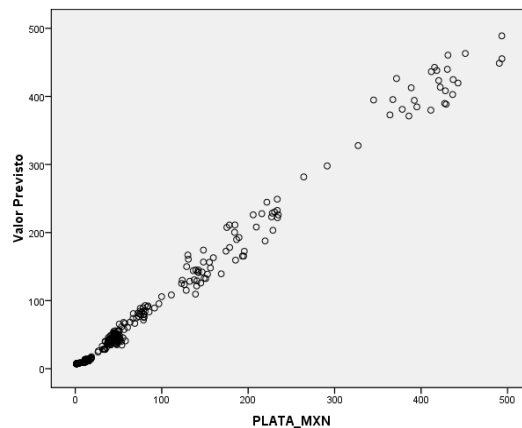
Tabla 5.37.
Pesos sinápticos reportados entre las diversas capas de la red neuronal

Parámetro		Estimación de parámetros			
		Previsto			Capa de salida PLATA_MXN
		Capa oculta			
		H(1:1)	H(1:2)	H(1:3)	
Capa de entrada	(Umbral)	2.082	.501	-.264	
	Alimentos	-.247	-.192	.177	
	Indices	.076	-.297	-.377	
	Materias_primas	-1.035	-.555	.108	
	Moneda_de_reserva	-.120	-.045	.191	
	Sociales	.339	.082	-.219	
Capa oculta 1	(Umbral)				2.068
	H(1:1)				-2.057
	H(1:2)				-.763
	H(1:3)				-.074

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

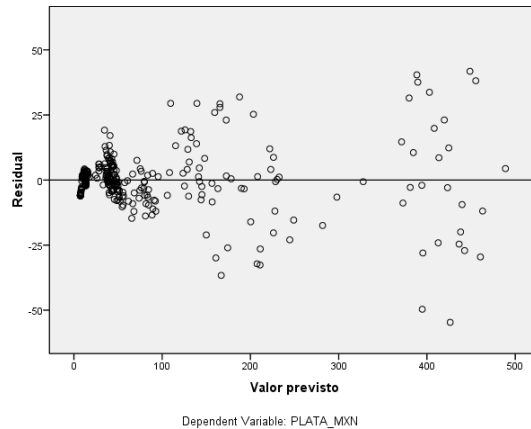
Con el mismo fin de validar el modelo se contrastaron los valores del ajuste final de la red con los valores originales y que este comportamiento describa una diagonal ascendente, también se dispuso observar los residuales esperando que se comportasen con tendencia en el eje horizontal, los anteriores planteamientos se cumplieron como se puede observar en las siguientes gráficas:

Figura 5.29. Valores reales del precio de la plata contrastados con la variable de salida de la red neuronal



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Figura 5.30. Comportamiento de los residuales del modelo



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

El análisis de importancia reporta como primera variable de puntuación más alta al componente de aglomeración de materias primas, de manera similar a la primera red neuronal, seguido de los componentes de alimentos, índices , sociales y por último de moneda de reserva , lo que viene confirmando que el valor de la plata es marginalmente dependiente de variables como los son la oferta monetaria o el tipo de cambio que tenga el dólar en referencia a otras monedas importantes a nivel internacional, cabe resaltar que el componente *moneda de reserva* tuvo la más baja puntuación en su estadístico *KMO*.

Tabla 5.38.
Análisis de importancia de la red neuronal.

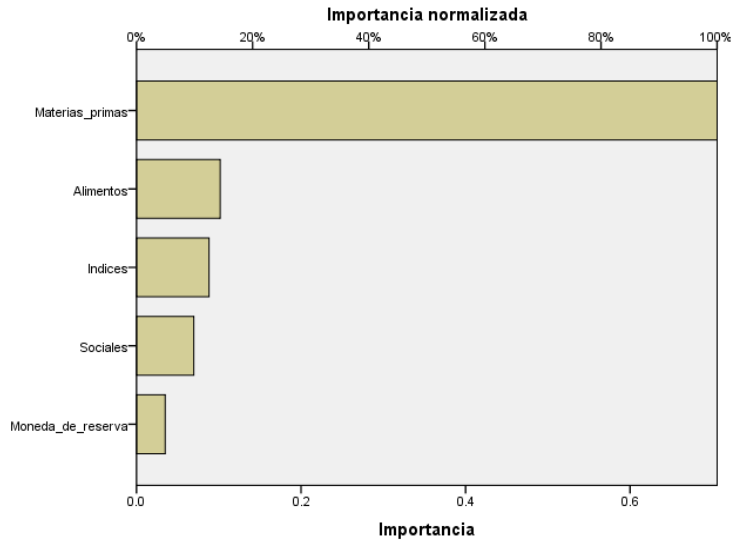
Importancia por variable independiente		
	Importance	Normalized Importance
Materias_primas	.102	14.4%
Índices	.088	12.5%
Moneda_de_Reserva	.706	100.0%
Alimentos	.035	4.9%
Sociales	.070	9.9%

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Representado gráficamente....

Figura 5.31.

Representación gráfica de la *importancia* e *importancia normalizada*.

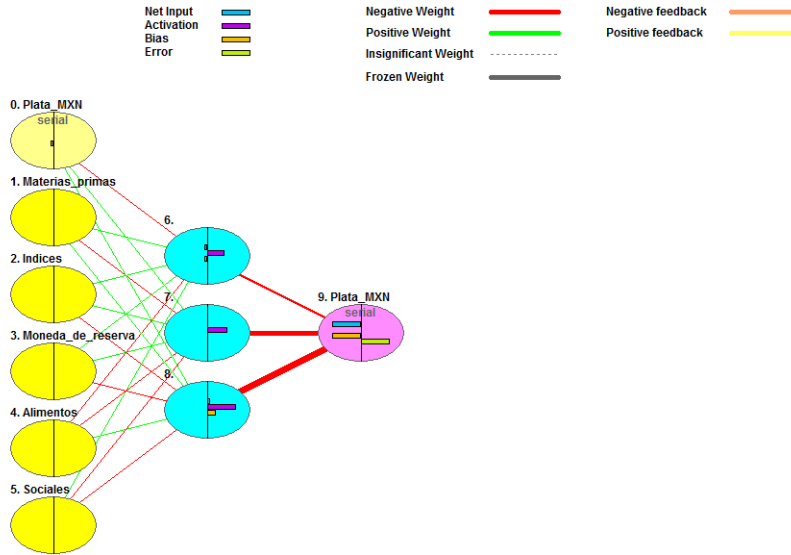


Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SPSS 17.0

Para la simulación predictiva de los precios futuros también se usó el software estadístico *SwingNN 3.0*, de esta acción se obtuvo la siguiente arquitectura de una segunda red neuronal así como también un nuevo análisis de importancia. El componente *Índices* es el que tuvo mayor puntuación.

Figura 5.32.

Arquitectura de la red neuronal para el proceso de predicción



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SwingNN 3.0

Figura 5.33.

Análisis de importancia para la red neuronal del proceso de predicción.

Componentes Feb 2013.tvq 20 cycles. Target error 0.0100 Average training error 0.000000

The first 6 of 6 Inputs in descending order.

Column	Input Name	Importance	Relative Importance
2	Indices	0.8835	
0	Plata_MXN	0.7302	
1	Materias_primas	0.5829	
4	Alimentos	0.5360	
3	Moneda_de_reserva	0.4599	
5	Sociales	0.4508	

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico SwingNN 3.0

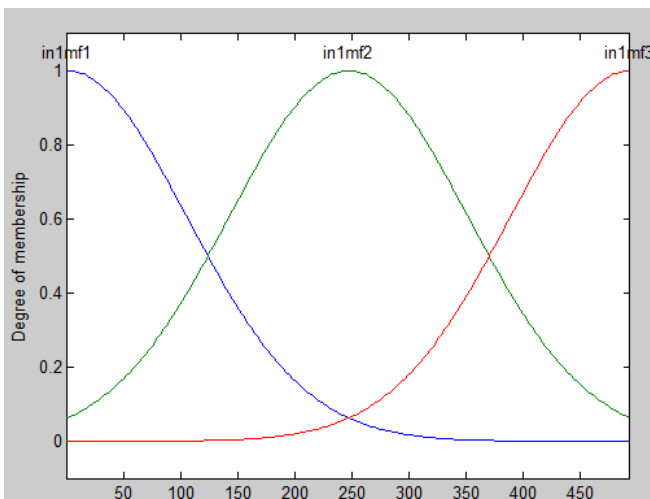
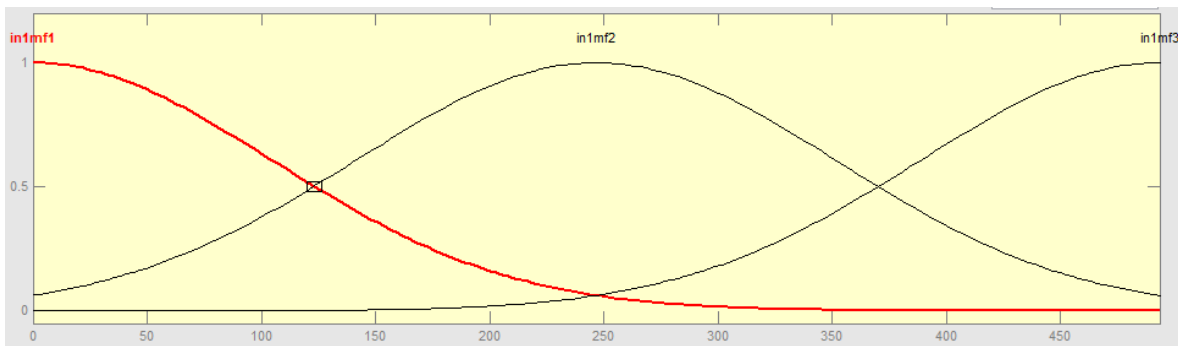
Para continuar la discusión de la capacidad predictiva de los modelos se procede a dar cuenta de los resultados que generó el sistema de inteligencia artificial ANFIS.

5.2.5. ANFIS (Ene. 1984- Feb. 2013)

El proceso que se sigue para el desarrollo del modelo, en este nuevo periodo de tiempo, es idéntico al primero planteado, con la única diferencia de que el software estadístico *Matlab* calcula las mismas tres funciones de membrecía pero para un rango de valores que oscila desde el cero hasta un valor cercano a los quinientos pesos.

Figura 5.34.

Descripción de las funciones de membrecía de tipo *gaussiano*



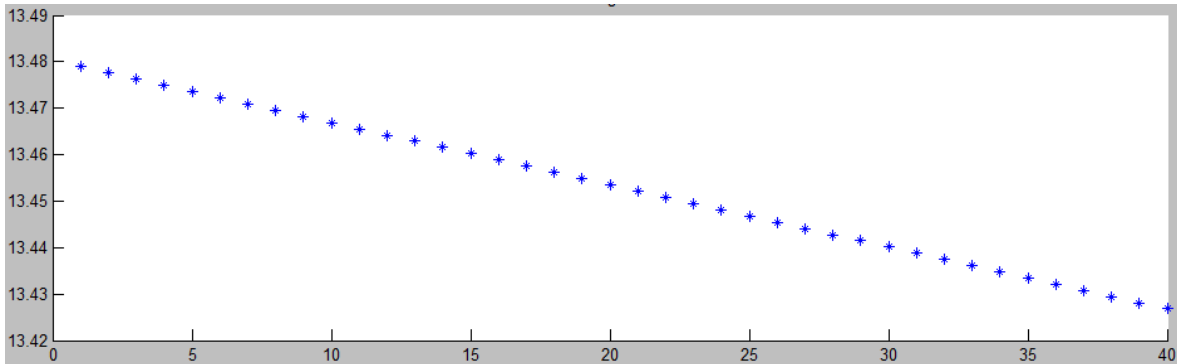
[72]

Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

⁷² Imágenes obtenidas con la interfaz gráfica de la casilla ANFIS en Matlab 2010, la segunda imagen corresponde al gráfico generado a partir de agregar la línea de comando `plotmf(fismat,'input',1)` al código anteriormente discutido. Se hizo la comparación de estas imágenes para comprobar que la interfaz gráfica y el código planteado generaran los mismos resultados.

A comparación del modelo ANFIS con serie base hasta octubre de 2010, el presente modelo con datos actualizados hasta febrero de 2013 presenta un sesgo mayor en sus resultados, alrededor de 13.48, como se esperaba siendo descendiente en sus valores conforme avancen las iteraciones

Figura 5.35.
Error reportado por época del modelo

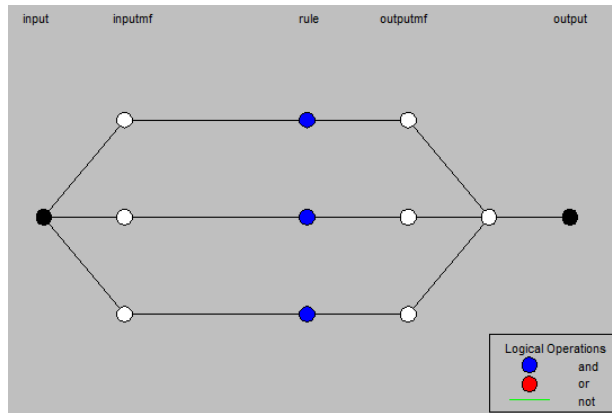


Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

El proceso ANFIS tuvo la siguiente representación gráfica, con sus respectivas cinco capas enunciando el sistema de lógica difusa; la capa de las funciones de membresía, la capa de implementación de reglas lógicas, la capa de *defusificación*, y la variable de salida. La variable de entrada es la representación del par de series temporales de la variable original y en un retardo, la variable de salida es un vector simple con los 350 registros correspondientes a los promedios mensuales del precio de la plata.

Figura 5.36.

Arquitectura del sistema de lógica difusa ANFIS

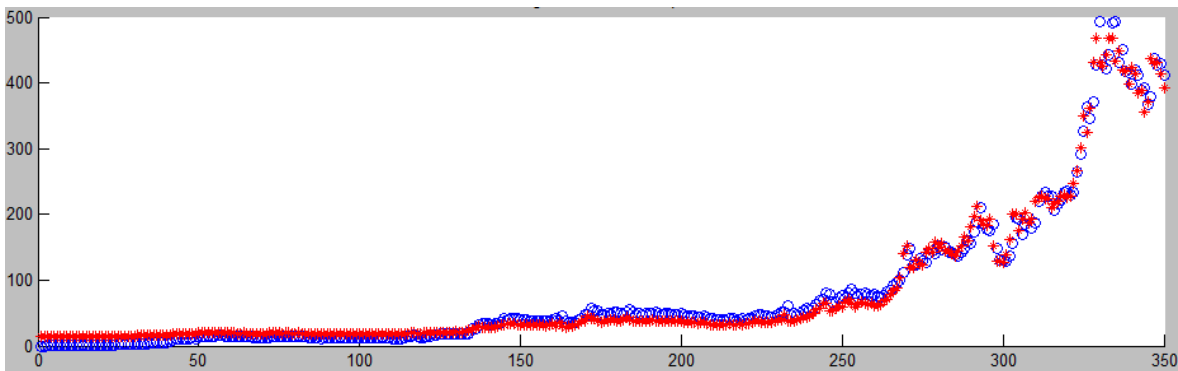


Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

Se realiza también una comparativa de la variable de salida que reporta el modelo en comparación a los valores de la información estudiada, expresadas en la siguiente gráfica:

Figura 5.37.

Comparación de los valores de la neurona de salida y los datos originales.



Fuente: Elaboración propia utilizando el software estadístico Matlab 2010

Cabe hacer la mención de la metodología de una técnica para hacer predicciones con ANFIS, según Yayar *et al.* (2011) un modelo ANFIS se puede extrapolar a partir del *último comportamiento* de la variable de salida, que en este caso sería la pequeña línea roja al final de la serie temporal (Figura 5.37), que

resultaría en valores descendientes para las predicciones, se podría ayudar de una regresión lineal para capturar y extrapolar esta pequeña serie de seis datos, para efectos de homogeneizar las metodologías de los dos modelos ANFIS se optó por utilizar el mismo modelo *híbrido* de tendencia de Holt y ANFIS.

De igual manera, como se hizo con la primera entrega de este modelo, para este segundo experimento se utilizó el modelo de tendencia de Holt para generar los pronósticos, por lo que se reportaron los siguientes resultados al correr un modelo, de igual forma se utilizó el software estadístico *SPSS 17.0*, generándose así los siguientes resultados:

Tabla 5.39.

Estadísticos de control para el modelo de tendencia de Holt.

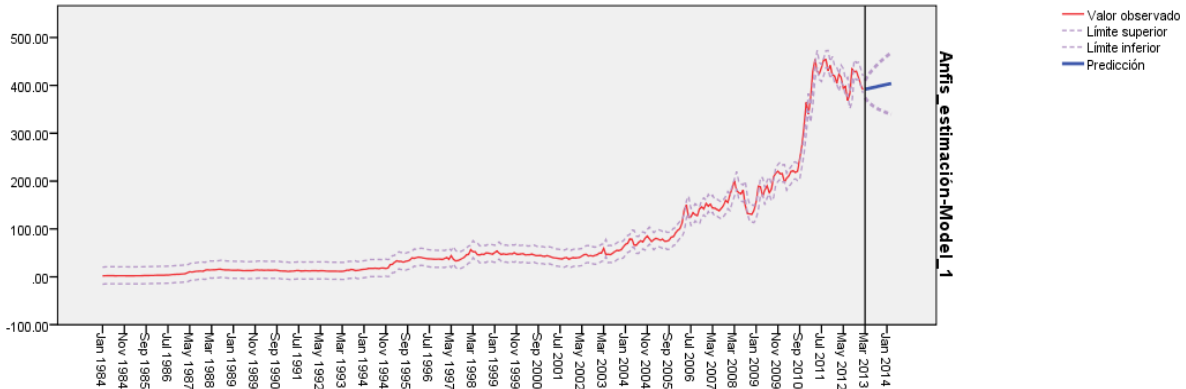
Estadísticos del modelo						
Modelo	Número de Predictores	Estadístico de ajuste del modelo	Ljung-Box Q(18)			Número de datos atípicos
		R cuadrada estacionaria	Estadístico	Grados de libertad	Sig.	
Anfis_estimación	0	.388	50.799	16	.000	0

Fuente: Elaboración propia usando el software estadístico SPSS 17.0

La primera observación que sobresale de la anterior tabla es la puntuación de 0.584 en el estadístico Ljung-Box, un estadístico de dicha magnitud hace referencia a que el modelo propuesto no sigue una caminata aleatoria en sus resultados, lo que no lleva a que se deseche el pronóstico en sí mismo, para el presente estudio no es de impacto general que el modelo siga o no un proceso aleatorio. Además el modelo propuesto es relativamente, más deseable que los modelos multiplicativos de Winters al reportarse una R-cuadrada estacionaria de 0.383

Figura 5.38.

Resultados gráficos de la predicción del modelo de tendencia de Holt



Fuente: Elaboración propia usando el software estadístico SPSS 17.0

Siguiendo el mismo orden en la presentación de modelos solo resta dar informe de una *caminata aleatoria* en particular que produjo la simulación de Montecarlo.

5.2.6. Simulación de Montecarlo (Ene. 1984 – Feb. 2013)

En esta segunda entrega del modelo, y discutidos los aspectos técnicos en la correspondiente sección teórica del modelo, se dará de igual manera mención a los valores que generó la simulación, en esta ocasión con un valor de referencia de 385.87 MXN para el promedio mensual de Febrero de 2013. Se simula para los periodos comprendidos desde Marzo de 2013 hasta Febrero 2014.

Tabla 5.40.
Precios futuros teóricos que generó una simulación de Montecarlo en particular

<u>Simulación propuesta</u>	
Fecha	Precio simulado
mar-13	382.5674898
abr-13	378.5797968
may-13	372.2372749
jun-13	370.4556658
jul-13	366.0154135
ago-13	369.4730151
sep-13	369.3534741
oct-13	372.6585594
nov-13	376.7550661
dic-13	378.0843519
ene-14	380.3440922
feb-14	374.0194758

Fuente: Elaboración propia

Presentados los resultados de los modelos, en esta segunda entrega, se procede a discutir los resultados que entrega la metodología, se contrastarán solo los últimos modelos, en la sección de conclusiones finales se compararán los primeros modelos contra los segundos para determinar que modelos fueron los más apropiados, y recomendables, para predecir el precio de la onza de plata.

5.2.7. Evaluación de modelos⁷³

En la siguiente tabla se presenta la suma del error cuadrático de cada modelo, así como la diferencia porcentual media del estimado de cada modelo en relación con los datos verdaderos.

	<i>ARIMA</i>	<i>Multiplicativo De Winters</i>	<i>Regresión en Retrocesos</i>	<i>RNA</i>	<i>ANFIS</i>
<i>Error cuadrático medio</i>	15,139.58	157.62	25,268.59	123.23	24.991
<i>Magnitud media del error relativo</i>	3.1214	0.0744	3.4544	0.4224	.0667
<i>Error Porcentual Medio</i>	301.46%	2.34%	345.45%	32.37%	3.84%

Fuente: Elaboración Propia

⁷³ Se siguen las mismas consideraciones que en la primera tabla de ajustes y predicciones. No se colocó a la simulación de Montecarlo, y la diferencia porcentual de los pronósticos no se colocan porque no se cuenta como datos reales con los cuales comparar el método. El modelo se puede revisar gráficamente con sus valores reales y/o gráficos con los anexos suministrados.

5.2.8. Discusión de resultados (Ene. 1984- Feb. 2013)

Discutidos los modelos con otro rango de tiempo para la serie temporal base, se pueden discutir los resultados obtenidos.

La totalidad de la colección de los segundos modelos se muestran ciertamente más imprecisos comparados con sus contrapartes de la primera entrega, con errores cuadráticos medios que oscilan entre puntuaciones del orden de los miles de unidades, siendo los modelos de regresión logarítmica y ARIMA los más imprecisos, ello se puede comprobar gráficamente en el anexo D, los modelos describen rectas para ajustar el precio de la plata, en contraste, los modelos ANFIS, la red neuronal MLP y el modelo multiplicativo de Winters emulan de manera general el comportamiento del precio de mercado aunque no lo hacen de una manera eficiente, sus puntuaciones marcan valores comprendidos dentro de las 275.39 y 123.23 unidades. El mejor modelo bajo el estadístico de control MSE fue la red neuronal artificial de lógica difusa ANFIS.

Gráficamente, se puede observar que las estimaciones de los modelos ARIMA y de regresión en retrocesos, aunque resultaron evidentemente imprecisos, se les puede atribuir algunas bondades; el modelo ARIMA, describe una tendencia adecuada para los últimos periodos de la serie temporal, aproximadamente desde noviembre de 2010 hasta febrero de 2013, alrededor de junio de 2013 se predice un *punto mínimo* para el precio *spot* y nuevamente otro precio mínimo es pronosticado para el último periodo de estimación. Por cuanto respecta al ajuste que resulta de la regresión de retrocesos se puede calificar como *sobre optimista* dado que solo marca un punto máximo alrededor de marzo de 2011, en agosto y octubre de 2012 los respectivos precios de la plata tampoco rebasan los datos de ajuste del modelo.

Continuando con criterio de calificar a los modelos como adecuados en caso de marcar menos de 0.25 en la magnitud media del error relativo, solo los

modelos ANFIS y multiplicativo de Winters satisfacen esa condición. El modelo de red neuronal artificial MLP establece una puntuación de 0.4224.

Argumentando el error porcentual medio de los modelos, todas las técnicas estadísticas reportan valores positivos en sus puntuaciones, de nueva cuenta el modelo ARIMA y la regresión en retrocesos fueron los modelos menos exactos, así también el modelo multiplicativo de Winters y el sistema de lógica difusa ANFIS reportaron las mejores puntuaciones.

Por lo que respecta a los valores generados de las predicciones no se puede discutir a profundidad sus resultados porque todavía no existen los valores reales para comparar los resultados. Pero conviene prestar atención a que el modelo ARIMA, el modelo multiplicativo de Winters, y la simulación de Montecarlo, estos modelos plantean una disminución en el precio de mercado en el precio internacional de la plata.

Habiendo discutido los modelos en esta segunda entrega, es claro que el trabajo ha llegado a una sección final por lo que se cuentan con todos los elementos para generar conclusiones.

5.3. Discusión de resultados

En esta sección se ofrecen las anotaciones finales a partir de toda la información que se ha generado en la presente investigación, tomando en consideración las dos entregas de modelos de modelos estadísticos en los respectivos rangos de tiempo.

5.3.1. Comparativa de resultados entre las dos entregas de modelos

Discutiendo por orden de aparición en el trabajo de tesis, estudiadas y argumentadas las diversas metodologías empleadas se puede concluir que, para el caso particular de los modelos empleados del tipo ARIMA, resultaron ser útiles para determinar un cierto límite inferior en la primera entrega y una tendencia consistente en el segundo experimento, siendo los dos ejemplos ineficientes para explicar el comportamiento general de la serie original, se obtuvieron errores estadísticos altos en referencia a los demás modelos. Por lo anterior el modelo en cuestión es útil para la obtención de resultados relevantes mas no es recomendable como modelo confiable para el caso particular del precio de la plata en los rangos temporales estudiados.

En contraparte el modelo multiplicativo de Winters resulta más confiable en sus resultados, es consistente en sus estadísticos de control en las dos entregas de este modelo, se muestra como el método es eficiente en determinar la dirección que tomó y eventualmente tomará el precio de la plata ,cuando se uso la serie temporal hasta octubre de 2010, no es eficiente para contabilizar la magnitud de los incrementos o decrementos en el valor de contado , pero resulta práctico sí se le toma como modelo que arroja señales con cierta certidumbre, lo cual colocaría a este método como el mejor de los modelos del tipo gaussiano (ARIMA, regresión en retrocesos y el mencionado modelo de suavizamiento exponencial).

La regresión en retrocesos resaltó en la primera entrega al ser el modelo que reportó el menor error cuadrático medio, aun menor que los estadísticos

reportados por los modelos de inteligencia artificial, pero en su segunda entrega resultó ser la peor metodología juzgándose por sus estadísticos de control, omitiendo el hecho que es totalmente ineficiente para ajustar el comportamiento en la serie base hasta febrero de 2013, resultó ser útil para describir un hipotético límite superior. Sería recomendable utilizar el método solo en los casos donde se puedan observar estadísticos de control sobresalientes.

Por otra parte los resultados aleatorios emitidos por la simulación de Montecarlo no fueron precisos, como es de esperarse de un modelo de las características propias de la técnica misma se observa en los tabulados que solo se juzgó a este método por su diferencia media porcentual (del pronóstico), la cual no resulto ser eficiente en su primera entrega. Sin embargo resultó de utilidad si se le piensa como un modelo que se une a describir a la plata como sobrevalorada en los periodos mensuales alrededor de 2011, los seis modelos *sub- contabilizan* el precio de la plata lo cual podría ser señal de que el valor argento estaba sobrevaluado.

Como se esperaba desde un principio los sistemas de inteligencia artificial ANFIS y la red neuronal del tipo MLP marcan estadísticos coherentes con la expectativa que se tenía, en sus dos entregas se reportan estadísticos de control deseables, de igual manera los resultados se perciben correctos a través de sus gráficas, cabe destacar que los modelos ANFIS y multiplicativo de Winters se mantuvieron por debajo de la marca de 0.25 en la magnitud media del error relativo. Para los valores futuros en el sistema ANFIS se manejó un modelo de tendencia de Holt para extraer predicciones, lo que resultó ser eficiente para describir una adecuada tendencia en la primera entrega, en el caso del modelo de redes neuronales se auxilió de un dos diferentes programas estadísticos, uno para ajustar la serie y otro más para obtener predicciones, los valores futuros descritos también resultaron correctos para describir un comportamiento medio en el comportamiento futuro del precio de la plata para la serie base hasta octubre de 2010.

Resumiendo toda la información que se pudo documentar en este trabajo se concluye, emitiendo un juicio de valor, que el modelo propuesto de redes neuronales del tipo MLP fue capaz de contabilizar el comportamiento del precio de una onza troy de plata pura, pero resulto ligeramente menos preciso que el modelo ANFIS, en términos generales y juzgando sus respectivos estadísticos de control, al mismo tiempo el modelo no fue capaz de predecir valores preciso. También es pertinente hacer la mención que el modelo multiplicativo de Winters fue certero en sus resultados pero no al nivel de los modelos de inteligencia artificial.

CONCLUSIONES

De acuerdo a pretendido en la realización de la tesis se exponen las siguientes conclusiones con base en los resultados obtenidos en la implementación de los seis modelos estadísticos involucrados en el presente trabajo de investigación.

Con el objetivo de establecer una conclusión global, primeramente se expondrán cada una de las seis hipótesis individuales, de esta forma se aceptarán o rechazarán los enunciados en cuestión con base en los resultados expuestos en las tablas 5.28 y 5.41 correspondientes a las dos entregas de modelos.

Las hipótesis individuales se juzgaron de la siguiente manera;

H_1 : El modelo ARIMA describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP, ANFIS y simulación de Montecarlo.

Con base en las puntuaciones obtenidas por los modelos ARIMA se puede concluir que el modelo no es la mejor metodología para predecir valores futuros del precio de la plata. Existe suficiente evidencia estadística, bajo los dos experimentos, que el modelo es ineficiente para ajustar la serie original, en su primera entrega se observó el peor estadístico en el apartado del error porcentual medio del pronostico al obtener -40.28%, lo anterior al comparar valores pronosticados contra valores reales.

H_2 : El modelo multiplicativo de Winters describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP, ANFIS y simulación de Montecarlo.

El modelo multiplicativo de Winters obtuvo estadísticos de control relativamente certeros en las dos entregas de modelos, sin embargo las puntuaciones no son lo suficientemente precisas en comparación a los modelos de inteligencia artificial, por lo que no se le puede plantear como el mejor modelo. Bajo los resultados obtenidos el método se coloca por encima de los modelos ARIMA, de regresión en retrocesos y de simulación de Montecarlo.

H₃ : La regresión en retrocesos describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, redes neuronales MLP, ANFIS y simulación de Montecarlo.

Los resultados del modelo en cuestión presentaron un contrastaste inverso en sus dos entregas, es decir, en la primera entrega del modelo los estadísticos de control fueron los más correctos, por el contrario en la segunda entrega fueron los más imprecisos, como resultado de la falta de consistencia del modelo no se le podría juzgar como la mejor de las metodologías.

H₄ : El modelo de redes neuronales del tipo MLP describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, ANFIS y simulación de Montecarlo.

En sintonía con algoritmo del modelo se obtuvieron puntuaciones relativamente pequeñas en los referente a los errores cuadráticos medios (en las dos entregas del modelo), de igual manera el modelo es un tanto impreciso en su segunda entrega al reportar 32.37% en su respectivo error medio porcentual. Aunque el modelo expone comportamientos adecuados para ajustar y predecir el comportamiento futuro del precio de la plata, ellos no son suficientemente precisos para descartar como peores a los modelos ANFIS o multiplicativo de Winters, pero también cabe destacar que el modelo ofrece un error porcentual relativamente pequeño para el pronóstico de -18.8%, lo cual es congruente con todas las demás puntuaciones de estadísticos de control reportadas por la red neuronal, todo lo

anterior coloca al método como el mejor de entre los seis expuestos a lo largo del trabajo.

H₅ : El modelo ANFIS describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP y simulación de Montecarlo.

Las estimaciones del sistema de lógica difusa ANFIS fueron las más precisas en las dos entregas de modelos. La técnica solo fue superada por el modelo multiplicativo de Winters en el apartado del error porcentual medio de la segunda entrega de modelos. Por lo que respecta al pronóstico generado (con la ayuda de un modelo de tendencia de Holt) se muestra como la técnica es superada ampliamente por la regresión en retrocesos obteniendo puntuaciones cercanas a las obtenidas por la red neuronal artificial y el modelo multiplicativo de Winters. Por consiguiente la técnica es adecuada para ajustar los valores de la serie original, pero es ineficiente para predecir valores futuros, en consecuencia no se le puede adjudicar que sea el mejor modelo entre los seis estudiados.

H₆ : La simulación de Montecarlo describe mejor el comportamiento futuro del valor de una onza troy de plata pura en pesos mexicanos respecto a los modelos; ARIMA, multiplicativo de Winters, regresión en retrocesos, redes neuronales MLP, ANFIS.

Por la misma naturaleza del modelo solo se pueden comparar valores extrapolados, como única oportunidad se tuvo la primera entrega de modelos, juzgándose por la puntuación de -23.38% en el error medio del pronóstico, se puede concluir que la caminata aleatoria, escogida en particular, fue relativamente adecuada para predecir valores futuros en la serie de original de datos, siendo la tercera mejor de todas. Si bien es (poco) probable que el modelo pudiera predecir un comportamiento aleatorio lo bastante bueno para ser el mejor de todos, queda por demás demostrado que como metodología no es lo bastante certera para ofrecer mejores resultados a comparación de los otros cinco modelos estudiados.

Así entonces, y con base en toda la evidencia estadística obtenida en la realización del trabajo de tesis se concluye que una red neuronal del tipo MLP, con las características y variables de entradas utilizadas, fue la mejor metodología para predecir el valor futuro de una onza troy de plata pura de entre los seis modelos propuestos para tales fines.

Puede ser inquietud del lector juzgar como no confiables las fuentes de información que sirvieron de insumos para la generación de pronósticos. Es cierto que no se tuvo acceso a las series estadísticas que se utilizan en el sector bursátil ya que los costos de acceder a tales bases de datos suponían un coste considerable. Se cuidó que las fuentes de información fueran emitidas por organismos gubernamentales o de prestigio, o que las organizaciones que publicaran los datos expresaran una fuente de información confiable.

Se recomienda utilizar los modelos estudiados para medir la robustez estadística que puedan reportar en áreas tales como la predicción de índices accionarios, de indicadores macroeconómicos o de tendencias de mercado, en especial se recomienda para el mercado de materias primas.

Sin otro comentario más que agregar se espera que la lectura, total o parcial, del presente trabajo haya sido de utilidad para el lector, no sin antes hacer la necesaria mención acerca de que el enfoque de estas páginas fue para realizar un trabajo de investigación, lo más objetivo posible, y no se le deberá de tomar en cuenta como consejo de inversión.

Bibliografía

[1] Abu-Allaban Mahmoud; Gillies John A.;& Gertler Alan W.(2003), *Application of a multi-lag regression approach to determine on-road PM 10 and PM 2.5 emission rates* , *Atmospheric Environment*, No. 37 pág. 5157–5164, Estados Unidos. 2003

[2] Acosta-Cervantes M.C.; Villarreal-Marroquín M.G.; &Cabrera-Ríos M. (2013), *Estudio de validación de un método para seleccionar técnicas de pronóstico de series de tiempo mediante redes neuronales artificiales*, *Ingeniería. Investigación y Tecnología*, vol. XIV, núm. 1, enero-marzo, 2013, pp. 53-63. México

[3] Aksoy A.; Nursel O.;& Ozturk N.(2012), *A decision support system for demand forecasting in the clothing industry*, *Journal of Clothing Science and Technology* Vol. 24 No. 4, pp. 221-236, Irán*

[4] Amir Atiya(1991), *Learning algorithms for neural networks*, California Institute of technology, Estados Unidos.

[5] Barten A. Jonathan, Ciner Cetin, & Lucey M. Brian (2010), *The macroeconomic determinants of volatility in precious metals markets* , *Resources Policy*, No. 35 pag 65-71, Estados Unidos.

[6] Bermúdez J.D.;Segura J. V.;& Vercher E.(2007), *Holt–Winters Forecasting: An Alternative Formulation Applied to UK Air Passenger*, *Data Journal of Applied* ,Vol. 34, No. 9 pág.1075–1090, Estados Unidos

[7] Bernanke B.(2004), *H. Parker Willis Lecture in Economic Policy*, Washington and Lee University, Lexington, Virginia. Estados Unidos.

[8] Blose E. Laurence (2010), *Gold prices, cost of carry, and expected inflation*, No. 62 pág. 35-47, Estados Unidos

[9] Bogna Mrówczyńska; Lachacz Karolina; Tomasz Haniszewski; Śladkowski Aleksander; & Vilnius Gediminas (2012), *A comparison of forecasting the results of road transportation needs*, *Technical University*, Vol. 27pág.73-78, Polonia

[10] Bojanic N. Antonio (2010), *Evidence of Purchasing Power Parity in Silver-Backed Mexico and India*,Vol. 50 No.3, Australia y Nueva Zelanda

- [11] Bowerman Bruce L. ; O'Connel Richard T.; & Koehler Anne B.(2007), *Pronósticos, series de tiempo y regresión: Un enfoque aplicado*, Cengage Learning. Cuarta edición.
- [12] Brown R. James; Lax C. Lauren;& Petersen Bruce C.(2010), *Financial Market Crises and Natural Resource Production*, *International Review of Finance*, Vol. 10 No.1 pág. 92-124, Estados Unidos
- [13] Cabrera Llanos Agustín Ignacio;& Ortiz Arango Francisco (2011), *Pronóstico del rendimiento del IPC (Índice de Precios y Cotizaciones) mediante el uso de redes neuronales diferenciales*, *Contaduría y Administración*, vol. 57, núm. 2, abril-junio, 2012, pp. 63-81, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- [14] Chi-chen Wang; Yun-Sheng Hsub;& Liou Cheng-Hwai(2011), *A comparison of ARIMA forecasting and heuristic modelling*, *Applied finance economics*, No. 11 pág. 1095-1102, Taiwan
- [15] Chinn D. Menzie;& Coibon Oliver (2013), *The predictive content of commodity futures* , *The journal Futures Markets*, Vol. 00 No.0 pág. 1-38, Estados Unidos
- [16] Choi In;& Kurozumib Eiji (2012), *Model selection criteria for the leads-and-lags cointegrating regression*, *Journal of Econometrics*, No.169 pág.224–238
- [17] Codruța Făt Maria;& Dezsi Eva(2013), *Exchange rates forecasting: exponential smoothing techniques and ARIMA models*, University of Oradea, Rumania
- [18] Cortazar Gonzalo & Managia Shunsuke (2010), *Can oil prices help estimate commodity futures prices? The cases of copper and silver*, *Resources, Conservation and Recycling* No.56 pág.43–47, Japón
- [19] Cortez Osorio Juan M. (2009), *Desestacionalización x12 ARIMA con efecto calendario: Índice de Producción de la Industria Manufacturera*, *Revista chilena de economía y sociedad*, Vol.4 No.1 pág. 65-89, Chile
- [20] Cross Jessica(2009) ,*Prospects for Silver Supply and Demand* ,The London Bullion market association, Inglaterra.
- [21] Diebold Francis X., *Elements of forecasting*, South-western, cuarta edición.
- [22] Douglas Roberto Monteiro,Gorupb Luiz Fernando , Takamiyaa Aline Satie; Colla Ruvollo-Filho Adhemar; Rodrigues de Camargob Emerson; & Debora Barros Debora(2009), *The growing*

importance of materials that prevent microbial adhesion:antimicrobial effect of medical devices containing silver, International Journal of Antimicrobial Agents ,No. 34 pág. 103-110, Brasil.

[23] Dubnika Arita; Loca Dagnija;Reinis Aigars;Kodols Maris;& Berzina-Cimdina,(2013) *Impact of sintering temperature on the phase composition and antibacterial properties of silver-doped hydroxyapatite*, ; UIPAC, Vol. 85 No. 2, pág. 453-462.

[24] Dunn Jimmy (2013) , *Silver in the ancient Egypt*,Tour Egypt, <http://bit.ly/18Qil6B>, disponible al 28 de Mayo de 2013.

[25] Englund Robert K., *The construction of value in the ancient world*, capítulo 21, UCLA

[26] Federal Reserve Bank of Chicago(1994), *Modern Money Mechanics: a workbook in bank reserves and deposit expansion*

[27] Gruen Sara, *The Chinese Monetary System: From Ancient Times to the Early Modern Period, Money and Banking*

[28] Gutiérrez Urzúa Mauricio I.(2006), *Proyección del ratio de pago de dividendos a través de la simulación de Montecarlo*, Horizontes empresariales, Universidad de Bio-Bio, Chile

[29] Hizbur Rab(2010),*Freedom, justice and peace possible only with correct wealth measurement with a unit of wealth as currency*, Humanomics, Vol. 26 No. 01, India.

[30] Huwiler Marco; & Kaufmann Daniel (2013), *Combining disaggregate forecasts for inflation:The SNB's ARIMA model*, , Swiss National Bank Economic Studies, No. 7, Suiza

[31] Iroha, I. ; Esimon C. O.; Orji J. O. ; Imomoh, O. O., (2007),*Antibacterial efficacy of colloidal silver alone and in combination with other antibiotics on isolates from wound Infections* , Iroha, I.; Esimone C. O.; Orji J. O.; & Imomoh, O. O.; Department of Applied Microbiology Ebonyi state University Abakaliki, Nigeria.Department of Pharmaceutics, University of Nigeria, Nsukka, Nigeria.

[32] Isasi Felipe (2008), *Perú: país minero, ministerio de energía y minas*. Perú.

[33] Jessey R. David (2008), *Geology and Ore Genesis of Silver–Barite Mineralization in the Central Mojave Desert, CA* ,Geological Sciences Department ,California Polytechnic University-Pomona, Estados Unidos.

[34] Jing-Rong Changa, Liang-Ying Weib, &Ching-Hsue Chengc(2011), *A hybrid ANFIS model based on AR and volatility for TAIEX forecasting* , Applied Soft Computing No. 11 pág.1388–1395

[35] Keynes Maynard Jonh(1919), *The Economic consequences of Peace*,editorial Brace & Howe, tercera edición.

- [36] Klose Christoph ; Pircher Marion ; & Sharma Stephan (2004), *Univariate time series forecasting*, University of Vienna, Austria.
- [37] Lasic Vesna; Saponjic Zoran; Vodnik Vesna; Dimitrijevic; Jovancic Petar; Nedeljkovic;& Redetic Maja(2011), *The study of antibacterial activity and stability of dyed cotton fabrics modified with different forms of silver*, Journal Serbian Chemical Society, Serbia.
- [38] Maloney Mike(2008), *Guía para invertir en oro y plata*, editorial Aguilar, primera edición.
- [39] Montes Francisco;& Sala Ramón(2012), *Equilibrio competitivo en la Liga española de fútbol de la Primera División: Un test de Montecarlo basado en datos funcionales*, Estudios de Economía Aplicada Vol. 30 No. 2, pág. 523-526
- [40] Narayan Paresch Kumar; Liu Ruipeng (2011), *Are shocks to commodity prices persistent?*, Applied Energy, No. 88 pág. 409-416, Australia
- [41] Pierdziocha C.; Rülkeb Jan-Christoph;& Stadtmann Georg(2013), *A note on forecasting the prices of gold and silver: Asymmetric loss and forecast rationality*, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, QUAECO No.718, Estados Unidos
- [42] Ponce Cruz Pedro, *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*, editorial Alfaomega, primera edición.
- [43] Redish Angela;& Weber E. Warren(2011), *A model of the monetary system of Mediaeval Europe*, University of British Columbia.
- [44] Ribeiro Diniz Carlos Alberto; & Pedrozo Rodrigues Camila (2008), *The lag length of a dynamic regression model: a comparative study*, American Institute of Physics, No. 978-0-7354-0604-9/08, 2008, Estados Unidos
- [45] Roache K. Shaun(2010), *The effects of economic news on commodity prices*, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, No. 50 pág. 377-385, Estados Unidos
- [46] Sadrmomtazi A. ; Sobhani J. ;& Mirgozar M.A.(2013), *Modeling compressive strength of EPS lightweight concrete using regression, neural network and ANFIS*, *Construction and Building Materials* No.42 pág. 205–216, Irán
- [47] Saldaña-Robles Adriana; Jöns S.; Saldaña-Roble, N.;& Damián Ascencio (2010), *Pronósticos para el Rendimiento Del Trigo Usando Redes Neuronales Artificiales*, Conciencia Tecnológica, núm. 40, julio-diciembre, pp. 25-28 Instituto Tecnológico de Aguascalientes, México
- [48] Scheidel Walter, *The divergent evolution of coinage in eastern and western Eurasia*, Stanford University, Princeton/Stanford Working Papers in Classics , Estados Unidos

- [49] Spigel M.R.; Schiller, J.; Srinivasan R.A., *Teoría y problemas de probabilidad y estadística*, segunda edición, editorial Mc. Graw Hill
- [50] Svozil Daniel; Kvanieka Vladimir; &Pospichal Jie(1997), *Introduction to multi-layer feed-forward neural networks*, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems No.39 pág.43-62
- [51] Tektaş Mehmet (2010), *Weather Forecasting Using ANFIS and ARIMA Models: A Case Study for Istanbul*, Environmental Research, Engineering and Management, . No. 1 (51), Pág. 5 - 10, Turquía
- [52] The Silver Institute (2012), *World Silver Survey 2012: A Summary*, Thomson Reuters, Inglaterra, Estado Unidos.
- [53] Uko Aham Kelvin;& Nkoro Emeka(2012), *Inflation Forecasts with ARIMA, Vector Autoregressive and Error Correction Models in Nigeria*, European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences, No. 50, Seychelles
- [54] Vargas Martínez Jorge Enrique(2005), *Modelo Multiplicativo de Winters/ Proceso Estacional/ Suavización exponencial de Winters*, Instituto tecnológico superior de Calkini en el estado de Campeche.México.
- [55] Viada Aguilera Francisco;& Espinosa Franco Juan (2010),*Procedimiento para estimar el extractable del níquel con una red neuronal artificial, en sustitución de los modelos estadísticos tradicionales*, Ciencias Holguín, vol. XVI No. 3, pág. 1-15, Cuba
- [56] Weinberg Jack (2010), *Introducción a la Contaminación por Mercurio para las ONG*, International POPs Elimination Program Network, pág. 92.
- [57] Yayar Rüstü; Hekim Mahmut; Yilmaz Veysel; & Bakirci Fehim(2011), *A comparison of ANFIS and ARIMA techniques in the forecasting of electric energy consumption of Tokat province in Turkey*, Journal of economics and social studies, Vol. 1 No. 2, Bosnia y Herzegovina

ANEXOS

En virtud de no entorpecer el cuerpo del trabajo de investigación se presenta en esta sección resultados que por su naturaleza pudieron resultar repetitivos u obvios para una explicación eficiente de los modelos.

Los anexos se constituyen por la presentación de las proporciones óptimas de metales preciosos en diferentes tasas referenciales (Anexo A), la explicación de los componentes que se utilizaron como variables de entrada en la red neuronal (Anexo B), los resultados del modelo de lógica difusa ANFIS (Anexo C), y la colección de gráficas de las estimaciones y predicciones de los distintos modelos tratados en la tesis, en sus dos respectivas entregas. (Anexo D)

Anexo A.- Proporciones optimas de metales preciosos suponiendo niveles mínimos de utilidad y riesgo, en diferentes tasas referenciales.

A.1 Proporciones optimas con un nivel máximo de volatilidad de 5%

País	Proporción invertida en Plata (SLV)	Proporción invertida en Oro (GLD)	Proporción invertida en el Dow Jones	Porcentaje invertida en renta fija	Tasa referencial	Tasa de retorno maximizada
Australia	1.322%	2.790%	0%	95.888%	3.00%	3.101%
China	0%	0%	0%	100%	6.00%	6.00%
Alemania	1.100%	2.867%	1.120%	94.914%	0.75%	0.954%
Reino Unido	1.090%	2.843%	1.212%	94.855%	0.50%	0.717%
México	1.323%	2.790%	0%	95.888%	4.00%	4.606%
Brasil	0%	0%	0%	100%	7.5%	7.5%
Sudáfrica	1.843%	1.676%	0%	96.481%	5%	5.020%
Corea del Sur	1.178%	2.983%	0%	95.839%	2.75%	2.862%

Estados Unidos	1.080%	2.819%	1.294%	94.807%	0.25%	0.480%
-----------------------	--------	--------	--------	---------	-------	--------

**A.2.-Proporciones optimas con un nivel mínimo de utilidad
con una utilidad mayor o igual a 4%**

País	Proporción invertida en Plata (SLV)	Proporción invertida en Oro (GLD)	Proporción invertida en el Dow Jones	Porcentaje invertida en renta fija	Tasa referencial	Minimización de la volatilidad
Australia	11.820%	29.289%	0%	58.891%	3.00%	49.44
China	0%	0%	0%	100%	6.00%	0
Alemania	17.492%	45.612%	17.815%	19.081%	0.75%	79.53
Reino Unido	17.566%	45.827%	19.547%	17.058%	0.50%	80.61
México	0.014%	0%	0.016%	99.970%	4.00%	0.04
Brasil	0%	0%	0%	100%	7.5%	0
Sudáfrica	0%	0%	0%	100%	5%	0
Corea del Sur	13.202%	33.441%	0%	53.357%	2.75%	56.04
Estados Unidos	17.610%	45.957%	21.096%	15.336%	0.25%	81.51

Los resultados mostraron que para los casos en los cuales la tasa referencial fue menor que 4% entonces la tasa de retorno global de la inversión fue igual que la tasa referencial del país en cuestión.

Anexo B.- Discusión de Componentes

B.1 Componentes (Ene 1984- Oct. 2010)

B.1.1 Clasificación “Materias Primas”

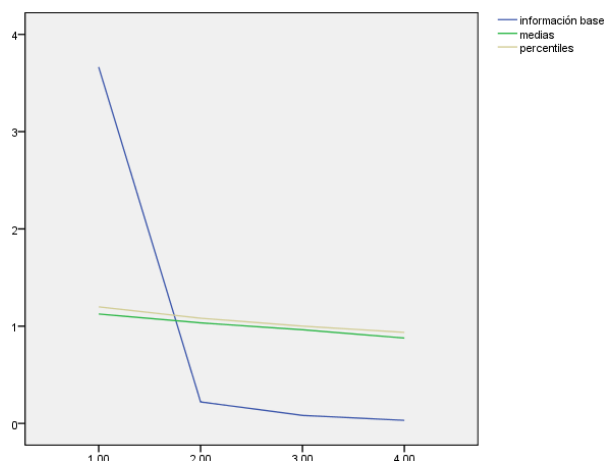
Los resultados para el primer componente, *materias primas*, fueron los siguientes (ya no se realizará una discusión tan amplia como con la discusión del componente alimentos, a menos que alguna puntuación en los tabulados así lo demande):

La comparativa de los *eigenvalues* contra sus respectivos percentiles fue la siguiente:

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	3.664892	1.124970	1.198337
2.000000	.221222	1.034075	1.081559
3.000000	.082350	.963127	1.000423
4.000000	.031536	.877829	.936285

Gráficamente...



Así también para analizar la información es adecuado extraer un solo componente.

Estadísticas descriptivas

	Media	Desviación estándar	N
Oro_MXN	3466.4862	3681.93502	322
Oil_MXN	273.9587	318.04697	322
Agr_Raw_MXN	697.8519	449.49900	322
Metals_MXN	665.7525	675.68925	322

KMO y Barlett Pruebas

Kaiser-Meyer-Olkin medida de adecuación de la muestra		.845
Prueba de esfericidad de Barlett	Approx. Chi-Cuadrada	1965.032
	df	6
	Sig.	.000

Total Varianza Explicada

Component	Eigenvalues iniciales			Extraccion de la carga de suma de cuadrados		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	3.665	91.622	91.622	3.665	91.622	91.622
2	.221	5.531	97.153			
3	.082	2.059	99.212			
4	.032	.788	100.000			

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Puntuaciones en componente, matriz de coeficientes

	Component
	1
Oro_MXN	.263
Oil_MXN	.264
Agr_Raw_MXN	.249
Metals_MXN	.269

Extraction Method:
Principal Component
Analysis.
Puntuaciones en
componente.

Comunalidades

	Initial	Extraction
Oro_MXN	1.000	.930
Oil_MXN	1.000	.936
Agr_Raw_MXN	1.000	.830
Metals_MXN	1.000	.969

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Matriz de componentes^a

	Component
	1
Oro_MXN	.964
Oil_MXN	.968
Agr_Raw_MXN	.911
Metals_MXN	.984

Método de extracción:
análisis de
componentes
principales.

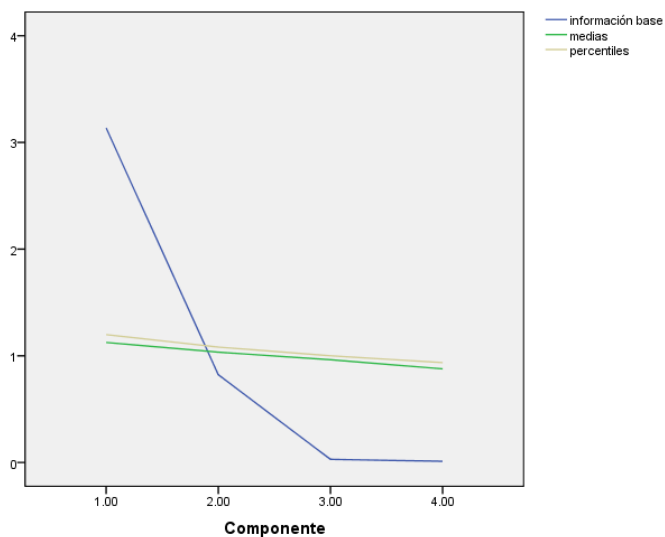
a. 1 componente
extraído.

B.1.2. Clasificación “índices”

De manera similar las puntuaciones de la clasificación de variables *índices* se obtuvieron con el siguiente proceso:

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	3.136839	1.124970	1.198337
2.000000	.822729	1.034075	1.081559
3.000000	.029321	.963127	1.000423
4.000000	.011112	.877829	.936285



Cabe hacer primera mención sobre el comportamiento de las matriz de componentes y las comunalidades, dado que el déficit en los Estados Unidos toma valores positivos y negativos (superávit) la variable no se comporta igual que las otras tres involucradas en el componente, por lo que no se contabiliza de manera adecuada una correlación y la explicación de la varianza por el componente es muy baja con un valor del 25.5%.

	Componen.
	1
Dow_Jones_MXN	.966
Total_manu_MXN	.985
Credito_MXN	.989
Deficit_US_MXN	.505

Extraction Method: Análisis de componentes principales.

a. 1 componente extraído

	Initial	Extraction
Dow_Jones_MXN	1.000	.934
Total_manu_MXN	1.000	.970
Credito_MXN	1.000	.978
Deficit_US_MXN	1.000	.255

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Pero en virtud de mantener amplio el espectro de variables macroeconómicas del modelo explicativo se decidió dejar la variable concerniente al déficit estadounidense, aunque estas puntuaciones ameritarían posiblemente a la variable si se cumple la prueba KMO en un valor mayor a 0.6 (en .727), lo que descarta la ejecución de un análisis factorial.

	Medias	Desviación Estandar	N
Dow_Jones_MXN	60114.2137	51384.83303	322
Total_manu_MXN	2.3610E6	1.76455E6	322
Credito_MXN	1.2391E7	1.08851E7	322
Deficit_US_MXN	191298.5729	6.26643E5	322

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.727
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	2257.705
	df	6
	Sig.	.000

Total de la varianza explicada

Component	Eigenvalues iniciales			Extraccion de las cargas de la suma de cuadrados		
	Total	% of Varianza	Acumulado %	Total	% of Varianza	Acumulado %
1	3.137	78.421	78.421	3.137	78.421	78.421
2	.823	20.568	98.989			
3	.029	.733	99.722			
4	.011	.278	100.000			

Método de extracción: análisis de componentes principales.

**Punciones del componente,
matriz de coeficientes**

	Component
	1
Dow_Jones_MXN	.308
Total_manu_MXN	.314
Credito_MXN	.315
Deficit_US_MXN	.161

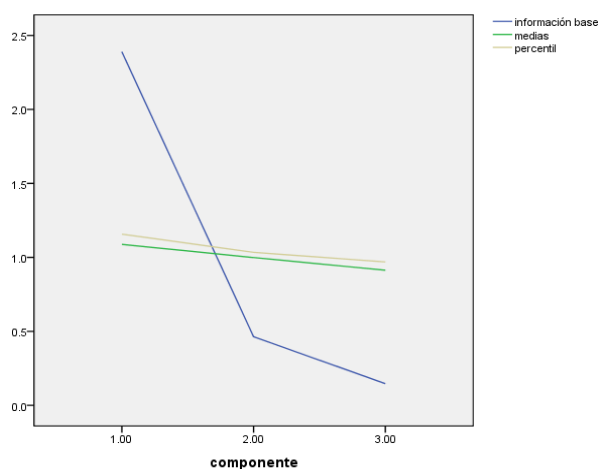
Método de extracción:
análisis de componentes
principales, puntuación del
componente

B.1.3. Clasificación “Moneda de Reserva”

Así mismo para la tercera clasificación *moneda de reserva* se obtuvieron los siguientes resultados para su análisis paralelo y análisis de componentes principales:

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	2.389870	1.087928	1.157156
2.000000	.463510	.998770	1.034044
3.000000	.146620	.913302	.969218



KMO y Bartlett Pruebas			Estadísticas descriptivas			
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.					.674	
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	580.117	M2_sea_MXN	4633.2283	1853.59992	322
	df	3	DTWEXM	93.6146	14.38793	322
	Sig.	.000	DGS10	6.3506	2.26207	322

Es claro que la prueba KMO es relativamente baja a comparación a los otros 3 componentes analizados, en un rango de 0.6 a 0.8 queda a discreción del investigador modificar o eliminar la colección de variables. Subjetivamente se cree que al aglomerar un indicador de fortaleza de dólar, la oferta monetaria (M2), y también adicionar una tasa referencial, el estadístico *KMO* no resulta del más confiable dado que las variables son de diferentes naturalezas. Por ejemplo; el déficit norteamericano en ocasiones alcanzo valores negativos (superávit), las tasa escogida representa la proporción de un retorno, mas no una cantidad y la oferta monetaria toma un comportamiento exponencial desde los rescates bancarios de 2008.

En virtud de abarcar lo más posible el comportamiento histórico de una economía en general, tomando variables relevantes, se decidió también adicionar como variable de entrada, en el modelo de redes neuronales, al componente resultante.

Total de la varianza explicada						
Component	Eigenvalues iniciales			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	2.390	79.662	79.662	2.390	79.662	79.662
2	.464	15.450	95.113			
3	.147	4.887	100.000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Comunalidades		
	Initial	Extraction
M2_sea_MXN	1.000	.882
DTWEXM	1.000	.670
DGS10	1.000	.838

Extraction Method: Principal Component Analysis.

**Puntuaciones del
componente, matriz de
coeficientes**

	Component
	1
M2_sea_MXN	.393
DTWEXM	.343
DGS10	-.383

Método de extracción:
análisis de
componentes
principales,
puntuaciones de los
componentes

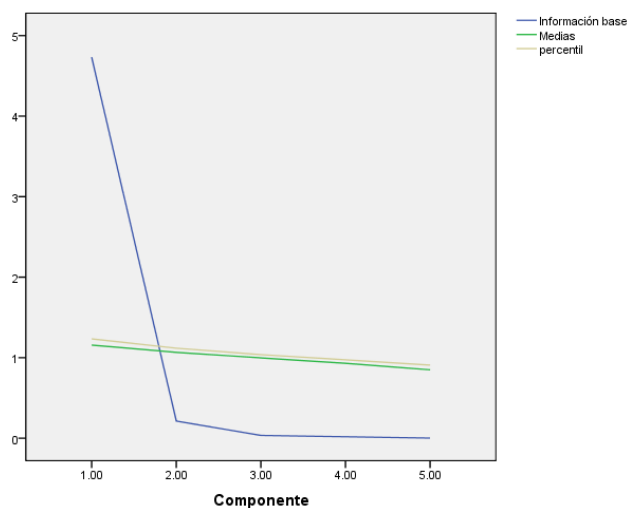
Siguiendo el comportamiento esperado que marca la relación entre oferta monetaria y tasas de interés, la cual es una relación tradicionalmente inversa, el valor del coeficiente en la regresión es negativo para la tasa de interés del bono a 10 años.

B.1.4. Clasificación “Sociales”

Por último se enuncian las estadísticas reportadas para el quinto componente *sociales*:

Eigenvalues, & Medias y valores de los percentiles en eigenvalues

Root	Raw Data	Means	Prcntyle
1.000000	4.732875	1.156133	1.233613
2.000000	.212747	1.066299	1.117839
3.000000	.034683	.997709	1.037149
4.000000	.017979	.930042	.973760
5.000000	.001716	.849817	.908334



Comunalidades

	Initial	Extraction
Social_Benefits_MXN	1.000	.978
Energy_consumtion	1.000	.825
Ave_House_Price_MXN	1.000	.978
Personal_Income_MXN	1.000	.990
Mid_Term_Population	1.000	.962

Método de extracción: análisis de componentes principales.

KMO y Bartlett Pruebas

Kaiser-Meyer-Olkin Medida de Adecuación del muestreo		.821
Bartlett's Prueba de esfericidad	Approx. Chi-Square	4376.492
	df	10
	Sig.	.000

Matriz de Componentes^a

	Component
	1
Social_Benefits_MXN	.989
Energy_consumtion	.909
Ave_House_Price_MXN	.989
Personal_Income_MXN	.995
Mid_Term_Population	.981

Método de extracción: análisis de componentes principales.

a. 1 componente extraído

Puntuaciones de componentes,
Matriz de coeficientes

	Component
	1
Social_Benefits_MXN	.209
Energy_consumtion	.192
Ave_House_Price_MXN	.209
Personal_Income_MXN	.210
Mid_Term_Population	.207

Método de extracción: análisis de componentes principales.
Puntuaciones del componente

En este análisis de componentes principales se observan adecuados en los niveles de la prueba KMO, la varianza total explicada por el componente extraído es casi el entero de varianza entre las variables, las correlaciones de las variables

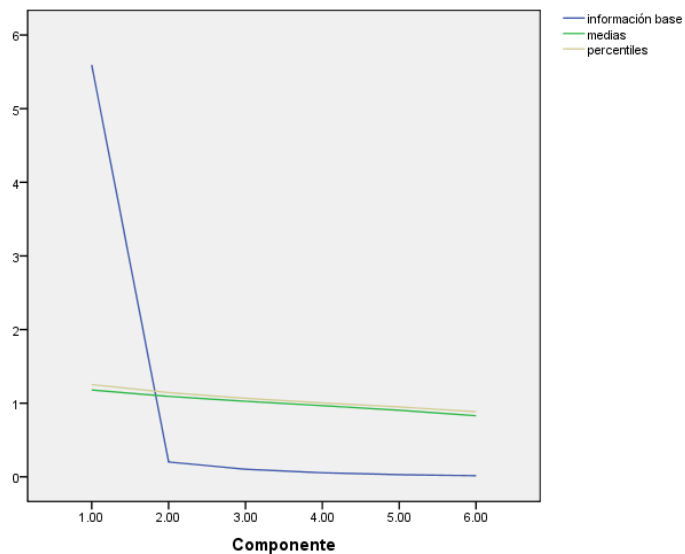
B.2 Componentes (Ene.1984- Feb. 2013)

B.2.1. Componente “Alimentos”

Como en el anterior caso de describir primeramente los componentes que servirán de insumo para la red neuronal, entonces pues se empezará de la misma forma describiendo el cuarto componente *Alimentos*:

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	5.592171	1.179695	1.253066
2.000000	.202351	1.092706	1.144159
3.000000	.103637	1.026369	1.066160
4.000000	.056013	.967359	1.004406
5.000000	.029944	.904360	.949369
6.000000	.015885	.829510	.884819



Se concluye que solo es necesario un componente para explicar la varianza entre las variables acogidas.

Estadísticas Descriptivas

	Media	Desviación estándar	N
BARLEY_MXN	916.5174	833.42301	350
RICE_MXN	2625.9647	2456.97764	350
MILD_ARABICAS_MXN	935.5761	820.75409	350
SUGAR_MXN	92.0030	87.70852	350
CORN_MXN	1081.5303	1024.92005	350
WHEAT_MXN	1410.7762	1216.78061	350

Total de varianza explicada

Componente	Eigenvalues iniciales			Total	% de la varianza	Acumulado %
	Total	% de la varianza	Acumulado %			
1	5.592	93.203	93.203	5.592	93.203	93.203
2	.202	3.373	96.575			
3	.104	1.727	98.303			
4	.056	.934	99.236			
5	.030	.499	99.735			
6	.016	.265	100.000			

Se observa la puntuación de la prueba KMO que es particular alta en comparación a los componentes anteriormente realizados, y se mejoro

ligeramente el estadístico en comparación a su puntuación de su contraparte en la primera entrega de modelos.

Pruebas KMO y de Bartlett

Kaiser-Meyer-Olkin Medida de adecuación del modelo		.903
Prueba de esfericidad de Bartlett	Approx. Chi-cuadrada	4388.090
	gl	15
	Sig.	.000

Comunalidades

	Initial	Extraction
BARLEY_MXN	1.000	.951
RICE_MXN	1.000	.913
MILD_ARABICAS_MXN	1.000	.902
SUGAR_MXN	1.000	.908
CORN_MXN	1.000	.969
WHEAT_MXN	1.000	.948

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Matriz de componentes

	Compon.
	1
BARLEY_MXN	.975
RICE_MXN	.956
MILD_ARABICAS_MXN	.950
SUGAR_MXN	.953
CORN_MXN	.985
WHEAT_MXN	.974

Las *comunalidades* y la matriz de componentes reportan niveles superiores a 0.9 lo que indica de manera análoga al análisis realizado con el periodo enero 1984 – octubre 2010 que cada variable presentada en el modelo se correlaciona de manera eficiente con el componente realizado y la varianza que explica el componente.

Total de varianza explicada

Componente	Eigenvalues iniciales			Total	% de la varianza	Acumulado %
	Total	% de la varianza	Acumulado %			
1	5.592	93.203	93.203	5.592	93.203	93.203
2	.202	3.373	96.575			
3	.104	1.727	98.303			
4	.056	.934	99.236			
5	.030	.499	99.735			
6	.016	.265	100.000			

Así también el componente explica la variabilidad de todas las series temporales en un 93.2 %.

Puntuaciones en componente, matriz de coeficientes

	Compon.
	1
BARLEY_MXN	.174
RICE_MXN	.171
MILD_ARABICAS_MXN	.170
SUGAR_MXN	.170
CORN_MXN	.176
WHEAT_MXN	.174

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Puntuaciones del componente

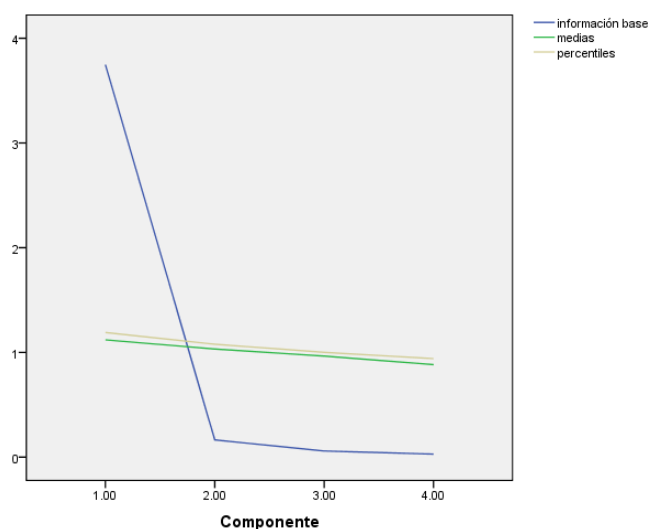
Se hace mención del vector de coeficientes para generar la puntuación en el componente extraído.

B.2.2. Componente “Materias primas”

En el mismo orden, se obtuvieron las siguientes puntuaciones del análisis de componentes principales para la clasificación *materias primas*:

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	3.749299	1.119460	1.189801
2.000000	.163896	1.032386	1.077788
3.000000	.058276	.964712	1.000613
4.000000	.028528	.883442	.940453



Estadísticas descriptivas

	Media	Desviación estándar	N
ORO_MXN	4829.8392	5859.82977	350
Agri_Raw_mat_MXN	787.4474	528.31206	350
Metals_MXN	826.9609	850.28176	350
Oil_MXN	366.4156	435.99182	350

Total de varianza explicada

Componente	Eigenvalues iniciales			Extracción de la carga de suma de cuadrados		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	3.749	93.732	93.732	3.749	93.732	93.732
2	.164	4.097	97.830			
3	.058	1.457	99.287			
4	.029	.713	100.000			

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Puntuaciones en componente, matriz de coeficientes

	Compon.
	1
ORO_MXN	.258
Agri_Raw_mat_MXN	.250
Metals_MXN	.263
Oil_MXN	.262

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Puntuaciones en componente.

Comunalidades

	Inicial	Extracción
ORO_MXN	1.000	.937
Agri_Raw_mat_MXN	1.000	.881
Metals_MXN	1.000	.970
Oil_MXN	1.000	.962

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Matriz de componentes

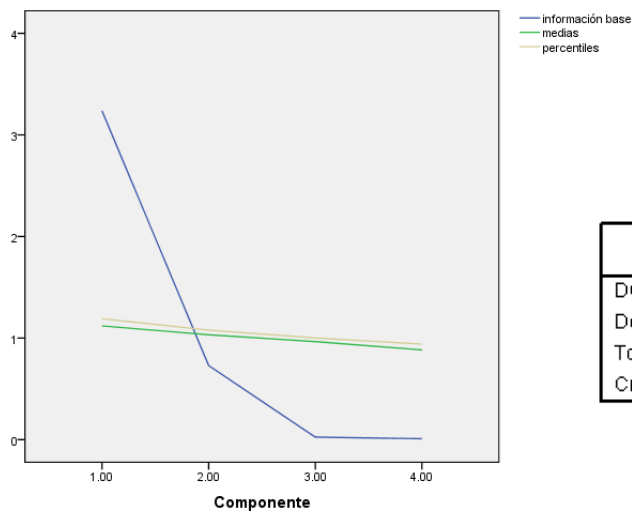
	Compon.
	1
ORO_MXN	.968
Agri_Raw_mat_MXN	.938
Metals_MXN	.985
Oil_MXN	.981

Método de extracción: análisis de componentes principales.

B.2.2. Componente “índices”

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	3.237587	1.119460	1.189801
2.000000	.729160	1.032386	1.077788
3.000000	.024421	.964712	1.000613
4.000000	.008831	.883442	.940453

**Estadísticas Descriptivas**

	Media	Desviación estándar	N
DOW_JONES_MXN	68050.7142	56298.32401	350
Deficit_us_MXN	275464.3478	7.24745E5	350
Total_manu_MXN	2.6478E6	1.95700E6	350
Credito_MXN	1.4046E7	1.18936E7	350

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Medida de adecuación del modelo		.749
Prueba de esfericidad de Bartlett	Approx. Chi-cuadrada	2629.969
	gl	6
	Sig.	.000

Comunalidades

	Inicial	Extracción
DOW_JONES_MXN	1.000	.937
Deficit_us_MXN	1.000	.358
Total_manu_MXN	1.000	.968
Credito_MXN	1.000	.975

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

Matriz de componentes

	Compon.
	1
DOW_JONES_MXN	.968
Deficit_us_MXN	.598
Total_manu_MXN	.984
Credito_MXN	.987

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

Total de varianza explicada

Component	Eigenvalues iniciales			Extracción de las cargas del error cuadrático.		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	3.238	80.940	80.940	3.238	80.940	80.940
2	.729	18.229	99.169			
3	.024	.611	99.779			
4	.009	.221	100.000			

Método de extracción: Análisis de componentes principales.

**Puntuaciones en componente,
matriz de coeficientes**

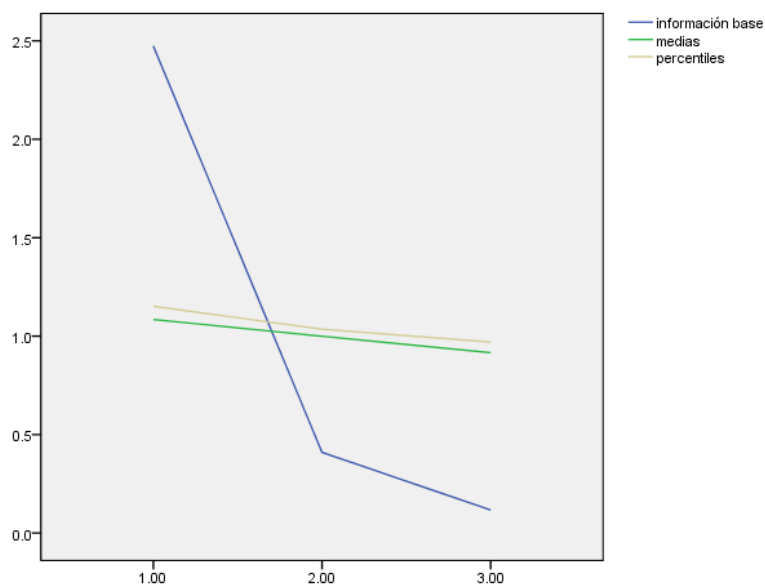
	Component
	1
DOW_JONES_MXN	.299
Deficit_us_MXN	.185
Total_manu_MXN	.304
Credito_MXN	.305

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Puntuaciones en componente.

B.2.3 Componente “Moneda de Reserva”

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	2.473508	1.084502	1.151764
2.000000	.409774	.999544	1.035157
3.000000	.116719	.915954	.969958



	Componente		
	Media	Desviación estándar	N
M2_sea_adj_MXN	45232.4283	39598.82872	350
DGS10	6.0282	2.43718	350
DTWEXM	91.9158	14.96441	350

Pruebas KMO y de Barlett

Kaiser-Meyer-Olkin Medida de adecuación de la muestra		.676
Prueba de esfericidad de Bartlett	Approx. Chi-Cuadrada	741.028
	gl	3
	Sig.	.000

Comunalidades

	Initial	Extraction
M2_sea_adj_MXN	1.000	.853
DGS10	1.000	.906
DTWEXM	1.000	.715

Matriz de componentes

	Compon.
	1
M2_sea_adj_MXN	-.923
DGS10	.952
DTWEXM	.845

Método de extracción:
análisis de componentes
principales.

Total de la varianza explicada

Componente	Eigenvalues iniciales			Extracción de la carga de suma de cuadrados		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	2.474	82.450	82.450	2.474	82.450	82.450
2	.410	13.659	96.109			
3	.117	3.891	100.000			

Método de extracción: análisis de componentes principales.

**Puntuaciones en componente,
matriz de coeficientes**

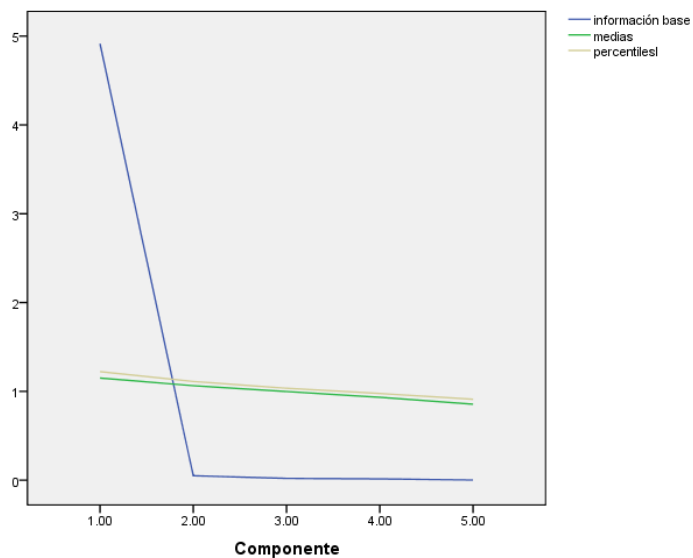
	Component
	1
M2_sea_adj_MXN	-.373
DGS10	.385
DTWEXM	.342

Método de extracción:
análisis de componentes
principales.
Puntuaciones en
componente.

B.2.5. Componente “Sociales”

Eigenvalues, medias y valores aleatorios de los percentiles en eigenvalues

Compon.	Eigenval	Medias	Prcentil
1.000000	4.914121	1.149661	1.222118
2.000000	.050155	1.063589	1.111040
3.000000	.019772	.997909	1.034780
4.000000	.014335	.933108	.976148
5.000000	.001616	.855733	.910879



Estadísticas descriptivas

	Media	Desviación estándar	N
SOCIAL_BENEFITS_MXN	3626.3352	3068.94265	350
ENERGY_CONSUMPTION_MXN	1177.5690	998.22403	350
AVE_HOUSE_PRICE_MXN	1.3996E6	1.06680E6	350
PERSONAL_INCOME_MXN	70474.3390	57206.63021	350
MID_TERM_POPULATION	275534.7257	24542.06481	350

Pruebas KMO y de Bartlett

Kaiser-Meyer-Olkin Medida de adecuación de la muestra		.836
Prueba de esfericidad de Bartlett	Approx. Chi-cuadrada	5542.904
	gl	10
	Sig.	.000

Total varianza explicada

Compon.	Eigenvalues iniciales			Extracción de la carga de suma de cuadrados		
	Total	% de la varianza	Acumulado %	Total	% de la varianza	Acumulado %
1	4.914	98.282	98.282	4.914	98.282	98.282
2	.050	1.003	99.286			
3	.020	.395	99.681			
4	.014	.287	99.968			
5	.002	.032	100.000			

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Comunalidades

	Initial	Extraction
SOCIAL_BENEFITS_MXN	1.000	.985
ENERGY_CONSUMPTION_MXN	1.000	.976
AVE_HOUSE_PRICE_MXN	1.000	.983
PERSONAL_INCOME_MXN	1.000	.997
MID_TERM_POPULATION	1.000	.973

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Matriz de componentes

	Componen.
	1
SOCIAL_BENEFITS_MXN	.993
ENERGY_CONSUMPTION_MXN	.988
AVE_HOUSE_PRICE_MXN	.991
PERSONAL_INCOME_MXN	.999
MID_TERM_POPULATION	.986

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Puntuaciones en componente, matriz de coeficientes

	Component
	1
SOCIAL_BENEFITS_MXN	.202
ENERGY_CONSUMPTION_MXN	.201
AVE_HOUSE_PRICE_MXN	.202
PERSONAL_INCOME_MXN	.203
MID_TERM_POPULATION	.201

Método de extracción: análisis de componentes principales.
Puntuaciones en componente.

Anexo C Comportamientos de las épocas en el Modelo ANFIS

Para obtener los valores de la variables de salida se utiliza el siguiente programa donde la

Variable *out* son los valores que se están buscando, *data* son las variables correspondientes al par de variables de los datos originales y con un retroceso *dataR* es el par de variables con 2 y tres retrocesos:

```
%Variables de entrenamiento y revisión
```

```
data=Ag_mxn01;
```

```
dataR=Ag_mxn23;
```

```
trndata=data;
```

```
chkdata=dataR
```

```
nummfs=3; %número de funciones de membrecía
```

```

mftype='gaussmf'; % tipo de función de membresía
fismat=genfis1(trndata,nummfs,mftype);
%Número de épocas
numepochs=40;
%Anfis
[fismat1,trnerr,fismat2,chkerr]=anfis(trndata,fismat,numepochs,NaN,chkdata);
out=evalfis(chkdata(:,1),fismat1);

```

C.1 Resultados del modelo ANFIS en 40 épocas, para la serie estadística enero 1984-diciembre 2010

ANFIS info:

Number of nodes: 16

Number of linear parameters: 6

Number of nonlinear parameters: 6

Total number of parameters: 12

Number of training data pairs: 322

Number of checking data pairs: 0

Number of fuzzy rules: 3

Start training ANFIS ...

1 6.24884

2 6.24883

3 6.24882

4 6.24882

5 6.24881

Step size increases to 0.011000 after epoch 5.

6 6.2488

7 6.24879

8 6.24879

9 6.24878

Step size increases to 0.012100 after epoch 9.

10 6.24877

11 6.24876

12 6.24875

13 6.24874

Step size increases to 0.013310 after epoch 13.

14 6.24873

15 6.24872

16 6.24871

17 6.2487

Step size increases to 0.014641 after epoch 17.

18 6.24869

19 6.24868

20 6.24867

21 6.24866

Step size increases to 0.016105 after epoch 21.

22 6.24865

23 6.24864

24 6.24863

25 6.24862

Step size increases to 0.017716 after epoch 25.

26 6.2486

27 6.24859

28 6.24858

29 6.24857

Step size increases to 0.019487 after epoch 29.

30 6.24855

31 6.24854

32 6.24852

33 6.24851

Step size increases to 0.021436 after epoch 33.

34 6.2485

35 6.24848

36 6.24846

37 6.24845

Step size increases to 0.023579 after epoch 37.

38 6.24843

39 6.24842

40 6.2484

Designated epoch number reached --> ANFIS training completed at epoch 40.

C.2 Resultados del modelo ANFIS en 40 épocas, para la serie estadística enero 1984-febrero 2013

ANFIS info:

Number of nodes: 16

Number of linear parameters: 6

Number of nonlinear parameters: 6

Total number of parameters: 12

Number of training data pairs: 350

Number of checking data pairs: 0

Number of fuzzy rules: 3

Start training ANFIS ...

1 10.2309

2 10.2309

3 10.2308

4 10.2308

5 10.2307

Step size increases to 0.011000 after epoch 5.

6 10.2307

7 10.2307

8 10.2306

9 10.2306

Step size increases to 0.012100 after epoch 9.

10 10.2305

11 10.2305

12 10.2304

13 10.2304

Step size increases to 0.013310 after epoch 13.

14 10.2303

15 10.2303

16 10.2302

17 10.2302

Step size increases to 0.014641 after epoch 17.

18 10.2301

19 10.2301

20 10.23

21 10.2299

Step size increases to 0.016105 after epoch 21.

22 10.2299

23 10.2298

24 10.2298

25 10.2297

Step size increases to 0.017716 after epoch 25.

26 10.2296

27 10.2296

28 10.2295

29 10.2294

Step size increases to 0.019487 after epoch 29.

30 10.2294

31 10.2293

32 10.2292

33 10.2291

Step size increases to 0.021436 after epoch 33.

34 10.229

35 10.229

36 10.2289

37 10.2288

Step size increases to 0.023579 after epoch 37.

38 10.2287

39 10.2286

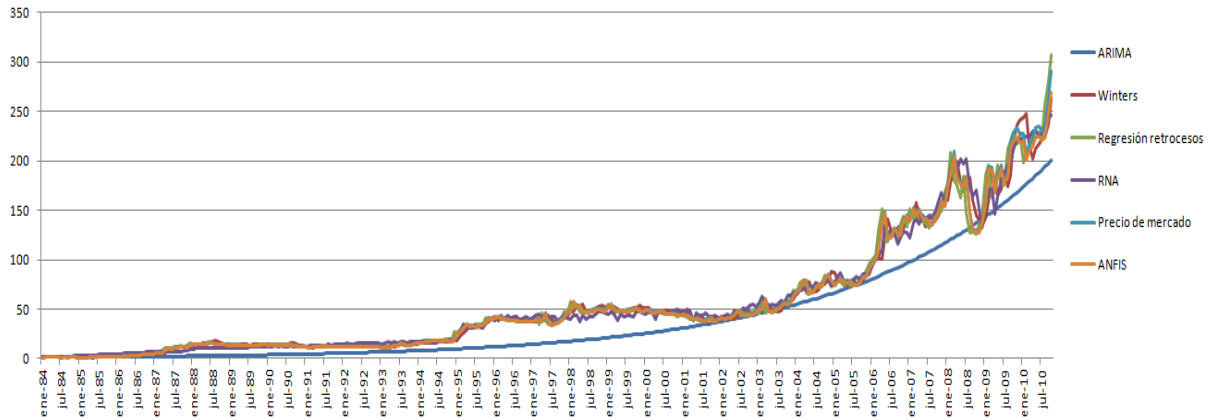
40 10.2285

Designated epoch number reached --> ANFIS training completed at epoch 40.

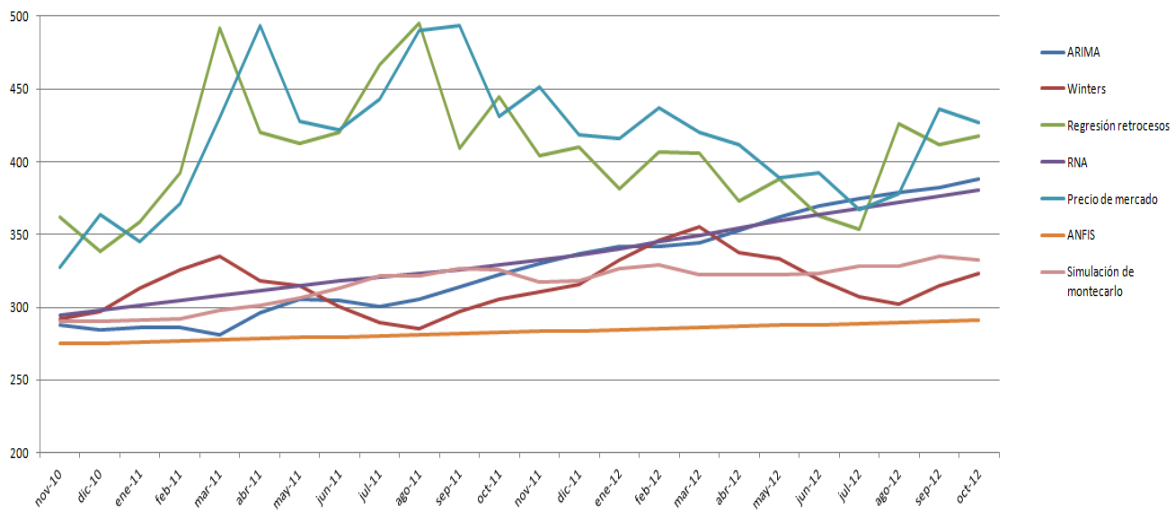
Anexo D Gráficas de estimaciones y predicciones

D.1 Gráficas de estimaciones y simulaciones. (Enero 1984- Diciembre 2010)

Estimaciones en todos los modelos.

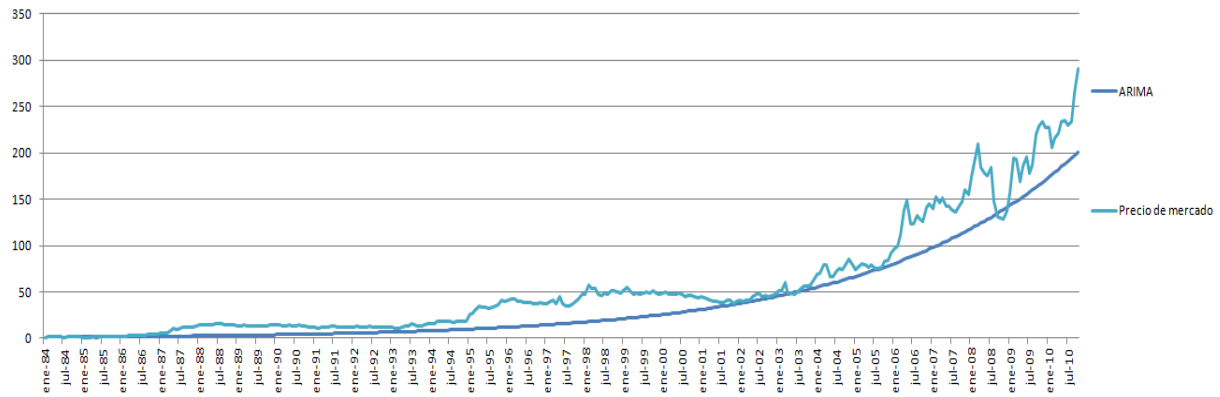


Simulaciones de los modelos

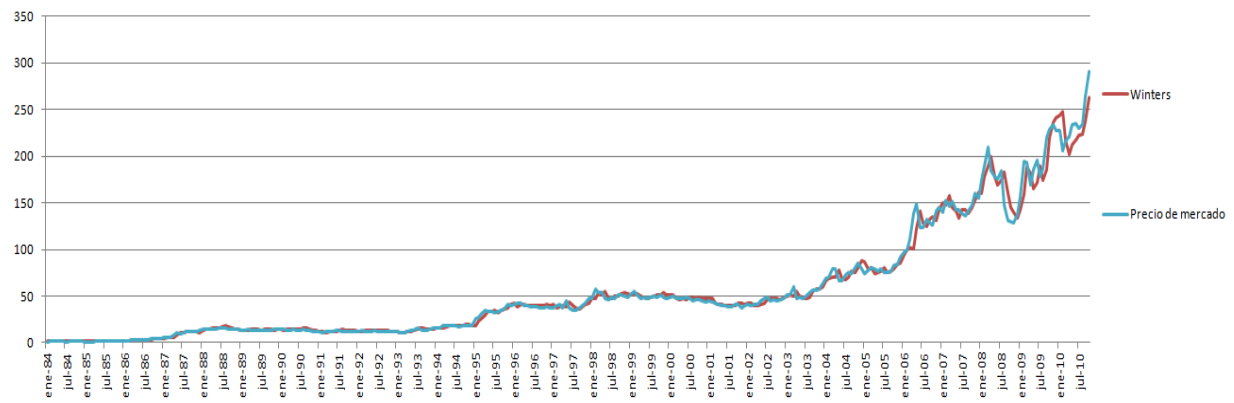


D.2 Estimaciones por modelo. (Enero 1984- Diciembre 2010)

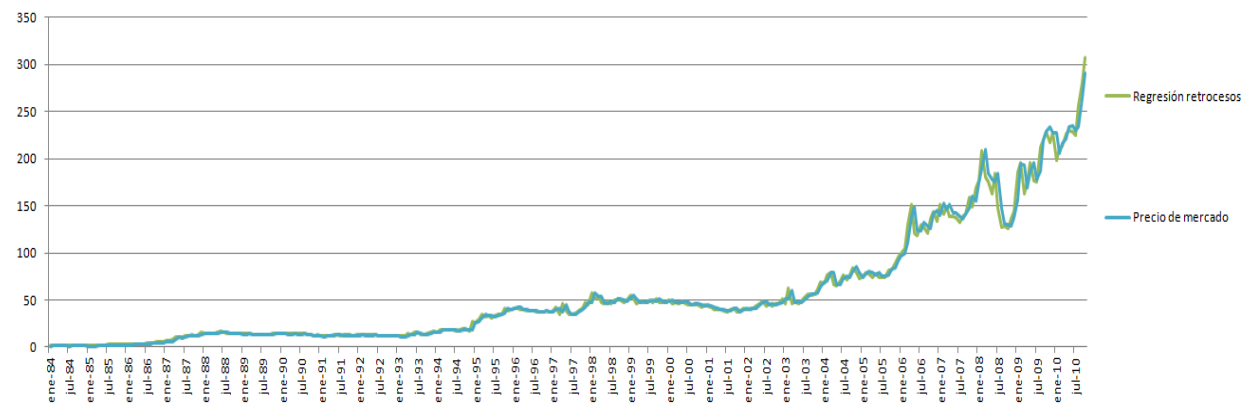
ARIMA



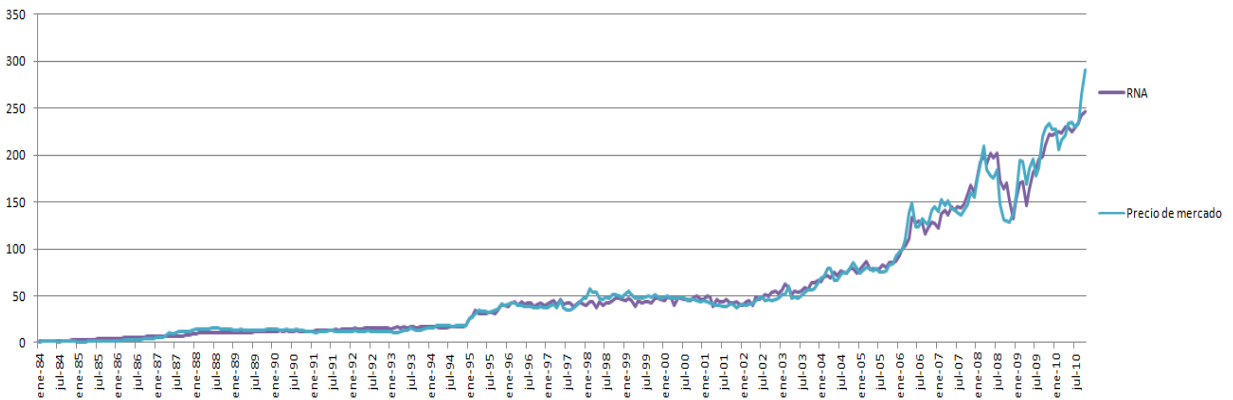
Winters



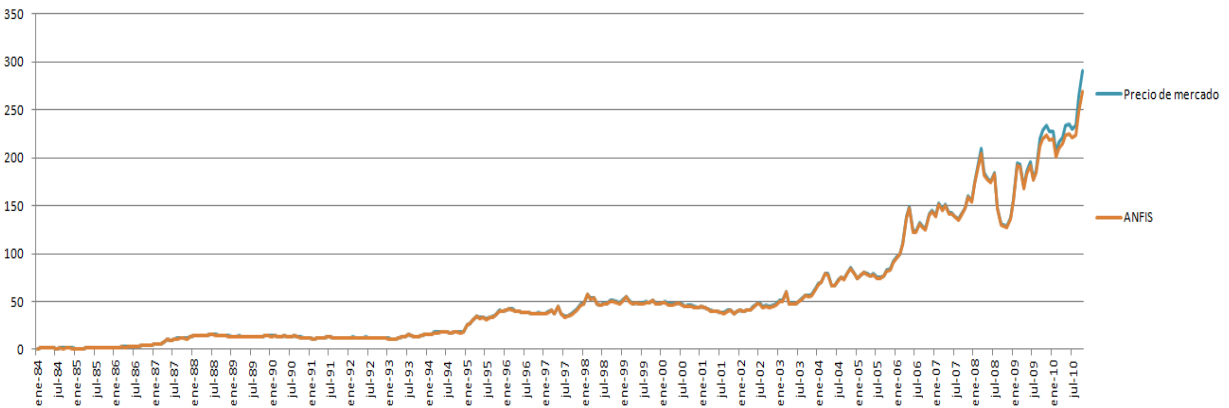
Regresión en retrocesos



Red Neuronal Artificial

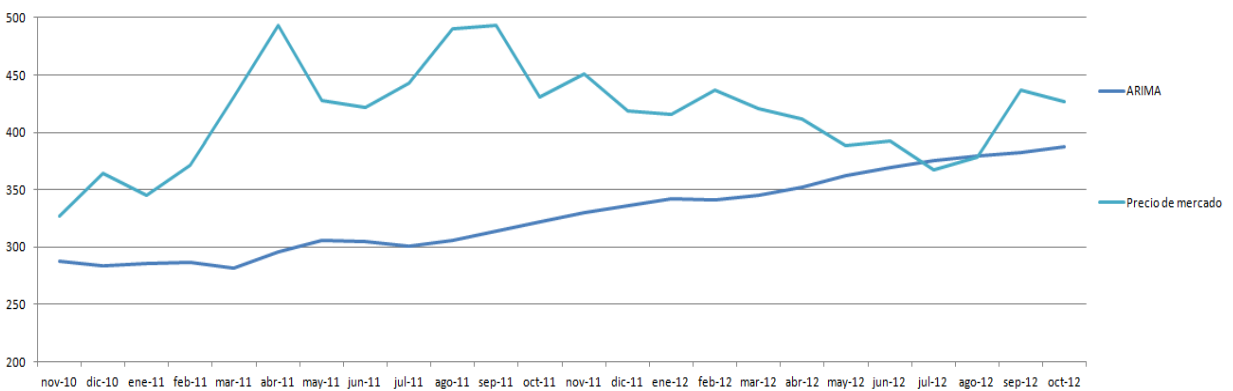


ANFIS

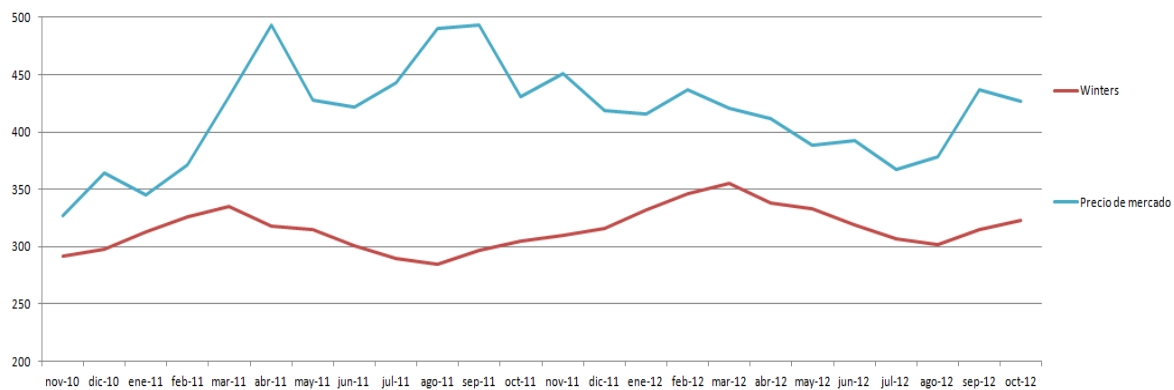


D.3 Simulaciones por modelo (Noviembre 2010- Octubre 2012)

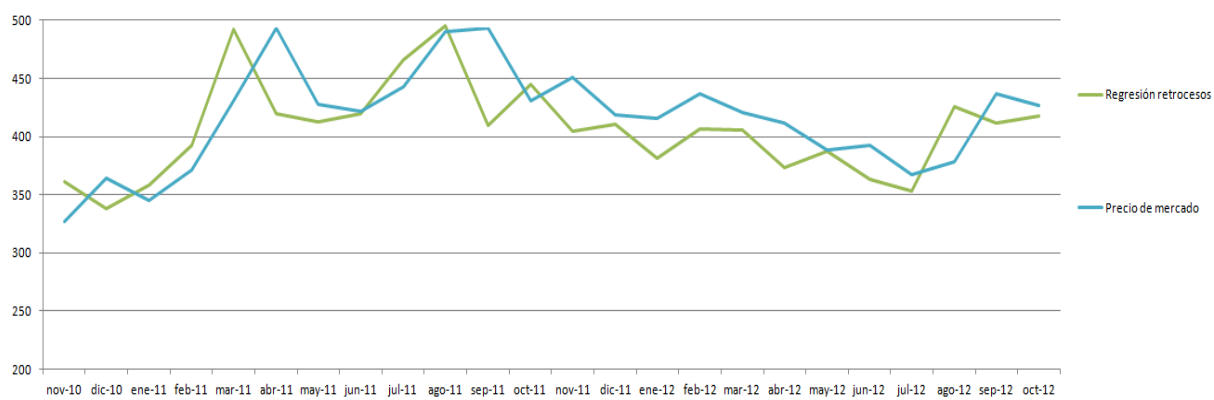
ARIMA



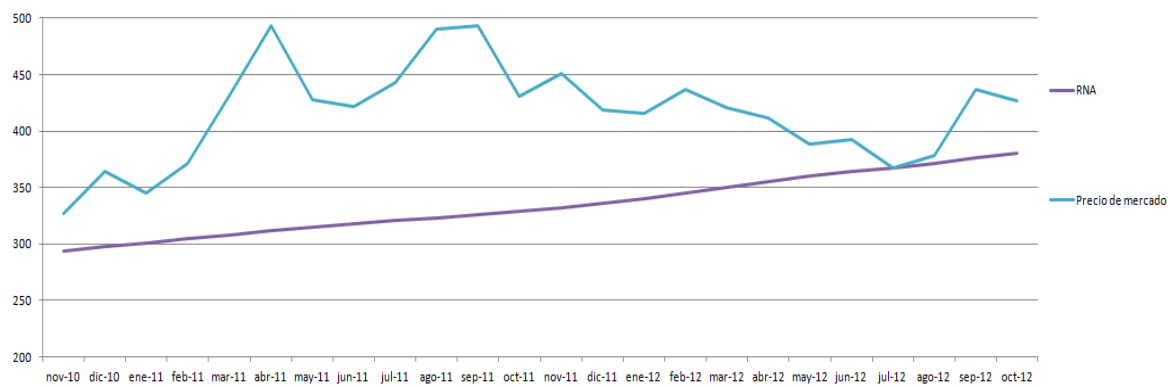
Winters



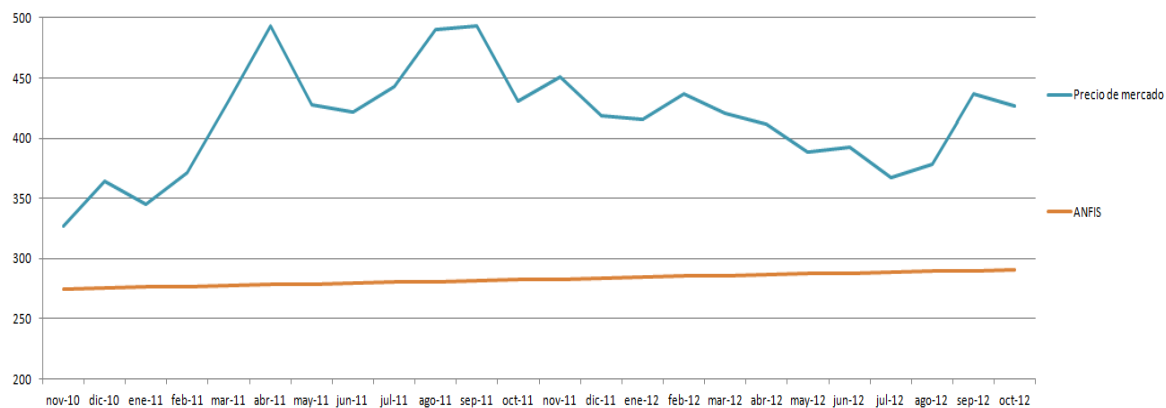
Regresión en retrocesos



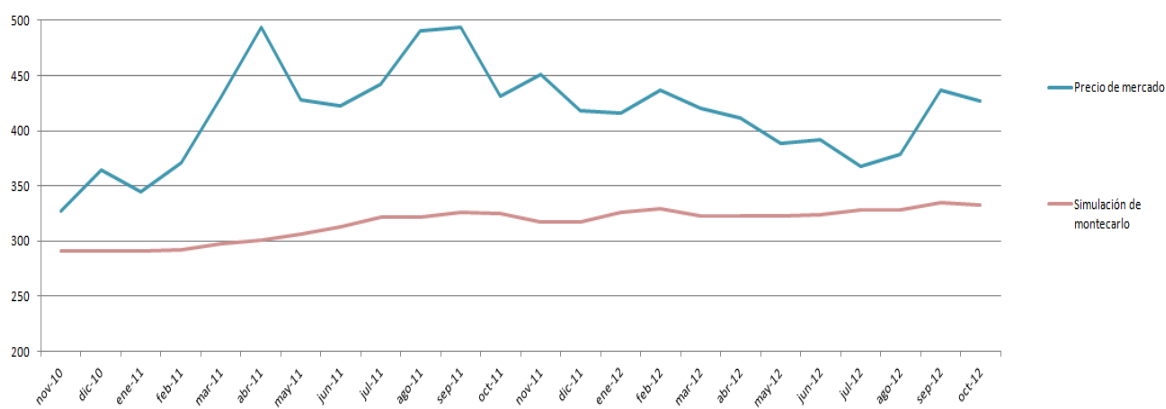
Red Neuronal Artificial



ANFIS

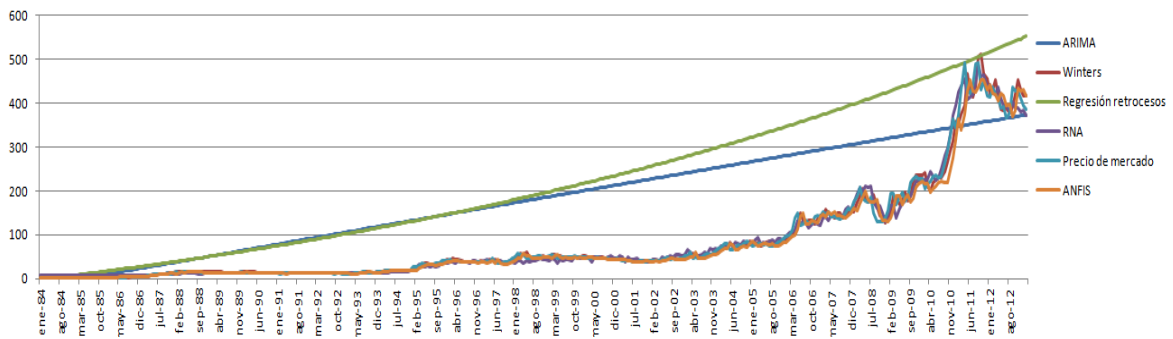


Simulación de Montecarlo

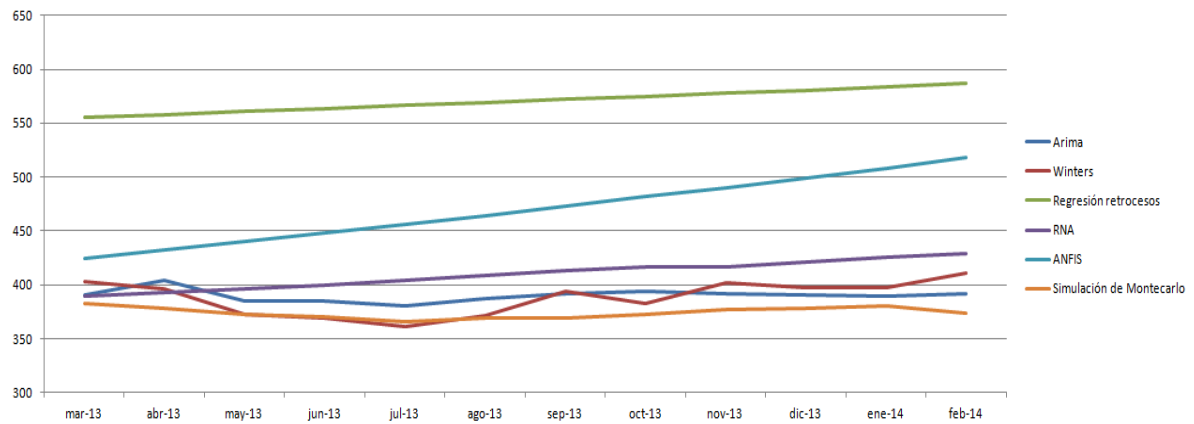


D.4 Gráficas de estimaciones y simulaciones (Enero 1984-Febrero 2013).

Estimaciones en todos los modelos.

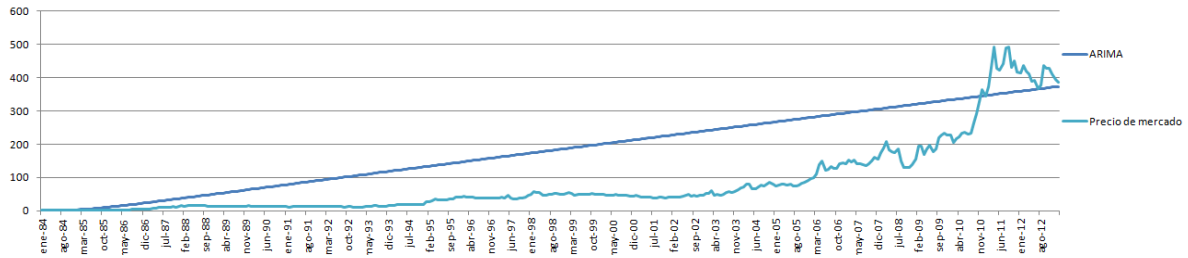


Simulaciones de los modelos

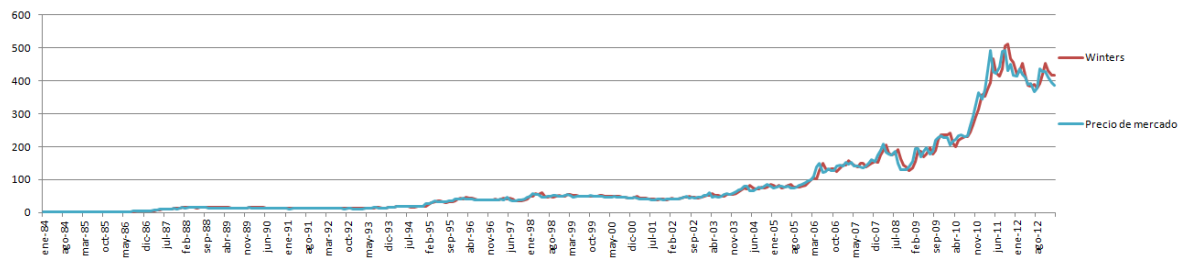


D.5 Estimaciones por modelo (Enero 1984- Febrero 2013)

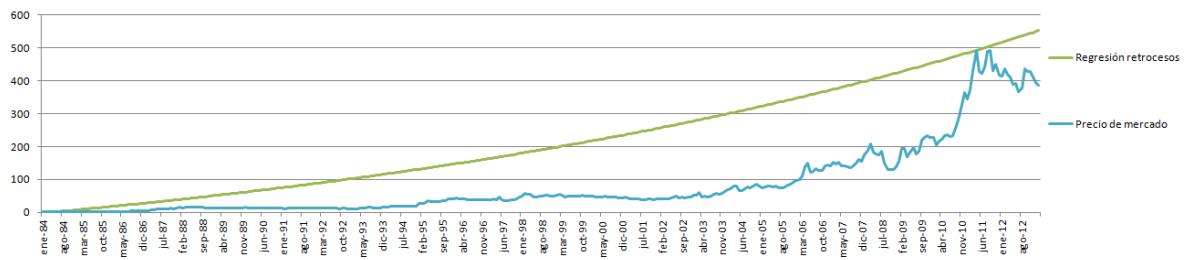
ARIMA



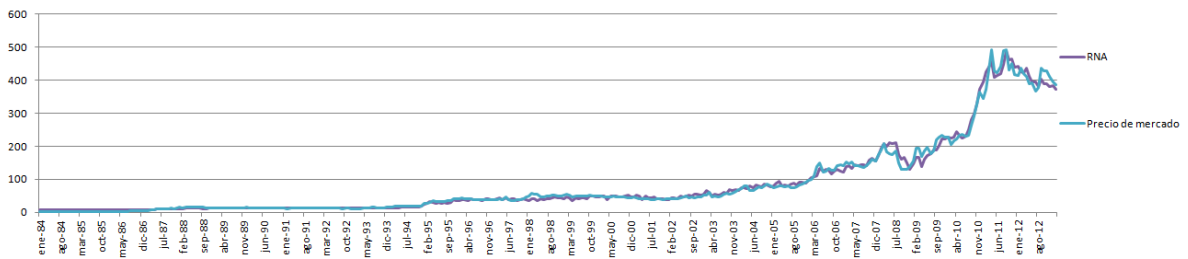
Multiplicativo de Winters



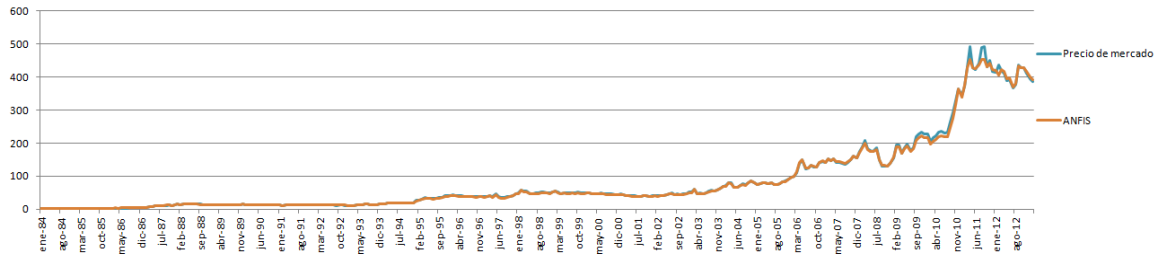
Regresión en retrocesos



Red Neuronal Artificial

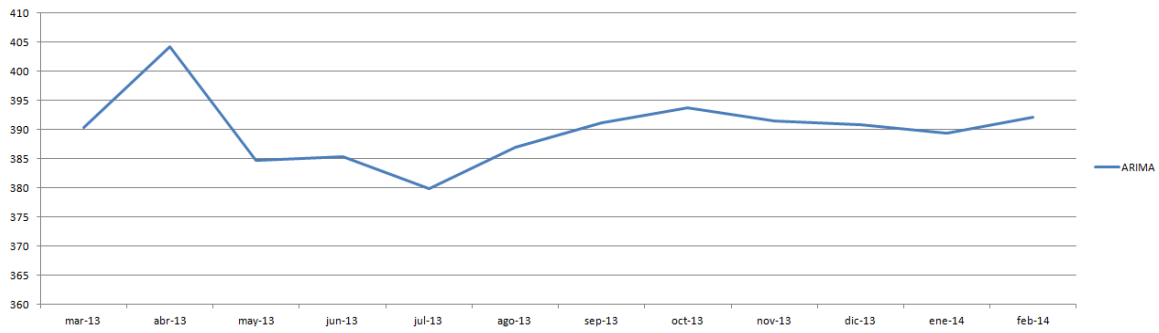


ANFIS

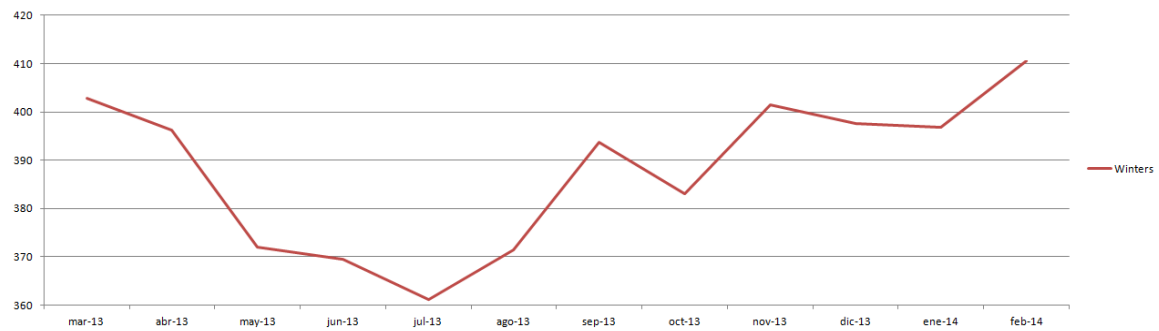


D.6 Simulaciones por modelo (Marzo 2013-Febrero 2014)

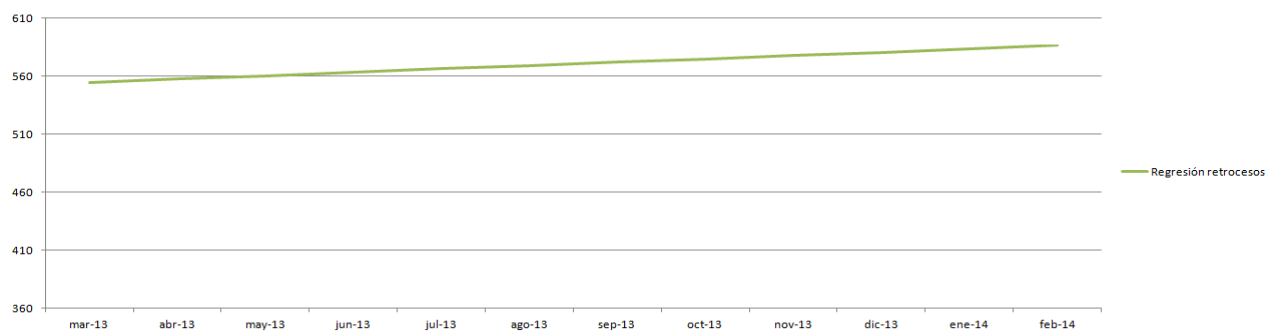
ARIMA



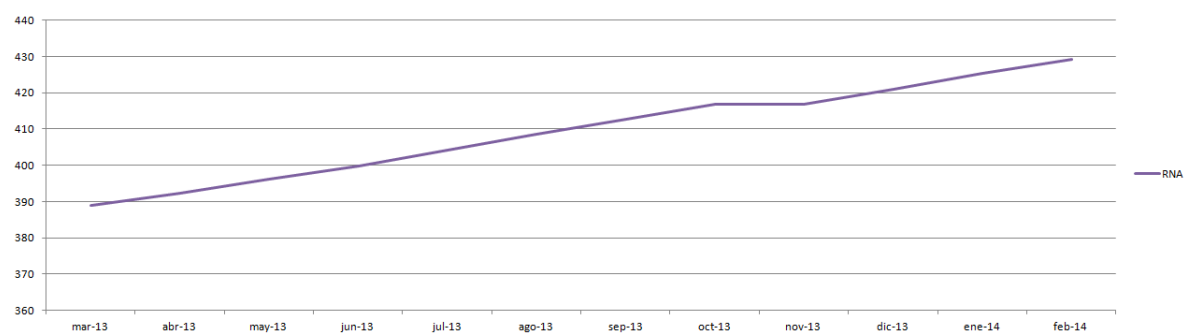
Winters



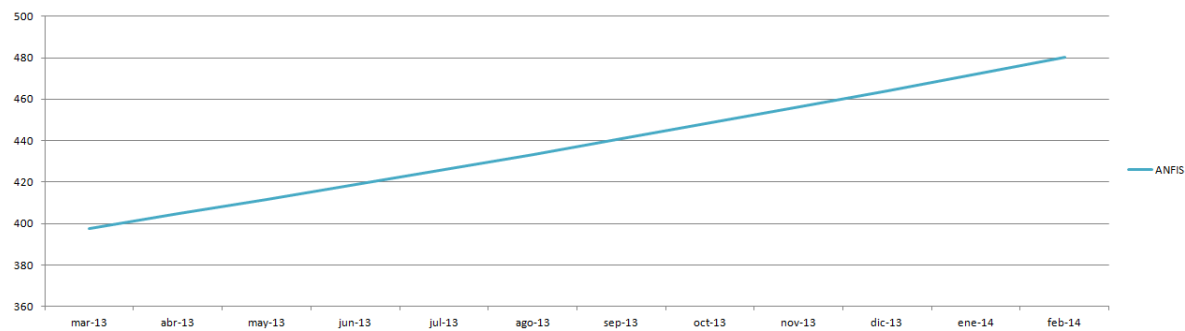
Regresión en retrocesos



Red Neuronal Artificial



ANFIS



Simulación de Montecarlo

