UA: Síntesis de mecanismos

HORAS TEÓRICAS	3.0
HORAS PRÁCTICAS	0.0
TOTAL DE HORAS	3.0
CRÉDITOS INSTITUCIONALES	6.0
TÍTULO DEL MATERIAL	Síntesis analítica de generación de función
TIPO DE UNIDAD DE APRENDIZAJE	Curso
CARÁCTER DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE	Obligatoria
NÚCLEO DE FORMACIÓN	Integral
PROGRAMA EDUCATIVO	Ingeniería Mecánica
ESPACIO ACADÉMICO	Facultad de Ingeniería
RESPONSABLE DE LA ELABORACIÓN	Juan Carlos Posadas Basurto

Índice

Juan Carlos Posadas Basurto

Presentación

Juan Carlos Posadas Basurto

- La Unidad de Aprendizaje Síntesis de Mecanismos es obligatoria y se sugiere cursarla en el octavo período.
- No tiene antecedente seriado pero se da un curso de Análisis de Mecanismos en el sexto periodo donde el discente realiza análisis cinemático y dinámico de mecanismos y elementos de máquinas, aplicando los fundamentos de Mecánica Clásica y el software adecuado para su comparación y selección).
- Se sugiere que el discente curse primero Análisis de Mecanismos para tener una idea general de su composición, movimientos y tipos que existen.

Estructura de la Unidad de Aprendizaje

1. SÍNTESIS GRÁFICA DE ESLABONAMIENTOS

1.1 Conceptos generales

1.2 Síntesis dimensional

1.3 Curvas de acoplador

2. SÍNTESIS ANALÍTICA DE ESLABONAMIENTOS

2.1 Generación de mecanismos de dos y tres posiciones por síntesis analítica

2.2 Síntesis analítica de cuatro o cinco posiciones

3. DISEÑO DE LEVAS

3.1 Síntesis gráfica de levas

3.2 Síntesis analítica de levas

3.3 Síntesis de mecanismos combinados

Juan Carlos Posadas Basurto

Contenido de la presentación

- La presentación comprende el punto 2.1 de la Estructura de la Unidad de Aprendizaje donde se estudia la generación de mecanismos de dos y tres posiciones por síntesis analítica. Principalmente se estudia la síntesis analítica para la generación de función.
- Inicia con la definición de síntesis y generación de función.
- Continua con los factores de escala y el espaciamiento Chebychev.
- Sigue con método de Freudenstein y se obtienen las ecaucíones correspondientes.

Juan Carlos Posadas Basurto

- Se da un ejemplo de la aplicación de ecuaciones y se revisan algunos detalles de cálculo.
- Finalmente se dan algunas observaciones a considerar en el cálculo y diseño de mecanismos.
- Al final de la presentación se muestra la bibliografía utilizada en la presentación para que tanto los discentes como el docente puedan revisar y profundizar en alguno de los temas.

Síntesis de mecanismos

SÍNTESIS ANALÍTICA DE GENERACIÓN DE FUNCIÓN

Síntesis de mecanismos (Martin,1982)

Juan Carlos Posadas Basurto

- En la síntesis de mecanismos se dan los movimientos de entrada y salida deseados para determinar el mecanismo requerido.
- Existen varios tipos de mecanismos como barras, levas o superficies deslizantes, incluyendo ruedas dentadas, que pueden usarse para obtener una salida deseada desde una entrada dada.
- Para resolver un problema de síntesis primero se tiene que definir el tipo de mecanismo que será usado.
- La necesidad de solucionar problemas de síntesis cada vez más complejos ha dirigido el desarrollo de métodos analíticos.

- En algunos casos el problema de diseño de mecanismos es hacer que un elemento de salida gire, oscile, o tenga un movimiento alternativo, según una función del tiempo, o bien, una función del movimiento de entrada especificada. Esto se conoce con el nombre de generación de función.
- Un ejemplo sencillo es el de sintetizar un eslabonamiento de cuatro barras para generar la función $y = f(x)$. En este caso, x representaría el movimiento de la manivela de entrada y el eslabonamiento se diseñaría de tal modo que el movimiento del oscilador de salida sea una aproximación de la función y.

Generación de función

- La generación de función se define como la correlación de un dato de entrada con uno de salida en un mecanismo. (Norton, 2009).
- En un mecanismo de cuatro barras o eslabones, el generador de función utiliza el eslabón 2 como el eslabón de entrada y toma la salida del eslabón 4. La función generada es la relación entre los ángulos del eslabón 2 (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) y el eslabón 4 (ψ_1, ψ_2, ψ_3) en las posiciones especificadas, P_1, P_2, P_3, llamadas puntos de precisión.
- El número de puntos de precisión que pueden sintetizarse está limitado por el número de ecuaciones disponibles para su solución. La síntesis de dos o tres puntos de precisión es relativamente directa, y en cada uno de estos casos puede reducirse a un sistema de ecuaciones lineales simultáneas fáciles de resolver con una calculadora.

(Hartenberg & Denavit, 1964)

Juan Carlos Posadas Basurto

- Para generar la función $y = f(x)$ en el intervalo $x_0 \leq x \leq x_{n+1}$ (n es el número entero de puntos de precisión), por medio de un mecanismo de cuatro barras, las variables x, y se representan de manera proporcional como sigue

$$\frac{\phi_n - \phi_i}{\phi_f - \phi_i} = \frac{x_n - x_i}{x_f - x_i} \qquad \frac{\psi_n - \psi_i}{\psi_f - \psi_i} = \frac{y_n - y_i}{y_f - y_i} \qquad (i: inicio; f: final)$$

- Donde $y_n = f(x_n)$
- El rango de variación $\Delta\phi = \phi_f - \phi_i$ y $\Delta\psi = \psi_f - \psi_i$ es arbitrario y los puntos de precisión son calculados a lo largo de la función $y = f(x)$ para $x = x_j$ $(1 \leq j \leq n)$.

Factores de escala (Erdman & Sandor, 1998)

Juan Carlos Posadas Basurto

- Con los valores

$$\Delta\phi = \phi_f - \phi_i$$
$$\Delta\psi = \psi_f - \psi_i$$
$$\Delta x = x_f - x_i$$
$$\Delta y = y_f - y_i$$

- Se obtienen las siguientes relaciones de escala

$$R_\phi = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \qquad R_\psi = \frac{\Delta\varphi}{\Delta y}$$

- Donde los ángulos de los puntos de precisión son

$$\phi_n = R_\phi(x_n - x_i)$$
$$\psi_n = R_\psi(y_n - y_i)$$

Espaciamiento Chebychev (Shigley, 1988)

- Entre los puntos existen desviaciones conocidas como errores estructurales. Para minimizarlos se tiene que seleccionar un conjunto de puntos de precisión adecuadamente espaciados.
- El mejor espaciamiento de estos puntos es el llamado espaciamiento de Chebychev. Para n puntos de precisión en el intervalo $x_0 \leq x \leq x_{n+1}$ el espaciamiento Chebychev, según Freudensteín y Sandor, es

$$x_j = \frac{1}{2}(x_0 + x_{n+1}) - \frac{1}{2}(x_{n+1} - x_0)\cos\frac{\pi(2j-1)}{2n} \qquad j = 1, 2, 3, \ldots, n$$

- x_j: puntos de precisión.

(Waldron & Kinzel, 2004)

Juan Carlos Posadas Basurto

- Las raíces del polinomio de Chebyshev dan una interpretación más fácil de obtener la ecuación si se olvida.
- En el eje x dibuje un círculo de radio $\frac{(x_f - x_i)}{2}$ con su centro en $\frac{(x_f + x_i)}{2}$.
- Divida el círculo en un polígono regular de $2n$ (n: número de puntos de precisión) de tal manera que dos de los lados sean perpendiculares al eje x.
- La proyección de los vértices en el eje x darán la localización de los puntos de precisión x.
- Los extremos de los puntos (x_f, x_i) no son considerados puntos de precisión.

Polígono para tres puntos de precisión

- Número de lados del polígono

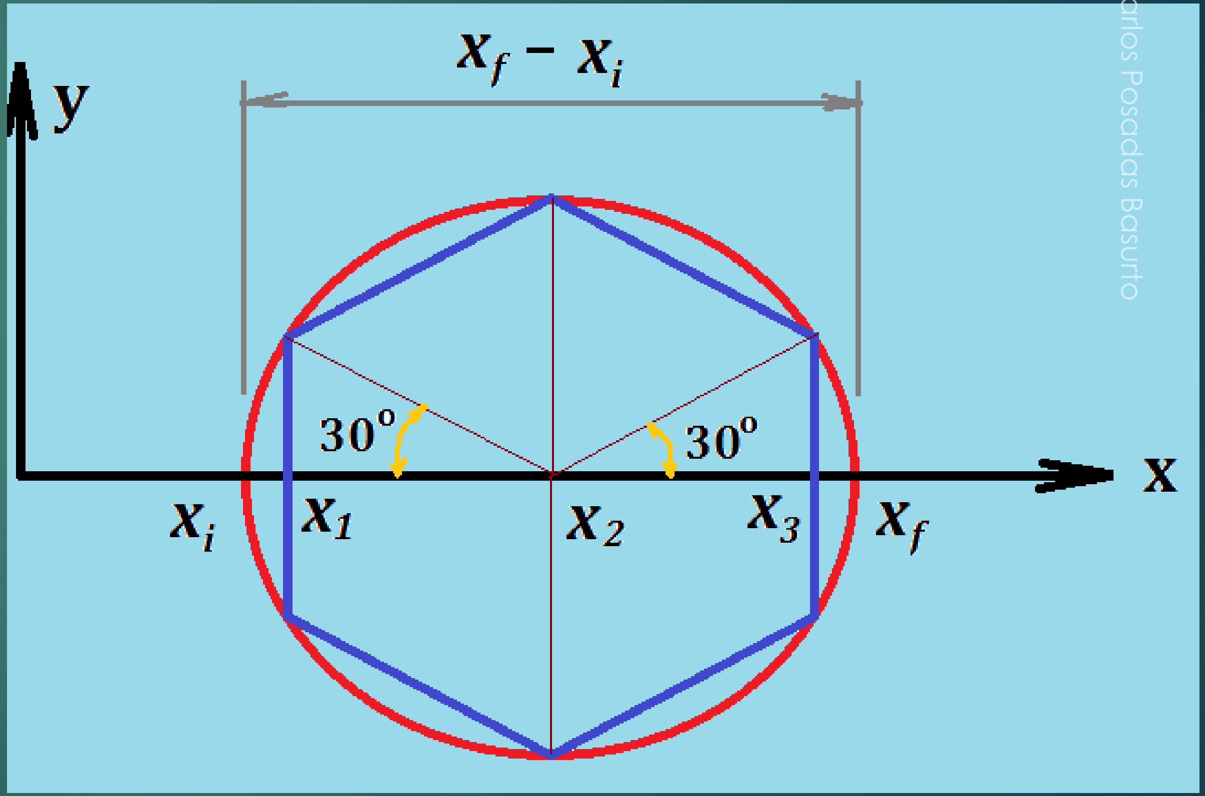
$$2n = 2(3)=6$$

- Ecuaciones de los puntos de precisión

$$x_1 = \frac{x_f + x_i}{2} - \frac{x_f - x_i}{2}\cos 30°$$

$$x_2 = \frac{x_f+x_i}{2}$$

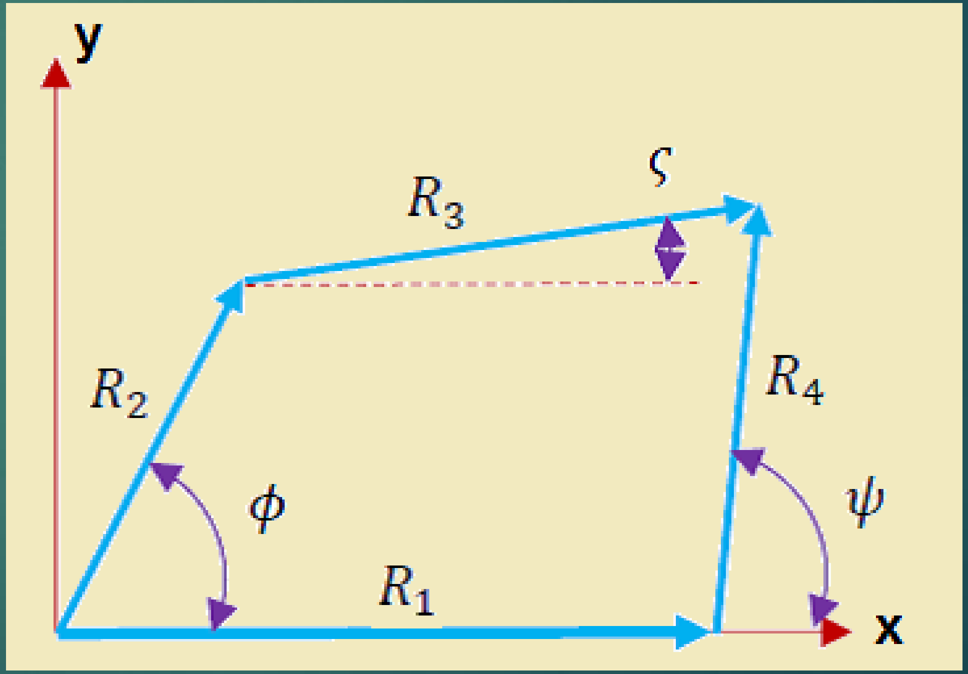
$$x_3 = \frac{x_f + x_i}{2} + \frac{x_f - x_i}{2}\cos 30°$$



Método de Freudenstein

Juan Carlos Posadas Basurto

- Método analítico de diseño de mecanismos de cuatro eslabones para generar una función dada.
- Relacionando las longitudes de los eslabones y los ángulos de manivela en un mecanismo de cuatro eslabones se tiene
- $\bar{\boldsymbol{R}}_2 + \bar{\boldsymbol{R}}_3 - \bar{\boldsymbol{R}}_1 - \bar{\boldsymbol{R}}_4 = \mathbf{0}$
- $R_2 e^{j\phi} + R_3 e^{j\varsigma} - R_1 e^{j0^\circ} - R_4 e^{j\psi} = 0$
- $R_2 \cos\phi + R_3 \cos\varsigma - R_1 - R_4 \cos\psi = 0$
- $R_2 \sin\phi + R_3 \sin\varsigma - R_4 \sin\psi = 0$



Juan Carlos Posadas Basurto

- Despejando el eslabón flotante y elevando al cuadrado se tiene
- $R_3^2(\cos\varsigma)^2 = (R_2\cos\phi - R_1 - R_4\cos\psi)^2$
- $R_3^2(\sin\varsigma)^2 = (R_2\sin\phi - R_4\sin\psi)^2$
- Sumando ambas ecuaciones resulta
- $R_3^2 = R_2^2 + R_4^2 + R_1^2 - 2R_1R_2\cos\phi - 2R_2R_4(\cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\psi) + 2R_1R_4\cos\psi$
- Dividiendo entre $2R_2R_4$ y agrupando términos
- $-\frac{R_1}{R_4}\cos\phi + \frac{R_1}{R_2}\cos\psi + \frac{R_2^2 - R_3^2 + R_4^2 + R_1^2}{2R_2R_4} = \cos(\phi - \psi)$

Ecuación de Freudenstein

(Hartenberg & Denavit, 1964)

Juan Carlos Posadas Basurto

- Para diseñar un mecanismo de cuatro eslabones con tres posiciones del eslabón de entrada R_2, definidas por los ángulos $\phi_1, \phi_2\ y\ \phi_3$, que corresponden a las tres posiciones prescritas del eslabón de salida (R_4) $\psi_1, \psi_2\ y\ \psi_3$, se deben encontrar los valores de $R_1, R_2, R_3\ y\ R_4$ que satisfagan los tres pares relacionados (ϕ_1, ψ_1), (ϕ_2, ψ_2) y (ϕ_3, ψ_3). El procedimiento se basa en la ecuación de desplazamiento o ecuación de Freudenstein

$$K_1 \cos\phi + K_2 \cos\psi + K_3 = \cos(\phi - \psi)$$

$$K_1 = -\frac{R_1}{R_4} \qquad K_2 = \frac{R_1}{R_2} \qquad K_3 = \frac{R_2^2 - R_3^2 + R_4^2 + R_1^2}{2R_2R_4}$$

- Cuando se escriben los tres pares de valores (ϕ_1, ψ_1), (ϕ_2, ψ_2) y (ϕ_3, ψ_3), la ecuación de Freudenstein produce un sistema de tres ecuaciones lineales con respecto a K_1, K_2, K_3,

$$K_1 \cos\phi_1 + K_2 \cos\psi_1 + K_3 = \cos(\phi_1 - \psi_1)$$
$$K_1 \cos\phi_2 + K_2 \cos\psi_2 + K_3 = \cos(\phi_2 - \psi_2)$$
$$K_1 \cos\phi_3 + K_2 \cos\psi_3 + K_3 = \cos(\phi_3 - \psi_3)$$

- Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene

$$K_1 = \frac{\omega_2\omega_6 - \omega_3\omega_5}{\omega_2\omega_4 - \omega_1\omega_5} \qquad K_2 = \frac{\omega_1\omega_6 - \omega_3\omega_4}{\omega_1\omega_5 - \omega_2\omega_4}$$

- Con

$$\omega_1 = \cos\phi_1 - \cos\phi_2$$
$$\omega_2 = \cos\psi_1 - \cos\psi_2$$
$$\omega_3 = \cos(\phi_1 - \psi_1) - \cos(\phi_2 - \psi_2)$$
$$\omega_4 = \cos\phi_1 - \cos\phi_3$$
$$\omega_5 = \cos\psi_1 - \cos\psi_3$$
$$\omega_6 = \cos(\phi_1 - \psi_1) - \cos(\phi_3 - \psi_3)$$

- Sustituyendo los valores de K_1 y K_2 en una de las tres ecuaciones originales se obtiene K_3
- $K_3 = \cos(\phi_i - \psi_i) - K_1 \cos\phi_i - K_2 \cos\psi_i \qquad\qquad i = 1, 2 \text{ o } 3$
- Con los valores conocidos de K_1, K_2, K_3 los parámetros del mecanismo pueden obtenerse de las relaciones
- $R_2 = \frac{R_1}{K_2} \qquad\qquad R_4 = -\frac{R_1}{K_1} \qquad\qquad R_3 = \sqrt{R_2^2 + R_4^2 + R_1^2 - 2R_2R_4K_3}$
- El parámetro R_1 es un valor positivo dado arbitrario, generalmente considerado unitario. Este parámetro determina el tamaño del mecanismo y no tiene efecto en las relaciones angulares.
- La cantidad por la que la función generada difiere de la ideal entre los puntos de precisión depende de la distancia entre los puntos y la naturaleza de la función (Martin, 1982)

Juan Carlos Posadas Basurto

Ejemplo

- Obtener el mecanismo de cuatro barras que generará la función $y = 2x^2 - x$ en un rango de $0 \leq x \leq 2$, con tres puntos de precisión. Considere $\Delta\phi = 45°$; $\Delta\psi$=90°.
- Solución

Primero se obtienen los puntos de precisión para x, y por medio del espaciamiento Chebychev. Ya que son tres puntos de precisión el número de lados del polígono es

$$n = 2 \cdot 3 = 6$$

- Los puntos de precisión en x son

$$x_1 = \frac{x_f + x_i}{2} - \frac{x_f - x_i}{2}\cos 30° = \frac{2+0}{2} - \frac{2-0}{2}\cos 30° = 0.1339$$

$$x_2 = \frac{x_f + x_i}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$$

$$x_3 = \frac{x_f + x_i}{2} + \frac{x_f - x_i}{2}\cos 30° = \frac{2+0}{2} + \frac{2-0}{2}\cos 30° = 1.8660$$

- Para y los puntos de precisión son

$$y(0.1339) = 2x^2 - x = 2(0.1339)^2 - 0.1339 = -0.0980$$

$$y(1) = 2x^2 - x = 2(1)^2 - 1 = 1$$

$$y(1.8660) = 2x^2 - x = 2(1.8660)^2 - 1.8660 = 5.0979$$

Como los valores inicial y final en x son

0 y 2 respectivamente, los valores inicial y final en y son

$$y(0) = 2x^2 - x = 2(0)^2 - 0 = 0$$
$$y(2) = 2x^2 - x = 2(2)^2 - 2 = 6$$

Por lo que

$$\Delta x = 2 - 0 = 2$$
$$\Delta y = 6 - 0 = 6$$

Revisión de la función

Juan Carlos Posadas Basurto

- Nótese que la ecuación $y = 2x^2 - x$ corresponde a una parábola cuyo vértice no se encuentra en el origen.
- La parábola es de la forma $4p(y - k) = (x - h)^2$ donde el vértice se encuentra en la coordenada (h, k).

$$y = 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)$$

$$\frac{y}{2} = \left(x^2 - \frac{1}{2}x + \left[\frac{1}{4}\right]^2 - \left[\frac{1}{4}\right]^2\right)$$

$$\frac{y}{2} = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \left[\frac{1}{4}\right]^2$$

$$\frac{y}{2} + \frac{1}{16} = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2$$

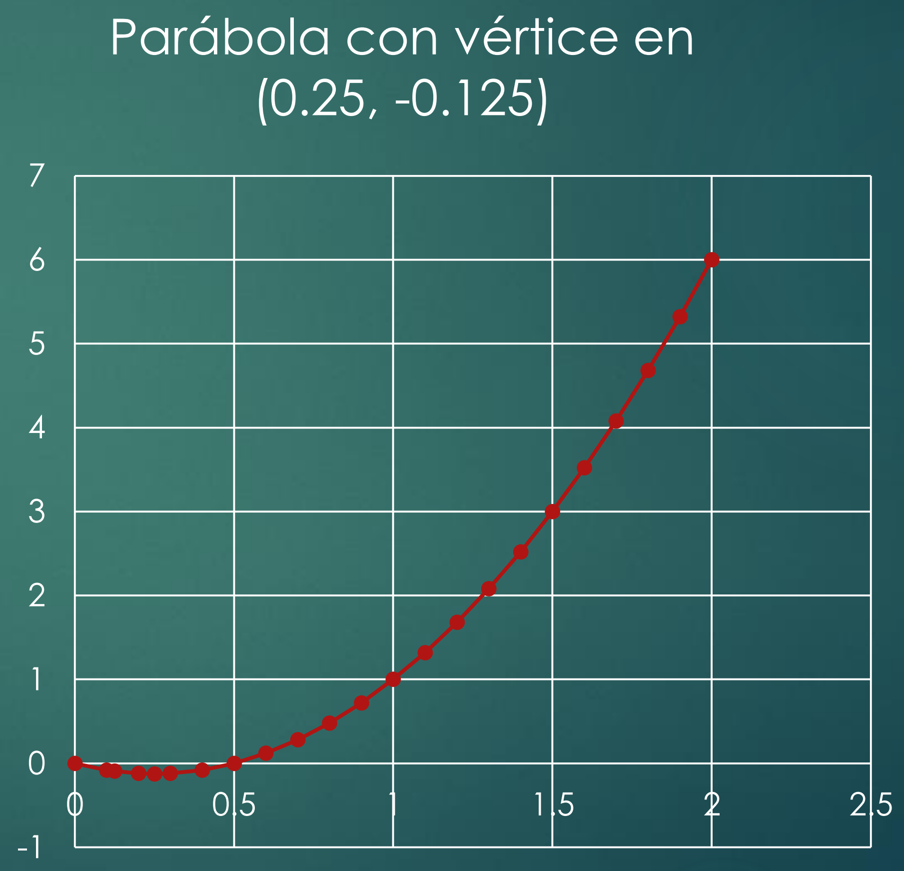
Parábola con vértice en (h, k)

$$\frac{1}{2}\left(y+\frac{1}{8}\right)=\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$$

- Por lo tanto

$$p=\frac{1}{8}$$
$$h=\frac{1}{4}=0.25$$
$$k=-\frac{1}{8}=-0.125$$

- El vértice se encuentra en la coordenada $(0.25, -0.125)$
- Entonces $\Delta y = 6-(-0.125)=6.125$



Juan Carlos Posadas Basurto

Factores de escala

Juan Carlos Posadas Basurto

- Los factores de escala son

$$R_{\phi} = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} = \frac{45}{2} = 22.5$$

$$R_{\psi} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta y} = \frac{90}{6.125} = 14.7$$

- Donde los ángulos de los puntos de precisión son

$$\phi_n = R_{\phi}(x_n - x_1)$$

$$\psi_n = R_{\psi}(y_n - y_1)$$

Puntos de precisión

Juan Carlos Posadas Basurto

$$\phi_n = R_\phi(x_n - x_i)$$

$$\phi_i = 0° \qquad x_i = 0$$

$$\phi_1 = 22.5(0.1339 - 0) = 3.01275°$$

$$\phi_2 = 22.5(1 - 0) = 22.5°$$

$$\phi_3 = 22.5(1.8660 - 0) = 41.985°$$

$$\phi_f = 45° \qquad x_f = 2$$

$$\psi_n = R_\psi(y_n - y_i)$$

$$\psi_i = 0° \qquad y_i = 0$$

$$\psi_1 = 14.7(-0.098 - 0) = -1.4406°$$

$$\psi_2 = 14.7(1 - 0) = 14.7°$$

$$\psi_3 = 14.7(5.0979 - 0) = 74.93913°$$

$$\psi_f = 90° \qquad y_f = 6$$

$$\omega_1 = \cos\phi_1 - \cos\phi_2 = \cos 3.01275 - \cos 22.5 = 0.07474$$
$$\omega_2 = \cos\psi_1 - \cos\psi_2 = \cos -1.4406 - \cos 14.7 = 0.03241$$

$$\omega_3 = \cos(\phi_1 - \psi_1) - \cos(\phi_2 - \psi_2)$$
$$\omega_3 = \cos(3.01275 - [-1.4406]) - \cos(22.5 - 14.7) = 0.0062$$

$$\omega_4 = \cos\phi_1 - \cos\phi_3 = \cos(3.01275) - \cos(41.985) = 0.2553$$
$$\omega_5 = \cos\psi_1 - \cos\psi_3 = \cos(-1.4406) - \cos(74.93913) = 0.7398$$

$$\omega_6 = \cos(\phi_1 - \psi_1) - \cos(\phi_3 - \psi_3)$$
$$\omega_6 = \cos(3.01275 - [-1.4406]) - \cos(41.985 - 74.93913) = 0.1578$$

$$K_1 = \frac{\omega_2\omega_6 - \omega_3\omega_5}{\omega_2\omega_4 - \omega_1\omega_5}$$

$$K_1 = \frac{(0.03241)(0.1578) - (0.0062)(0.7398)}{(0.03241)(0.2553) - (0.07474)(0.7398)} = -0.01122$$

$$K_2 = \frac{\omega_1\omega_6 - \omega_3\omega_4}{\omega_1\omega_5 - \omega_2\omega_4}$$

$$K_2 = \frac{(0.07474)(0.1578) - (0.0062)(0.2553)}{(0.07474)(0.7398) - (0.03241)(0.2553)} = 0.2171$$

Juan Carlos Posadas Basurto

Parámetros del mecanismo

Juan Carlos Posadas Basurto

- $K_3 = \cos(\phi_i - \psi_i) - K_1 \cos\phi_i - K_2 \cos\psi_i$
- $K_3 = \cos(3.01275 - [-1.4406])$
- $-(-0.01122)\cos 3.01275 - (0.2171)\cos -1.4406 = 0.7911$
- Considerando $R_1 = 1$ se tiene
- $R_2 = \frac{R_1}{K_2} = \frac{1}{0.2171} = 4.6$
- $R_4 = -\frac{R_1}{K_1} = -\frac{1}{-0.01122} = 89.12$
- $R_3 = \sqrt{R_2^2 + R_4^2 + R_1^2 - 2R_2R_4K_3}$
- $R_3 = \sqrt{4.6^2 + 89.12^2 + 1^2 - 2(4.6)(89.12)(0.7911)} = 85.53$

Longitudes obtenidas

Juan Carlos Posadas Basurto

- La causa por la que los valores de los eslabones flotante $R_3 = 85.53$ y de salida $R_4 = 89.12$ son grandes en comparación con los eslabones fijo $R_1 = 1$ y de entrada $R_2 = 4.6$ es los ángulos al inicio del movimiento $\phi_i = \psi_i = 0°$.
- Se tienen que considerar ángulos que favorezcan el movimiento deseado.

- Reiterando la solución a un valor de $\phi_i = 30°$ y $\psi_i = 100°$ se obtienen los siguientes valores.

$\phi_i = 30°$ $\quad x_i = 0$

$\phi_1 = 33.014°$

$\phi_2 = 52.5°$

$\phi_3 = 71.985°$

$\phi_f = 75°$ $\quad x_f = 2$

$\psi_i = 100°$ $\quad y_i = 0$

$\psi_1 = 14.7(-0.098 - 0) = -1.4406°$

$\psi_2 = 14.7(1 - 0) = 14.7°$

$\psi_3 = 14.7(5.0979 - 0) = 74.93913°$

$\psi_f = 90°$ $\quad y_f = 6$

Juan Carlos Posadas Basurto

- Los valores del cambio de variable son

$$\omega_1 = 0.9297$$
$$\omega_2 = 0.2689$$
$$\omega_3 = -0.2525$$
$$\omega_4 = 0.5293$$
$$\omega_5 = 0.8472$$
$$\omega_6 = 0.6376$$

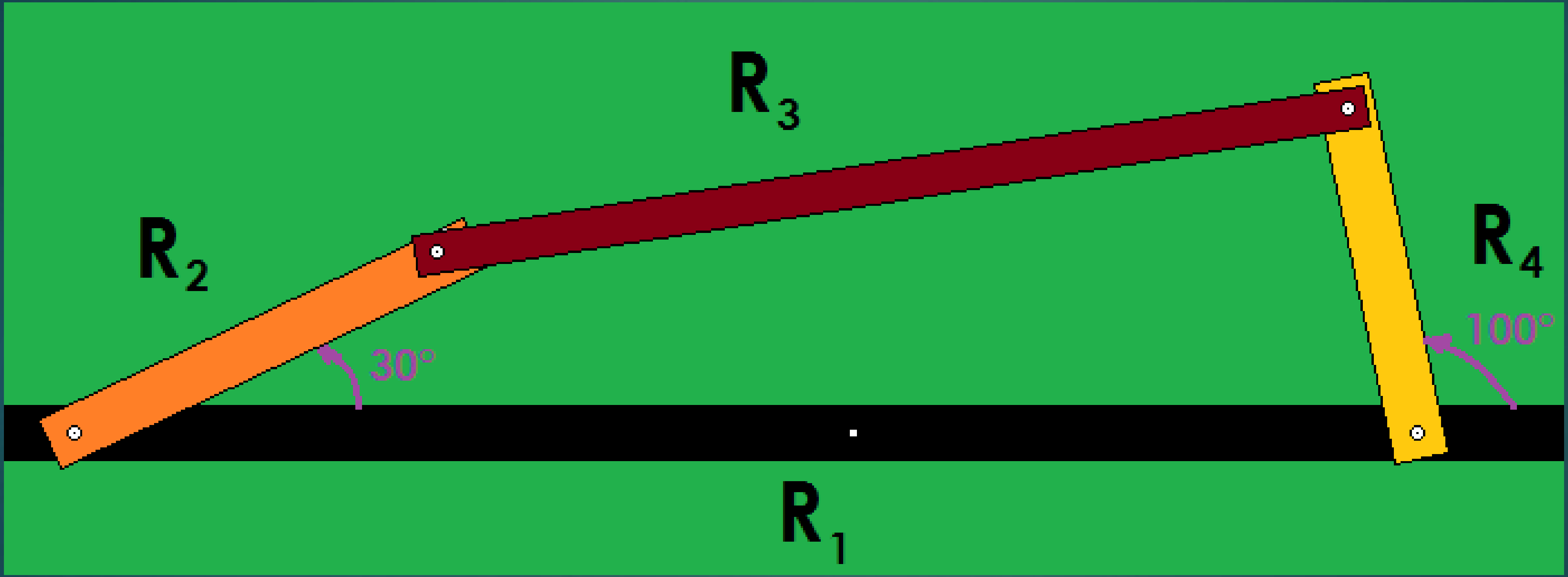
- Además

$$K_1 = -4.1275$$
$$K_2 = 3.3311$$
$$K_3 = 4.3708$$

- Considerando $R_1 = 1$ se tiene

$$R_2 = 0.3$$
$$R_3 = 0.716$$
$$R_4 = 0.242$$

Mecanismo en su posición inicial



Juan Carlos Posadas Basurto

Observaciones (Waldron & Kinzel, 2004)

Juan Carlos Posadas Basurto

- En la evaluación previa se consideró la longitud del eslabón fijo igual a la unidad.
- Para determinar el tamaño real de los eslabones es necesario conocer el tamaño de uno de ellos.
- Por medio de un factor de escala se puede determinar el tamaño de los otros eslabones.
- Si por alguna razón el mecanismo es inaceptable, cambiar ya sea el rango o el punto de inicio para cada ángulo de posición y resolver para otro diseño.

- El procedimiento garantiza que el mecanismo puede ensamblarse en las posiciones de diseño.
- Tal vez el mecanismo no pueda moverse de un punto de precisión a otro debido a un problema de agarrotamiento no deseado.
- Es necesario desensamblar el mecanismo para girarlo unos grados de avance y volverlo a ensamblar.
- También es importante revisar la fuerza y el torque de transmisión del mecanismo en cada posición y la relación que tiene con el ángulo de transmisión.
- El procedimiento desarrollado puede usarse para cualquier sistema donde una relación funcional pueda derivarse entre dos variables.

(Shigley, 1988)

- Para elegir los ángulos de inicio de movimiento de los eslabones de entrada y salida, así como los ángulos de oscilación total, se deben tomar decisiones arbitrarias que tal vez no conduzcan a un buen eslabonamiento.
- Los errores estructurales entre los puntos de precisión pueden ser grandes o los ángulos de transmisión pueden resultar deficientes.
- En casos muy extremos puede descubrirse que debe eliminarse uno de los pivotes para pasar de un punto de precisión a otro.
- Por lo general se requiere cierto trabajo de tanteos para descubrir las mejores posiciones de partida y ángulos de oscilación más adecuados.

- Freudenstein da algunas sugerencias para evitar problemas en la síntesis de la generación de función (Shigley, 1988) :

1. Los ángulos totales de oscilación de los elementos de entrada y salida deben ser menores que 120°.
2. Evitar generación de funciones simétricas tales como $y = x^2$ en el intervalo $-1 \leq x \leq 1$.
3. Evitar la generación de funciones que tengan cambios de pendiente abruptos.

Juan Carlos Posadas Basurto

Bibliografía

- Erdman, A. G., & Sandor, G. N. (1998). *Diseño de mecanismos. Análisis y síntesis.* México: Pearson, Prentice Hall.
- Hartenberg, R. S., & Denavit, J. (1964). *Kinematics Synthesis of linkages.* New York: McGraw-Hill.
- Martin, G. H. (1982). *Dynamics of machines.* Tokio, Japan: McGraw_Hill.
- Norton, R. L. (2009). *Diseño de maquinaria. Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos.* México: Mc Graw-Hill.
- Shigley, J. E. (1988). *Teoría de máquinas y mecanismos.* México: McGraw-Hill.
- Waldron, K. J., & Kinzel, G. L. (2004). *Kinematics, dynamics, and design of machinery* (Second ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.

Juan Carlos Posadas Basurto