

SITUACIONES PROBLEMA QUE INVOLUCRAN ELEMENTOS DE LA RECTA

TEMA PRESENTADO POR: M.A.E. ALEJANDRO ALVARADO CATZOLI

PROPÓSITO DEL TEMA

- resuelve y grafica situaciones problema que involucren como modelo de solución elementos de la recta

COMPETENCIAS GENERICAS

- 4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas.
- 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- 4.5 Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas
- 5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos
- 5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información
- 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
- 8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

COMPETENCIAS DISCIPLINARES

- 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- 5. Analiza la relación entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos

CONOCIMIENTOS PREVIOS

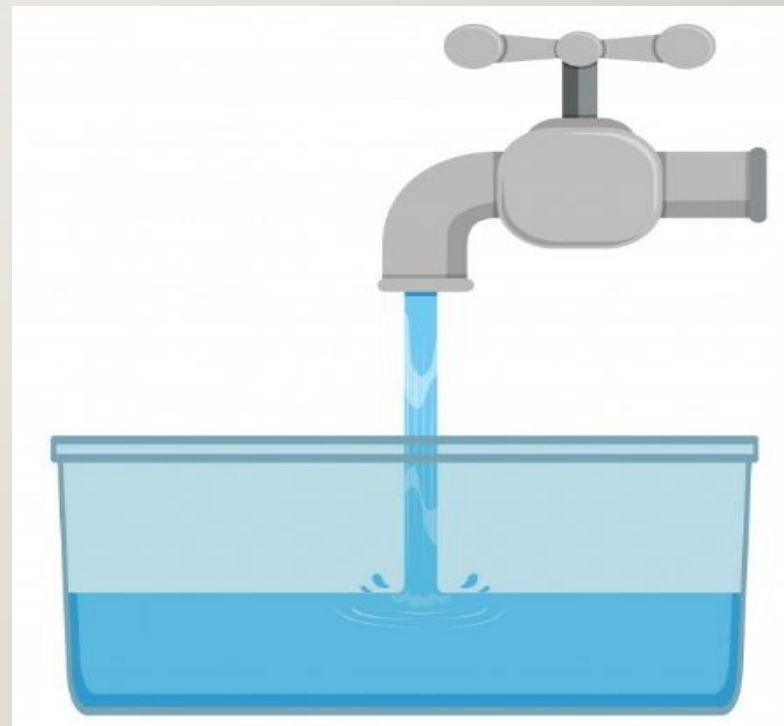
- ¿Cómo se define una línea recta?
- ¿Qué es la pendiente de una recta?
- ¿Qué significa una pendiente positiva?
- ¿Qué significa una pendiente negativa?
- ¿En donde crees que se aplique la pendiente en la vida real?
- ¿Qué formas conoces de la ecuación de una recta?

APERTURA: SITUACIÓN PROBLEMA

- Una llave está llenando de agua un bote de plástico de forma cilíndrica de un metro y diez centímetros de alto y medio metro de diámetro. Se midieron los niveles del agua en determinados intervalos de tiempo y en la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos en la que el tiempo inicial se consideró cuando se tenían 20 centímetros de nivel

TABLA DE LA SITUACIÓN PROBLEMA

<i>Tiempo (x)</i> <i>(minutos)</i>	<i>Nivel (y)</i> <i>(centímetros)</i>
0	20
2	29
4	38
6	47
8	56



CONTESTA LO SIGUIENTE:

- ¿Cuál es el valor de la razón de cambio del nivel respecto al tiempo?
- ¿Cuál es el modelo matemático o ecuación que permite predecir el nivel del agua en cualquier tiempo?
- ¿Cuál será el nivel del agua en el tanque a los 15 minutos?
- ¿cuánto tiempo se tardará en llenar el bote?

VEAMOS EL SIGUIENTE DIÁLOGO

- Dos amigos fueron de excursión al nevado de Toluca y una vez que ascendieron un tramo caminando, comentaron:
- Sí que es cansado subir al nevado, nos ha costado más de lo pensado, - dijo uno de ellos -
- Sí, no pensé que tuviera tanta pendiente – dijo el otro –
- - ¿pendiente? ¿te refieres a que está muy inclinado? -
- - Sí, debe tener una pendiente de más o menos 35% -
- - ¿Qué significa eso de una pendiente de 35 %?
- - a que por cada 100 metros que avanzamos horizontalmente al caminar sobre el terreno, estamos subiendo 30 metros sobre el nivel del suelo –
- - ooooh





Foto: www.ciudadaccesible.cl



PREGUNTAS DETONADORAS

- ¿Cuál crees que sea la pendiente máxima permitida en las carreteras? ¿y en las vías del tren?
- ¿en las rampas para personas de capacidades diferentes?
- ¿Crees que en la vida cotidiana existan relaciones entre dos variables que puedan representarse con una recta. ?



TERRENO

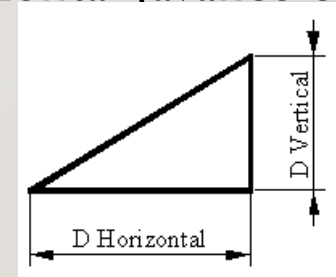


CONCEPTO DE PENDIENTE

- Definimos la **pendiente** (representada por m) de una recta o segmento de recta como el cociente o **razón de cambio** formado por el desplazamiento vertical (elevación o distancia que sube o baja la recta) entre el desplazamiento horizontal (avance o distancia recorrida a la derecha). En otras palabras

- $$\text{pendiente} = m = \frac{\text{desplazamiento vertical o elevación}}{\text{desplazamiento horizontal o avance}}$$

- en los problemas cuyo modelo matemático es una recta, usualmente la pendiente de la recta denota crecimiento o decrecimiento

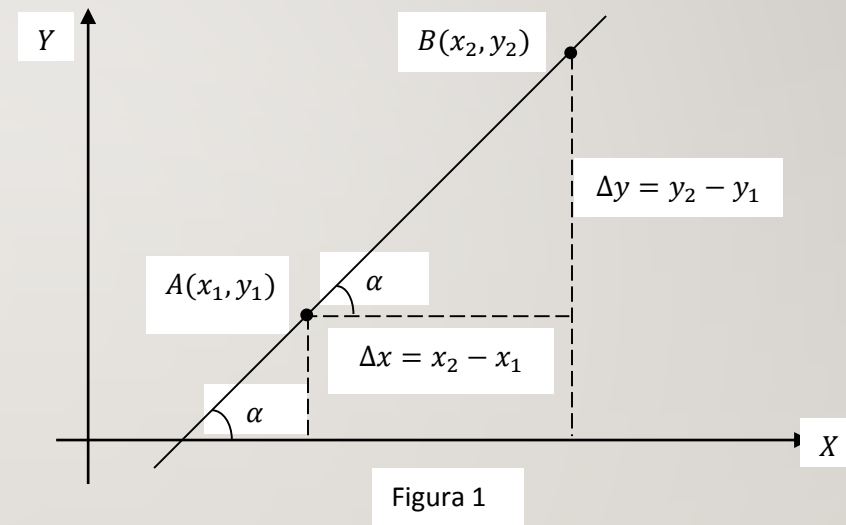


PENDIENTE EN EL PLANO CARTESIANO

- si consideramos dos puntos cualesquiera de una recta no vertical, por ejemplo $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ (figura 1)
- La razón que hay entre las variaciones de y (Δy) y la de x (Δx) será la pendiente de la recta, es decir:

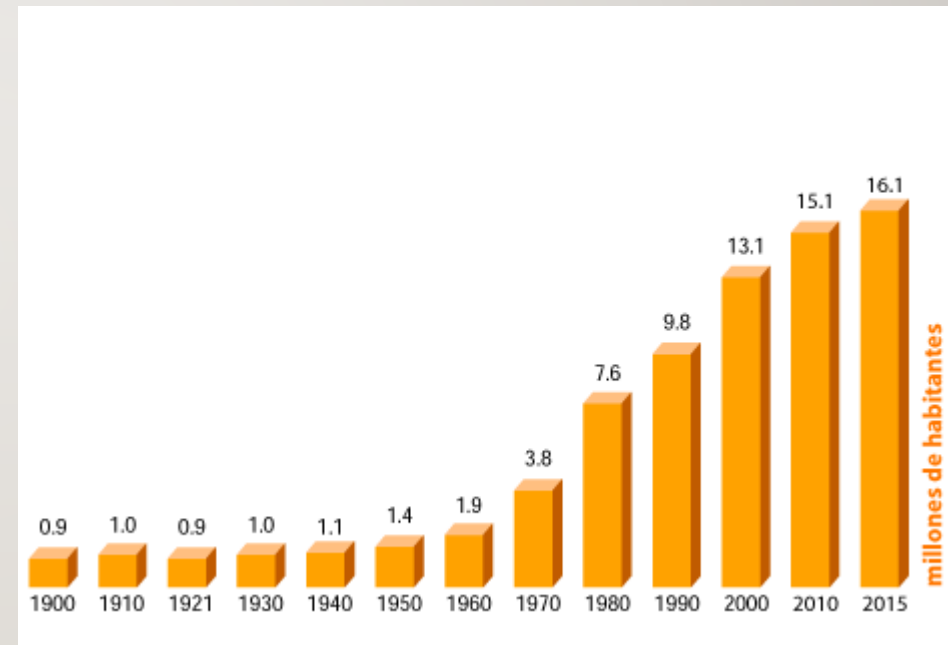
- $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- con $x_2 \neq x_1$



EJEMPLO DE CALCULO DE PENDIENTE

- La población en el Estado de México de acuerdo con el INEGI era de 13.1 millones de habitantes en el año 2000 y de 16.1 millones en el año 2015. ¿Cuál es la razón promedio de crecimiento anual de la población del Estado durante ese periodo?



SOLUCIÓN

- En esta caso la razón de cambio será la pendiente
- $m = \text{razón de cambio} = \frac{\text{cambio en población}}{\text{cambio en años}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $m = \frac{16.1 - 13.1}{2015 - 2000}$
- $m = 0.2 \text{ millones de habitantes/año}$

CONCEPTO DE LÍNEA RECTA

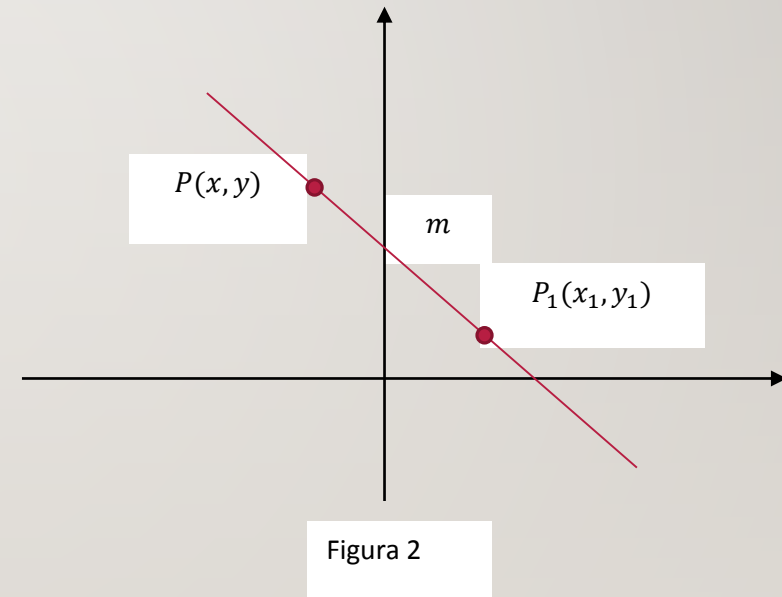
- Intuitivamente sabemos qué es una recta y su concepto es fundamental en las matemáticas, ya que muchos de los fenómenos o procesos que se estudian en las ciencias son lineales, es decir, las variables que intervienen en ellos se relacionan por medio de una ecuación que representa una recta
- Podemos definir a la línea recta de tres maneras:
- Geométricamente es la distancia más corta entre dos puntos en el plano cartesiano
- Gráficamente se puede ver como un conjunto de puntos, uno detrás de otro, tales que, si tomamos dos puntos cualesquiera, la pendiente es siempre la misma.
- Analíticamente es una ecuación de primer grado o lineal con dos variables.

FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

- La ecuación de una recta se puede presentar en diferentes formas: punto-pendiente, pendiente-ordenada al origen, dos puntos, simétrica, general y normal.
- Para la realización de este tema, mencionaremos solamente las formas *punto-pendiente* y *pendiente-ordenada al origen* de la ecuación de una recta.

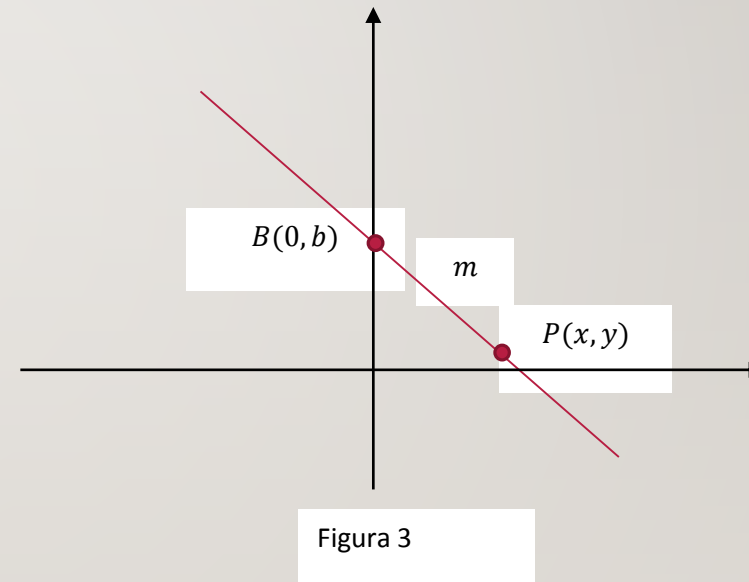
FORMA PUNTO-PENDIENTE

- **Forma Punto-pendiente**
- Como su nombre lo indica, se conoce como información un punto y la pendiente de la recta (figura 2) y está dada por
- $y - y_1 = m(x - x_1)$



FORMA PENDIENTE ORDENADA AL ORIGEN

- Se obtiene cuando se conoce la pendiente m y el punto de intersección de la recta con el eje Y con coordenada $(0, b)$ y en el que b es llamada *ordenada al origen* (figura 3) y está dada por:
- $y = mx + b$

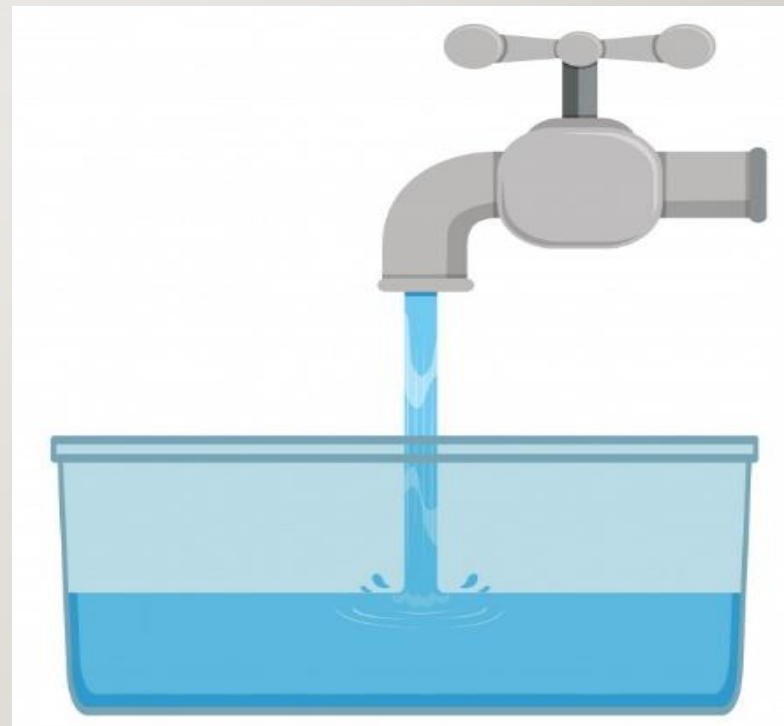


RESOLVAMOS AHORA LA SITUACIÓN PROBLEMA

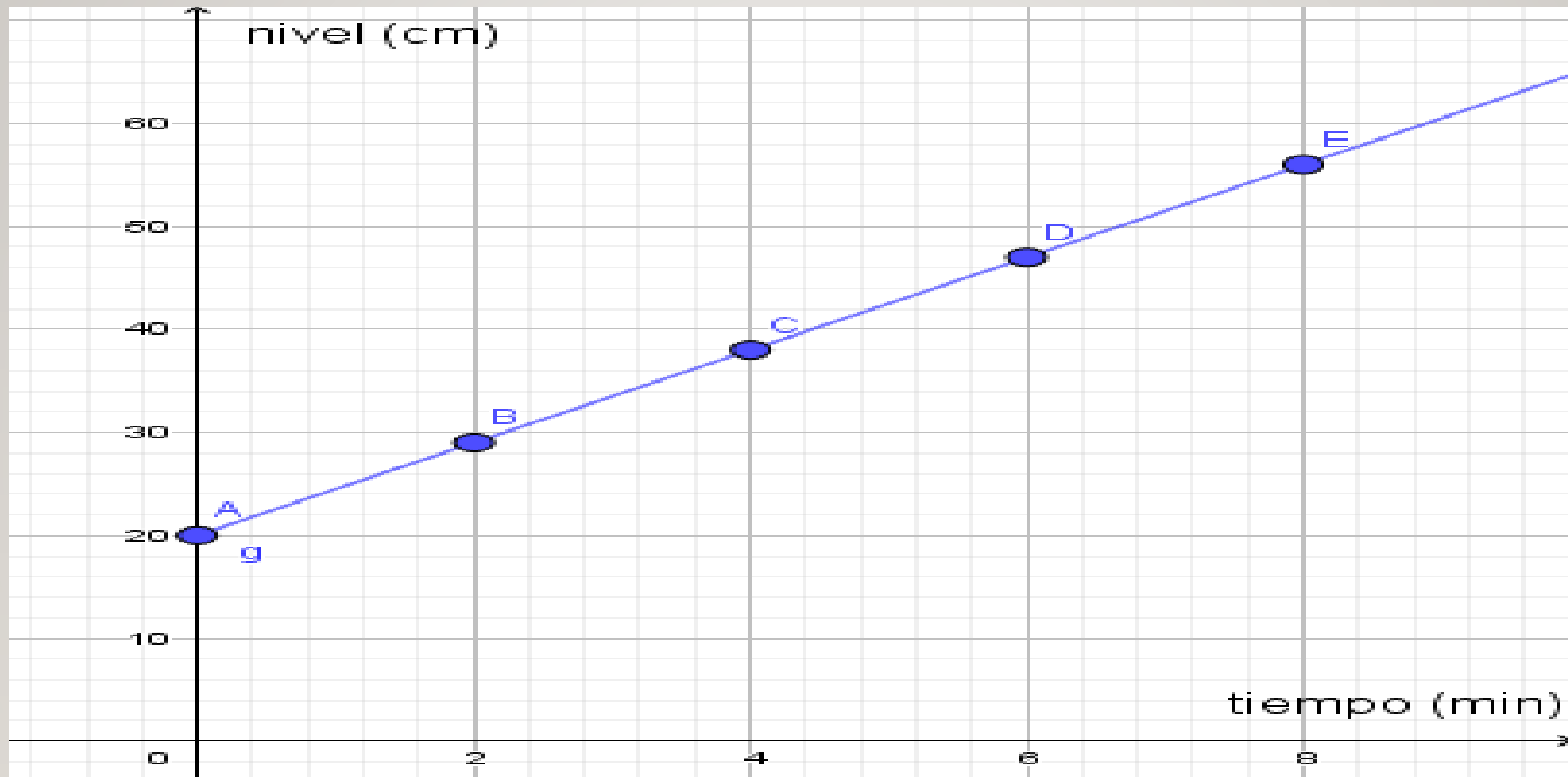
- Una llave está llenando de agua un bote de plástico de forma cilíndrica de un metro y diez centímetros de alto y medio metro de diámetro. Se midieron los niveles del agua en determinados intervalos de tiempo y en la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos en la que el tiempo inicial se consideró cuando se tenían 20 centímetros de nivel

TABLA DE LA SITUACIÓN PROBLEMA

<i>Tiempo (x)</i> <i>(minutos)</i>	<i>Nivel (y)</i> <i>(centímetros)</i>
0	20
2	29
4	38
6	47
8	56



REPRESENTACIÓN GRÁFICA



SOLUCIÓN A)

- La razón de cambio constante se obtiene de cualesquier dos renglones de datos en la tabla, mientras se divide un cambio en el nivel (Δy) ocurrido entre el respectivo cambio de tiempo. Esto representaría en términos matemáticos la pendiente de la recta que modela la situación. Así, si utilizamos los renglones dos y tres tenemos:
- $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{38-29}{4-2} = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ centímetros/minuto}$
- Podemos comprobar que llegamos al mismo valor utilizando, por ejemplo, los renglones tres y cinco:
- $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{56-38}{8-4} = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ centímetros/minuto}$
- Lo anterior nos indica que el llenado tiene un comportamiento lineal

SOLUCIÓN B)

- Para determinar la ecuación que permita predecir el nivel del agua en cualquier tiempo admisible, mientras el tanque se está llenando, realizamos lo siguiente:
- Con el dato del renglón uno $y_0 = 20$ tomado de la tabla y la razón de cambio (pendiente) calculada en el inciso anterior y, empleando la ecuación pendiente-ordenada al origen, tenemos que:
- $y = mx + b$
- $y = 4.5x + 20$

SOLUCIÓN C) Y D)

- En este inciso evaluamos la ecuación en el valor del tiempo $x = 15$ minutos:
- $y(15) = 4.5(15) + 20 = 87.5$ centímetros
- Para que el bote se llene, el nivel debe llegar a ser de $y = 110$ centímetros. Así, sustituyendo este valor en la ecuación y despejando el tiempo x , se tiene:
- $110 = 1.5x + 20$
- $110 - 20 = 1.5x$
- $90 = 1.5x$
- $x = \frac{90}{1.5} = 60$ minutos

EJERCICIO

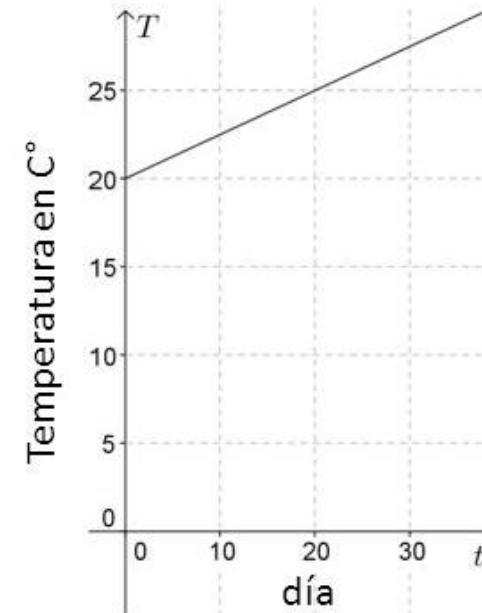
- Según los pronósticos del Servicio Meteorológico Nacional (SMN), esta semana, continuará incrementándose la temperatura. La información proporcionada es que hoy la temperatura será de 20° y luego, cada día que pase, la temperatura irá incrementándose en 0.25° ¿puedes determinar la ecuación pendiente-ordenada al origen que modela esta situación? ¿puedes pronosticar la temperatura que se tendrá, de acuerdo a ese incremento, dentro de 30 días? ¿a los cuántos días llegará la temperatura a los 28° ?



REPRESENTACIÓN GRÁFICA



tiempo (t)	Temperatura (T)
0	20,00
1	20,25
2	20,50
3	20,75
4	21,00
5	21,25
6	21,50
7	21,75
8	22,00
9	22,25
10	22,50



CIERRE

VERIFICACIÓN DE CONCEPTOS

- ¿Qué nos representa la distancia más corta entre dos puntos?
- ¿Cómo se llama la relación *elevación* entre *avance*?
- ¿En qué forma de la ecuación de la recta se puede identificar de inmediato su inclinación y la intersección de ésta con el eje Y?
- ¿En los modelos matemáticos que denota la pendiente de una recta?
- Menciona dos situaciones que tengan un comportamiento lineal

EJERCICIOS I DE REFORZAMIENTO

- La máxima inclinación recomendada para una autopista es de 12%, es decir, en su inclinación máxima la autopista cambiaría 12 metros verticalmente por cada 100 metros de cambio horizontal. ¿Cuántos metros horizontales tomará a la autopista México-Toluca con inclinación máxima bajar 240 metros?

R: $x = 2000 \text{ m}$

EJERCICIO 2

- Haciendo ejercicio en una elíptica manteniéndose a un ritmo de 30 revoluciones por minuto, el tablero muestra que por cada segundo que pasa, se acumulan 0.2 calorías. Suponiendo que se realiza una rutina de calentamiento en la que se han acumulado 40 calorías
- Determina la ecuación que calcula las calorías C acumuladas en términos del tiempo t (en minutos) una vez que ya se ha realizado la rutina de calentamiento y se mantiene el ritmo R :
 $C = 12t + 40$
- ¿cuántas calorías muestra el tablero un cuarto de hora después del calentamiento?
 $R = 220 \text{ calorías}$
- Para satisfacer los requerimientos de una dieta balanceada se recomienda acumular en la elíptica diariamente 375 calorías. ¿Cuántos minutos (aparte de los del calentamiento) se debe usar la elíptica diariamente al ritmo de 30 revoluciones por minuto? $R = 27.917 \text{ minutos}$

CONCLUSIONES

- En la vida cotidiana existen relaciones entre dos variables que pueden representarse como un lugar geométrico lineal. El modelo algebraico y gráfico de una recta nos sirve para entender mejor las situaciones que se caracterizan por tener una razón de cambio, es decir, una variación que tiene una variable con respecto a otra, constante
- Se pretende en esta presentación, que los alumnos conozcan un proceso para resolver problemas de aplicación que involucren elementos de la recta mediante una exposición sencilla y directa que los conlleve a alcanzar las competencias requeridas sin encajonarlos en una única forma de resolverlos

iii MUCHAS GRACIAS iii

