Universidad Autónoma del Estado de México
Facultad de Economía

PROGRAMA EDUCATIVO
Relaciones Económicas Internacionales

UNIDAD DE APRENDIZAJE:
«PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA»
(8 Créditos)
Clave: L43122

ANÁLISIS COMBINATORIO

Elaboró: MDN Edna Edith Solano Meneses.
Septiembre 2018

UAEM

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Análisis Combinatorio

Índice

Guion Explicativo	…………………………………	3
Objetivo	…………………………………	8
Introducción	…………………………………	9
Técnicas de conteo	…………………………………	10
Regla de multiplicación	…………………………………	15
Combinaciones con repetición	…………………………………	22
Combinaciones sin repetición	…………………………………	27
Permutaciones	…………………………………	32
Permutaciones con repetición	…………………………………	33
Permutaciones sin repetición	…………………………………	37
Permutación lineal y cíclica	…………………………………	41
Permutación por grupos	…………………………………	45
Referencias	…………………………………	47

Guión Explicativo

Con este material se pretende establecer las bases y ejemplificar el análisis combinatorio para que el alumno comprenda e identifique bajo qué condiciones se aplica en casos reales y profesionales que le permitan la toma de decisiones esenciales en el desempeño de su profesión.

El empleo de este material es recomendable, para coadyuvar al logro de los objetivos y el propósito general de la Unidad de Aprendizaje y ser base para las asignaturas fundamentadas y relacionadas con el ámbito laboral.

Guión Explicativo

Las explicaciones generales y ejemplificaciones mostradas en casos de aplicación con fórmulas e imágenes incluidas en este material, el alumno podrá fácilmente asimilar el conocimiento.

El material didáctico contiene lo más sobresaliente de las técnicas de conteo: principio de multiplicación, combinaciones y permutaciones.

Guión Explicativo

- **En la diapositiva 8 y 9 se da a conocer la presentación del trabajo, objetivo e introducción**
- **De la dispositiva 10 a la 14 se presentan las generalidades de las técnicas de conteo.**
- **La regla de multiplicación se aborda en la diapositiva 15 a la 19.**
- **En la diapositiva numero 20 y 21 se muestran las características de la combinación y se ejemplifica.**

Guión Explicativo

- En la diapositiva numero 22 y 26 muestra los aspectos fundamentales de la combinación con repetición
- En la diapositiva numero 27 a la 30 lo referente a la combinación sin repetición.
- De la diapositiva 31 a la 46 se presenta la permutación con y sin repetición, lineal, cíclica y por grupos.
- Finalmente la bibliografía consultada para la realización de este material se muestra en la diapositiva 47

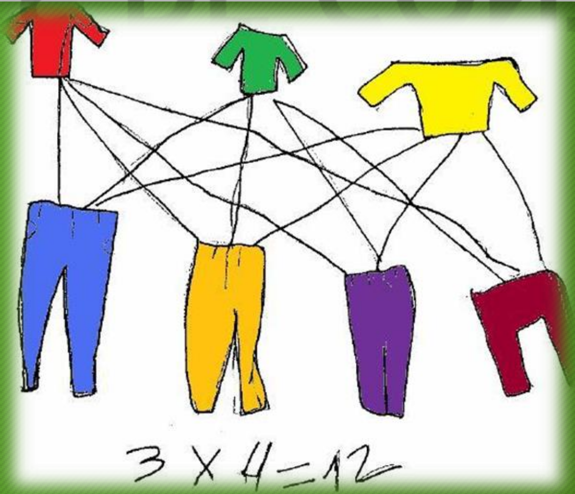
Objetivo

Este material tiene el objetivo de dar a conocer información referente a las técnicas de conteo y su aplicación como parte de las bases de la formación del alumno de la licenciatura; así como para generar habilidades y razonamientos que apoyen en el desarrollo de su ámbito profesional.

Introducción

Actualmente el conocimiento y aplicación de la probabilidad tiene un papel altamente importante dentro del desarrollo profesional; de manera particular las técnicas de conteo se convierten en una poderosa y fuerte herramienta para la toma de decisiones debido a ello es indispensable aplicarlas de una manera eficaz y objetiva, el analizar los diferentes elementos permiten decisiones requeridas en los procesos productivos e indudable en el mundo de la economía.

TÉCNICAS DE CONTEO



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TÉCNICAS DE CONTEO

En la probabilidad prevalece un principio fundamental que es el proceso de contar, para lo que existen las técnicas de conteo las cuales ofrecen un método general para contar el numero de posibles arreglos de objetos dentro de un solo conjunto o entre varios conjuntos.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TÉCNICAS DE CONTEO

- Las técnicas de conteo son aquellas que son usadas para enumerar eventos difíciles de cuantificar.

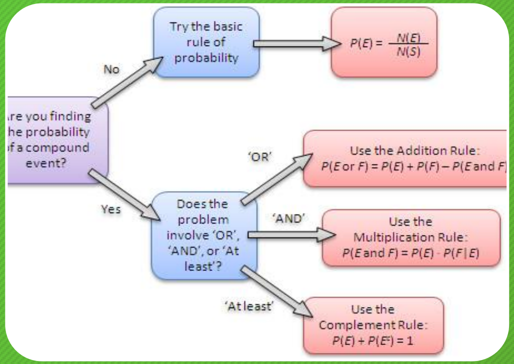
- Las técnicas de conteo son utilizadas en Probabilidad y Estadística para determinar el número total de resultados

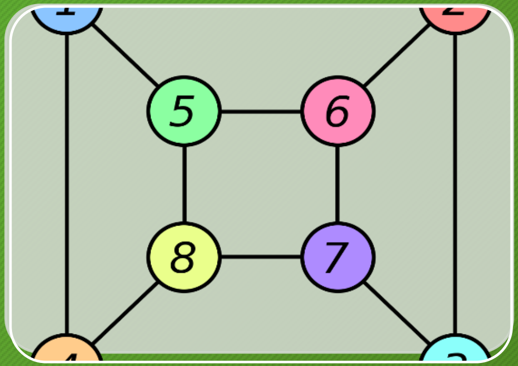
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TRES TÉCNICAS DE CONTEO

- Regla de multiplicación
- Combinaciones
- Permutaciones

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA





Regla de multiplicación

Combinación

*Con repetición

*Sin repetición

Permutación

*Con repetición

*Sin repetición

*Lineal

*Cíclica

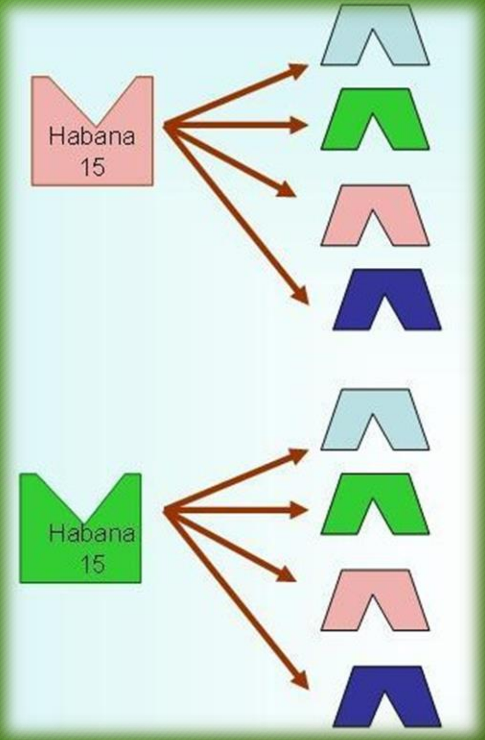
*Por grupos

REGLA DE MULTIPLICACIÓN

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

Si hay m formas de hacer una cosa y hay n formas de hacer otra cosa, entonces hay m x n formas de hacer ambas cosas, es decir, el numero total de formas de hacer ambas cosas sería m x n.

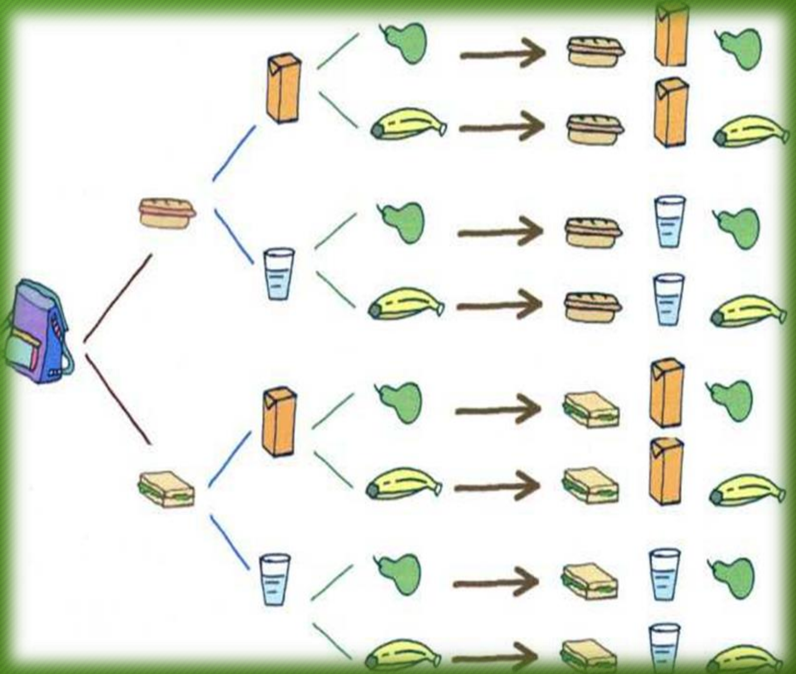


m=2, n=4 entonces 2x4 = 8

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

Esta regla se puede extender a más de dos eventos. Para tres eventos (m, n, o) se tendría que el número total de eventos sería, de m x n x o.



m=3, n=2, o=2 entonces 3x2x2 = 8

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

La regla de multiplicación se utiliza en el caso de que los sucesos A y B sean independientes y sin reemplazo (cuando la ocurrencia de uno no afecta la probabilidad de la ocurrencia del otro).

Fórmula: **Nº de maneras = n × m**

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

Ejemplo:

Suponga que una persona tiene 2 formas de ir de una ciudad A a otra ciudad B; y una vez llegada a B, tiene 3 maneras de llegar a otra ciudad C, ¿De cuántas maneras puede realizar el viaje de A a C pasando por B?

$$\Rightarrow \text{Nº de maneras} = 2 \times 3 = 6$$

La regla de multiplicación requiere dos eventos A y B independientes.
Y uno no afecta la ocurrencia del otro.

COMBINACIONES

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES

Es el número de arreglos posibles en donde no interesa el orden.

Son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que: NO influye el orden en que se colocan

COMBINACIONES

Combinación con repetición

Son las distintas agrupaciones formadas con r elementos que pueden repetirse, eligiéndolos de entre los n elementos de que disponemos, considerando una distinta a otra sólo si difieren en algún elemento (No influye el orden de colocación de sus elementos).

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES

Si permitimos que se repitan los elementos, podemos hacerlo hasta tantas veces como elementos tenga la agrupación.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES

Combinación con repetición ejemplo:
Con el conjunto X= {1, 2, 3, 4} formar pares. De manera gráfica vemos:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
~~(2,1)~~	(2,2)	(2,3)	(2,4)
~~(3,1)~~	~~(3,2)~~	(3;3)	(3,4)
~~(4,1)~~	~~(4,2)~~	~~(4,3)~~	(4,4)

Como no importa el orden, da lo mismo (1,2) que (2,1), entonces solo consideramos una de ellas.
Y es con repetición puesto que repite (1,1) o (2,2)…

Nº de arreglos = 10

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES

Combinación con repetición ejemplo:

Aplicando fórmula

$$CR_n = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
~~(2,1)~~	(2,2)	(2,3)	(2,4)
~~(3,1)~~	~~(3,2)~~	(3;3)	(3,4)
~~(4,1)~~	~~(4,2)~~	~~(4,3)~~	(4,4)

n = 4
r = 2

$$C_4^2 = \frac{(4+2-1)!}{2!(4-1)!} = \frac{120}{12} = 10$$

Nº de arreglos = 10

COMBINACIONES

Ejemplo de Combinación con repetición

Una tarjeta de circuito tiene ocho posiciones diferentes en las que puede colocarse un componente. Si se colocan cinco componentes idénticos sobre la tarjeta, ¿cuántos diseños distintos pueden obtenerse?

$$C_5^8 = \frac{8!}{5!\,(8-5)!} = 56$$

COMBINACIONES

Combinación sin repetición:

Son las distintas agrupaciones formadas con r elementos distintos, eligiéndolos de entre los n elementos de que disponemos, considerando distinta a otra sólo si difieren en algún elemento, y **NO** influye el orden de colocación de sus elementos.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES

Combinación sin repetición ejemplo:
Con el conjunto X= {1, 2, 3, 4} formar pares. De manera gráfica vemos:

~~(1,1)~~	(1,2)	(1,3)	(1,4)
~~(2,1)~~	~~(2,2)~~	(2,3)	(2,4)
~~(3,1)~~	~~(3,2)~~	~~(3;3)~~	(3,4)
~~(4,1)~~	~~(4,2)~~	~~(4,3)~~	~~(4,4)~~

Como no importa el orden, da lo mismo (1,2) que (2,1), entonces solo consideramos una de ellas. Pero sin las repeticiones como (1,1) ,(2,2)…

Nº de arreglos = 6

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIONES

Combinación sin repetición ejemplo:

Aplicando fórmula

$$C_n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

~~(1,1)~~	(1,2)	(1,3)	(1,4)
~~(2,1)~~	~~(2,2)~~	(2,3)	(2,4)
~~(3,1)~~	~~(3,2)~~	~~(3,3)~~	(3,4)
~~(4,1)~~	~~(4,2)~~	~~(4,3)~~	~~(4,4)~~

n = 4
r = 2

$$C_4^2 = \frac{(4)!}{2!\,(4-2)!} = 6$$

Nº de arreglos = 6

COMBINACIONES

Ejemplo de Combinación sin repetición

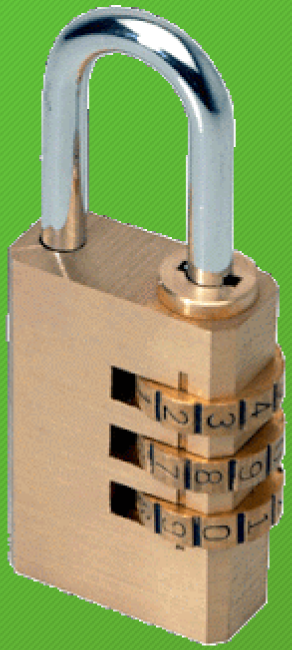
Un alumno decide presentar 3 de las 5 evaluaciones (aritmética, español, inglés, religión, sociales) que tiene pendientes en su colegio. ¿De cuantas maneras diferentes puede elegir esas evaluaciones?

$$C_5^3 = \frac{(5)!}{3!\,(5-3)!} = 10$$

PERMUTACIONES

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES



Es el número de arreglos posibles en donde SI interesa el orden.

Son aquellas formas de agrupar los elementos de un conjunto teniendo en cuenta que SI influye el orden en que se colocan

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación con repetición

Son las distintas agrupaciones formadas con r elementos que pueden repetirse, eligiéndolos de entre los n elementos de que disponemos, considerando que influye el orden de colocación de sus elementos.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación con repetición ejemplo:
Con el conjunto X= {1, 2, 3, 4} formar pares. De manera gráfica vemos:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3;3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

Como SI importa el orden, no es lo mismo (1,2) que (2,1), entonces consideramos cada una de ellas.
Y es con repetición puesto que repite (1,1) o (2,2)...

Nº de arreglos = 16

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación con repetición ejemplo:

Aplicando fórmula

$$PR_n^r = n^r$$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3;3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

n = 4
r = 2

$$PR_4^2 = 4^2 = 16$$

Nº de arreglos = 16

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Ejemplo de Permutación con repetición

¿Cuántos arreglos o puntos de 3 coordenadas x, y, z será posible generar con los siguientes dígitos 0,1,2,4,6,y 9?

$$PR_6^3 = 6^3 = 216$$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación sin repetición

Son las distintas agrupaciones formadas con r elementos y no pueden repetirse, eligiéndolos de entre los n elementos de que disponemos, considerando que influye el orden de colocación de sus elementos.

PERMUTACIONES

Permutación sin repetición ejemplo:
Con el conjunto X= {1, 2, 3, 4} formar pares. De manera gráfica vemos:

~~(1,1)~~	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	~~(2,2)~~	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	~~(3,3)~~	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	~~(4,4)~~

Como SI importa el orden, no es lo mismo (1,2) que (2,1), entonces consideramos cada una de ellas.
Y no se cuentan las repeticiones (1,1) o (2,2)...

Nº de arreglos = 12

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación sin repetición ejemplo:

Aplicando fórmula

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

~~(1,1)~~	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	~~(2,2)~~	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	~~(3,3)~~	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	~~(4,4)~~

n = 4
r = 2

$$P_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

Nº de arreglos = 12

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Ejemplo de Permutación sin repetición

¿Cuántos números (arreglos) de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares?

n = 5 (1,3,5,7,9)
r = 5

$$P_5^5 = \frac{5!}{(5-5)!}$$

$$\boldsymbol{P_5^5 = 120}$$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación lineal

Permutaciones de diferentes objetos tomados todos a la vez. El total de permutaciones de un conjunto de objetos tomados todos a la vez, se obtiene razonando en forma similar del principio fundamental de contar: $P_n = n!$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación lineal ejemplo:

¿De cuantos modos puede disponerse en una fila dos profesores que nunca se separan y 6 estudiantes?

Aplicando fórmula $pn = n!$

Considerar las permutaciones de los maestros y después considerarlos como uno solo porque nunca se separan, además de los 6 estudiantes

Pn= 2!7! = (2x1)(7x6x5x4x3x2x1)=(2x5,040)=10,080

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación cíclica

Son las distintas agrupaciones formadas con n elementos colocación de sus elementos de manera cíclica.

$$P_n = (n-1)!$$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación cíclica ejemplo:

En una mesa para un debate, ¿de cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas si es una mesa redonda?

Aplicando fórmula

$P_8 = (8 - 1)! = 7! = 5,040$

PERMUTACIONES

Permutación por grupos

Es el número de permutaciones de n objetos de los cuales n_1 son similares de alguna manera, n_2 son similares de otra manera, …. , nr son similares aún de otra manera, es

$$P^{n}_{n_1 n_2 n_3} = \frac{n!}{n_1!, n_2!, n_3\,! \ldots n_n!}$$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIONES

Permutación por grupos ejemplo:

Cuantos números de cinco cifras hay en las que el 2 aparezca una vez, el 7 dos veces y el 9 dos veces también. En este caso se tiene: n=5! n_1=1!; porque el 2 aparece una vez. n_2=2! Porque el 7 aparece dos veces y n_3=2! Porque el nueve aparece 2 veces

$$P^{5}_{n_1 n_2 n_3} = \frac{5!}{1!,2!,2_3!} = 30$$

REFERENCIAS

1. Lind, D. (2012) Estadística Aplicada a los negocios y la economía. México. Décimo Quinta edición. Editorial Mc Graw Hill
2. Spiegel,M. (2013). Probabilidad y Estadística. México. Cuarta edición. Editorial Mc. Graw Hill Educación.
3. Wolepole, R. (2012) Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias. México. Novena edición. Editorial Prentice Hall.
4. Anderson, D. (2015). Estadística para los Negocios. México. 12 ed. Editorial Cengage

REFERENCIAS

5. Newbold, P. (2010). Estadística para administración y economía. México. Sexta edición. Editorial Pearson.

Imágenes diversas de google.