Universidad Autónoma del Estado de México
Plantel Nezahualcóyotl

CBU 2015

TRIGONOMETRÍA

TERCER SEMESTRE

MÓDULO III
TRIANGULO OBLICUÁNGULO Y CIRCUNFERENCIA

Título: Circunferencia, Círculo, Longitud de Arco y Sector Circular

Profesor:
M en A. Pedro Libien Jiménez

Septiembre de 2018

Guion Explicativo

No. de Diapositiva	Explicación
5	Propósito General de la materia de Trigonometría
6	Propósito del Módulo III el cual se va a desarrollar tres temas
7-8	Competencias Genéricas y Disciplinares de la asignatura de matemáticas
9	Título del Modulo III: Triángulo Oblicuángulo y Circunferencia
10	Índice de los temas a desarrollar del Modulo III Triángulo Oblicuángulo y Circunferencia
11-13	Desarrollo del tema 2. Definición de circunferencia y círculo Definición de circunferencia
14	Definición de circulo

Guion Explicativo

No. de Diapositiva	Explicación
15	Conceptos importantes: Arco de circunferencia, Cuerda y Diámetro
16	Concepto de Segmento circular
17	Concepto de Sector circular
18	Concepto de Corona circular
19	Concepto de Trapecio circular
20	Desarrollo del tema 3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo. 3.1. Ángulo Central
21-24	3.2. Ángulo Inscrito
25	3.3.Angulo Semi-inscrito

Guion Explicativo

No. de Diapositiva	Explicación
26	Desarrollo del tema 4. Longitud de arco y sector circular Longitud de arco
27	Medida de la longitud de arco
28	Ejemplo de aplicación de longitud de arco
29	Desarrollo del tema de sector circular y ejemplos de aplicaciones
30	4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular
31-35	Ejercicio de aplicación, de área y perímetro de un sector circular
36-39	Ejercicio de aplicación a resolver por el alumno de longitud de arco y de sector circular para el cálculo de áreas y perímetro
40	Fuentes bibliográficas a consultar para ampliar la información presentada

PROPÓSITO GENERAL TRIGONOMETRÍA

- Resuelve problemas contextualizados que requieran la orientación espacial, representación, por medio de figuras y procedimientos geométricos, algebraicos y trigonométricos.

PROPÓSITO DEL MÓDULO III

- Calcula áreas, perímetros, ángulos en triángulos oblicuángulos y circunferencias para resolver situaciones problema y construye graficas de funciones trigonométricas.

CBU 2015

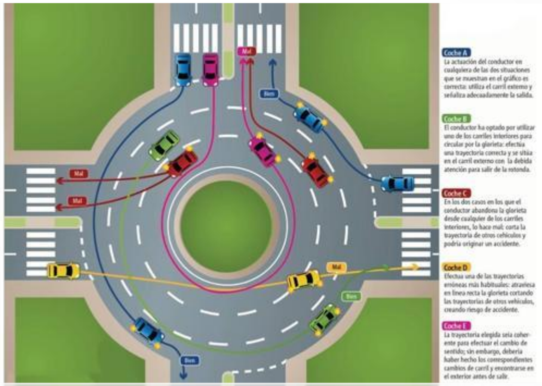
Competencias a Desarrollar

- Competencias Genéricas:
- 5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
- 5.1. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- 5.6. Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

CBU 2015

Competencias a Desarrollar

- Competencias Disciplinares:
- 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.



Modulo III:

Triángulo Oblicuángulo y Circunferencia

Fuente: imagen tomada de http://n9.cl/4buQ ,el 27 de septiembre de 2018

Asignatura:
Trigonometría

Módulo III:
Triángulo Oblicuángulo y Circunferencia

2. Definición de circunferencia y círculo

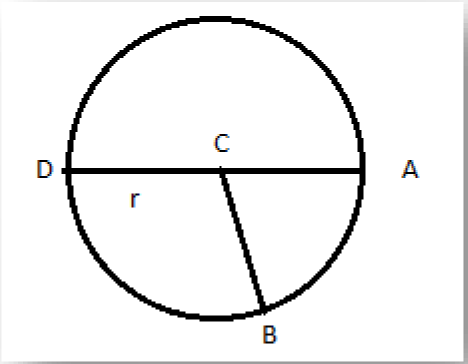
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo
    - 3.1. Ángulo Central
    - 3.2. Ángulo Inscrito
    - 3.3. Ángulo Semi-inscrito

4. Longitud de arco y sector circular
    - 4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular

2. Definición de circunferencia y círculo

Circunferencia:

Es el conjunto de los puntos de un plano que equidistan de otro punto denominado centro.
La siguiente figura representa una circunferencia de radio r y centro C.

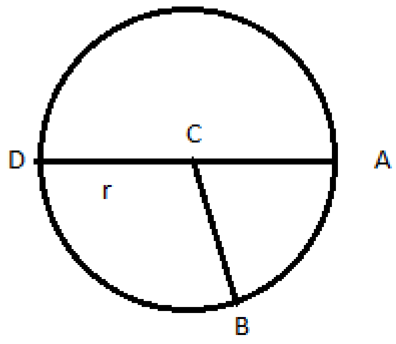


La distancia CA=CB=CD= r

r=radio de la circunferencia

2. Definición de circunferencia y círculo

Las circunferencias se identifican con una letra mayúscula y su radio



Por lo tanto en este caso tenemos la circunferencia C de radio r

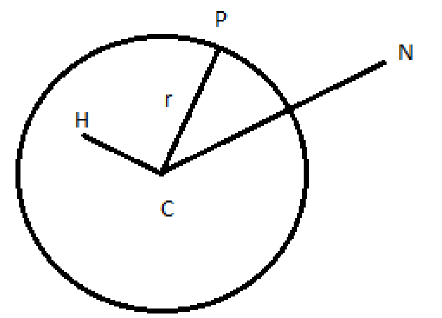
2. Definición de circunferencia y círculo

La Circunferencia divide al plano en dos regiones, una exterior y una exterior.

Los puntos $\overline{ON} > r$ se llaman puntos exteriores

Los puntos $\overline{OH} < r$ se llaman puntos interiores

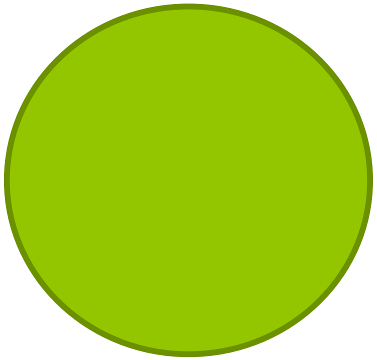
Los puntos $\overline{OP} = r$ son los puntos que pertenecen a la circunferencia



2. Definición de circunferencia y círculo

Círculo:

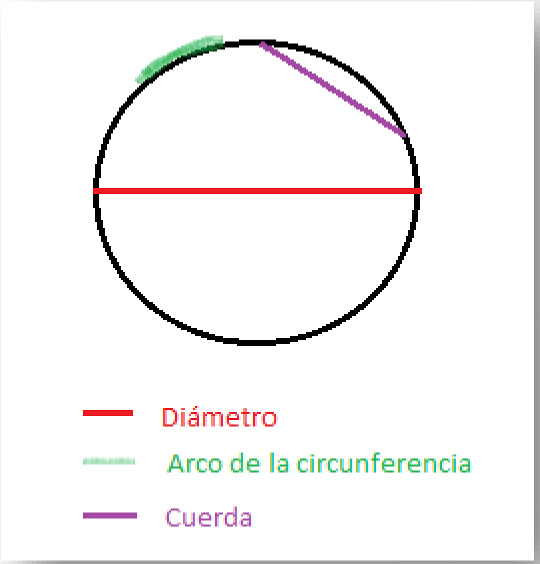
Es el conjunto de todos los puntos que pertenecen a la circunferencia y de los interiores



2. Definición de circunferencia y círculo

Conceptos importantes:

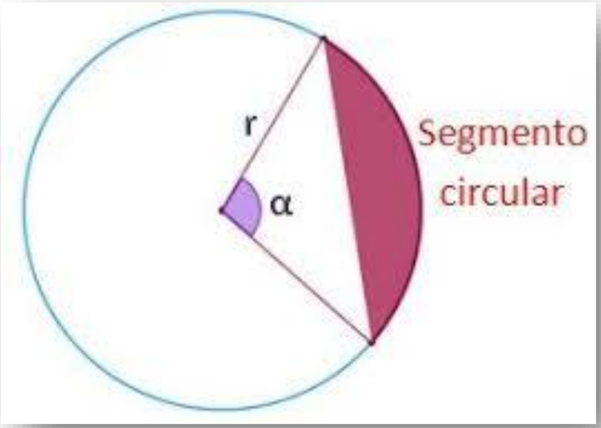
- Arco de la Circunferencia: A la porción de circunferencia
- Cuerda: Segmento determinado por dos puntos de la circunferencia
- Diámetro: Es toda cuerda que pasa por el centro, equivalente a dos radios.



2. Definición de circunferencia y círculo

Conceptos importantes:

- Segmento circular: Parte limitada entre un arco y su cuerda

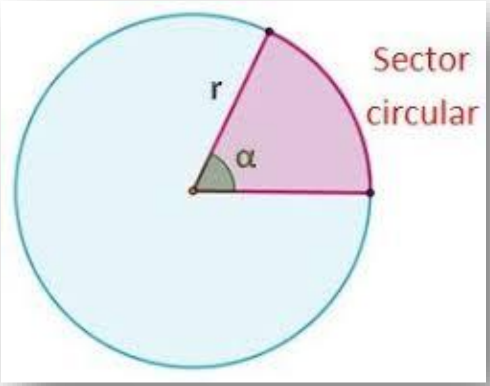


Fuente: http://n9.cl/Qu2h

2. Definición de circunferencia y círculo

Conceptos importantes:

- Sector circular: Parte del circulo limitada por dos radios y su arco

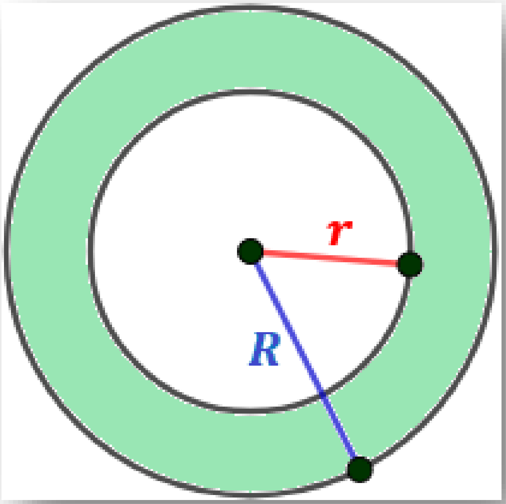


Fuente: http://n9.cl/7pE

2. Definición de circunferencia y círculo

Conceptos importantes:

- Corona Circular: Porción de plano limitada por dos circunferencias concéntricas.

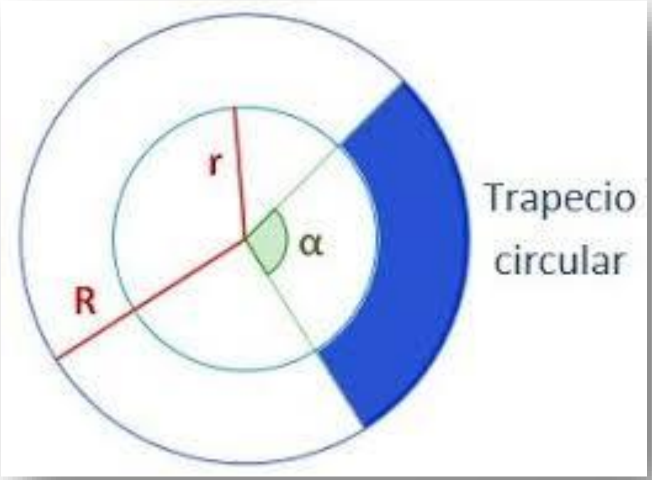


Fuente: http://n9.cl/Knph1

2. Definición de circunferencia y círculo

Conceptos importantes:

- Trapecio Circular: Porción de plano limitada por dos circunferencias concéntricas y dos radios



Fuente: http://n9.cl/IB3

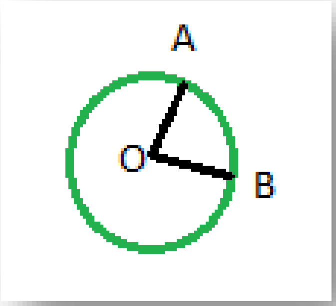
3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo

3.1. Ángulo Central

Es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados dos radios.

Su medida es igual a la de su arco correspondiente.

$$< AOB = \text{ arco } AB$$



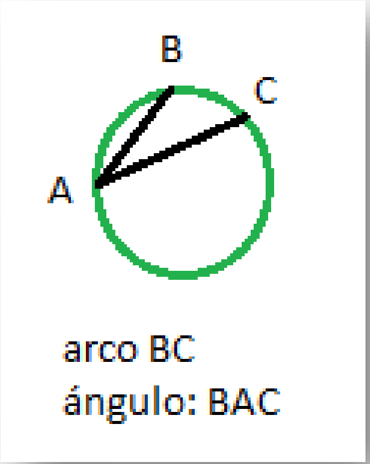
Fuente: Elaboración propia

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo

3.2. Ángulo Inscrito

Es el que tiene su vértice en un punto de la circunferencia y sus lados son dos rectas secantes

Su medida es igual a la mitad de su arco correspondiente.

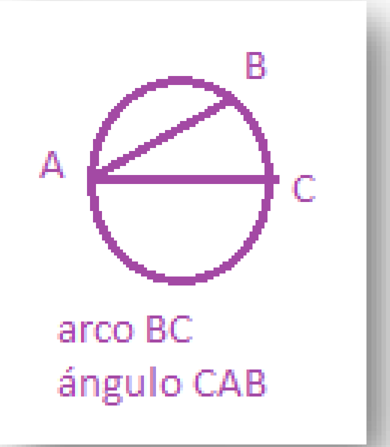


$$< BAC = \frac{\text{arco } BC}{2}$$

Fuente: Elaboración propia

3.2. Ángulo Inscrito

Primer caso:
Cuando el centro de la circunferencia esta en un lado del ángulo.
Su medida es igual a la mitad de su arco correspondiente.



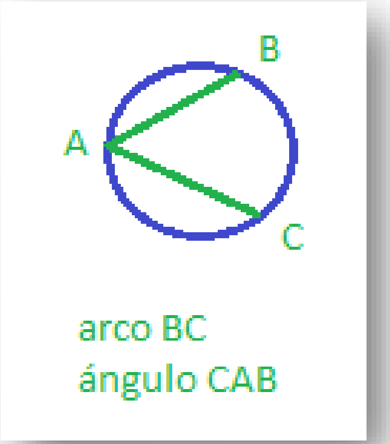
$$< BAC = \frac{\text{arco } BC}{2}$$

Fuente: Elaboración propia

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo

3.2. Ángulo Inscrito

Segundo caso:
Cuando el centro de la circunferencia esta en el interior del ángulo.
Su medida es igual a la mitad de su arco correspondiente.



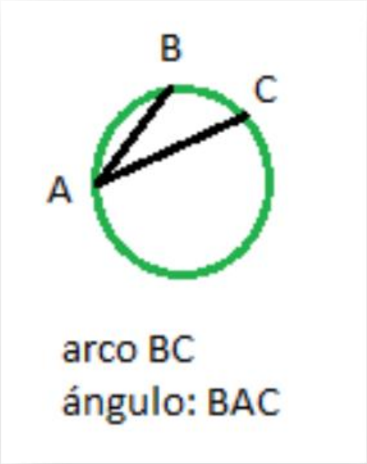
$$< BAC = \frac{\text{arco } BC}{2}$$

Fuente: Elaboración propia

3.2. Ángulo Inscrito

Tercer caso:
Cuando el centro de la circunferencia es exterior al ángulo.

Su medida es igual a la mitad de su arco correspondiente.



$$< BAC = \frac{\text{arco } BC}{2}$$

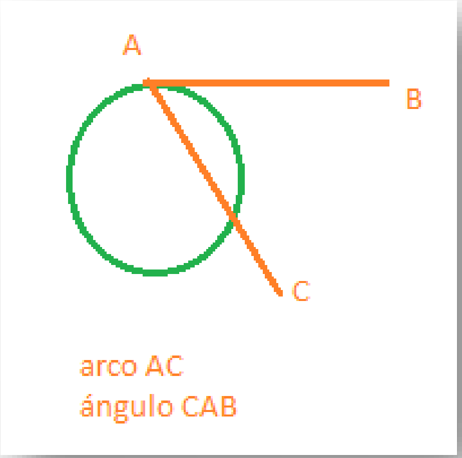
Fuente: Elaboración propia

3. Ángulos y arcos en una circunferencia y en un círculo

3.3. Ángulo Semi-Inscrito

Es el que tiene su vértice en un punto de la circunferencia y sus lados son dos rectas, una tangente y una secante.

Su medida es igual a la mitad de su arco correspondiente.



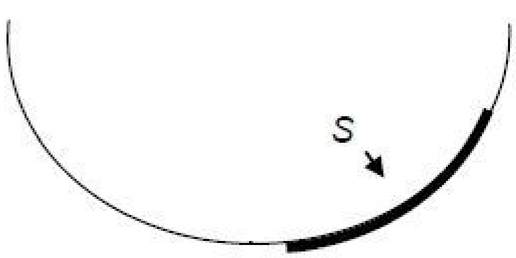
$$< BAC = \frac{\text{arco } BC}{2}$$

Fuente: Elaboración propia

4. Longitud de arco y sector circular

La longitud de arco es la medida de la distancia a lo largo de una curva.

En donde, S = longitud de arco; como se muestra en la figura siguiente:



Fuente:: http://n9.cl/0m4h

4. Longitud de arco y sector circular

Longitud de arco (s)

Una de las aplicaciones del radian como unidad angular es el cálculo de longitudes de arco.

En donde s es el arco de circunferencia de radio r, interceptado por un ángulo Ø radianes.

Estableciendo la siguiente proporción:

$\frac{s}{r} \quad \frac{\emptyset\, radianes}{1\, radian}$, de donde se obtiene:

s= r Ø (Ø en radianes)

4. Longitud de arco y sector circular

Ejemplo:
Halle la longitud de un arco de circunferencia subtendido por un ángulo central de 67°, si el radio mide 20 m.

Sol:
El ángulo en radianes es:
$67° = 67(0.0175) = 1.17$ rad

$s = r\,Ø$ ($Ø$ en radianes)

$s = (20)(1.17) = 23.4$ m

Esto es, la longitud del arco de circunferencia mide 23.4m

4. Longitud de arco y sector circular

4. Longitud de arco y sector circular

Un sector circular como lo habíamos mencionado es:
La parte del circulo limitada por dos radios y su arco.

El cual lo podemos ver aplicado de la siguiente manera:

En un columpio, en un péndulo, en un limpiaparabrisas,

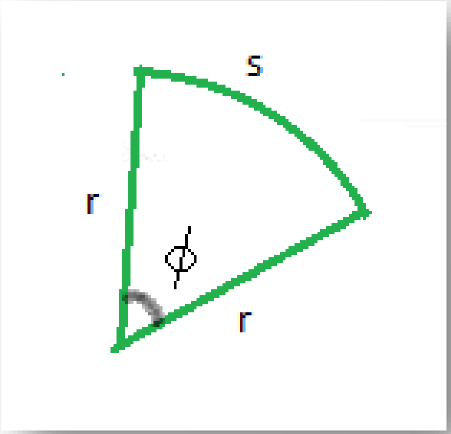
en jardineras, o en cruces de calles, entre otras.

4. Longitud de arco y sector circular

4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular.

Para el cálculo del área y del perímetro de un sector circular se tiene que:

Para el área: $A = \frac{r^2 \emptyset}{2}$, Ø en radianes



Fuente: Elaboración propia

Para el perímetro: P = 2r + s

s= rØ, Ø en radianes.

4. Longitud de arco y sector circular

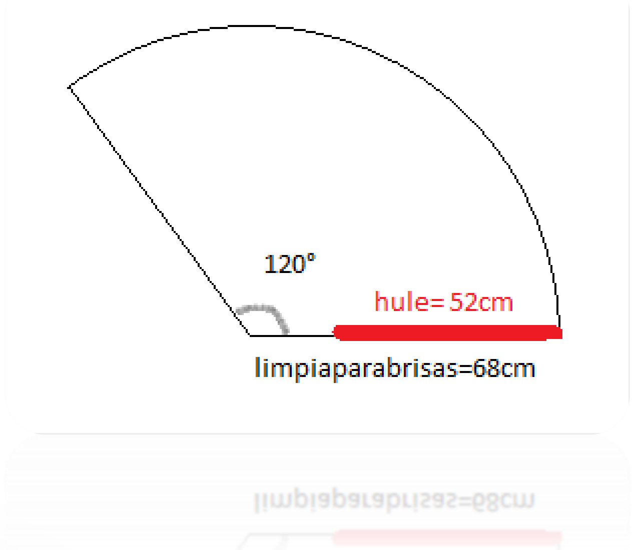
4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular.

Ejemplo de aplicación:

Un limpiador de parabrisas de un automóvil mide 68cm de largo y el hule mide 52 cm, si al moverse gira un ángulo de 120°. Calcular el área que limpia y el perímetro

4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular.
Ejemplo de aplicación:

Realizamos un esquema de la figura, como el siguiente:



4. Longitud de arco y sector circular

4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular.
Ejemplo de aplicación:

Para calcular el área del sector circular se tiene:

$$A = \frac{r^2 \varnothing}{2}, \quad \varnothing \text{ en radianes}$$

Calculando las áreas tenemos que:

Para el área de 68cm:

$$A = \frac{r^2 \varnothing}{2} = \frac{115°(\frac{\pi}{180} rad)(68cm)^2}{2} = \quad 4640.48\ cm^2$$

4. Longitud de arco y sector circular

4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular.
Ejemplo de aplicación:
La longitud del limpiador menor la longitud del hule:

68 – 52 = 16cm

Para el área de 16 cm:

$$A = \frac{r^2 \emptyset}{2} = \frac{115°(\frac{\pi}{180} rad)(16cm)^2}{2} = \quad 256.91\, cm^2$$

El área que no limpia el hule:
A= 256.91 cm^2

Por lo tanto el área que limpia es:
Alimpia = 4640.48 – 256.91 = 4383.57 rad cm^2 = 0.4383 m^2

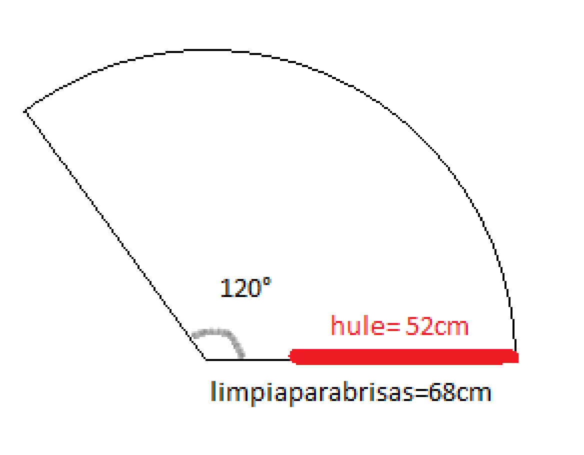
4. Longitud de arco y sector circular

4.1. Cálculo del área y el perímetro de un sector circular.
Ejemplo de aplicación:

Por ultimo para calcular el perímetro del limpiaparabrisas, tenemos:

$S = r\varnothing = 68(120°)(\pi/180) = 142.41\text{cm}$ (radio 68cm)

$P = 2r + s = 2(68) + 142.41 = 278.41$ cm



a) Un aspersor en una senda de un campo rocía agua sobre una distancia de 70 m y rota a lo largo de 115°. Encuentra el área de la senda rociada por el aspersor.

b) El limpiaparabrisas trasero de un automóvil rota 125°. La longitud total del mecanismo del limpiador es de 25 pulgadas y limpia el parabrisas sobre una distancia de 14 pulgadas. Encuentra el área cubierta por el limpiaparabrisas.

c) Una rueda de una bicicleta tiene 56 cm de diámetro, ¿qué distancia recorre en metros la rueda de la bicicleta cuando ésta completa 15 revoluciones o vueltas?

d) Si la bicicleta anterior cuyo diámetro es de 56cm recorre 210 metros, ¿ cuántas revoluciones o vueltas ha dado la rueda?

Fuentes Bibliográficas

- **Baldor, A. (1995)** Geometría Plana y del Espacio con una Introducción a la Trigonométrica, Publicaciones Cultural
- **Larson, Ron. (2011)** Trigonometría, Cengage Learning. Octava edición.
- **Valencia, José., Hernández, Domingo., Chávez,Juan,. Gomez Tagle, Juan., Gonzaga, Maria., Ocampo, Jesús, Rubelo, Edgar., Soteno, Alfonso. y Valdes, Ricardo. (2016).** Trigonometría, Libro de Texto del Nivel Medio Superior, UAEM. Basado en competencias.