



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO
CENTRO UNIVERSITARIO UAEM ZUMPANGO

INGENIERO EN COMPUTACIÓN

“DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONTINUA”

ELABORÓ: M. EN C. LUIS ENRIQUE KU MOO

FECHA: AGOSTO DE 2017



UNIDAD DE APRENDIZAJE

“PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA”

UNIDAD DE COMPETENCIA V:

Densidades de variable continua

1. Variables aleatorias y sus densidades de probabilidad.
2. Distribución uniforme.
3. Distribución normal.
4. Distribución gamma.
5. Distribución exponencial.
6. Distribuciones beta y Weibull.
7. Valores esperados.



OBJETIVOS

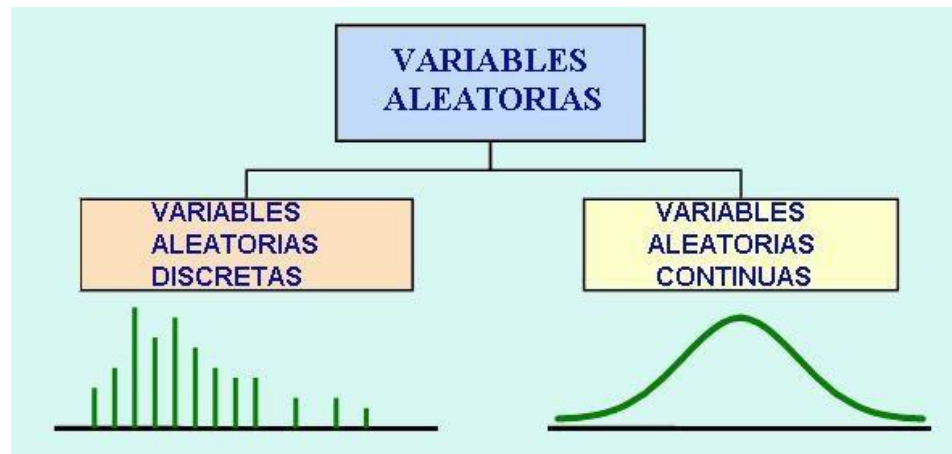
- Identificar variables aleatorias continuas y sus distribuciones de probabilidad.
- Aplicar las distribuciones: uniforme, normal, gamma, exponencial, beta, Weibull.
- Aplicar valores esperados: media varianza.



VARIABLE ALEATORIA: TIPOS

Variable aleatoria discreta. La variable aleatoria X se dice que es discreta si los números asignados a los sucesos elementales de E son puntos aislados. Si el conjunto de todos los valores que puede tomar es un conjunto numerable.

Variable aleatoria continua. Una variable aleatoria continua es aquella que puede tomar todos los valores posibles dentro de un cierto intervalo de la recta real.



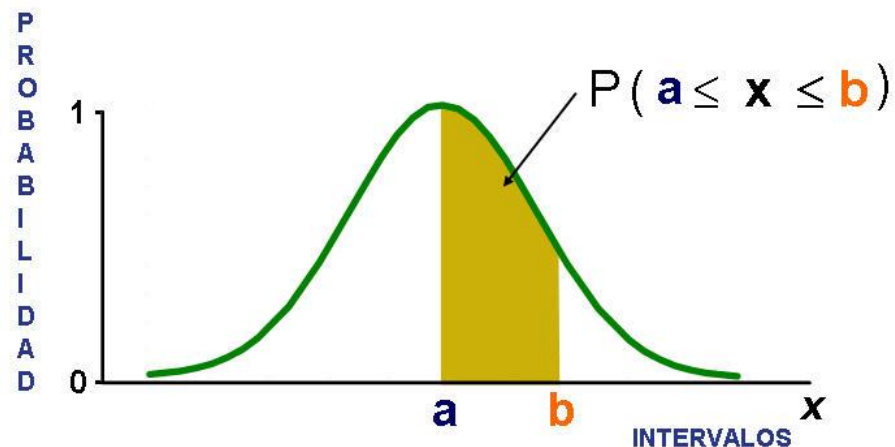


Distribuciones de probabilidad continuas

Continua. Si una variable x puede tomar un conjunto continuo de valores entre $x=a$ y $x=b$. Si la variable aleatoria es continua, hay infinitos valores posibles de la variable entre dos valores.

Si la variable aleatoria X tiene función de densidad $f(x)$ y $a < b$, entonces la probabilidad de que X caiga en el intervalo $[a, b]$ es

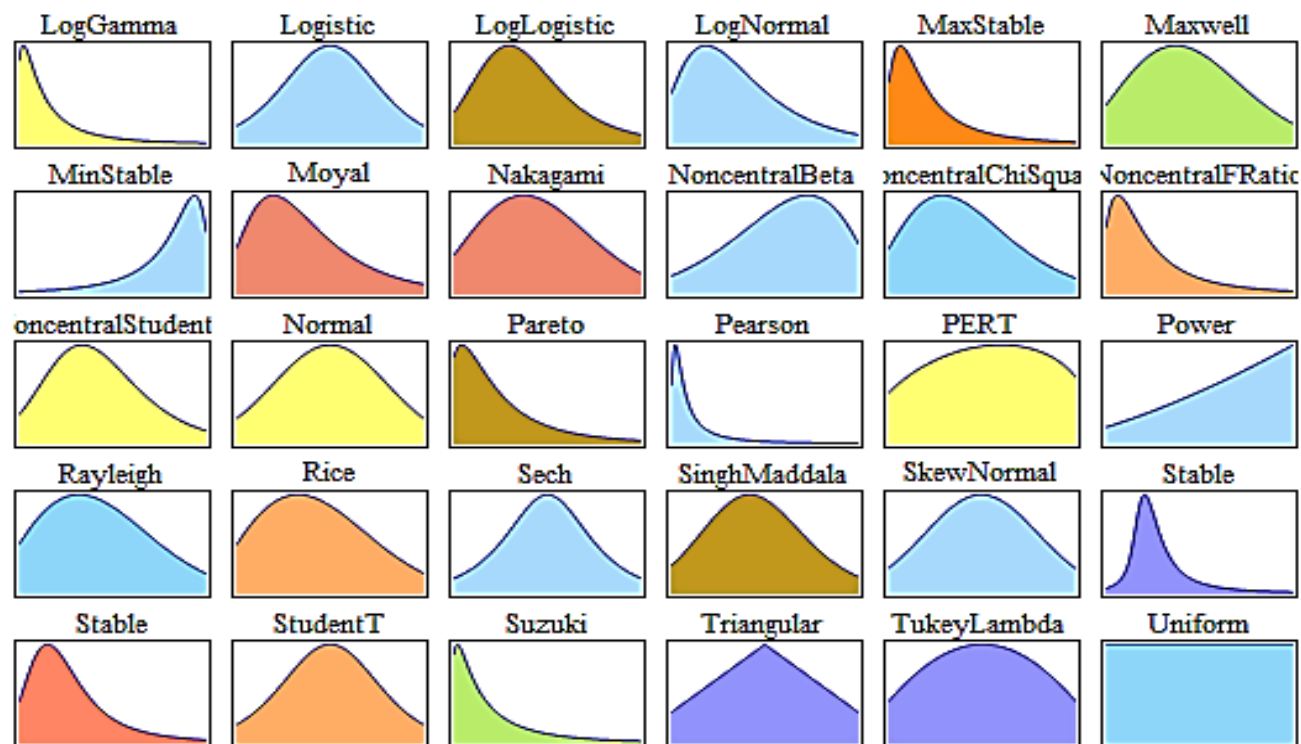
$$p(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$





Distribuciones de probabilidad continuas

Entre las funciones de probabilidad continuas están: Distribución Uniforme, Distribución Normal, Distribución Beta, Distribución Gamma, Distribución Exponencial, Distribución Ji-cuadrado, Distribución t de Student, Distribución F de Snedecor.





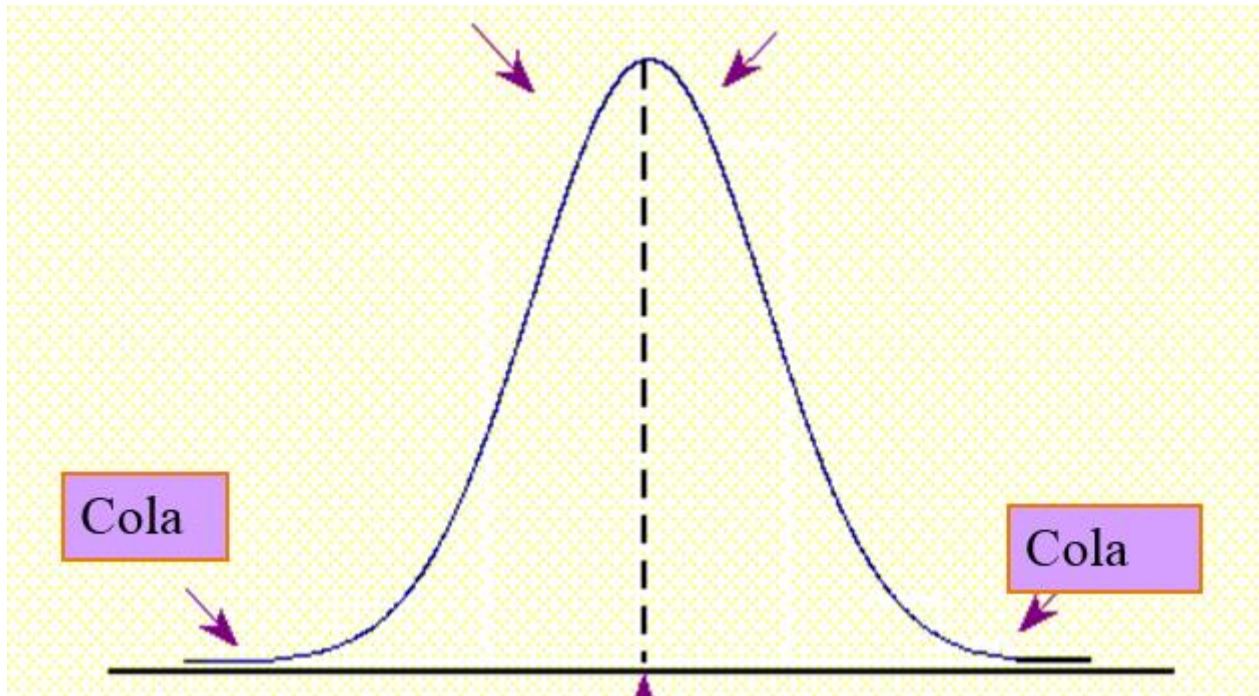
Distribución normal: características

- La curva normal tiene *forma de campana* con un solo pico justo en el centro de la distribución.
- La media, mediana y moda de la distribución aritmética son iguales y se localizan en el pico.
- La mitad del área bajo la curva está a la derecha del pico, y la otra mitad está a la izquierda.
- La distribución normal es simétrica respecto a su media.
- La distribución normal es *asintótica* - la curva se acerca cada vez más al eje x pero en realidad nunca llega a tocarlo.



Distribución normal: características

La Normal es simétrica



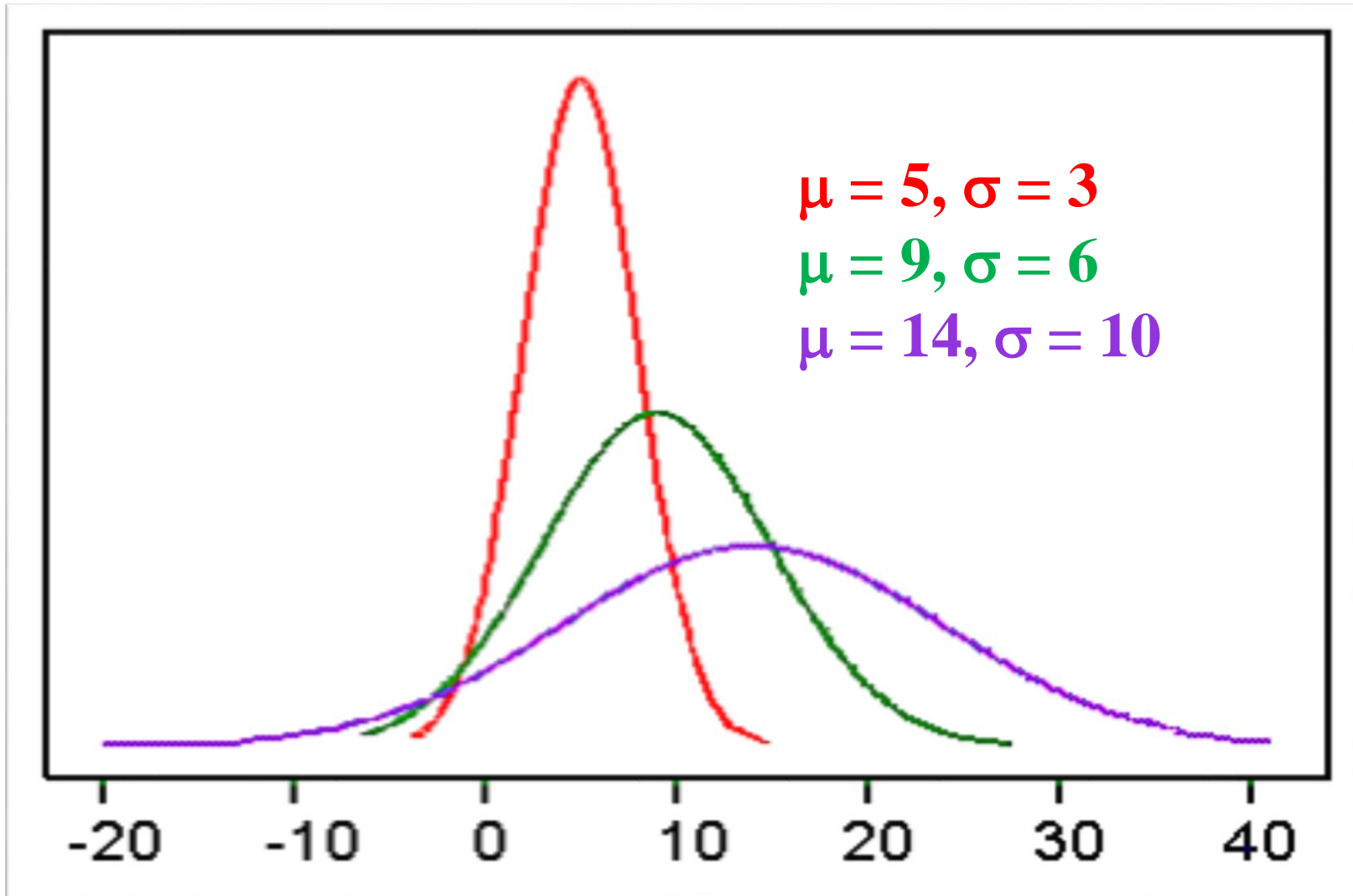
Teóricamente, la curva se extiende a $-\infty$

Media, mediana, y moda son iguales

Teóricamente, la curva se extiende a $+\infty$



Distribución normal: características



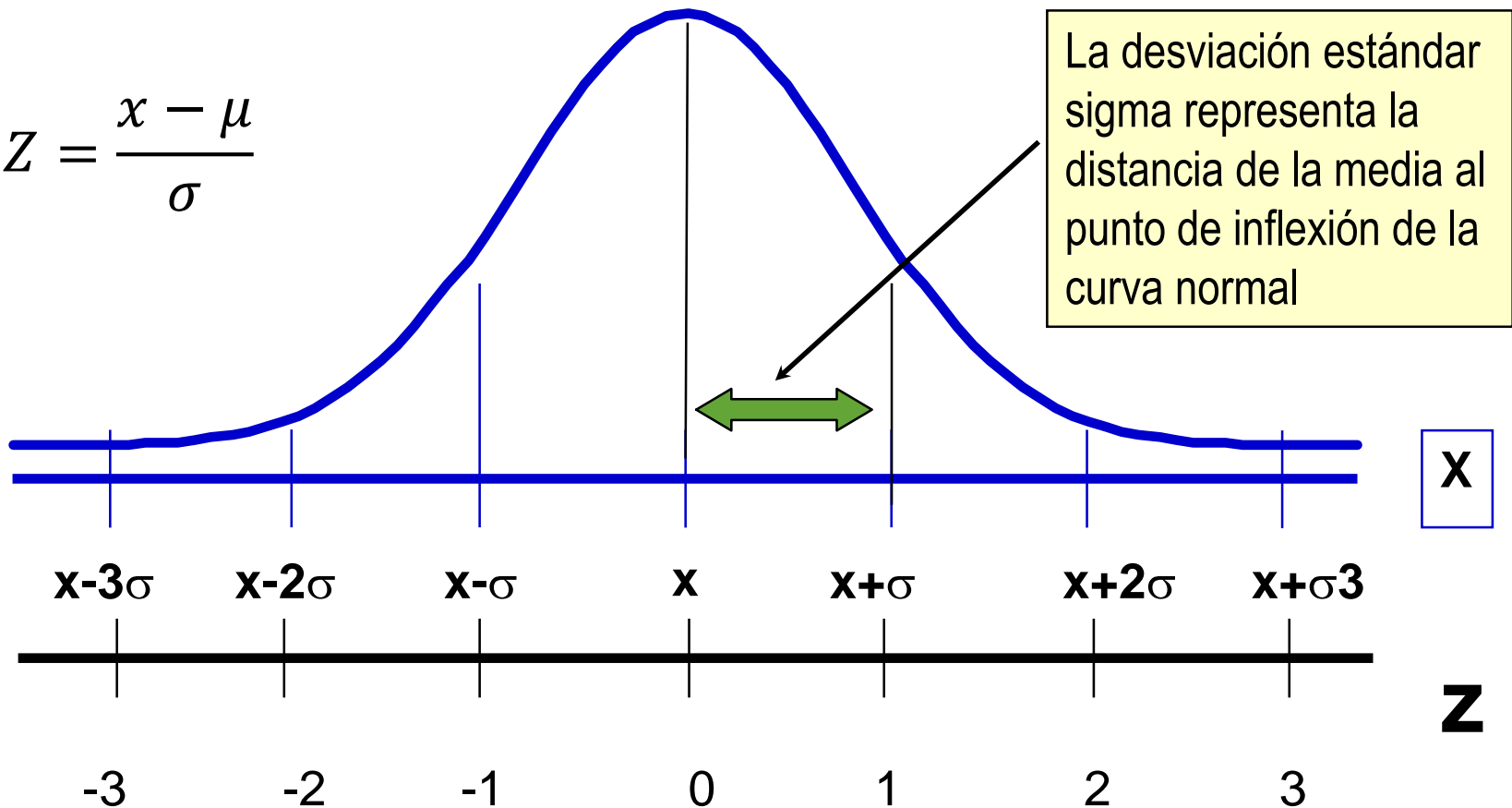
Estandarización



Distribución normal estándar

Una distribución normal estándar que tiene media igual a 0 y desviación estándar igual a 1 se denomina distribución normal estándar

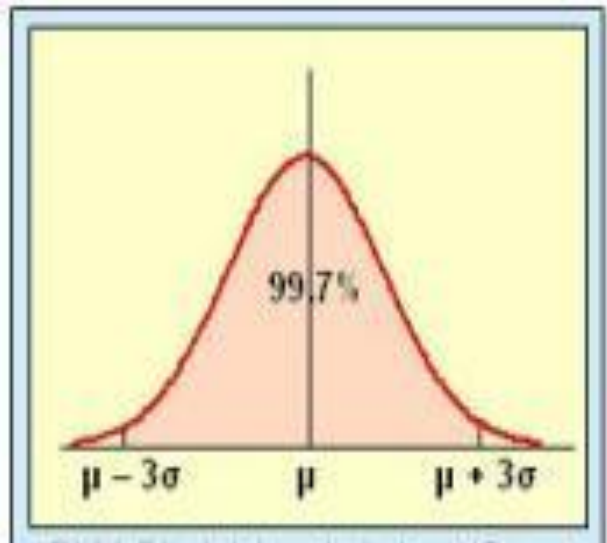
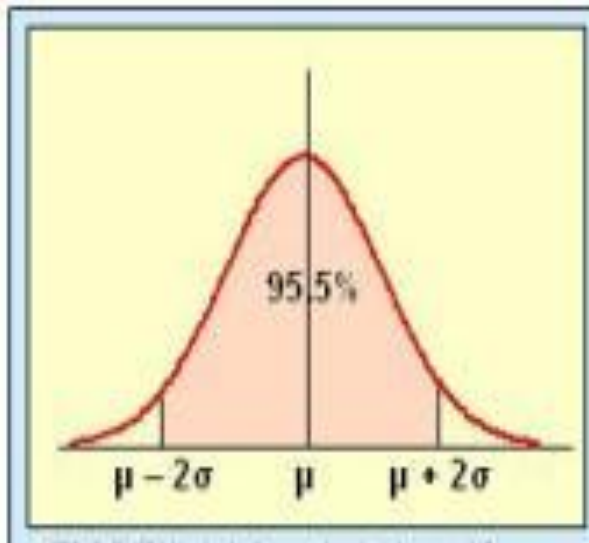
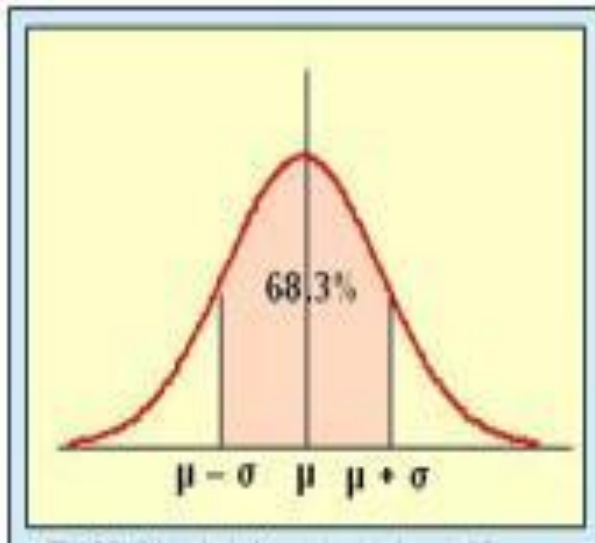
$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$





Distribución normal estándar: característica

- Cerca de 68.3% del área bajo la curva normal está a menos de una desviación estándar respecto a la media ($\mu \pm 1\sigma$).
- Alrededor de 95.5% está a menos de dos desviaciones estándar de la media ($\mu \pm 2\sigma$).
- 99.7% está a menos de tres desviaciones estándar de la media ($\mu \pm 3\sigma$).





Distribución normal estándar: ejemplo

El ingreso mensual que una corporación grande ofrece a los graduados en computación, tiene una distribución normal con media de \$20000 y desviación estándar de \$2000. ¿Cuál es el **valor z** para un ingreso de \$22000? y ¿cuál para uno de \$17000?

Para $X = \$22000$, $z = (22000 - 20000) / 2000 = 1$.

Para $X = \$17000$, $z = (17000 - 20000) / 2000 = -1.5$

Un **valor z** igual a 1 indica que el valor de \$22000 es **mayor una vez** la desviación estándar de la media de \$20000, así como el **valor z** igual a -1.5 indica que el valor de \$17000 es menor 1.5 veces la desviación estándar de la media de \$20000.



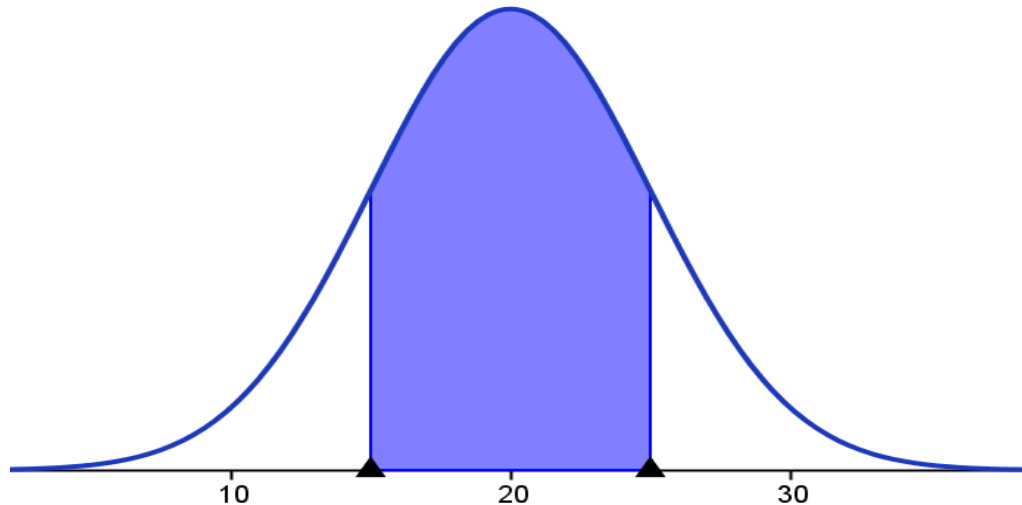
Distribución normal estándar: ejemplo

El tiempo que dedican las personas en Zumpango a revisar su correo tiene una distribución normal con media de 20 minutos y desviación estándar de 5 minutos.

¿Cerca de 68% de las personas en Zumpango entre cuáles dos valores de tiempo dedican a revisar su correo?

Esto es, cerca de 68% está entre 15 y 25 minutos.

$$\mu \pm 1\sigma = 20 \pm 1(5)$$

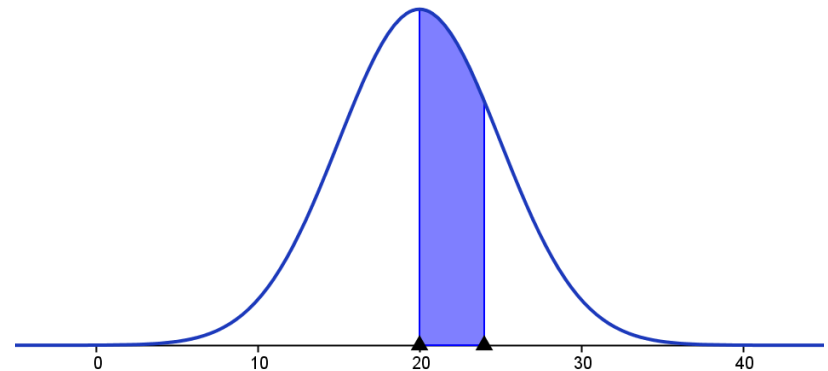
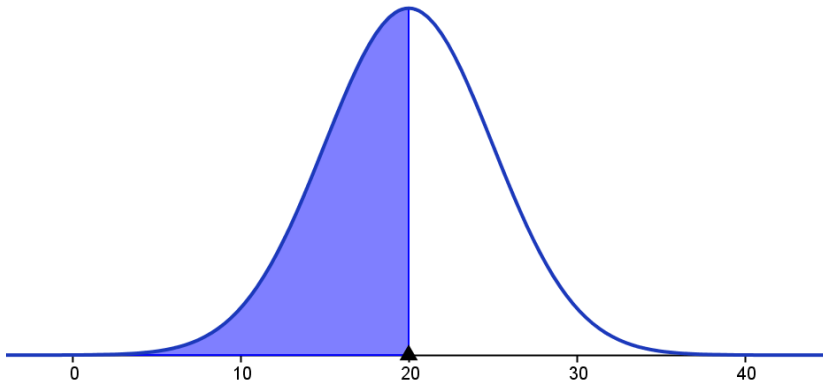




Distribución normal estándar: Ejemplo

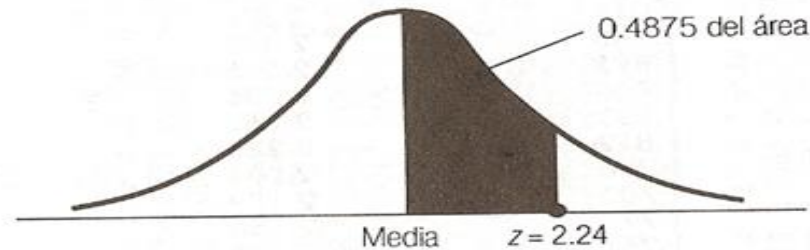
¿Cuál es la probabilidad de que una persona de seleccionada al azar dedique menos de 20 minutos por día?

¿Qué porcentaje dedican entre 20 y 24 minutos?





Distribución normal estándar



Apéndice Tabla 1

* Áreas bajo la curva de distribución de probabilidad normal estándar, entre la media y valores positivos de z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990



Distribución normal estándar

Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010



Distribución “t” de Student

Desarrollada con base en distribuciones de frecuencia empíricas por William Gosset, (a) “Student”.

Distribución muestral del promedio se ajusta muy bien a la distribución Normal cuando se conoce σ . Si n es grande, esto no presenta ningún problema, es razonable sustituirla por s cuando es desconocida.

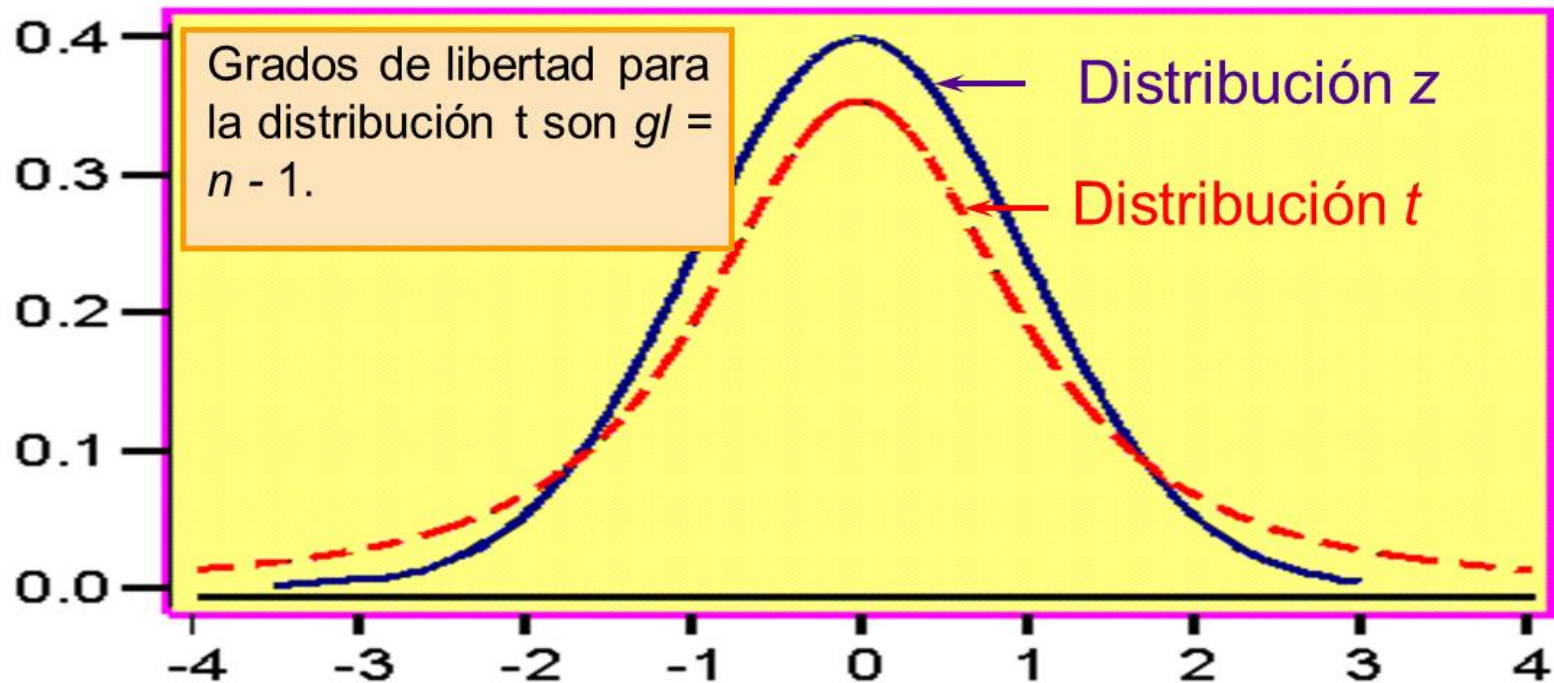
Sin embargo, en el caso de usar valores de $n < 30$, o sea en el caso de pequeñas muestras, esto no funciona tan bien.



Distribución "t" de Student

Es continua, tiene forma de campana y es simétrica respecto al cero como la distribución z.

La distribución t está más dispersa y es más plana en el centro que la distribución z, pero se acerca a ella cuando el tamaño de la muestra crece.





Distribución "t" de Student



TABLA B Valores críticos de la distribución t de Student

gl	Probabilidad de la cola p											
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.795	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z*	0.674	0.841	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
	50%	60%	70%	80%	90%	95%	96%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
	Nivel de confianza C											

Localizamos la columna del valor de α y fila del valor de v . La intersección de la fila y la columna nos dará el valor de t_{α} .

Calcular el valor de t después del cual se encuentre el 5% del área de la curva con 9 gl



Distribución “t” de Student

1. En la distribución t con 16 grados de libertad, encuentre el área, o la probabilidad, de cada una de las regiones siguientes:
 - a. A la derecha de 2.120
 - b. A la izquierda de 1.337
 - c. A la izquierda de -1.746
 - d. A la derecha de 2.583
 - e. Entre -2.120 y 2.120
 - f. Entre -1.746 y 1.746



Distribución “t” de Student

2. Encuentre los valores de t para las situaciones siguientes.
 - a. Un área de 0.025 en la cola superior, con 12 grados de libertad
 - b. Un área de 0.05 en la cola inferior, con 50 grados de libertad
 - c. Un área de 0.01 en la cola superior, con 30 grados de libertad
 - d. Entre los que queda 90% del área, con 25 grados de libertad
 - e. Entre los que queda 95% del área, con 45 grados de libertad



Distribución “Chi-cuadrada”

- Asimétrica y asintótica al eje x por la derecha; Su dominio va de 0 a $+\infty$ y el area bajo la curva desde 0 a $+\infty = 1$
- Tiene parámetro $\nu = n-1$ (g.l.)
- Al aumentar n se aproxima a la normal
- Representa distribución muestral de varianza.

Entre las aplicaciones:

- Determinación intervalos confianza para varianzas
- Pruebas de hipótesis para una varianza
- Tablas de contingencia
- El ajuste de datos a una distribución dada conocida
- Las pruebas de independencia.



Distribución “Chi-cuadrada”

Valores χ^2 para varios v , Área a su derecha = α .

1ª columna = v

1ª fila: áreas en la cola a la derecha de χ^2

Cuerpo tabla son los valores de χ^2

Calcular el valor de χ^2 después del cual se encuentre el 5% del área en una distribución Ji-cuadrado con 4 g.l.





Tabla de la Distribución chi-cuadrada

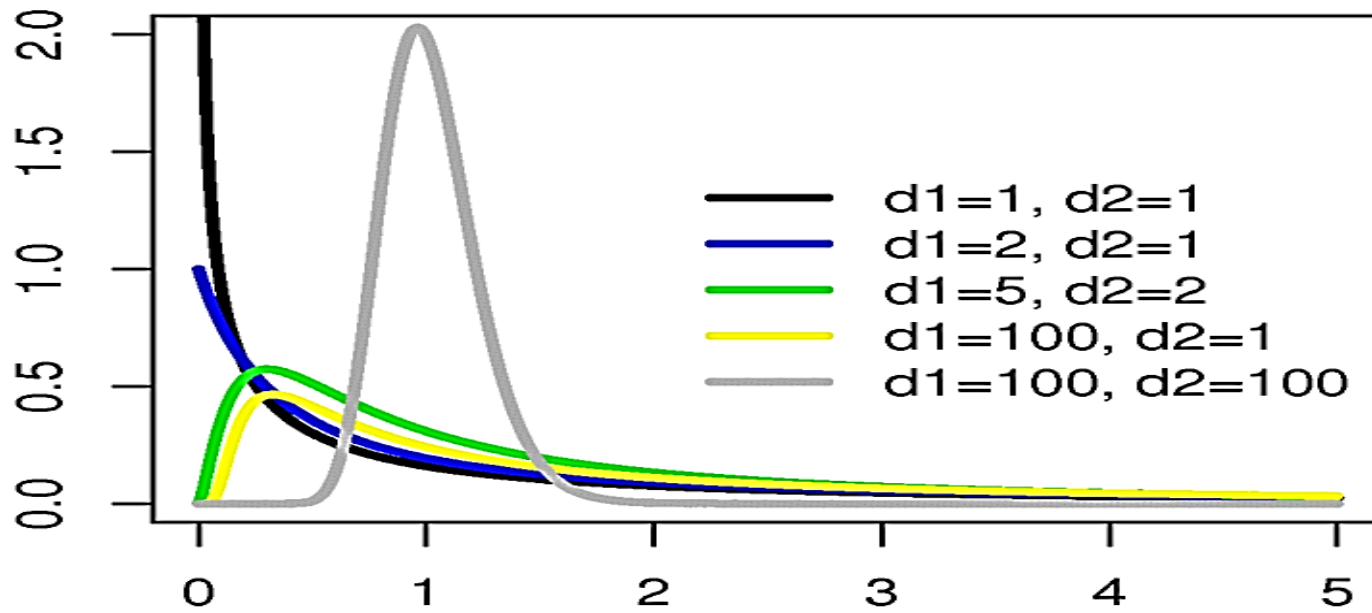
TABLA C: Valores críticos de la distribución χ^2 de Pearson

gl	Probabilidad de la cola p											
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83	12.12
2	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82	15.20
3	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27	17.73
4	5.39	5.99	6.74	7.78	9.49	11.14	11.67	13.28	14.86	16.42	18.47	20.00
5	6.63	7.29	8.12	9.24	11.07	12.83	13.39	15.09	16.75	18.39	20.51	22.11
6	7.84	8.56	9.45	10.64	12.59	14.45	15.03	16.81	18.55	20.25	22.46	24.10
7	9.04	9.80	10.75	12.02	14.07	16.01	16.62	18.48	20.28	22.04	24.32	26.02
8	10.22	11.03	12.03	13.36	15.51	17.53	18.17	20.09	21.95	23.77	26.12	27.87
9	11.39	12.24	13.29	14.68	16.92	19.02	19.68	21.67	23.59	25.46	27.88	29.67
10	12.55	13.44	14.53	15.99	18.31	20.48	21.16	23.21	25.19	27.11	29.59	31.42
11	13.70	14.63	15.77	17.28	19.68	21.92	22.62	24.72	26.76	28.73	31.26	33.14
12	14.85	15.81	16.99	18.55	21.03	23.34	24.05	26.22	28.30	30.32	32.91	34.82
13	15.98	16.98	18.20	19.81	22.30	24.74	25.47	27.69	29.82	31.88	34.53	36.48
14	17.12	18.16	19.41	21.06	23.68	26.12	26.87	29.14	31.32	33.43	36.12	38.11
15	18.25	19.31	20.60	22.31	25.00	27.49	28.28	30.58	32.80	34.95	37.70	39.72
16	19.37	20.47	21.79	23.54	26.30	28.85	29.63	32.00	34.27	36.46	39.25	41.31
17	20.49	21.61	22.98	24.77	27.59	30.19	31.00	33.41	35.72	37.95	40.79	42.88
18	21.60	22.76	24.16	25.99	28.87	31.53	32.35	34.81	37.16	39.42	42.31	44.43
19	22.72	23.90	25.33	27.20	30.14	32.85	33.69	36.19	38.58	40.88	43.82	45.97
20	23.83	25.04	26.50	28.41	31.41	34.17	35.02	37.57	40.00	42.34	45.31	47.50
21	24.93	26.17	27.66	29.62	32.67	35.48	36.34	38.93	41.40	43.78	46.80	49.01
22	26.04	27.30	28.82	30.81	33.92	36.78	37.66	40.29	42.80	45.20	48.27	50.51
23	27.14	28.43	29.98	32.01	35.17	38.08	38.97	41.64	44.18	46.62	49.73	52.00
24	28.24	29.56	31.13	33.20	36.42	39.36	40.27	42.98	45.56	48.03	51.18	53.48
25	29.34	30.68	32.28	34.39	37.66	40.65	41.57	44.31	46.93	49.44	52.62	54.95
26	30.43	31.79	33.43	35.58	38.89	41.92	42.86	45.64	48.29	50.83	54.05	56.41
27	31.53	32.91	34.57	36.74	40.11	43.19	44.14	46.96	49.64	52.22	55.48	57.86
28	32.62	34.03	35.71	37.92	41.34	44.46	45.42	48.28	50.99	53.69	56.89	59.30
29	33.71	35.14	36.85	39.09	42.56	45.72	46.69	49.59	52.34	54.97	58.30	60.73
30	34.80	36.26	37.99	40.28	43.77	46.98	47.96	50.89	53.67	56.23	59.70	62.16
40	45.62	47.27	49.24	51.81	55.76	59.34	60.44	63.69	66.77	69.70	73.40	76.09
50	56.33	58.16	60.35	63.17	67.50	71.42	72.61	76.15	79.49	82.66	86.66	89.56
60	68.98	68.97	71.34	74.40	79.68	83.30	84.68	88.38	91.95	95.34	99.61	102.7
80	88.13	90.41	93.11	96.58	101.9	106.6	108.1	112.3	116.3	120.1	124.8	128.3
100	109.1	111.7	114.7	118.5	124.3	129.6	131.1	135.8	140.2	144.3	149.4	153.2



Características de la distribución F

- Cada miembro de la familia está determinado por dos parámetros: los grados de libertad (g_1) en el numerador y los grados de libertad en el denominador.
- El valor de F no puede ser negativo y es una distribución continua.
- La distribución F tiene sesgo positivo.
- Sus valores varían de 0 a ∞ . Conforme $F \rightarrow \infty$ la curva se aproxima al eje X .





Distribución F

Tablas independientes de valores de F para $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.05$ para varias combinaciones de v_1 y v_2 .

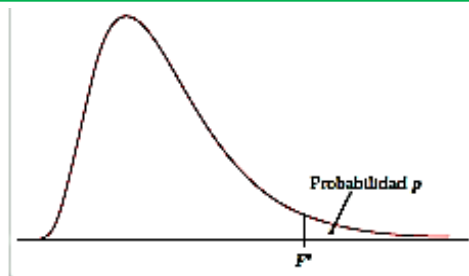
Se escoge la tabla para la probabilidad deseada y se escoge v_1 en la fila superior y v_2 en la 1ª columna. La intersección nos da el valor de F deseado.

Determine la probabilidad de tener un valor de F mayor que 9.28 en una distribución F con $v_1=3$ y $v_2=3$ g.l.

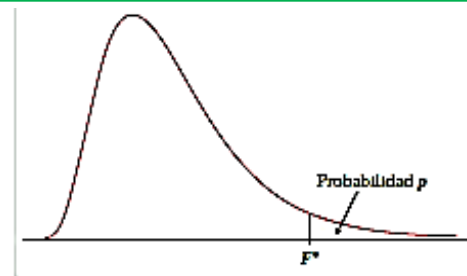
Halle la el valor crítico de $F_{(0.05)}$ para $v_1=3$ y $v_2=15$ g.l.



Tablas de la Distribución F



El valor de la tabla para p es el valor crítico F^* que deja la probabilidad p a la derecha



El valor de la tabla para p es el valor crítico F^* que deja la probabilidad p a la derecha

TABLA D Valores críticos de la distribución F de Fisher

p	Grados de libertad en el numerador									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	.025	647.79	799.50	864.16	899.58	921.85	937.11	948.22	956.66	963.28
	.010	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.6	5859.0	5928.4	5981.1	6022.5
	.001	405284	500000	540379	562500	576405	585937	592873	598144	602284
2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
	.025	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.38
	.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.38
	.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.38
3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.025	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47
	.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
	.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.025	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90
	.010	21.20	18.00	16.09	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
	.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47
5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.025	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68
	.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
	.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24
6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.025	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52
	.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69
7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.025	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82
	.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33

Grados de libertad en el denominador

TABLA D Valores críticos de la distribución F de Fisher (cont.)

p	Grados de libertad del numerador										
	10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1	60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
	241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
	968.63	976.71	984.87	993.10	998.08	1001.4	1005.6	1009.1	1009.8	1014.0	1017.7
	6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6239.8	6260.9	6286.8	6302.5	6313.0	6339.4	6362.7
	605621	610668	615764	620908	624017	626099	628712	630285	631337	633972	636301
2	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.48	39.49	39.50
	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
	999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
3	5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
	8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	14.01	13.99	13.95	13.91
	27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
	129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
4	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
	8.84	8.75	8.66	8.56	8.50	8.46	8.41	8.38	8.36	8.31	8.26
	14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
	48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
5	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
	4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
	6.62	6.52	6.43	6.33	6.27	6.23	6.18	6.14	6.12	6.07	6.02
	10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
	20.92	20.42	20.01	19.60	19.39	19.28	19.17	19.11	19.06	18.93	18.82
6	2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
	4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
	5.46	5.37	5.27	5.17	5.11	5.07	5.01	4.98	4.96	4.90	4.86
	7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
	18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
7	2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
	3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
	4.76	4.67	4.57	4.47	4.40	4.36	4.31	4.28	4.25	4.20	4.15
	6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
	14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72



Tablas de la Distribución F

TABLA D Valores críticos de la distribución F de Fisher (cont.)

p	Grados de libertad en el numerador									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.025	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36
	.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77
9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.025	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03
	.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.025	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78
	.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
	.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
	.025	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59
	.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
	.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12
12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.025	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44
	.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48
13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
	.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
	.025	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31
	.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
	.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
	.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
	.025	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21
	.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
	.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.025	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12
	.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
	.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
	.025	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05
	.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
	.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
	.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
	.025	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98
	.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
	.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75

Grados de libertad en el denominador

TABLA D Valores críticos de la distribución F de Fisher (cont.)

Grados de libertad en el numerador										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
4.30	4.20	4.10	4.00	3.94	3.89	3.84	3.81	3.78	3.73	3.68
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
3.96	3.87	3.77	3.67	3.60	3.56	3.51	3.47	3.45	3.39	3.34
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
3.72	3.62	3.52	3.42	3.35	3.31	3.26	3.22	3.20	3.14	3.09
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
3.53	3.43	3.33	3.23	3.16	3.12	3.06	3.03	3.00	2.94	2.89
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
3.37	3.28	3.18	3.07	3.01	2.96	2.91	2.87	2.85	2.79	2.73
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
3.25	3.15	3.05	2.95	2.88	2.84	2.78	2.74	2.72	2.66	2.60
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.15	3.05	2.95	2.84	2.78	2.73	2.67	2.64	2.61	2.55	2.50
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.06	2.96	2.86	2.76	2.69	2.64	2.59	2.55	2.52	2.46	2.40
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
2.99	2.89	2.79	2.68	2.61	2.57	2.51	2.47	2.45	2.38	2.32
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
2.92	2.82	2.72	2.62	2.55	2.50	2.44	2.41	2.38	2.32	2.26
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87



Distribución uniforme

Es una distribución en el intervalo $[a, b]$ en la cual las probabilidades son las mismas para todos los posibles resultados, desde el mínimo de a hasta el máximo de b .

Función de densidad de una distribución uniforme es

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

La media, valor medio esperado o esperanza matemática de una distribución uniforme su fórmula

$$\text{es: } \mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{y varianza: } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$



Distribución Uniforme

Sea X el momento elegido al azar en que un estudiante recibe clases en un determinado día entre las siguientes horas: 7:00 - 8:00 - 9:00 - 10:00 - 11:00 - 12:00 - 13:00

- 1) ¿Cuál es la función de densidad de la variable X ?
- 2) Calcular el valor medio esperado
- 3) Calcular la desviación estándar

$$f(x) = \frac{1}{13-7} = 0.1667$$

$$\text{Media: } \mu = \frac{a+b}{2} = \frac{7+13}{2} = 10$$

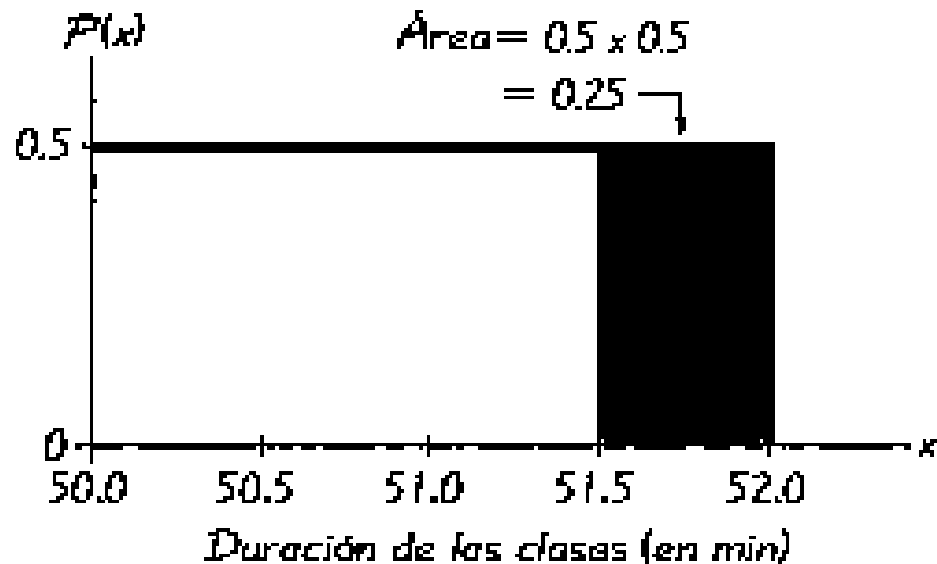
$$\text{Varianza: } \sigma^2 = \frac{(13-7)^2}{12} = \frac{6^2}{12} = 3$$



Distribución Uniforme: Ejercicio

Kim, quien tiene el hábito de vivir siempre de prisa, se comprometió a acudir a una entrevista de trabajo inmediatamente después de su clase de estadística.

Si la clase dura más de 51.5 minutos, llegará tarde a la entrevista de trabajo. Dada la distribución uniforme de la figura, calcule la probabilidad de que una clase seleccionada al azar dure más de 51.5 minutos. 26

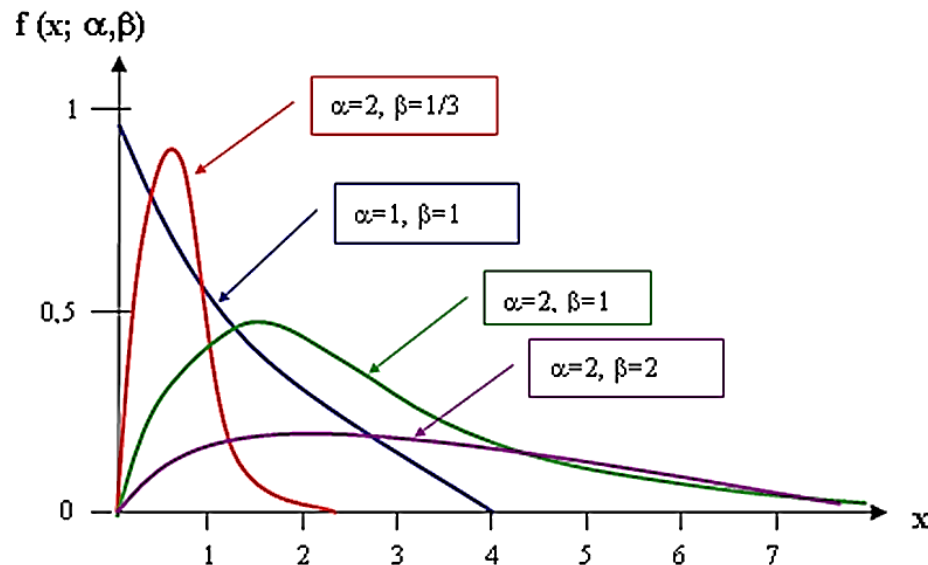




Distribución Gamma

La distribución Gamma tiene su origen en la familia de curvas sesgadas propuestas por *Karl Pearson*. Las distribuciones estadísticas de muchas variables atmosféricas son claramente asimétricas y sesgadas. Por ejemplo la precipitación o la rapidez del viento, las cuales no pueden tomar valores negativos.

En instalaciones o aparatos con posibilidad de fallas durante la vida del sistema.





Distribución Gamma

La función de densidad de probabilidad Gamma es:

$$f(x; \alpha; \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}; \quad x \geq 0$$

Con parámetros:

β : parámetro de escala, $\beta > 0$

α : parámetro de forma, $\alpha > 0$

La media $\mu = \alpha\beta$

La varianza $\sigma^2 = \alpha\beta^2$

$\Gamma(k) = (k - 1)!$ (el factorial de $k - 1$).



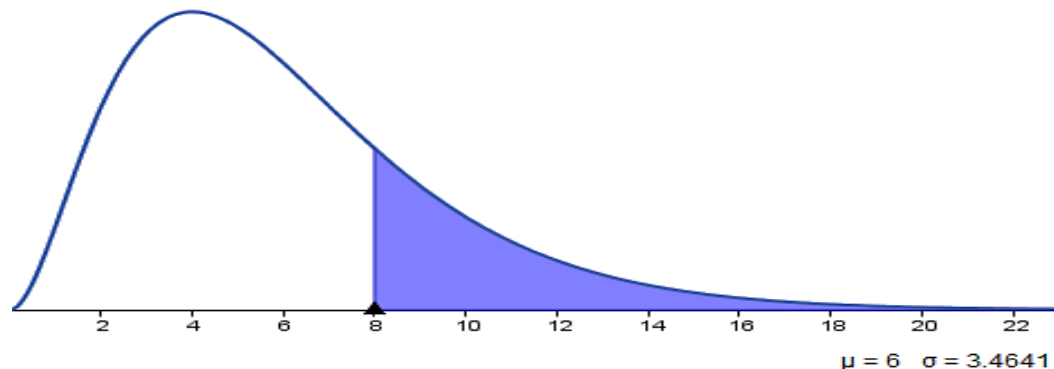
Distribución Gamma: Ejercicio

El tiempo en horas que semanalmente requiere una máquina para mantenimiento es una variable aleatoria con distribución Gamma con parámetros $\alpha=3$, $\beta=2$. Encuentre la probabilidad que en alguna semana el tiempo de mantenimiento sea mayor a **8** horas.

$$f(X) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} = \frac{1}{2^3 \Gamma(3)} x^{3-1} e^{-\frac{x}{2}} = \frac{1}{16} x^2 e^{-\frac{x}{2}}$$

Probabilidad de que el tiempo de mantenimiento sea mayor a 8 horas.

$$1 - P(x \leq 8) = 1 - \frac{1}{16} \int_0^8 x^2 e^{-x/2} dx = 0.2381$$





Distribución Exponencial o Lambda

La distribución Gamma especial para la cual $\alpha=1$ se llama distribución exponencial.

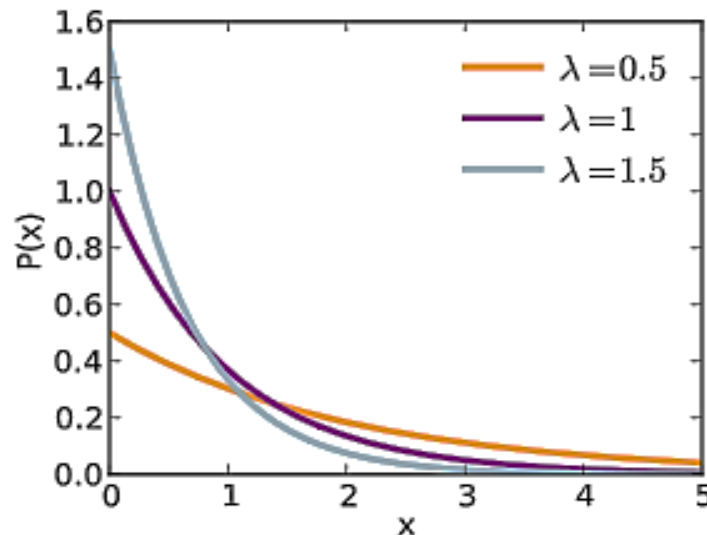
La variable aleatoria continua X tiene una distribución exponencial con parámetro β , si su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, \quad x > 0 \quad \text{o} \quad (\lambda e^{-\lambda x} \quad \text{donde} \quad \beta = \frac{1}{\lambda})$$

La función de distribución acumulada $F(x) = p(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$

La media $\mu = \beta$

La varianza $\sigma^2 = \beta^2$



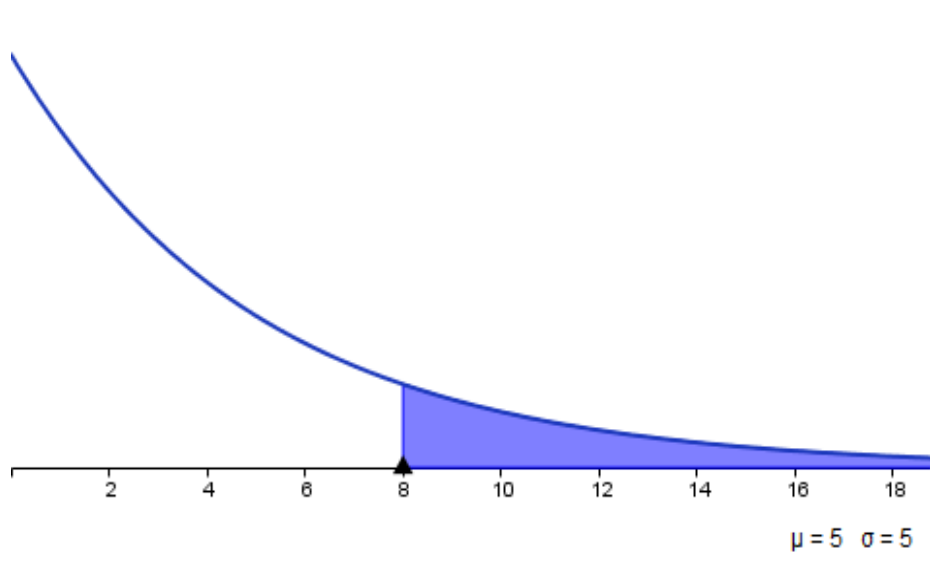


Distribución Exponencial o Lambda

Suponga que un sistema contiene cierto tipo de componentes cuyo tiempo de falla en años está dado por la variable aleatoria X , distribuida exponencialmente con tiempo promedio de falla $\beta=5$. Si 5 de estos sistemas se instalan en diferentes sistemas, ¿Cuál es la probabilidad de que uno continúen funcionando después de 8 años?

$$P(8 \leq X) = \frac{1}{5} \int_8^{\infty} e^{-x/5} dx = e^{-8/5} = .2019$$

$$P(8 \leq X) = .2019$$





Distribución Weibull

La distribución de Weibull se usa con frecuencia para modelar el tiempo hasta que ocurre una falla en muchos sistemas físicos diferentes.

La variable aleatoria continua X tiene una distribución Weibull con parámetros α y β , si su función de densidad es:

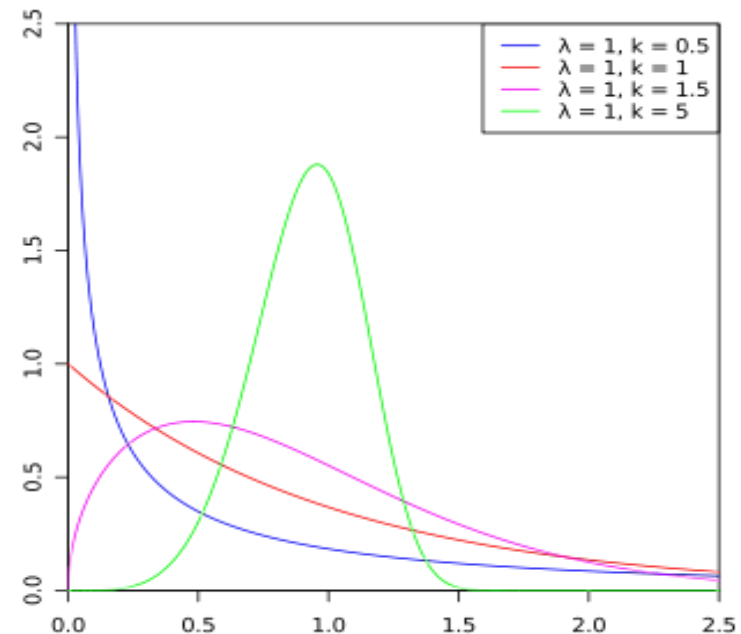
$$f(x) = \alpha\beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta}, \quad x > 0$$

Función de densidad acumulada: $1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}$

$$\text{Media: } \frac{1}{\alpha\beta} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$\text{Varianza: } \sigma^2 = \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma\left[1 + \frac{1}{\alpha}\right]^2 \right\}$$

$\Gamma(k) = (k - 1)!$ (el factorial de $k - 1$).





Distribución Weibull

El tiempo para que ocurra una falla (en horas) de un rodamiento en un eje mecánico se modela satisfactoriamente como una variable aleatoria de Weibull con $\alpha = .5$ y $\beta = 5000$ horas. Determine el tiempo promedio para que ocurra una falla.

$$\begin{aligned} \text{Media: } \beta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) &= 5000 \Gamma \left(1 + \frac{1}{.5} \right) = \\ 5000 \Gamma(1 + 2) &= 5000 * 2! = 10000 \text{ horas} \end{aligned}$$

Determine la probabilidad de que dure por lo menos 6000 horas.

$$P(X > 6000) = 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha} = e^{-(6000/5000)^{.5}} = .301$$

$$\Gamma(k) = (k - 1)! \text{ (el factorial de } k - 1 \text{).}$$



Distribución Beta

La distribución beta es posible para una variable aleatoria continua que toma valores en el intervalo $[0,1]$, lo que la hace muy apropiada para modelar proporciones.

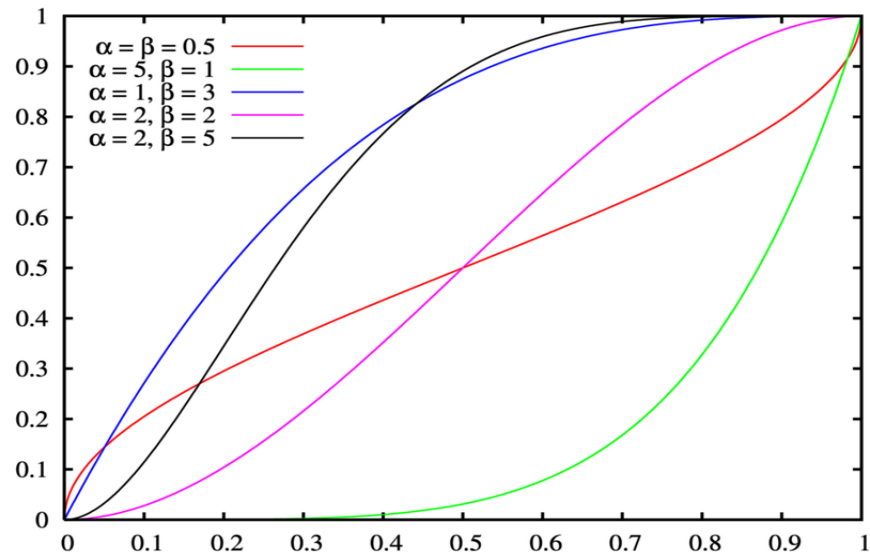
La distribución de probabilidad beta es:

$$F(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta) x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}$$

El valor esperado y la varianza de una variable aleatoria X con distribución beta son:

$$E(X) = \frac{a}{a+b}$$

$$V(X) = \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}$$





Distribución Beta

Un distribuidor de gasolina llena los tanques del depósito cada lunes. Se ha observado que la cantidad que vende cada semana se puede modelar con la distribución beta con $\alpha=4$, $\beta=2$

Encuentre el valor esperado de la venta semanal.

Encuentre la probabilidad que en alguna semana venda menos de 90%.

Sea X : proporción de combustible que se vende semanalmente (variable aleatoria continua con valor entre 0 y 1. Su densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \frac{\Gamma(4+2)}{\Gamma(4)\Gamma(2)} x^{4-1} (1-x)^{2-1} = 20x^3(1-x),$$

$$P(x > 0.9) = 20 \int_{.9}^1 x^3(1-x)dx = .082 = 8.2\%$$



Distribución Beta

En el presupuesto familiar, la porción que se dedica a salud sigue una distribución Beta(2, 2).

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se gaste más del 25% del presupuesto familiar en salud?

2. ¿Cuál será el porcentaje medio que las familias dedican a la compra de productos y servicios de salud?

$$f(x) = \frac{\Gamma(2+2)}{\Gamma(2)\Gamma(2)} x^{2-1} (1-x)^{2-1} = 6x(1-x),$$

$$P(x > 0.25) = 2 \int_{.25}^1 x(1-x) dx = .8438$$

$$\text{Media} = .50$$



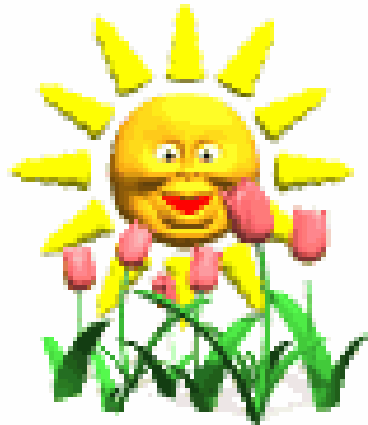
Distribuciones continuas

Distribución	F. de densidad	F. Característica	Esperanza	Varianza
Log-Normal Log N(μ, σ)	$\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2} \quad x \geq 0$		$e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}$	$(e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$
Gamma G(p, q)	$\frac{q^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-qx} \quad x \geq 0$	$\left(\frac{q}{q-it}\right)^p$	$\frac{p}{q}$	$\frac{p}{q^2}$
Weibull W(r, λ)	$\lambda r x^{r-1} e^{-\lambda x^r} \quad x \geq 0$		$\lambda^{-1/r} \Gamma\left(1 + \frac{1}{r}\right)$	$\lambda^{-2/r} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{r}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{r}\right) \right]$
Beta B(p, q)	$\frac{1}{\beta(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1} \quad 0 \leq x \leq 1$		$\frac{p}{p+q}$	$\frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)}$
Pearson χ_n^2	$\frac{1}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{n/2-1} e^{-x/2} \quad x \geq 0$	$(1-2it)^{-n/2}$	n	$2n$
t-Student t_n	$\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \quad x \in \mathbb{R}$		$0 \quad (n > 1)$	$\frac{n}{n-2} \quad (n > 2)$
F-Snedecor $F_{n,m}$	$\frac{n^{n/2} m^{m/2} \Gamma\left(\frac{n+m}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} x^{n/2-1} (m+rx)^{-\frac{n+m}{2}} \quad x \geq 0$		$\frac{m}{m-2}$	$\frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-2)^2(m-4)}$
Normal Bidimensional	$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_r\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)\left(\frac{y-\mu_r}{\sigma_r}\right) + \left(\frac{y-\mu_r}{\sigma_r}\right)^2 \right]\right\}$			



BIBLIOGRAFIA

- Canavos, C. G.: Probabilidad y estadística, aplicaciones y métodos, Mc Graw Hill, México, 1986.
- DeVore, J. L., Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias, Sexta ed. Thomson, México, 2005.
- Navidi, W. Estadística para ingenieros y científicos, McGraw-Hill, México, 2006.
- Walpole, R. R. H. Myers y S. Myers, Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencia, Octava ed. Prentice Hall Pearson, México, 2007-.
- Weimer, R. C., Estadística, CECOSA, México, 1996.



FIN DE LA PRESENTACION