

Universidad Autónoma del Estado de México

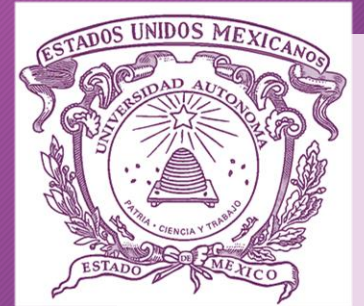
Facultad de Economía

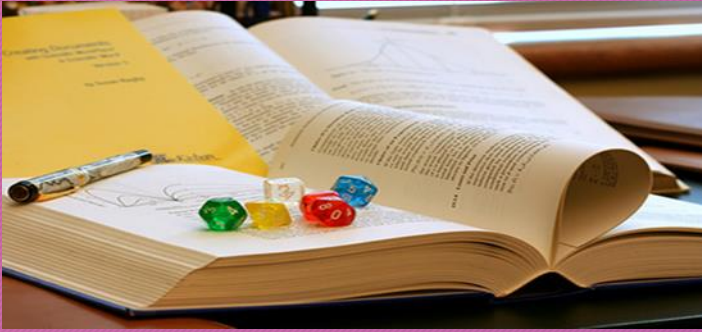
PROGRAMA EDUCATIVO
Relaciones Económicas Internacionales

UNIDAD DE APRENDIZAJE:
«PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA»
(8 Créditos)
Clave: L43122

**DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLES ALEATORIAS
DISCRETAS Y VALORES ESPERADOS**

Elaboró: MDN Edna Edith Solano Meneses.
Septiembre 2017





PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA



Distribuciones de Probabilidad de
Variables Aleatorias Discretas y Valores
Esperados

Índice

Guion Explicativo	3
Objetivo	8
Introducción	9
Distribución de Bernoulli	10
Distribución Uniforme	14
Distribución Binomial	18
Distribución Poisson	22
Distribución de Hipergeométrica	26
Referencias	30

Guión Explicativo

Este material busca presentar las bases de las distribuciones de probabilidad de variables discretas para que el alumno comprenda su aplicación en casos reales y tome decisiones esenciales en el desempeño de su profesión.

El empleo del presente material es recomendable, para coadyuvar al logro de los objetivos y el propósito general de la Unidad de Aprendizaje y ser base para asignaturas relacionadas necesarias en el ámbito laboral

Guión Explicativo

Con apoyo de las explicaciones generales, características , fórmulas , ejemplos de aplicación e imágenes incluidas en el material, el alumno podrá fácilmente asimilar el conocimiento.

El material didáctico incluye de manera general lo más sobresaliente de las distribuciones de probabilidad discretas como uniforme, Bernoulli, Binomial, Hipergeométrica y Poisson.

Guión Explicativo

- En la diapositiva 8 y 9 se da a conocer la presentación del trabajo, objetivo e introducción
- De la diapositiva 10 a la 13 se presentan y ejemplifica la Distribución de Bernoulli
- La distribución uniforme se aborda en la diapositiva 14 a la 17.
- En la diapositiva número 18 y 21 se muestra la distribución binomial y se ejemplifica.

Guión Explicativo

- En la diapositiva numero 22 y 25 muestra los aspectos fundamentales de la distribución de Poisson
- En la diapositiva numero 26 a la 29 lo referente a la distribución de probabilidad hipergeométrica.
- Finalmente la bibliografía consultada para la realización de este material se muestra en la diapositiva 30

Objetivo

8

Este material tiene el objetivo de dar a conocer información referente a las distribuciones de variables discretas y su aplicación como parte fundamental de la formación del alumno; así como para generar habilidades y razonamientos que les auxilien en el desarrollo de mecanismos de análisis requeridos en su ámbito profesional.

Introducción

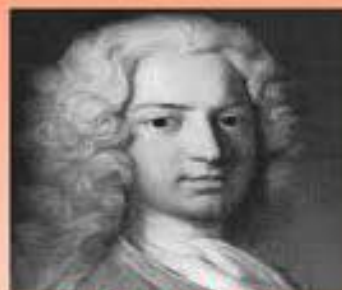
9

En la actualidad el conocimiento y aplicación de la probabilidad tiene un papel altamente importante dentro del desarrollo profesional; debido a que necesariamente se requieren para analizar variables discretas que les apoyen y guíen en las decisiones de una manera eficaz y objetiva, el analizar los diferentes tipos de distribuciones discretas y sus características proporcionan una excelente herramienta aplicable a los procesos productivos y evidentemente en el mundo de la economía.



DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI



**DANIEL
BERNOULLI**



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI (DICOTÓMICA)

Un experimento de Bernoulli o distribución de probabilidad dicotómica es aquella en que si al realizar un experimento sólo son posibles dos resultados:

$X=1$ (éxito, con probabilidad p)

$X=0$ (fracaso, con probabilidad $q=1-p$)

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI (DICOTÓMICA)

Media (μ) o Esperanza matemática:

$$E[X] = p = \mu$$

Varianza: σ^2

$$\text{var}[X] = p(1 - p) = pq$$

RECORDAR

Solo son posibles dos resultados: éxito o fracaso. Define variable aleatoria discreta X tal que:
éxito $\rightarrow 1$
fracaso $\rightarrow 0$

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

EJEMPLO

EJEMPLO

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI

Se sabe que una máquina produce un 3 % de piezas defectuosas. Elegimos una pieza al azar para comprobar si no presenta defectos. ¿Cómo se distribuye la variable X que vale 1 si la pieza no es defectuosa y 0 si es defectuosa? ¿Cuáles son su media y su varianza?

Datos:

$p=0.97$ no defectuosa

$q=1-0.97=0.03$ defectuosa

Respuesta:

La media es $\mu=0.97$ o 97%

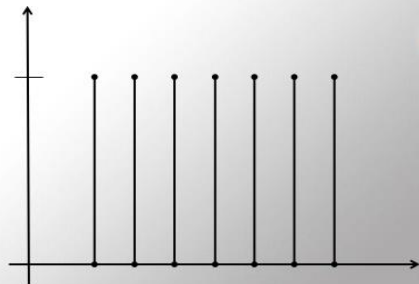
Varianza $\sigma^2=0.97(1-0.97)=0.0291$ ó 2.91%



DISTRIBUCIÓN UNIFORME

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

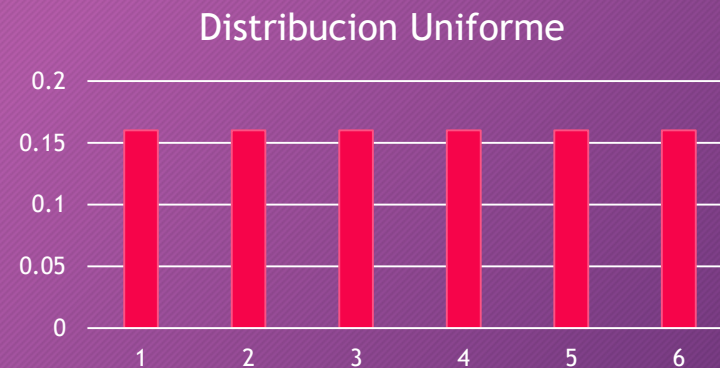
Distribución Uniforme Discreta



PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

La característica de esta distribución de probabilidad de la variable aleatoria x , es donde x toma n valores todos igualmente probables.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

$f(x;k) = 1/k$, $x = x_1, x_2, x_3, \dots$ Probabilidad $p(x) = \frac{1}{k}$

Media, esperanza matemática o valor esperado

$$\mu = \frac{\sum x}{k}$$

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{k}$$

RECORDAR

Solo son posibles
probabilidades
iguales

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

EJEMPLO

EJEMPLO

Cuando un foco seleccionado al azar de una caja que contiene un foco de 40 watts, uno de 60 , uno de 75 y uno de 100watts. Y su espacio muestral $S=\{40,60,75,100\}$ Obtener su probabilidad, media y varianza.

$$P(x) = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$\mu = \frac{40+60+75+100}{4} = 68.75$$

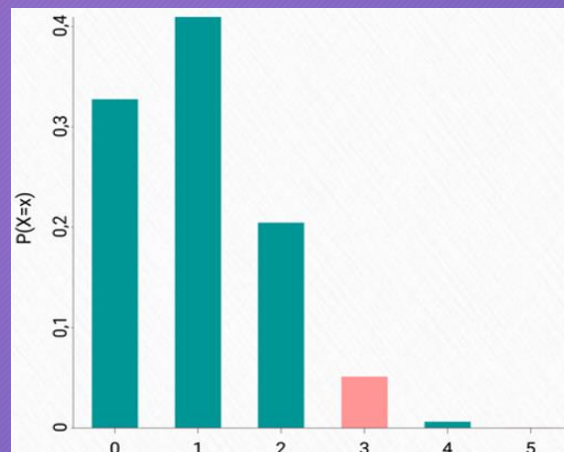
$$\sigma^2 = \frac{(40-68.75)(60-28.75)^2 + \dots(100-68.75)^2}{4}$$

$$=479.5$$



DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Es un experimento con n repeticiones independientes, cuyo resultado en cada uno, puede clasificarse como éxito (x) o fracaso.

La probabilidad de éxito (p) permanece constante para todas las repeticiones.

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

Probabilidad $P(x)=$

$$b(x,n,p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \quad x = 0,1,2,\dots,n$$

La media, valor esperado o esperanza matemática y la varianza de la variable binomial se calculan con

$$\text{Media} = \mu = n p$$

$$\text{Varianza} = \sigma^2 = n p q$$

RECORDAR

Distribución de probabilidad de la variable aleatoria x ; número de éxitos en n experimentos

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

EJEMPLO

En una fábrica hay 12 máquinas. Cada una de ellas está averiada un día de cada 10. ¿Cuál es la probabilidad de que un determinado día haya de 3 máquinas averiadas?

Datos:

$$p=1/10=0.10$$

$$q=1-0.10=0.90$$

$$n=12$$

$$k=3$$

Respuesta:

$$P(3) = \frac{12!}{3!(12-3)!} \cdot (0.10)^3 (0.90)^{12-3}$$

$$P(3)=0.0852 \text{ ó } 8.52\%$$



DISTRIBUCIÓN DE POISSON

DISTRIBUCIÓN DE POISSON



PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

Distribución de probabilidad de la variable aleatoria x ; número de resultados que ocurren en un periodo de tiempo determinado (t).

En la mayoría de los casos presenta probabilidades de sucesos con valores bajos

El numero de experimentos puede ser grande

Hace referencia a intervalos de tiempo, espacio, volumen etc.

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

$$P(X) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$

$$\mu = \lambda$$

$$\lambda = np$$

Donde: x = número de eventos que ocurre el evento

μ = promedio de ocurrencias por unidad de tiempo o espacio

e = 2.7182 base del logaritmo natural

λ = número esperado de éxitos por unidad de tiempo o espacio

n = número de eventos

p = probabilidad

RECORDAR

Distribución de probabilidad que hace referencia a intervalos de tiempo, espacio, volumen etc.

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

EJEMPLO

EJEMPLO

Si los precios de los automóviles nuevos se incrementan en un promedio de cuatro veces cada 3 años, encuentre la probabilidad de que:

a) ningún precio se incremente en un periodo de 3 años

$$\mu = 4$$

$$x = 0$$

$$P(0) = \frac{(4)^0 (2.7182)^{-4}}{0!} = \frac{(1)(0.0183)}{1} = 0.0183$$

$$P(0) = 0.0183 \text{ ó } 1.83\%$$

b) dos precios aumenten.

$$\mu = 4$$

$$x = 2$$

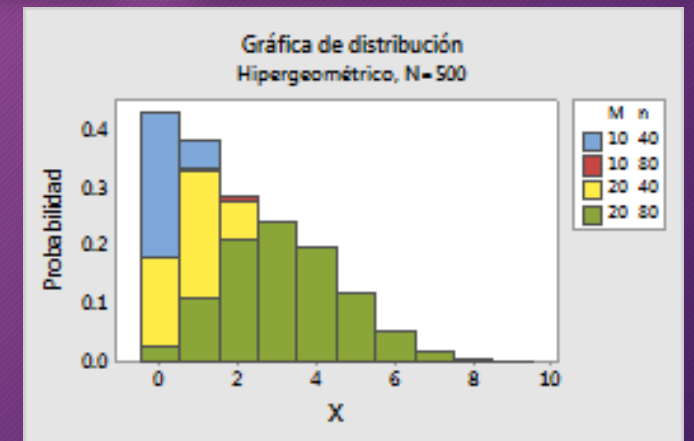
$$P(2) = \frac{(4)^2 (2.7182)^{-4}}{2!} = \frac{(16)(0.0183)}{2} = 0.1465$$

$$P(2) = 0.1465 \text{ ó } 14.65\%$$



DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

ДИСТРИБУЦИОНА ИПЕРГЕОМЕТРИКА



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Experimento en el que se extrae una muestra aleatoria de tamaño n de un total de N elementos, de los cuales k se clasifican como éxitos y $N-k$ como fracasos.

Distribución de probabilidad de la variable aleatoria x que representa el número de éxitos en la muestra de tamaño n tomada del conjunto N .

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

$$P(X) = \frac{\frac{N_1!}{k!(N_1 - k)!} \cdot \frac{N_2!}{(n - k)!(N_2 - (n - k))!}}{\frac{N!}{n!(N - n)!}}$$

Donde: N = tamaño de la población

N1= tamaño de población de éxito

N2= tamaño de población

n= tamaño de muestra

k= número de éxitos en la muestra

Media o valor esperado

$$\mu = \frac{nk}{N}$$

RECORDAR

Distribución de probabilidad en la que existe una población, que se divide en población de éxito y población de fracaso.

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{(N - n)}{(N - 1)} n \frac{k}{N} \left(1 - \frac{k}{N}\right)$$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

EJEMPLO

EJEMPLO

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Entre las 20 celdas solares que se presentan en una exposición comercial, 12 son celdas planas y las otras son celdas de concentración. Si una persona que visita la exposición selecciona al azar 6 de las salas solares para revisarlas. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 de estas sean planas?

Datos:

$$N=20 \quad N_1=12 \quad N_2=8 \quad n=6 \quad k=3$$

$$P(3) = \frac{\frac{12!}{3!9!} \cdot \frac{8!}{5!3!}}{\frac{20!}{8!12!}} = 0.3178$$

$$P(3)=0.0978 \text{ ó } 9.78\%$$

REFERENCIAS

1. Allen, L. (2000). Estadística aplicada a los negocios y la economía. México. Tercera edición. Editorial Mc Graw Hill
2. Levine, D. (2014). Estadística para administración. México Sexta edición. Editorial Pearson.
3. Lind, D. (2012) Estadística Aplicada a los negocios y la economía. México. Décimo Quinta edición. Editorial Mc Graw Hill
4. Newbold, P. (2010). Estadística para administración y economía. México. Sexta edición. Editorial Pearson.

REFERENCIAS

5. Spiegel, M. (2013). Probabilidad y Estadística. México. Cuarta edición. Editorial Mc. Graw Hill Educación.
6. Wolepole, R. (2012) Probabilidad y Estadística para ingeniería y ciencias. México. Novena edición. Editorial Prentice Hall.
7. Anderson, D. (2015). Estadística para los Negocios. México. 12 ed. Editorial Cengage

Imágenes diversas de google.