Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

INGENIERIA CULTURA CIENCIA HUMANISMO

Prezi

Presentación del material

UNIDAD DE APRENDIZAJE:
SISTEMAS DE INGENIERÍA CIVIL
(Tema: Problema de Asignación)
CLAVE: L41311

LICENCIATURA: **INGENIERÍA CIVIL**

TIPO DE MATERIAL: **VISUAL**

ORGANISMO EN QUE SE IMPARTE: **FACULTAD DE INGENIERÍA**

FECHA DE ELABORACIÓN: **2019-B**

ELABORÓ: **DR. JAVIER GARCÍA GUTIÉRREZ**

JUSTIFICACIÓN

El presente material se elaboró con la intención de apoyar al docente al impartir el tema de **Problema de Asignación** de la Unidad de Aprendizaje **Sistemas de Ingeniería Civil I** y así cumplir con una de las competencias genéricas de esta Unidad de Aprendizaje. El material visual permite a los estudiantes facilitar su aprendizaje y aprovechar el tiempo dentro del salón de clases.

PRESENTACIÓN

Debido a que la Investigación de Operaciones facilita la solución de problemas de asignación de recursos considerando éstos limitados, es utilizada como herramienta para una correcta toma de decisiones por lo que en Ingeniería Civil es importante que se conozcan aspectos fundamentales de ésta, su metodología básica y sus principales métodos resaltando su importancia en la administración de obras y operaciones; por lo cual es impartida en dos unidades de aprendizaje; Sistemas de Ingeniería Civil I y II. El uso de software computacional permite hoy en día aplicar el conocimiento de modelación matemática a instancias de tamaño considerables en una cantidad razonable de tiempo.

PROPÓSITO GENERAL DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Que el alumno resuelva problemas de asignación de recursos, utilizando las herramientas de Investigación de Operaciones vistas en esta unidad de aprendizaje.

COMPETENCIAS GENÉRICAS DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

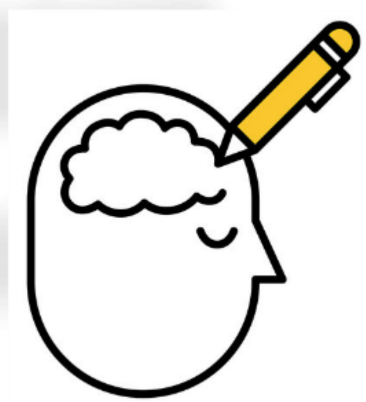
Al concluir el curso, el alumno podrá:

- Formular y resolver problemas de programación lineal.
- Interpretar y analizar los resultados óptimos de acuerdo al análisis de sensibilidad.
- Modelar los sistemas reales con ayuda de un software

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Anderson, D.R.; Sweeney, D.J.; Williams, T.A. (1993). **Introducción a los Modelos Cuantitativos para Administración**. Editorial Iberoamérica.
- Checkland, P. (1993). **Pensamiento de Sistemas, Práctica de Sistemas**. Editorial Limusa.
- Hiller, F.S. (2004). **Investigación de Operaciones**. 7ª ed. Editorial McGraw Hill/ Interamericana.
- Hiller, F.S. (2002). **Métodos Cuantitativos para la Administración**. Editorial McGraw Hill/ Interamericana.
- Prawda, J. (2004). **Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones**. Volumen 1 y 2. Editorial Limusa.
- Taha, H.A. (2004). **Investigación de Operaciones**. 7ª ed., Editorial Alfaomega.
- Vallada, E.; Gineri, V. (2004). **Problemas de Investigación de Operativa para Ingenieros**.
- Wilson, B. (1993). **Sistemas: Conceptos, Metodología y Aplicaciones**. 4ª ed. Editorial Wiley.
- Wayne L.W. (2004). **Investigación de Operaciones Aplicaciones y Algoritmos**. 4ª ed. International Thomson Editores.

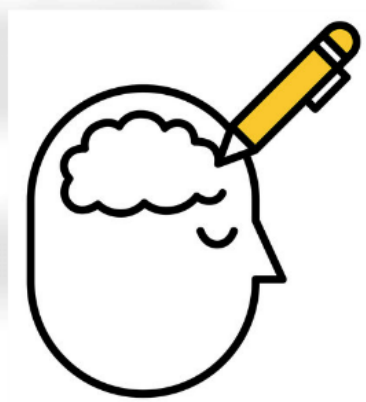
Recordando conceptos



Recordando

- Restricciones generales en problemas de flujo en redes
- Modelo de transporte equilibrado/no equilibrado
- Unimodularidad del problema de transporte
- Caracterización de una sbf

Recordando conceptos



Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

Objetivos de esta clase

Objetivos

1. Identificar el entorno de decisiones para la formulación del modelo de asignación

2. Escenario equilibrado /no equilibrado

3. Formulación del modelo de asignación

4. Discusión del porqué de su relajación a LP

5. Método húngaro

Objetivos de esta clase

Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

Problema de asignación

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

Contexto de aplicación

Caso especial del problema de transporte cuando m = n, en cada origen se tiene una capacidad de 1, y en cada destino una demanda de 1

Suele representarse como el problema de asignar m personas para realizar n trabajos, con un costo particular c

Se desea determinar la asignación de costo mínimo o correspondencia de uno a uno entre personas y trabajos

Formulación matemática

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

Sujeto a

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall \ i = 1, \dots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall \ j = 1, \dots m$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ó } 1 \qquad \forall \ i, j = 1, \dots m$$

Formulación matricial

Minimizar cx
Sujeto a:
Ax = b
xji=0 ó 1 para i,j, =1, 2... m

Donde x es un vector
A es una matriz
b es un vector

Al aplicar la propiedad de unimodularidad total de A, se sabe que una solución básica factible al problema de asignación puede ser reemplazada con xij >= 0 será entera.

Como consecuencia de las restricciones, ninguna xij pude exceder la unidad. De este modo, se puede reemplazar

Contexto de aplicación

Caso especial del problema de transporte cuando m = n, en cada origen se tiene una capacidad de 1, y en cada destino una demanda de 1

Suele representarse como el problema de asignar m personas para realizar n trabajos, con un costo particular c

Se desea determinar la asignación de costo mínimo o correspondencia de uno a uno entre personas y trabajos

Formulación matemática

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

Sujeto a

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall \;\; i = 1, \ldots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad \forall \;\; j = 1, \ldots m$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ó } 1 \qquad \forall \;\; i, j = 1, \ldots m$$

Formulación matricial

Minimizar cx
Sujeto a:
Ax = b
xji=0 ó 1 para i,j, =1, 2… m

Donde x es un vector
A es una matriz
b es un vector

Al aplicar la propiedad de unimodularidad total de A, se sabe que una solución básica factible al problema de asignación puede ser reemplazada con xij >= 0 será entera.

Como consecuencia de las restricciones, ninguna xij pude exceder la unidad. De este modo, se puede reemplazar

Teorema. *Cualquier solución básica factible del problema de asignación tiene cada x_{ij} igual a cero o uno.*

Luenberger, D.G.; Ye, Y. (2016). Linear and Nonlinear Programming . International Series in Operations Research & Management Science. 4th Edition. Springer

Problema de asignación

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

INGENIERIA
CULTURA CIENCIA HUMANISMO

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

Ejercicios

Ejemplos

Winston, W.L. (2004). *Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos*. 4ta Edición. Editorial Cengage Learning.

Ejemplo 1.

Una compañía ha sido contratada para realizar 5 trabajos. Estos trabajos pueden efectuarse en seis de sus plantas de manufactura. Debido a la magnitud del trabajo, no es factible asignar más de un trabajo a una planta de manufactura particular. También el segundo trabajo no puede asignarse a la tercera planta. Los costos estimados, en miles de dólares, se resumen a continuación:

	Planta					
Trabajo	1	2	3	4	5	6
1	50	55	42	57	48	52
2	66	70	--	68	75	63
3	81	78	72	80	85	78
4	40	42	38	45	46	42
5	62	55	58	60	56	65

Ejemplo 2.

Una compañía de autobuses opera entre Boston y Washington D.C. Un viaje entre estas dos ciudades toma 6 horas. La ley federal requiere que un conductor descanse cuatro horas o más entre viajes. Un día de trabajo de un conductor consiste en dos viajes: uno de Boston a Washington y una de Washington a Boston, de acuerdo a los siguientes tiempos de partida.

El objetivo es minimizar el tiempo de inactividad para los conductores. Se permite que el "día" de un conductor se superponga con la medianoche. Por ejemplo, un conductor con base en Washington puede ser asignado al viaje de las 3 pm de Washington a Boston, y al viaje de 6 am de Boston a Washington.

Viaje	Tiempo de partida	Viaje	Tiempo de partida
Boston 1	6 am	Washington 1	5:30 am
Boston 2	7:30 am	Washington 2	9 am
Boston 3	11:30 am	Washington 3	3 pm
Boston 4	7 pm	Washington 4	6:30 pm
Boston 5	12:30 am	Washington 5	12 pm

Ejemplo 3.

Cinco personajes de sexo masculino (Billie, John, Fish, Glen y Larry) y cinco personajes de sexo femenino (Ally, Georgia, Jane, Rene y Nell), son abandonados en una isla desierta. El problema es determinar qué porcentaje del tiempo, cada mujer en la isla debe pasar con cada hombre. Por ejemplo, Ally podría pasar 100% de su tiempo con John o podría salir con mucha gente pasando 20% de su tiempo con cada hombre. Para cada posible pareja de hombre y mujer se muestra un índice de felicidad.

Haga la función de casamentero y determine una asignación del tiempo de cada hombre y mujer que logra la felicidad total máxima para la isla. Suponga que la felicidad obtenida por una pareja es proporcional a la cantidad de tiempo que pasan juntos.

	Ally	Georgia	Jane	Rene	Nell
Billie	8	6	4	7	5
John	5	7	6	4	9
Fish	10	6	5	2	10
Glen	1	0	0	0	0
Larry	5	7	9	8	6

Ejemplo 4.

Una empresa está presentando ofertas para cuatro trabajos de construcción. Tres personas se han postulado para realizar los trabajos. Sus ofertas (en miles de dólares) se dan en la siguiente tabla (un * indica que la persona no hizo una oferta para el trabajo en cuestión). La persona 1 solo puede hacer un trabajo, pero las personas 2 y 3 podrían hacer hasta dos trabajos. Determinar la asignación de costo mínimo de estas personas a los trabajos.

	Trabajo			
Persona	1	2	3	4
1	50	46	42	40
2	51	48	44	*
3	*	47	45	45

Ejemplo 5.

Doc Councillman está formando un equipo de relevos para una competencia de relevos de 400 metros. Cada nadador debe nadar 100 metros de pecho, espalda, mariposa o estilo libre. Doc cree que cada nadador alcanzará los tiempos dados en la tabla siguiente. Para minimizar el tiempo del equipo para la carrera, ¿qué nadador debe nadar qué estilo?

	Tiempo (segundos)			
Persona	Libre	Pecho	Mariposa	Espalda
Gary Hall	54	54	51	53
Mark Spitz	51	57	52	52
Jim Montgomery	50	53	54	56
Chet Jastremski	56	54	55	53

Ejercicios

Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

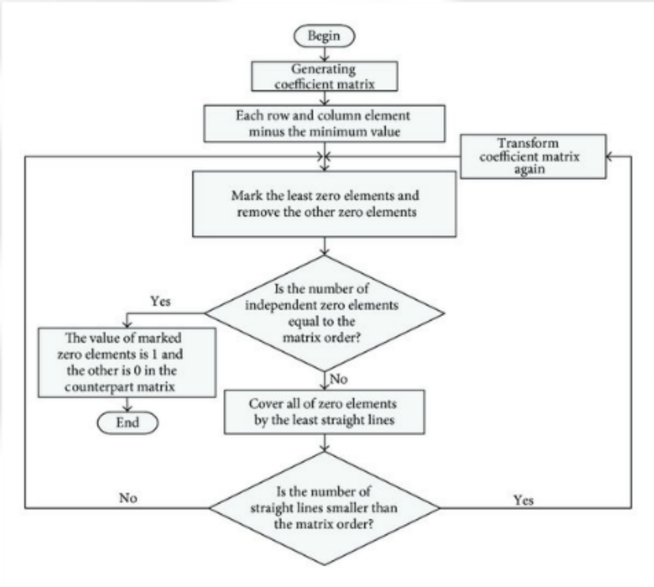
Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

Método Húngaro



Método Húngaro

Wiley Online Library

Naval Research Logistics Quarterly banner

Article

The Hungarian method for the assignment problem†

H. W. Kuhn

First published: March 1955 | https://doi.org/10.1002/nav.3800020109 | Cited by: 3375

† The preparation of this report was supported, in part, by the ONR Logistics Project, Department of Mathematics, Princeton University.

PDF TOOLS SHARE

Abstract

Assuming that numerical scores are available for the performance of each of n persons on each of n jobs, the “assignment problem” is the quest for an assignment of persons to jobs so that the sum of the n scores so obtained is as large as possible. It is shown that ideas latent in the work of two Hungarian mathematicians may be exploited to yield a new method of solving this problem.

THE HUNGARIAN METHOD FOR THE ASSIGNMENT PROBLEM[1]

H. W. Kuhn
Bryn Mawr College

Assuming that numerical scores are available for the performance of each of n persons on each of n jobs, the "assignment problem" is the quest for an assignment of persons to jobs so that the sum of the n scores so obtained is as large as possible. It is shown that ideas latent in the work of two Hungarian mathematicians may be exploited to yield a new method of solving this problem.

1. INTRODUCTION

Stated informally, the problem of personnel-assignment asks for the best assignment of a set of persons to a set of jobs, where the possible assignments are ranked by the total scores or ratings of the workers in the jobs to which they are assigned. Variations of this problem, both mathematical and non-mathematical, have a long history (see the Bibliography appended).

BIBLIOGRAPHY

[1] König, D., "Über Graphen und ihre Anwendung auf Determinantentheorie und Mengenlehre." Math. Ann. 77 (1916) 453-465.

[2] Frobenius, G., "Über zerlegbare Determinanten," Sitzungsber., Preuss. Akad. Wiss. (1917) 274-277.

[3] Egerváry, J., "Matrixok kombinatorius tulajdonságairól." Mat. Fiz. Lapok (1931) 16-28 (translated as "Combinatorial Properties of Matrices" by H. W. Kuhn, ONR Logistics Project, Princeton (1953), mimeographed).

[4] Hall, P., "On Representatives of Subsets," J. London Math. Soc. 10 (1935) 26-30.

[5] Easterfield, T. E., "A Combinatorial Algorithm," J. London Math. Soc. 21 (1946) 219-226.

[6] Birkhoff, Garrett, "Tres Observaciones sobre el Algebra Lineal," Univ. Nac. Tucumán. Revista A5 (1946) 147-151.

[7] Thorndike, R. L., "The Problem of Classification of Personnel," Psychometrika 15 (1950) 215-235.

[8] Dantzig, G. B., "Application of the Simplex Method to a Transportation Problem," Chapter XXIII in Activity Analysis of Production and Allocation, Cowles Commission Monograph No. 13, ed. T. C. Koopmans, New York, 1951.

[9] Votaw, D. F. and Orden, A., "The Personnel Assignment Problem," Symposium on Linear Inequalities and Programming, SCOOP 10, USAF (1952) 155-163.

Método Húngaro

- Paso 1. Encuentre el elemento mínimo en cada renglón de la matriz de costos mxm y réstese de cada costo. Construya una nueva matriz, determine el costo mínimo en cada columna. Construya una nueva matriz restando de cada costo, el costo mínimo en su columna.

- Paso 2. Trace el número mínimo de líneas horizontales y verticales que son necesarias para cubrir todos los ceros en la matriz de costos reducidas. Si se requieren m líneas, entonces está disponible una solución óptima entre los ceros cubiertos en la matriz. Si son necesarios menos de m líneas, entonces proceder al paso 3.

- Paso 3. Determine el elemento no cero más pequeño (k) en la matriz de costos reducida que no cubren las líneas trazadas en el paso 2. Ahora reste k de cada elemento no cubierto de la matriz de costos reducida y agregue k a cada elemento cubierto por dos líneas. Vuelva al paso 2.

Método Húngaro

Tiempo (segundos)				
Nadador	Libre	Pecho	Mariposa	Dorso
Gary Hall	54	54	51	53
Mark Spitz	51	57	52	52
Jim Montgomery	50	53	54	56
Chet Jastremski	56	54	55	53

	E1	E2	E3	E4
N1				
N2				
N3				
N4				

	E1	E2	E3	E4
N1				
N2				
N3				
N4				

Operations Rese... / Vol. 18, No. 4,... / An Application ...

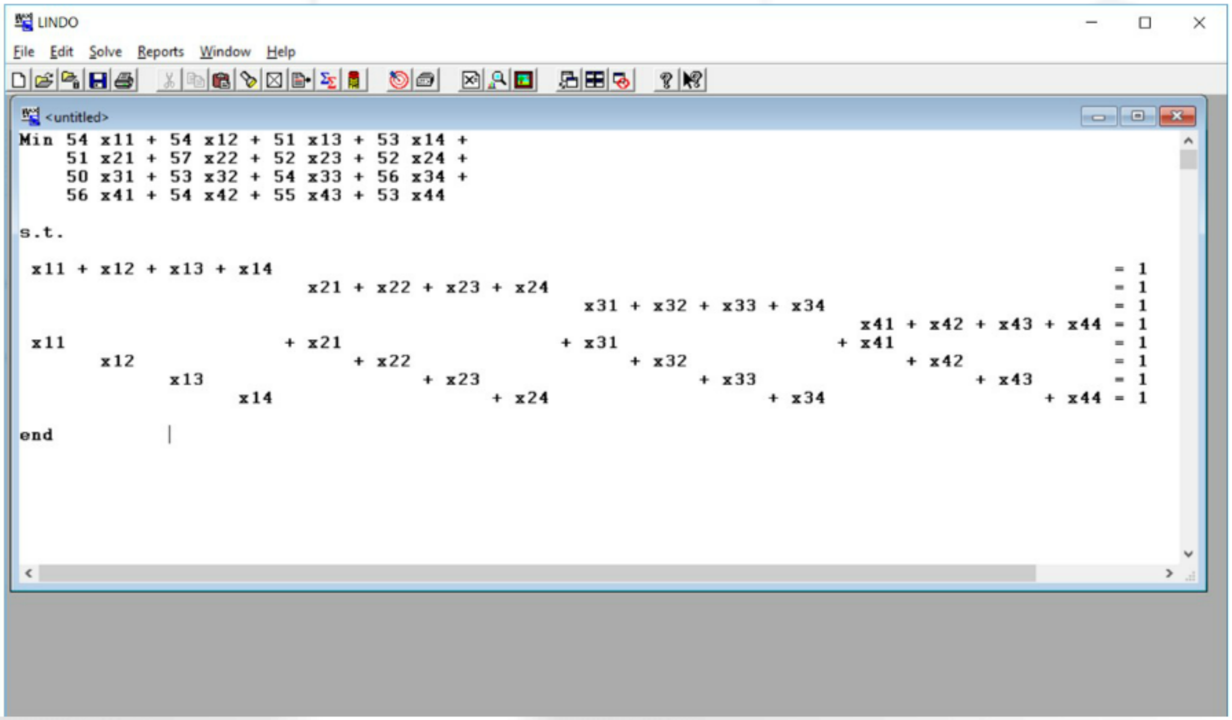
JOURNAL ARTICLE
An Application of the Assignment Problem

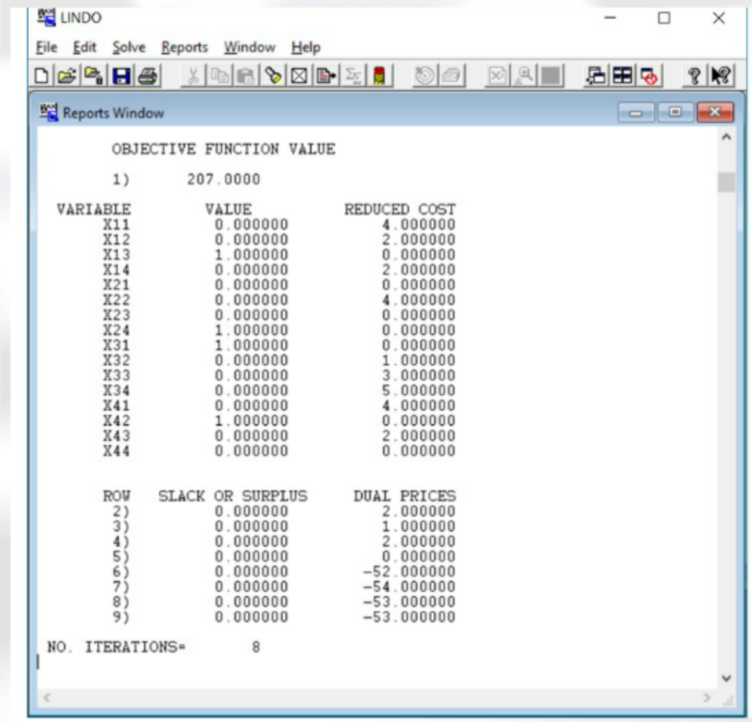
Robert E. Machol
Operations Research
Vol. 18, No. 4 (Jul. - Aug., 1970), pp. 745-746

	E1	E2	E3	E4
N1				
N2				
N3				
N4				

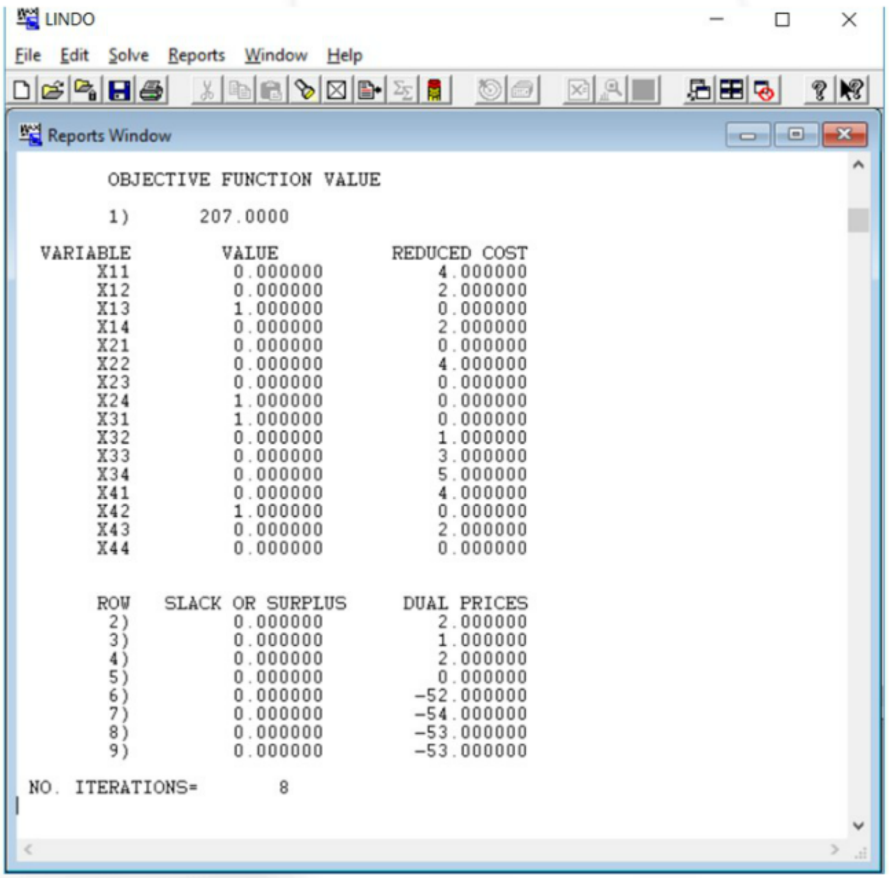
Machol, R. (1970). An Application of the Assignment Problem. Operations Research, 18(4), 745-746. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/168822

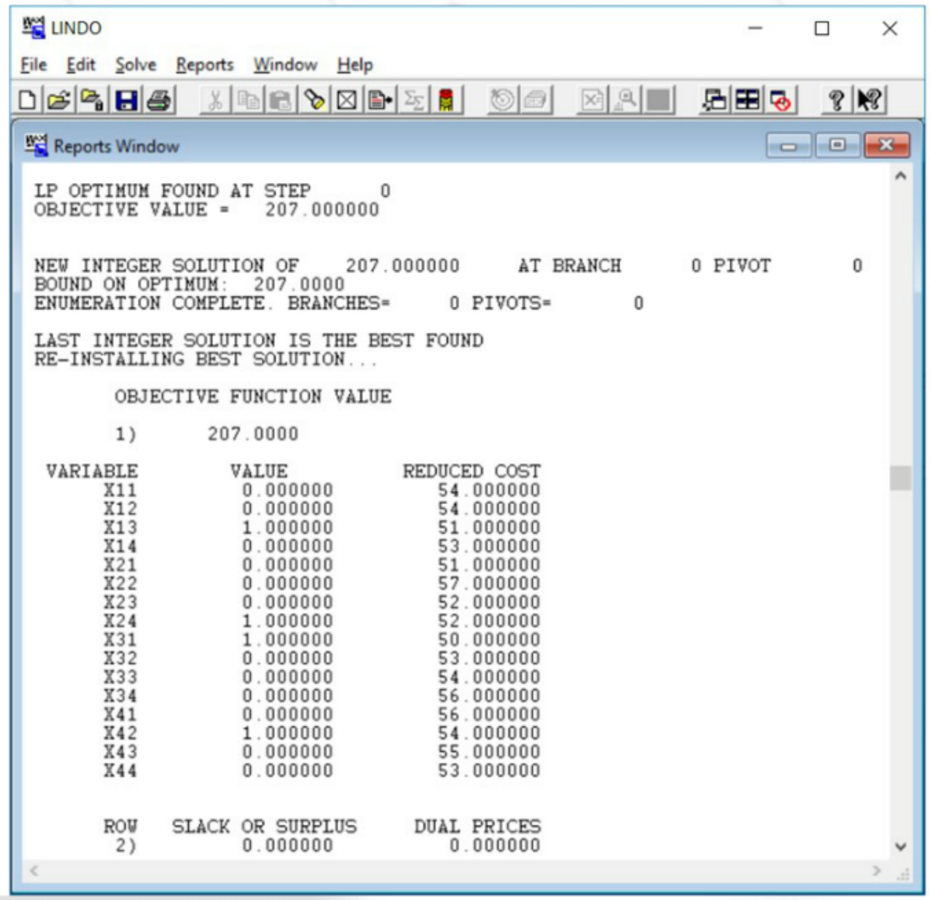
Apoyo computacional (LINDO)





Apoyo computacional (LINDO)





Apoyo computacional (LINDO)

LINDO

File Edit Solve Reports Window Help

C:\Users\jgarc\Documents\Prueba Didáctica 2019\Ejemplo2.ltx

```
Min - 8 x11 - 6 x12 - 4 x13 - 7 x14 - 5 x15
    - 5 x21 - 7 x22 - 6 x23 - 4 x24 - 9 x25
    -10 x31 - 6 x32 - 5 x33 - 2 x34 -10 x35
    -   x41
    - 5 x51 - 7 x52 - 9 x53 - 8 x54 - 6 x55

s.t.

 x11 + x12 + x13 + x14 + x15 = 1
 x21 + x22 + x23 + x24 + x25 = 1
 x31 + x32 + x33 + x34 + x35 = 1
 x41 + x42 + x43 + x44 + x45 = 1
 x51 + x52 + x53 + x54 + x55 = 1

 x11 + x21 + x31 + x41 + x51 = 1
 x12 + x22 + x32 + x42 + x52 = 1
 x13 + x23 + x33 + x43 + x53 = 1
 x14 + x24 + x34 + x44 + x54 = 1
 x15 + x25 + x35 + x45 + x55 = 1
end
```

Reports Wi...

Apoyo computacional (LINDO)

LINDO

File Edit Solve Reports Window Help

Reports Window

1) -35.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	0.000000
X12	0.000000	1.000000
X13	0.000000	4.000000
X14	1.000000	0.000000
X15	0.000000	3.000000
X21	0.000000	4.000000
X22	0.000000	1.000000
X23	0.000000	3.000000
X24	0.000000	4.000000
X25	1.000000	0.000000
X31	1.000000	0.000000
X32	0.000000	3.000000
X33	0.000000	5.000000
X34	0.000000	7.000000
X35	0.000000	0.000000
X41	0.000000	0.000000
X51	0.000000	4.000000
X52	0.000000	1.000000
X53	1.000000	0.000000
X54	0.000000	0.000000
X55	0.000000	3.000000
X42	1.000000	0.000000
X43	0.000000	1.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	0.000000	1.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-2.000000
3)	0.000000	-1.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	-9.000000
6)	0.000000	-1.000000
7)	0.000000	10.000000
8)	0.000000	9.000000
9)	0.000000	10.000000
10)	0.000000	9.000000
11)	0.000000	10.000000

Método Húngaro

	1	2	3	4
1	15	22	13	4
2	12	21	15	7
3	16	20	22	6
4	6	11	8	5

	1	2	3	4	u_i
1					
2					
3					
4					
v_j					

	1	2	3	4	u_i
1					
2					
3					
4					
v_j					

	1	2	3	4	u_i
1					
2					
3					
4					
v_j					

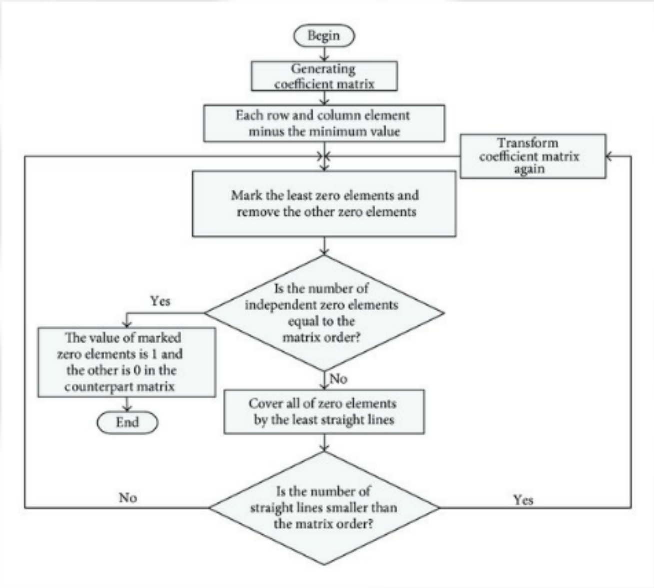
	1	2	3	4	u_i
1					
2					
3					
4					
v_j					

	1	2	3	4	u_i
1					
2					
3					
4					
v_j					

	1	2	3	4	u_i
1					
2					
3					
4					
v_j					

Murty, K.G. (1992). Network Programming. 1st Edition. Editorial Prentice Hall

Método Húngaro



Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

Cierre de la clase

Resumen de la clase

1. Entorno de decisiones para la formulación del modelo de asignación
2. Formulación equilibrada /no equilibrada
3. Formulación del modelo de asignación
4. Relajación del problema de asignación
5. Explicación del Método húngaro

Preguntas para reflexión

1. ¿Porqué no utilizar el método simplex para resolver el problema de asignación?

2. Si el problema no está equilibrado, ¿qué implicaciones tiene en la realidad?

3. Al usar apoyo computacional, ¿es necesario declarar su relajación?

4. La solución óptima para el problema de las parejas, implica que cada mujer pase todo el tiempo con un hombre. ¿Porqué?

¿Objetivos cumplidos?

1. Identificar el entorno de decisiones para la formulación del modelo de asignación
2. Formulación equilibrada /no equilibrada
3. Formulación del modelo de asignación
4. Discusión del porqué de su relajación
5. Método húngaro


Cierre de la clase

Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?

¿Preguntas?

Problema de Asignación

Sistemas de Ingeniería Civil I
Dr. Javier García Gutiérrez

Presentación del material

Recordando conceptos

Objetivos de esta clase

Problema de asignación

Minimizar $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$

Ejercicios

Método Húngaro

Cierre de la clase

¿Preguntas?