UNIDAD DE APRENDIZAJE

HIDRÁULICA

M. EN C. AG. ABILIO MARÍN TELLO

Perdidas de energía en tuberías y accesorios

UNIDAD DE COMPETENCIA IV
TUBERÍAS

4.1. Ecuación de Darcy-Weisbach
4.2. Diagrama de Moody
4.3. Pérdidas menores

4.1. Ecuación de Darcy-Weisbach

En flujo incompresible a régimen permanente por un tubo las irreversibilidades se expresan en función de las pérdidas de cabeza o caída de *línea hidráulica de altura*. La línea hidráulica de altura está p/γ unidades arriba del centro del tubo y si z es la altura del centro del tubo, entonces $z + p/\gamma$ es la elevación de un punto colocado en la línea hidráulica de altura. El lugar geométrico de los valores de $z + p/\gamma$ a lo largo de la tubería de la línea hidráulica de altura. Las pérdidas o irreversibilidades causan que esta línea caiga en la dirección del flujo.

4.1. Ecuación de Darcy-Weisbach

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

f	factor de fricción, adimensional
h_f	pérdida de carga, en m o pies
L	longitud de la tubería, en m o pies
D	diámetro de la tubería en m o en pies
V	velocidad media del líquido, en m/s o pies/s
g	aceleración de la gravedad (9.81 $\frac{m}{s^2}$ o 32.2 $\frac{pies}{s^2}$)

4.1. Ecuación de Darcy-Weisbach

La experimentación muestra que lo siguiente es cierto en flujo turbulento:

1. La pérdida de carga varía directamente con la longitud del tubo.
2. La pérdida de carga varía casi con el cuadro de la velocidad.
3. La pérdida de carga varía casi inversamente con el diámetro.
4. La pérdida de carga depende de la rugosidad en la superficie de la pared interior del tubo.
5. La pérdida de carga depende de las propiedades de densidad y viscosidad del fluido.
6. La pérdida de carga es independiente de la presión.

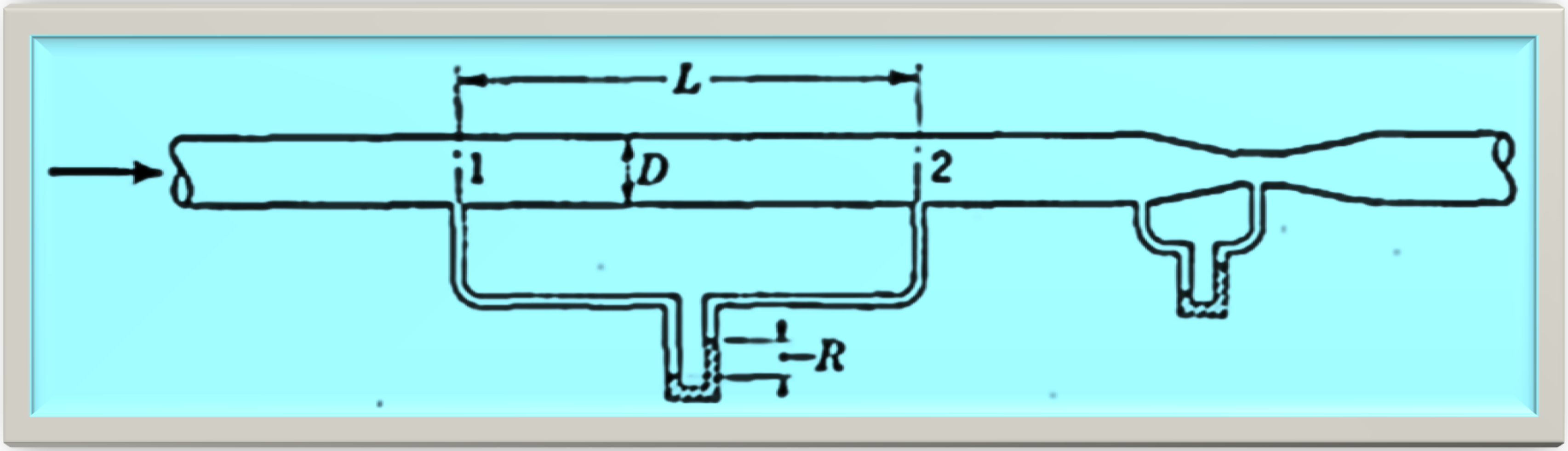
4.1. Ecuación de Darcy-Weisbach

f no puede ser una constante sino que debe depender de la velocidad *V*, del diámetro *D*, de la densidad ρ, de la viscosidad μ y de ciertas características de rugosidad para la pared representada por ε, donde ε es una *medida* de las proyecciones de rugosidad y tiene las dimensiones de una longitud

El término *f*, en lugar de ser una constante, depende de cinco magnitudes o cantidades:

$$f = f(V, D, \rho, \mu, \varepsilon,)$$

Arreglo experimental para determinar la pérdida de carga en un tubo



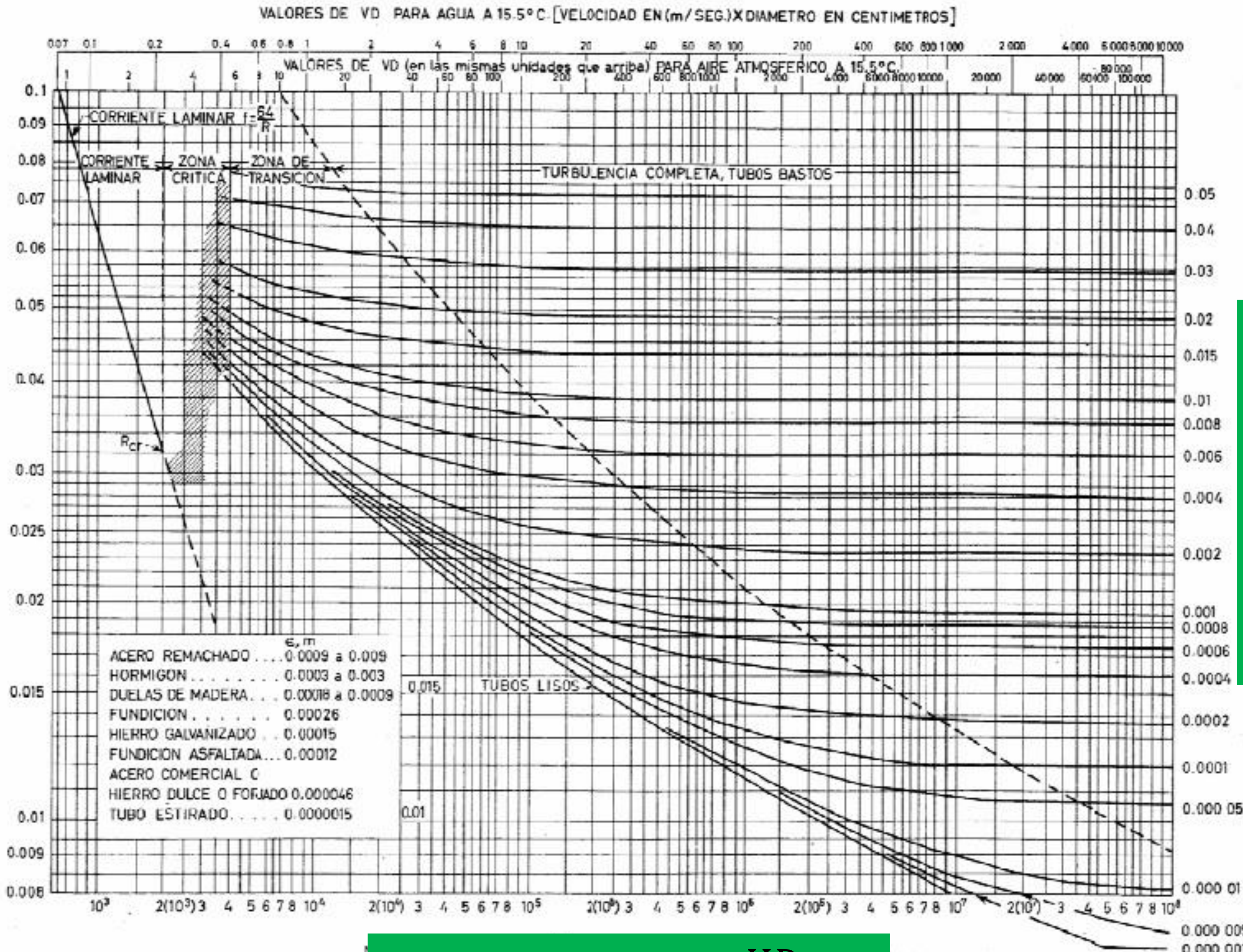
Como f es un factor adimensional, se pueden ordenar solo de una manera para hacerlas adimensionales, a saber, VDρ/μ , que es el número de Reynolds. Para tubos *rugosos* el término ε se puede hacer adimensional por división entre *D*. por lo tanto, en general,

$$f = f\left(\frac{VD\rho}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D}\right) = f\left(R, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

En tubos rugosos el termino ε/D se llama *rugosidad relativa*

4.2. Diagrama de Moody

Debido a la extrema complejidad de las superficies naturalmente rugosas, muchos de los avances en la comprensión en las relaciones básicas se han desarrollado alrededor de experimentos en tubos hechos rugosos artificialmente. **Moody** ha construido una de las gráficas más convenientes para la determinación de factores de fricción en tubos comerciales limpios, esta gráfica (figura 4.2)



Coeficiente de fricción, **f**

Rugosidad relativa, $\frac{\varepsilon}{D}$

Figura 6.1 Diagrama de Moody

Número de Reynolds $\frac{VD}{\nu}$

4.2.1. Problemas simples de tuberías.

Por "problemas simples de tuberías" se hace referencia a tubos o tuberías en donde la fricción del tubo es la única pérdida.

Tipo	Dado	Para encontrar
I	Q, L, D, ν, ε	h_f
II	h_f, L, D, ν, ε	Q
III	h_f, Q, L, ν, ε	D

Determinar la pérdida de energía para un gasto de 140 L/s de aceite, $\nu = 1 \times 10^{-6}\ m^2/s$ a través de 400 m de tubo de hierro fundido de 200 mm de diámetro.

Datos e incógnitas

- $h_f = ?$
- $Q = 140\frac{L}{s} = 0.140\ m^3/s$
- $\nu = 1 \times 10^{-6}\ m^2\ /s$
- L = 400 m
- D = 200 mm = 0.2 m

Tipo I

$h_f = ?$

Fórmulas

- $h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$
- Q = A(V)
- $V = \frac{Q}{A}$
- $A = \frac{\pi}{4} \times D^2$
- Diagrama de Moody
- $R_e = \frac{VD}{\nu}$
- $f = f_1(R_e, \frac{\epsilon}{D})$

Solución para h_f. Para la solución de tipo I, conociendo *Q*, ε y *D*,

$$R_e = {}^{VD}/_{\nu} = {}^{4Q}/_{\pi D \nu}\ ,$$

se puede localizar a *f* en el Diagrama de Moody.

La sustitución en la ecuación de $h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$ da h_f

Tipo I

$h_f = ?$

Solución

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.140}{\frac{\pi}{4}(0.2)^2} = \frac{4(0.140)}{\pi(0.2)^2} = 4.46 \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{4.46(0.2)}{1 \times 10^{-6}} = 8.9 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25\ mm}{200\ mm} = 0.00125$$

$$f = f_1\left(R_e, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Tipo I

$$h_f = ?$$

Del diagrama de Moody

f = 0.023

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = 0.023\left[\frac{400}{0.2}\frac{(4.46)^2}{19.62}\right] = 46.64\ m$$

Respuesta: h_f = 46.64 m

Tipo II. Se tiene agua a 15°C que fluye de un tubo de acero remachado de 300 mm de diámetro, ε = 3 mm,con una pérdida de energía de 6 m en 300 m. determínese el gasto.

Datos e incógnitas

- $\nu = 1.3 \times 10^{-6}\ m^2/s$
- D = 300 mm = 0.3 m
- ε = 3 mm
- $h_f\ = 6\ m$
- L = 300 m
- Q = ?

Para calcular la velocidad *V* en la fórmula, se supone un valor del coeficiente de fricción *f*, posteriormente se determina *f* con el diagrama de Moody, hasta que sean iguales.

Tipo II

Q = ?

Fórmulas

- $h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$
- $V = \sqrt{\frac{h_f(D)(2g)}{L(f)}}$
- Q = A(V)
- $A = \frac{\pi}{4} \times D^2$
- Diagrama de Moody
- $R_e = \frac{VD}{\nu}$
- $f = f_1(R_e, \frac{\epsilon}{D})$

Solución para la descarga Q

En el segundo caso, *V* y *f* son desconocidos, $^{\varepsilon}/_{D}$ es conocido, se supone un valor de *f,* se sustituye en la ecuación de Darcy-Wesbach, para encontrar *V*, del cual se calcula un número de Reynolds. Con el número de Reynolds y $^{\varepsilon}/_{D}$ se encuentra un valor de f utilizando el Diagrama de Moody, y si coincide con el supuesto, se encuentra la velocidad V, que se multiplica por el área para obtener el gasto Q.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.140}{\frac{\pi}{4}(0.2)^2} = \frac{4(0.140)}{\pi(0.2)^2} = 4.46 \text{ m/s}$$

Tipo II

Q = ?

Solución

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{4.46(0.2)}{1 \times 10^{-6}} = 8.9 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25\ mm}{200\ mm} = 0.00125$$

Solución

Tipo II
Q = ?

$$V = \sqrt{\frac{6(0.3)(19.62)}{300(0.02)}} = 2.426\, m/s$$

$$R_e = \frac{2.426(0.3)}{\nu = 1.3 \times 10^{-6}} = 5.6 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{3\, mm}{300\, mm} = 0.01$$

Del diagrama de Moody, f = 0.0208

La f supuesta coincide con la f calculada

$$Q = A(V) = \frac{\pi}{4} \times (0.3)^2(2.426) = 0.171\, m^3/s$$

Respuesta $Q = 171\, L/s$

Tipo III. Calcular el diámetro de un tubo de hierro forjado limpio que se requiere para conducir 4 000 gpm de aceite, ν = 0.001 pies²/s, con una longitud de 10 000 pies y una pérdida de energía de 75 pies.

Datos e incógnitas

- D = ?
- $Q = 4\,000\ gpm = 89.2\ pies^3/s$
- $\nu = 0.001\ pies^2/s$
- L = 10 000 $pies$
- $h_f = 75\ pies$

Tipo II

D = ?

Fórmulas

- $h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{Q^2}{2g(\frac{D^2\pi}{4})^{\,2}}$
- $D^5 = \frac{8LQ^2}{h_f g\pi^2} f$
- $Q = A(V)$
- $A = \frac{\pi}{4} \times D^2$
- Diagrama de Moody
- $R_e = \frac{VD}{\nu}$
- $f = f_1(R_e, \frac{\epsilon}{D})$

Procedimiento

Tipo III
D = ?

1. Supóngase un valor de f
2. Resuelvase la ecuación $D^5 = \frac{8LQ^2}{h_f g\pi^2} f$
3. Resuélvase la ecuación $R_e = \frac{VD}{\nu}$
4. Encuéntrese la rugosidad relativa ${}^{\varepsilon}/_{D}$
5. Con **R** y $\frac{\varepsilon}{D}$, búsquese un nuevo valor de f
6. Utilícese el nuevo valor de f, y repítase el procedimiento
7. Cuando el valor de f no cambia en las dos primeras cifras significativas, todas las ecuaciones se satisfacen y el problema queda resuelto.

Tipo III
D = ?

$$D^5 = \frac{8(10{,}00)(8.93)^2}{75(32.2)(\pi^2)}(0.02) = 1.398 \text{ pies}$$

$$D^5 = \frac{8LQ^2}{h_f g \pi^2} f$$

Solución

$$R_e = \frac{4(8.93)}{\pi(1.13\times10^{-6})}\frac{1}{1.398} = 8.1\times10^4$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.00015\, pies}{1.398\, pies} = 0.0001$$

Del diagrama de Moody *f* = 0.019. al repetir el procedimiento, *D* = 1.382, *R* = 82,300, *f* = 0.019. por lo tanto *D* =1.382(12) = 16.6 pulgadas.

Ejemplo 3.4 Se tiene una tubería de 1 000 m de largo, diámetro 0.20 m, rugosidad artificial k = 0.001 m, velocidad 4 m/s, $\nu = 10^{-6} \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$. Calcular la pérdida de carga.

Ejemplo 4.2 se tiene una tubería nueva de fierro fundido (k = 0.00025 m) de 10” de diámetro. La longitud es de 1000 m. Conduce agua cuya viscosidad es de $\nu = 10^{-6} \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$. La pérdida de carga (de energía) en el tramo considerado es de 10 m. Calcular el gasto.

Ejemplo 4.3 calcular el diámetro que debe tener una tubería nueva de cemento enlucido (k = 0.0004) m, para conducir $2 \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$. La viscosidad del agua es de $\nu = 1.2 \times 10^{-6} \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$. La longitud de la tubería es de 1 000 m. La pérdida de carga admisible es de 25 m.

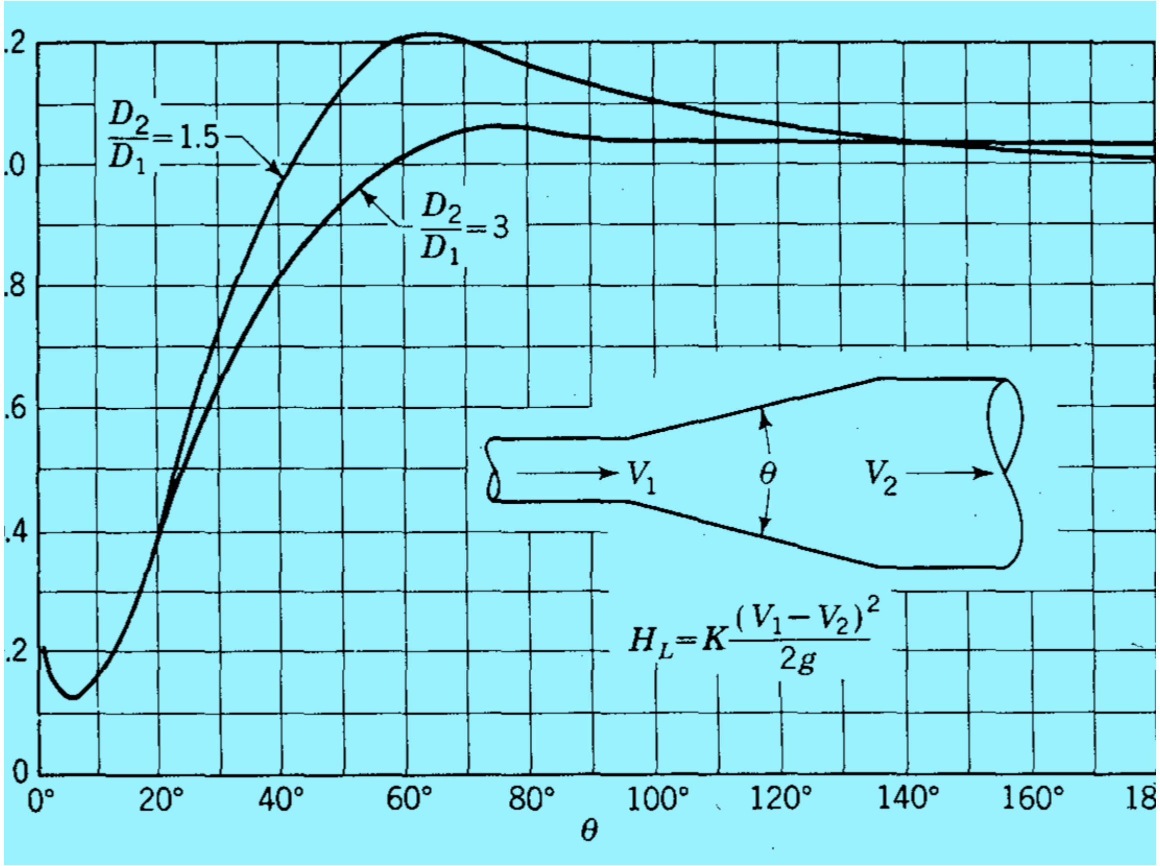
4.3. Pérdidas menores

Las pérdidas que ocurren en tuberías debido a dobleces, codos, juntas, válvulas, etc. se llaman *pérdidas menores*

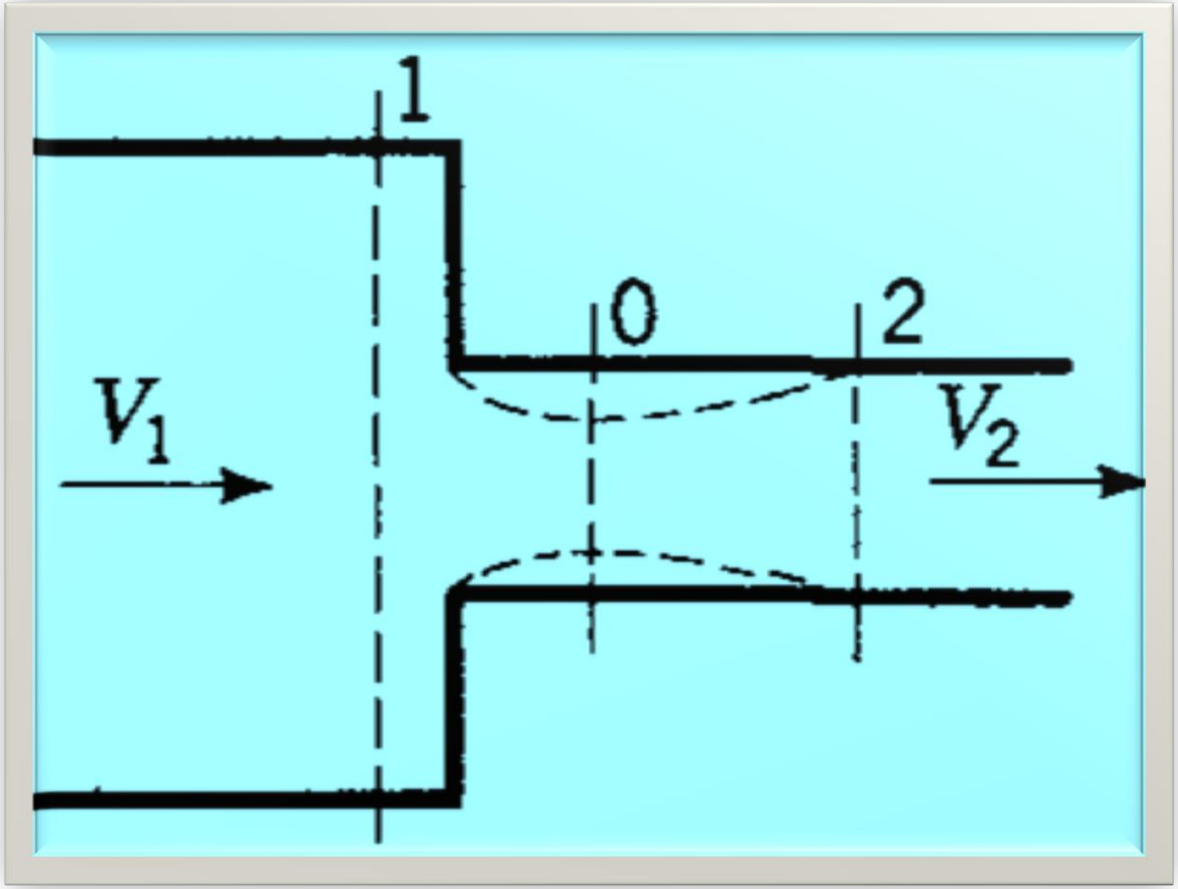
Pérdida por expansión brusca

$$h_e = K\frac{V_1^2}{2g} = \left[1-\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2\frac{V_1^2}{2g}$$

$$K = \left[1-\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2$$



Coeficientes de pérdida para expansión cónicas.



Contracción repentina en una tubería

La pérdida de carga es

$$h_C = \left(\frac{1}{C_C} - 1\right)^2 \frac{V_2^{\,2}}{2g}$$

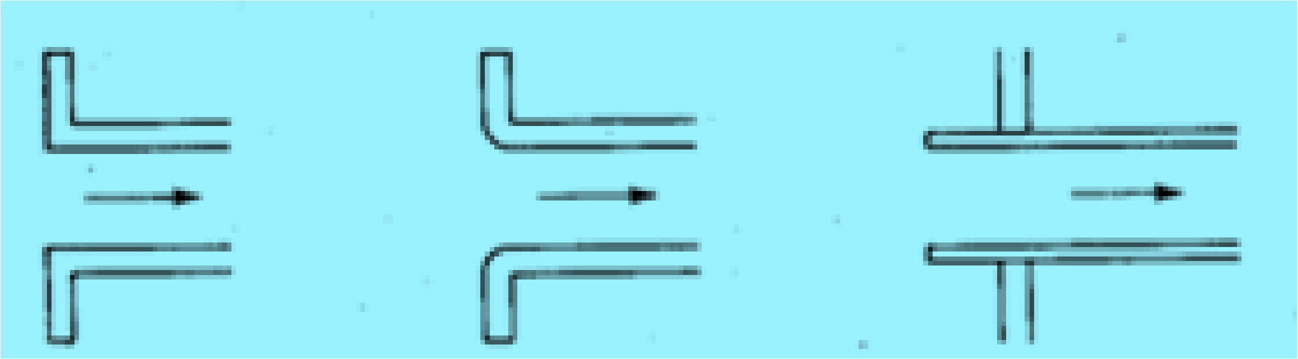
El coeficiente de contracción C_c para agua fue determinado por Weisbach

A_2/A_1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
C_c	0.624	0.632	0.643	0.659	0.681	0.712	0.755	0.813	0.892	1.00

Tabla 4.1. Coeficiente K representativos para varios accesorios

Accesorio	K
Válvula de globo (completamente abierta)	10.0
Válvula de ángulo (completamente abierta)	5.0
Válvula de retención de columpio (completamente abierta)	2.5
Válvula de compuerta (completamente abierta)	0.19
Codo en U	2.2
Conexión en T estándar	1.8
Codo estándar	0.9
Codo de radio medio	0.75
Codo de radio largo	0.60

Coeficientes ***K*** para pérdida de carga en diferentes entradas



Cuadrada K = 0.5	Redondeada K = 0.01 – 0.05	Reentrada K = 0.8 – 1.0