
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO



UNIDAD ACADÉMICA PROFESIONAL TIANGUISTENCO

LICENCIATURA DE INGENIERÍA DE PLÁSTICOS

ASIGNATURA: INGENIERÍA DE CALIDAD Y METROLOGÍA

SEMESTRE: QUINTO CRÉDITOS: 6

TEMA: ESTUDIO DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD (GR&R)

ELABORÓ: ING. JORGE SAÚL GALLEGOS MOLINA

AGOSTO DEL 2016



GUÍON EXPLICATIVO

El tema expuesto en esta presentación es parte del programa de la asignatura de *Ingeniería de Calidad y Metrología*, la cual pertenece al núcleo sustantivo, por lo que la secuencia de esta presentación permite conjuntar los conocimientos teóricos y prácticos para la evaluación estadística (GR&R) de sistemas de medición por parte de el estudiante de la Licenciatura de Ingeniería de Plásticos. Por tal motivo se recomienda seguir la secuencia de presentación, en la cual se muestran los conceptos esenciales y pasos de esta metodología, y posteriormente se desarrolla un ejemplo práctico de un calibrador digital, lo que le permite al estudiante desarrollar su análisis, tomando como base los resultados y datos existentes en el estudio del GR&R.

Al final de la presentación se muestran las fuentes bibliográficas que sirvieron de base para la presente documentación, cuya consulta se recomienda en caso de que se desee profundizar más en la metodología aquí expuesta.



GUÍON EXPLICATIVO

El tema expuesto en pertenece a la unidad 4, y se refiere al inciso 4.5, del actual programa de esta asignatura.

Unidad 4. Validación estadística de sistemas de medición
Objetivo: Comprender el contexto, importancia y pasos principales para la validación estadística de los instrumentos de medición, mediante estudios estadísticos, para conocer la confiabilidad en el uso del equipo.
Contenidos: 4.1 Validación estadística de los instrumentos de medición 4.2 Estudios de estabilidad y linealidad 4.3 Estudio de repetibilidad
4.4 Estudio de reproducibilidad 4.5 Estudio GR&R 4.6 Estudios para calibradores de atributos.



Contenido

Subtema	Diapositiva
Introducción	5
Objetivo de los estudios repetibilidad y reproducibilidad (GR&R)	6
Estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad (GR&R).	13
Ejemplo de GR&R.	22
Conclusiones	40
Referencias bibliográficas	41



Introducción

Los estudios de repetibilidad y reproducibilidad son esenciales para verificar, validar y aprobar los sistemas de medición o instrumentos de medición, con los cuales se evaluarán una gran variedad de productos, así como diferentes características de una gran variedad de sectores industriales, comerciales, gubernamentales, de investigación y educativos, que formarán parte del ámbito laboral del egresado de la Licenciatura de Ingeniería de Plásticos.

El método aquí expuesto tiene por objetivo conjuntar los conocimientos teóricos y prácticos para el aseguramiento y control de calidad, así como para la evaluación dimensional a través del uso y validación de sistemas de medición. Este proceso de aseguramiento y control de calidad, permite al egresado desarrollar la toma de decisiones para resolver problemas existentes, así como prevenir nuevos problemas debidos a productos no conformes dentro del sector industrial, tomando como base el análisis de los resultados y datos obtenidos del proceso de manufactura, servicio y producto.



Objetivo de los estudios repetibilidad y reproducibilidad (GR&R)

La evaluación de los sistemas de medición tiene por objetivo (Escalante, 2003):

- Aceptar equipo nuevo.
- Comparar dos equipos entre sí.
- Evaluar un calibrador sospechoso.
- Evaluar un antes y después de la reparación de un calibrador.
- Antes de implementar gráficas de control.
- Cuando disminuya la variación del proceso.
- De manera continua, de acuerdo con la frecuencia de medición recomendada en los estudios.





Exactitud. Diferencia entre el promedio de las mediciones hechas por un operario (VP) y el valor real (VR) obtenido con el master (patrón primario).

$$\%Error = \frac{|Vp - Vr|}{\gamma} \times 100\%$$

$$\gamma = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (\text{Variación del proceso})$$

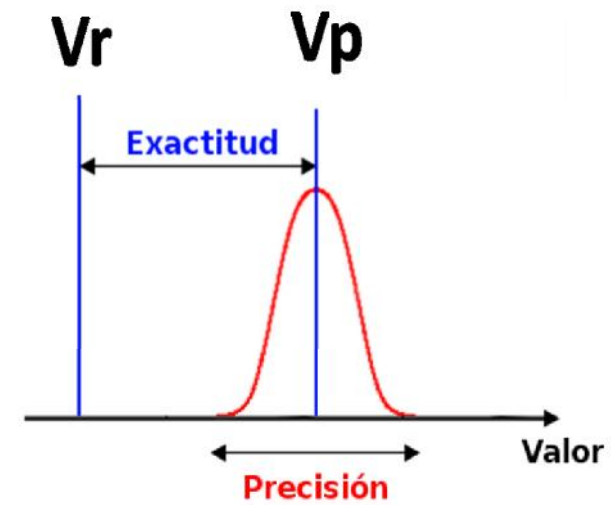
$$\gamma = LSE - LIE \quad (\text{Variación en el proceso})$$

Un estudio de exactitud requiere (Escalante, 2003):

- 1 Operador/técnico para la medición.
- 1 Gage a evaluar.
- 1 Pieza medida varias veces.
- 1 Lectura del master o patrón.



Un valor aceptable es que el **% error no sea mayor al 10%.**





Ejemplo . Estudio de Exactitud

Un técnico calibra dos instrumentos de medición (A y B) contra un valor conocido (patrón o master) de 0.800 mm. Posteriormente con cada uno de los calibradores realiza 12 veces la medición de una pieza cuya especificación es de $0.800 \pm 0,100$ mm. Los resultados se muestran en la siguiente tabla anexa. Conforme a los resultados mostrados determine:

- a) ¿Son adecuados para su uso los calibradores A y B?
- b) ¿Qué calibrador es más exacto?

Calibrador	Master	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Promedio (VP)	Diferencia Vp-Vr	% Error
1	0.800	0.800	0.795	0.791	0.814	0.800	0.788	0.798	0.796	0.800	0.810	0.798	0.802	0.79933	0.00067	0.33333333
2	0.800	0.835	0.799	0.791	0.854	0.855	0.798	0.798	0.796	0.844	0.850	0.798	0.832	0.82083	0.02083	10.4166667

Solución:

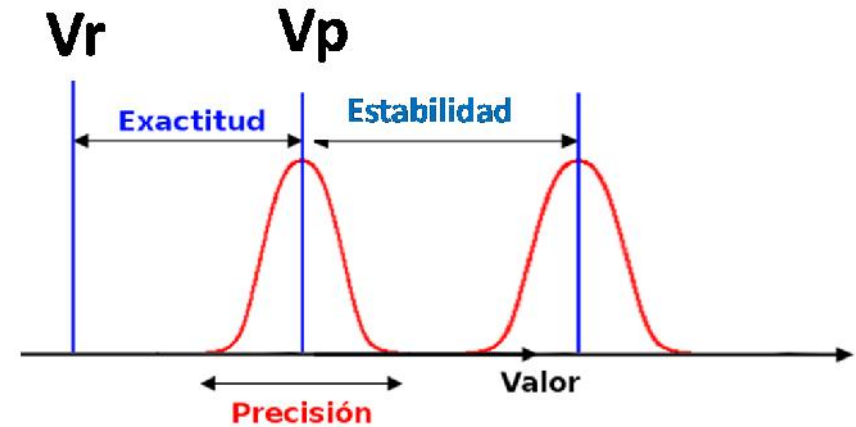
- a) A es adecuado (error <10%), B no es adecuado (error >10%)
- b) El número 1.



Estabilidad. Cantidad de variación en exactitud sobre cierto periodo. La evaluación de estabilidad es básica para asegurar evaluaciones confiables en las demás propiedades estadísticas.

Un estudio de estabilidad requiere:

- 1 pieza de referencia.
- 1 Gage a evaluar.
- 1 Técnico/operario.
- Mediciones a través del tiempo.



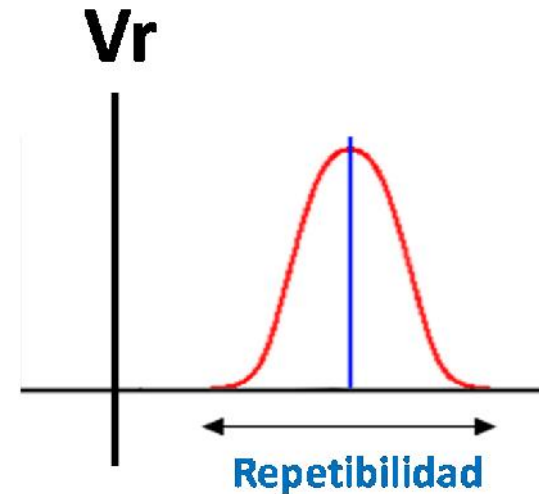


Repetibilidad (o variación del equipo).

- Variación en varias mediciones realizadas por una persona que utiliza el mismo instrumento. Esta medida indica cuán exacto y preciso es el equipo.
- Variación en las mediciones hechas por un solo operador, en la misma pieza, y con el mismo instrumento de medición. Se define como la variación alrededor de la media.

Un estudio de repetibilidad requiere:

- 1 operario
- 1 gage o calibrador
- 1 pieza medida varias veces



Factores que afectan la repetibilidad son:

- Nivel de calibración
- Condiciones ambientales (ruido, luminosidad, visión y condición física del trabajador).
- Suciedad, fricción en el instrumento de medición.
- Método o proceso de medición.
- Desgaste y desajuste del instrumento de medición.

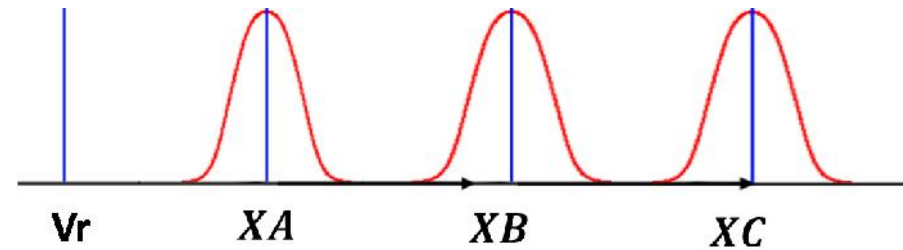


Reproducibilidad (o variación del operador).

- Variación obtenida con el mismo instrumento de medición, cuando es usado por distintas personas para medir las mismas partes, e indica cuan robusto es el proceso de medición en cuanto al operador y condiciones ambientales (Escalante, 2003):.
- Variación entre las medias de las mediciones obtenidas por varias personas con las mismas piezas y con el mismo instrumento de verificación.

Factores que afectan la reproducibilidad son:

- Capacitación del personal para el uso del instrumento,
- Claridad de las instrucciones o procedimiento del proceso de medición.
- Frecuencia de calibración entre operadores.
- Frecuencia de mantenimiento del instrumento.
- Salud y condición física del operador.



Un estudio de Reproducibilidad requiere:

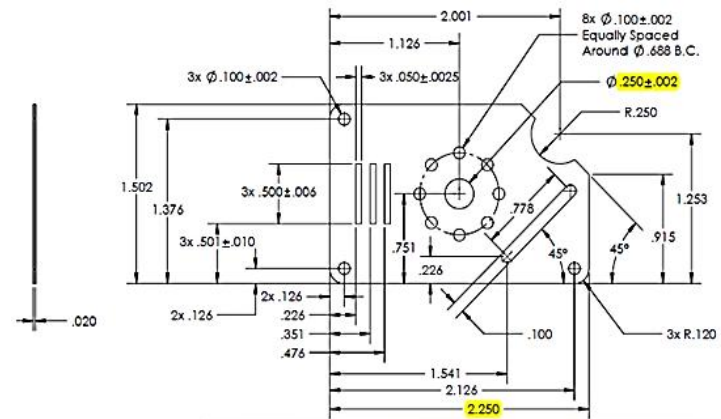
- 2 o 3 operarios
- 1 gage o calibrador
- Al menos 10 piezas



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

Para un proceso de manufactura, el análisis de la variación en la medición se resume como:

$$\sigma^2_{TOTAL} = \sigma^2_{PROCESO} + \sigma^2_{MEDICIÓN}$$



The highlighte features will be used in this GR&R example



DOT & POI - Introduction to Dimensional Metrology



Estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad (GR&R) (Lindsay, 2008)

1. Seleccione m operadores y n partes, por lo general se eligen al menos 2 operadores (m=2) y 10 partes (n=10). Numere las partes de modo que los números no sean visibles para los operadores.
2. Calibre el instrumento de medición.
3. Deje que cada operador mida cada una de las partes en orden aleatorio y registre los resultados. Repita este procedimiento para un total de “r” pruebas o intentos, donde se requiere al menos de dos intentos (r=2). Suponga que M_{ijk} representa la k-ésima medición del operador “i” en la parte “j”.



4. Calcule la medición promedio para cada operador:

$$\bar{X}_i = \left(\sum_j \sum_k M_{ijk} \right) / nr$$

Calcule la diferencia entre el promedio más alto y más bajo:

$$\bar{X}_D = \text{Máx}_i\{\bar{X}_i\} - \text{Mín}_i\{\bar{X}_i\}$$



5. Calcule el rango para cada parte y para cada operador:

$$R_{ij} = \text{Máx}_k\{M_{ijk}\} - \text{Mín}_k\{M_{ijk}\}$$

Estos valores muestran la variabilidad de las mediciones repetidas en la misma parte por el mismo operador. A continuación calcule el rango promedio para cada operador:

$$\bar{R}_i = \left(\sum_j R_{ij} \right) / n$$

El rango promedio general se calcula como:

$$\bar{\bar{R}} = \left(\sum_i \bar{R}_i \right) / m$$



6. Calcule un “límite de control” (LC) sobre los rangos individuales R_{ij} :

$$LC = D_4 \bar{R}$$

Donde D_4 es una constante estadística cuyo valor depende del tamaño de la muestra.



Importante: Cualquier rango de valores más allá de este límite podría resultar de alguna causa asignable, no del error aleatorio. Es preciso investigar las causas posibles, y si encuentran es necesario corregirlas. El operador deberá de repetir estas mediciones utilizando la misma parte.

Si no se encuentra ninguna causa asignable, estos valores se deben descartar, así como todos los resultados estadísticos del paso 5, así como también el límite de control se deberá volver a calcular.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO



FACTORS FOR CONTROL CHARTS

Pruebas o Intentos

r	x-charts				s-Charts				R-charts					
	A	A ₂	A ₃	c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	0	3.267	0	2.606	1.128	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	0	2.568	0	2.276	1.693	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	0	2.266	0	2.088	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	0	2.089	0	1.964	2.326	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.969	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

D4

Constante estadística para el estudio de GR&R

Source: Adapted from Table 27 of ASTM STP 15D *ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis*. © 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.



7. Calcular la repetibilidad (VE: variación del equipo), como sigue:

$$\text{Repetibilidad (VE)} = K_1 \bar{R}$$

8. Calcular la reproducibilidad (VO: variación o apreciación del operador) como sigue:

$$\text{Reproducibilidad (VO)} = \sqrt{(K_2 \bar{X}_D)^2 - (VE^2 / nr)}$$

Donde K_1 y K_2 son constantes estadísticas que dependen del número de intentos y de operadores respectivamente. Estas constantes ofrecen un intervalo de confianza del 99%.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

Valores de K1 y K2				
Número de pruebas	2	3	4	5
K1	4.56	3.05	2.50	2.21
Número de operadores	2	3	4	5
K2	3.65	2.70	2.30	2.08



Calcule la repetibilidad y reproducibilidad mediante la expresión:

$$R\&R = \sqrt{\text{Repetibilidad}^2 + \text{Reproducibilidad}^2}$$

$$R\&R = \sqrt{(VE)^2 + (VO)^2}$$

A menudo la repetibilidad y la reproducibilidad se expresan como un porcentaje de la tolerancia de la característica de calidad que se mide.



La Sociedad Americana de Calidad (ASQ), sugiere los siguientes lineamientos para evaluar y dictaminar los valores de un estudio GR&R:

- Menos del 10% de errores, índice aceptable, el equipo de medición puede ser utilizado para medir la característica de calidad.
- Del 10% al 30% de errores, este índice puede ser aceptable con base en la importancia de la aplicación, el costo del instrumento, el costo de reparación, etc. Dentro del sector automotriz, equipos o instrumentos de medición dentro de este rango sólo pueden ser utilizados previa autorización del cliente.
- Más del 30% de errores, en general este índice no es aceptable, por lo que es preciso realizar cualquier esfuerzo por identificar el problema y corregirlo.



Ejemplo de GR&R.

A fin de determinar si un calibrador digital es adecuado para medir la longitud de un eje de micro-mecanizado, cuya especificación es de 0.75 ± 0.25 mm, se debe realizar un estudio GR&R, con 3 operadores y dos intentos o pruebas. Para tal fin, se seleccionan 10 piezas, y se utiliza el mismo calibrador digital.





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

Data	Operator 1				Operator 2				Operator 3			
	Trial			Range	Trial			Range	Trial			Range
Sample #	1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1	0.630	0.635		0.005	0.560	0.560		0.000	0.530	0.540		0.010
2	1.000	1.000		0.000	1.020	1.025		0.005	1.050	1.040		0.010
3	0.830	0.835		0.005	0.885	0.890		0.005	0.810	0.810		0.000
4	0.860	0.865		0.005	0.820	0.815		0.005	0.810	0.810		0.000
5	0.590	0.580		0.010	0.430	0.430		0.000	0.460	0.450		0.010
6	0.980	0.980		0.000	1.000	1.005		0.005	1.000	1.010		0.010
7	0.960	0.960		0.000	0.940	0.930		0.010	0.950	0.950		0.000
8	0.860	0.855		0.005	0.720	0.740		0.020	0.810	0.810		0.000
9	0.970	0.970		0.000	0.980	0.980		0.000	1.030	1.030		0.000
10	0.710	0.720		0.010	0.560	0.550		0.010	0.840	0.810		0.030
Range average				0.004				0.006				0.007
Sample average				0.840				0.792				0.828



Solución:

Paso 1. Seleccione m operadores y n partes, por lo general se eligen al menos 2 operadores ($m=2$) y 10 partes ($n=10$). Numere las partes de modo que los números no sean visibles para los operadores.

Para el ejemplo mostrado $m = 3$ (operadores), $n = 10$ (número de piezas), $r=2$ (intentos o pruebas).

Paso 2. Calibre el instrumento de medición.

Para el ejemplo mostrado la calibración se realiza cerrando las mordazas, y se ajusta a cero con las mordazas cerradas del calibrador.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

La siguiente figura muestra la calibración cerrando las mordazas, y se ajusta a cero con las mordazas cerradas del calibrador:





Paso 3.

Deje que cada operador mida cada una de las partes en orden aleatorio y registre los resultados. Repita este procedimiento para un total de “r” pruebas o intentos (tabla 1), donde se requiere al menos de dos intentos (r=2). Suponga que M_{ijk} representa la k-ésima medición del operador “i” en la parte “j”.

Tabla 1. Datos registrados por los operarios

Data	Operator 1				Operator 2				Operator 3			
	Trial			Range	Trial			Range	Trial			Range
Sample #	1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1	0.630	0.635		0.005	0.560	0.560		0.000	0.530	0.540		0.010
2	1.000	1.000		0.000	1.020	1.025		0.005	1.050	1.040		0.010
3	0.830	0.835		0.005	0.885	0.890		0.005	0.810	0.810		0.000
4	0.860	0.865		0.005	0.820	0.815		0.005	0.810	0.810		0.000
5	0.590	0.580		0.010	0.430	0.430		0.000	0.460	0.450		0.010
6	0.980	0.980		0.000	1.000	1.005		0.005	1.000	1.010		0.010
7	0.960	0.960		0.000	0.940	0.930		0.010	0.950	0.950		0.000
8	0.860	0.855		0.005	0.720	0.740		0.020	0.810	0.810		0.000
9	0.970	0.970		0.000	0.980	0.980		0.000	1.030	1.030		0.000
10	0.710	0.720		0.010	0.560	0.550		0.010	0.840	0.810		0.030
Range average				0.004				0.006				0.007
Sample average				0.840				0.792				0.828

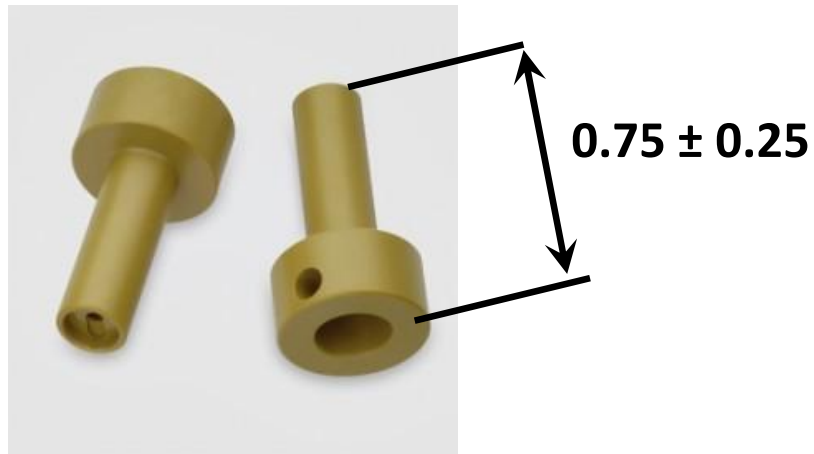


Figura: Método de medición en el estudio de GR&R



Paso 4. Calcule la medición promedio para cada operador (véase tabla 2):

$$\bar{X}_i = \left(\sum_j \sum_k M_{ijk} \right) / nr$$

Calcule la diferencia entre el promedio más alto y más bajo (véase tabla 2):

$$\bar{X}_D = M_{i\{\bar{X}_i\}} - M_{i\{\bar{X}_i\}}$$



Tabla 2. Tabla de medias y diferencia de medias

Pieza	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 1	Prueba 2
1	0.630	0.635	0.560	0.560	0.530	0.540
2	1.000	1.000	1.020	1.025	1.050	1.040
3	0.830	0.835	0.885	0.890	0.810	0.810
4	0.860	0.865	0.820	0.815	0.810	0.810
5	0.500	0.580	0.430	0.430	0.460	0.450
6	0.980	0.980	1.000	1.005	1.000	1.010
7	0.960	0.960	0.940	0.930	0.950	0.950
8	0.860	0.855	0.720	0.740	0.810	0.810
9	0.970	0.970	0.980	0.980	1.030	1.030
10	0.710	0.720	0.560	0.550	0.840	0.810

$$\bar{X}_1 = 0.840 \quad \bar{X}_2 = 0.792 \quad \bar{X}_3 = 0.826$$

$$\bar{X}_D = 0.840 - 0.792 = 0.048$$



Paso 5. Calcule el rango para cada parte y para cada operador (véase tabla 3):

$$R_{ij} = \text{Máx}_k\{M_{ijk}\} - \text{mín}_k\{M_{ijk}\}$$

Estos valores muestran la variabilidad de las mediciones repetidas en la misma parte por el mismo operador. A continuación calcule el rango promedio para cada operador:

$$\bar{R}_i = \left(\sum_j R_{ij} \right) / n$$

El rango promedio general se calcula como:

$$\bar{\bar{R}} = \left(\sum_i \bar{R}_i \right) / m$$

Para el problema mostrado (véase tabla 3), el rango para cada parte es la diferencia entre la máxima y mínima medición de cada pieza realizada por cada operador (R_{ij}).



Tabla 3. Tabla de rangos y promedios de rangos

Pieza	Operador 1			Operador 2			Operador 3		
	Prueba 1	Prueba 2	Rango	Prueba 1	Prueba 2	Rango	Prueba 1	Prueba 2	Rango
1	0.630	0.635	0.005	0.560	0.560	0.000	0.530	0.540	0.010
2	1.000	1.000	0.000	1.020	1.025	0.005	1.050	1.040	0.010
3	0.830	0.835	0.005	0.885	0.890	0.005	0.810	0.810	0.000
4	0.860	0.865	0.005	0.820	0.815	0.005	0.810	0.810	0.000
5	0.590	0.580	0.010	0.430	0.430	0.000	0.460	0.450	0.010
6	0.980	0.980	0.000	1.000	1.005	0.005	1.000	1.010	0.010
7	0.960	0.960	0.000	0.940	0.930	0.010	0.950	0.950	0.000
8	0.860	0.855	0.005	0.720	0.740	0.020	0.810	0.810	0.000
9	0.970	0.970	0.000	0.980	0.980	0.000	1.030	1.030	0.000
10	0.710	0.720	0.010	0.560	0.550	0.010	0.840	0.810	0.030

$$\bar{R}_1 = 0.004$$

$$\bar{R}_2 = 0.006$$

$$\bar{R}_3 = 0.007$$

$$K = \frac{(R_1 + R_2 + R_3)}{3}$$

$$K = (0.004 + 0.006 + 0.007) / 3 = 0.006$$



Paso 6. Calcule un “límite de control” (LC) sobre los rangos individuales R_{ij} :

$$LC = D_4 \bar{\bar{R}}$$

Donde D_4 es una constante estadística cuyo valor depende del tamaño de la muestra.

Importante: Cualquier rango de valores más allá de este límite podría resultar de alguna causa asignable, no del error aleatorio. Es preciso investigar las causas posibles, y si encuentran es necesario corregirlas. El operador deberá de repetir estas mediciones utilizando la misma parte. Si no se encuentra ninguna causa asignable, estos valores se deben descartar, así como todos los resultados estadísticos del paso 5, así como también el límite de control se deberá volver a calcular.

De la tabla 4 $D_4=3.267$ (con $n=2$)

$$LC = D_4 \bar{\bar{R}} = (3.267)(0.006) = 0.019$$



Tabla 4. Tabla de constantes estadísticas para cartas de control D4

r	x-charts				s-Charts				R-charts					
	A	A ₂	A ₃	c ₁	B ₂	B ₁	B ₃	B ₄	d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	0	3.267	0	2.606	1.128	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	0	2.568	0	2.276	1.693	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	0	2.266	0	2.088	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	0	2.089	0	1.961	2.326	0.861	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.969	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

Source: Adapted from Table 27 of ASTM STP 15D ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis. © 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.



De la tabla 5 se observa que NO todos los rangos de cada pieza están debajo de este límite de control estadístico (0.019), por lo que SI hay presencia de causa o asignación especial de variación.

Tabla 5. Tabla de rangos vs limite de control estadístico

Data	Operator 1				Operator 2				Operator 3			
	Trial			Range	Trial			Range	Trial			Range
Sample #	1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1	0.630	0.635		0.005	0.560	0.560		0.000	0.530	0.540		0.010
2	1.000	1.000		0.000	1.020	1.025		0.005	1.050	1.040		0.010
3	0.830	0.835		0.005	0.885	0.890		0.005	0.810	0.810		0.000
4	0.860	0.865		0.005	0.820	0.815		0.005	0.810	0.810		0.000
5	0.590	0.580		0.010	0.430	0.430		0.000	0.460	0.450		0.010
6	0.980	0.980		0.000	1.000	1.005		0.005	1.000	1.010		0.010
7	0.960	0.960		0.000	0.940	0.930		0.010	0.950	0.950		0.000
8	0.860	0.855		0.005	0.720	0.740		0.020	0.810	0.810		0.000
9	0.970	0.970		0.000	0.980	0.980		0.000	1.030	1.030		0.000
10	0.710	0.720		0.010	0.560	0.550		0.010	0.840	0.810		0.030
Range average				0.004				0.006				0.007
Sample average				0.840				0.792				0.828

Las muestras 8 y 10 para los operadores 2 y 3 presentan un rango de 0.020 y 0.030 respectivamente que están arriba del límite de control estadístico de 0.019



Se repite la medición en las muestras 8 y 10 para los operadores 2 y 3, y se encuentra error en calibración y escritura respectivamente y se realiza la corrección del valor medido (tabla 6):

Tabla 6. Tabla de rangos corregida sin causas asignables de variación

Data	Operator 1				Operator 2				Operator 3			
	Trial			Range	Trial			Range	Trial			Range
Sample #	1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1	0.630	0.635		0.005	0.560	0.560		0.000	0.530	0.540		0.010
2	1.000	1.000		0.000	1.020	1.025		0.005	1.050	1.040		0.010
3	0.830	0.835		0.005	0.885	0.890		0.005	0.810	0.810		0.000
4	0.860	0.865		0.005	0.820	0.815		0.005	0.810	0.810		0.000
5	0.590	0.580		0.010	0.430	0.430		0.000	0.460	0.450		0.010
6	0.980	0.980		0.000	1.000	1.005		0.005	1.000	1.010		0.010
7	0.960	0.960		0.000	0.940	0.930		0.010	0.950	0.950		0.000
8	0.860	0.855		0.005	0.720	0.720		0.000	0.810	0.810		0.000
9	0.970	0.970		0.000	0.980	0.980		0.000	1.030	1.030		0.000
10	0.710	0.720		0.010	0.560	0.550		0.010	0.840	0.840		0.000
Range average				0.004				0.004				0.004
Sample average				0.840				0.791				0.829

Después de la corrección de la causa asignable se deben repetir los pasos desde el 1 al 6!!

Lo cual nos da:

$$\bar{R} = 0.004$$

$$X_D = 0.049$$

$$LC = D_4 \bar{R} = (3.267)(0.004) = 0.013$$



La tabla 6, muestra que los datos YA son CONFIABLES, representan la variación normal del sistema de medición (sin causas especiales o asignables)

Paso 7. Calcular la repetibilidad (VE: variación del equipo), como sigue:

$$\text{Repetibilidad (VE)} = K_1 \bar{R}$$

$$\text{Repetibilidad (VE)} = K_1 \bar{R} = (4.56)(0.004) = 0.018$$

Paso 8. Calcular la reproducibilidad (VO: variación o apreciación del operador) como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Reproducibilidad (VO)} &= \sqrt{(K_2 \bar{X}_D)^2 - (VE^2 / nr)} \\ \text{Reproducibilidad (VO)} &= \sqrt{(K_2 \bar{X}_D)^2 - (VE^2 / nr)} \\ &= \sqrt{((2.70)(0.049))^2 - ((0.018)^2 / (10)(2))} = 0.131 \end{aligned}$$



Donde K_1 y K_2 son constantes estadísticas que dependen del número de intentos y de operadores respectivamente. Estas constantes ofrecen un intervalo de confianza del 99%.

Para este problema, de tablas se tiene que: $K_1=4.56$, y $K_2=2.70$

Valores de K1 y K2				
Número de pruebas	2	3	4	5
K1	4.56	3.05	2.50	2.21
Número de operadores	2	3	4	5
K2	3.65	2.70	2.30	2.08

Paso 9. Calcule la repetibilidad y reproducibilidad mediante la expresión:

$$R\&R = \sqrt{\text{Repetibilidad}^2 + \text{Reproducibilidad}^2}$$

$$R\&R = \sqrt{(VE)^2 + (VO)^2}$$

$$R\&R = \sqrt{\text{Repetibilidad}^2 + \text{Reproducibilidad}^2} = \sqrt{(0.027)^2 + (0.128)^2} = 0.132$$



10. A menudo la repetibilidad y la reproducibilidad se expresan como un porcentaje de la tolerancia de la característica de calidad que se mide.

Tolerancia de la pieza: $LSE-LIE = 1.00-0.50 = 0.50$ mm

Estas mediciones expresadas como un porcentaje de la tolerancia de la junta son:

$$\text{Repetibilidad}(VE) = \frac{(0.018)(100)}{0.50} = 3.65\%$$

$$\text{Reproducibilidad}(VO) = \frac{(0.131)(100)}{0.50} = 26.18\%$$

$$\text{Variación total (R\&R)} = \frac{(0.132)(100)}{0.50} = 26.43\%$$

Conforme a los resultados se observa que se requieren de acciones para reducir la variación por la apreciación del operador (Reproducibilidad), por lo que el GR&R está rechazado ya que esta arriba del 10% máximo permitido.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

La tabla 7 muestra a manera de resumen el estudio de GR&R realizado, y tal como se comento el calibrador esta rechazado, es decir NO es un instrumento adecuado para el tipo de medición evaluado, debido a que hay mucha variación por la apreciación del operador (reproducibilidad).

Number of operators	3	Upper specification limit	1
Number of trials	2	Lower specification limit	0.5
Number of samples	10		

Data	Operator 1				Operator 2				Operator 3			
	Trial			Range	Trial			Range	Trial			Range
Sample #	1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1	0.630	0.635		0.005	0.560	0.560		0.000	0.530	0.540		0.010
2	1.000	1.000		0.000	1.020	1.025		0.005	1.050	1.040		0.010
3	0.830	0.835		0.005	0.885	0.890		0.005	0.810	0.810		0.000
4	0.860	0.865		0.005	0.820	0.815		0.005	0.810	0.810		0.000
5	0.590	0.580		0.010	0.430	0.430		0.000	0.460	0.450		0.010
6	0.980	0.980		0.000	1.000	1.005		0.005	1.000	1.010		0.010
7	0.960	0.960		0.000	0.940	0.930		0.010	0.950	0.950		0.000
8	0.860	0.855		0.005	0.720	0.720		0.000	0.810	0.810		0.000
9	0.970	0.970		0.000	0.980	0.980		0.000	1.030	1.030		0.000
10	0.710	0.720		0.010	0.560	0.550		0.010	0.840	0.840		0.000
Range average				0.004				0.004				0.004
Sample average				0.840				0.791				0.829

Average range	0.004	Repeatability (EV)	0.018	Tolerance analysis	3.65%
X-bar range	0.049	Reproducibility (AV)	0.131		26.18%
		Repeatability and Reproducibility (R&R)	0.132		26.43%
		Control limit for individual ranges	0.013		
		Note: any ranges beyond this limit may be the result of assignable causes. Identify and correct. Discard values and recompute statistics.			

La repetibilidad o variación del calibre es aceptable (menor al 10%)

La reproducibilidad o variación del operador NO es aceptable (mayor al 10%)



CONCLUSIONES

En el estudio de GR&R realizado, se muestra que la variación del calibrador esta aceptable (menor al 10%), es decir el problema NO es el instrumento, es la apreciación del operador, por lo que el calibrador NO es un instrumento adecuado para el tipo de medición evaluado, debido a que los datos medidos dependen de la habilidad del operador.

Se debe buscar otro instrumento de medición (p.e micrómetro), donde la medición no dependa de la apreciación o habilidad del operario.



Referencial Bibliograficas

- Evans J. R., Lindsay W. M. (2008). *Managing for Quality and Performance Excellence*. USA: Thomson / South Western.
- Chrysler LLC, Ford Motor Company, General Motors Corporations, AIAG. (2002). *Measurement System Analysis (MSA), Reference Manual (3rd Edition)*. U.S.A: AIAG
- Escalante E. J. (2003). *Seis Sigma: Metodología y Técnicas*. México D.F: Limusa-Noriega Editores.