



RED BAYESIANA PARA LA EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE
FALLA POR SOCAVACIÓN EN LA PILA DE UN PUENTE

TESIS
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL:
PRESENTA:
JOSÉ OMAR JIMÉNEZ MIRANDA

ASESOR DE TESIS:
DR. DAVID JOAQUÍN DELGADO HERNÁNDEZ

TOLUCA, MÉX., DICIEMBRE 2015



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Facultad de Ingeniería

DEPTO. EVALUACIÓN PROFESIONAL

No. Oficio: 00077/2015

Ciudad Universitaria, Toluca, Méx. a 23 de Noviembre del 2015

C. JOSÉ OMAR JIMÉNEZ MIRANDA
PASANTE DE INGENIERÍA CIVIL
PRESENTE

En respuesta a su solicitud, a continuación transcribo el tema aprobado por esta Dirección, que propuso el **DR. DAVID JOAQUÍN DELGADO HERNÁNDEZ**, con el fin de que lo desarrolle en la modalidad de **TESIS**, le informo que se autoriza la **impresión de su trabajo** para presentar su Evaluación Profesional.

"RED BAYESIANA PARA LA EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLA POR SOCAVACIÓN EN LA PILA DE UN PUENTE".

	ÍNDICE
CAPÍTULO 1	INTRODUCCIÓN
CAPÍTULO 2.	ASPECTOS GENERALES DE LOS PUENTES
CAPÍTULO 3.	CONFIABILIDAD Y ANÁLISIS DEL RIESGO
CAPÍTULO 4.	MARCO TEÓRICO PARA EVALUAR LA SOCAVACIÓN LOCAL EN PUENTES
CAPÍTULO 5.	EJEMPLO DE APLICACIÓN
CAPÍTULO 6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
	REFERENCIAS
	A. TEORÍA DE PROBABILIDAD

Ruego a usted tomar nota de que, en cumplimiento a lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses, como requisito indispensable para sustentar su Evaluación Profesional.

Asimismo, para la elaboración del **TESIS**, y demás trámites, deberá sujetarse a la reglamentación respectiva de esta Universidad.

ATENTAMENTE
PATRIA, CIENCIA Y TRABAJO

"2015, Año del Bicentenario Luctuoso de José María Morelos y Pavón"

M. EN I. RAÚL VERA NOGUEZ
DIRECTOR



FACULTAD DE INGENIERÍA
U. A. E. M.



**/Saha.©

Cerro de Coatepec S/N, Ciudad Universitaria; Toluca México
Tel. (722) 2-14-08-55 / 2-15-13-51

www.uaemex.mx

Agradecimientos

A Dios.

Por darme la vida y ser el camino todo el tiempo.

A Ignacio Jiménez Romero.

Por ser el ejemplo, guía, apoyo e impulso para conseguir mis ideales de vida.

Para Ana Fatima Jiménez y Marco Alfonso Jiménez.

Por su gran cariño, compañía, apoyo y motivación.

Para Ana María Jiménez y Ana Romero.

Por su incondicional apoyo y comprensión.

Al Dr. José Guadalupe Rangel Ramírez.

Un agradecimiento especial por su amistad, el apoyo total brindado durante la elaboración de este trabajo. Sin su motivación, asesoría, sugerencias y críticas, esta tesis no hubiera sido posible.

Al Dr. David Joaquín Delgado Hernández.

Por su amistad, conocimientos y haberme introducido a un tema de relevancia en ingeniería.

Al Dr. Daniel Straub.

Por haberme aceptado en la estancia de investigación, y por darnos una perspectiva general del tema.

Al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología.

Por el apoyo brindado para la estancia de investigación en la Universidad Tecnológica de Múnich, Alemania durante el otoño de 2010.

A mis compañeros, amigos, familiares y profesores.

Por sus consejos, apoyo, compañía y motivación durante todo este tiempo. Han sido indispensables en mi proceso de formación.

A Giovanna Reséndiz.

Por su tiempo, apoyo, agradable compañía y dedicación en la revisión del documento. Ha sido invaluable su ayuda.

Al grupo de sinodales asignados. Por dedicar su tiempo en la revisión este trabajo, sus críticas y observaciones han sido muy valiosas para enriquecer el documento final.

Resumen

Los puentes vehiculares son estructuras que salvan obstáculos o discontinuidades, están sujetos a fenómenos hidrológicos a lo largo de su ciclo de vida. Con el incremento de intensidad de los fenómenos hidro-meteorológicos debido al cambio climático, los niveles de seguridad de los puentes se reduce. Esto ocurre debido a que fueron diseñados para otras acciones de carga en otro contexto de demanda. Aunado a lo anterior, su diseño y revisiones actuales se sujetan en la mayoría de los casos a un análisis con modelos matemáticos determinísticos.

Los modelos probabilísticos son una opción en la evaluación de la seguridad de una estructura. Por medio de estos, se estima en términos de probabilidad su vulnerabilidad bajo ciertas condiciones de carga. Este enfoque considera las incertidumbres relacionadas con los fenómenos externos (acciones) e internos (propiedades de materiales y geometría) que afectan la confiabilidad de la infraestructura. Una de las herramientas actuales de la confiabilidad estructural, son las redes Bayesianas. Por medio de estas, se pueden acotar y relacionar las diversas incertidumbres y condiciones que se presentan en el entorno del sistema estructural, de modo que se calcula la probabilidad conjunta para las distintas variables de un modelo planteado.

En este trabajo se propone un marco teórico probabilista para evaluar las acciones producidas por los fenómenos hidráulicos sobre pilas de puentes vehiculares, tomando en consideración diferentes eventos como avenidas extremas en el cauce, la socavación local en pilas, las fuerzas de arrastre y las condiciones del suelo. Así mismo, se calcula la probabilidad de los factores de seguridad que se desarrollarán en la pila para: capacidad de carga, deslizamiento y momento de volteo. Para ello, se toman como variables aleatorias las propiedades hidráulicas del río, de las cargas vehiculares y características del suelo. Obteniendo posteriormente, las distribuciones de probabilidad de cada variable mediante simulación de Monte Carlo.

Se plantea una red Bayesiana para estimar la probabilidad conjunta de las variables que intervienen en el modelo propuesto. Se modelan las dependencias entre cada variable aleatoria y se obtienen las tablas de probabilidad marginal y condicional de la red. Posteriormente se realiza inferencia en la red Bayesiana, esto es, se ingresa evidencia en algunos nodos de la red para obtener conocimiento acerca de los nodos restantes.

De los resultados obtenidos para un puente hipotético, se nota que un caudal entre $570m^3/s$ y $665m^3/s$ en el río no tiene una fuerte correlación con la presencia de niveles de socavación local de la pila superiores a 2.6 m, también se observó que la variable socavación no afecta de manera significativa el nivel de seguridad del puente en la evaluación de la seguridad contra deslizamiento y volteo como si lo es para la capacidad de carga de la cimentación del puente.

Índice general

Agradecimientos	I
Índice general	V
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XIII
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo principal	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Alcances y limitaciones del trabajo	3
1.3. Impacto del trabajo	4
2. Aspectos generales de los puentes	5
2.1. Introducción	5
2.2. Clasificación de puentes y pasos a desnivel	5
2.2.1. Por su uso	5
2.2.2. Por su tamaño	6
2.2.3. Por su estructuración	6
2.2.4. Por su geometría	7
2.2.5. De acuerdo al material	7
2.2.6. Con base en el tipo de tramos	8
2.3. Definiciones y componentes básicos de puentes convencionales	8
2.3.1. Superestructura	8
2.3.2. Subestructura	9
2.3.3. Cimentación	9
2.4. Causas de falla en puentes y su evaluación en México	10
2.4.1. El sistema SIPUMEX	10
2.4.2. Resumen	11
3. Confiabilidad y análisis de riesgo	13
3.1. Introducción	13
3.2. Incertidumbre	13
3.2.1. Modelado de la incertidumbre	14
3.3. Riesgo en ingeniería	14
3.4. Funciones de estado límite	14
3.5. Simulación de Monte Carlo cruda	15

3.6. Redes Bayesianas (RB)	18
3.6.1. Definición	18
3.6.2. Redes causales (RC)	18
3.6.3. Tipos de Redes Bayesianas	20
3.6.4. Uso de las Redes Bayesianas en la administración de riesgos	20
3.6.5. Redes Bayesianas Discretas	20
3.6.6. Diagramas de influencia	22
3.6.7. Inferencia usando redes Bayesianas discretas	23
3.6.8. Modelado con RB's	24
3.6.9. Resumen	25
4. Marco teórico para evaluar la socavación local en puentes	27
4.1. Introducción	27
4.2. Solicitaciones de cargas en puentes	27
4.2.1. Cargas variables	27
4.2.2. Cargas permanentes	36
4.2.3. Alcance del modelo de cargas	38
4.3. Variables hidráulicas	38
4.3.1. Caudal en el río	38
4.3.2. Velocidad media del flujo	39
4.3.3. Tirante hidráulico del canal	40
4.3.4. Número de Froude	41
4.3.5. Alcance del modelo	41
4.4. Socavación en pilas	41
4.4.1. Socavación local en pilas de puentes	42
4.5. Subpresión en la cimentación y pila	45
4.5.1. Alcance del modelo	45
4.6. Estabilidad de la pila con socavación y cargas de servicio	46
4.6.1. Capacidad de carga	46
4.6.2. Volteo	56
4.6.3. Deslizamiento	65
4.6.4. Alcance de los modelos de estabilidad	66
4.7. RB para evaluar la falla de la pila de un puente con socavación	67
4.7.1. Resumen	68
5. Ejemplo de aplicación	69
5.1. Introducción	69
5.2. Descripción del puente hipotético	69
5.3. Características generales del puente, río y carga viva	70
5.4. Análisis de resultados de la aplicación del modelo	78
5.4.1. Distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias	78
5.4.2. Tablas de probabilidad condicional e inferencia con la RB	81
6. Conclusiones y recomendaciones	109
6.0.3. Conclusiones	109
6.0.4. Recomendaciones	110
Referencias	111
Referencias	111

A. Teoría de probabilidad	113
A.1. Procesos aleatorios	113
A.1.1. Espacio muestral y eventos	113
A.1.2. Probabilidad y axiomas fundamentales	114
A.1.3. Probabilidad condicional e independencia	115
A.1.4. Teorema de probabilidad total	116
A.1.5. Teorema de Bayes	117
A.2. Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad	117
A.2.1. Variables aleatorias	117
A.2.2. Función masa de probabilidad	117
A.2.3. Función de distribución acumulada discreta	118
A.2.4. Función densidad de probabilidad	119
A.2.5. Función de distribución acumulada continua	120
A.3. Distribuciones de probabilidad condicional	121

Índice de figuras

2.1. Tipos de puentes con base en su estructuración	7
3.1. FDP Gaussiana con diferentes valores de desviaciones estándar σ	17
3.2. Red con conexión en serie	19
3.3. Estructura de red divergente	19
3.4. Estructura de una red convergente	20
3.5. Ilustración de la Función de Probabilidad Masa condicional en una RB	21
3.6. D-separación en una RB	21
3.7. Ejemplo de red Bayesiana	22
3.8. Ejemplo de diagrama de influencia	23
4.1. Diagrama de cuerpo libre del chasis	28
4.2. Partes en voladizo estáticamente determinadas	29
4.3. Parte estáticamente indeterminada, que debe analizarse	30
4.4. Diagrama de cuerpo libre de los nodos A, B y C	31
4.5. Reacciones, momentos y cortantes en extremos de miembros	33
4.6. Diagrama de cuerpo libre de la viga con cargas vehiculares	35
4.7. Configuración de la losa maciza de concreto reforzado para puentes convencionales	36
4.8. Sección transversal del canal	40
4.9. Diferentes formas de la nariz en pilas de puentes [14]	43
4.10. Geometría de pila con tajamar sección transversal variable	45
4.11. Resultante de la variable aleatoria Q_{ult}	47
4.12. Cálculo de longitud de apoyo en cada lado de la zapata	49
4.13. Caso 1. Compresión en las cuatro esquinas	50
4.14. Caso 2, 3, 4 y 5. Compresión en una esquina y tensión en tres esquinas	51
4.15. Caso 6, 7, 8 y 9. Dos esquinas en compresión y dos en tensión	51
4.16. Caso 10, 11, 12 y 13. Dos esquinas en compresión y dos en tensión	52
4.17. Caso 14, 15, 16 y 17. Tres esquinas en compresión y una en tensión	53
4.18. Modificación de la ecuación de capacidad de carga por nivel freático	55
4.19. Coeficiente de arrastre para distintas profundidades de socavación (obtenida de [34])	57
4.20. Discretización de la pila en n-partes	59
4.21. Ilustración de la carga viva en una losa y a su transmisión a la subestructura	59
4.22. Diagrama de fuerzas que se transmiten a la subestructura	60
4.23. Diagrama de fuerzas que se transmiten a la subestructura	60
4.24. Isométrico de la pila, se muestran los momentos M_x y M_y ocasionados por las cargas vehiculares	61
4.25. Red Bayesiana para la evaluación de la probabilidad de falla en pilas con problemas de socavación	67
5.1. (a) Vista superior del puente. y (b) Vista inferior del puente.	70

5.2. Vista lateral del puente.	70
5.3. (a) Función Densidad de Probabilidad de P_m y (b) Función de Distribución Acumulada de P_m	71
5.4. (a) Función Densidad de Probabilidad de w_1 y (b) Función de Distribución Acumulada de w_1	72
5.5. (a) Función Densidad de Probabilidad de w_2 y (b) Función de Distribución Acumulada de w_2	72
5.6. (a) Función Densidad de Probabilidad del peso volumétrico de mampostería y (b) Función de Distribución Acumulada del peso volumétrico de mampostería	74
5.7. (a) Función Densidad de Probabilidad del peso volumétrico del concreto hidráulico y (b) Función de Distribución Acumulada del peso volumétrico del concreto hidráulico	74
5.8. (a) Función Densidad de Probabilidad del peso volumétrico del concreto asfáltico y (b) Función de Distribución Acumulada del peso volumétrico del concreto asfáltico	75
5.9. (a) Función Densidad de Probabilidad del caudal del río y (b) Función de Distribución Acumulada del caudal del río	76
5.10. (a) Función Densidad de Probabilidad del número de Manning y (b) Función de Distribución Acumulada número de Manning	76
5.11. (a) Función Densidad de Probabilidad de la pendiente del río y (b) Función de Distribución Acumulada de la pendiente del río	77
5.12. Función densidad de probabilidad para las cargas transmitidas a cada eje del vehículo	79
5.13. (a) Función Densidad de Probabilidad de la velocidad del flujo y (b) Función de Distribución Acumulada de la velocidad del flujo	79
5.14. (a) Función Densidad de Probabilidad del tirante hidráulico y (b) Función de Distribución Acumulada del tirante hidráulico	80
5.15. (a) Función Densidad de Probabilidad de la socavación local y (b) Función de Distribución Acumulada de la socavación local	80
5.16. Red Bayesiana para la evaluación de la probabilidad de falla de pilas de puentes con problemas de socavación	81
5.17. Probabilidad conjunta del modelo de falla de pila	85
5.18. Evidencia de tener un gasto Q entre $0 \text{ m}^3/\text{s}$ y $95 \text{ m}^3/\text{s}$	86
5.19. Evidencia de tener un gasto Q entre $95 \text{ m}^3/\text{s}$ y $190 \text{ m}^3/\text{s}$	86
5.20. Evidencia de tener un gasto Q entre $190 \text{ m}^3/\text{s}$ y $285 \text{ m}^3/\text{s}$	87
5.21. Evidencia de tener un gasto Q entre $285 \text{ m}^3/\text{s}$ y $380 \text{ m}^3/\text{s}$	87
5.22. Evidencia de tener un gasto Q entre $380 \text{ m}^3/\text{s}$ y $475 \text{ m}^3/\text{s}$	88
5.23. Evidencia de tener un gasto Q entre $475 \text{ m}^3/\text{s}$ y $570 \text{ m}^3/\text{s}$	88
5.24. Evidencia de tener un gasto Q entre $570 \text{ m}^3/\text{s}$ y $665 \text{ m}^3/\text{s}$	89
5.25. Evidencia de tener una socavación D_s entre 0.00m y 1.55m	90
5.26. Evidencia de tener una socavación D_s entre 1.55m y 1.70m	90
5.27. Evidencia de tener una socavación D_s entre 1.70m y 1.85m	91
5.28. Evidencia de tener una socavación D_s entre 1.85m y 2.00m	91
5.29. Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.00m y 2.15m	92
5.30. Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.15m y 2.30m	92
5.31. Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.30m y 2.45m	93
5.32. Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.45m y 2.60m	93
5.33. Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.60m y 3.00m	94
5.34. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad para C_c entre 0.0 y 1.0	95
5.35. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 1.0 y 4.0	95
5.36. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 4.0 y 10.0	96
5.37. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 10.0 y 16.0	96
5.38. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 16.0 y 22.0	97
5.39. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 22.0 y 28.0	97
5.40. Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c mayor a 28.0	98

5.41. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 1.0 a 4.0 99

5.42. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 4.0 a 11.0 99

5.43. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 11.0 a 18.0 100

5.44. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 18.0 a 25.0 100

5.45. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 25.0 a 32.0 101

5.46. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 32.0 a 39.0 101

5.47. Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D mayor a 39.0 102

5.48. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 1.0 a 4.0 103

5.49. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 4.0 a 17.0 103

5.50. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 17.0 a 30.0 104

5.51. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 30.0 a 43.0 104

5.52. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 43.0 a 56.0 105

5.53. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 56.0 a 69.0 105

5.54. Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V mayor a 69.0 106

5.55. Probabilidad de que se den las condiciones más seguras 107

5.56. Probabilidad de que se den las condiciones menos seguras 107

A.1. (a) Unión del conjunto E_1 y E_2 , (b) Intersección del conjunto E_1 y E_2 , (c) Eventos mutuamente exclusivos, (d) Eventos colectivamente exhaustivos. 114

A.2. Teorema de probabilidad total, en el espacio muestral Ω , los eventos E_1, E_2, \dots, E_n y el evento A . . . 116

A.3. (a) Función Probabilidad Masa y (b) Función de Distribución Acumulada 119

A.4. Se muestra: (a) Función Densidad de Probabilidad y (b) Función de Distribución Acumulada 120

Índice de tablas

2.1. Clasificación de puentes por su longitud	6
2.2. Falla por eventos hidráulicos (adaptado de [22])	10
4.1. Factor de corrección K_1 , para distintas formas de pila [14]	43
5.1. Características del modelo probabilístico de cargas vivas	71
5.2. Modelo probabilístico de líneas de influencia, para cada carril	73
5.3. Modelo probabilístico de materiales	73
5.4. Variables del modelo probabilístico del río	75
5.5. Modelo probabilístico de socavación local en pila	77
5.6. Modelo probabilístico para estimar las fuerzas Z_1, Z_2, Z_3 y Z_4	78
5.7. Tabla de distribución marginal para la variable gasto Q	82
5.8. Tabla condicional para las variables gasto y socavación local	83
5.9. Tabla condicional para las variables socavación local y capacidad de carga	83
5.10. Tabla condicional para las variables socavación local y deslizamiento	84
5.11. Tabla condicional para las variables socavación local y volteo	84

Capítulo 1

Introducción

El sector de comunicaciones y transportes, es de vital importancia para el desarrollo y adecuado funcionamiento de una entidad o nación. Los puentes son estructuras importantes dentro de la infraestructura del transporte, ya que como es sabido, sirven para preservar la continuidad de una vía tras la presencia de obstáculos. El colapso o pérdida de funcionalidad de una o varias estructuras de este tipo puede resultar en serias afectaciones a la sociedad [10]. De acuerdo con la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), hasta el año 2010, existían alrededor de 7600 puentes en la red carretera federal libre de peaje en México.

Una vez mencionada la importancia de estas obras civiles, es prudente resaltar que la asignación de recursos a reparación, mantenimiento o reposición total de las obras existentes se vuelve una tarea relevante para las personas encargadas de su administración, ya que generalmente las necesidades son numerosas y resulta complicada la toma de decisiones al no tener datos fiables.

La toma de decisiones es compleja si se considera la cantidad de acciones causadas por los fenómenos a los que estará sujeto un puente a lo largo de su ciclo de vida, por ejemplo: fenómenos hidrológicos, sísmicos, incremento de cargas vehiculares, entre otros. La evaluación de un estado de seguridad, priorización y la posterior asignación de recursos, se debe realizar de manera objetiva y basada en un coeficiente de seguridad aceptable para cada estructura.

Los avances en investigación realizados hasta nuestros días para el desarrollo de modelos probabilísticos de socavación en puentes son de suma importancia, ya que es posible determinar la magnitud de este fenómeno de una manera menos conservadora que cuando se evalúa con los métodos tradicionales [6]. En modelos de especímenes probados en laboratorio, se han tenido descubrimientos importantes para evaluar de manera más precisa el efecto que tiene la socavación local en pilas sobre el coeficiente de arrastre [34]. En este trabajo se toman algunos de los resultados de las referencias [6] y [34], para analizar el incremento del área de la pila expuesta al flujo de agua en ríos y el comportamiento de las fuerzas de arrastre horizontales tras la presencia de socavación local.

Se han realizado también estudios acerca de las cargas vehiculares en puentes y se ha llegado a la conclusión de que resulta un trabajo complejo determinar con precisión la carga que transmitirán los vehículos a las pila, ya que esto también depende de la estructuración y del tipo de superestructura utilizada. La incertidumbre en la transmisión de cargas vivas se incrementa porque los usuarios no siempre atienden a las recomendaciones que se establecen en los reglamentos para las cargas permisibles que deben transportar en cada vehículo.

La incertidumbre en los fenómenos sobre las estructuras ingenieriles siempre ha estado presente, por tal motivo los modelos determinísticos se vuelven insuficientes cuando se pretende estimar su magnitud y su tasa de ocurrencia de manera prudente [29]. La necesidad de evaluar de manera realista y teniendo en cuenta la economía en obras de ingeniería, ha llevado a la incursión en los temas de probabilidad y confiabilidad estructural, mismos que han sido desarrollados desde hace décadas y que siguen perfeccionándose hasta nuestros días [12].

En este trabajo, se propone un marco teórico que permita evaluar la probabilidad de que la pila de un puente se encuentre en un estado de seguridad dado, tomando en cuenta el efecto ocasionado por afluentes máximos en un río, material de construcción, geometría de elementos, socavación local, sobrecarga debida a los vehículos y el tipo de suelo en el cauce del río. Con el objetivo de hacer práctico e intuitivo el modelo probabilístico, se aborda mediante el

uso de una Red Bayesiana Discreta (RBD).

La Red Bayesiana (RB) propuesta, consta de nodos en los cuales es fácil identificar el peligro al que está expuesta la estructura (caudales y sobrecarga), el fenómeno que ocasionaría el efecto negativo a la estructura (socavación local de la pila) y las consecuencias sobre la pila, que en este caso es la afectación directa a la seguridad de la misma (capacidad de carga, volteo y deslizamiento).

La originalidad de este trabajo, radica principalmente en la formulación y el empleo de modelos probabilísticos y de herramientas desarrolladas en materia de inteligencia artificial para estimar la probabilidad de que la pila de un puente se encuentre en un determinado estado de seguridad. No obstante que los puentes con estructuración convencional siguen siendo evaluados y estudiados con metodologías determinísticas. Se menciona que esta tesis no incluye temas exclusivamente estructurales de los puentes, sino también incluye otras disciplinas que complementan la extensa área de puentes, como son la hidráulica, mecánica de suelos y confiabilidad estructural.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo principal

Es proponer una red Bayesiana como herramienta complementaria a los métodos existentes en la toma de decisiones cuando existe la problemática de asignar recursos económicos al mantenimiento de puentes vehiculares y a obras complementarias de protección tras la presencia de eventos hidrológicos extremos. Se formulan para ello modelos probabilísticos de cargas vehiculares, cargas permanentes, y fuerzas causadas por efectos de afluentes extremos que se puedan presentar a lo largo de la vida útil de la estructura. Se obtendrán funciones de estado límite para evaluar la socavación local de pilas y tres principales modos de falla del elemento, en este caso: volteo, capacidad de carga de la cimentación y deslizamiento de la pila.

En este trabajo se presenta el desarrollo de un marco teórico probabilístico que auxilie a estudiantes, ingenieros, administradores, investigadores y a personas interesadas en temas relacionados con puentes a: conocer, evaluar y atender de manera oportuna los problemas que se originan por la presencia de socavación en pilas de puentes carreteros ocasionados por caudales extremos.

1.1.2. Objetivos específicos

Para llevar a cabo el cumplimiento del objetivo principal en este trabajo, es necesario cumplir con una serie de objetivos particulares, mismos que a continuación se mencionan:

- Describir brevemente los componentes básicos de un puente, los tipos de puentes, los materiales utilizados en nuestro estado para su construcción y además mencionar casos de falla de puentes.
- Revisar modelos existentes para la evaluación de socavación en puentes de manera determinística y probabilística, considerando las variables aleatorias que intervienen en el fenómeno. De la revisión anterior se realizarán las adecuaciones correspondientes a los modelos, esto con el fin de considerar la forma de pila y cimentación de puentes típicos utilizados en México.
- Revisar algunas metodologías para el cálculo de fuerzas ocasionadas por el empuje de líquidos sobre cuerpos sumergidos, considerando el efecto de la socavación.
- Utilizar la técnica de simulación de Monte Carlo para obtener las distribuciones de probabilidad del modelo conjunto, esto de acuerdo con las múltiples ventajas que ofrece sobre otras herramientas de confiabilidad estructural.
- Proponer un modelo simplificado para un chasis de camión, con la finalidad de que se pueda apreciar el comportamiento de la carga que transmite cada eje del vehículo sobre cada carril en la losa del puente, teniendo en cuenta la naturaleza aleatoria de las cargas transportadas en una zona geográfica específica.

- Aplicar el método de líneas de influencia, para elaborar el modelo que permita estimar el efecto que ocasionan las cargas variables que transitan sobre la superestructura del puente así como la transmisión de estas hacia la subestructura.
- Plantear los modelos probabilísticos para revisar la estabilidad de la pila ante las cargas actuantes, considerando el efecto de las cargas variables, cargas permanentes, socavación local en pilas, empuje del flujo de agua sobre la pila y las características del suelo. La revisión de estabilidad que ha de realizarse será para: Momento de volteo, capacidad de carga de la cimentación y deslizamiento de una pila.
- Desarrollar una RBD, que ayudará a estimar la probabilidad conjunta de que se presente volteo, falla por capacidad de carga de la cimentación y deslizamiento en un tipo de pila ocasionada por efectos hidráulicos y cargas vivas relativamente altas transitando sobre el puente.
- Emplear el paquete HUGIN LITE, para el cálculo de la probabilidad conjunta de la RBD, también se mencionará el tipo de preguntas que el modelo planteado puede responder mediante inferencia.
- Con base al marco teórico desarrollado y los modelos obtenidos, mostrar su aplicación en un puente hipotético con estructuración convencional, discutiendo los resultados a los cuales se pudo llegar, dadas las herramientas y las limitaciones con las que se cuenta.

1.2. Alcances y limitaciones del trabajo

Se pretende con este trabajo, tener una herramienta cuantitativa adicional en la toma de decisiones que pueda ser de utilidad en el diseño y conservación de puentes. Con el modelo planteado, se puede realizar inferencia acerca de las variables que intervienen y conocer la probabilidad de que un puente se encuentre en un nivel de seguridad adecuado, lo cual ayudaría a facilitar el trabajo a las personas encargadas de asignar los recursos al mantenimiento de estas estructuras carreteras.

Este proyecto se limita a presentar la propuesta de un marco teórico, mismo que se busca sea de ayuda en la evaluación de la seguridad de puentes, mediante el empleo de una red Bayesiana. La tesis se enfoca a puentes convencionales con subestructura de mampostería y losa de concreto reforzado, con cimentación directa [1]. Se aborda únicamente la socavación local en pilas, el incluir otros tipos de socavación implica incrementar en gran número las tareas computacionales y de análisis.

Se asume en este planteamiento que la pila no sufre deformaciones considerables y que no falla por el desprendimiento de rocas, también se supone que las fuerzas de tensión que se presentan en la pila son inferiores a las que soporta la mampostería y que pueden ser despreciables. Se asume por lo tanto un comportamiento de cuerpo rígido para todos los elementos del puente.

Para la revisión de la seguridad de la cimentación se asume que es a base de zapatas aisladas en todos los apoyos intermedios y que no se presentan asentamientos diferenciales considerables. En consecuencia, se omitieron revisiones de los efectos de segundo orden.

Se aclara que este trabajo no considera en el modelado las cargas ocasionadas por viento, ya que es un fenómeno complejo que depende de una gran cantidad de variables como son la geografía del sitio y las condiciones atmosféricas [17]. El análisis probabilístico de las fuerzas llevaría a un arduo trabajo y conocimientos profundos de meteorología.

Se omite también el análisis sísmico del puente, debido a la complejidad del tema, esto implicaría modelado probabilístico de condiciones como: magnitud del sismo, localización de los puentes, la respuesta de la estructura, condiciones de la zona sísmica, entre otros [37].

Se dejan de lado estudios de: fricción, frenaje y acumulación de escombros debido a objetos arrastrados en avenidas extremas. Esto, teniendo en cuenta las limitaciones en tiempo, recursos económicos y computacionales disponibles para desarrollar el estudio.

También se menciona que en este documento no se aborda el caso en que existe inmersión de la superestructura, su análisis implicaría entrar en materia de hidráulica de orificios, por lo que se dejan para un trabajo posterior el análisis de los efectos hidráulicos que ello ocasionaría a la subestructura y a la cimentación del propio puente.

1.3. Impacto del trabajo

El problema de la socavación ha sido abordado de manera determinística y aunque estos métodos son exactos, no son precisos (entendiéndose como preciso que pocas veces se puede saber con certeza lo que ocurrirá y en qué medida se presentará cada evento). Dicho lo anterior, en esta tesis se parte de modelos físicos para la obtención de los modelos probabilísticos que ayuden a estimar con una mejor precisión lo que ocurrirá cuando se presenten fenómenos meteorológicos extremos.

Ante la problemática actual, se prevé que el presente marco teórico sirva de apoyo a las metodologías utilizadas en la actualidad por las dependencias gubernamentales encargadas de asignar recursos destinados al mantenimiento de puentes sujetos a eventos hidrológicos extremos y a cargas vivas excesivas.

Se hace uso de una RBD, para la evaluación de los fenómenos hidráulicos como avenidas, socavación y estabilidad del puente para facilitar un modelado explícito de las variables relevantes que intervienen. El modelo Bayesiano, puede ser propuesto partiendo de la causalidad que guardan las variables en el fenómeno de interés [4]. Mediante el empleo del teorema de Bayes, se puede actualizar una variable X en un modelo probabilístico si se ha observado la ocurrencia de Y , obteniendo así una probabilidad posterior de la variable X .

El conjunto de modelos propuestos pueden servir de base para que en un estudio futuro se pueda desarrollar un modelo más completo que auxilie a ingenieros dedicados a decidir aspectos importantes en la administración de puentes. Aunque en este caso el objetivo es mostrar una de sus aplicaciones al obtener como resultado la probabilidad del estado de seguridad que guarda una pila de puente, su uso no está limitado a ello. Esta herramienta puede ser utilizada para otro tipo de fines como identificar las variables más representativas y abordarlas con mejor cautela en el diseño de puentes o en la puesta en marcha de nuevos reglamentos y medidas de seguridad para los usuarios de las vías de comunicación.

Capítulo 2

Aspectos generales de los puentes

2.1. Introducción

Los puentes y pasos a desnivel son obras de ingeniería, que permiten salvar un accidente geográfico o cualquier otro obstáculo físico como: un río, un cañón, un valle, un camino, una vía férrea, un cuerpo de agua, o cualquier otra obstrucción natural o artificial. Según la normativa mexicana, un puente es una estructura con dimensión longitudinal mayor a seis metros y su geometría (ubicación, pendientes, gálibo, separación de apoyos, etc.) son definidas principalmente por las solicitaciones hidráulicas, (se sobre entiende que las propiedades geométricas de los elementos estructurales dependen además de las solicitaciones de cargas, materiales, tipo de puente y características propias del lugar donde se edificará).

Para el buen funcionamiento de un puente es importante tener un diseño adecuado, para lo cuál es necesario llevar a cabo con detalle una serie de estudios que permitan definir las características y solicitaciones a las que va a estar sujeto el puente a lo largo de su ciclo de vida. Algunos de ellos son: estudios de tránsito, topográficos, hidráulicos, hidrológicos, mecánica de suelos, peligro sísmico y eólico. Es prudente decir que un puente es una estructura hidráulica, por lo que es importante que cumpla con su objetivo a pesar de las situaciones provocadas por eventos extremos en el río o canal.

La conservación de estas importantes obras consiste en tener inspección, mantenimiento y reparaciones de manera periódica, pero sobre todo, que se realicen por personal calificado en la materia, es importante hacer estas tareas de manera adecuada y oportuna. Para llevar a cabo las actividades de conservación es importante tener un equipo multidisciplinario, esto debido a la complejidad y amplitud del tema de puentes.

2.2. Clasificación de puentes y pasos a desnivel

2.2.1. Por su uso

Por su uso los puentes se pueden clasificar como sigue:

- Carreteros o vehiculares;
- Ferroviarios;
- Ductos;
- Peatonales.

Sin embargo, este trabajo sólo se enfoca a los puentes vehiculares de estructuración convencional, en virtud de la cantidad de puentes que existen y la importancia que tienen para el funcionamiento y desarrollo de nuestro país.

2.2.2. Por su tamaño

De acuerdo a su dimensión longitudinal, la normativa mexicana menciona que los puentes se pueden clasificar como se muestra en la tabla 2.1:

Tabla 2.1: Clasificación de puentes por su longitud

Clasificación	Claro
Alcantarillas	$L < 6m$
Puentes de claro medio	$6m < L < 60m$
Puentes de grandes claros	$L > 60m$

En particular, en nuestro país los que más abundan son las alcantarillas y los puentes convencionales de claro medio.

2.2.3. Por su estructuración

Desde el punto de vista estructural, existen seis principales tipos de puentes. El resto de los puentes son derivaciones de éstos tipos básicos [39]. En las siguientes líneas se da una breve descripción de cada uno de estos seis tipos.

- Para un puente atirantado, la construcción inicia como un doble voladizo de las vigas a los costados de la pila y conforme se avanza con el montaje de las dovelas que soportan el sistema de piso se van integrando los anclajes de los tirantes, que al ser tensados le van proporcionando una componente vertical de sustentación y una componente horizontal de presfuerzo a las secciones que componen el tablero. En el inciso a) de la figura 2.1, se observa un croquis de un puente de este tipo;
- En el caso de los puentes colgantes, los cables principales están sometidos a esfuerzos de tensión, las péndolas que soportan la carga del sistema de piso están sometidas también a tensión, las vigas y losa del sistema de piso son elementos sujetos a flexión. En el inciso b) de la figura 2.1, se observa un puente con estas características;
- Los denominados puentes en cantiléver, son los construidos con un sistema en doble voladizo en donde la parte superior de la sección de losa o vigas está sometida a esfuerzos de tensión y la parte inferior a compresión. El inciso c) de la figura 2.1, muestra un croquis de este tipo de estructuración;
- En puentes de armaduras isostáticas los elementos barra deben soportar principalmente esfuerzos ocasionados por fuerzas axiales de tensión y compresión, el sistema de piso funciona generalmente a flexión. El inciso d) de la figura 2.1, muestra un puente de armadura;
- Los puentes de arco, funcionan bajo el supuesto que prácticamente todas las secciones estructurales, están sometidas a esfuerzos de compresión. En el inciso e) de la figura 2.1, se ilustra un puente de arco;
- Los puentes idealizados como una viga, tienen tramos libremente apoyados (isostáticos), en los cuales la parte inferior de la sección transversal está sometida a esfuerzos de tensión y la parte superior a compresión. Este tipo de puentes es uno de los más utilizados en México cuando se trata de salvar claros medios, debido a la relativa sencillez de su construcción y su bajo costo. El inciso f) de la figura 2.1, se presenta un puente con superestructura simplemente apoyada.

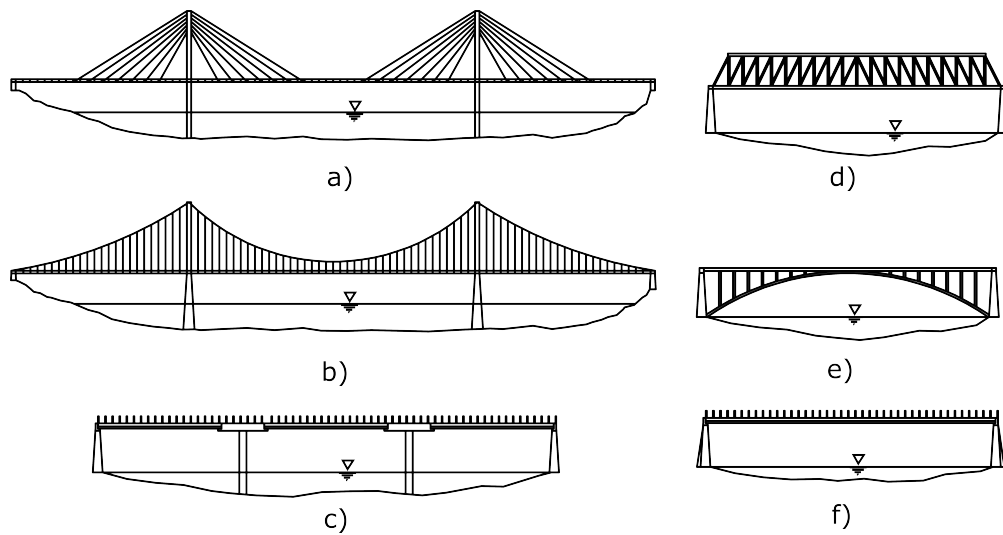


Figura 2.1: Tipos de puentes con base en su estructuración

2.2.4. Por su geometría

Otro criterio para clasificar los puentes es la geometría. En esta clasificación resaltan los regulares e irregulares, esto se puede dar en planta o en alzado. También hay puentes que presentan irregularidad tanto en planta como en alzado al mismo tiempo.

Cabe mencionar que en puentes de más de dos claros se puede hacer una clasificación distinta para cada claro, si y sólo si se asegura un funcionamiento separado de cada componente.

En resumen, de acuerdo con su geometría, los puentes pueden ser:

- Rectos;
- En curva vertical;
- En curva horizontal;
- En curva mixta;
- Esviajados.

2.2.5. De acuerdo al material

Según los materiales con los que se construyen, los puentes pueden ser clasificados como sigue:

- De madera;
- De mampostería;
- De concreto reforzado;
- De concreto presforzado;
- De acero presforzado;

- De acero con sistema de piso de acero;
- De acero con sistema de piso de concreto.

Es común encontrar combinaciones de algunos de los materiales mencionados, generalmente se dan este tipo de combinaciones buscando una funcionalidad óptima y para abatir los costos de construcción y mantenimiento.

2.2.6. Con base en el tipo de tramos

En condiciones especiales de funcionamiento, como el paso de vehículos por debajo de la superestructura del puente, uno o varios tramos del puente pueden ser:

- Tramos fijos;
- Tramo basculante vertical;
- Tramo basculante horizontal;
- Tramo levadizo.

2.3. Definiciones y componentes básicos de puentes convencionales

Los componentes principales de un puente se pueden agrupar en tres: superestructura, subestructura y cimentación (algunos autores clasifican la cimentación como un elemento de la subestructura). Estas tres partes conforman la estructura del puente en su totalidad y permiten que su funcionamiento no sea por separado sino como un sistema.

2.3.1. Superestructura

Se puede definir como superestructura a la parte superior del puente y que está siempre ubicada sobre los elementos de apoyo (pilas y estribos).

Para la superestructura de puentes y pasos a desnivel convencionales, la estructuración típica es a base de una estructura libremente apoyada o isostática, que se caracteriza por tener apoyos simples, que corresponden generalmente a una articulación fija en un extremo y a una articulación móvil en el otro y como consecuencia de estas condiciones no tienen restricción de giro ni de desplazamiento de sus extremos; por esta razón este tipo de apoyos sólo tiene reacciones verticales. Sin embargo, el uso de apoyos de neopreno llega a producir ligeras reacciones horizontales.

La superestructura de un puente o paso a desnivel está constituida de elementos estructurales y no estructurales. En seguida se indican los principales componentes de la superestructura y los materiales de construcción más comunes:

- Superficie de rodamiento: Es la capa superior a la losa y sobre la que transitan los vehículos; comúnmente en México es de concreto asfáltico o de concreto hidráulico;
- Losa: Es el elemento estructural hecho de concreto que tiene la función principal de distribuir las cargas transversal y longitudinalmente en todo el puente;
- Vigas: Son aquellos elementos del puente que transmiten las cargas a las pilas y estribos. Estas pueden ser de acero estructural, concreto reforzado y concreto presforzado (pretensado o pos-tensado), su diseño es para resistir la flexión generada por las cargas actuantes;
- Armaduras: Son estructuras isostáticas, los miembros están dispuestos en forma de triángulo o combinación de triángulos, se considera que sus elementos trabajan a tensión o compresión axial; de esa manera prácticamente la cuerda superior está sujeta a compresión, la cuerda inferior a tensión y los elementos diagonales a tensión o compresión según la configuración e inclinación respecto a la vertical. Generalmente las armaduras en puentes son fabricadas con acero estructural;

- **Diafragmas:** Son elementos estructurales que ayudan a rigidizar la superestructura para resistir de mejor manera las cargas horizontales. Los diafragmas pueden ser de concreto reforzado o acero estructural;
- **Juntas:** Tienen como función hacer más suave el tránsito en puentes en los cuales la superestructura no es continua y además permiten el libre desplazamiento por cambios de temperatura evitando el agrietamiento de los elementos de concreto. Adicionalmente impiden el paso de líquidos a la subestructura. Estos dispositivos están formados por materiales sintéticos y algunos otros por elementos de acero;
- **Parapetos:** Son elementos fabricados de acero estructural o concreto y que su finalidad principal es contener y proteger a los vehículos o personas que transiten el puente de una eventual caída;
- **Instalaciones sanitarias:** Son el conjunto de tuberías y piezas especiales que ayudan a drenar las aguas pluviales en el puente, brindando seguridad a sus usuarios, además de proteger a los elementos de concreto y acero de la corrosión;
- **Señalamiento:** Es el conjunto de elementos que permiten tener buena circulación de los usuarios, se dividen en señalamiento horizontal y señalamiento vertical. A su vez, los anteriores se dividen en señalamiento restrictivo, informativo y preventivo. Ejemplo: rayas separadoras, semáforos, reductores de velocidad, etc.

2.3.2. Subestructura

La subestructura está formada por todos aquellos elementos que sirven como apoyo a la superestructura. El principal objetivo es el de transmitir de manera apropiada y eficiente las cargas de la superestructura a la cimentación. Algunos de los componentes más representativos son los siguientes:

- **Apoyos fijos o móviles:** Son aquellos elementos sobre los cuales se apoyan las traveses o vigas de un puente y su función es la de permitir el libre desplazamiento y la rotación de los elementos de la superestructura ocasionados principalmente por deflexiones y variaciones de temperatura (contracción y dilatación). Su fabricación es a base de acero, neopreno o combinaciones de placas de acero, neopreno y teflón;
- **Corona:** Son elementos rígidos de concreto simple o reforzado que están ubicados debajo de los apoyos de neopreno del puente que tienen la finalidad de transmitir las cargas verticales de manera uniforme hacia las pilas o estribos;
- **Columnas o pilas:** En puentes de más de un claro son elementos de apoyo intermedios, su funcionamiento es a flexocompresión. Fabricados a base de concreto, mampostería (rocas naturales), acero y combinaciones de las anteriores. Existen distintas geometrías de este tipo de componente;
- **Estribos:** Se localizan en los extremos del puente y tienen la finalidad de transmitir las cargas eficientemente a la cimentación además de contener el empuje de tierras, los estribos pueden tener aleros si contienen el derrame del terraplén, funcionan a compresión y deben resistir adicionalmente el volteo y el deslizamiento. Son construidos generalmente de mampostería natural o concreto reforzado;
- **Cabezales:** Estos elementos transmiten de manera uniforme las cargas a los estribos y pilas; en muchas ocasiones también funcionan para contener el empuje de tierras y a resistir flexión. Comúnmente son de concreto reforzado.

2.3.3. Cimentación

La cimentación es el elemento estructural que permite llevar las cargas de la estructura hasta una profundidad en el suelo, en donde de acuerdo con los estudios de mecánica de suelos, se encuentra la capacidad de apoyo suficiente y con deformaciones aceptables del suelo que garanticen la estabilidad de la estructura general del puente o paso a desnivel. Su diseño debe minimizar los efectos hidráulicos negativos que pongan en riesgo al puente.

Los tipos más usuales de cimentación son las zapatas, cilindros de cimentación, pilotes y la combinación de ambas. Las zapatas suelen ser de mampostería, concreto simple o concreto reforzado. En el caso de pilotes, estos pueden ser de concreto reforzado o acero estructural. Los cimientos también pueden tener diferentes geometrías según el proyectista y los materiales que los componen.

2.4. Causas de falla en puentes y su evaluación en México

Cuando un puente o una estructura de relevancia importante llega a fallar o a deteriorarse, se generan numerosas pérdidas económicas y ambientales, que afectan a toda una región por un lapso de tiempo que puede tener una duración prolongada, mientras se restablece o se repone la estructura. En escenarios no deseables pueden existir pérdidas de vidas y lesiones a usuarios.

Se dice que un puente ha fallado cuando se encuentra en un estado de pérdida de capacidad o colapso, a su vez el colapso puede ser parcial o total [22]. Esto quiere decir, que no necesariamente se debe considerar que un puente ha fallado cuando éste se encuentre totalmente destruido, basta con presentar condiciones no adecuadas de uso, como deformaciones no aceptables.

Las causas de falla son variadas y dependen de una gran cantidad de variables a considerar. En [22] se menciona que en estudios realizados en más de 500 puentes de Estados Unidos, las principales causas de falla se dieron por: deficiencias en el diseño, construcción, mantenimiento y eventos externos. Es necesario comentar que las fallas pueden ocurrir incluso durante la etapa de construcción y también cuando éstos ya están en servicio, por lo que es conveniente llevar a cabo una buena supervisión en el desarrollo de la obra. Una vez construido el puente, es recomendable una inspección periódica y mantenimiento oportuno.

De las fallas analizadas en [22], el 52.88 % fue por fenómenos hidráulicos, el 11.73 % por colisión de algún tipo de vehículo, el 8.75 % por sobrecarga, el 8.55 % por deterioro de los materiales, el 18.09 % restante por causas de fuego, errores en construcción, hielo, sismo, suelo, diseño, etc.

En la tabla 2.2, se muestran los porcentajes de falla para cada uno de los puentes estadounidenses mencionados en [22]. Es prudente observar que más del 90 % de las fallas fueron ocasionadas por inundación y algún tipo de socavación.

Tabla 2.2: Falla por eventos hidráulicos (adaptado de [22])

Causa	%
Inundación	62.03
Socavación	29.32
Arrastre	6.02
Acumulación de objetos	0.75
Otros	1.88

Dada la cantidad de fallas reportadas, es de suma importancia utilizar modelos matemáticos que representen de manera adecuada los fenómenos hidráulicos a los que estará sujeto un puente a lo largo de su ciclo de vida. Generalmente la causa de que se presente algún tipo de falla por estos eventos es por una estimación deficiente de su magnitud para un periodo de retorno establecido.

2.4.1. El sistema SIPUMEX

El Sistema de Puentes Mexicanos (SIPUMEX), es una base de datos de la SCT, en la cual se recolecta información acerca del estatus que guardan los puentes de la red federal de carreteras libre de peaje. La principal información contenida es la siguiente: nombre del puente, año de construcción, ubicación, número de claros, longitud total y obstáculo que cruza. El SIPUMEX tiene como objetivo llevar a cabo inspecciones periódicas, con la finalidad de

obtener una administración eficaz y sistemática del estado de los puentes, así como programar inspecciones futuras de acuerdo al deterioro existente al momento de la última inspección. El sistema es útil para priorizar la atención y la asignación de los recursos necesarios para mantenimiento, reparación o reposición de los puentes federales.

Para llevar a cabo los reportes, la SCT designa a un grupo de expertos en la materia para que realicen inspecciones visuales; ellos con base en las observaciones, le asignan una calificación al puente que va del 0 al 5: cero para un puente nuevo y cinco para un puente que requiere atención en menos de un par de años. En caso de que tenga una calificación alta y se observen daños mayores que pongan en peligro la integridad de la estructura, la Secretaría podrá contratar a un despacho particular que lleve a cabo la revisión estructural y elabore un dictamen técnico en donde se indiquen los trabajos a realizar en caso de reparación o la reposición total del puente.

Las calificaciones que utiliza el sistema SIPUMEX se mencionan a continuación, además se da una breve descripción de la interpretación y el significado que le asigna la SCT a cada una. La calificación está sujeta al juicio del inspector y se da para cada elemento del puente y una calificación para el puente en general.

- 0: Estructuras recientemente construidas o reparadas, sin problemas;
- 1: Puentes en buen estado. No requieren atención;
- 2: Estructuras con problemas menores, plazo de atención indefinido;
- 3: Daño significativo, reparación necesaria en un plazo de 4 a 6 años;
- 4: Daños importantes, reparación necesaria en un plazo de 2 a 4 años;
- 5: Daño extremo, requiere atención en un plazo no mayor de 2 años.

Nota: La atención para puentes con calificaciones de 3, 4 y 5 se cuenta a partir de la fecha de la última inspección realizada por los ingenieros y técnicos de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes.

2.4.2. Resumen

En este capítulo se han presentado los elementos que componen a los puentes, su clasificación con base en distintos criterios y el sistema de evaluación actual. Con estas ideas en mente, en el siguiente capítulo se expondrán algunos conceptos de confiabilidad y análisis de riesgo para sentar la base sobre la cual se desarrollará la RBD objeto de la investigación.

Capítulo 3

Confiabilidad y análisis de riesgo

3.1. Introducción

Las técnicas de confiabilidad estructural han sido desarrolladas desde principios de la segunda guerra mundial, empleándolos para el análisis de componentes y sistemas técnicos, por ejemplo equipos militares. Con el tiempo estas metodologías han sido desarrolladas para el ámbito industrial, químico, nuclear y de ingeniería en general. La confiabilidad estructural es la parte del análisis de riesgo encargada de cuantificar la probabilidad de que un componente o sistema se encuentre en un estado de daño o falla. Para este efecto los métodos de confiabilidad se auxilian en las teorías de probabilidad y estadística.

El análisis de riesgo en ingeniería civil puede considerarse como un caso particular del problema de decisión, en donde se pueden obtener las consecuencias adversas esperadas, si se conoce la probabilidad de falla del sistema o de alguno de sus elementos.

3.2. Incertidumbre

En ingeniería como en otras disciplinas de la ciencia, los fenómenos que ocurren no son determinísticos; esto significa que no se pueden conocer de manera exacta en magnitud y la frecuencia en que estos ocurren, por lo que la elaboración de un modelo que describa el fenómeno estudiado se torna complejo al ser tratado de forma probabilística [10], [18] y [29].

Un ejemplo de la toma de decisiones en ingeniería es, cuando un experto en puentes requiere saber la altura mínima que tendrá el gálibo de la estructura para evitar eventos no deseados en la losa, esta dimensión no es fácil de determinar con la precisión requerida, ya que depende principalmente del caudal máximo que se presentará en el río para un periodo de retorno dado y de las propiedades geométricas del cauce; una vez conocidas estas características, se puede determinar cual sería la altura máxima probable que tendrá el agua y así proponer la altura mínima que tendrá el puente. El conocer las características de un río para el diseño de un puente implica el uso de distribuciones de probabilidad de valores extremos [29], siendo una tarea compleja porque generalmente los datos históricos con los que se cuenta son escasos. Aún con un gran número de registros disponibles, las observaciones de los fenómenos extremos seguirán siendo escasas [12]. Según su naturaleza y su origen, la incertidumbre puede ser clasificada en dos, la incertidumbre aleatoria y la epistémica.

- **Incetidumbre aleatoria:** En este tipo de incertidumbre depende únicamente del azar, como ejemplo, se tiene el lanzamiento de una moneda. Este tipo de incertidumbre no se puede reducir mientras la moneda esté en el aire;
- **Incetidumbre epistémica:** Se presenta cuando se tiene un conocimiento incompleto acerca de un evento, por ejemplo, conocer el valor de la carga última que será capaz de soportar un cilindro de concreto antes de la falla

en laboratorio. Esta incertidumbre puede ser reducida si se cuenta con información adicional acerca del cilindro, por ejemplo el tipo de materiales que se emplearon en su elaboración. Sin embargo la resistencia del cilindro antes de su elaboración esta asociado a una incertidumbre aleatoria.

3.2.1. Modelado de la incertidumbre

Utilizando la teoría de probabilidad y estadística es posible evaluar con mayor precisión las incertidumbres asociadas a un problema de ingeniería mediante variables aleatorias, esto basado en que la ocurrencia de un evento en la naturaleza es siempre incierto [12], [18] y [29].

La confiabilidad de un sistema estructural puede ser definida como la probabilidad de que la estructura considerada presente un funcionamiento adecuado durante su vida útil, tal valor siempre estará en un rango entre cero y uno. Los métodos de confiabilidad son cuantitativos y permiten estimar la probabilidad de falla de un sistema o de alguno de sus elementos [10].

Si se tiene la certeza de que un evento E ha ocurrido, su probabilidad es igual a la unidad, en cambio si se tiene pleno conocimiento de que el mismo evento E no ocurre, entonces su probabilidad es cero. Para abordar de mejor manera el tratamiento probabilístico de la incertidumbre asociada a eventos es necesario tener bases de teoría de probabilidades ya que es de esta manera como se pueden construir los modelos bajo incertidumbre.

El modelado de la incertidumbre tiene que darse de una manera lógica e ingenieril, proponiendo modelos físicos que idealicen de la mejor manera posible los fenómenos a evaluar, por ejemplo, un modelo estructural en tres dimensiones construido por barras y nodos puede ser utilizado cuando se desea saber la probabilidad de que un edificio de concreto tenga una cierta respuesta ante un sismo en una región específica, este análisis siempre estará sujeto a incertidumbre debido a que no se sabe con certeza la magnitud que tendrá el evento telúrico y también a que el concreto por más homogéneo que sea nunca tendrá la misma resistencia en cada componente de la construcción.

Los métodos modernos de confiabilidad estructural y análisis de riesgo están basados en la interpretación Bayesiana de la probabilidad, esto en virtud de que esta, describe mejor los problemas reales sujetos a incertidumbre, comparado con la interpretación frecuentista. En un marco teórico Bayesiano, el elemento subjetivo debe ser formulado antes de tener la certeza de los datos relevantes [18].

3.3. Riesgo en ingeniería

En ingeniería se entiende como riesgo a la probabilidad de ocurrencia de un evento E multiplicada por las consecuencias que genera. Matemáticamente se denota por la siguiente expresión:

$$R(E) = P(E)C(E) \quad (3.1)$$

donde $R(E)$ es el riesgo, $P(E)$ es la probabilidad de que un evento ocurra (sismo, inundación, viento, etc.) y $C(E)$ son las consecuencias de que ocurra el evento (costos de reposición o reparación, pérdida de vidas, contaminación ambiental, pérdida de servicios, costo del tiempo de las personas, etc.). Como se puede observar el riesgo aumenta cuando se incrementa la probabilidad de ocurrencia de un evento adverso o cuando las consecuencias suelen ser demasiado costosas e incluso se presentan fatalidades.

Los métodos de análisis de riesgo y confiabilidad han sido desarrollados con más fuerza desde los años 80's y han sido aplicados a la ingeniería civil y la toma de decisiones desde entonces [18]. El análisis de riesgo se puede describir como una aproximación a la cuantificación y evaluación del riesgo. A la acción de incluir al análisis de riesgo un plan de acción para reducirlo se le conoce como administración del riesgo basado en la toma de decisiones [12].

3.4. Funciones de estado límite

Para el caso de ingeniería estructural el desempeño adecuado de un elemento puede ser descrito por un modelo matemático que indique la probabilidad de falla, representado a través de funciones de estado límite. Estas funciones

están generalmente conformadas por: cargas, resistencias, propiedades del material, geometría del elemento, entre otros [32]. De manera general, una función de estado límite, puede describir la falla de algún componente, que puede ser estructural o no estructural, como por ejemplo: deflexión de una viga, volteo de algún elemento, rebasar un nivel de agua máximo en una presa, etc.

La confiabilidad estructural puede ser evaluada usando diversas técnicas como son los métodos iterativos, técnicas de muestreo o simulación de Monte Carlo. En estos métodos las funciones de estado límite describen la frontera entre la seguridad y la falla del elemento analizado [32]. Los modos de falla de un sistema o elemento del sistema pueden ser muy variados, por ejemplo, pueden describir en su caso más desfavorable el colapso de una estructura, la inundación de una ciudad, o simplemente la deflexión de una viga, la corrosión del acero de una columna o la fatiga de un elemento [17] y [21].

Como ejemplo de una función de estado límite, considere que P representa la carga axial actuante en un elemento estructural y R la resistencia del elemento a las cargas solicitadas. Para este caso la falla estructural se presenta cuando $R < P$. por lo que la función de desempeño podría escribirse como sigue:

$$g = R - P \quad (3.2)$$

Si g es un valor negativo, quiere decir que la carga es mayor a la que el propio elemento es capaz de soportar, por lo que teóricamente podemos hablar de la falla del elemento. Entonces, la probabilidad de falla, P_f , se puede indicar como la probabilidad de que g sea menor que cero, esto es:

$$P_f = P(g < 0) \quad (3.3)$$

Pero para casos reales, la función de desempeño no resulta sencilla, debido a que generalmente para evaluar la carga y resistencia, hay que adicionarle varios parámetros más, que al igual que P y R también tienen naturaleza aleatoria, por lo que su formulación y cuantificación se torna compleja. Además, el comportamiento de un elemento estructural está generalmente descrito por varias funciones de estado límite tanto de falla como de servicio.

Cabe mencionar que es posible también definir funciones de estado límite para fenómenos que varían con el tiempo como puede ser: incremento de cargas o procesos que degeneren la capacidad de resistir del elemento. Algunos ejemplos de fenómenos que cambian en el tiempo son: corrosión de un elemento de acero, duración de un componente eléctrico, acumulación de socavación en la pila de un puente, etc.

En el caso estructural, si se desea conocer la confiabilidad de una estructura completa, ejemplo un marco tridimensional, bidimensional o armadura, es necesario incluir la teoría de confiabilidad de sistemas. Se menciona que esta teoría no está limitada al caso estructural y puede ser aplicada a sistemas hidráulicos, carreteros, de transporte, etc.

3.5. Simulación de Monte Carlo cruda

Es una herramienta capaz de analizar funciones de variables aleatorias complejas [12]. Esta técnica fue implementada cuando se gestaba el desarrollo de la bomba atómica en la segunda guerra mundial y el término que utilizó como código secreto von Neumann fue precisamente el de Monte Carlo [38]. La técnica consiste en la reproducción artificial del desempeño de un prototipo (del mundo real) [33].

Con el acelerado avance en las ciencias computacionales, el uso de esta técnica resulta adecuada para evaluar problemas que son complicados por algún otro método analítico tales como los de primer y segundo orden. Con el método de Monte Carlo se pueden abordar problemas numéricos en física, matemáticas y otras ciencias [19].

La técnica consiste básicamente en generar artificialmente muestras aleatorias $x_i, i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$, de la distribución de la variable de entrada X . Una vez generadas las muestras se procede a evaluar la función en cuestión $y_i = f(x_i)$, de manera separada para cada muestra x_i , por consiguiente tendremos muestras $y_i, i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$, para la variable Y . Con los datos obtenidos ya se puede utilizar estadística y obtener los parámetros de interés como

son: media, desviación estándar, varianza, así como las gráficas de su Función de Densidad de Probabilidad (FDP) y Función de Distribución Acumulada (FDA).

Las técnicas de simulación, se utilizan principalmente en confiabilidad, cuando las ecuaciones de estado límite no son diferenciables, cuando la ecuación de $Y = f(X)$ tiene que resolverse numéricamente o cuando varios puntos de diseño contribuyen a la probabilidad de falla [18].

La simulación de Monte Carlo tiene la característica de la simplicidad ya que no es necesario obtener la inversa de la función $g^{-1}(Y)$ que es utilizada en los métodos analíticos [12]. Con la ayuda de una computadora esto se puede realizar mediante la elaboración de un código que contiene básicamente los siguientes pasos principales: generación de números aleatorios, evaluación de las ecuaciones de estado límite y tratamiento estadístico de los datos.

Generación de muestras pseudo-aleatorias $x_i, i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$, de la variable X : Estos números se denominan pseudo-aleatorios ya que al generarlos con un software, este mismo es artificial y no es totalmente aleatorio y están dados por códigos matemáticos, generalmente estas muestras el paquete los proporciona en un intervalo de $[0,1]$ y con una distribución uniforme. Para el caso de esta tesis se utilizó el llamado kernel Gaussiano (nombre asignado en honor al matemático alemán Carl Friedrich Gauss), para la generación las muestras aleatorias de entrada de la variable X , las muestras se generaron a través del programa R project.

El kernel Gaussiano de una dimensión esta definido como sigue:

$$G_{1D}(x; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (3.4)$$

En dos dimensiones, el kernel esta dado por:

$$G_{2D}(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \quad (3.5)$$

De manera generalizada, para el caso n-dimensional:

$$G_n(\vec{x}; \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^n} e^{-\frac{|\vec{x}|^2}{2\sigma^2}} \quad (3.6)$$

En las expresiones mencionadas arriba σ determina el ancho del kernel Gaussiano. Ahora, en estadística si se toma en cuenta una FDP gaussiana o normal; entonces σ es conocida como la desviación estándar y σ^2 es la varianza.

El término $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$, para el kernel Gaussiano de una dimensión es llamado constante de normalización, partiendo de que la integral sobre la función exponencial no es uno: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dt = \sqrt{2\pi}\sigma$, una vez aplicado este paso se tiene un kernel Gaussiano normalizado, es decir que ahora ya la integral sobre el dominio entero es uno para todo valor de σ . En la figura siguiente, se muestran tres Funciones de Densidad de Probabilidad, para tres valores distintos de desviación estándar σ y media $\mu = 0$.

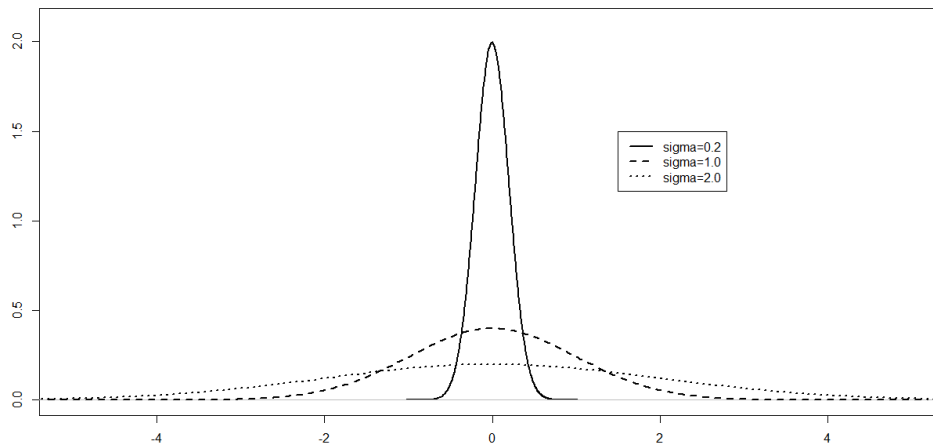


Figura 3.1: FDP Gaussiana con diferentes valores de desviaciones estándar σ

Note que si los valores de σ son pequeños, entonces la curva se torna estrecha horizontalmente y crece verticalmente y si σ aumenta, se tendrá el caso contrario, una curva ancha y poco alargada en el sentido vertical. La distribución con $\sigma = 1$ y media $\mu = 0$ se conoce como función de densidad de probabilidad estándar.

Si se desean obtener muestras con otra distribución diferente a la normal, por ejemplo distribución weibul o log-normal, lo que se tiene que hacer es una transformación de los parámetros de la distribución σ y μ .

Evaluación de la función: Como se mencionó en líneas anteriores, una vez obtenido el conjunto de valores x_i , el paso siguiente es evaluar con ellos la función $y_i = f(x_i)$, $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$ hasta cubrir n -valores. En este paso es donde el uso de la computadora ayuda de manera considerable. Cuando la función a evaluar requiere solución numérica de un conjunto de ecuaciones diferenciales (modelos de elementos finitos), el tiempo de cálculo empleado en la evaluación de la función es muchas veces mayor que el tiempo de cálculo empleado en la generación de las muestras aleatorias, y si el número requerido de muestras es relativamente alta, entonces la simulación resulta inviable y debe utilizarse un método alternativo [12].

Análisis y tratamiento de las muestras de la variable Y : El vector de datos y_i , $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$, puede ser tratado estadísticamente, asumiendo que los valores obtenidos son semejantes a los de un experimento real. Se puede obtener la Función de Densidad de Probabilidad (FDP), Función de Distribución Acumulada (FDA), histogramas, media, desviación estándar, varianza, entre otros.

Las técnicas de simulación se basan en la siguiente integral de probabilidad (en el caso unidimensional), con la que se puede obtener la esperanza matemática de la función $f(X)$ de la siguiente manera:

$$E[f(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad (3.7)$$

De manera suficientemente aproximada se puede ver de la siguiente forma:

$$E[f(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad (3.8)$$

El valor esperado para y , será:

$$E[f(X)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.9)$$

Para un adecuado resultado es importante obtener un gran número de simulaciones (incluso millones), esto disminuirá el tamaño del error al estimar la probabilidad de ocurrencia del fenómeno. En vista de la complejidad de los modelos que muchas veces se tienen que evaluar no siempre es posible realizar un número relativamente alto, esto implicaría altos costos de computacionales y de tiempo, por lo que se recomienda realizar en principio un número bajo de simulaciones e ir incrementando la cantidad de muestras hasta observarse una mínima variación en los resultados, esto es incrementar el muestreo hasta que se observe una convergencia aceptable.

3.6. Redes Bayesianas (RB)

El desarrollo de las redes Bayesianas se ha incrementado en las dos últimas décadas, con el fin de ser una herramienta en la solución de problemas relacionados con el campo de la Inteligencia Artificial (IA). Por sus cualidades en el modelado, esta herramienta se ha introducido de manera rápida en el análisis de riesgo en ingeniería y en otras áreas.

Las RB son una herramienta probabilista moderna y sistemática utilizada en la administración de riesgos, con la cual es posible realizar análisis de eventos indeseables o eventos críticos, como por ejemplo la falla de un sistema mecánico, eléctrico o estructural, tal como es el caso de la falla de la subestructura de un puente o del sistema estructural completo en un edificio. Las RB's también pueden servir para realizar un análisis de sensibilidad en un sistema ingenieril e identificar las variables más significativas que afectan el funcionamiento del mismo o incluso el evento extremo de fallo.

Para llevar a cabo un análisis con RB, es importante que se tenga conocimiento de teoría de probabilidades y auxiliarse de modelos probabilísticos que describan adecuadamente los fenómenos de interés.

3.6.1. Definición

Una RB se define como un gráfico acíclico dirigido, construido por nodos A_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y arcos o flechas dirigidas, en donde los nodos representan variables aleatorias y las flechas la estructura de dependencia entre ellas. Son una herramienta probabilística, la cual ayuda a resolver problemas complejos en donde intervienen una gran cantidad de variables [12]. A las variables de donde se originan las flechas se les denomina nodos padre y a aquellos a los cuales las flechas se dirigen son llamados nodos hijo. Existe el caso en el cual hay nodos padres que también tienen uno o más padres.

Un modelo de RB's representa la probabilidad conjunta de un número determinado n de variables aleatorias tomando en cuenta las dependencias condicionales entre cada nodo.

Las redes Bayesianas pueden ser formuladas de manera cuantitativa y/o cualitativa; la parte cualitativa de una red puede ayudar en la toma de decisiones al mostrar de una forma ordenada las variables de un sistema y la interacción entre las mismas, la parte cuantitativa o numérica de un modelo de RB puede ayudar a responder preguntas como: ¿Cuál es la probabilidad de que un evento que nos interesa ocurra?, de la misma manera se puede hacer un análisis de sensibilidad para observar las variables más importantes a considerar en el diseño de ingeniería.

3.6.2. Redes causales (RC)

Las redes causales se definen también como un gráfico acíclico dirigido (GAD), donde las flechas representan relaciones causales entre cada nodo. Una red de este tipo, ayuda a representar de manera razonable una relación causa-efecto entre cada variable de la red. Se dice que una RC, es un mapeo del razonamiento humano [12].

La manera en que se transmite la información en una red causal, se indica en los tres tipos básicos de estructuras siguientes:

- Conexión en serie;
- Conexión divergente;
- Conexión convergente.

Conexión en serie

$X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3$, en este tipo de arreglo, X_1 causa X_2 y a su vez, X_2 causa X_3 . También es posible afirmar que X_1 y X_3 están d-separados dado X_2 , lo anterior en virtud de que si se tiene evidencia en X_2 , el aprendizaje acerca de X_1 no influirá en la probabilidad de X_3 , pero si únicamente se cuenta con información acerca del estado de X_1 , esto sí influirá en el estatus de X_2 y posteriormente en el estado de X_3 .

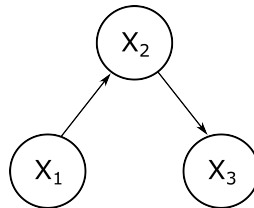


Figura 3.2: Red con conexión en serie

Conexión divergente

$X_1 \leftarrow X_2 \rightarrow X_3$, la información en cualquiera de los nodos hijo puede ser transmitida siempre y cuando no se tenga evidencia del nodo padre X_2 . En la conexión divergente es posible también afirmar que los hijos X_1 y X_3 son d-separados dado X_2 .

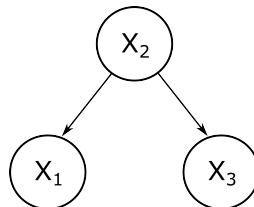


Figura 3.3: Estructura de red divergente

Conexión convergente

$X_1 \rightarrow X_2 \leftarrow X_3$, en una conexión de este tipo, solo si se cuenta con información acerca del estado del nodo hijo X_2 , los nodos padre X_1 y X_3 se vuelven dependientes uno del otro, en caso contrario lo que le ocurra al nodo X_1 , no afecta la probabilidad de X_3 .

En una conexión convergente, al fenómeno en el cual X_1 tiene efecto sobre X_3 y viceversa se le conoce con el nombre técnico de dependencia condicional. En este tipo de estructura se puede afirmar que las variables X_1 y X_3 son d-conectadas dado X_2 [18].

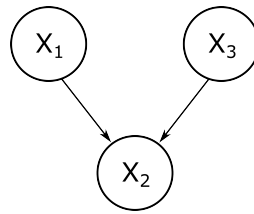


Figura 3.4: Estructura de una red convergente

Las RB cumplen con la estructura de dependencia entre nodos de las redes causales, sin embargo, una RB no necesariamente representa una relación causal entre variables, así que las reglas en una RC son más generales.

3.6.3. Tipos de Redes Bayesianas

Con base en el dominio de las variables, las RB's pueden ser de tres tipos: discretas, continuas e híbridas, estas últimas resultan de la combinación de las dos primeras.

En RB, las variables representan un conjunto exhaustivo de eventos mutuamente excluyentes, en cuanto al dominio de la variable. Los eventos mencionados son conocidos como estados o niveles. El dominio en una RB puede ser discreto o continuo, se entiende por discreto un número finito de estados de la variable y continuo a una cantidad infinita de estados o elecciones [9].

Se aclara que este trabajo, está enfocado únicamente en el uso de RB's discretas a las que se denominarán RBD. Se explicarán brevemente los aspectos más importantes en lo que a ellas concierne.

3.6.4. Uso de las Redes Bayesianas en la administración de riesgos

A pesar de que su uso se ha incrementado hasta los últimos años, las RB's ya han tenido importantes aplicaciones en el análisis de riesgo para algunas áreas de la ingeniería civil, sustituyendo a los árboles de fallo y árboles de eventos [18]. Algunos casos de su empleo son: presas, sismos, riesgos geotécnicos e hidrológicos, estructuras, riesgo en avalanchas y riesgo desprendimiento de rocas en taludes carreteros. Y se han enfocado a la prevención, diseño y mantenimiento de este tipo de obras [2].

Algunas de las aplicaciones documentadas en ingeniería, se han dado en la administración de riesgos sísmicos en la ciudad de Adapazari en el noroeste de Turquía [37], otro caso es en la administración de riesgos por avalanchas, auxiliadas con el uso de sistemas de información geográficas (SIG) aplicadas a un caso de estudio en Davos, Suiza [4], también se muestra el potencial que tienen las RB's al tomar decisiones en la industria marítima [3].

3.6.5. Redes Bayesianas Discretas

Las Redes Bayesianas Discretas (RBD), son definidas como GAD's y funciones de probabilidad de masa (FPM) condicionales, asignadas a las variables aleatorias. Es común representar las FPM como tablas de probabilidad, esto con el fin de tener una mejor organización de la información.

Las RBD's representan la factorización de las distribuciones de probabilidad de un conjunto de variables aleatorias discretas[9]. Una RB permite tener una mejor comprensión intuitiva de la relación entre las variables en el modelo probabilístico [13].

Principales propiedades de las RBD's:

1. Consisten básicamente en gráficos acíclicos dirigidos (GAD), donde todos los nodos representan variables aleatorias;

2. Las variables aleatorias tienen un conjunto finito de estados mutuamente excluyentes (son variables aleatorias discretas);
3. Para una variable B con un conjunto de padres A_i , $i = 1, 2, \dots, n$, (ver figura 3.5), es asignada una tabla de probabilidad con la siguiente estructura $Pr(b | a_1, a_2, \dots, a_n)$.

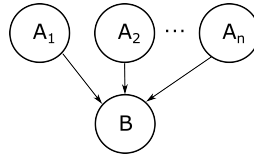


Figura 3.5: Ilustración de la Función de Probabilidad Masa condicional en una RB

Para el caso en el que una de las variables A no tenga padres, la probabilidad condicional se reduce al cálculo de la probabilidad marginal o incondicional de a_i , esto es simplemente $Pr(a_i)$.

La transmisión de información en las RBs se basa en las propiedades de d-separación de las RC, sin embargo una RB no siempre debe ser una RC. Al ingresar evidencia en una o más variables del modelo gráfico, la información se propaga a través de la red actualizando la información en los nodos restantes siguiendo los principios de la regla de Bayes [2].

Las flechas en una RB representan la estructura de dependencia estadística entre cada una de las variables, si las propiedades de propagación de información de las RC se mantienen para las RB; entonces la d-separación significa independencia estadística entre variables. Para la RB de la figura 3.6, si dos variables A_1 y A_3 , están d-separadas por evidencia en A_2 , entonces A_1 y A_3 son estadísticamente independientes si y solo si, se mantiene que:

$$p(a_3 | a_1, a_2) = p(a_3 | a_2) \quad (3.10)$$

Lo que la expresión 3.10 quiere decir, es que si se tiene conocimiento de evidencia en el nodo A_2 , la introducción de evidencia adicional en el nodo A_1 , no cambia la probabilidad de A_3 .

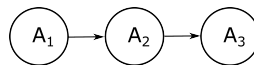


Figura 3.6: D-separación en una RB

Para una RB con n variables aleatorias discretas $\mathbf{Y} = Y_1, Y_2, \dots, Y_n$, el objetivo es calcular la distribución de probabilidad conjunta $p(\mathbf{Y}) = p(y_1, y_2, \dots, y_n)$. Dado que $p(\mathbf{Y})$, crece de manera exponencial con el número de variables la FMP conjunta se vuelve intratable [35]. Usando la regla de la cadena de probabilidad, $p(\mathbf{Y})$ se puede representar de manera compacta como sigue:

$$p(y_1, y_2, \dots, y_n) = p(y_n | y_{n-1}, \dots, y_1) p(y_{n-1} | y_{n-2}, \dots, y_1) \dots p(y_2 | y_1) p(y_1) \quad (3.11)$$

Con base en las propiedades de d-separación y la regla de la cadena en 3.11, la función masa de probabilidad conjunta $p(y_1, y_2, \dots, y_n)$ puede ser representada como:

$$p(y_1, y_2, \dots, y_n) = \prod_{i=1}^n p[y_i | pa(y_i)] \quad (3.12)$$

donde $pa(y_i)$ son los padres de X_i . La función de densidad de probabilidad para los elementos de \mathbf{Y} , por ejemplo Y_j , puede ser llevada a cabo por marginalización, esto es:

$$p(Y_j) = \sum_{\mathbf{Y} \setminus Y_j} p(\mathbf{Y}) = \sum_{\mathbf{Y} \setminus Y_j} \prod_{n=1} p[y_i | pa(y_i)] \quad (3.13)$$

Las formulaciones 3.11 y 3.12, indican que la FMP conjunta de todas las variables en una RB, es el producto de las FMP condicionales de cada variable aleatoria dados los padres. Para ilustrar la regla de la cadena, considere la RB de la figura 3.7.

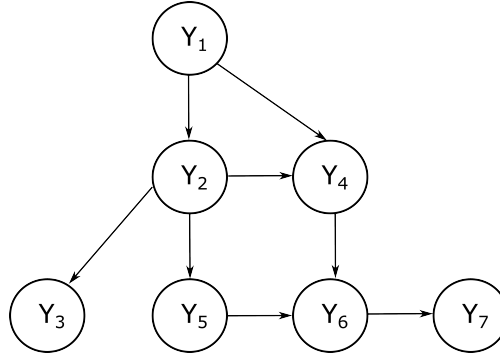


Figura 3.7: Ejemplo de red Bayesiana

$p(y_1)$ no puede ser reducida.

$p(y_2 | y_1)$ se mantiene igual, ya que y_1 es padre de y_2 .

$p(y_3 | y_2, y_1)$ se reduce a $p(y_3 | y_2)$, ya que y_1 y y_3 son d-separadas.

$p(y_4 | y_3, y_2, y_1)$ se reduce a $p(y_4 | y_2, y_1)$.

$p(y_5 | y_4, y_3, y_2, y_1)$ se reduce a $p(y_5 | y_2)$.

$p(y_6 | y_5, y_4, y_3, y_2, y_1)$ se reduce a $p(y_6 | y_5, y_4)$.

$p(y_7 | y_6, y_5, y_4, y_3, y_2, y_1)$ se reduce a $p(y_7 | y_6)$.

La regla de la cadena para la RB de la figura 3.7, se reduce entonces a:

$$p(\mathbf{Y}) = p(y_7 | y_6)p(y_6 | y_5, y_4)p(y_5 | y_2)p(y_4 | y_2, y_1)p(y_3 | y_2)p(y_2 | y_1)p(y_1) \quad (3.14)$$

La expresión 3.14, es equivalente a:

$$p(y_1, y_2, \dots, y_7) = \prod_{n=1}^7 p[y_i | pa(y_i)] \quad (3.15)$$

3.6.6. Diagramas de influencia

Un diagrama de influencia (DI), es una RB a la cual se le adicionan nodos de utilidad y de decisión. Un gráfico de este tipo puede ser utilizado para realizar de manera más sencilla y amigable la toma de decisiones en la administración del riesgo, ya que con un DI es posible estimar la utilidad esperada, al haber elegido una o varias opciones al tiempo en que la decisión es tomada [3].

En literatura especializada sobre el tema, puede observarse que los nodos de utilidad son representados generalmente con nodos trapezoidales y los de decisión se representan con rectángulos. En la figura 3.8 se ilustra un diagrama

de influencia, los nodos circulares corresponden a la RB, el nodo rectangular corresponde al nodo de decisión y los nodos trapezoidales son representan la utilidad esperada en el DI.

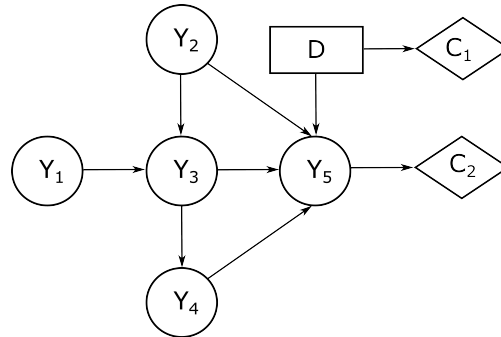


Figura 3.8: Ejemplo de diagrama de influencia

Se aclara que este trabajo no contempla la formulación ni utilización de diagramas de influencia en la evaluación de la confiabilidad del puente y solo se hace mención de su existencia ya que son una herramienta útil en la toma de decisiones bajo incertidumbre cuando se tienen estrategias que minimicen el riesgo. Si se quiere tener conocimiento más profundo acerca del planteamiento de un problema utilizando DI y los algoritmos para obtener la utilidad esperada, el lector puede consultar las referencias [3], [5], [9], [13] y [35].

3.6.7. Inferencia usando redes Bayesianas discretas

En RB's, la inferencia probabilística consiste básicamente en lo siguiente:

Dadas una o varias variables conocidas de la red (ingresar evidencia), calcular la probabilidad posterior de las demás variables desconocidas (aprendizaje). Otra forma de definir la inferencia para dos variables aleatorias X y Y en RB's, es de la siguiente manera:

¿Cuál es la probabilidad de que un conjunto de variables aleatorias X se encuentre en un estado específico x , dado que otro conjunto de variables Y se observó en un estado y determinado?

$$Pr(X = x | Y = y) \quad (3.16)$$

De acuerdo con la definición de probabilidad condicional se tiene que 3.16, es:

$$Pr(X = x | Y = y) = \frac{Pr(\{X = x\} \cap \{Y = y\})}{Pr(Y = y)} \quad (3.17)$$

La igualdad 3.17, de la FMP conjunta, se puede escribir también de la siguiente manera:

$$Pr(X = x | Y = y) = \frac{p(x, y)}{p(y)} \quad (3.18)$$

La tarea restante es calcular $p(x, y)$ y $p(y)$. Para llevar a cabo la inferencia, existen diferentes algoritmos, uno de ellos es el algoritmo de eliminación.

En esta tesis, el objetivo principal es mostrar una aplicación de las RB's, por lo que se omite la explicación de algoritmos encaminados a realizar inferencia. Para profundizar en los distintos algoritmos usados para tareas de inferencia en RB, se recomienda ver las referencias [9], [13] y [20].

Cuando las variables o los estados de las variables son mayores a tres, los cálculos manuales se vuelven tediosos y repetitivos, existen disponibles paquetes de computadora que realizan ésta tarea, algunos paquetes que el lector puede consultar son:

- Hugin Lite, de HUGIN EXPERT en Aalborg, Dinamarca, disponible en <http://www.hugin.com/>;
- GeNIe, de la Universidad de Pittsburgh, disponible en <http://genie.sis.pitt.edu/>;
- Netica, de Norsys Software Corp. en Vancouver, Canada, disponible en <http://www.norsys.com/index.html>;
- Uninet, de la Universidad Tecnológica de Delft, Holanda, disponible en <http://www.lighttwist.net/wp/uninet>.

En este trabajo se optó por utilizar el paquete HUGIN, en su versión gratuita de prueba, este paquete resultó ser suficiente para el caso de aplicación formulado en la tesis, si se tuviera un número mayor de nodos y de estados, se debe buscar el obtener la licencia adecuada a las necesidades o decidirse por otro paquete con licencia libre. Cuando se trata de resolver un problema de toma de decisiones, considerando incertidumbre en sus variables, conviene hacer uso de un diagrama de influencia, mismo que también puede ser modelado en el software elegido, incorporando a la RB nodos de decisión y de utilidad.

3.6.8. Modelado con RB's

El modelado con RB's consta en primer lugar de formular la parte cualitativa, que se refiere a los gráficos, y posteriormente de la parte cuantitativa, que consta de las distribuciones de probabilidad condicionales, las cuales son asignadas a cada variable [9]. Una vez construido el modelo completo, los parámetros en una RB pueden ser actualizados cuando existe nueva información disponible.

- **Construcción del modelo gráfico:** En esta parte se establece la estructura que habrá de tener la RB que ayudará a resolver el problema de incertidumbre. El proceso consiste en identificar las variables aleatorias de interés X y las variables aleatorias Y , en las cuales la información se puede tener disponible. Es importante revisar la relación de dependencia entre cada una de las variables; esto es, revisar la d-separación entre cada variable en la RB.

Para reducir los errores, la complejidad del modelo y la demanda computacional es importante tratar en la medida de lo posible de que la RB represente una relación de causalidad. Es importante mencionar que una RB no necesita ser una red causal, ejemplos de como construir un modelo con RB's se encuentran en la referencia [35];

- **Asignación de las tablas de probabilidad condicional:** La parte cuantitativa de la RB consiste en la asignación de las FMP condicionales al modelo gráfico. Para mantener un orden en el manejo de las distribuciones condicionales, se acostumbra a asignarlas en forma de tablas. En textos que hablan sobre RB, es común que se les nombre tablas de probabilidad condicional (TPC).

Para la obtención de las TPC, el encargado de la toma de decisiones puede auxiliarse de toda la información disponible; esto es, datos estadísticos, modelos físicos, modelos lógicos, información extraída de medición de procesos, de experiencias en problemas similares, entre otros. ejemplos de como obtener las TPC se encuentran explicados en las referencias [4], [21] y [37].

Las RB's por sus cualidades, facilitan la combinación de la información que se le ingresa y la propagan a todo el modelo gráfico, por lo que es importante revisar de manera cuidadosa la estructura de dependencia entre cada una de las variables en la RB [12].

3.6.9. Resumen

En este capítulo se habló de la incertidumbre implícita en los problemas de ingeniería y como evaluarla, del mismo modo se definió el concepto de riesgo en ingeniería y las variables asociadas a este. Estos conceptos son relevantes para la formulación de los modelos probabilísticos que conforman el marco teórico para la evaluación de la probabilidad de falla en puentes con problemas de socavación.

Se resumió del concepto de redes Bayesianas y redes causales, se describieron las estructuras básicas en RB y su funcionamiento de acuerdo a su estructuración, se mencionó la utilidad de las mismas en el modelado de problemas en los que se desea incluir incertidumbre, se explicó de manera muy breve las partes que conforman una RB y el proceso de su construcción. En el capítulo siguiente se aplicarán los conceptos y la teoría mencionada en esta sección para obtener la probabilidad conjunta del modelo propuesto.

Capítulo 4

Marco teórico para evaluar la socavación local en puentes

4.1. Introducción

Por décadas los problemas de diseño y análisis en ingeniería civil han sido resueltos utilizando modelos determinísticos. Sin embargo, el modelado de las incertidumbres asociadas a las cargas, resistencias y otros factores a las que estará sujeta una estructura u obra de ingeniería requieren del uso de técnicas probabilísticas [10].

En el contexto de confiabilidad estructural y análisis de riesgo, un modelo probabilístico es el arte de formular un modelo matemático capaz de responder preguntas como: ¿Cuál es la probabilidad de que una estructura este en un estado de seguridad específico puesto que una o más de las propiedades de sus materiales o cargas, se encuentren en un estado dado? [27].

Las solicitaciones que se pueden presentar en puentes, tales como son las cargas vivas, muertas, cargas por sismo, empuje del agua, viento, colisión de objetos, tienen naturaleza aleatoria debido a que no pueden conocerse con certeza. Para un adecuado manejo de las variables aleatorias en puentes, estas se describen mediante las funciones de distribución acumulada y de los parámetros que correspondan a cada una [31].

Resulta válido decir que un modelo determinístico es la extensión de un modelo probabilístico en el que las variables aleatorias toman un valor específico. En este capítulo se muestra el desarrollo de los modelos probabilísticos partiendo de modelos físicos, mismos que ayudarán a describir la incertidumbre de los fenómenos de cargas vivas, cargas permanentes, socavación local y modos de falla de pilas para un puente con estructura convencional.

4.2. Solicitaciones de cargas en puentes

4.2.1. Cargas variables

Se entiende por cargas vivas a aquellas que varían tanto en magnitud y posición, ocasionadas por el uso mismo que se le da a una estructura en ingeniería civil [8]. En puentes una de las más importantes es la que se describe en esta sección, es la carga viva debida al tránsito de vehículos sobre la superestructura. Para determinar esta carga resulta importante conocer las características principales de los vehículos para los que está diseñado el puente. Los modelos de cargas vivas que se utilizan para el diseño de puentes y que se encuentran en las normativas de cada país se han desarrollado con base en la recopilación de información estadística y experimental [31].

Las cargas vivas en puentes, están constituidas por el conjunto de fuerzas que producen los vehículos en movimiento sobre la estructura. Para estimar el efecto de las cargas vehiculares se deben considerar algunos parámetros adicionales como son: el peso total del vehículo, número de ejes del vehículo, configuración de los ejes, posición del

tren de cargas equivalente en el puente, cantidad de vehículos transitando al mismo tiempo sobre el puente y número de carriles de la estructura [31].

Se podría decir que para puentes cortos, la magnitud de las cargas vivas que rigen en el análisis estructural del puente depende en gran medida de la posición de los vehículos pesados en cada carril, mismos que se representan por medio de una serie de cargas concentradas cuya ubicación coincide con la posición de los ejes del vehículo de diseño [30]. En los modelos para cargas que aquí se formulan, se hace la propuesta de la idealización de un chasis correspondiente a un camión con características similares a las de un camión tipo C3, las fuerzas de impacto son tomadas como un porcentaje de la carga vehicular no mayor al 30%. Dicho modelo será de utilidad para describir de manera menos conservadora y más realista el efecto de las cargas móviles sobre la estructura.

Modelado del camión tipo C3

Se parte del hecho en que el chasis de un vehículo de carga está ubicado en la parte inferior del propio vehículo y que los elementos que conforman al chasis son los neumáticos, motor, marco metálico, sistema de transmisión y suspensión. El bastidor del chasis consta de dos componentes principales, los cuales son casi siempre un par de largueros (perfiles metálicos longitudinales) y los travesaños que unen y rigidizan a los largueros, la cantidad de estos últimos es variada de acuerdo al modelo y a la marca del vehículo. De los componentes del chasis, el marco metálico proporciona el soporte necesario para todo vehículo y al conjunto de todos los componentes restantes colocados sobre el mismo. Por las razones anteriores, el marco debe ser lo suficientemente fuerte como para resistir además de las cargas, los golpes, torsión, vibraciones y otros factores que le inducen esfuerzo a la estructura principal del móvil [36].

En este modelo propuesto de cargas vivas vehiculares, se asume que el marco metálico y los travesaños transmiten las cargas por peso propio del camión tipo y las debidas a la carga que transporta de manera uniforme y simétrica a los ejes teniendo en cada eje una reacción resultante P_i , con $i = 1, 2, 3, \dots, n$, siendo n el número de ejes del móvil. Se supone que esta serie de cargas y componentes pueden ser representadas por una viga hiperestática, con dos cargas distribuidas y una puntual.

El modelo simplificado del chasis está representado en la figura 4.1, el cual consta como se dijo de una carga concentrada P_m que representa la maquinaria del vehículo y dos cargas distribuidas w_1 y w_2 , de las cuales w_1 , representan el peso de la cabina y sus componentes frontales y w_2 , representa la caja y la carga útil que transporta el vehículo. En donde las cargas w_1 , w_2 y P_m son variables aleatorias que serán descritas por medio de distribuciones de probabilidad.

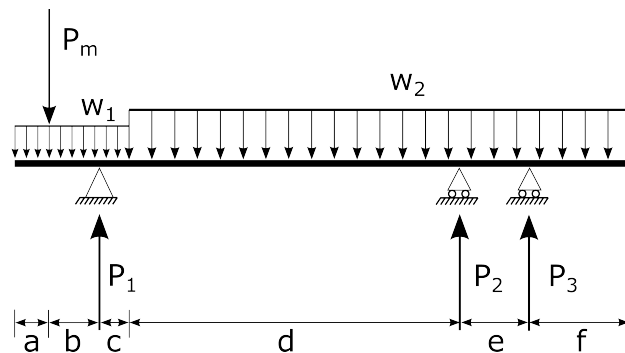


Figura 4.1: Diagrama de cuerpo libre del chasis

Como se puede ver en la figura 4.1, se trata de una viga estáticamente indeterminada, por lo que las ecuaciones de la estática no son suficientes para calcular la magnitud de las reacciones, razón por la que en este trabajo se utilizó el método de pendientes-deflexiones en el análisis de la viga.

En primera instancia se calcula la fuerza cortante y el momento, para cada una de las partes estáticamente determinadas de la viga propuesta. En la figura 4.2 se muestran los miembros en voladizo, para los cuales sí es posible

determinar los elementos mecánicos usando las tres ecuaciones de equilibrio de la estática.

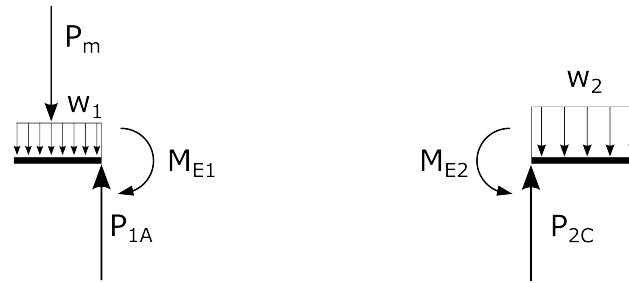


Figura 4.2: Partes en voladizo estáticamente determinadas

$$\sum F_x = 0 \quad (4.1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (4.2)$$

La magnitud de la fuerza cortante en el primer tramo P_{1A} está dada por:

$$P_{1A} = w_1 (a + b) + P_m \quad (4.3)$$

Con la sumatoria de momentos respecto al punto A, se tiene que la ecuación para calcular el momento es:

$$\sum M_A = 0 \quad (4.4)$$

$$M_{E1} = - \left(\frac{w_1 (a + b)^2}{2} + P_m b \right) \quad (4.5)$$

Análogamente, para el extremo derecho realizando la sumatoria de fuerzas en ambas direcciones.

$$\sum F_x = 0 \quad (4.6)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (4.7)$$

La reacción vertical en el último tramo de la viga queda entonces de la siguiente manera:

$$P_{2C} = w_2 f \quad (4.8)$$

Realizando la sumatoria de momentos ahora respecto al punto C, en el miembro derecho de la viga el momento calculado es:

$$\sum M_C = 0 \quad (4.9)$$

$$M_{E2} = \frac{w_2 f^2}{2} \quad (4.10)$$

En la figura 4.3, se muestra la parte hiperestática de la viga modelo, misma para la cual se omiten los miembros en voladizo que previamente se han calculado.

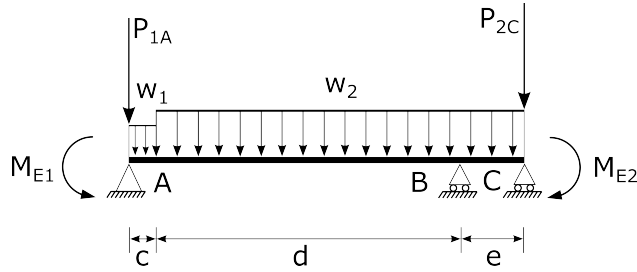


Figura 4.3: Parte estáticamente indeterminada, que debe analizarse

Utilizando las expresiones de momentos en extremos fijos dados en la referencia [8], para vigas continuas, se evalúa cada tramo considerando las fuerzas externas actuantes.

$$EF_{AB} = \frac{w_1 c^2}{12(c+d)^2} \left(6(c+d)^2 - 8c(c+d) + 3c^2 \right) + \frac{w_2 d^3}{12(c+d)^2} (4(c+d) - 3d) \quad (4.11)$$

$$EF_{BA} = \frac{w_1 c^3}{12(c+d)^2} (4(c+d) - 3c) + \frac{w_2 d^2}{12(c+d)^2} \left(6(c+d)^2 - 8d(c+d) + 3d^2 \right) \quad (4.12)$$

$$EF_{BC} = \frac{w_2 e^2}{12} \quad (4.13)$$

$$EF_{CB} = \frac{w_2 e^2}{12} \quad (4.14)$$

Utilizando las ecuaciones de pendiente-deflexión para vigas con extremos articulados se tiene que:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{c+d} (2\Theta_A + \Theta_B) + \frac{w_1 c^2}{12(c+d)^2} \left(6(c+d)^2 - 8c(c+d) + 3c^2 \right) + \frac{w_2 d^3}{12(c+d)^2} (4(c+d) - 3d) \quad (4.15)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{c+d} (2\Theta_B + \Theta_A) - \left(\frac{w_1 c^3}{12(c+d)^2} (4(c+d) - 3c) + \frac{w_2 d^2}{12(c+d)^2} (6(c+d)^2 - 8d(c+d) + 3d^2) \right) \quad (4.16)$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{e} (2\Theta_B + \Theta_C) + \frac{w_2 e^2}{12} \quad (4.17)$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{e} (2\Theta_C + \Theta_B) - \frac{w_2 e^2}{12} \quad (4.18)$$

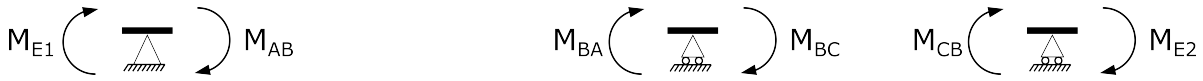


Figura 4.4: Diagrama de cuerpo libre de los nodos A, B y C

A partir de la figura 4.4 y considerando el equilibrio de momentos en los cuerpos libres de los nodos A, B y C, se debe cumplir que:

$$M_{E1} + M_{AB} = 0$$

$$M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$M_{CB} + M_{E2} = 0$$

Al realizar el equilibrio de momentos, obtenemos tres ecuaciones lineales con incógnita Θ , en donde al resolver se obtienen los valores de los giros en cada nodo.

$$e(1) = -bP + \frac{2(\Theta_B + 2\Theta_A)EI}{d+c} + \frac{w_1 c^2 (6(d+c)^2 - 8c(d+c) + 3c^2)}{12(d+c)^2} + \frac{w_2 d^3 (4(d+c) - 3d)}{12(d+c)^2} - \frac{w_1 (b+a)^2}{2} \quad (4.19)$$

$$e(2) = \frac{2(\Theta_C + 2\Theta_B)EI}{e} + \frac{2(2\Theta_B + \Theta_A)EI}{d+c} + \frac{w_2 e^2}{12} - \frac{w_2 d^2 (6(d+c)^2 + 3d^2 - 8d(d+c))}{12(d+c)^2} - \frac{w_1 c^3 (4(d+c) - 3c)}{12(d+c)^2} \quad (4.20)$$

$$e(3) = \frac{2(2\Theta_C + \Theta_B)}{e} + \frac{w_2 f^2}{2} - \frac{w_2 e^2}{12} \quad (4.21)$$

Simplificando y acomodando términos se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para Θ_A , Θ_B y Θ_C :

$$2\Theta_A + \Theta_B = \frac{(d+c) \left(bP - \frac{w_1 c^2 (6(d+c)^2 - 8c(d+c) + 3c^2)}{12(d+c)^2} - \frac{w_2 d^3 (4(d+c) - 3d)}{12(d+c)^2} + \frac{w_1 (b+a)^2}{2} \right)}{2} \quad (4.22)$$

$$2e\Theta_A + (4e + 4d + 4c)\Theta_B + (2d + 2c)\Theta_C = \frac{(w_2 d^2 + 2w_2 cd + w_2 c^2) e^3 + (-w_2 d^4 - 4w_2 cd^3 - 6w_2 c^2 d^2 - 4w_1 c^3 d - w_1 c^4) e}{12d + 12c} \quad (4.23)$$

$$\Theta_B + 2\Theta_C = \frac{w_2 e^3}{24} - \frac{w_2 e f^2}{4} \quad (4.24)$$

Resolviendo, se tiene entonces que los giros antes desconocidos son:

$$\begin{aligned} \Theta_A = & \frac{((d(32bce + 36bc^2) + d^2(16be + 36bc) + 16bc^2e + 12bd^3 + 12bc^3)P_m}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\ & \frac{cd(w_2(2e^3 - 4ef^2) + 16w_1b^2e + 32w_1abe + 16w_1a^2e) - 8w_1c^3de - 5w_1c^4d}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\ & \frac{(18w_1b^2 + 36w_1ab + 18w_1a^2)c^2d + w_2d^2(e^3 - 2ef^2) + c^2d^2(-4w_2e - 8w_1e) + 8w_1b^2d^2e}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\ & \frac{16w_1abd^2e + 8w_1a^2d^2e - 10w_1c^3d^2 + (18w_1b^2 + 36w_1ab + 18w_1a^2)cd^2 + w_2c^2(e^3 - 2ef^2) + 8w_1b^2c^2e}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\ & \frac{16w_1abc^2e + 8w_1a^2c^2e + d^3(-8w_2ce + (-4w_2 - 6w_1)c^2 + 6w_1b^2 + 12w_1ab + 6w_1a^2)}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\ & \frac{d^4(-2w_2e - 5w_2c) - (2w_1c^4e - w_2d^5 - w_1c^5) + (6w_1b^2 + 12w_1ab + 6w_1a^2)c^3}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \Theta_B = & \frac{-(4bd^2e + 8bcde + 4bc^2e)P_m}{d(24e + 48c) + 24ce + 24d^2 + 24c^2} - \\ & \frac{d(c(w_2(2e^3 - 4ef^2) + 4w_1b^2e + 8w_1abe + 4w_1a^2e) - 4w_1c^3e)}{d(24e + 48c) + 24ce + 24d^2 + 24c^2} - \\ & \frac{d^2(w_2(e^3 - 2ef^2) + c^2(-4w_2e - 2w_1e) + 2w_1b^2e + 4w_1abe + 2w_1a^2e)}{d(24e + 48c) + 24ce + 24d^2 + 24c^2} - \\ & \frac{c^2(w_2(e^3 - 2ef^2) + 2w_1b^2e + 4w_1abe + 2w_1a^2e) + w_2d^4e + 4w_2cd^3e + w_1c^4e}{d(24e + 48c) + 24ce + 24d^2 + 24c^2} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned}
\Theta_C = & \frac{(4bd^2e + 8bcde + 4bc^2e)P_m}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\
& \frac{d(c(w_2(4e^3 - 16ef^2) + 4w_1b^2e + 8w_1abe + 4w_1a^2e) + w_2(e^4 - 6e^2f^2) - 4w_1c^3e)}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\
& \frac{d^2(w_2(2e^3 - 8ef^2) + c^2(-4w_2e - 2w_1e) + 2w_1b^2e + 4w_1abe + 2w_1a^2e)}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2} + \\
& \frac{c^2(w_2(2e^3 - 8ef^2) + 2w_1b^2e + 4w_1abe + 2w_1a^2e) + w_2c(e^4 - 6e^2f^2) - w_2d^4e - 4w_2cd^3e - w_1c^4e}{d(48e + 96c) + 48ce + 48d^2 + 48c^2}
\end{aligned} \quad (4.27)$$

Al sustituir los valores obtenidos de Θ_A , Θ_B y Θ_C , en las ecuaciones de momento para vigas con extremos articulados, se tiene que estos resultan:

$$M_{AB} = \frac{2bP_m + w_1b^2 + 2w_1ab + w_1a^2}{2} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}
M_{BA} = & \frac{(4bd^2 + 8bcd + 4bc^2)P_m + (2w_2d + 2w_2c)ef^2}{((8d + 8c)e + 8d^2 + 16cd + 8c^2)} + \\
& \frac{(-w_2d - w_2c)e^3 - w_2d^4 - 4w_2cd^3 + ((-4w_2 - 2w_1)c^2 + 2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)d^2}{((8d + 8c)e + 8d^2 + 16cd + 8c^2)} + \\
& \frac{((4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)c - 4w_1c^3)d - w_1c^4 + (2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)c^2}{((8d + 8c)e + 8d^2 + 16cd + 8c^2)}
\end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}
M_{BC} = & \frac{-((4bd^2 + 8bcd + 4bc^2)P_m + (2w_2d + 2w_2c)ef^2 + (-w_2d - w_2c)e^3 - w_2d^4 - 4w_2cd^3)}{((8d + 8c)e + 8d^2 + 16cd + 8c^2)} + \\
& \frac{-(((4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)c - 4w_1c^3)d - w_1c^4 + (2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)c^2)}{((8d + 8c)e + 8d^2 + 16cd + 8c^2)} + \\
& \frac{-(2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)c^2}{((8d + 8c)e + 8d^2 + 16cd + 8c^2)}
\end{aligned} \quad (4.30)$$

$$M_{CB} = -\frac{w_2f^2}{2} \quad (4.31)$$

Por último, para obtener las reacciones en la viga continua, se realiza el equilibrio de cada tramo de la viga con las cargas P_m , w_1 , w_2 , los momentos M_{E1} , M_{E2} , M_{AB} , M_{BA} , M_{BC} , M_{CB} y los cortantes P_{1A} Y P_{1C} .

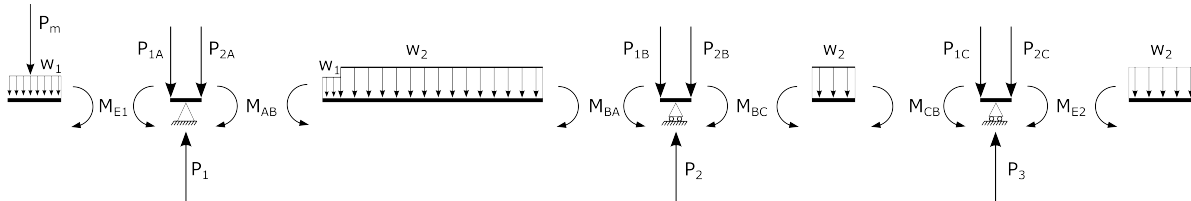


Figura 4.5: Reacciones, momentos y cortantes en extremos de miembros

$$\begin{aligned}
P_1 = & \frac{((8d^2 + (16c + 8b)d + 8c^2 + 8bc)e + 8d^3 + (24c + 12b)d^2 + (24c^2 + 24bc)d + 8c^3 + 12bc^2)P_m}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} + \\
& \frac{(2w_2d + 2w_2c)e f^2 + (-w_2d - w_2c)e^3 + 4w_2d^3e}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} + \\
& \frac{((4w_2 + 8w_1)c + 8w_1b + 8w_1a)d^2e + (12w_1c^2 + (16w_1b + 16w_1a)c + 4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)de}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} + \\
& \frac{(4w_1c^3 + (8w_1b + 8w_1a)c^2 + (4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)c)e + 3w_2d^4}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} + \\
& \frac{((4w_2 + 8w_1)c + 8w_1b + 8w_1a)d^3 + (18w_1c^2 + (24w_1b + 24w_1a)c + 6w_1b^2 + 12w_1ab + 6w_1a^2)d^2}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} + \\
& \frac{(12w_1c^3 + (24w_1b + 24w_1a)c^2 + (12w_1b^2 + 24w_1ab + 12w_1a^2)c)d + 3w_1c^4 + (8w_1b + 8w_1a)c^3}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} + \\
& \frac{(6w_1b^2 + 12w_1ab + 6w_1a^2)c^2}{((8d^2 + 16cd + 8c^2)e + 8d^3 + 24cd^2 + 24c^2d + 8c^3)} \tag{4.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_2 = & \frac{-(((8bd + 8bc)e + 4bd^2 + 8bcd + 4bc^2)P_m + ((2w_2d + 2w_2c)e + 4w_2d^2 + 8w_2cd + 4w_2c^2)f^2)}{(8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{-((-w_2d - w_2c)e^3 + (-4w_2d^2 - 8w_2cd - 4w_2c^2)e^2 - 4w_2d^3e - 12w_2cd^2e)}{(8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{-((((-8w_2 - 4w_1)c^2 + 4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)d - 4w_1c^3 + (4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)c)e - w_2d^4 - 4w_2cd^3)}{(8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{-((((-4w_2 - 2w_1)c^2 + 2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)d^2 + ((4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)c - 4w_1c^3)d - w_1c^4)}{(8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{-(2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)c^2}{(8d^2 + 16cd + 8c^2)e} \tag{4.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_3 = & \frac{(4bd^2 + 8bcd + 4bc^2)P_m + ((6w_2d + 6w_2c)e + 4w_2d^2 + 8w_2cd + 4w_2c^2)f^2}{(8d + 8c)e^2 + (8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{((8w_2d + 8w_2c)e^2 + (8w_2d^2 + 16w_2cd + 8w_2c^2)e)f + (3w_2d + 3w_2c)e^3}{(8d + 8c)e^2 + (8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{(4w_2d^2 + 8w_2cd + 4w_2c^2)e^2 - w_2d^4 - 4w_2cd^3 + ((-4w_2 - 2w_1)c^2 + 2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)d^2}{(8d + 8c)e^2 + (8d^2 + 16cd + 8c^2)e} + \\
& \frac{((4w_1b^2 + 8w_1ab + 4w_1a^2)c - 4w_1c^3)d - w_1c^4 + (2w_1b^2 + 4w_1ab + 2w_1a^2)c^2}{(8d + 8c)e^2 + (8d^2 + 16cd + 8c^2)e} \tag{4.34}
\end{aligned}$$

Al ser P_m , w_1 y w_2 variables de naturaleza aleatoria, entonces las reacciones P_1 , P_2 y P_3 también serán aleatorias y podrán ser utilizadas para estimar el efecto que producen las cargas variables sobre la pila y cimentación del puente. Esto quiere decir que simulando las cargas P_m , w_1 y w_2 considerando sus respectivas distribuciones de probabilidad es posible obtener las distribuciones de probabilidad para las variables aleatorias P_1 , P_2 y P_3 .

Aplicación del método de líneas de influencia

Se entiende como línea de influencia al gráfico que describe una función de respuesta sobre una estructura en función de la posición de una o varias cargas que se mueven de un lado a otro en la estructura [8]. Este tipo de funciones

de respuesta resultan útiles cuando se desean obtener los valores que pueden tomar: el momento flexionante, fuerza cortante, reacciones en apoyos y deflexiones considerando la variación de la ubicación de las cargas ya sean puntuales, distribuidas o combinaciones de ambas.

Empleando líneas de influencia es posible observar gráficamente la tendencia que sigue el fenómeno de interés al variar la posición de las cargas actuantes. Las abscisas representan la posición de la carga o serie de cargas y las ordenadas representan la magnitud del fenómeno en estudio.

El uso del método de líneas de influencia para el caso de puentes se debe a la naturaleza de las cargas que sobre él transitarán. Este método permite estimar los efectos máximos dada la posición de la carga o serie de cargas de tal manera que el diseño de la estructura sea el adecuado y el puente tenga un buen desempeño a lo largo de su vida útil.

Con las cargas de cada eje del vehículo P_1 , P_2 y P_3 , el siguiente paso es obtener las reacciones en cada extremo de la viga del puente, se aclara que cada aplicación del método de líneas de influencia servirá para obtener reacciones en apoyos por cada carril, por lo que si se desea obtener la carga que actuará en una de las pilas para un puente de dos carriles con estructura convencional, es necesario simular las cargas para ambos carriles y para los dos claros apoyados sobre el cabezal de la pila, posteriormente transmitir las cuatro fuerzas resultantes al apoyo intermedio.

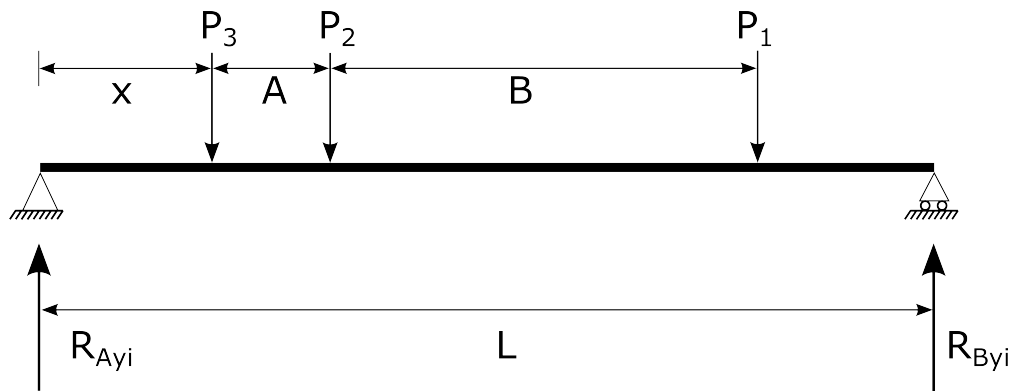


Figura 4.6: Diagrama de cuerpo libre de la viga con cargas vehiculares

$$\sum F_x = 0 \quad (4.35)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (4.36)$$

$$R_{Ayi} + R_{Byi} = P_1 + P_2 + P_3 \quad (4.37)$$

$$R_{Ayi} = (P_1 + P_2 + P_3) - R_{Byi} \quad (4.38)$$

Realizando la suma de momentos en el punto A del cuerpo rígido se tiene que:

$$\sum M_A = 0 \quad (4.39)$$

$$R_{Byi} = \frac{P_3(x) + P_2(A + x) + P_1(A + B + x)}{L} \quad (4.40)$$

Sustituyendo R_{Byi} en la ecuación 4.38 se obtiene:

$$R_{Ayi} = (P_1 + P_2 + P_3) - \frac{P_3(x) + P_2(A + x) + P_1(A + B + x)}{L} \quad (4.41)$$

Se menciona que R_{Ayi} y R_{Byi} , también resultan ser variables aleatorias, puesto que fueron obtenidas a partir de P_1 , P_2 y P_3 , que son variables aleatorias, A y B se asumen como determinísticos para el caso particular de este estudio.

4.2.2. Cargas permanentes

Se conoce como carga muerta o permanente al conjunto de acciones sobre una estructura causadas por el peso propio de la misma. Este tipo de cargas también considera elementos no estructurales y cargas que por el uso de la construcción permanezcan fijas lapsos considerablemente largos tales como maquinaria o equipo especial [30].

Para calcular el valor de las cargas muertas se realiza la bajada de cargas convencional, considerando la geometría de cada elemento y el peso volumétrico de los materiales con que esta fabricado, para el caso específico de esta tesis únicamente el peso volumétrico se trata como una variable aleatoria. En la literatura mexicana se puede revisar el manual de puentes tipo de la SAHOP [1] y considerar las propiedades geométricas típicas para puentes convencionales de mampostería, algunos elementos tipo mostrados en el manual son: losas, pilas, estribos, caballetes y zapatas.

Peso propio de la losa

Una sección típica de losas de concreto con ancho de 8.00m. y 10.00m., es la que se muestra en la figura 4.7, que es construida a base de concreto reforzado. Se considera que la losa es maciza para este marco teórico. El tipo de losa analizado es uno de los que se recomienda en la referencia [1], usualmente empleada para salvar claros de 8.00m. hasta 14.00m., para claros mayores la recomendación sería una losa aligerada:

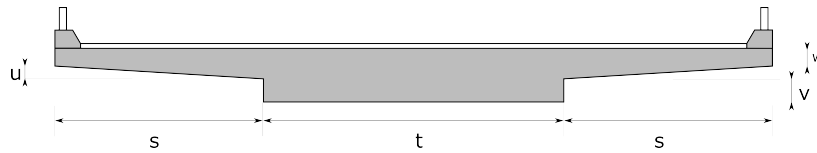


Figura 4.7: Configuración de la losa maciza de concreto reforzado para puentes convencionales

El área de la sección transversal A_{Losa} de la losa maciza esta dada por la siguiente ecuación:

$$A_{Losa} = (t + 2s)w + t(u + v) + su \quad (4.42)$$

Para obtener la carga que será transmitida a la pila debida al peso propio de la losa se multiplica el área de la sección transversal A_{Losa} por dos veces la mitad de la longitud L de cada claro del puente, esto anterior es cuando los claros tienen la misma dimensión longitudinal, lo que deriva en la siguiente expresión.

$$P.P.Losa = (A_{Losa})LPv_{Concr.} \quad (4.43)$$

$P.P.$, es la variable que representa la carga que aporta la losa a la subestructura, el peso volumétrico del concreto hidráulico $Pv_{Concr.}$ es de naturaleza aleatoria, por lo tanto $P.P.$ también es una variable aleatoria.

Peso propio de la carpeta asfáltica

La carga debida al peso de la carpeta asfáltica se obtiene con la multiplicación de la longitud del elemento, el espesor de la carpeta y el ancho del elemento, nuevamente al ser un puente con claros de igual longitud, la expresión se simplifica aún más. Para tener entonces el valor de la fuerza, se multiplica el volumen del prisma rectangular por el peso volumétrico del material $Pv_{c.asf}$. La expresión resultante será entonces:

$$P.P._{carpeta} = Ancho_{carpeta} E_{carpeta} L P v_{c.asf} \quad (4.44)$$

En la expresión 4.44, $E_{carpeta}$, es el espesor de la carpeta asfáltica. Nuevamente $P.P._{carpeta}$ es variable aleatoria puesto que se derivó de $Pv_{c.asf}$.

Peso de la corona de la pila

Para el caso de pilas con sección en tajamar y corona con la misma forma, la carga muerta está dada por la ecuación 4.45:

$$P.P._{Corona} = \left(B_c A_c - \frac{B_c^2}{2} \right) H_c (Pv_{Concr.}) \quad (4.45)$$

donde, H_c , es el espesor de la corona de concreto reforzado. $P.P._{Corona}$ es aleatoria.

Peso propio de la pila

El área de la sección transversal de la pila en función de la variación de la altura del elemento respecto al eje z , está dada por la ecuación 4.46, en la referencia [1], se sugiere una variación del talud 1:20. En este caso para calcular el área se tomaron en cuenta dos secciones transversales separadas por una distancia d , donde $d = (z_2 - z_1)$ es la longitud de la pila sin considerar la corona ni la zapata:

$$A_{Pila} = \frac{\left((2z^2 - 4dz + 2d^2) B - 2bz^2 + 2bdz \right) H + (-z^2 + 2dz - d^2) B^2}{2d^2} + \frac{\left((2b - 2h) z^2 + (2dh - 2bd) z \right) B + (2bh - b^2) z^2}{2d^2} \quad (4.46)$$

Cuando se tiene una función de área en función de su altura z , entonces el volumen del sólido puede ser calculado de la siguiente manera:

$$V_{Pila} = \int_{z_1}^{z_2} A(z) dz \quad (4.47)$$

Entonces, la variable aleatoria que representa la carga permanente que aporta la pila a la cimentación se calcula como el producto del volumen del sólido y el peso volumétrico del material, para este caso de estudio el material es mampostería de tercera clase, junteada con mortero de cemento-arena 1:5, la expresión resultante de la variable es:

$$P.P._{Pila} = V_{Pila} P v_{Mamp.} \quad (4.48)$$

Peso propio de la zapata

En este caso para zapatas rectangulares, la expresión es bastante simple, sólo queda realizar el producto de la longitud, el ancho y el espesor de la zapata. La expresión resultante (4.49), es válida para el peso propio del elemento, ya que incluye el peso volumétrico del concreto reforzado:

$$P.P.Zapata = (B_z A_z) H_z (Pv_{Concr.}) \quad (4.49)$$

donde, H_z , es el espesor de la zapata de concreto.

4.2.3. Alcance del modelo de cargas

En el modelo de cargas vivas planteado en este trabajo se considera que no existen deformaciones excesivas en el chasis del vehículo propuesto y por lo tanto el problema puede ser simplificado con la formulación de un modelo de chasis que puede ser representado por una viga hiperestática que no contempla el efecto de la suspensión del vehículo. Se asume que las cargas del vehículo pueden ser representadas con una distribución de probabilidad lognormal en las que la carga que transporta el vehículo tiene un coeficiente de variación de 0.2 (valor propuesto por el autor, debido a que no se encontró información acerca de las cargas útiles en camiones); esto basado en el supuesto de que generalmente no se tiene un apego a las normas que rigen las cargas que habrán de transportar los camiones en la red federal libre de peaje.

En las expresiones para el cálculo de las cargas permanentes que serán transmitidas al terreno se considera que la geometría de cada elemento es un valor determinístico y como se mencionó en líneas superiores, los pesos volumétricos de los materiales son variables aleatorias, lo que deriva en concluir que las cargas muertas también serán variables aleatorias. Muchos investigadores sugieren que las cargas muertas pueden ser representadas por una distribución de probabilidad normal [16]. En la misma referencia se indica que por muchos años se ha tomado una relación entre la media de la carga y la carga nominal igual a uno, con un coeficiente de variación en un rango de 0.06 a 0.15.

4.3. Variables hidráulicas

Un río es una formación natural que colecta las aguas captadas en una cuenca y las transporta hasta el punto más bajo de la cuenca, conocido como desembocadura. La hidráulica fluvial es la encargada de analizar las variables hidráulicas en los ríos, algunas de los temas que se estudian son: gasto, tirante hidráulico, velocidad del flujo, entre otras.

En confiabilidad es necesario representar las variables de un fenómeno a través de distribuciones de probabilidad y sus respectivos parámetros. En hidráulica distintos autores a lo largo de los años han tratado de representar de la mejor manera posible las variables aleatorias en canales abiertos, sin embargo cada uno de estos autores difieren bastante en el uso de distribuciones probabilísticas que se ajusten a cada variable y difieren también en los coeficientes de variación que se han de emplear [7]. Para fines prácticos en este trabajo se hacen algunas suposiciones acerca del comportamiento probabilístico de cada variable en el río idealizado.

4.3.1. Caudal en el río

Una de las características importantes que se debe conocer de un río es la cantidad de agua que ha de pasar por una sección del cauce y con qué frecuencia se presentará. El caudal que se pueda presentar depende siempre de la hidrología de la cuenca, la morfología del río y las condiciones climáticas que pueden ser estacionarias o variantes.

De acuerdo con el cambio en la profundidad de flujo en un canal con respecto al tiempo se tienen clasificados dos tipos de flujo: permanente y no permanente. En un flujo permanente, el tirante hidráulico no cambia durante un intervalo de tiempo considerado, mientras que en el flujo no permanente, esta magnitud cambia considerablemente en el intervalo de tiempo [26].

Es muy estudiado en hidráulica de canales el flujo permanente; sin embargo, en estudios de avenidas o eventos hidrológicos extremos, el nivel del agua cambia respecto al tiempo y es necesario considerar flujo no permanente para su estudio.

Ahora, para cualquier flujo, el caudal Q que pasa en una sección de forma cualquiera siempre cumple con que:

$$Q = VA \quad (4.50)$$

donde V es la velocidad media del agua y A es el área de la sección transversal del flujo. A la expresión 4.50, se le denomina como ecuación de continuidad (cabe señalar que la ecuación de continuidad dada aquí es particular de hidráulica).

En un flujo que se considera continuo o permanente, el caudal es constante en todo el tramo analizado y el gasto es siempre el mismo en sus distintas secciones. Para el caso general de un canal con n -secciones, por la ecuación 4.50 de continuidad se cumple que:

$$Q = V_1A_1 = V_2A_2 = V_3A_3 = \dots = V_nA_n \quad (4.51)$$

Cuando se tiene el caso del flujo espacialmente variado o discontinuo, es decir, cuando el caudal de un flujo permanente no es uniforme a lo largo del canal, la ecuación 4.51 ya no resulta válida (algunos casos del flujo espacialmente variado o discontinuo son: cunetas en carreteras, vertederos de canal lateral, canales principales de riego, etc.). Para el desarrollo del modelo probabilístico mostrado en éste capítulo se asume un flujo continuo.

De acuerdo con el cambio en la profundidad del flujo con respecto al espacio, el flujo en canales abiertos se clasifica en:

1. Flujo uniforme: la profundidad del flujo es la misma en cada sección transversal del canal. Puede ser permanente o no permanente, según cambie o no la profundidad respecto al tiempo. El término "flujo uniforme" se utiliza casi siempre para referirse al flujo uniforme permanente;
2. Flujo variado: la profundidad de flujo cambia en la longitud del río o canal. Este puede ser permanente o no permanente. El término "flujo no permanente" se utiliza para referirse al flujo variado no permanente.

El flujo variado a su vez se clasifica en:

- Flujo rápidamente variado: la profundidad cambia en distancias cortas (por ejemplo, el salto hidráulico);
- Flujo gradualmente variado: la profundidad del flujo cambia de manera suave en distancias relativamente largas.

4.3.2. Velocidad media del flujo

Para obtener la velocidad media del flujo en canales abiertos se utiliza la fórmula propuesta por el ingeniero irlandés Robert Manning. Por la simplicidad de su forma y los resultados satisfactorios que arroja en aplicaciones prácticas, la ecuación de Manning se ha convertido en la más utilizada de todas las ecuaciones para flujo uniforme en canales abiertos.

$$V = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (4.52)$$

donde V es la velocidad media del flujo, R_h es el radio hidráulico de la sección, S es la pendiente de la línea de energía y n es el coeficiente de rugosidad, conocido también como n de Manning, que es dependiente del material con el que este revestido el canal.

4.3.3. Tirante hidráulico del canal

En canales abiertos, de acuerdo con el cambio en la profundidad de flujo y_1 , con respecto al tiempo, se tienen clasificados dos tipos de flujo:

- Flujo permanente: la profundidad de flujo y_1 , no cambia durante el intervalo de tiempo considerado;
- Flujo no permanente: la profundidad y_1 , si cambia con el tiempo.

Es profundamente estudiado en hidráulica de canales el flujo permanente; sin embargo como se ha mencionado, en estudios de avenidas o eventos hidrológicos extremos, es evidente que el nivel de flujo cambia respecto al tiempo y es necesario considerar flujo no permanente para su estudio.

Para la obtención de la altura del nivel del agua, se sustituye la ecuación de continuidad 4.50 en la ecuación 4.52, obteniendo la siguiente expresión:

$$Q = \frac{1}{n} A_h R_h^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (4.53)$$

en la que el área de un canal de sección trapezoidal, ver figura 4.8, esta dada por:

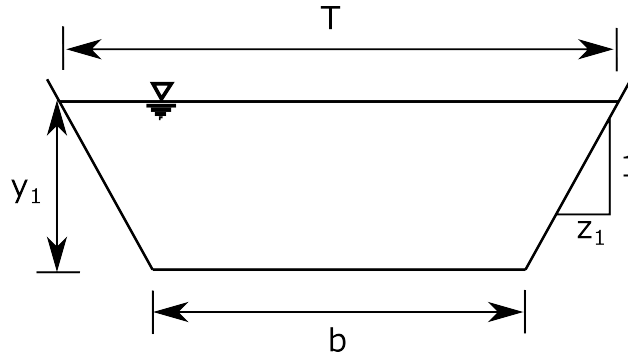


Figura 4.8: Sección transversal del canal

$$A_h = (b + z_1 y_1) y_1 \quad (4.54)$$

el perímetro mojado en la sección se calcula como:

$$P_m = b + 2y_1 \sqrt{1 + z_1^2} \quad (4.55)$$

Por lo tanto el radio hidráulico esta dado por:

$$R_h = \frac{A_h}{P_m} \quad (4.56)$$

Sustituyendo 4.54 y 4.55 en 4.56 se tiene que:

$$R_h = \frac{(b + z_1 y_1) y_1}{b + 2y_1 \sqrt{1 + z_1^2}} \quad (4.57)$$

Por último si se sustituyen las ecuaciones 4.54 y 4.57 en la ecuación 4.53 se obtiene la siguiente expresión:

$$Q = \frac{(b + z_1 y_1) y_1}{n} \left(\frac{(b + z_1 y_1) y_1}{b + 2y_1 \sqrt{1 + z_1^2}} \right)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (4.58)$$

La ecuación 4.58, ya es el modelo hidráulico, misma que debe resolverse para el tirante hidráulico y_1 . Por la complejidad de esta ecuación, no existe una solución directa, por lo que puede resolverse por tanteos o utilizando algún método numérico (para este trabajo se utilizó el método de Newton-Rapson de segundo orden).

4.3.4. Número de Froude

El número de Froude se define como una relación adimensional entre las fuerzas de inercia y de gravedad. Depende de la velocidad media del flujo, el tirante hidráulico del canal y la aceleración de la gravedad $g = 9,81 m/s^2$, el número de Froude Fr , es un indicador del régimen del flujo y tal coeficiente se obtiene como sigue:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g y_1}} \quad (4.59)$$

Un valor de $Fr > 1,0$, indica un régimen supercrítico, esto es característico en flujos de gran pendiente o ríos de montaña, y por consecuencia se presentan velocidades altas. Con un valor de $Fr < 1,0$ se presenta un régimen subcrítico, esto es un flujo con velocidad relativamente baja. Si $Fr = 1,0$ se dice que el flujo es crítico, y aunque solo es un estado teórico del cauce sirve para identificar un punto de transición entre los regímenes subcrítico y supercrítico. Una de sus características del régimen crítico es que la energía específica es mínima para un caudal dado.

4.3.5. Alcance del modelo

El modelo hidráulico fue generado con base en los principios fundamentales de hidráulica de ríos e hidráulica de canales abiertos. Se asume que el caudal del río puede ser representado con una distribución de probabilidad de valores extremos como puede ser Gumbel, a partir de las probabilidades de ocurrencia para un gasto máximo en el río, y por consiguiente una exposición mayor del puente a eventos extraordinarios.

Se asume también que el tirante máximo que puede presentarse es el de la altura del gálibo del puente, de otra manera el puente tendría un comportamiento hidráulico similar al de un gran orificio e incluso se correría el riesgo de en ese caso que se deslice la superestructura del puente.

Se menciona que por simplicidad en este marco teórico, la geometría del río fue idealizada como un canal trapecoidal en la que, el Q y S , son las variables aleatorias a partir de las cuales por simulación se obtuvieron las variables también de naturaleza aleatoria Fr , y_1 , V , R_h , A_h , T y P_m . Las variables b y z_1 , que representan las dimensiones de la sección del río inmediatamente aguas arriba han sido consideradas como determinísticas.

4.4. Socavación en pilas

En ingeniería civil la socavación se define como la remoción de material en el fondo del cauce y en la vecindad de pilas y estribos de puentes, como resultado de la acción erosiva causada por un flujo de agua. Cuando se habla de predecir la profundidad de socavación en puentes, encontramos que es un tema de suma complejidad debido a la incertidumbre que guardan las variables que intervienen en el proceso.

Las personas encargadas de participar en el diseño, construcción, inspección y mantenimiento de puentes deben tener profundo conocimiento de las condiciones que se presentan en el sitio donde se localiza el puente (geometría de los componentes del puente, profundidad de desplante, condiciones y parámetros hidráulicos del río, entre otros).

Las ecuaciones determinísticas usadas para calcular las profundidades de socavación general han sido desarrolladas a partir de datos empíricos de campo y experimentos de laboratorio bajo condiciones controladas. Una de las ecuaciones más usadas en Estados Unidos para estimar la socavación local en pilas es la desarrollada por la Universidad de Colorado obtenida a partir de datos experimentales [14].

4.4.1. Socavación local en pilas de puentes

Se conoce como socavación local al fenómeno erosivo que se presenta específicamente en los alrededores de la pila y la cimentación de un puente. Para el cálculo de la profundidad de socavación local mediante el uso de la ecuación desarrollada en la Universidad de Colorado, se deben tomar en consideración los siguientes componentes:

- Características del material d en el lecho del río (suelo cohesivo, granular o roca);
- Geometría de la pila y cimentación (ancho, longitud, forma de la nariz, etc.);
- Configuración del fondo del río (plano o con dunas);
- Características hidráulicas (tirante del cauce, pendiente, velocidad del fluido, ángulo de ataque del agua, etc).

La ecuación general dada en [14] para estimar la profundidad de la socavación local en pilas de puentes es:

$$D_s = 2,0K_1K_2K_3y_1 \left(\frac{b}{y_1} \right)^{0,65} Fr^{0,43} \quad (4.60)$$

donde D_s = es la profundidad de socavación ((m)), K_1 = es el factor de corrección de forma para la pila, K_2 = es el factor que considera el ángulo de ataque del flujo del río, K_3 = es el factor de forma por las condiciones del fondo del río o canal, b = ancho de la pila (m), y_1 = es la altura de tirante del río o canal en (m), Fr = corresponde al número de Froude $Fr = v/\sqrt{gy_1}$, V es la velocidad media del canal inmediatamente aguas arriba (m/s) y g = es la aceleración de la gravedad ($9,81m/s^2$).

Sin embargo, la ecuación 4.60, genera resultados conservadores, por lo que si se desea saber el nivel de seguridad que tiene la pila, esta no sería la ecuación más adecuada, puesto que incluye factores de seguridad que no se conocen con certeza [6].

En la misma referencia [6], se muestra una ecuación que resulta más conveniente para la estimación de la profundidad de socavación local en pilas y que esta misma puede ser utilizada para el modelo probabilístico, nótese que tiene la misma forma de la ecuación 4.60, que para eliminar los factores de seguridad implícitos fue calibrado por investigadores:

$$D_s = 2,02K_1K_2y_1 \left(\frac{b.pila}{y_1} \right)^{0,98} Fr^{0,21}\sigma^{-0,24} \quad (4.61)$$

donde σ es la graduación del sedimento, (d_{84}/d_{50}), si el sedimento es uniforme entonces $\sigma = 1,0$. La calibración de la ecuación 4.61 fue realizada con datos experimentales obtenidos en el laboratorio de la Universidad de Auckland, en los que se incluyeron datos de la graduación de sedimento [6].

La figura 4.9, muestra las formas más usuales para pilas de puentes y alcantarillas, y en el cuadro 4.1 se puede obtener el valor del coeficiente K_1 , según la forma de nariz de la pila, como la forma de la pila no varía en ningún momento, K_1 es asumido determinístico.

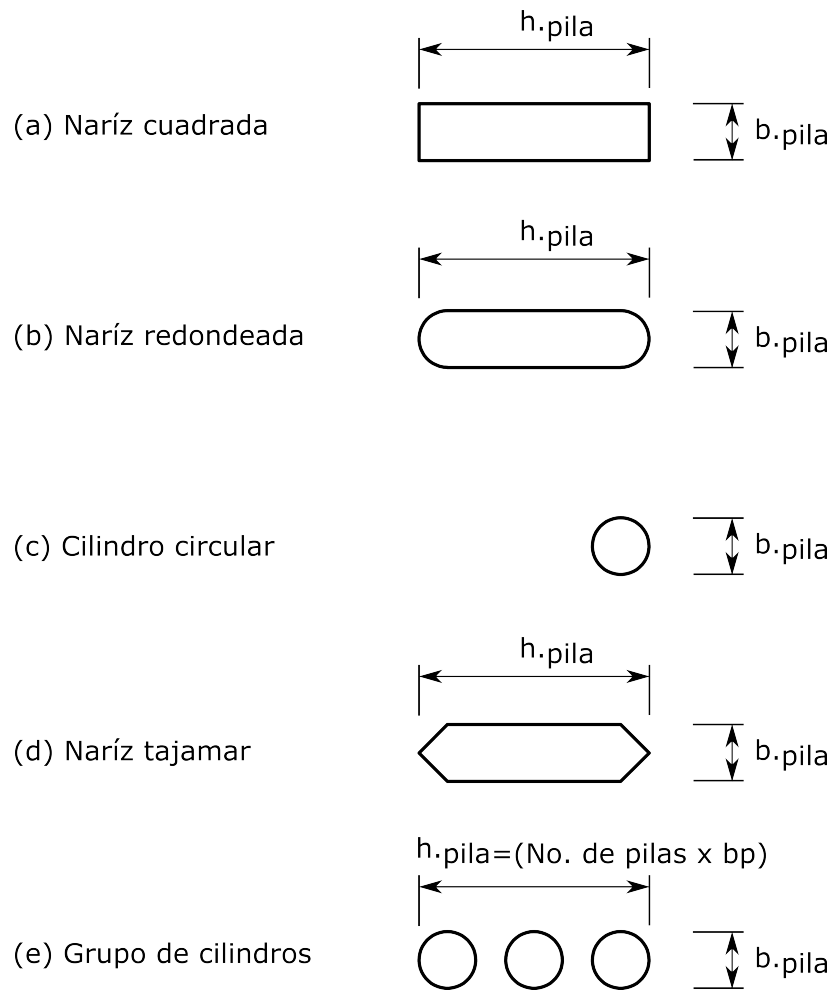


Figura 4.9: Diferentes formas de la naríz en pilas de puentes [14]

Tabla 4.1: Factor de corrección K_1 , para distintas formas de pila [14]

Forma de naríz en pilas	K_1
(a) Naríz cuadrada	1.1
(b) Naríz redondeada	1.0
(c) Cilindro circular	1.0
(d) Naríz tajamar	0.9
(e) Grupo de cilindros	1.0

Para un óptimo desempeño hidráulico, las pilas de un puente deben estar alineadas con el flujo de manera que el ángulo de ataque del agua sea cero. Sin embargo, por cuestiones no planeadas sucede eventualmente que la dirección de la corriente varía. Esta posibilidad debe ser tomada en cuenta para el diseño y en la revisión del funcionamiento hidráulico de la estructura una vez construida. El aporte del ángulo de ataque en el cálculo de la socavación local en

pilas suele ser considerablemente grande y ha sido estudiada experimentalmente. Cabe destacar que en pilas circulares, la consideración del ángulo de ataque puede no ser tomada en cuenta, ya que el área proyectada en la dirección del flujo no varía.

Para tomar en cuenta la influencia del ángulo de ataque en el cálculo de la socavación local de una pila, se incluye el factor de corrección K_2 , este factor se calcula con la ecuación 4.62 obtenida de la referencia [14].

$$K_2 = \left(\cos \Theta + \frac{h.pila}{b.pila} \sin \Theta \right)^{0,65} \quad (4.62)$$

donde $h.pila$ es la longitud de la sección transversal de la pila, $b.pila$ es el ancho de la sección transversal de la pila y Θ es el ángulo de ataque del flujo sobre la pila medido en grados. Donde $h.pila$ y $b.pila$, son variables determinísticas.

En la ecuación 4.62, si la relación $h.pila/b.pila$ es mayor que 12, se utiliza $h.pila/b.pila = 12$ [14].

En el caso particular de este estudio, la pila del puente en cuestión es con tajamar, pero de sección variable. En la referencia [14], no se mencionan ecuaciones para pilas con sección variable. La ecuación 4.61 no puede ser utilizada directamente ya que en ella la variable $b.pila$ que se refiere al ancho de la pila, para un tirante dado sería diferente tanto en el fondo del cauce como en la superficie del agua. Por simplicidad y por la variación lineal del talud de la pila en este trabajo se propone calcular el ancho equivalente y la longitud equivalente, esto lleva a modificar nuevamente la ecuación 4.61 y la ecuación 4.64.

$$D_S = 2,02K_1K_2y_1 \left(\frac{b_{Equivalente}}{y_1} \right)^{0,98} Fr^{0,21} \sigma^{-0,24} \quad (4.63)$$

y la ecuación 4.62 se modifica por:

$$K_2 = \left(\cos \Theta + \frac{h_{Equivalente}}{b_{Equivalente}} \sin \Theta \right)^{0,65} \quad (4.64)$$

En la figura 4.10, se puede observar con mayor detalle como se obtienen las dimensiones equivalentes para cada tirante en una pila de sección variable.

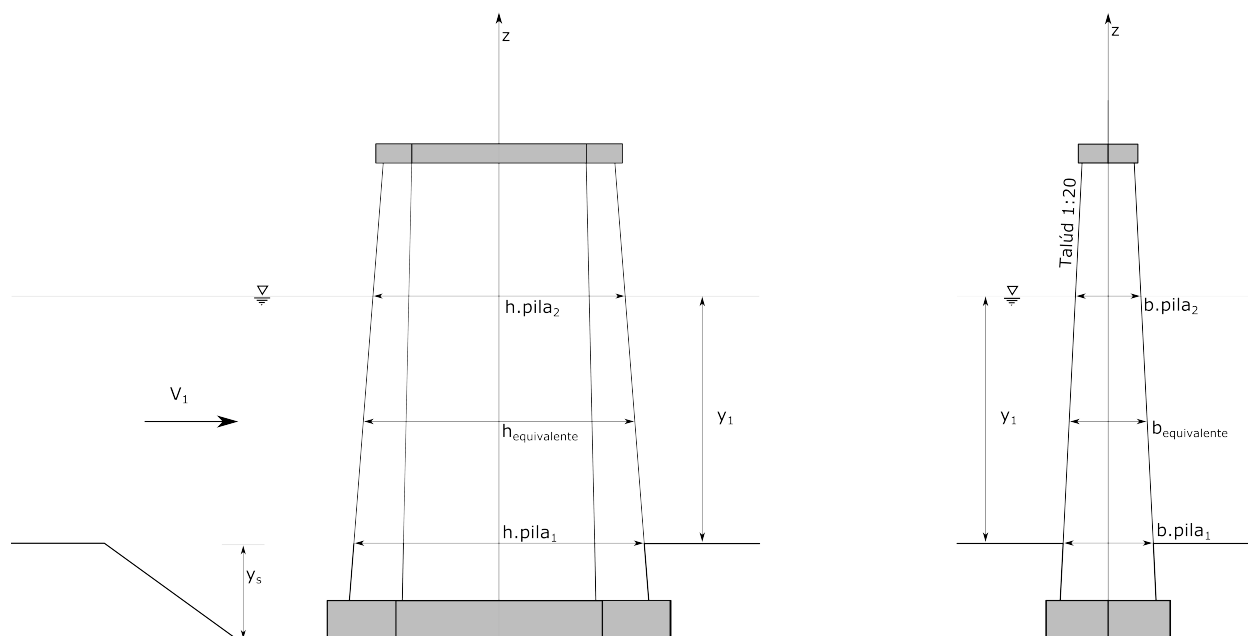


Figura 4.10: Geometría de pila con tajar sección transversal variable

4.5. Subpresión en la cimentación y pila

Para elementos que se encuentran sumergidos en líquidos es necesario considerar el empuje debido a la subpresión, ya que como es de suponerse afecta a la estabilidad de la pila al realizar la suma vectorial de fuerzas.

Las fuerzas ocasionadas por la subpresión generan un empuje vertical que hace que el cuerpo sumergido tienda a flotar, por lo que se considera que la resultante de esta fuerza está aplicada en el baricentro de la zapata [39].

La magnitud de la fuerza para este caso se obtiene al realizar el producto del volumen del sólido que está bajo la superficie del agua, por la densidad del agua y por un coeficiente de flotación.

Entonces si la ecuación 4.46 representa el área de la pila en función de la distancia vertical, la expresión para calcular esta fuerza queda definida de la siguiente manera:

$$S_{Pila} = \left((BHh.pila) + \int_0^{y_1} A(z)dz \right) \rho C_f \quad (4.65)$$

donde y_1 es el tirante hidráulico, ρ es la densidad del agua en kg/m^3 , C_f es un coeficiente de flotación, H es la longitud de la zapata, B es el ancho de la zapata y $h.pila$ es el espesor de la zapata.

4.5.1. Alcance del modelo

Además de las ecuaciones para predecir la socavación local en pilas, también hay fórmulas para estimar socavación en estribos de puentes y socavación por contracción de la sección del cauce, cabe mencionar que en esta tesis sólo se incluyen las correspondientes a socavación local en pilas para puentes sin efectos de oleaje.

En la referencia [14], se menciona que los distintos fenómenos de socavación ya sean general o local de cada elemento del puente ocurren de manera independiente, por lo que se justifica que se pueda evaluar la socavación local de manera aislada.

Se supone en este trabajo que la el tirante del agua sólo puede llegar a una altura inferior a la de la parte más baja de la superestructura, de otra manera el problema de la socavación se torna complejo. La razón de esta suposición radica principalmente en que existe contracción horizontal y vertical, por lo tanto el flujo ahora es a presión, lo que obligaría a tratarlo como flujo en un gran orificio [14]. En tal caso también sería necesario considerar el efecto de la sumersión de la superestructura y el empuje lateral del flujo sobre ella.

4.6. Estabilidad de la pila con socavación y cargas de servicio

La cimentación es el elemento estructural que permite transmitir de forma adecuada las cargas que soporta una estructura al suelo subyacente, de modo que no rebase la capacidad portante del suelo, y que las deformaciones producidas en éste sean admisibles para la estructura misma.

En este caso, el puente está soportado por zapatas aisladas como elemento de sustentación, el uso de una cimentación directa por medio de zapatas está limitado y se emplea cuando el suelo tiene una capacidad de carga media o alta en relación con las cargas esparadas, y además cuando este último es lo suficientemente homogéneo [39].

Para un desempeño adecuado de la cimentación habrá que tener en cuenta las características geotécnicas del suelo y además que sus dimensiones sean las correctas, de modo que sea suficientemente resistente ante los eventos hidráulicos y el resto de cargas a las que estará expuesta la pila del puente, en este trabajo se revisó el modelo, asumiendo tres posibles tipos de falla: por capacidad de carga, volteo y deslizamiento.

4.6.1. Capacidad de carga

Además de las cargas verticales a las que estará sometida la zapata de un puente a lo largo de su ciclo de vida, existen también la presencia de momentos, causados ya sea por excentricidad de las cargas verticales o por los efectos de fuerzas horizontales como pueden ser: el empuje del agua, carga viva, viento, sismo, etc. En estos casos la distribución de presiones en la base de la cimentación sobre el suelo no es uniforme, ver [24], por lo que para la revisión de la capacidad de carga, deben tomarse en cuenta la magnitud de las fuerzas y la geometría de la zapata.

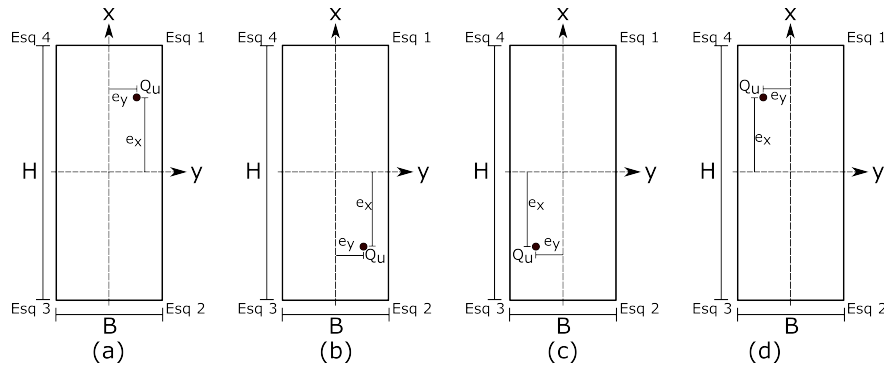
El área efectiva de apoyo en la cimentación del puente depende entonces de Q_{ult} , momentos en dos direcciones ortogonales M_x y M_y y los momentos de inercia en cada dirección I_{xx} e I_{yy} . Los momentos en ambas direcciones, pueden también ser transformados en una carga equivalente multiplicada por una excentricidad, las expresiones 4.66 y 4.67, muestran el cálculo de la excentricidad en ambos sentidos:

$$e_x = \frac{M_x}{Q_{Ult}} \quad (4.66)$$

$$e_y = \frac{M_y}{Q_{Ult}} \quad (4.67)$$

Si $e_x \leq H/6$ y $e_y \leq B/6$, se dice que las cargas están aplicadas en el núcleo de la zapata, por lo que el área de efectiva de apoyo es la misma que la de la zapata, esto decir, no se reduce. Por el contrario, cuando $e_x \geq H/6$ y $e_y \geq B/6$, el área efectiva de contacto se reduce, dependiendo de la magnitud de cada momento, ver [28].

Para la finalidad de encontrar las áreas efectivas sobre las cuales se evaluará la capacidad de carga, se obtienen los esfuerzos en cada esquina de la cimentación. En la figura 4.11 se muestran cuatro posibles cuadrantes, en los cuales puede estar ubicada la resultante de la variable Q_{ult} , de acuerdo con los ejes coordenados propuestos.

Figura 4.11: Resultante de la variable aleatoria Q_{ult}

Caso 1. Si la resultante de la carga excéntrica esta en el primer cuadrante, ver inciso a) figura 4.11, los esfuerzos en cada esquina están dados por:

$$\sigma_{Esq1} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.68)$$

$$\sigma_{Esq2} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.69)$$

$$\sigma_{Esq3} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.70)$$

$$\sigma_{Esq4} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.71)$$

Caso 2. Si la resultante de la carga excéntrica esta en el segundo cuadrante, ver inciso b) figura 4.11, los esfuerzos en cada esquina están dados por:

$$\sigma_{Esq1} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.72)$$

$$\sigma_{Esq2} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.73)$$

$$\sigma_{Esq3} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.74)$$

$$\sigma_{Esq4} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.75)$$

Caso 3. Si la resultante de la carga excéntrica esta en el tercer cuadrante, ver inciso c) figura 4.11, los esfuerzos en cada esquina estarán dados por:

$$\sigma_{Esq1} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.76)$$

$$\sigma_{Esq2} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.77)$$

$$\sigma_{Esq3} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.78)$$

$$\sigma_{Esq4} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.79)$$

Caso 4. Si la resultante de la carga excéntrica esta en el cuarto cuadrante, ver inciso d) figura 4.11, los esfuerzos en cada esquina están dados por:

$$\sigma_{Esq1} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.80)$$

$$\sigma_{Esq2} = \frac{Q_{ult}}{A} - \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.81)$$

$$\sigma_{Esq3} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} - \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.82)$$

$$\sigma_{Esq4} = \frac{Q_{ult}}{A} + \frac{M_x B}{2I_{xx}} + \frac{M_y H}{2I_{yy}} \quad (4.83)$$

Para los cuatro casos anteriores, correspondientes a una zapata rectangular se tiene que:
El área de la zapata es:

$$A = BH \quad (4.84)$$

Los momentos de inercia son:

$$I_{xx} = \frac{B^3 H}{12} \quad (4.85)$$

$$I_{yy} = \frac{BH^3}{12} \quad (4.86)$$

Si el esfuerzo en las cuatro esquinas es positivo, se utiliza la convención de que las cuatro esquinas están en compresión, por lo que la zapata estaría apoyada en la totalidad de su superficie. Si los esfuerzos son negativos, teóricamente por la convención utilizada, se tendría que decir que el suelo esta en tensión, como el suelo no puede tomar fuerzas de tensión, entonces habrá una separación entre la cimentación y el suelo de soporte [24].

Como se desea obtener la carga última Q_u que puede soportar el terreno, entonces su magnitud se calcula con la siguiente expresión:

$$Q_u = q_u A_e \quad (4.87)$$

donde q_u , es el esfuerzo último que soporta el suelo y A_e es el área efectiva de soporte en el suelo.

Asumiendo una variación lineal del esfuerzo en el suelo, las longitudes de apoyo en esquinas para las cuales existe cambio de signo se calculan como sigue, ver figura 4.12:

$$H_1 = \frac{H \sigma_{Esq.j}}{\sigma_{Esq.i} + \sigma_{Esq.j}} \quad (4.88)$$

$$B_1 = \frac{B \sigma_{Esq.l}}{\sigma_{Esq.k} + \sigma_{Esq.l}} \quad (4.89)$$

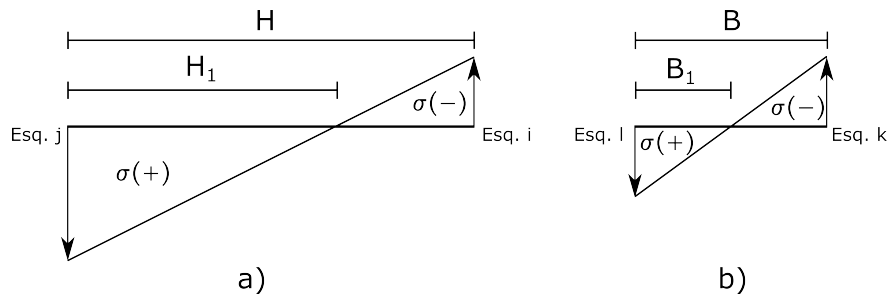


Figura 4.12: Cálculo de longitud de apoyo en cada lado de la zapata

En los casos en los que dos de los lados cortos o largos haya compresión y tensión, las longitudes de apoyo se calculan de manera similar con las ecuaciones 4.88 y 4.89. La longitud mayor en los lados largos es H_1 , la longitud menor es H_2 , de manera análoga B_1 , es la longitud mayor y B_2 la dimensión menor.

Revisando las posibles combinaciones de esfuerzos en esquinas de la zapata, se observa que existen 17 posibles casos de la forma del área efectiva A_e . En este trabajo se agrupan en cinco probables casos generales, ver figuras: 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17

Caso I. En el caso de que los esfuerzos en las cuatro esquinas son positivos; esto es que están a compresión, el área efectiva A_e es la misma que el área de la zapata, ver figura 4.13, entonces:

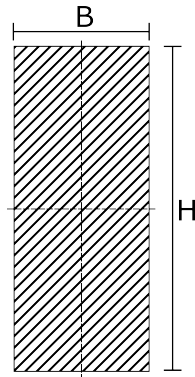
$$A_e = BH \quad (4.90)$$

La longitud efectiva será:

$$H_e = H \quad (4.91)$$

El ancho efectivo está dado por:

$$B_e = B \quad (4.92)$$



(1)

Figura 4.13: Caso 1. Compresión en las cuatro esquinas

Caso II. Cuando ocurre que tres esquinas están en tensión y una en compresión, surgen 4 sub-casos, estos se muestran en la figura 4.14.

Aquí, el área efectiva se calcula de la siguiente forma:

$$A_e = \frac{1}{2} B_1 H_1 \quad (4.93)$$

La longitud efectiva en este caso es la mayor de las dimensiones, es decir:

$$H_e = H_1 \text{ ó } B_1 \text{ (la que resulte mayor)} \quad (4.94)$$

Por consiguiente es:

$$B_e = \frac{A_e}{H_e} \quad (4.95)$$

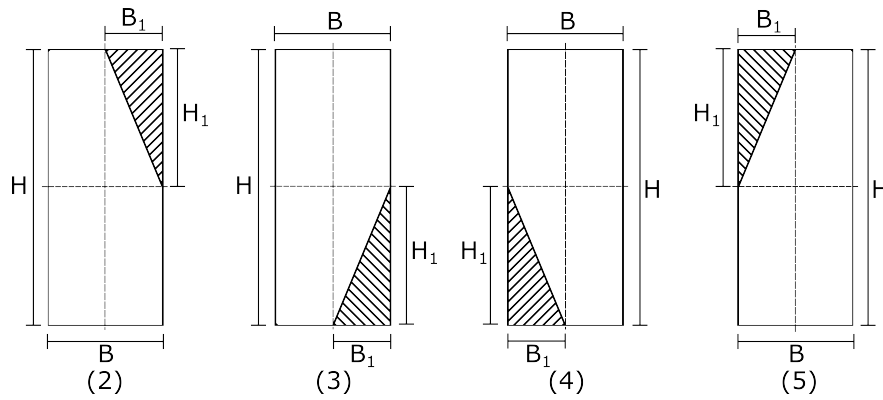


Figura 4.14: Caso 2, 3, 4 y 5. Compresión en una esquina y tensión en tres esquinas

Caso III. Pare el caso en el que el momento M_y predomina, se tienen dos esquinas en compresión y dos en tensión, como se puede observar en el croquis 4.15. Existen también 4 sub-casos, caso 6-9.

El área A_e , se obtiene con:

$$A_e = \frac{1}{2}(H_1 + H_2)B \quad (4.96)$$

La longitud efectiva, es:

$$H_e = H_1 \quad (4.97)$$

El ancho efectivo, entonces será:

$$B_e = \frac{A_e}{H_1} \quad (4.98)$$

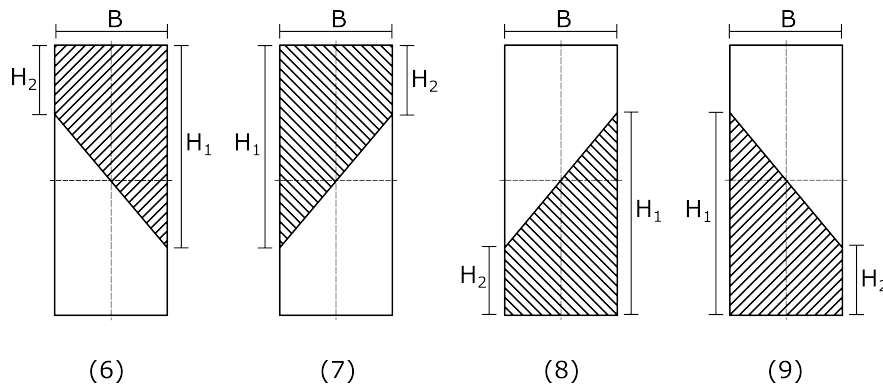


Figura 4.15: Caso 6, 7, 8 y 9. Dos esquinas en compresión y dos en tensión

Caso IV. Si el momento predominante es M_x , también se tendrán dos esquinas en compresión y dos en tensión, como se aprecia en la figura 4.16

La expresión para el cálculo de A_e es:

$$A_e = \frac{1}{2}(B_1 + B_2)H \quad (4.99)$$

La longitud efectiva es:

$$H_e = H \quad (4.100)$$

Y el ancho efectivo B_e , se obtiene con la ecuación dada a continuación:

$$B_e = \frac{A_e}{H} \quad (4.101)$$

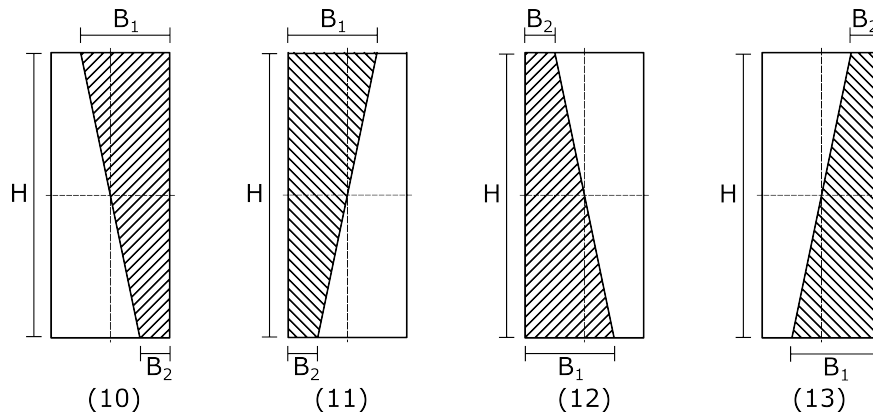


Figura 4.16: Caso 10, 11, 12 y 13. Dos esquinas en compresión y dos en tensión

Caso V, por último se tiene el caso que se ilustra en la figura 4.17, en el que se presentan tres esquinas en compresión y una en tensión, para el cual también se tienen 4 sub-casos:

Para obtener el área A_e , se aplica la expresión:

$$A_e = H_2B + \frac{1}{2}(B + B_2)(H - H_2) \quad (4.102)$$

La longitud efectiva es:

$$H_e = H \quad (4.103)$$

El ancho efectivo esta dado por:

$$B_e = \frac{A_e}{H} \quad (4.104)$$

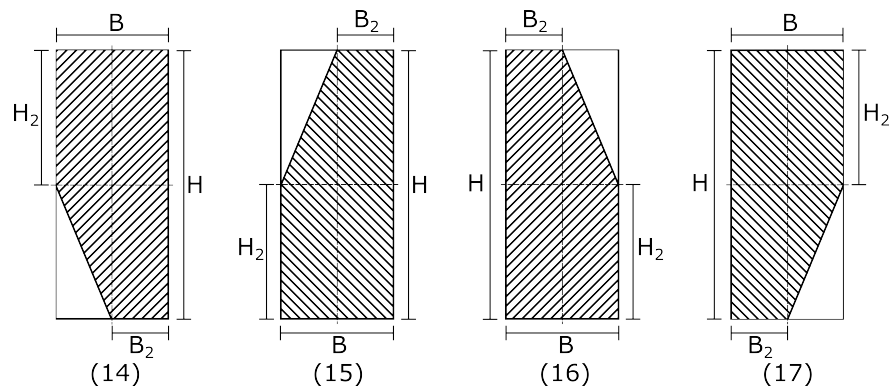


Figura 4.17: Caso 14, 15, 16 y 17. Tres esquinas en compresión y una en tensión

Factores de la capacidad de carga

Obtenidos a partir de estudios realizados en laboratorio y en la práctica [24], estos factores se pueden obtener conociendo el ángulo de fricción del suelo ϕ , los factores a utilizar en la ecuación de capacidad de carga son:

$$N_q = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) e^{\pi \tan \phi} \quad (4.105)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (4.106)$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi \quad (4.107)$$

Factores de forma

Para tomar en cuenta la geometría de la cimentación, se tienen las siguientes expresiones, mismas que toman en cuenta las dimensiones efectivas de la zapata:

$$F_{cs} = 1 + \frac{B_e N_q}{H_e N_c} \quad (4.108)$$

$$F_{qs} = 1 + \frac{B_e}{H_e} \tan \phi \quad (4.109)$$

$$F_{\gamma s} = 1 - 0,40 \frac{B_e}{H_e} \quad (4.110)$$

Factores de profundidad

Para considerar el efecto que tiene la profundidad de desplante de la zapata D en la capacidad de carga, se utilizan los siguientes factores:

Si $\frac{D}{B} \leq 1,0$, entonces:

$$F_{cd} = 1 + 0,40 \frac{D}{B} \quad (4.111)$$

$$F_{qd} = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \frac{D}{B} \quad (4.112)$$

$$F_{\gamma d} = 1,0 \quad (4.113)$$

Si $\frac{D}{B} > 1,0$, entonces:

$$F_{cd} = 1 + 0,40 \tan^{-1} \left(\frac{D}{B} \right) \quad (4.114)$$

$$F_{qd} = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \tan^{-1} \left(\frac{D}{B} \right) \quad (4.115)$$

$$F_{\gamma d} = 1,0 \quad (4.116)$$

En ambos casos $\tan^{-1} \left(\frac{D}{B} \right)$, está dado en radianes, para las ecuaciones 4.114 y 4.115.

Factores de inclinación

Si se desea considerar el ángulo de la zapata respecto a un eje vertical β , se estiman los factores asociados con las ecuaciones siguientes:

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta^\circ}{90^\circ} \right)^2 \quad (4.117)$$

$$F_{\gamma i} = F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\phi} \right)^2 \quad (4.118)$$

Ecuación general de la capacidad de carga

Para cualquier tipo de cimentación, y considerando todos los factores de forma, profundidad e inclinación, se utiliza la ecuación de Meyerhof, Ec. 4.119, referencia [24].

$$q_u = cN_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} + qN_q F_{qs} F_{qd} F_{qi} + \frac{1}{2} \gamma B_e N_\gamma F_{\gamma s} F_{\gamma d} F_{\gamma i} \quad (4.119)$$

donde c es la cohesión, q es el esfuerzo efectivo al nivel de desplante, γ es el peso específico del suelo, B_e el ancho efectivo de la cimentación.

F_{cs} , F_{qs} y $F_{\gamma s}$ son factores de forma. F_{cd} , F_{qd} , $F_{\gamma d}$ son factores de profundidad; F_{ci} , F_{qi} , $F_{\gamma i}$ son factores que toman en cuenta la inclinación de la carga; N_c , N_q , N_γ son factores de capacidad de carga.

En ríos, el nivel freático debe ser considerado, por lo que la ecuación de capacidad de carga y algunos factores deben ser modificados, el motivo es que en la Ec.4.119, el nivel de freático es considerado muy por debajo de la zapata:

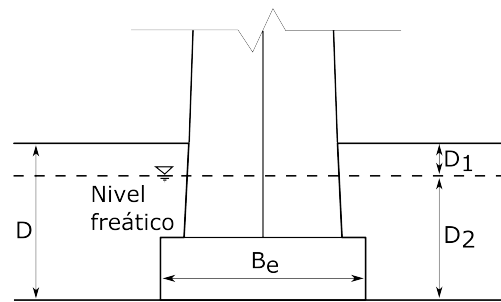


Figura 4.18: Modificación de la ecuación de capacidad de carga por nivel freático

La sobrecarga efectiva q se debe modificar por la Ec. 4.120:

$$q = D_1\gamma + D_2(\gamma_{sat} - \gamma_w) \quad (4.120)$$

donde γ_{sat} es el peso específico saturado del suelo y γ_w es el peso específico del agua. El término γ debe ser reemplazado por:

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w \quad (4.121)$$

Entonces la ecuación 4.119 queda de la siguiente manera:

$$q_u = cN_cF_{cs}F_{cd}F_{ci} + qN_qF_{qs}F_{qd}F_{qi} + \frac{1}{2}\gamma' B_e N_\gamma F_{\gamma s} F_{\gamma d} F_{\gamma i} \quad (4.122)$$

Como se desea obtener la carga última que soporta el suelo, se sustituye q_u de la ecuación 4.122, en la expresión 4.87.

$$Q_r = q_u A_e \quad (4.123)$$

Formulación de las ecuaciones de estado límite

Para la evaluar la seguridad de la pila por capacidad de carga se proponen las expresiones 4.124, 4.125, 4.126, 4.127 y 4.128, en las se evalúa la posibilidad en que el factor de seguridad por capacidad de carga de la cimentación este dado entre los siguientes intervalos:

$$0,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \leq 1,0 \quad (4.124)$$

$$1,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \leq 4,0 \quad (4.125)$$

$$4,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \leq 10,0 \quad (4.126)$$

$$10,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \leq 16,0 \quad (4.127)$$

$$16,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \leq 22,0 \quad (4.128)$$

$$22,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \leq 28,0 \quad (4.129)$$

$$28,0 \leq \frac{Q_r}{Q_a} \quad (4.130)$$

Los intervalos son propuestos por el autor considerando que no hay reglamentos que contemplen factores de seguridad relativamente altos en el diseño. En algunos casos solo se indica que el puente estará seguro siempre y cuando Q_r sea superior a Q_a . Como se desconoce los niveles de seguridad en los que se puede encontrar la cimentación, se opto por tomar los ya mencionados y tratar de cubrir todos los casos posibles.

4.6.2. Volteo

Una revisión que forzosamente debe efectuarse en cimentaciones superficiales sometidas a momentos y fuerzas horizontales es la seguridad que guarda el elemento de apoyo al volteo. El problema se reduce a comprobar que el llamado momento de volteo sea menor al momento estabilizador, para ello se calcula el valor de la resultante del momento actuante con respecto al punto con el cual se espera que rote la zapata. El peso del suelo que está sobre la zapata, tiene un efecto estabilizador y el considerarlo mejora la estabilidad del elemento [39].

Quien controla el volteo de una cimentación superficial no son propiamente las características del suelo, las fuerzas restauradoras o estabilizadoras dependen de la suma vectorial de las fuerzas verticales, la geometría de la zapata y el peso del suelo de relleno.

En seguida se explica como se calcularon los momentos actuantes y resistentes que describen la estabilidad de la pila del puente con cimentación superficial.

Momento actuante en la cimentación

El momento actuante en la pila de un puente sujeto a efectos de socavación, fuerzas horizontales y carga viva esta dado de manera general de la siguiente manera:

$$M_a = M_h \pm M_{cv} \quad (4.131)$$

donde M_h es el momento debido al empuje del flujo sobre la pila del puente y M_{cv} , es el momento ocasionado por el efecto de la carga viva sobre el puente.

Momento debido al empuje del agua

Uno de los efectos desfavorables que causa la socavación en pilas es el incremento del área de exposición del elemento estructural al flujo del agua, presentandose incremento de las fuerzas horizontales y por consecuencia del momento de volteo [15].

Además cuando existe socavación en pilas, el coeficiente de arrastre no es un valor constante, en modelos experimentales de laboratorio se ha demostrado esta variación [34]. Las características de el coeficiente dependerán ahora de

la relación y_1/b_{eq} (tirante hidráulico y ancho equivalente) y de D_s/b_{eq} (profundidad de socavación y el ancho equivalente de la pila). En la figura 4.19 se observa que para diferentes profundidades de socavación se presentan curvas de la tendencia que el coeficiente de arrastre sigue.

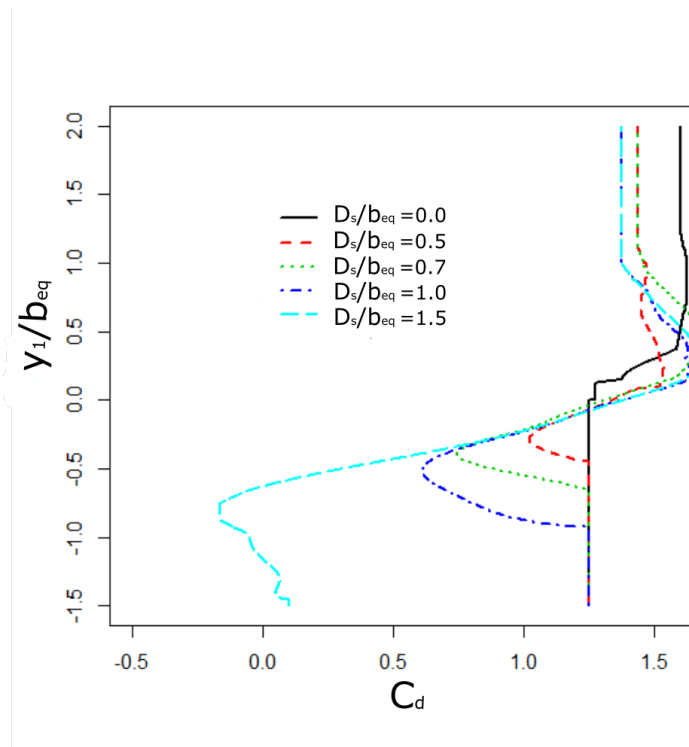


Figura 4.19: Coeficiente de arrastre para distintas profundidades de socavación (obtenida de [34])

Como se puede menciona en la referencia [34], se presentan valores del coeficiente de arrastre únicamente para: D_s/b_{eq} de 0.0, 0.5, 0.7, 1.0 y 1.5, para relaciones diferentes a las mostradas se realizó una interpolación a partir de las curva inmediata anterior e inmediata superior al valor de D_s/b_{eq} .

En lo que respecta para la relación y_1/b_{eq} , la figura 4.19 muestra valores desde -1.5 a 2.0, para valores superiores a 2.0 el C_d no varía para cada una de las relaciones geométricas de pila D_s/b_{eq} , se observa que para valores superiores a la unidad el valor de C_d tiende a tomar un valor constante.

Para la evaluar con mejor precisión el momento de volteo en la pila producto del empuje del agua, se propone subdividir el área proyectada de la pila en una serie de n -intervalos con forma trapezoidal, lo anterior es para asignar una fuerza de empuje equivalente que tome en cuenta la variación del coeficiente de arrastre C_D , la profundidad de socavación D_s , el ancho equivalente del trapecio b_{eq} y el tirante hidráulico y_1 . Se propone la ecuación 4.132 que describe el momento de volteo:

$$M_h = \sum_{i=1}^n F_i(D_i) \quad (4.132)$$

donde n es el número de intervalos en los se divide la pila, F_i es la i -ésima fuerza sobre el i -ésimo trapecio y (D_i) es la longitud del brazo desde la base de la zapata hasta el centroide del área donde se aplica la fuerza. La magnitud

de la fuerza se obtiene tiene con la ecuación 4.133 y la longitud del brazo con 4.134.

$$F_i = C_{D_i}(0,5\rho V^2 A_i) \quad (4.133)$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre, ρ es el peso volumétrico del agua ($1000 \frac{kg}{m^3}$), V es la velocidad media del agua, A_i es la i -ésima área proyectada de la pila expuesta al flujo y C_{D_i} es el valor de coeficiente de arrastre para cada intervalo de la pila.

Así el brazo para cada área producto de la discretización de la pila esta dado por la expresión siguiente:

$$D_i = D_s + ((i - 1)\Delta + d_i) \quad (4.134)$$

con $i = 1, 2, 3, \dots, n$, donde n es el número de intervalos en los que se divide la pila, D_s es la profundidad de socavación, Δ es la altura de cada intervalo en la discretización.

La fórmula para calcular la i -ésima área proyectada es de la siguiente manera:

$$A_i = (B_i + B_{i+1}) \frac{\Delta}{2} \quad (4.135)$$

donde, B_i es el tamaño de la base mayor del trapecio y B_{i+1} es la base menor.

Por ser una geometría relativamente sencilla, el centroide d_i de cada trapecio es calculado por la expresión 4.136:

$$d_i = \frac{\Delta(B_i + 2(B_{i+1}))}{3(B_i + (B_{i+1}))} \quad (4.136)$$

En la figura 4.20, se puede observar con más detalle la discretización de la pila y las variables descritas con anterioridad.

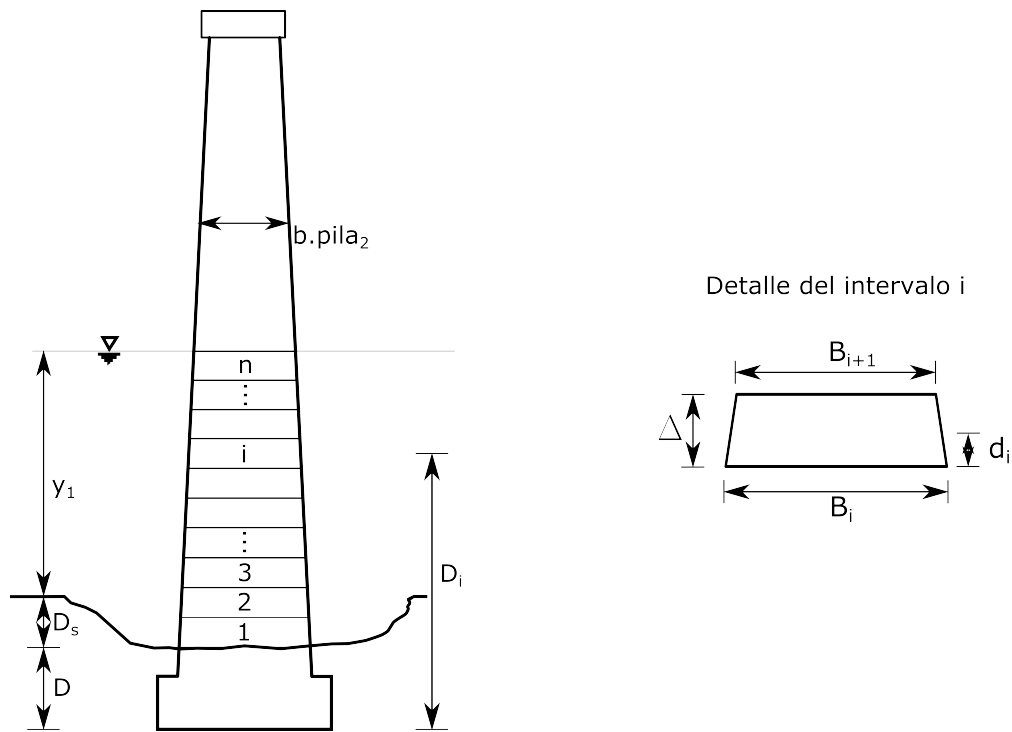


Figura 4.20: Discretización de la pila en n-partes

Momento debido a carga viva

En cada pila del puente se apoyan dos losas las cuales transmiten la carga viva de los carriles i y j , cada extremo de losa contribuye con dos fuerzas Z_i y Z_j . En la figura 4.21 se muestra una típica sección transversal de losa con las cargas de cada carril.

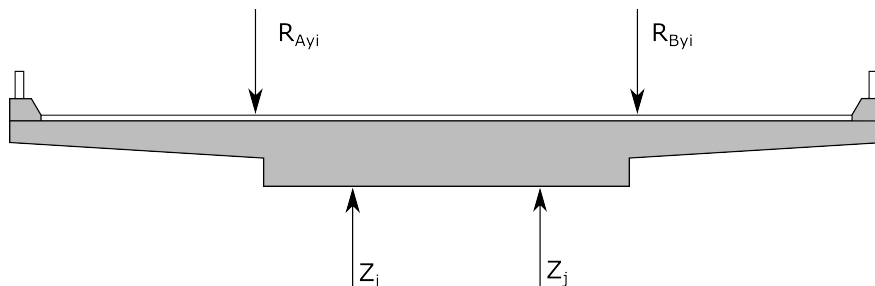


Figura 4.21: Ilustración de la carga viva en una losa y a su transmisión a la subestructura

Como las cargas vivas son aleatorias y no se sabe con certeza su magnitud ni la posición en que ocurrirán, es necesario estimar los valores que tomarán y la posición de cada una con una idealización. En la figura 4.22 se presenta el diagrama de cuerpo libre de la sección transversal de una losa, aplicando las tres ecuaciones de equilibrio de la estática se puede conocer el valor de las reacciones Z_i y Z_j .

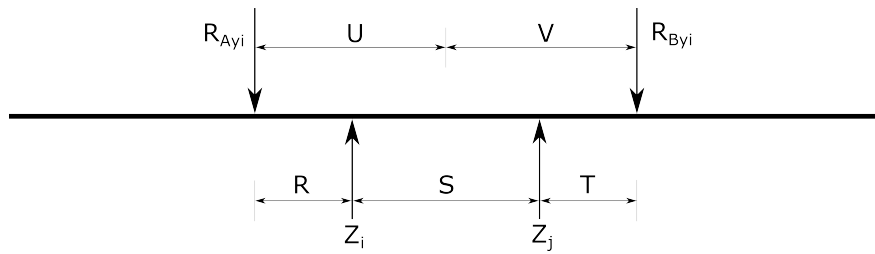


Figura 4.22: Diagrama de fuerzas que se transmiten a la subestructura

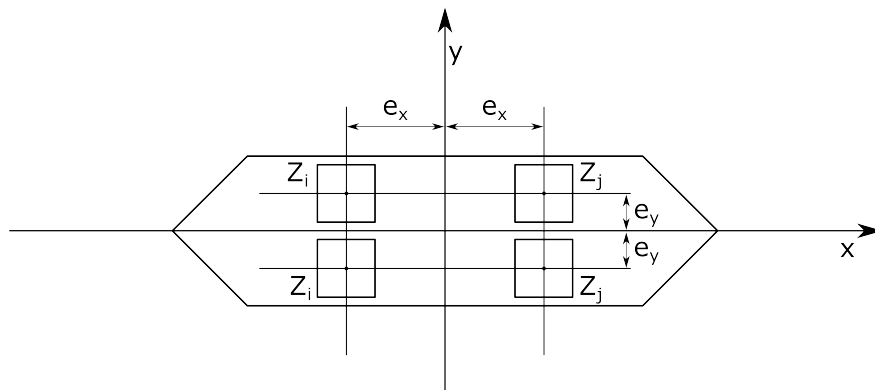


Figura 4.23: Diagrama de fuerzas que se transmiten a la subestructura

En este modelo la variable S permanecerá constante, esto porque es la distancia entre centroides de los apoyos de neopreno y se considera que estos no se mueven significativamente, por lo tanto Z_i y Z_j solo tendrán variación en magnitud pero no en su ubicación. Las variables R_{ayi} y R_{byi} son las resultantes de la reacción en el apoyo para cada carril, estas cargas varían en magnitud y también en su posición, esto dado que los usuarios no siempre conducen el vehículo al centro de la banda de circulación, por lo que U y V son variables aleatorias que representan la distancia del centro de la sección a R_{ayi} y R_{byi} respectivamente y se supone en este trabajo que se comportan como distribuidas uniformemente. Las variables R y T tendrán por lo tanto distribución uniforme y modelan la distancia de la resultante de carga viva al centro de cada apoyo de neopreno.

Para puentes de más de dos claros, cada pila soporta dos losas por lo que se tienen cuatro reacciones debido a carga viva: R_{ay1} , R_{by1} , R_{ay2} y R_{by2} que como se ha explicado varían tanto en magnitud como en posición, en consecuencia se tendrán también las cargas Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4 actuando en el centroide de cada uno de los cuatro apoyos de neopreno de la pila (con variación en solo en magnitud). En la figura 4.24 se puede ver un esquema de las fuerzas externas ocasionadas por carga viva y el efecto que ocasionarán en la pila.

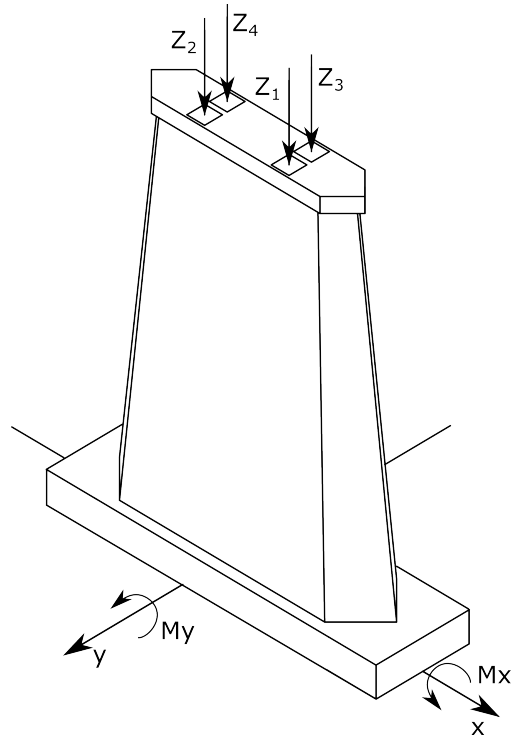


Figura 4.24: Isométrico de la pila, se muestran los momentos M_x y M_y ocasionados por las cargas vehiculares

Las ecuaciones 4.137, 4.138, 4.139 y 4.140 son los modelos que se proponen para idealizar el valor que tomarán las resultantes Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4 .

$$Z_1 = R_{ay1} + R_{by2} - \left(\frac{(R_{ay1}(S + T) - R_{by2}R)}{S} \right) \quad (4.137)$$

$$Z_2 = \frac{(R_{ay1}(S + T) - R_{by2}R)}{S} \quad (4.138)$$

$$Z_3 = R_{ay4} + R_{by3} - \left(\frac{(R_{ay4}(S + T) - R_{by3}R)}{S} \right) \quad (4.139)$$

$$Z_4 = \frac{(R_{ay4}(S + T) - R_{by3}R)}{S} \quad (4.140)$$

y posteriormente los momentos que generarán las fuerzas Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4 se pueden obtener como sigue

$$M_{x1} = Z_1 \frac{S}{2} \quad (4.141)$$

$$Mx_2 = Z_2 \frac{S}{2} \quad (4.142)$$

$$Mx_3 = Z_3 \frac{S}{2} \quad (4.143)$$

$$Mx_4 = Z_4 \frac{S}{2} \quad (4.144)$$

Cada uno de estos momentos son independientes entre sí y la suma vectorial de ellos determinará la magnitud del momento total actuante que se presentará por las cargas vivas sobre el eje x , y obtiene como:

$$M_{cv} = Mx_1 + Mx_2 + Mx_3 + Mx_4 \quad (4.145)$$

Se asume en este trabajo que el momento M_y no tiene efectos significativos en el equilibrio de la pila, razón por la que no es considerado en el análisis.

Momento resistente de la cimentación

El momento resistente M_r de la pila se obtiene a través del producto de la carga última en la zapata Q_u y la distancia desde el centroide del área de apoyo hasta el punto donde se espera la rotación de la zapata D_v . La expresión para calcular el momento queda entonces como:

$$M_r = Q_u D_v \quad (4.146)$$

La magnitud del momento total actuante M_a causa una excentricidad en la resultante de la carga, figura 4.11 y por consecuencia una disminución del área de apoyo de la zapata, la distancia del centroide del área efectiva D_v se modifica también.

Para el caso general I, Fig. 4.13 en el que las cuatro esquinas de la zapata están en compresión, la distancia del centroide al punto de rotación es:

$$D_v = \frac{H}{2} \quad (4.147)$$

En el caso II, con una esquina en compresión, ver Fig. 4.14 y los cuatro sub-casos 2,3,4 y 5, la distancia es:

$$D_v = \frac{H_1}{3} \quad (4.148)$$

Para el caso general III, ver Fig. 4.15 con dos esquinas en compresión del que se derivan los sub-casos 6, 7, 8 y 9. D_v será:

$$D_v = \frac{Ar_1 X_{c1} + Ar_2 X_{c2}}{Ar_1 + Ar_2} \quad (4.149)$$

donde Ar_1 y Ar_2 son las dos áreas que componen el área efectiva A_e , se calculan como sigue:

$$Ar_1 = BH_2 \quad (4.150)$$

$$Ar_2 = \frac{1}{2}B(H_1 - H_2) \quad (4.151)$$

La distancia del centroide de las áreas Ar_1 y Ar_2 al punto donde se espera el giro es la siguiente:

$$X_{c_1} = \frac{H_2}{2} \quad (4.152)$$

$$X_{c_2} = H_2 \frac{H_1 - H_2}{3} \quad (4.153)$$

En el caso general IV y los cuatro sub-casos 10, 11, 12 y 13, también con dos esquinas en compresión Fig. 4.16, la distancia será:

$$D_v = \frac{Ar_1 X_{c_1} + Ar_2 X_{c_2}}{Ar_1 + Ar_2} \quad (4.154)$$

Las áreas están dadas por las ecuaciones 4.155 y 4.156:

$$Ar_1 = HB_2 \quad (4.155)$$

$$Ar_2 = \frac{1}{2}H(B_1 - B_2) \quad (4.156)$$

La distancia del centroide de las áreas Ar_1 y Ar_2 al punto de giro para este caso, es:

$$X_{c_1} = \frac{H}{2} \quad (4.157)$$

$$X_{c_2} = \frac{H}{3} \quad (4.158)$$

Para el último caso V, con tres esquinas en compresión Fig. 4.17 y sus casos derivados 14, 15, 16 y 17, D_v es:

$$D_v = \frac{Ar_1 X_{c_1} + Ar_2 X_{c_2} + Ar_3 X_{c_3}}{Ar_1 + Ar_2 + Ar_3} \quad (4.159)$$

Las áreas Ar_1 , Ar_2 y Ar_3 se obtienen con las siguientes formulas:

$$Ar_1 = BH_2 \quad (4.160)$$

$$Ar_2 = B_2(H - H_2) \quad (4.161)$$

$$Ar_3 = \frac{1}{2}(B - B_2)(H - H_2) \quad (4.162)$$

Para calcular la distancia del centroide de cada área al punto de rotación se tiene:

$$X_{c_1} = \frac{H_2}{2} \quad (4.163)$$

$$X_{c_2} = H_2 + \frac{H - H_2}{2} \quad (4.164)$$

$$X_{c_3} = H_2 + \frac{H - H_2}{3} \quad (4.165)$$

Las áreas efectivas son variables aleatorias por lo que la distancia de la resultante de la carga al punto de giro tendrá una naturaleza aleatoria. Sus distribuciones son obtenidas a partir de la simulación de las variables de carga.

Ecuaciones de estado límite

Para evaluar la seguridad de pilas en puentes se acostumbra a evaluar el coeficiente de seguridad como la relación $\frac{M_r}{M_a}$, tal valor es aceptable siempre y cuando sea mayor a uno. En literatura especializada de puentes y en las normas actuales suele pedirse que el diseñador cumpla con que el coeficiente de seguridad sea igual o superior a dos, ver [39]. Para estructuras de puentes ya construidos con estructuración típica, los coeficientes de seguridad resultan ser aún mayores, esto se presenta porque al ser estructuras robustas y pesadas el momento resistente se torna relativamente grande, en esta tesis se plantean las siguientes funciones de desempeño o ecuaciones de estado límite para momento:

$$0,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 1,0 \quad (4.166)$$

$$1,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 4,0 \quad (4.167)$$

$$4,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 17,0 \quad (4.168)$$

$$17,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 30,0 \quad (4.169)$$

$$30,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 43,0 \quad (4.170)$$

$$43,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 56,0 \quad (4.171)$$

$$56,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \leq 69,0 \quad (4.172)$$

$$69,0 \leq \frac{M_r}{M_a} \quad (4.173)$$

Los intervalos han sido propuestos por el autor para tomar en cuenta todos los posibles valores que puede tener tal factor.

4.6.3. Deslizamiento

Cuando se presenta el caso de cimentaciones directas que se encuentran sometidas a cargas horizontales y que no estén arriostradas, como en el caso presentado, deberá revisarse la seguridad del elemento al deslizamiento [39]. La fuerza de rozamiento entre la base de la zapata y el terreno o la cohesión de éste se toma como la única fuerza que se opone a las acciones, en la revisión aquí realizada no se incluye el empuje sobre la superficie de la cara lateral de la propia zapata.

Fuerzas horizontales actuantes

Las fuerzas a las cuales debe ser capaz de resistir la pila del puente es principalmente la ocasionada por el empuje lateral del agua sobre la pila. Para tomar en cuenta la fuerza ocasionada por el flujo del agua se propone la ecuación 4.133, adaptada al caso de este trabajo:

$$D_a = \sum_{i=1}^n F_i \quad (4.174)$$

donde n es el número de intervalos en los que se discretiza la pila para tomar el efecto de la variación de C_d y F_i . La ecuación 4.174, está formulada con base a la expresión 4.133.

Fuerzas horizontales resistentes

Las fuerzas que evitarían la eventual falla por deslizamiento de la pila están descritas por la ecuación 4.175, dada para suelos arenosos [11]:

$$D_r = (C_m + C_v) \tan(\Theta) \quad (4.175)$$

Expresión en la cual Θ es el ángulo de fricción del suelo, C_m es la carga muerta total y C_v la resultante de las cargas vivas en el puente.

Ecuaciones de estado límite

Del mismo modo que para el caso del volteo, el coeficiente de seguridad de la pila ante el deslizamiento esta dado por la relación $\frac{D_r}{D_a}$, mismo que debe ser superior a uno y que para efectos de que se cumpla con la seguridad que exigen los reglamentos un coeficiente aceptable es 2 o superior.

Las ecuaciones de estado límite que describen si la zapata se encuentra de lado de la seguridad contra el deslizamiento son de la siguiente manera.

$$0,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 1,0 \quad (4.176)$$

$$1,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 4,0 \quad (4.177)$$

$$4,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 11,0 \quad (4.178)$$

$$11,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 18,0 \quad (4.179)$$

$$18,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 25,0 \quad (4.180)$$

$$25,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 32,0 \quad (4.181)$$

$$32,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \leq 39,0 \quad (4.182)$$

$$39,0 \leq \frac{D_r}{D_a} \quad (4.183)$$

Nuevamente para considerar todos los valores que pudiera tener el coeficiente de seguridad, se propone que dicho valor esperado se encuentre en los intervalos mencionados en las ecuaciones 4.176, 4.177, 4.178, 4.179, 4.180, 4.181 y 4.182.

4.6.4. Alcance de los modelos de estabilidad

Los modelos matemáticos para evaluar estabilidad de la pila del puente solo contemplan como cargas actuantes el peso propio, las cargas vehiculares, socavación local en pilas y alturas del agua que no superan la altura del gálibo del puente. En este estudio se dejan de lado las cargas y efectos producidos por viento, sismo, arrastre de objetos, impacto de objetos en subestructura, entre otros. Incluir alguno de los temas mencionados demandarían un arduo trabajo intelectual y computacional.

Se toman como variables aleatorias las fuerzas ocasionadas por cargas vivas y eventos hidráulicos, también se tratan como aleatorias las propiedades de los materiales con que está construido el puente, el suelo en el cauce y la pendiente del río. Se asumen como determinísticas la geometría de los elementos del puente.

Como consecuencia de las suposiciones anteriores en la formulación de los modelos propuestos, se obtuvieron por medio de simulación las distribuciones de probabilidad de los elementos mecánicos en la pila y la zapata del puente. Se menciona que la asignación de los intervalos propuestos en los que estará el coeficiente de seguridad para cada modo de falla se conoce como la discretización de la variable, esta discretización será de utilidad cuando se obtengan los estados que tomarán dichas variables cuando se emplean en una RBD.

4.7. RB para evaluar la falla de la pila de un puente con socavación

Como se describió en el capítulo anterior, las redes Bayesianas son modelos conformados por nodos que representan variables aleatorias, las flechas entre los nodos y las tablas de probabilidad, describen la probabilidad condicional de cada variable aleatoria dados sus padres.

Para realizar un modelo de toma de decisión mediante el uso de redes Bayesianas, primero tiene que ser definida la estructura gráfica de los nodos y sus respectivas flechas. Una de las estrategias aquí utilizadas para la construcción de la RB fue la de identificar las variables más relevantes en el problema de decisión y de las cuales se tiene información a la mano, posteriormente identificar aquellas variables para las que se podría tener información disponible. Una vez identificadas las variables de interés en el modelo, es necesario determinar la relación que guardan cada una de ellas.

Lo ideal sería que al plantear el modelo con redes Bayesianas, las variables tengan una relación de causalidad, en las siguientes líneas se describen las relaciones causales entre las variables objeto de estudio:

- Un gasto extraordinario Q en el río de interés ocasionará un incremento en el tirante hidráulico y_1 , y la velocidad V del agua también se modificará, provocando socavación local D_s en la vecindad de la pila del puente;
- La presencia de una profundidad de socavación local D_s en la pila aunado a las condiciones generadas tanto por el empuje hidráulico, el peso propio y el paso de la carga viva sobre el puente, causará la modificación en la estabilidad de la pila, pudiendo ocasionar una eventual falla del elemento, las fallas que podrían presentarse son:
 - Capacidad de carga de la cimentación;
 - Volteo del elemento;
 - Deslizamiento.
- El estado de la seguridad respecto a capacidad de carga, deslizamiento y momento de volteo, tendrán a su vez un efecto sobre el estatus general de la pila.

Basados la causalidad de los fenómenos mencionados, en la figura 4.25, se muestra el arreglo general de la red Bayesiana propuesta en este marco teórico. Es posible generar modelos con RB en los que no necesariamente existe causalidad entre las variables, es de esperar que cuantificar la relación entre dichas variables será más complejo y es más probable que también se incrementen los errores en el modelado provocando resultados no satisfactorios en el problema de decisión [12].

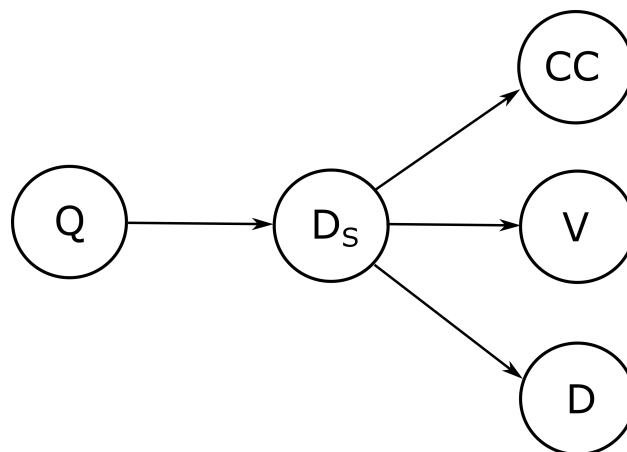


Figura 4.25: Red Bayesiana para la evaluación de la probabilidad de falla en pilas con problemas de socavación

En la figura 4.25 se puede observar una conexión serial entre las variables gasto Q y socavación D_s que ya es una característica de una RB. Esta misma conexión en serie se presenta hasta los tres modos de falla: capacidad de carga CC , volteo V y deslizamiento del elemento D .

$$Q \rightarrow D_s \rightarrow CC \quad (4.184)$$

$$Q \rightarrow D_s \rightarrow V \quad (4.185)$$

$$Q \rightarrow D_s \rightarrow D \quad (4.186)$$

También se puede observar que para los distintos modos de falla, la estructura de la red cambia a una forma divergente entre el nodo padre D_s y los nodos hijo CC , V y D .

La estructuración de las RB como ha descrito en el capítulo anterior, definirá la manera en que se propaga la información entre las variables aleatorias cuando una o varias de ellas obtienen nueva información o evidencia.

Definidas las relaciones causales entre las variables aleatorias de interés, el paso siguiente en la formulación de la parte cualitativa de la RB y definir si serán variables continuas o discretas (en virtud de la precisión de medición de las variables se opta por que estas sean discretas). La parte cuantitativa de la RB discreta, contempla la asignación de las respectivas tablas de probabilidad condicional para cada nodo, Las TPC son los modelos de probabilidad que representan la dependencia entre los nodos padre y los nodos hijo, estas pueden ser calculadas de distintas maneras, algunas de ellas pueden ser a través de:

- Modelos físicos;
- Modelos lógicos;
- Datos estadísticos;
- Estimaciones subjetivas.

Estrategias adicionales en el modelado con RB pueden consultarse en la literatura especializada, algunos ejemplos estan dados en [4] [21] y [37].

Una de las grandes ventajas del empleo de RB en la toma de desiciones, es que mediante su uso se facilita la combinación de las diferentes medidas de información disponibles en problemas donde intervienen multiples variables. El objetivo de la red es predecir la probabilidad de que la pila se encuentre en un nivel de seguridad adecuado dado un caudal de el río, también se puede conocer la probabilidad de que se de una profundidad de socavación dado el caudal Q . Además es posible saber la probabilidad de se haya tenido una cierta profundidad de socavación dado que la pila ha fallado por alguno de los modos planteados.

4.7.1. Resumen

En el presente capítulo se hizo el planteamiento de un marco teórico para evaluar la probabilidad de falla de la pila de un puente dado que se presentan eventos hidrológicos extremos (particularmente caudal etremo y socavación local del elemento). Se han formulado los modelos matemáticos que serán simulados para obtener estadística de las variables. Se planteo la RB que auxiliará el modelo de diagnostico de la pila y se explica como fue obtenida.

La información plasmada en esta sección servirá para que en el siguiente capítulo se aplique un caso particular y se observe la utilidad del modelo propuesto. Para el empleo del marco teórico en un ejemplo, es necesario tener la mayor cantidad de datos del puente bajo análisis, mismos que se tendrán que recolectar y servirán para definir las distribuciones de probabilidad a utilizar y sus respectivos parámetros.

Capítulo 5

Ejemplo de aplicación

5.1. Introducción

Para mostrar la aplicación del marco teórico que evalúa la probabilidad de falla de un puente con problemas de socavación local en pilas, se ha elegido el caso de un puente hipotético con una estructuración típica a las de puentes del Estado de México, este tipo de puentes son de los que más abundan en la entidad y es relativamente fácil tener acceso a información de campo, tal como mediciones en sitio y muestras de materiales.

Para obtener información de sus elementos se recurrió a la información mostrada en la referencia [1], se pueden obtener de este documento distintas tipologías de puentes vehiculares. Un estudio profundo de campo resulta costoso para conocer con precisión características geométricas y de materiales.

Se analizarán los efectos hidráulicos que actúan sobre la estructura y se muestran los resultados obtenidos con la implementación de la RB para predecir la probabilidad de que se presente una profundidad de socavación local en la pila y de que esta tenga un determinado coeficiente de seguridad en el análisis de la estabilidad por deslizamiento, capacidad de carga de la cimentación y volteo de la pila.

5.2. Descripción del puente hipotético

Este puente se pretende que salve un río semejante a los encontrados en la zona sur del estado. En las figuras 5.1 y 5.2, se aprecian algunas imágenes de un puente de este tipo. Es un puente vehicular de cuatro claros, de dos carriles, con una longitud total de 44.00 metros, distribuidos en claros equidistantes, es un puente clasificado como convencional, regular en tanto en planta y como en alzado. La superestructura es mediante cuatro losas simplemente apoyadas de concreto reforzado, la subestructura consta principalmente de tres pilas intermedias y dos estribos laterales con aleros construida con mampostería de roca natural y su cimentación es a base de zapatas aisladas de concreto reforzado.



Figura 5.1: (a) Vista superior del puente. y (b) Vista inferior del puente.



Figura 5.2: Vista lateral del puente.

5.3. Características generales del puente, río y carga viva

Se describirán las características del conjunto de variables que alimentan el modelo planteado en la el capítulo cuatro, para un manejo práctico y ordenado de la información se describen mediante tablas indicando la naturaleza de cada una de las variables y los parámetros utilizados en cada caso para modelar los fenómenos de esta investigación.

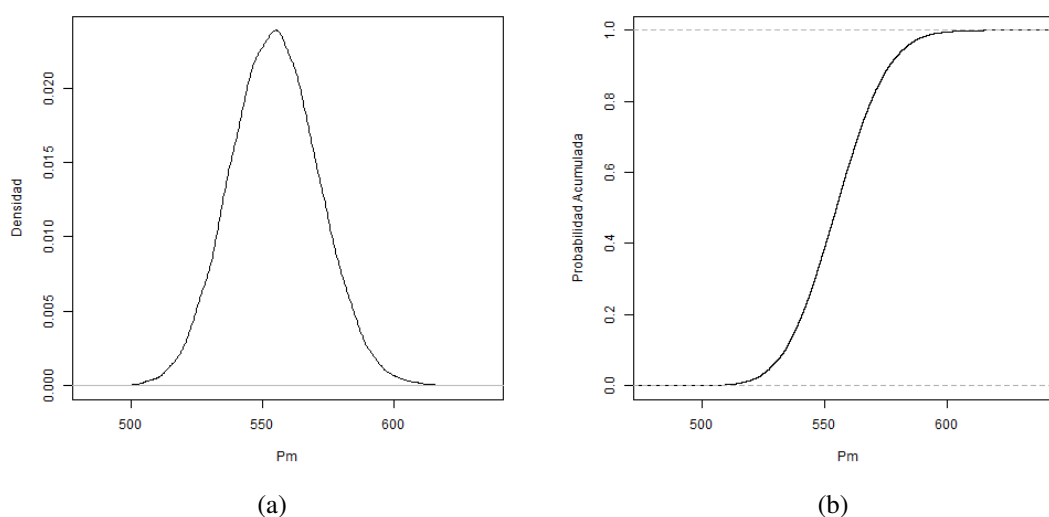
Modelo de cargas vivas

En la tabla 5.1, se presentan los datos de entrada de las variables que intervienen en la modelación del vehículo que describe la carga viva en el puente, los datos están dados de acuerdo a la figura 4.1 de la sección anterior. Con fines ilustrativos de la aplicación del modelo de cargas vivas, las dimensiones del móvil han sido supuestas determinísticas, la carga útil, el peso de la carrocería y el peso del motor se consideraron variables aleatorias con un comportamiento lognormal.

Tabla 5.1: Características del modelo probabilístico de cargas vivas

Variable	Descripción	Media	COV	Distribución
a	Distancia (m)	0.50	-	Determinístico
b	Distancia (m)	0.90	-	Determinístico
c	Distancia (m)	0.39	-	Determinístico
d	Distancia (m)	3.88	-	Determinístico
e	Distancia (m)	4.27	-	Determinístico
f	Distancia (m)	2.10	-	Determinístico
w_1	Carrocería y componentes mecánicos (kg/m)	92.00	0.10	Lognormal
w_2	Caja y carga útil (kg/m)	3210.00	0.25	Lognormal
P_m	Peso del motor (kg)	555.00	0.03	Lognormal

Para comprender y visualizar el comportamiento de las variables aleatorias del modelo de cargas, se ilustran en las figuras 5.3, 5.4 y 5.5, las gráficas de las distribuciones de probabilidad de las cargas en el camión tipo, mismas que son: P_m , w_1 y w_2 , respectivamente. P_m , es más estiercha y alargada, w_1 y w_2 son más anchas y acortadas dado que tienen un coeficiente de variación mayor a P_m .

Figura 5.3: (a) Función Densidad de Probabilidad de P_m y (b) Función de Distribución Acumulada de P_m

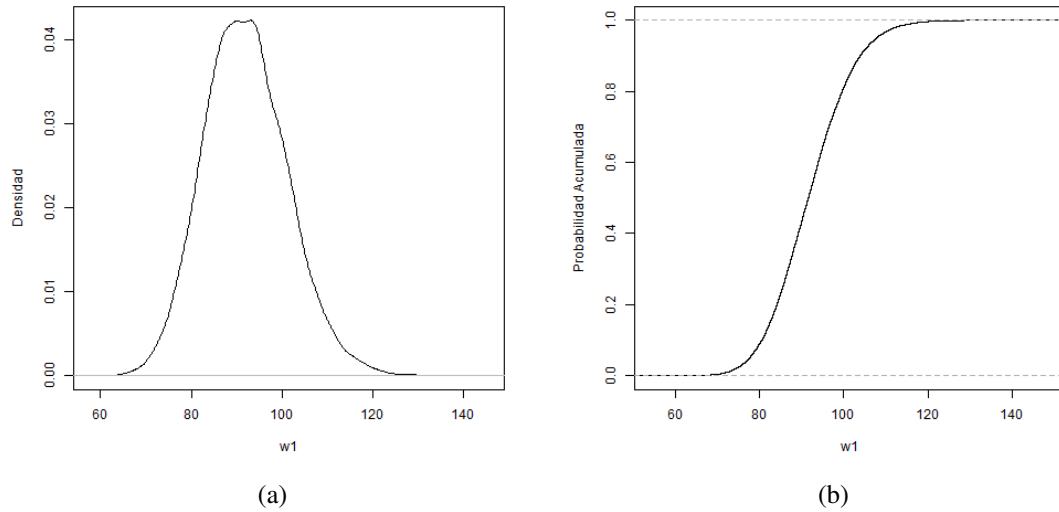


Figura 5.4: (a) Función Densidad de Probabilidad de w_1 y (b) Función de Distribución Acumulada de w_1

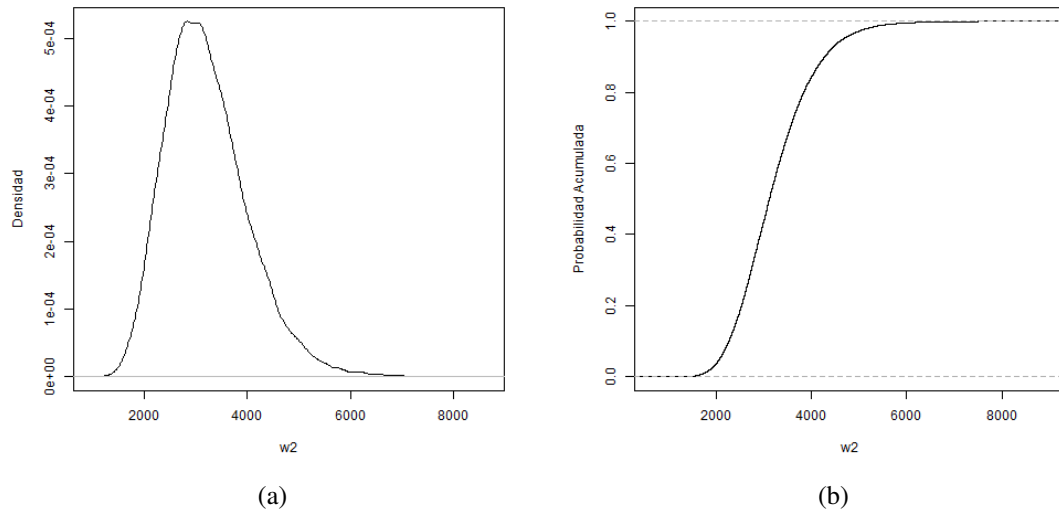


Figura 5.5: (a) Función Densidad de Probabilidad de w_2 y (b) Función de Distribución Acumulada de w_2

Líneas de influencia

Para la aplicación del método de líneas de influencia es necesario considerar las cargas transmitidas a cada carril por cada uno de los ejes del camión tipo, la geometría del tren de cargas y la longitud de cada carril se dan en la tabla 5.2, las variables que describen las distancias entre ejes del tren de cargas han sido supuestas como determinísticas. En la longitud libre para el movimiento del tren de cargas equivalente se asumió un comportamiento uniforme puesto que el vehículo se puede encontrar eventualmente en cualquier posición del carril. Para visualizar a que corresponde

cada variable en la tabla, el lector puede auxiliarse del diagrama mostrado en la figura 4.1.

Al considerar la resultante de las reacciones en apoyos de la losa se deben tomarse en cuenta los cuatro carriles que aportan carga viva a la pila, por lo que se simula cuatro veces el modelo de líneas de influencia.

Tabla 5.2: Modelo probabilístico de líneas de influencia, para cada carril

Variable	Descripción	Media	COV	Distribución
<i>A</i>	Distancia entre ejes (m)	4.27	-	Determinístico
<i>B</i>	Distancia entre ejes (m)	4.27	-	Determinístico
<i>L</i>	Distancia libre (m)	1.23	0.58	Uniforme

Peso volumétrico de los materiales de construcción

El comportamiento del peso de los materiales es probabilístico y se asumió que esta magnitud se distribuye normalmente, modelo extraído de [16], y se utilizaron valores recomendados por el mismo autor en el coeficiente de variación de cada variable. Las medias en cada variable fueron obtenidas de los valores nominales de sus pesos volumétricos, ver tabla 5.3.

Tabla 5.3: Modelo probabilístico de materiales

Variable	Descripción	Media	COV	Distribución
$P_{v.c.h.}$	Peso volumétrico de concreto hidráulico (kg/m^3)	2400.00	0.10	Normal
$P_{v.c.a.}$	Peso volumétrico de concreto asfáltico (kg/m^3)	2200.00	0.10	Normal
$P_{v.m.}$	Peso volumétrico de mampostería (kg/m^3)	2720.00	0.10	Normal

Las figuras 5.7, 5.6 y 5.8, ilustran el comportamiento de las distribuciones de probabilidad que representan el peso volumétrico de cada material en el puente. Como se explicó fueron obtenidas a partir de la consulta de la referencia [16], que ha sido utilizada por ingenieros especializados en confiabilidad estructural.

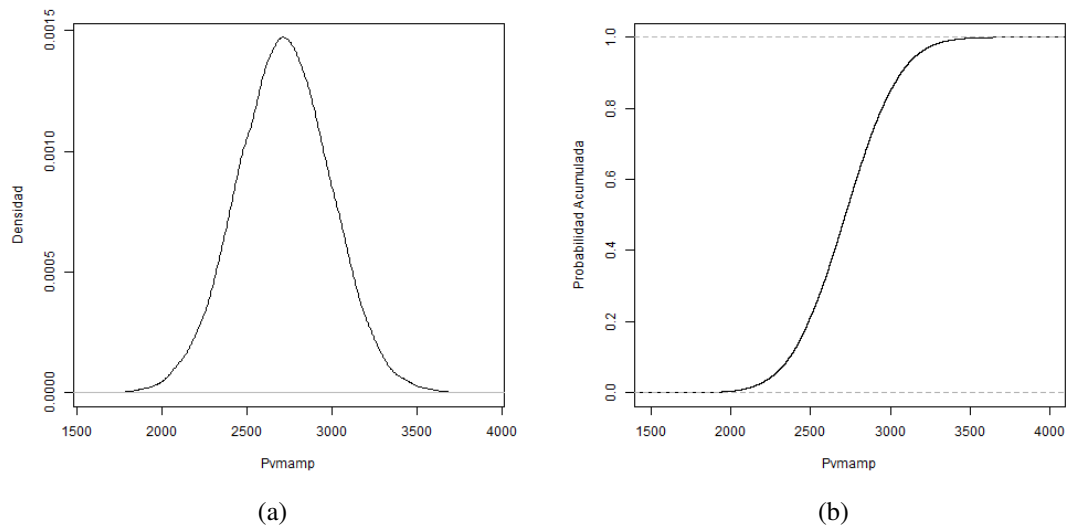


Figura 5.6: (a) Función Densidad de Probabilidad del peso volumétrico de mampostería y (b) Función de Distribución Acumulada del peso volumétrico de mampostería

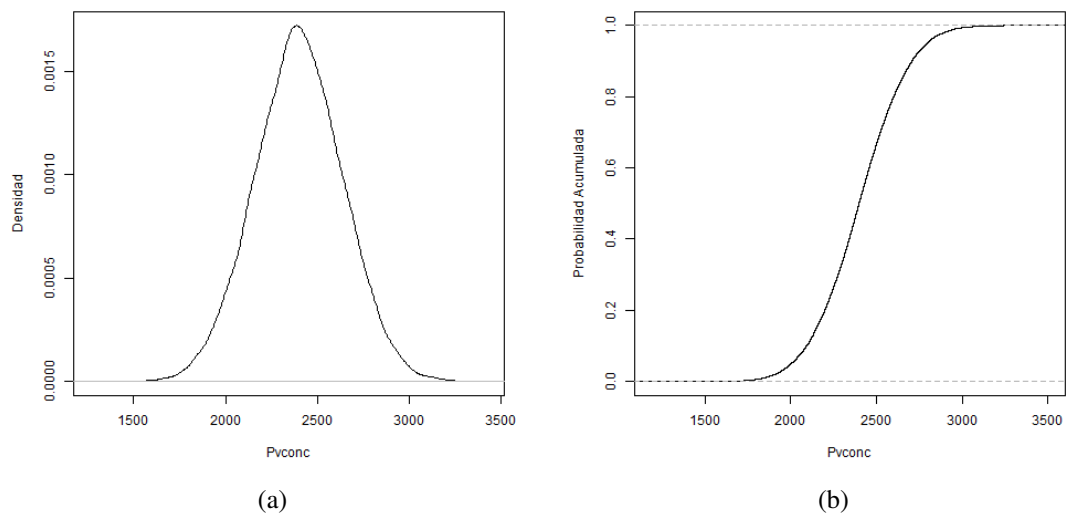


Figura 5.7: (a) Función Densidad de Probabilidad del peso volumétrico del concreto hidráulico y (b) Función de Distribución Acumulada del peso volumétrico del concreto hidráulico

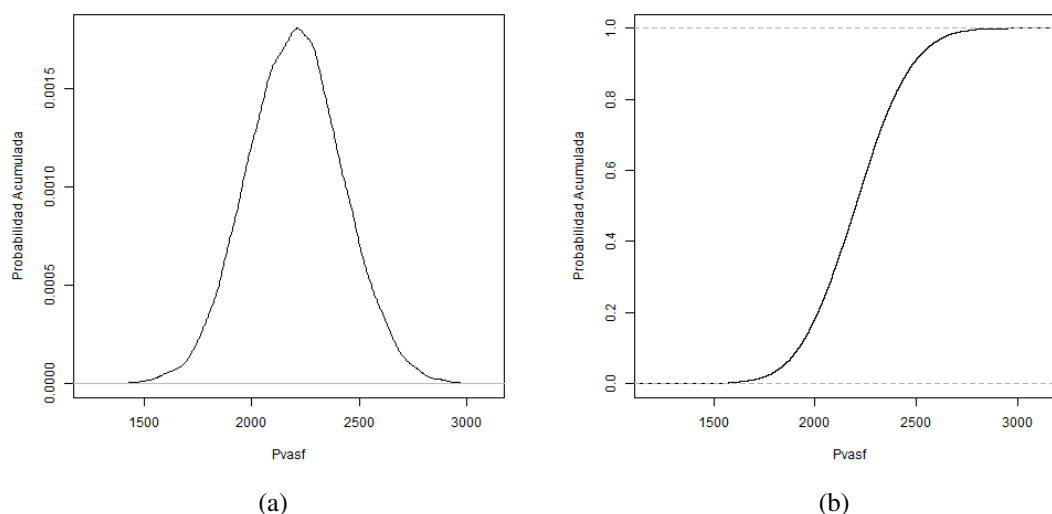


Figura 5.8: (a) Función Densidad de Probabilidad del peso volumétrico del concreto asfáltico y (b) Función de Distribución Acumulada del peso volumétrico del concreto asfáltico

Características del río

Basado en la carencia de registros históricos de la hidrología, el modelado de las variables hidráulicas del río fue llevado a cabo con algunos datos supuestos. En la tabla 5.4 se mencionan los valores que describen el comportamiento del cauce, estas variables son: el caudal, pendiente del cauce, coeficiente rugosidad de Manning y la geometría del canal. Para la sección transversal del río se puede consultar la figura 4.8, que para efectos de la aplicación del modelo fue idealizada trapezoidal.

Con las variables mencionadas anteriormente y la simulación del modelo hidráulico se obtienen las distribuciones de probabilidad de variables desconocidas como la velocidad del agua V , tirante hidráulico y_1 y número de Froude Fr , mismas que serán de utilidad al predecir la probabilidad de ocurrencia de una cierta profundidad de socavación.

Tabla 5.4: Variables del modelo probabilístico del río

Variable	Descripción	Media	COV	Distribución
Q	Gasto en el río (m^3/s)	249.00	0.3826	Gumbel
b	Ancho inferior del canal (m)	41.00	-	Determinístico
z	Talud del canal	0.1653	-	Determinístico
S	Pendiente media del cauce (%)	0.0025	0.20	Normal
n	Coficiente rugosidad de Manning	0.0585	0.133	Uniforme

En la imagen 5.12 se aprecia la distribución de probabilidad utilizada para modelar el caudal del río Q en una avenida extraordinaria, es del tipo de valores extremos, para el caso ilustrativo en este trabajo tomó una distribución tipo Gumbel, ver [12]:

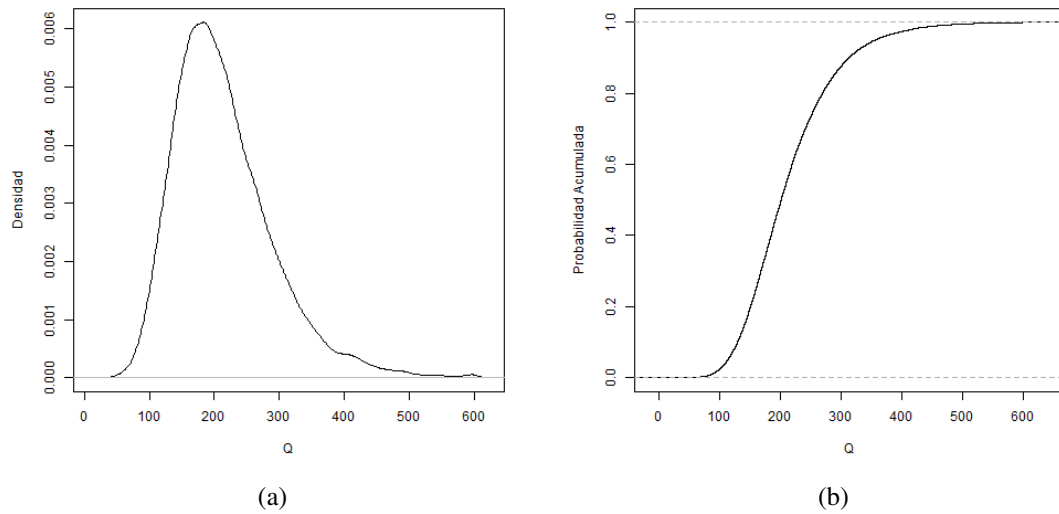


Figura 5.9: (a) Función Densidad de Probabilidad del caudal del río y (b) Función de Distribución Acumulada del caudal del río

La imagen 5.10 muestra las distribuciones de probabilidad para la variable aleatoria que describe al número de Manning:

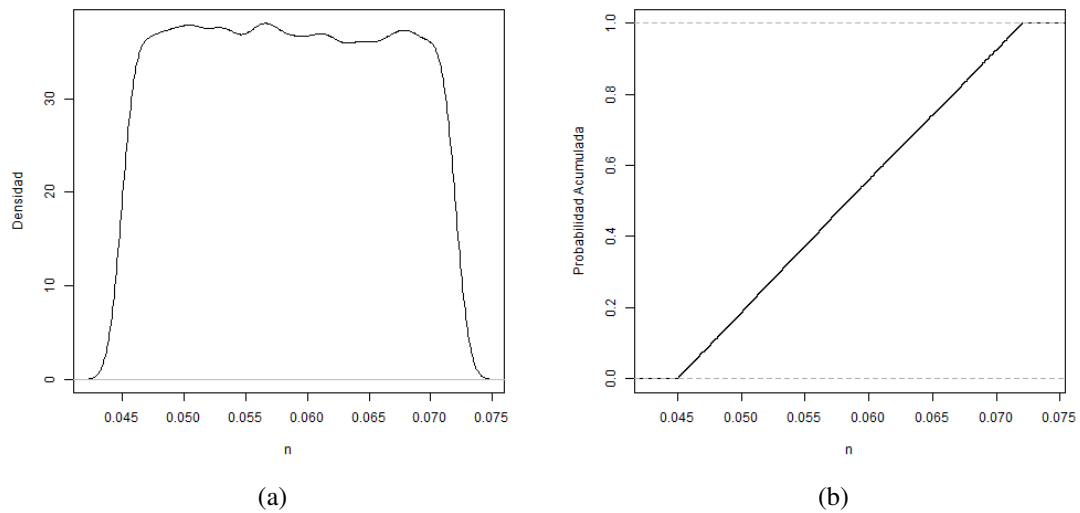


Figura 5.10: (a) Función Densidad de Probabilidad del número de Manning y (b) Función de Distribución Acumulada número de Manning

En la figura 5.11 se pueden ver las distribuciones de probabilidad del la pendiente s del río:

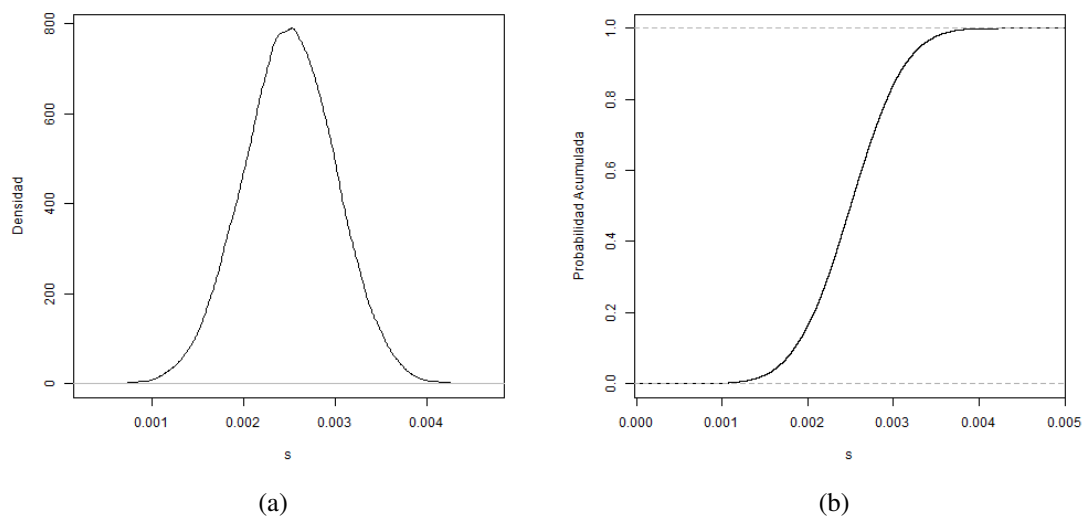


Figura 5.11: (a) Función Densidad de Probabilidad de la pendiente del río y (b) Función de Distribución Acumulada de la pendiente del río

Parámetros para la estimar la profundidad de socavación local en la pila

En el modelo para obtener la distribución de probabilidad de socavación local en la pila del puente fue alimentado con los datos que se muestran en la tabla 5.5, el tipo de distribución de probabilidad utilizado para modelar el suelo fue tomada de las referencias [7] y [6]. Los modelos han sido adaptados al tipo de pila de sección variable y con tajamar.

Tabla 5.5: Modelo probabilístico de socavación local en pila

Variable	Descripción	Media	COV	Distribución
K_1	Factor de forma de la pila	0.90	-	Determinístico
K_2	Factor de ángulo de ataque	1.00	-	Determinístico
σ	Factor de graduación del suelo	2.20	0.272	Lognormal

Resultante de cargas vivas

Para realizar la bajada de cargas variables y permanentes también es importante definir algunos parámetros adicionales. En la tabla 5.6, se mencionan las variables que hacen falta definir y que se pueden visualizar en las figuras 4.21, 4.22 y 4.24.

Tabla 5.6: Modelo probabilístico para estimar las fuerzas Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4

Variable	Descripción	Media	COV	Distribución
R_{Ayi}	Reacción en A, de la viga (kg)	-	-	Simulado
R_{Byi}	Reacción en B, de la viga (kg)	-	-	Simulado
S	Distancia entre los centroides de cada apoyo de neopreno (m)	1.716	-	Determinístico
U	Distancia de R_{Ayi} al centro de la losa (m)	1.75	0.0825	Uniforme
V	Distancia de R_{Byi} al centro de la losa (m)	1.75	0.0825	Uniforme
R	Distancia entre el centroide del apoyo y la reacción (m)	$U-(S/2)$	-	Simulado
T	Distancia entre el centroide del apoyo y la reacción (m)	$V-(S/2)$	-	Simulado

Como se observa, las fuerzas resultantes en los extremos de las losas son probabilísticas al igual que la ubicación de su aplicación y las distancias entre apoyos de neopreno se consideran invariantes, ya que en la realidad así funcionan como no móviles.

5.4. Análisis de resultados de la aplicación del modelo

En esta sección se muestran las distribuciones de probabilidad y los datos más representativos obtenidas mediante simulación de Monte Carlo de los modelos y para las variables más importantes del marco teórico. También se mencionan los resultados obtenidos al emplear la RBD y realizar inferencia, se indican el tipo de preguntas que se pueden responder en problemas de toma de decisión o diagnóstico.

Para este caso práctico se llevaron a cabo únicamente 100 000 simulaciones, cabe mencionar que para obtener resultados más fiables es importante que este número se incremente al menos al orden de 10^8 [18], puesto que la precisión de los resultados aumentará a medida de que se tenga un mayor número de muestras. Puesto que los métodos de simulación requieren de un alto costo computacional y como se tiene limitación en tiempo y equipo adecuado para la realización de este trabajo se ha reducido el número de simulaciones.

5.4.1. Distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias

Algunas de las variables más importantes de la simulación de Monte Carlo se dan, en las siguientes figuras. En figura 5.12, se pueden ver las distribuciones de probabilidad de las cargas que transmiten los ejes P_1 , P_2 y P_3 del vehículo tipo a la losa del puente. Estos gráficos dan una idea de como se comportan las cargas que posteriormente se transmiten a la losa del puente.

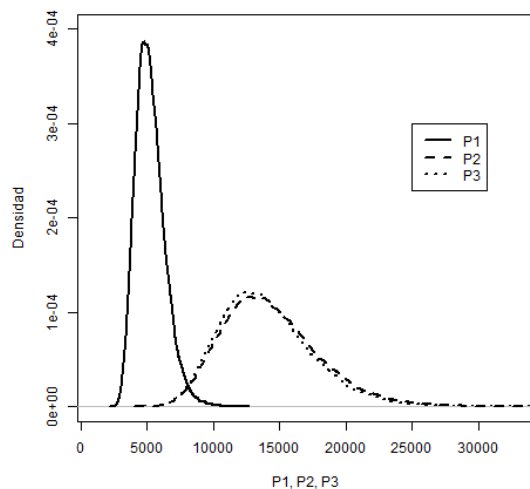


Figura 5.12: Función densidad de probabilidad para las cargas transmitidas a cada eje del vehículo

En la imagen 5.13 se puede ver la distribución de probabilidad para la velocidad media del flujo en la sección del cauce inmediatamente aguas arriba de la ubicación del puente, puesto que el modelo de socavación requiere en su aplicación las características en este punto:

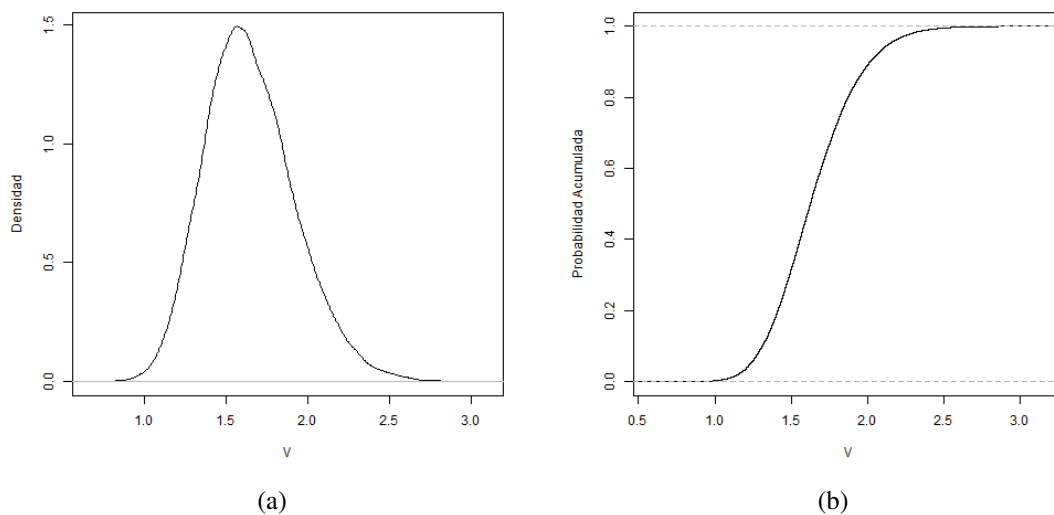


Figura 5.13: (a) Función Densidad de Probabilidad de la velocidad del flujo y (b) Función de Distribución Acumulada de la velocidad del flujo

En la imagen 5.14 se aprecia la distribución de probabilidad para el tirante hidráulico en el río, mismo que debe ser tomado inmediatamente aguas arriba de la pila en cuestión:

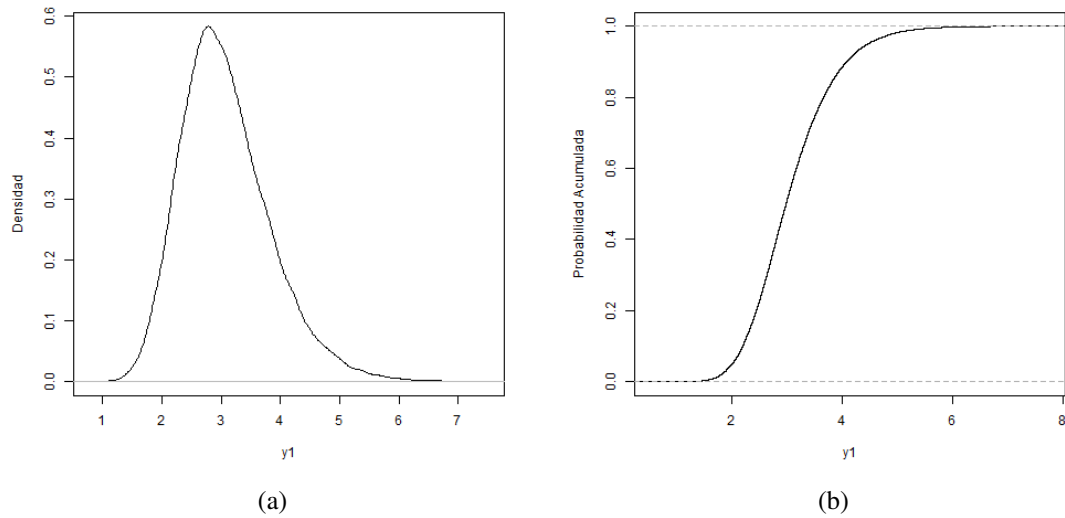


Figura 5.14: (a) Función Densidad de Probabilidad del tirante hidráulico y (b) Función de Distribución Acumulada del tirante hidráulico

La distribución de probabilidad de la profundidad de socavación en la pila de sección variable y de sección tajamar se muestra en la figura 5.15, aquí ya se han colocado las dimensiones de la pila:

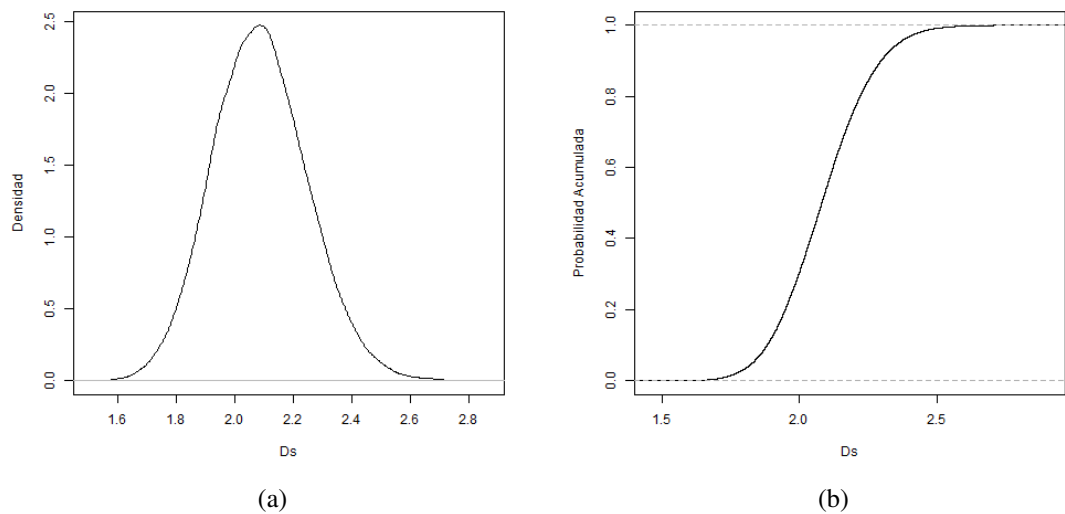


Figura 5.15: (a) Función Densidad de Probabilidad de la socavación local y (b) Función de Distribución Acumulada de la socavación local

5.4.2. Tablas de probabilidad condicional e inferencia con la RB

En lo que respecta a la parte cuantitativa de una RB, el trabajo consiste principalmente en la obtención y asignación de las tablas de probabilidad condicional para cada nodo, estas tablas corresponden a las distribuciones de probabilidad marginales y condicionales de cada variable aleatoria en la red. Uno de los objetivos es obtener la probabilidad conjunta de todas las variables en el modelo de RB, para posteriormente mediante el ingreso de evidencia en alguna de las variables obtener conocimiento acerca de las probabilidades restantes.

Para el caso de este trabajo, se ha optado por el uso del paquete HUGIN, que ayudara a obtener la probabilidad conjunta del modelo completo y propagar la información cuando se realice inferencia en la red. En la figura 5.16 se observa la manera en que se visualiza el modelo de RB en el software, estos resultados pueden ser comprobados con otros paquetes especializados en redes. En esta investigación el alcance se limita únicamente a proponer los modelos, las TPC y conocer algunas preguntas que se pueden resolver mediante su implementación, no se profundiza en la explicación de los algoritmos internos de la red, si el lector desea conocer las matemáticas implícitas en el interior de las redes se recomienda consultar las referencias [13], [18], [20] y [35].

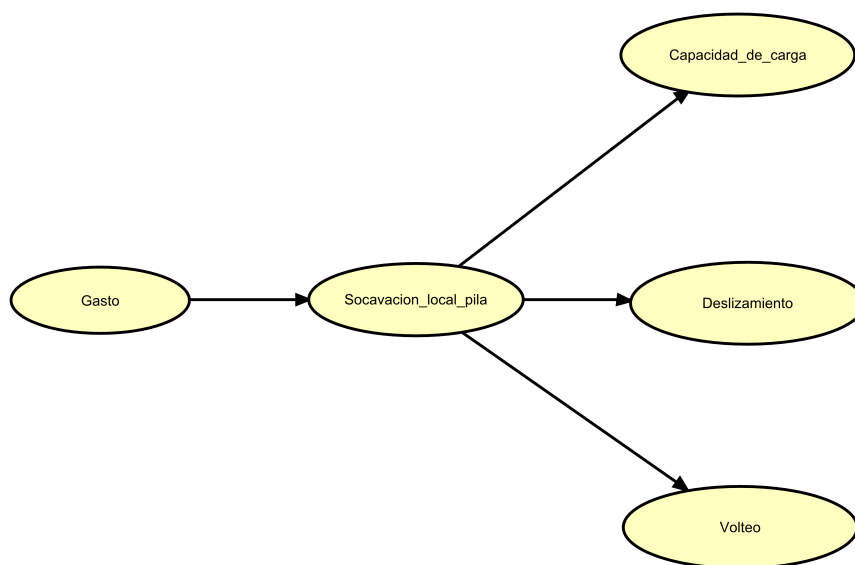


Figura 5.16: Red Bayesiana para la evaluación de la probabilidad de falla de pilas de puentes con problemas de socavación

Para calcular tablas de probabilidad condicional para cada nodo, existen distintos métodos, pero aún no hay un procedimiento bien establecido, se pueden encontrar ejemplos de como calcular las tablas de probabilidad condicional en las referencias [4], [21] y [37].

En el caso de la variable caudal o gasto en el río Q , es un nodo padre de la RB y este mismo no tiene padres por lo que su distribución de probabilidad correspondiente es marginal y no esta condicionada, en este caso al ser una red discreta el primer paso consiste en discretizar la variable Q obtenida a partir de simulación, la discretización no es más que la partición en intervalos de la FMP para la variable aleatoria y en este caso se plantean siete intervalos como se puede ver en la tabla 5.7.

Tabla 5.7: Tabla de distribución marginal para la variable gasto Q

Estado	Q
0-95 m^3/s	0.01601
95-190 m^3/s	0.41195
190-285 m^3/s	0.41142
285-380 m^3/s	0.12544
380-475 m^3/s	0.02800
475-570 m^3/s	0.00563
Más de 570 m^3/s	0.00155

Para la obtención de la tabla de probabilidad condicional del nodo profundidad de socavación se procede nuevamente a discretizar la variable en cuestión D_s , se plantea que tenga nueve estados, iniciando en el primer estado con un intervalo de 0 a 1.55 m y en los siguientes siete intervalos la profundidad se incrementa en 0.15 metros, para el estado número nueve se plantea el caso en que la socavación tome un valor entre 2.6 y 3.0 m . Esta discretización está dada en base a que antes de definir el número de estados el modelo probabilístico completo fue calibrado y se analizó cada variable para saber como se comportaban todas las muestras obtenidas y de modo que no quedará ninguna muestra fuera de algún rango.

Con el número de estados para variables Q y D_s definido, se puede saber que la TPC correspondiente al nodo hijo D_s se puede obtener como una matriz de 7×9 , en donde el número de columnas es el la cantidad de estados de la variable padre Q y los nueve renglones corresponden al número de estados de D_s .

Para saber el valor de la probabilidad de cada celda se recurre a formular la distribución de probabilidad condicional de ambas variables para cada estado, esto es en el caso de la primer celda:

$$Pr(D_s = d_{s1} | Q = q_1) = \frac{(\{D_s = d_{s1}\} \cap \{Q = q_1\})}{Pr(Q = q_1)} \quad (5.1)$$

Que se lee como la probabilidad de que la variable D_s tome el valor de d_{s1} , dado que ocurrió un caudal $Q = q_1$, en otras palabras para estimar el valor de la probabilidad en la celda uno se tienen que contar el número de casos para los cuales la socavación local está en el intervalo de 0 a 1.55 m dado que ocurrió un caudal entre 0 y 95.0 m^3/s . Para cumplir con lo que indica la expresión 5.1, el número de casos obtenidos se divide ahora entre el número de casos en los que ocurrió que $Q = q_1$.

Este mismo procedimiento se repite para todas las celdas restantes en la matriz, teniendo en cuenta cada intervalo o estado de las variables. Así entonces para obtener la TPC de las variables caudal y profundidad de socavación se generaliza la expresión 5.1 obteniéndose la expresión general 5.2.

$$Pr(D_s = d_{sj} | Q = q_i) = \frac{(\{D_s = d_{sj}\} \cap \{Q = q_i\})}{Pr(Q = q_i)} \quad (5.2)$$

En donde $q_i; i = 1, 2, 3, \dots, 7$ es i -ésimo estado de la variable Q y $d_{sj}; j = 1, 2, 3, \dots, 9$ es j -ésimo estado de la variable D_s . La tabla 5.8 es entonces la distribución de probabilidad condicional de D_s dado Q .

Tabla 5.8: Tabla condicional para las variables gasto y socavación local

$D_s \backslash Q$	0-95 m^3	95-190 m^3/s	190-285 m^3/s	285-380 m^3/s	380-475 m^3/s	475-570 m^3/s	570-900 m^3/s
0.00-1.55m	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0011	0.0036	0.0000
1.55-1.70m	0.0013	0.0028	0.0053	0.0090	0.0150	0.0231	0.0387
1.70-1.85m	0.0337	0.0461	0.0619	0.0843	0.1332	0.1723	0.1226
1.85-2.00m	0.1843	0.2125	0.2476	0.2817	0.3229	0.3499	0.4323
2.00-2.15m	0.3648	0.3620	0.3607	0.3528	0.3310	0.2948	0.3160
2.15-2.30m	0.2879	0.2670	0.2355	0.2013	0.1504	0.1048	0.0581
2.30-2.45m	0.1024	0.0900	0.0748	0.0598	0.0421	0.0426	0.0194
2.45-2.60m	0.0237	0.0177	0.0129	0.0099	0.0036	0.0089	0.0129
2.60-3.00m	0.0019	0.0017	0.0013	0.0010	0.0007	0.0000	0.0000

Analogamente para calcular la tabla de probabilidad condicional entre las variables D_s y el coeficiente de seguridad por capacidad de carga de la cimentación C_c se tiene la expresión 5.3, que no es más que la probabilidad condicional:

$$Pr(C_c = c_{ci} | D_s = d_{sj}) = \frac{(\{C_c = c_{ci}\} \cap \{D_s = d_{sj}\})}{Pr(D_s = d_{sj})} \quad (5.3)$$

En donde una vez discretizadas las variables de cada nodo en estudio $c_{ci}; i = 1, 2, 3, \dots, 7$ es el i -ésimo estado de la variable aleatoria que representa el coeficiente de capacidad de carga C_c y $d_{sj}; j = 1, 2, 3, \dots, 9$ es el j -ésimo estado de la variable profundidad de socavación local D_s . La tabla 5.9, corresponde la distribución de probabilidad condicional de la variable C_c dado D_s .

Tabla 5.9: Tabla condicional para las variables socavación local y capacidad de carga

$D_s \backslash C_c$	0.00-1.55 m	1.55-1.70 m	1.70-1.85 m	1.85-2.00 m	2.00-2.15 m	2.15-2.30 m	2.30-2.45 m	2.45-2.60 m	2.60-3.00 m
0-1	0.0000	0.0000	0.0020	0.0018	0.0015	0.0017	0.0015	0.0014	0.0000
1-4	0.8333	0.4961	0.4807	0.4788	0.4813	0.4768	0.4915	0.4736	0.4237
4-8	0.0834	0.3720	0.3857	0.3862	0.3863	0.3884	0.3792	0.3938	0.4444
8-12	0.0833	0.0984	0.0872	0.0870	0.0840	0.0874	0.0876	0.0889	0.0903
12-16	0.0000	0.0197	0.0263	0.0261	0.0264	0.0262	0.0243	0.0250	0.0208
16-20	0.0000	0.0039	0.0093	0.0097	0.0106	0.0086	0.0074	0.0097	0.0069
Más de 20	0.0000	0.0099	0.0088	0.0104	0.0099	0.0109	0.0085	0.0076	0.0139

En el caso de la tabla de probabilidad condicional entre las variables D_s y el coeficiente de seguridad por deslizamiento de la pila D se tiene la expresión 5.4, que es la probabilidad condicional para ambas variables:

$$Pr(D = d_i | D_s = d_{sj}) = \frac{(\{D = d_i\} \cap \{D_s = d_{sj}\})}{Pr(D_s = d_{sj})} \quad (5.4)$$

En donde discretizadas las variables $d_i; i = 1, 2, 3, \dots, 8$ es el i -ésimo estado de la variable aleatoria que representa el coeficiente de deslizamiento D y $d_{sj}; j = 1, 2, 3, \dots, 9$ es el j -ésimo estado de la variable profundidad de socavación local D_s . La tabla 5.10, corresponde la distribución de probabilidad condicional de la variable D dado D_s .

Tabla 5.10: Tabla condicional para las variables socavación local y deslizamiento

D_s	0.00-1.55	1.55-1.70	1.70-1.85	1.85-2.00	2.00-2.15	2.15-2.30	2.30-2.45	2.45-2.60	2.60-3.00
D	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0-1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1-4	0.0000	0.0039	0.0041	0.0056	0.0056	0.0043	0.0059	0.0055	0.0069
4-11	0.3333	0.3150	0.3199	0.3311	0.3574	0.3824	0.4050	0.4000	0.4236
11-18	0.2500	0.4193	0.3884	0.4060	0.4023	0.4031	0.4041	0.4069	0.3612
18-25	0.2500	0.1594	0.1842	0.1705	0.1597	0.1448	0.1311	0.1299	0.1458
25-32	0.0834	0.0709	0.0653	0.0574	0.0495	0.0447	0.0377	0.0389	0.0486
32-39	0.0833	0.0118	0.0240	0.0186	0.0167	0.0135	0.0105	0.0139	0.0139
Más de 39	0.0000	0.0197	0.0141	0.0108	0.0088	0.0072	0.0057	0.0049	0.0000

La tabla de probabilidad condicional entre las variables D_s y el coeficiente de seguridad por volteo de la pila V puede ser calculada a partir de la expresión 5.5, que es la probabilidad condicional para ambas variables:

$$Pr(V = v_i | D_s = d_{sj}) = \frac{(\{V = v_i\} \cap \{D_s = d_{sj}\})}{Pr(D_s = d_{sj})} \quad (5.5)$$

En donde una vez discretizadas las variables $v_i; i = 1, 2, 3, \dots, 8$ es el i-esimo de estado de la variable aleatoria que representa el coeficiente por volteo de la pila V y $d_{sj}; j = 1, 2, 3, \dots, 9$ es el j-esimo estado de la variable profundidad de socavación local D_s . La tabla 5.11, representa la distribución de probabilidad condicional de la variable V dado D_s .

Tabla 5.11: Tabla condicional para las variables socavación local y volteo

D_s	0.00-1.55	1.55-1.70	1.70-1.85	1.85-2.00	2.00-2.15	2.15-2.30	2.30-2.45	2.45-2.60	2.60-3.00
V	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0-1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1-4	0.0000	0.0059	0.0056	0.0056	0.0040	0.0022	0.0032	0.0049	0.0000
4-17	0.5000	0.4035	0.3345	0.3103	0.3012	0.2938	0.2998	0.2902	0.3333
17-30	0.0833	0.3760	0.3887	0.4106	0.4160	0.4305	0.4397	0.4535	0.4167
30-43	0.3333	0.1280	0.1765	0.1829	0.1879	0.1873	0.1804	0.1667	0.1736
43-56	0.0834	0.0630	0.0580	0.0613	0.0602	0.0590	0.0525	0.0549	0.0556
56-69	0.0000	0.0118	0.0241	0.0189	0.0199	0.0175	0.0159	0.0235	0.0208
Más de 69	0.0000	0.0118	0.0126	0.0104	0.0108	0.0097	0.0085	0.0063	0.0000

Probabilidad conjunta del modelo propuesto

Con la convención utilizada anteriormente en la definición de las variables aleatorias de la RB, el gasto esta dado por la variable Q , la magnitud de la socavacion local en la pila es D_s , el coeficiente de seguridad para la capacidad de carga de la cimentación es C_c , el coeficiente de seguridad para el momento de volteo es V y para considerar el deslizamiento de la pila, el coeficiente de seguridad esta representado por D . La expresión para obtener la Funcion Densidad de Probabilidad (FDP) conjunta esta dada por 5.6:

$$p(q, d_s, c_c, d, v) = p(v | d_s)p(d | d_s)p(c | d_s)p(d_s | q)p(q) \quad (5.6)$$

La figura 5.17, muestra la el cálculo de la probabilidad conjunta de la red, se mencione que el objetivo de esta tesis no comprende la solución analítica de redes Bayesianas, por lo que se utiliza únicamente un software. Para más detalles acerca del los métodos para solución de RB, se recomienda consultar las referencias [9], [13], [35] y [37].

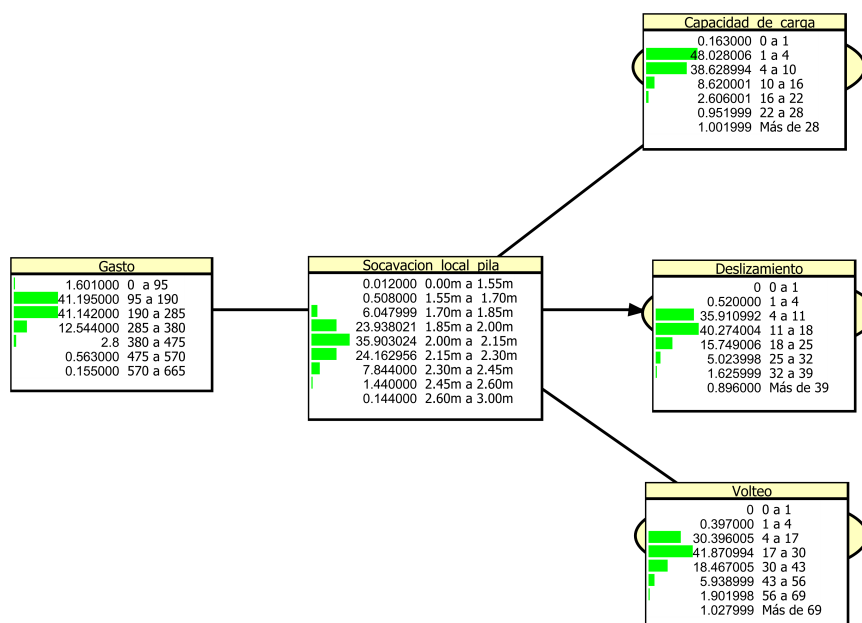


Figura 5.17: Probabilidad conjunta del modelo de falla de pila

En redes Bayesianas, la inferencia probabilística consiste básicamente en que dadas ciertas variables conocidas (ingresar evidencia), actualizar el valor de la probabilidad posterior del resto de las variables desconocidas de la red.

Evidencia en la variable gasto

Si se tiene evidencia de que ha ocurrido un caudal Q , se puede responder a preguntas del tipo siguiente:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente una profundidad de socavación D_s dado que se presenta un gasto conocido Q ?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad para la capacidad de carga C_c , dado que se presenta un gasto conocido Q ?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad para deslizamiento D , dado que se presenta un gasto conocido Q ?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad para volteo de la pila V dado que se presenta un gasto conocido Q ?

Se puede obtener para cada estado de la variable Q una respuesta diferente para cada uno de los cuestionamientos anteriores, en las figuras 5.18 a 5.24 se observan los resultados obtenidos para cada variable de la red.

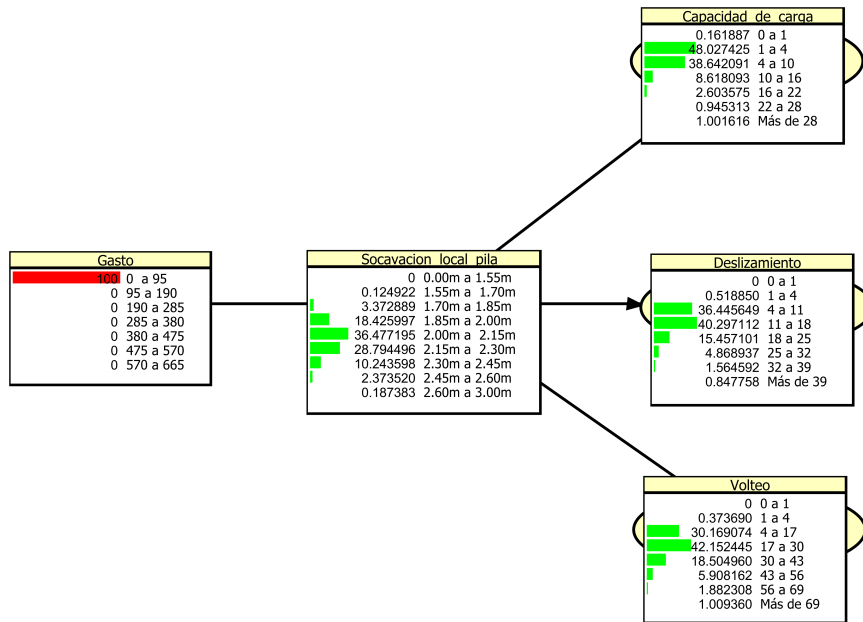


Figura 5.18: Evidencia de tener un gasto Q entre $0 \text{ m}^3/\text{s}$ y $95 \text{ m}^3/\text{s}$

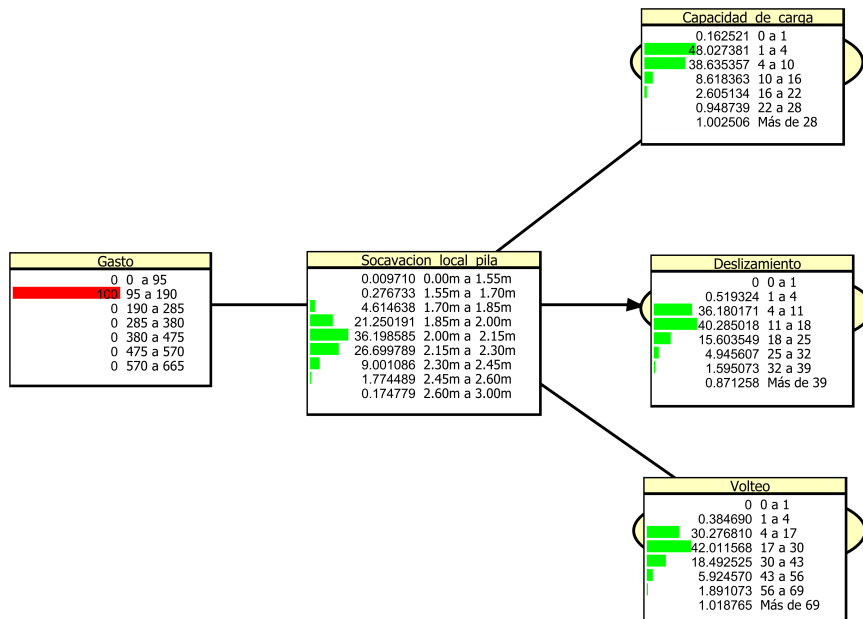


Figura 5.19: Evidencia de tener un gasto Q entre $95 \text{ m}^3/\text{s}$ y $190 \text{ m}^3/\text{s}$

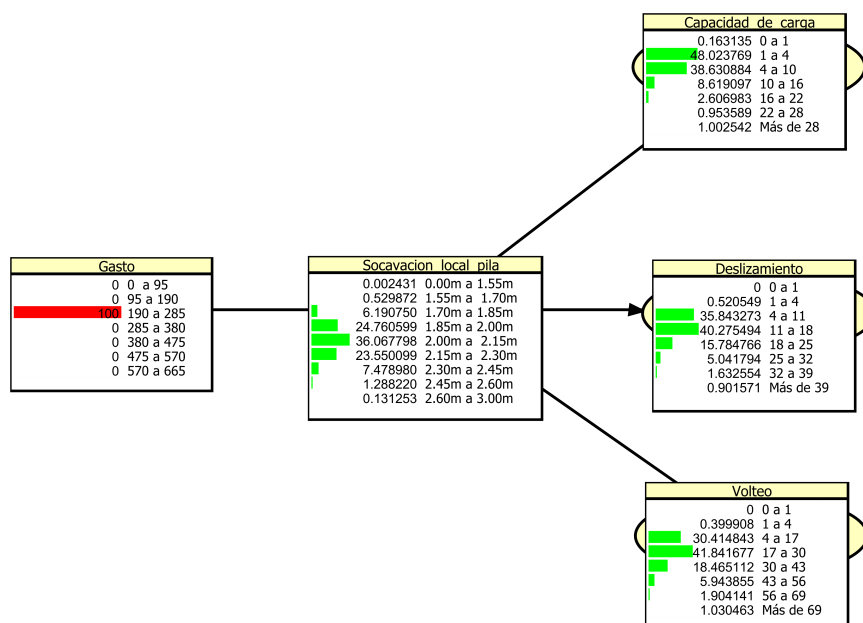


Figura 5.20: Evidencia de tener un gasto Q entre $190 \text{ m}^3/\text{s}$ y $285 \text{ m}^3/\text{s}$

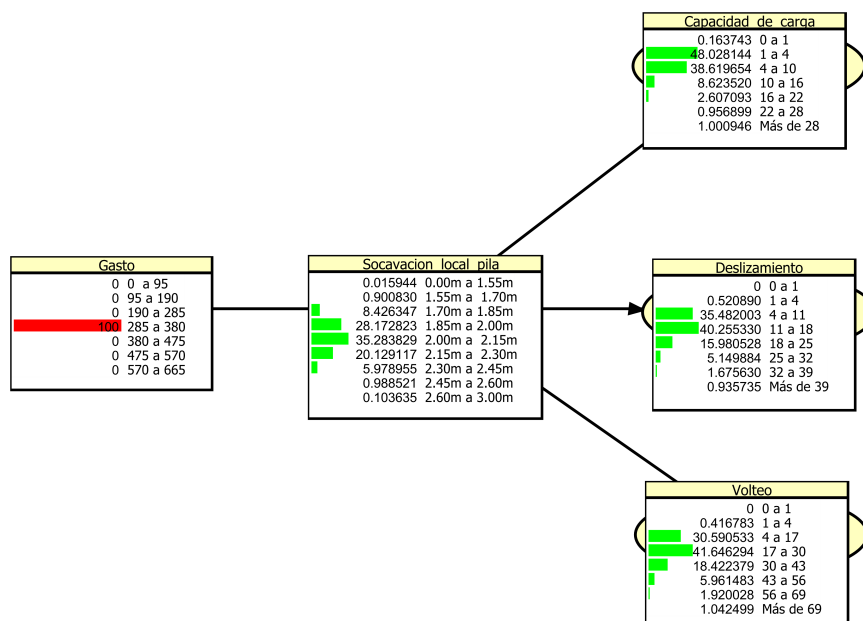


Figura 5.21: Evidencia de tener un gasto Q entre $285 \text{ m}^3/\text{s}$ y $380 \text{ m}^3/\text{s}$

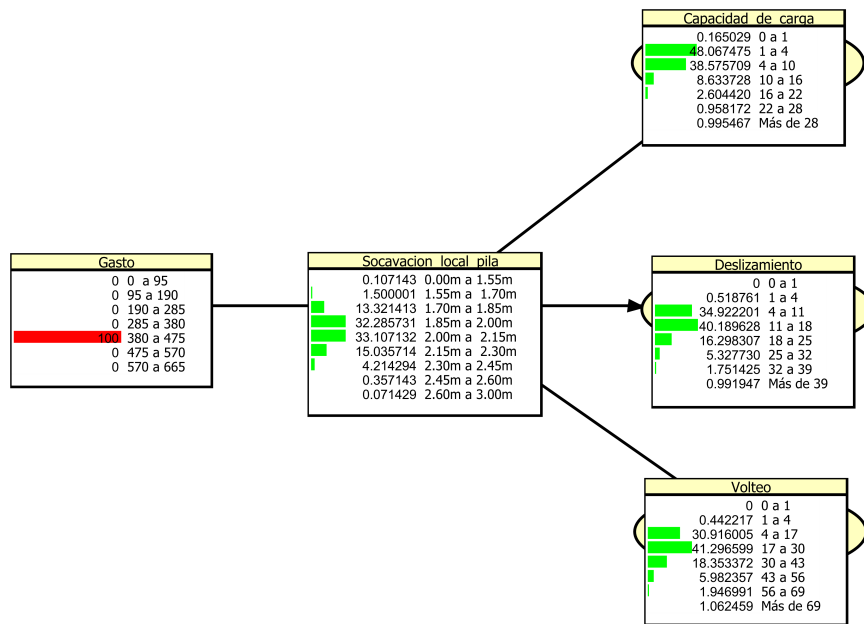


Figura 5.22: Evidencia de tener un gasto Q entre $380 \text{ m}^3/\text{s}$ y $475 \text{ m}^3/\text{s}$

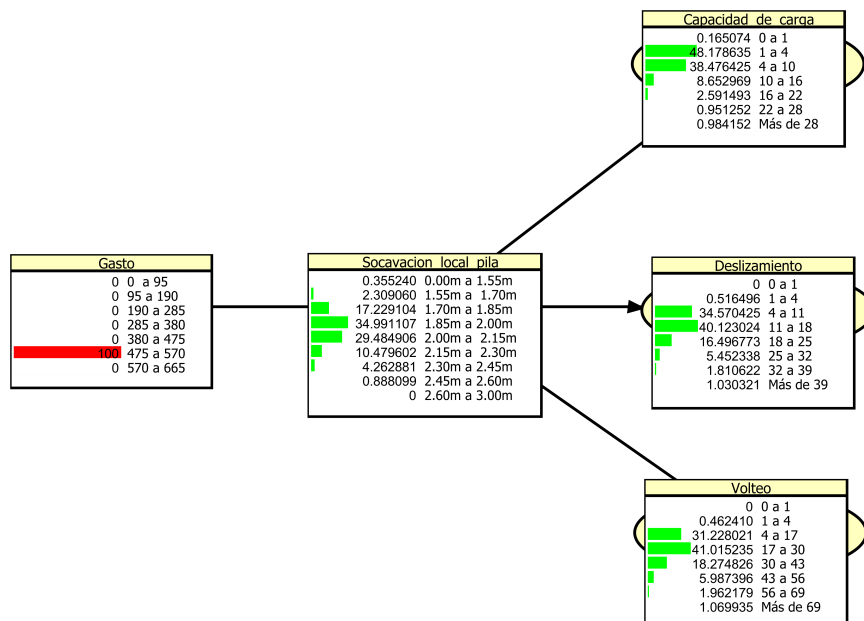


Figura 5.23: Evidencia de tener un gasto Q entre $475 \text{ m}^3/\text{s}$ y $570 \text{ m}^3/\text{s}$

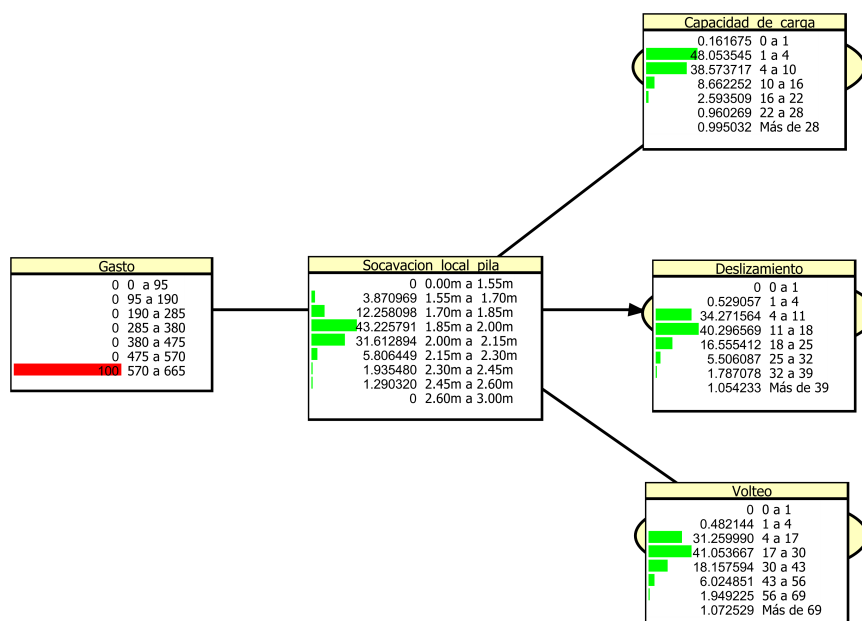


Figura 5.24: Evidencia de tener un gasto Q entre $570 \text{ m}^3/\text{s}$ y $665 \text{ m}^3/\text{s}$

Evidencia en la variable socavación local

Al ingresar evidencia en el nodo socavación es posible responder a preguntas como las que se plantean en seguida:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado un gasto Q dado que se presenta una profundidad de socavación D_s ?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad para capacidad de carga C_c dado que se presenta una profundidad de socavación D_s ?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad para deslizamiento D dado que se presenta una profundidad de socavación D_s ?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad para volteo en la pila V dado que se presenta una profundidad de socavación D_s ?

Se puede obtener para cada estado una respuesta diferente para cada uno de los cuestionamientos anteriores, en las figuras 5.25 a 5.33 se observan los resultados obtenidos para cada variable de la red si se sabe que ha ocurrido cada uno de los estados del nodo socavación.

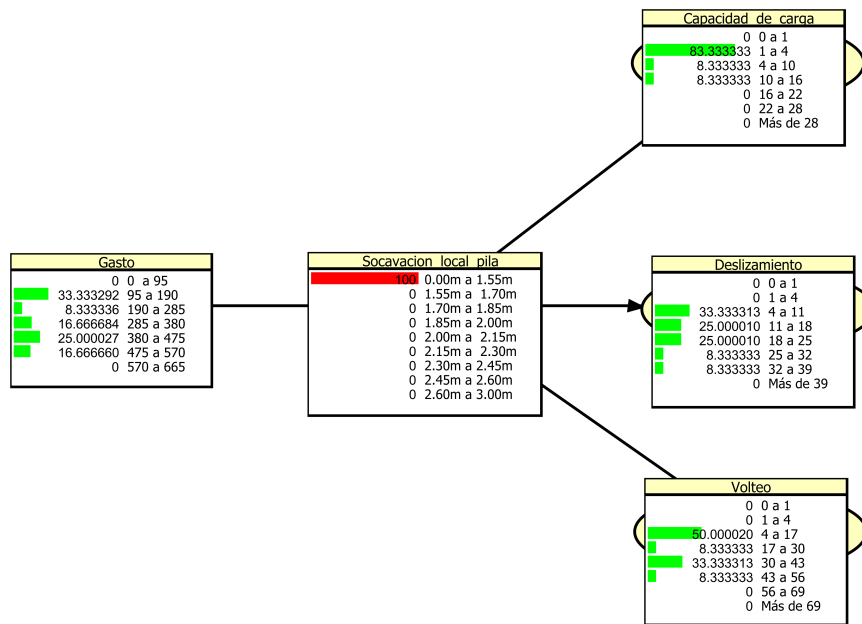


Figura 5.25: Evidencia de tener una socavación D_s entre 0.00m y 1.55m

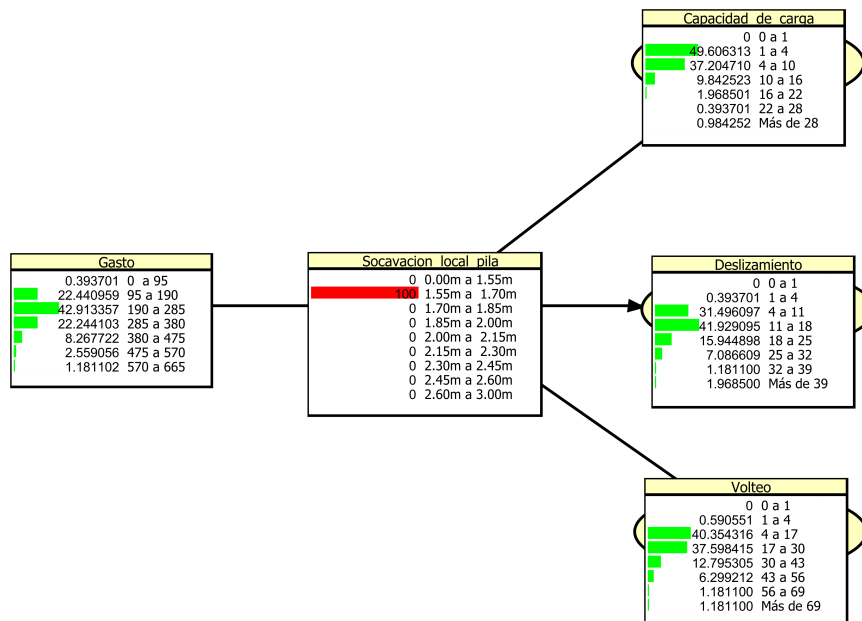


Figura 5.26: Evidencia de tener una socavación D_s entre 1.55m y 1.70m

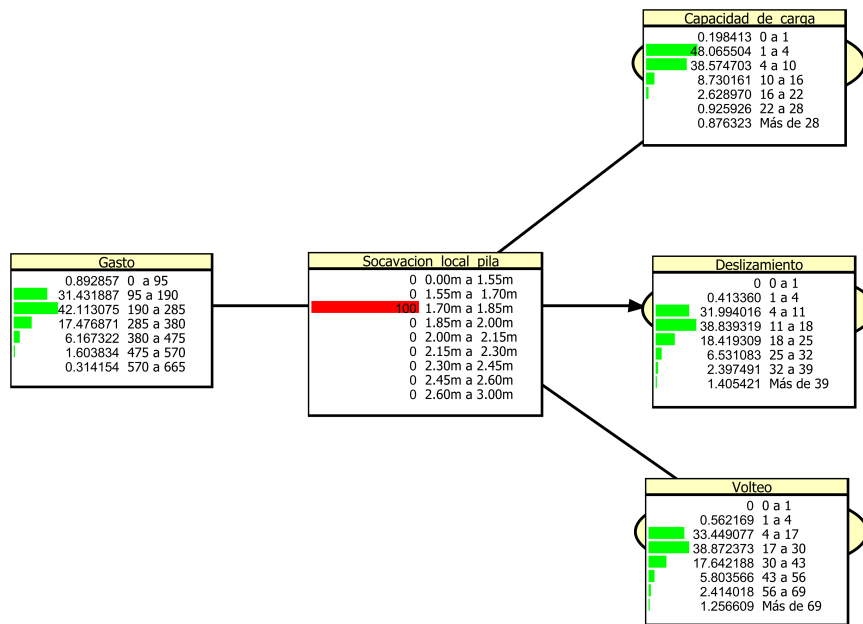


Figura 5.27: Evidencia de tener una socavación D_s entre 1.70m y 1.85m

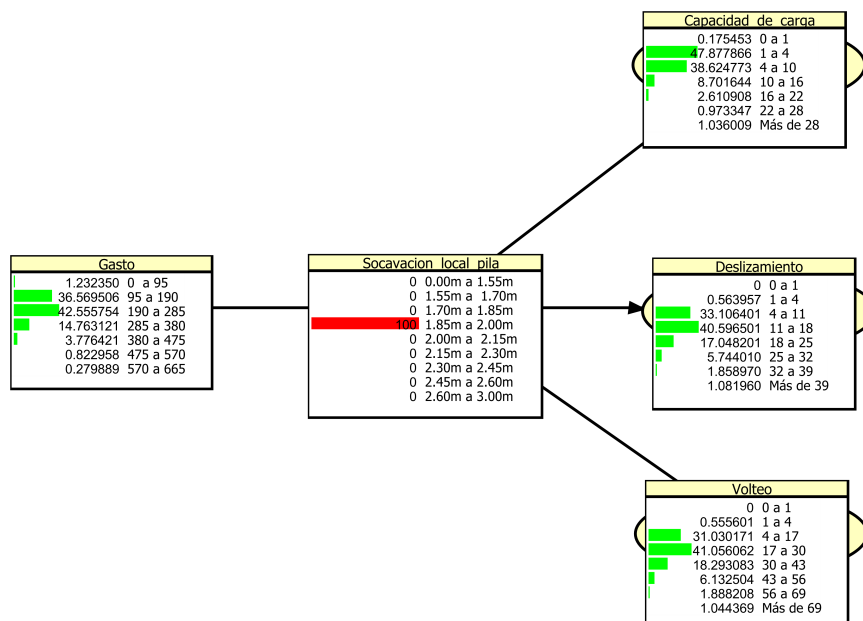


Figura 5.28: Evidencia de tener una socavación D_s entre 1.85m y 2.00m

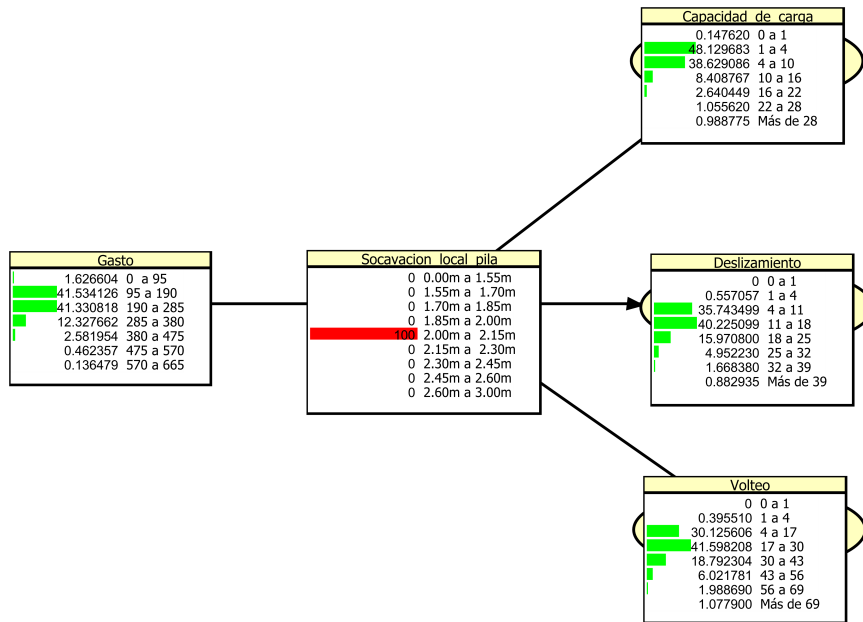


Figura 5.29: Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.00m y 2.15m

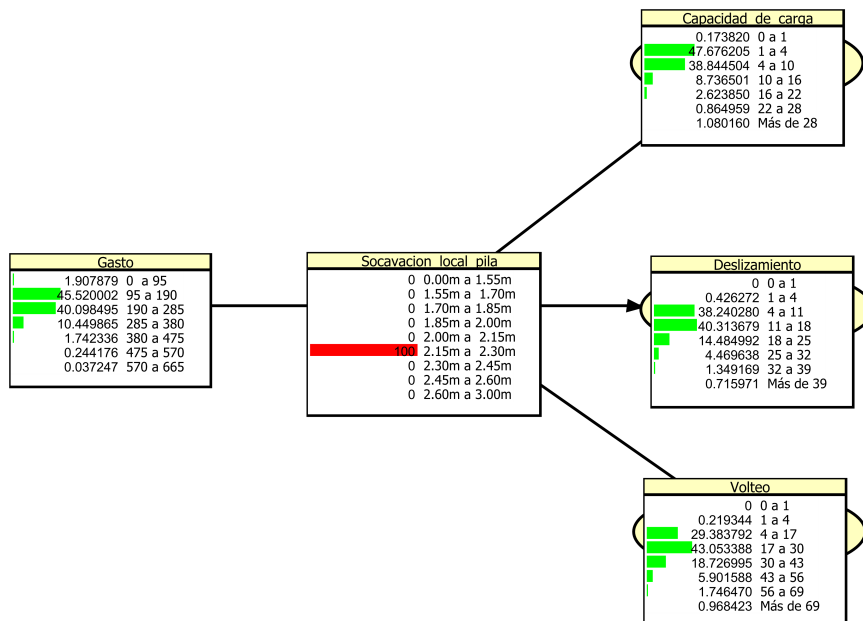


Figura 5.30: Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.15m y 2.30m

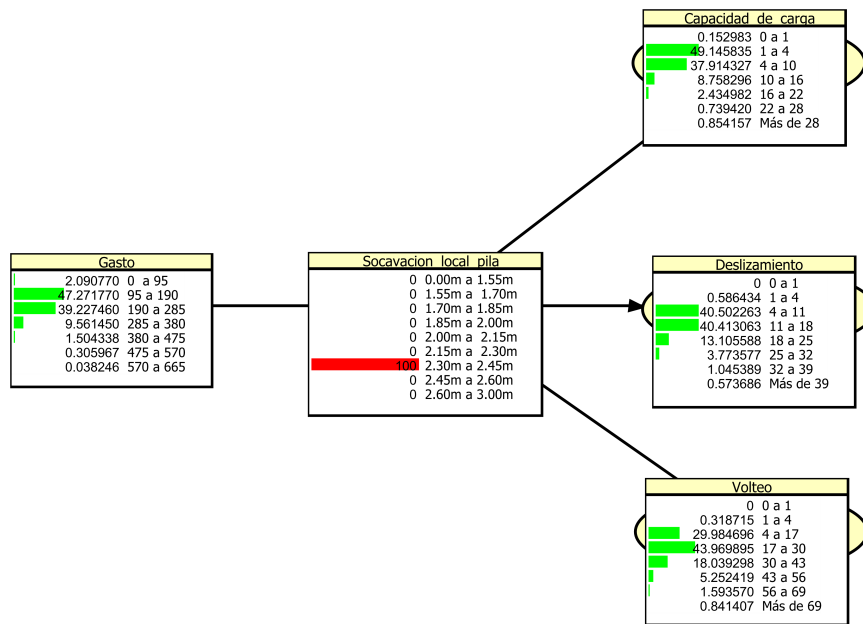


Figura 5.31: Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.30m y 2.45m

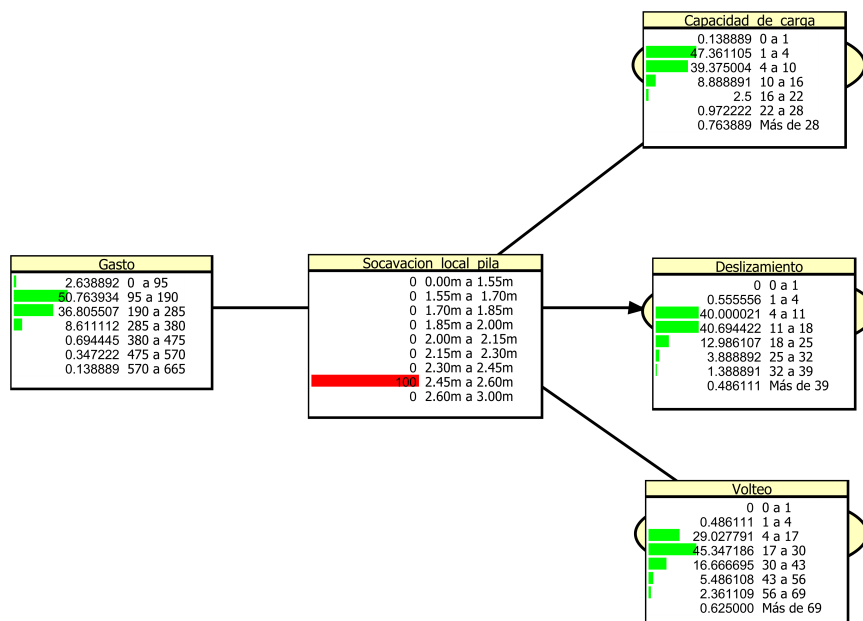


Figura 5.32: Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.45m y 2.60m

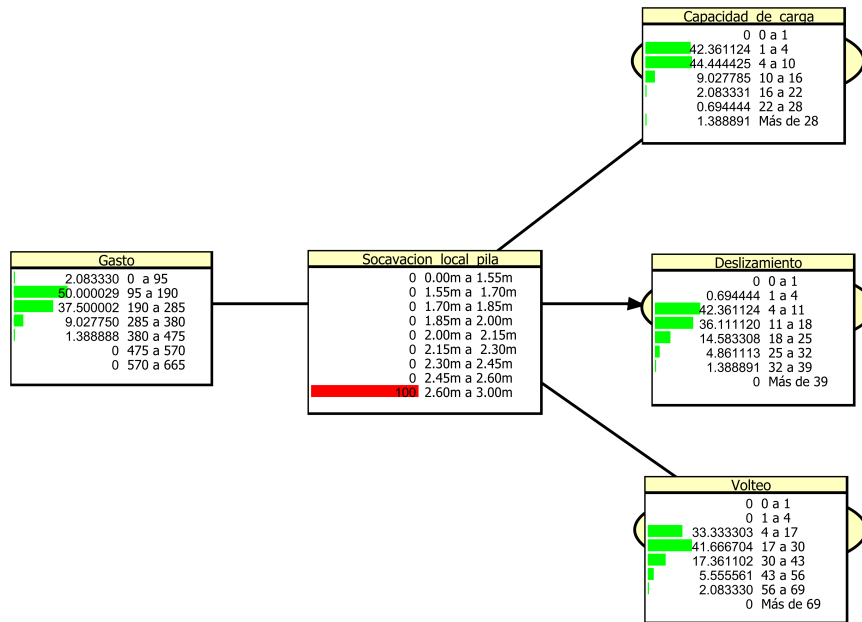


Figura 5.33: Evidencia de tener una socavación D_s entre 2.60m y 3.00m

Evidencia en la variable capacidad de carga

Cuando se tiene nueva información disponible acerca del coeficiente de seguridad de la variable capacidad de carga, las preguntas que se pueden responder son:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado un gasto Q dado que se presenta un coeficiente de seguridad para capacidad de carga C_c ?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado una profundidad de socavación D_s dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad C_c ?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un determinado coeficiente de seguridad por deslizamiento D dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad para C_c ?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad por volteo V dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad C_c ?

Se puede obtener para cada estado una respuesta diferente para cada uno de los cuestionamientos anteriores, en las figuras 5.34 a 5.40 se observan los resultados obtenidos para cada variable de la red si se sabe que ha ocurrido cada uno de los estados del nodo capacidad de carga.

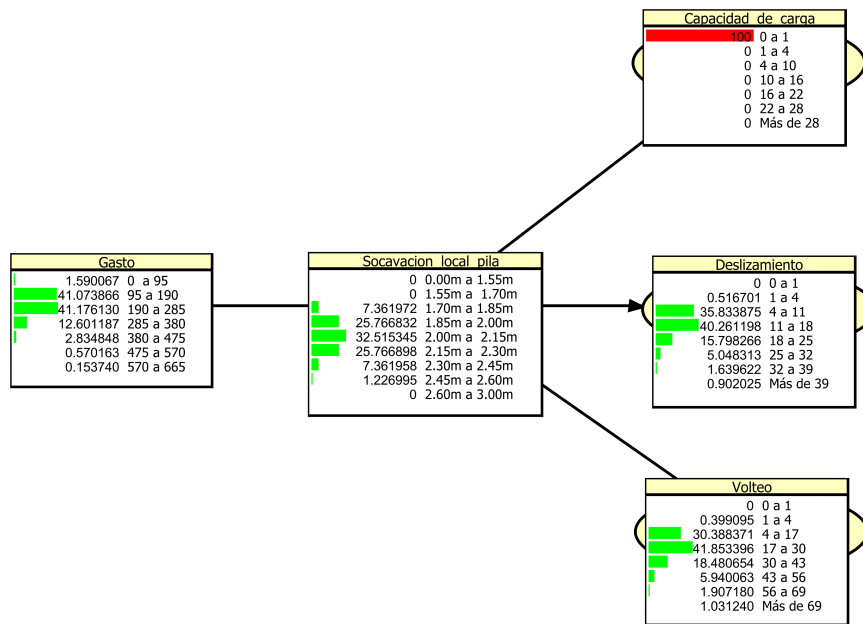


Figura 5.34: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad para C_c entre 0.0 y 1.0

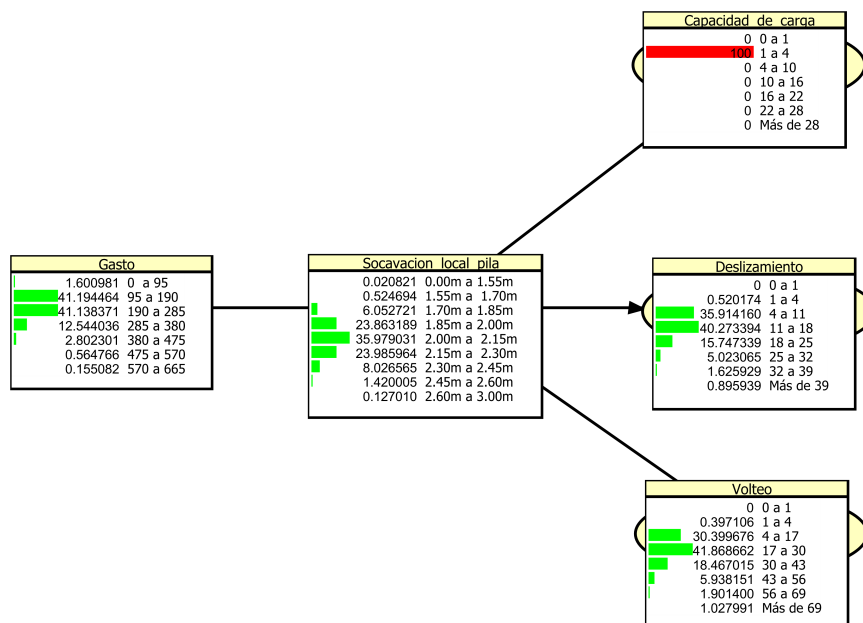


Figura 5.35: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 1.0 y 4.0

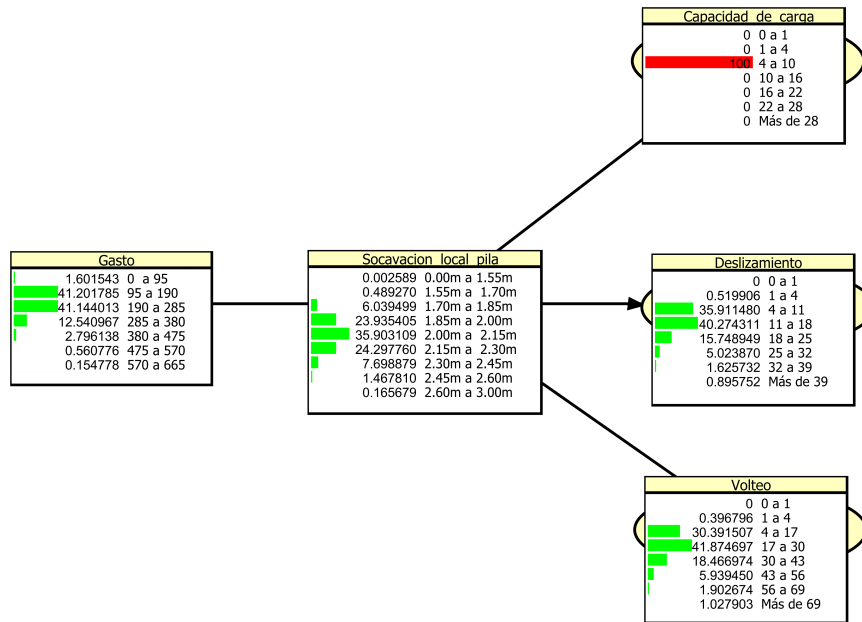


Figura 5.36: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 4.0 y 10.0

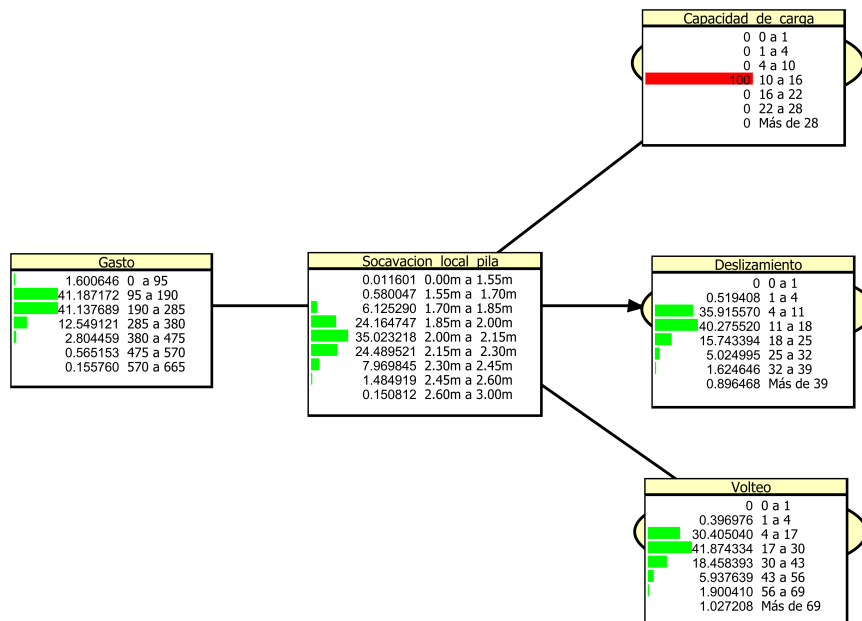


Figura 5.37: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 10.0 y 16.0

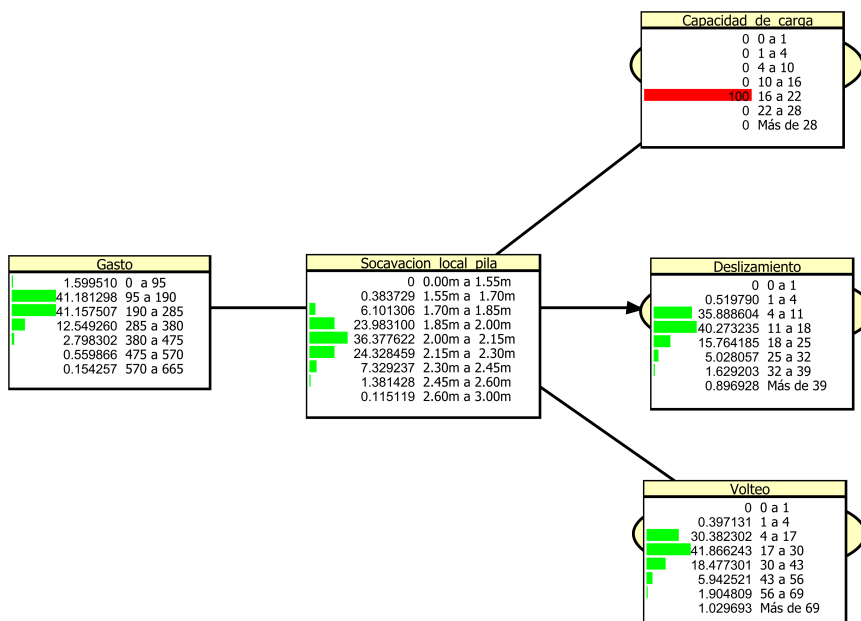


Figura 5.38: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 16.0 y 22.0

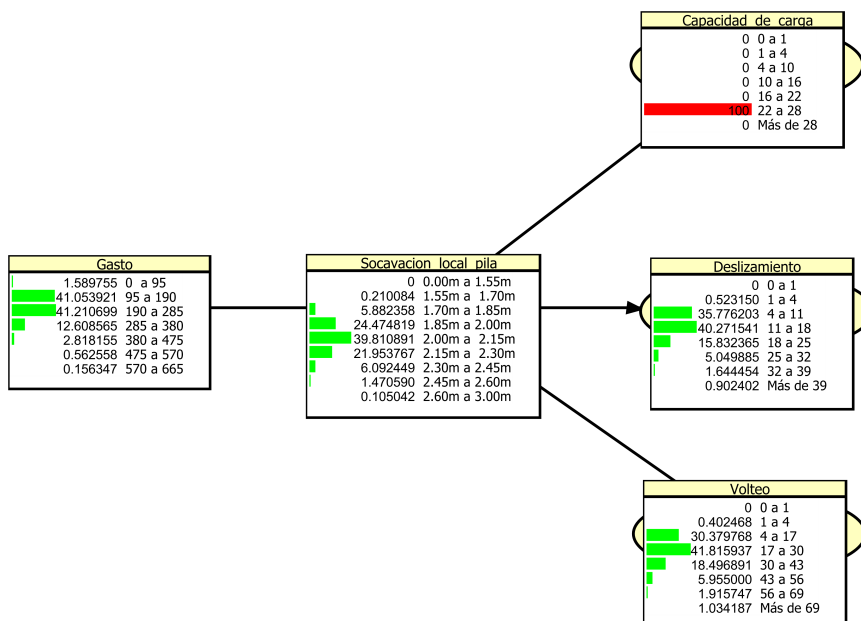


Figura 5.39: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c entre 22.0 y 28.0

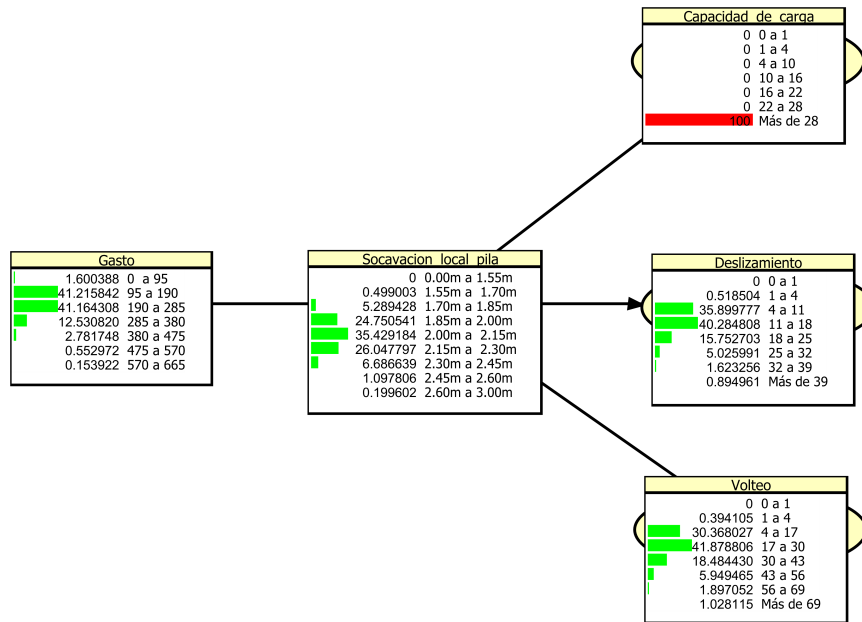


Figura 5.40: Evidencia de que haya un coeficiente de seguridad C_c mayor a 28.0

Evidencia en la variable deslizamiento

Si se tiene evidencia de que se tiene un coeficiente de seguridad en el nodo deslizamiento es posible contestar a preguntas como:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado un gasto Q dado que se presenta una coeficiente de seguridad para D ?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado una profundidad de socavación D_s dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad para deslizamiento D ?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad por capacidad de carga C_c dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad para deslizamiento D ?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente por volteo V dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad por deslizamiento D ?

Se puede obtener para cada estado una probabilidad diferente para cada uno de los cuestionamientos anteriores, en las figuras 5.41 a 5.47 se observan los resultados obtenidos para cada variable de la red si se sabe que ha ocurrido cada uno de los estados del nodo deslizamiento de la pila.

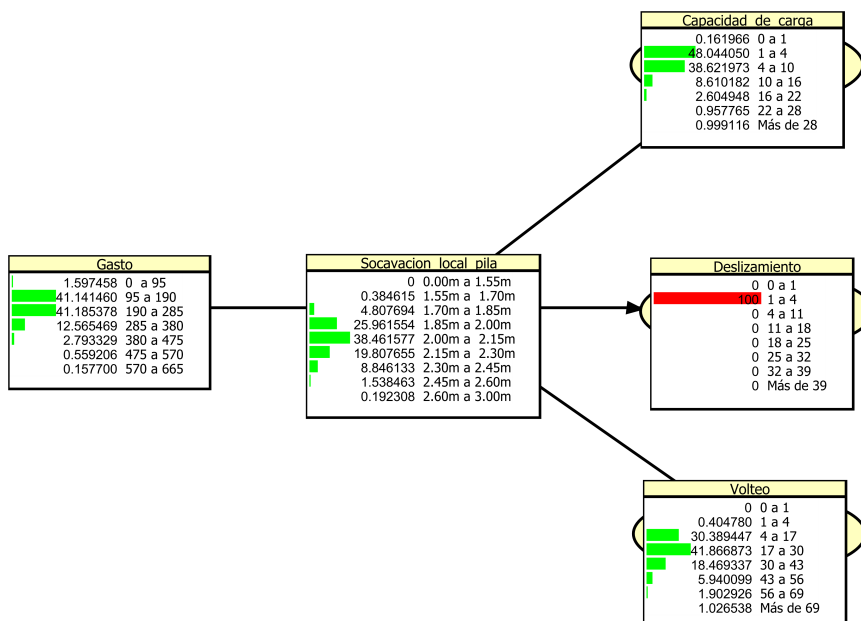


Figura 5.41: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 1.0 a 4.0

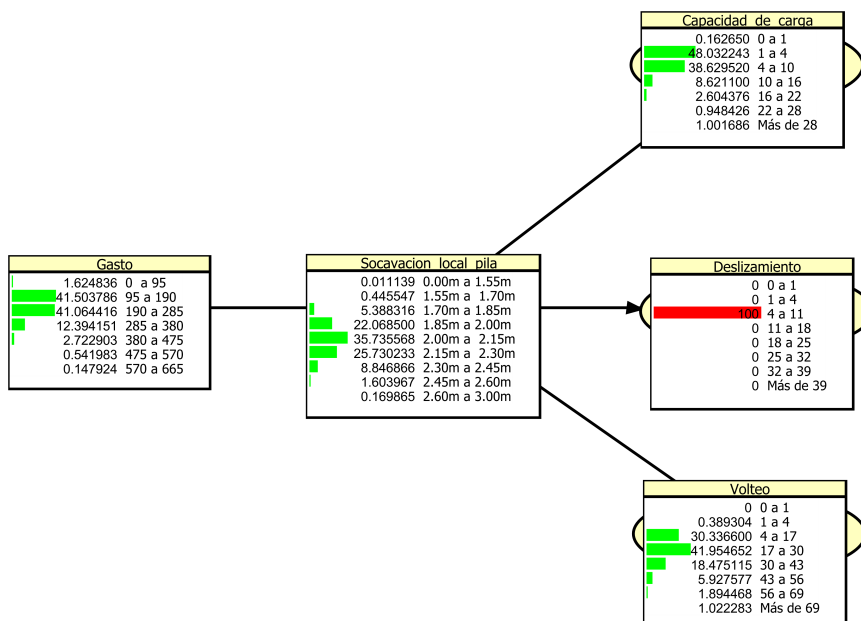


Figura 5.42: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 4.0 a 11.0

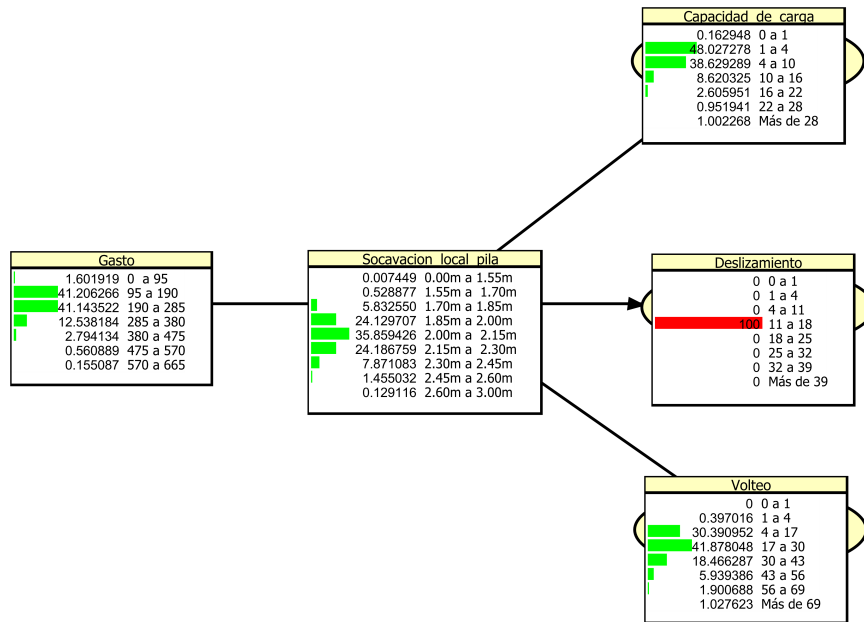


Figura 5.43: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 11.0 a 18.0

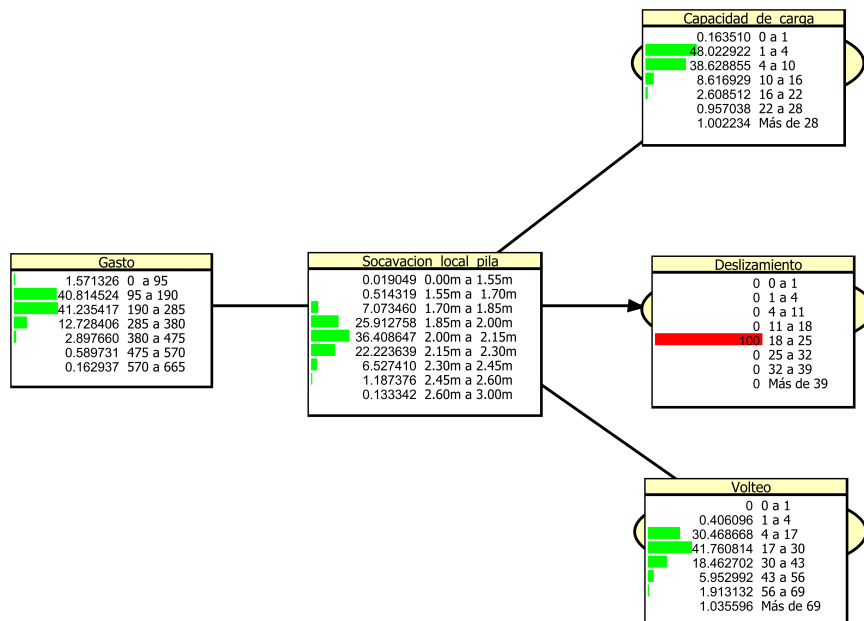


Figura 5.44: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 18.0 a 25.0

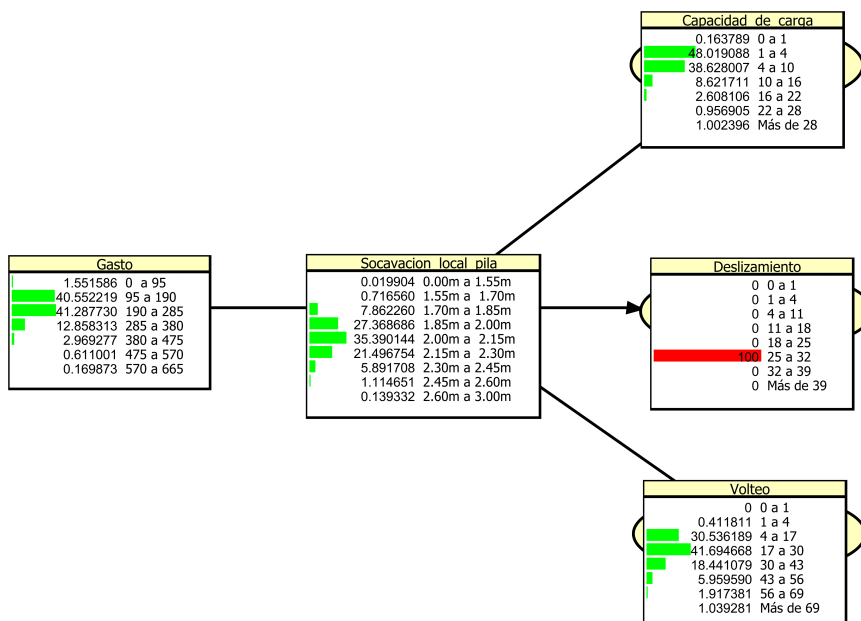


Figura 5.45: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 25.0 a 32.0

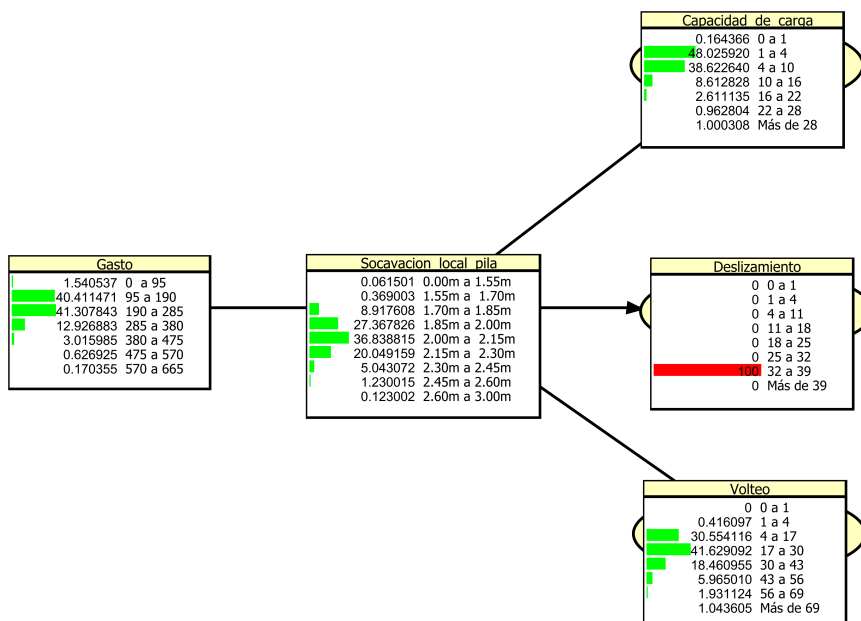


Figura 5.46: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D de 32.0 a 39.0

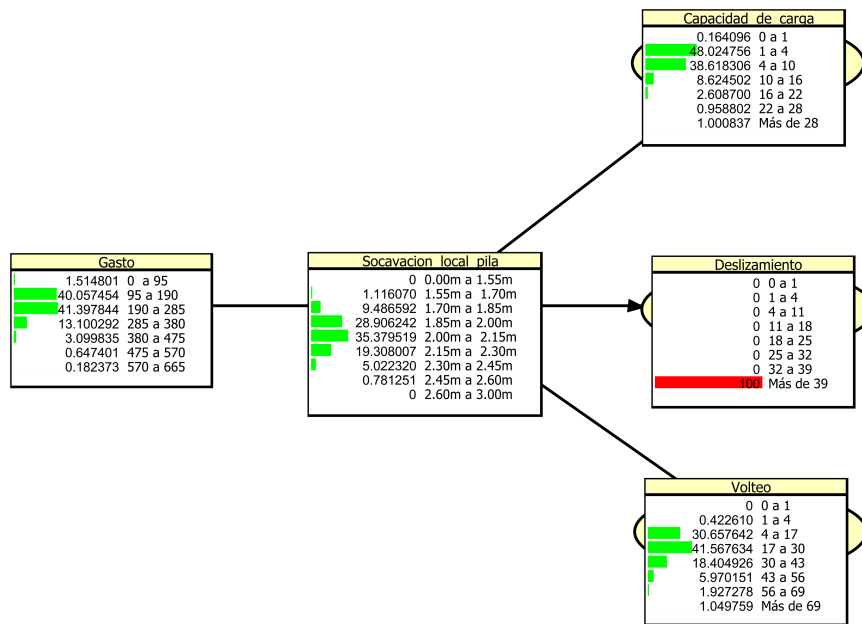


Figura 5.47: Evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D mayor a 39.0

Como es posible observar en el caso de deslizamiento, no es posible tener evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad entre 0 y 1, por que generalmente este evento es casi imposible que se presente bajo las condiciones que se han supuesto de gasto, carga, y socavación.

En los análisis por deslizamiento generalmente los coeficientes de seguridad suelen ser grandes como se puede observar en la referencia [39], así que una falla por deslizamiento tiene probabilidad cero de ocurrir para el puente hipotético.

Evidencia en la variable momento de volteo

Con evidencia en el nodo volteo podemos responder a preguntas como:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado un gasto Q dado que se presenta un coeficiente de seguridad para volteo V ?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya presentado una profundidad de socavación D_s dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad para V ?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad por capacidad de carga C_c dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad para V ?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que se presente un coeficiente de seguridad por deslizamiento D dado que se tiene evidencia que hay un coeficiente de seguridad para volteo V ?

Se puede obtener en cada estado una probabilidad diferente para cada uno de los cuestionamientos anteriores, en las figuras 5.48 a 5.54 se observan los resultados obtenidos para cada variable de la red si se sabe que ha ocurrido cada uno de los estados del nodo volteo de la pila.

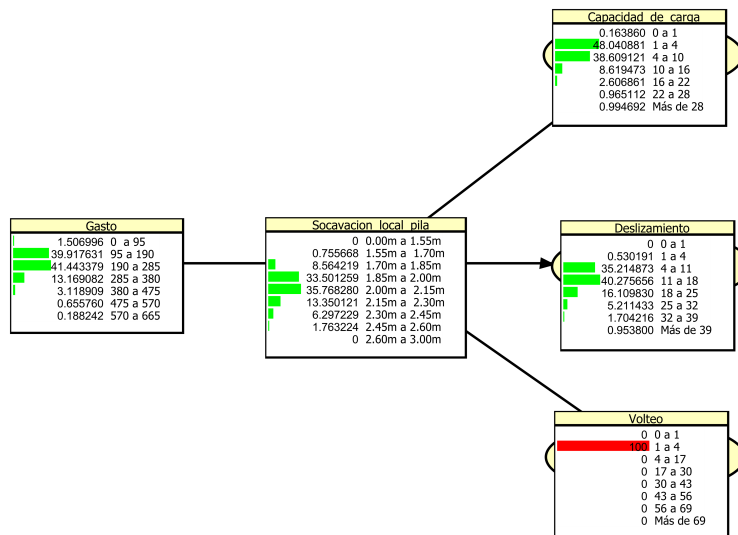


Figura 5.48: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 1.0 a 4.0

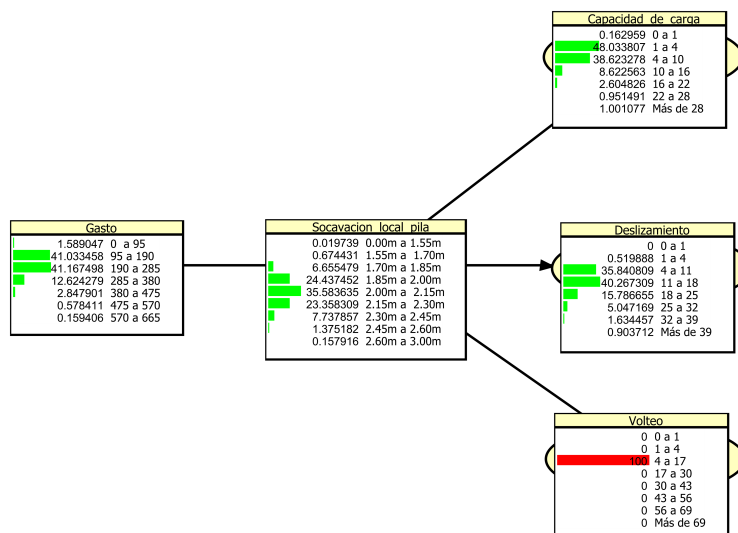


Figura 5.49: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 4.0 a 17.0

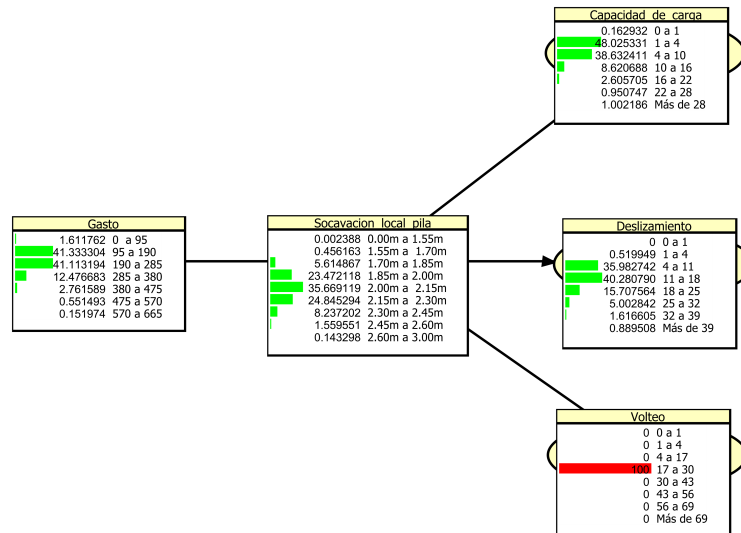


Figura 5.50: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 17.0 a 30.0

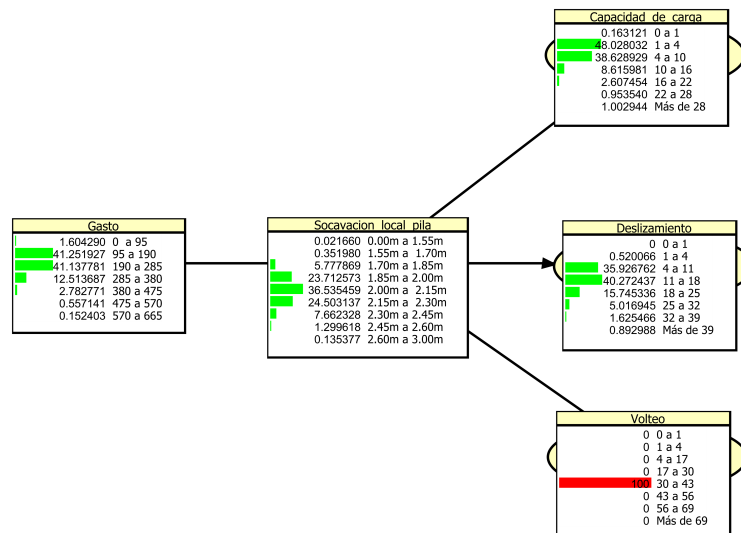


Figura 5.51: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 30.0 a 43.0

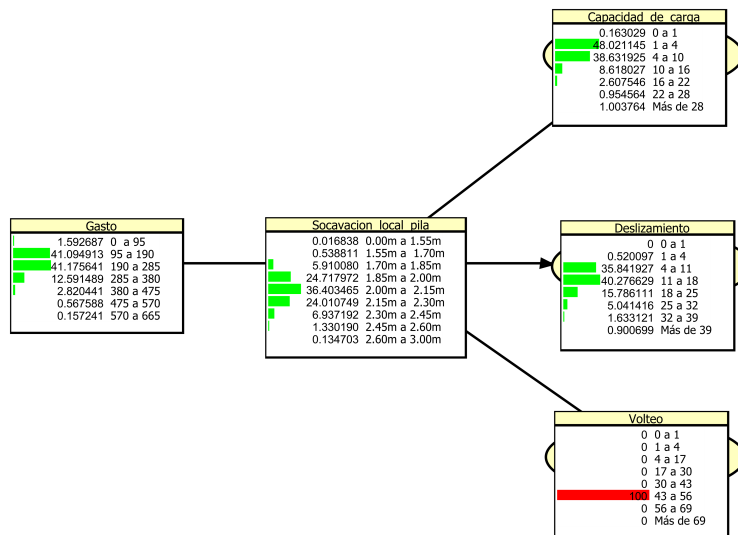


Figura 5.52: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 43.0 a 56.0

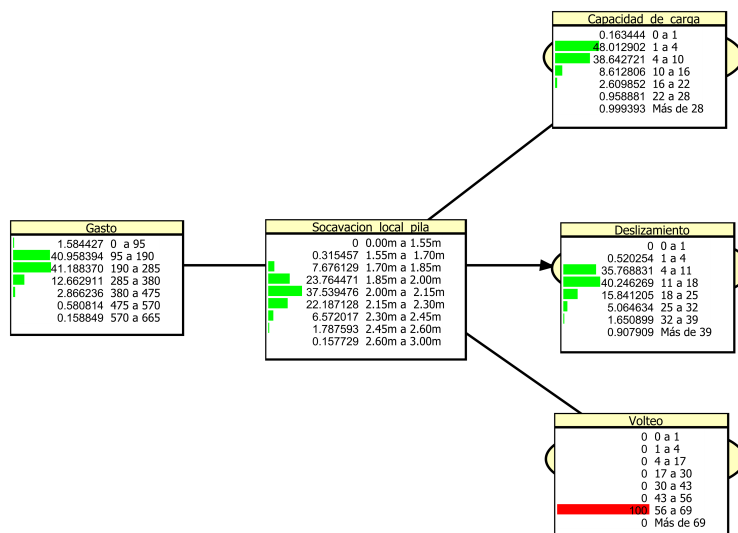


Figura 5.53: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V de 56.0 a 69.0

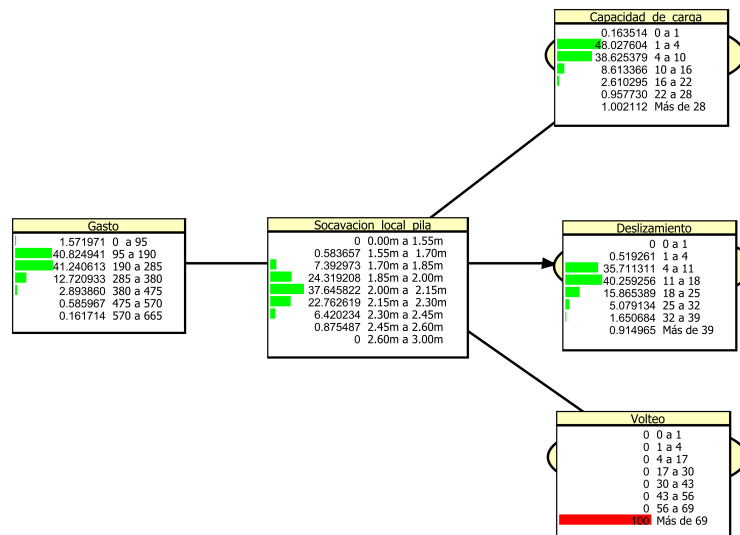


Figura 5.54: Evidencia de que se tenga un coeficiente de seguridad para V mayor a 69.0

Como es posible observar, no es posible tener evidencia de que se presente un coeficiente de seguridad entre 0 y 1, porque generalmente este evento es también casi imposible de que suceda bajo las condiciones que se han supuesto.

En los análisis por volteo los coeficientes de seguridad generalmente son demasiado grandes como se puede observar en la referencia [39], así que una falla por volteo tiene también probabilidad cero de ocurrir para este ejemplo.

Evidencia de condiciones seguras e inseguras

Es posible responder a dos cuestionamientos más, el caso en los cuales se dan las condiciones más seguras y el caso en donde las condiciones de seguridad son las más desfavorables.

Se puede también saber que debe pasar para que la pila se encuentre en condiciones de seguridad altas para los tres modos de falla propuestos ver figura 5.55.

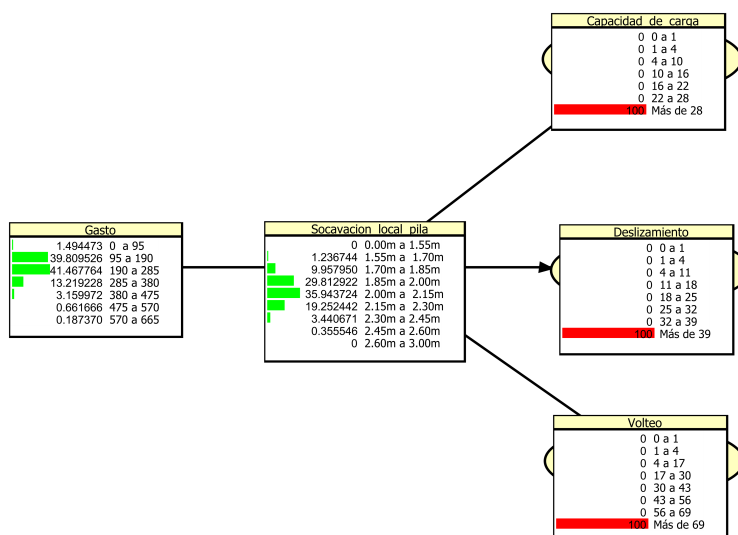


Figura 5.55: Probabilidad de que se den las condiciones más seguras

Del mismo modo para las condiciones más desfavorables se tiene que la variable gasto y socavación deben encontrarse como sigue:

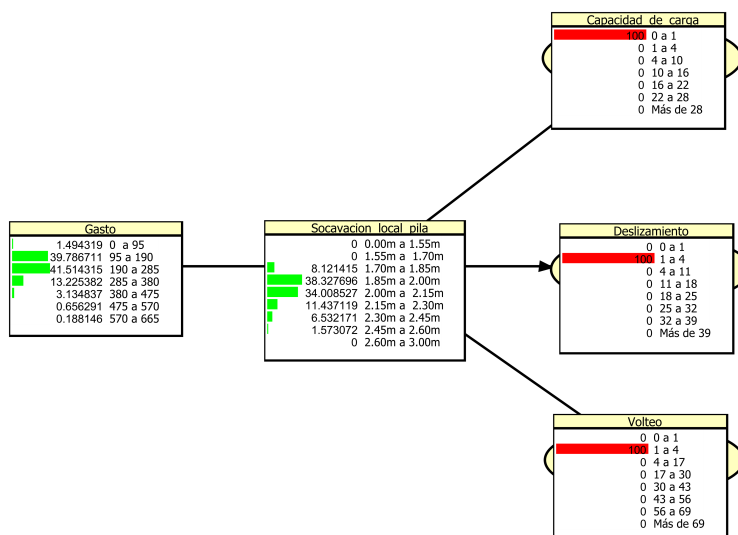


Figura 5.56: Probabilidad de que se den las condiciones menos seguras

Capítulo 6

Conclusiones y recomendaciones

Con base en los modelos planteados en este trabajo y los resultados obtenidos en la aplicación a un caso hipotético se concluye y recomienda lo siguiente:

6.0.3. Conclusiones

- Se demuestra la utilidad de las RB's para resolver problemas relacionados con la toma de decisiones en materia de puentes, basados en la probabilidad de que la estructura se encuentre en un estado de seguridad determinado. Se muestra el modelo, como una herramienta auxiliar que ayude a identificar puentes que tengan prioridad en la asignación de recursos destinados al mantenimiento;
- El marco teórico desarrollado resulta una herramienta que ayuda a predecir la probabilidad de eventos desfavorables, ya que como se ha podido observar en el ejemplo, se puede realizar inferencia hacia atrás y hacia adelante (a priori y posteriori);
- A través de los métodos probabilísticos y de confiabilidad se puede actualizar nueva información obtenida en la red, aunque para ello es necesario realizar estudios profundos del puente bajo análisis;
- Una RB resulta práctica, cuando se trata de realizar inferencia Bayesiana en un tiempo reducido. Así, es posible facilitar la tarea de investigadores y personas encargadas de tomar decisiones en materia de puentes;
- Los modelos basados en RB's son de utilidad para explicar el comportamiento de una manera intuitiva, gracias a su estructura gráfica es posible que personas no especializadas en el tema puedan comprender el modelo de decisión. Las RB's son útiles también cuando se trata de identificar variables críticas en el modelo probabilístico;
- En modelos más complejos las redes tienen una capacidad superior comparada con otros métodos tales como árboles de decisión y árboles de fallo, ver [23] y [25]. Mediante el uso de una RB, se puede obtener la distribución conjunta donde intervienen múltiples nodos tomando en cuenta la independencia estadística de las variables;
- El número de simulaciones para este trabajo fue de 100 000, se analizó también el modelo con 50 000 simulaciones encontrándose una poca diferencia en los resultados (se mantuvo una tendencia parecida), se encontraron limitaciones con el número de simulaciones teniendo en cuenta la complejidad de los modelos y la demanda computacional que esto implica;
- La metodología propuesta puede ser aplicada a un solo elemento del puente o al sistema completo, formulando una RB de acuerdo a las necesidades propias del modelo de decisión, etc.

6.0.4. Recomendaciones

Se recomienda que en futuras investigaciones este trabajo pueda ser complementado con otras variables como: sismo, viento y frenaje. Además puedan ser evaluados otros elementos del puente como: estribos, losa, apoyos. En este caso, es necesario incrementar el número de nodos en la red Bayesiana y el modelo probabilístico incrementaría su complejidad.

También se menciona que con el trabajo realizado, es posible el desarrollo de un mapa de riesgo para una región geográfica o sistema de puentes tipo, pudiendo hacer uso de los sistemas de información geográficas (SIG) y modelos que ayuden a estimar las consecuencias que tendría la falla de un puente o alguno de sus elementos.

Es posible que en un futuro que se pudiera ampliar el modelo planteado para la evaluación de la probabilidad de socavación en el tiempo causada por avenidas extremas, al modelo anterior se le pueden añadir también modelos matemáticos de daño acumulado por el uso en sus elementos.

Se espera que el trabajo aquí presentado sea de interés tanto para la comunidad estudiantil, científica, ingenieros y personas encargadas de la administración de puentes y que en algún momento se pueda emplear como un método auxiliar en materia de conservación de la infraestructura carretera.

Referencias

- [1] *Proyectos Tipo de Elementos de Concreto Reforzado. Parte I, Puentes para Carreteras*. México, D. F., Diciembre 1980.
- [2] Bensi M. T.; Der Kiureghian A. and Straub D. A bayesian network methodology for infrastructure seismic risk assessment and decision support. Technical Report PEER Report 2011/02, Pacific Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California, 2011.
- [3] Friis-Hansen A. *Bayesian Networks as a Decision Tool in Marine Applications*. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2000.
- [4] Grêt-Regamey A. and Straub D. Spatially explicit avalanche risk assessment linking bayesian networks to a gis. *Natural Hazards Earth System Sciences*, pages 911–926, October 2006.
- [5] Howard R. A. and Matheson J. E. Influence diagrams. *Decision Analysis*, 2(3):127-143, 2005.
- [6] Johnson P. A. Reliability-based pier scour engineering. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(1678), 1992.
- [7] Johnson P. A. Uncertainty of hydraulic parameters. *Journal of Hydraulic Engineering*, 122(2):112–114, 1996.
- [8] Kassimali A. *Structural Analysis*. Cengage Learning, 2009.
- [9] Kjrulff U. B. and Madsen A. L. *Bayesian Networks and Influence Diagrams: A Guide to Construction and Analysis*. Springer, 2008.
- [10] Sørensen J. D. *Notes in Structural Reliability Theory and Risk Analysis*. Institute of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark, 2004.
- [11] Sørensen J. D. and Burcharth H. F. Reliability analysis of geotechnical failure modes for vertical wall breakwaters. *Elsevier Science Ltd.*, 34(5):5, 2000.
- [12] Straub D. *Lecture Notes in Engineering Risk Analysis*. Engineering Risk Analysis Group, Technical University Munich, Germany, 2010.
- [13] Neapolitan R. E. *Learning Bayesian Networks*. Prentice Hall Series in Artificial Intelligence, first edition, 2000.
- [14] Arneson L. A.; Zevenbergen L. W.; Lagasse P. F. and Clopper P. E. Evaluating scour at bridges, fifth edition. Technical Report FHWA-HIF-12-003 HEC-18, U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Washington, D.C., 2012.
- [15] Ghosn M.; Moses F. and Wang J. Nchrp report 489: Design of highway bridges for extreme events. Technical report, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, DC. USA, 2003.
- [16] Ellingwood B.; Galambos T. V.; MacGregor J. G. and Cornell C. A. Development of a probability-based load criterion for american national standard a58. Technical report, National Bureau of Standards, Washington, DC, 1980.

- [17] Rangel R. J. G. *Reliability Assessment and Reliability-Based Inspection and Maintenance of Offshore Wind Turbines*. PhD thesis, Aalborg University, Aalborg, Denmark, 2010.
- [18] Faber M. H. *Lecture Notes in Risk and safety in Engineering*. Institute of Structural Engineering, ETH Zürich, Switzerland, 2009.
- [19] Elishakoff I. *Probabilistic Theory of Structures*. Dover Publications Inc., second edition, 1999.
- [20] Ntzoufras I. *Bayesian Modeling Using Winbugs*. Wiley, 2009.
- [21] Schubert M.; Faber M. H.; Jaquemoud J. and Straub D. Risknow - falling rocks. excel-basiertes werkzeug zur risikoermittlung bei steinschlagschutzgalerien. Technical report, Bundesamt für Strassen, Bern, Switzerland, 2010.
- [22] Wardhana K. and Hadipriono F. Analysis of recent bridge failures in the united states. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 17(3):151158, 2003.
- [23] Bobbio A.; Portinale L.; Minichino M. and Ciancamerla E. Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into bayesian networks. *Reliability Engineering and System Safety*, 3(71):249–260, 2001.
- [24] Das B. M. *Principles of Foundation Engineering*. Cengage Learning, USA, seventh edition, 2011.
- [25] Lampis M. and Andrews J. D. Bayesian belief networks for system fault diagnostics. *Quality and Reliability Engineering International*, 4(25):409–426, 2009.
- [26] White F. M. *Fluid Mechanics*. Mc Graw Hill, fourth edition, 1998.
- [27] Ditlevsen O. and Madsen H. O. *Structural Reliability Methods*. Coastal, Maritime and Structural Engineering Department of Mechanical Engineering Technical University of Denmark, 2005.
- [28] Özmen G. Determination of base stresses in rectangular footings under biaxial bending. *Teknik Dergi*, 22(4):5659–5674, 2011.
- [29] Benjamin J. R. and Cornell C. A. *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*. McGraw-Hill, 1970.
- [30] Meli P. R. *Diseño Estructural*. Editorial Limusa, México, segunda edición, 2005.
- [31] Nowak A. S. Live load model for highway bridges. *Structural Safety*, 13:53–66, 1993.
- [32] Nowak A. S. System reliability models for bridge structures. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, 52(4):53–66, 2004.
- [33] Kottogoda N. T. and Rosso R. *Statistics, Probability and Reliability for Civil and Environmental Engineers*. McGraw-Hill, New York, 1997.
- [34] Tsutsui T. Fluid force acting on a cylindrical pier standing in a scour. In *BBAA VI International Colloquium on: Bluff Bodies Aerodynamics and Applications*, Milano, Italy, July 2008.
- [35] Jensen F. V. and Nielsen T. D. *Bayesian Networks and Decision Graphs*. Springer Verlag, second edition, 2007.
- [36] Vijaykumar V. and Patel R. I. Structural analysis of a ladder chassis frame. *World Journal of Science and Technology*, 2012.
- [37] Bayraktarli Y. Y. *Construction and Application of Bayesian Probabilistic Networks for Earthquake Risk Management*. PhD thesis, ETH Zurich, Zwitterland, 2009.
- [38] Rubinstein R. Y. and Kroese D. P. *Simulation and the Monte Carlo method*. Wiley-Interscience, 2008.
- [39] Gerrero y G. V. *Apuntes de la Clase de Puentes. Parte I*. Escuela Nacional de Ingenieros UNAM, segunda edición, 1959.

Apéndice A

Teoría de probabilidad

A.1. Procesos aleatorios

A.1.1. Espacio muestral y eventos

Se define como espacio muestral entero al conjunto de todos los posibles eventos de un fenómeno aleatorio y se denota por la letra griega Ω .

El espacio muestral discreto es aquel que contiene un número finito de elementos o estados, por ejemplo el caso del lanzamiento de un dado en el cual tenemos la posibilidad de que ocurran únicamente seis eventos $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

De manera análoga el espacio muestral continuo se tiene cuando hay un número infinito de estados posibles, por ejemplo: una población en el Estado de México en que se desea conocer la estatura (en metros) de los hombres de 45 años $\Omega = \{E : 1,61 \leq E \leq 1,82\}$.

Un evento o suceso es un subconjunto del espacio muestral Ω . Un evento generalmente se representa con una letra mayúscula, por ejemplo el evento E . Un evento puede estar constituido por uno o varios puntos del espacio muestral.

Se dice que dos eventos E_1 y E_2 son mutuamente exclusivos o disjuntos si no hay puntos muestrales en común, la intersección de estos eventos es el conjunto vacío o nulo $E_1 \cap E_2 = \Phi$.

Dos eventos E_1 y E_2 son colectivamente exhaustivos si se cumple que la unión de ellos es el espacio muestral entero, es decir, $E_1 \cup E_2 = \Omega$.

Se denomina evento complemento del evento E al conjunto de todos los puntos muestrales que no son E , y se denota por \bar{E} .

En la figura A.1 se ilustran algunos conceptos básicos de la teoría de conjuntos que serán de utilidad en secciones posteriores.

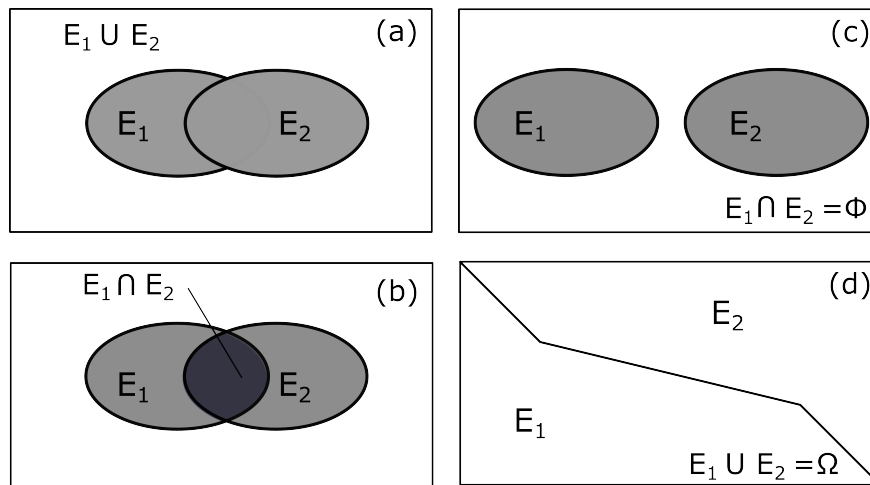


Figura A.1: (a) Unión del conjunto E_1 y E_2 , (b) Intersección del conjunto E_1 y E_2 , (c) Eventos mutuamente exclusivos, (d) Eventos colectivamente exhaustivos.

A.1.2. Probabilidad y axiomas fundamentales

La definición frequentista es la interpretación más común del concepto de probabilidad. Usamos $Pr(E)$ para denotar la frecuencia relativa del evento E , en un experimento con n ensayos, es decir, la probabilidad de un evento E , es:

$$Pr(E) = \frac{E}{n} \quad (\text{A.1})$$

donde E es el número de veces que ocurre el evento E , n es el número de pruebas o experimentos realizados y $P(E)$ es la probabilidad de ocurrencia del evento E .

Matemáticamente, la teoría de la probabilidad se construye utilizando únicamente los siguientes tres axiomas fundamentales.

Axioma I

La probabilidad de ocurrencia de un evento cualquiera E es un número con valor igual o mayor que cero y menor o igual a 1.

$$0 \leq Pr(E) \leq 1 \quad (\text{A.2})$$

Axioma II

La probabilidad de un evento seguro es 1, esto es, que se sabe que ha ocurrido.

$$Pr(\Omega) = 1 \quad (\text{A.3})$$

Axioma III

La probabilidad del evento que sea la unión de dos eventos mutuamente exclusivos E_1 y E_2 , es la suma de la probabilidad de cada evento.

$$Pr(E_1 \cup E_2) = Pr(E_1) + Pr(E_2) \quad (\text{A.4})$$

Para el caso generalizado, el axioma III se denota como:

$$Pr\left(\bigcup_{i=1}^n E_i\right) = \sum_{i=1}^n Pr(E_i) \quad (\text{A.5})$$

Algunas otras reglas que se cumplen en teoría de probabilidades se mostrarán en seguida. El conocimiento de ellas será de gran ayuda en análisis de confiabilidad.

De la igualdad:

$$\Omega = \Omega + \Phi \quad (\text{A.6})$$

y del axioma III, se concluye que:

$$Pr(\Omega) = Pr(\Omega) + Pr(\Phi) \quad (\text{A.7})$$

Así que, la probabilidad del evento imposible es cero.

$$Pr(\Phi) = 0 \quad (\text{A.8})$$

La probabilidad de que un evento E no ocurra esta dado por:

$$Pr(\bar{E}) = 1 - Pr(E) \quad (\text{A.9})$$

Para dos eventos no exclusivos se tiene que:

$$Pr(E_1 \cup E_2) = Pr(E_1) + Pr(E_2) - Pr(E_1 \cap E_2) \quad (\text{A.10})$$

Para n-eventos cualesquiera, la regla de Morgan esta dada por:

$$Pr(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n) = 1 - Pr(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \dots \cap \bar{E}_n) \quad (\text{A.11})$$

A.1.3. Probabilidad condicional e independencia

Se define como probabilidad condicional a la probabilidad de que ocurra un evento E_1 dado que ha ocurrido otro evento E_2 .

$$Pr(E_1 | E_2) = \frac{Pr(E_1 \cap E_2)}{Pr(E_2)} \quad (\text{A.12})$$

La expresión A.12 se debe leer como "La probabilidad de E_1 dado E_2 ", se puede notar que esta condicionante no está definida cuando $E_2 = 0$.

Se dice que un primer evento E_1 es estadísticamente independiente de un segundo evento E_2 , si se cumple que:

$$Pr(E_1 | E_2) = Pr(E_1) \quad (\text{A.13})$$

Lo que significa que el evento condicionante E_2 carece de efecto alguno sobre la probabilidad de ocurrencia del primer evento E_1 .

Ahora, despejando $Pr(E_1 \cap E_2)$ de la ecuación A.12, se tiene:

$$Pr(E_1 \cap E_2) = Pr(E_1 | E_2)Pr(E_2) \quad (\text{A.14})$$

Hay que notar que si en la ecuación A.14, E_1 y E_2 son probabilísticamente independientes, entonces se tiene que la probabilidad condicional es igual al producto de las probabilidades marginales de E_1 y E_2 .

$$Pr(E_1 \cap E_2) = Pr(E_1)Pr(E_2) \quad (\text{A.15})$$

En análisis de riesgo y confiabilidad es de suma importancia el uso de probabilidades condicionales, ya que por medio de estas se actualiza la estimación de la probabilidad tras la obtención de evidencia de alguna de las variables que intervienen.

A.1.4. Teorema de probabilidad total

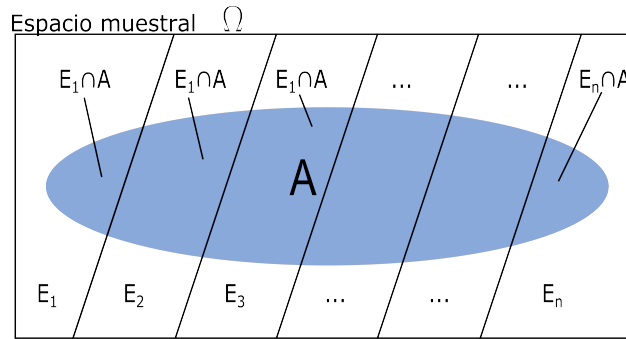


Figura A.2: Teorema de probabilidad total, en el espacio muestral Ω , los eventos E_1, E_2, \dots, E_n y el evento A .

Considere la figura A.2 y sean $E_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$, una partición de eventos mutuamente exclusivos y colectivamente exhaustivos en el espacio muestral Ω , tal que $Pr(E_i) > 0$ y sea A un evento cualquiera, entonces para $i = 1, 2, 3, \dots, n$:

$$Pr(A) = (A \cap E_1) + (A \cap E_2) + (A \cap E_3) + \dots + (A \cap E_n) \quad (\text{A.16})$$

$$Pr(A) = Pr(A | E_1)Pr(E_1) + Pr(A | E_2)Pr(E_2) + Pr(A | E_3)Pr(E_3) + \dots + Pr(A | E_n)Pr(E_n) \quad (\text{A.17})$$

$$Pr(A) = \sum_{i=1}^n Pr(A|E_i)Pr(E_i) \quad (\text{A.18})$$

A la expresión A.18 se le conoce como "Teorema de probabilidad total", se puede interpretar como la probabilidad de que un evento A ocurra concurrentemente con los eventos E_i es igual a la suma de los productos de la probabilidad condicional de A dado E_i y la probabilidad marginal de E_i

A.1.5. Teorema de Bayes

Al igual que en el teorema anterior, si $E_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$, es un conjunto de eventos mutuamente exclusivos y colectivamente exhaustivos en el espacio muestral Ω , tal que $Pr(E_i) > 0$ y un evento cualquiera A , entonces para $i = 1, 2, 3, \dots, n$:

De la definición de probabilidad condicional se tiene que:

$$Pr(A | E_i)Pr(E_i) = Pr(E_i | A)Pr(A) \quad (\text{A.19})$$

entonces,

$$Pr(E_i | A) = \frac{Pr(A | E_i)Pr(E_i)}{Pr(A)} \quad (\text{A.20})$$

Sustituyendo la expresión A.18 en A.20, se tiene:

$$Pr(E_i | A) = \frac{Pr(A | E_i)Pr(E_i)}{\sum_{j=1}^n Pr(A | E_j)Pr(E_j)} \quad (\text{A.21})$$

donde $Pr(E_i)$ se conoce como la probabilidad a priori del evento E_i (sin conocer el evento A), la expresión $Pr(E_i | A)$ denota la probabilidad posterior de E_i y al término $Pr(A | E_i)$ se le conoce como máxima verosimilitud, puede considerarse como la probabilidad de un estado A dado que ocurrió E .

A.2. Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad

La formulación habitual de los modelos matemáticos en ingeniería civil de forma determinística, hace que obtengamos resultados menos precisos en la solución de problemas. Una mejor manera de abordar estos problemas es a través de un modelo probabilístico, el cual consta de variables aleatorias; estas son variables numéricas en las que su valor es difícil de estimar con certeza si no se recurre a experimentación. El objetivo de este anexo es introducir conceptos teóricos fundamentales de variables aleatorias y de las distribuciones de probabilidad.

A.2.1. Variables aleatorias

Se conoce como variable aleatoria a un valor que no puede predecirse con certeza sin asociarla con un experimento. Una variable aleatoria es un mapeo del espacio muestral de un proceso aleatorio.

Las variables aleatorias se representan por una letra mayúscula, por ejemplo, X o Y . Uno de los resultados de la variable aleatoria en cuestión es representada por una letra minúscula, por ejemplo, x o y .

En un ejemplo de variable aleatoria, uno puede referirse al caudal de un río en un mes o el número de vehículos blancos que pasan una intersección durante un periodo determinado como X . Entonces $x = 7$, por ejemplo, es un valor en particular que la variable aleatoria X puede tomar.

El comportamiento de una variable aleatoria puede describirse mediante su ley de probabilidades que a su vez puede caracterizarse de distintas maneras, siendo una de ellas una distribución de probabilidades de la variable aleatoria.

A.2.2. Función masa de probabilidad

Cuando el conjunto de posibles valores o estados que puede tomar una variable aleatoria es contable se dice entonces que la variable aleatoria es discreta, por ejemplo, $X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Su ley de probabilidades se suele

presentar en forma de una función masa de probabilidad (FMP). Matemáticamente la función de la variable X se denota por:

$$p_X(x) = Pr(X = x) \quad (\text{A.22})$$

Para que la función masa cumpla con los tres axiomas de la teoría de probabilidades, entonces se debe cumplir evidentemente que:

$$0 \leq p_X(x) \leq 1; \forall x \quad (\text{A.23})$$

$$\sum_{\text{todas } x_i} p_X(x_i) = 1 \quad (\text{A.24})$$

$$Pr(x_1 \leq X \leq x_2) = \sum_{\substack{x_i \leq x \\ x_i \geq x_1}} p_X(x_i) \quad (\text{A.25})$$

A.2.3. Función de distribución acumulada discreta

Una manera equivalente de describir una variable aleatoria es mediante su Función de Distribución Acumulada (FDA). El valor que se puede conocer con esta función es el de la probabilidad de que la variable aleatoria X tome valores menores a x , esto es:

$$F_X(x) = Pr(X \leq x) \quad (\text{A.26})$$

Esta función puede ser obtenida a partir de los valores de la FMP sobre los valores menores o iguales con x , que la variable X puede tomar, es decir:

$$F_X(x) = \sum_{\text{todas } x_i \leq x} p_X(x_i) \quad (\text{A.27})$$

En la figura A.3, se ilustran las funciones masa de probabilidad y de distribución acumulada de una variable aleatoria.

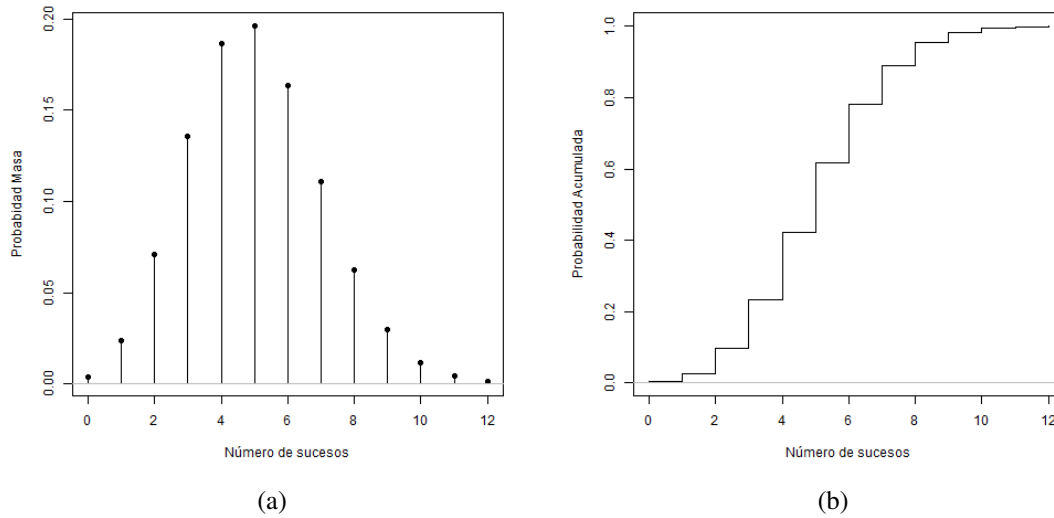


Figura A.3: (a) Función Probabilidad Masa y (b) Función de Distribución Acumulada

A.2.4. Función densidad de probabilidad

En muchos problemas de ingeniería civil resulta conveniente el uso de variables aleatorias continuas. Este tipo de variable puede tomar algún valor en uno o más intervalos. Todas las variables físicas relacionadas al campo de la ingeniería en general (longitud, masa, tiempo, etc.) se tratan como cantidades continuas. Por ejemplo, al hablar de la velocidad del agua en un río, esta puede ser 3.00; 3.30 ó 3.34213 m/s. Y sólo la falta de recursos para medir con exactitud nos conduce a tener aproximaciones y en ocasiones, cuando es posible, limitarlas a valores discretos.

Si el eje X se divide en un número suficientemente grande de intervalos de longitud infinitesimal dx , se puede definir la función $f_X(x)$, de manera que la probabilidad de X esté en el intervalo $x, x + dx$, sea $f_X(x)dx$, a la que se denomina Función Densidad de Probabilidad (FDP) de la variable aleatoria X .

Como las ocurrencias en diferentes intervalos son sucesos mutuamente exclusivos, por el axioma III, entonces la probabilidad de que una variable X tome un valor en un intervalo dado es la integral de $f_X(x)dx$ sobre el intervalo.

$$Pr(x \leq X \leq x + dx) = \int_x^{x+dx} f_X(x)dx \quad (\text{A.28})$$

La probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor dado x es cero, puesto que la longitud del intervalo es cero. El valor $f_X(x)$ no representa una probabilidad, esta es una medida de densidad de probabilidad en el punto. De lo anterior se deduce que $f_X(x)$ no se restringe a valores menores a uno, pero se debe cumplir lo siguiente:

$$f_X(x) \geq 0 \quad (\text{A.29})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1 \quad (\text{A.30})$$

A.2.5. Función de distribución acumulada continua

La FDA, es otra forma de describir la distribución de probabilidades de una variable aleatoria. La definición es la misma que en el caso discreto.

$$F_X(x) = Pr(X \leq x) \quad (\text{A.31})$$

El segundo miembro de la igualdad anterior puede ser escrito como $Pr(-\infty \leq X \leq x)$, y para variables aleatorias continuas:

$$F_X(x) = Pr(-\infty \leq X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du \quad (\text{A.32})$$

donde u se usa como variable aparente de integración para evitar confusión con el límite de integración x . La FDP se puede determinar si se conoce la FDA, puesto que $f_X(x)$ es la derivada de $F_X(x)$.

$$\frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\int_{-\infty}^x f_X(u) du \right) = f_X(x) \quad (\text{A.33})$$

En la figura A.4, se pueden observar las gráficas de la FDP y de la FDA, para variables aleatorias continuas.

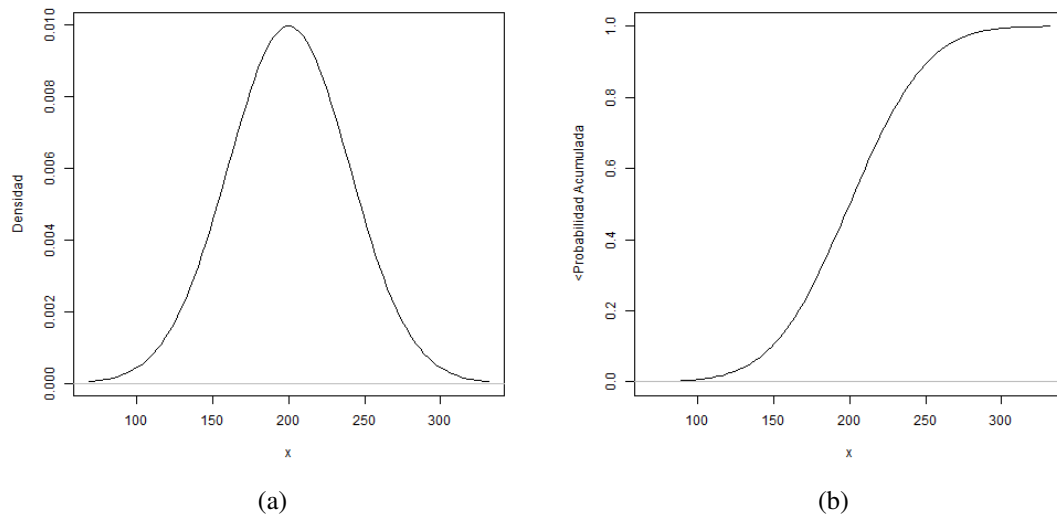


Figura A.4: Se muestra: (a) Función Densidad de Probabilidad y (b) Función de Distribución Acumulada

En ocasiones resulta adecuado usar un modelo híbrido, una combinación de variables aleatorias discretas y continuas. En este caso se puede definir una FDA discontinua, aunque su derivada no se puede determinar sin el uso de artificios matemáticos.

Independientemente de la variable aleatoria que se utilice, la función de distribución acumulada forzosamente debe cumplir con:

$$0 \leq F_X(x) \leq 1 \quad (\text{A.34})$$

$$F_X(-\infty) = 0 \quad (\text{A.35})$$

$$F_X(\infty) = 1 \quad (\text{A.36})$$

$$F_X(x+a) \geq F_X(x); \forall \text{positivo} \quad (\text{A.37})$$

$$F_X(x_2) - F_X(x_1) = Pr(x_1 < X \leq x_2) \quad (\text{A.38})$$

A.3. Distribuciones de probabilidad condicional

Si las variables aleatorias X y Y son dependientes, entonces el conocimiento de una de ellas afectará a la otra. Si se conoce el valor de una variable aleatoria, la distribución de la otra variable, se convierte en la distribución condicional.

Considerando la definición de probabilidad condicional para sucesos, es posible extenderlo a las variables aleatorias. Se puede ver cómo el hecho de conocer el valor que toma una variable aleatoria al hacer un experimento modifica la distribución de probabilidad de otra variable cuyo resultado aún no conocemos. La definición de probabilidad condicional también puede ser utilizada para explicar el caso de variables continuas y discretas.

Si se cuenta con la función de densidad conjunta de dos variables aleatorias X y Y , se puede obtener la distribución marginal de X , esto es, que no toma en cuenta a Y .

La función de distribución de probabilidad condicional esta dada por la expresión A.39:

$$f_{X|Y}(x | y) = \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)} \quad (\text{A.39})$$

Si se sabe que X y Y son estadísticamente independientes, entonces:

$$f_{X|Y}(x | y) = f_X(x) \quad (\text{A.40})$$

por lo tanto:

$$f_{X,Y}(x, y) = f_X(x)f_Y(y) \quad (\text{A.41})$$

El caso mencionado para las variables X y Y , puede extenderse a más variables, se recomienda revisar literatura de distribución multinormal.