

A dynamic splash of clear water against a light blue background, with several large, rounded droplets and smaller bubbles visible, creating a sense of movement and freshness.

# **AVANCES EN CIENCIA DEL AGUA**

**CHEIKH FALL  
(Coordinador)**



# AVANCES EN CIENCIA DEL AGUA



**UAEM** | Universidad Autónoma  
del Estado de México

Dr. en D. Jorge Olvera García  
Rector

Dra. en Est. Lat. Ángeles Ma. del Rosario Pérez Bernal  
Secretaria de Investigación y Estudios Avanzados

Dr. Daury García Pulido  
Centro Interamericano de Recursos del Agua

Mtra. en Hum. Blanca Aurora Mondragón Espinoza  
Directora de Difusión y Promoción de la  
Investigación y los Estudios Avanzados

# AVANCES EN CIENCIA DEL AGUA

**Cheikh Fall  
(Coordinador)**



Primera edición: enero 2015

Este libro contó con el aval de revisores externos conforme a los criterios editoriales de la Secretaría de Investigación y Estudios Avanzados

El contenido de esta publicación es responsabilidad de los autores.

D. R. © Universidad Autónoma del Estado de México  
Avenida Instituto Literario 100, Col. Centro  
Toluca, Estado de México, C.P. 50000

ISBN: 978-607-422-568-6

Impreso y hecho en México

*Printed and made in Mexico*

La reproducción parcial o total de contenido de la presente obra, sin contar previamente con la autorización por escrito del editor en términos de la Ley Federal de Derecho de Autor y en su caso de los tratados internacionales aplicables, viola derechos reservados.

El inicio de esta obra ha sido posible gracias al apoyo de la Universidad Autónoma del Estado de México, en particular del Programa especial para la publicación de libros científicos de la Secretaría de Investigación y Estudios Avanzados. Amplio reconocimiento al esfuerzo de cada uno de los investigadores del Centro Interamericano de Recursos del Agua y de centros amigos que colaboraron como coautores. Se agradece también al M. C. Cristian Genaro Martínez García, por su apoyo para concluir la presente edición.



## Contenido

Prólogo . . . . .	13
Explotación intensiva del acuífero del Valle de Toluca: análisis de algunos efectos económicos-ambientales . . . . .	15
Comportamiento y efecto de iones nitratos en agua de uso y consumo humano, de pozos localizados en la zona urbana y rural del municipio de Toluca . . . . .	35
Balance de masa de materia orgánica en el curso alto del Río Lerma . . . . .	53
Plaguicidas organoclorados en el curso alto del Río Lerma . . . . .	77
Evaluación de los factores de bioacumulación y translocación de metales pesados en sombrerillo de agua ( <i>hydrocotyle ranunculoides</i> ) del curso alto del Río Lerma . . . . .	97
Nuevas direcciones en vermiestabilización de lodos residuales . . . . .	117
Aislamiento de bacterias resistentes y transformadoras de Cr(VI) y metil paratión . . . . .	137
Electro-reducción de Cr(VI) proveniente de la industria de la galvanoplastia, em- pleando electrodos de diamante dopados con boro (DDB) . . . . .	153
Determinación de la eficiencia de las unidades de tratamiento en un sistema de recirculación acuícola . . . . .	183

Evaluación de la colmatación de un sistema de infiltración percolación como tratamiento secundario: un caso de estudio . . . . .	205
Estimación del aporte de la contaminación difusa al agua superficial a escala de cuenca por medio de una metodología hidrogeomática . . . . .	225
Efectos de la variabilidad climática en el cultivo de maíz de temporal: análisis exploratorio en la cuenca alta del Río Lerma (1960-2009) . . . . .	253
Modelo hidrológico para la simulación de caudales diarios de una cuenca con la ayuda de un sig . . . . .	275
Modelación distribuida del fenómeno lluvia-escorrentamiento: análisis de sensibilidad de la discretización espacial . . . . .	293
Avances en el análisis de frecuencia de valores extremos en hidrología: software y caso de estudio . . . . .	313
La antropología en la planificación regional como elemento para la gestión integrada de los recursos hídricos . . . . .	339
Corrosividad del agua y su estimación . . . . .	367
Problemática del manganeso en agua de abastecimiento . . . . .	387
Sorción de iones fluoruro fundamentos, materiales y aplicaciones . . . . .	405
Procesos de sorción en carbón activado . . . . .	435
Producción de carbón activado . . . . .	455

Fitorremediación de contaminantes orgánicos . . . . .	477
Fitorremediación de metales pesados . . . . .	493
Programas de doctorado en ciencias del agua impartidos en el Centro Interamericano de Recursos del Agua (CIRA) . . . . .	511

# Avances en el análisis de frecuencia de valores extremos en hidrología: software y caso de estudio

*K.M. Bâ, C. Díaz Delgado, F. Magaña Hernández y H. Salinas Tapia*  
Centro Interamericano de Recursos del Agua (CIRA), Universidad Autónoma del  
Estado de México (UAEM)

## Resumen

Las obras hidráulicas expuestas a fenómenos naturales como las inundaciones están en general diseñadas para resistir a la más grande crecida concebible o a una crecida con una probabilidad de excedencia dada. Mientras que la crecida máxima probable es el criterio de diseño privilegiado para estructuras de alto peligro tales como grandes presas, el análisis de frecuencia de crecidas es la herramienta estándar para diseñar vertedores, embalses, diques, alcantarillas, etc., de cualquier tamaño y para la valoración de la confiabilidad de estructuras existentes. Diversas funciones de distribución han sido sugeridas y utilizadas para el análisis de frecuencia de las crecidas, pero ninguna ha ganado apoyo unánime de ingenieros de proyectos y académicos. En este trabajo, se presenta una compilación de las funciones de distribución clásicas que se han venido usando para el análisis de eventos extremos y las de orden superior que han sido introducidas en años recientes. Se realizó, igualmente, un inventario de software existente y se presenta un caso de estudio utilizando el software HIDESTAD desarrollado por el Cuerpo Académico de Hidrología del CIRA-UAEM.

## Introducción

La magnitud de las variables hidrológicas, por su causalidad multifactorial, son consideradas como aleatorias y, por otro lado, los recursos financieros de un proyecto, en general, son siempre finitos. En este sentido no se justifica diseñar una obra hidráulica para proporcionar protección contra la avenida más desastrosa. La mayor parte de los trabajos que se realizan en hidrología se relacionan con el análisis de datos y la toma de decisiones. El diseño y la planeación de obras hidráulicas están siempre relacionados con eventos hidrológicos futuros cuya magnitud y tiempo de ocurrencia nunca serán conocidos anticipadamente con certeza total; por ejemplo, la avenida de diseño para el vertedor de una presa es un evento que tal vez no se ha presentado jamás, o al menos no en el periodo de datos disponible, pero que es necesario conocer para determinar las dimensiones de la obra. La complejidad de los procesos físicos que tienen lugar en la generación de esta avenida hace, en la mayoría de los casos, imposible una estimación confiable de la misma por métodos basados en las leyes de la mecánica o la física (modelos determinísticos), sea porque estos métodos son insuficientes, sea porque el modelo matemático resultante sería exageradamente grande, complicado y difícil de manejar (Aparicio, 1987).

En la práctica, la estimación de un evento  $X_T$  en un sitio dado se realiza a través del ajuste de una función de distribución de probabilidad (teniendo como función de densidad de probabilidad  $f(x; \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ ) a una muestra de valores máximos observados durante  $n$  años. Lo anterior bajo la hipótesis de que estas observaciones son: *a*) Independientes (no existe correlación alguna entre ellas), lo que puede ser examinado a través de la prueba de Wald – Wolfowitz (1943). *b*) Idénticamente distribuidas, es decir, que las observaciones provienen de una misma población estadística, esto implica: 1) La estacionariedad de la muestra, analizada por ejemplo con el empleo de la prueba de Hatanaca (Llamas, 1993). 2) La homogeneidad analizada por ejemplo con el empleo de la prueba de Mann y Whitney (1947). 3) La ausencia de valores singulares que no se justifiquen físicamente, analizada por ejemplo con el uso de la prueba de Grubbs y Beck (1972).

Si la función  $F$  es estrictamente creciente, es posible deducir que:

$$x_T = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}; \theta_1, \theta_2, \theta_3\right) \quad (1) \quad X_T = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}; \theta_1, \theta_2, \theta_3\right)$$

Donde  $F^{-1}$  es la fdp de la función de distribución de probabilidad  $f(x; \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ . Para conocer  $x_T$ , es suficiente entonces obtener la estimación  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3$  de los parámetros  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , de la función de distribución y enseguida llevar a cabo la sustitución de los valores obtenidos en la ecuación correspondiente (1) para tener la estimación  $\tilde{x}_T$  de  $x_T$ . Donde  $x_T$  estimada por  $\tilde{x}_T$  está dada por:

$$\tilde{x}_T = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}; \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3\right) \quad (2)$$

### Estimación de los parámetros

Generalmente, los métodos de estimación son variantes del método de los momentos (MOM) que consiste en el cálculo de los momentos teóricos de la población por los momentos correspondientes de la muestra. La resolución del sistema de ecuaciones obtenidas permite estimar los parámetros requeridos para la función teórica seleccionada (Bobée, 1999).

El método de máxima verosimilitud (MV) que para una muestra de  $n$  datos consiste en maximizar la función verosimilitud (o su logaritmo  $L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \tilde{\theta})$ ) puede conducir, particularmente en hidrología, a malas estimaciones para la mayoría de las leyes con tres parámetros en cuestión (Bobée, 1999). En efecto, estas leyes dependen, en general, de un parámetro de origen ( $m$ ) que determina el intervalo de definición de la variable  $X$  ( $X > m$  por ejemplo); en este caso, el método MV es solamente asintóticamente óptimo. Así para muestras de pocos datos ( $n < 50$ ), generalmente disponibles en hidrología, esta solución óptima es difícilmente alcanzada.

Sin embargo, para algunas distribuciones (Normal, Exponencial, Gamma), se pueden encontrar estadísticos conjuntamente exhaustivos de los parámetros. En este caso, el método de MV conduce a una estimación óptima (en términos del error cuadrático promedio) de los parámetros, cualquiera que sea el tamaño de la muestra.

### Funciones de distribución utilizadas en hidrología

Los tipos de funciones utilizadas en hidrología son numerosas, pero una revisión somera permitirá la observación de algunas tendencias al respecto. En los albores de los años 50, el uso de leyes con un número reducido de parámetros (Normal, Exponencial, etc.) parecía dominar el escenario, sin duda a causa de la limitada capacidad

computacional disponible. Los valores extremos han sido analizados por un gran número de hidrólogos considerando los modelos teóricos de Gumbel tipo I (Gumbel, 1958), Weibull (Shane y Graver, 1969), Log-Pearson III (WRC, 1967 y 1977; Bobée y Ashkar, 1991), Log-Normal con tres parámetros (Kite, 1988), General de Valores Extremos (Bobée y Ashkar, 1991; Campos, 1996) y Halphen (Bobée, 1999; Perreault *et al.*, 1999a, 1999b; Adlouni y Bobée, 2007). Igualmente, es reconocida la necesidad de considerar las funciones con tres parámetros [ $\theta = (\theta_1; \theta_2; \theta_3)$ ] si se pretende caracterizar adecuadamente la forma de la distribución aún cuando el pequeño tamaño de las muestras disponibles en hidrología pudiera incitar a sólo considerar los modelos con dos parámetros.

Entre las funciones de distribución antes mencionadas, unas suelen ser utilizadas para valores mínimos y otras para valores máximos (Tabla 15.1).

**Tabla 15.1 Funciones usadas para el análisis de valores extremos**

<i>Funciones de distribución para valores mínimos</i>	<i>Funciones para valores máximos</i>
Gumbel tipo I (GUM)	Gumbel tipo I (GUM)
Gumbel tipo III (GUM III)	Log-Pearson tipo III (LPIII)
Log-Normal con tres parámetros (LNIII)	Log-Normal (LN)
Pearson tipo III (Pearson III)	Gamma
Pearson tipo V (Pearson V)	

A continuación se presentan de forma resumida las principales funciones empleadas en el análisis de frecuencia hidrológica.

### *Función de distribución Log-Normal (LN)*

La distribución Log-Normal está expresada por la siguiente función de densidad de probabilidad (Chow *et al.*, 1994):

$$f(x) = \frac{1}{xb\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-a)^2}{2b^2}} \quad y = \ln x, \quad x > 0 \quad (3)$$

Donde, sus parámetros estimados por el método de momentos (MOM) son (Chow *et al.*, 1994; Stedinger *et al.*, 1993; Kite, 1985):

$$a = \mu_y = \bar{y} \text{ (promedio)} \quad b = \sigma_y = S_y \text{ (desviación estándar)} \quad (4)$$

Los estadísticos estimados por el método de momentos de probabilidad ponderados son (Haktanir, 1991):

$$a = \mu_y = M_0 \quad y \quad b = \sigma_y = 2\sqrt{\pi}(M_1 - M_0/2) \quad (5)$$

Donde  $M_i$  son los momentos de orden  $i$  y el factor de frecuencia para esta función, se obtiene sobre los logaritmos de la muestra aplicando (Kite, 1985):

$$K = \frac{e^{\frac{S_y z - \frac{S_y^2}{2}}{e_y^2 - 1}} - 1}{(e_y^2 - 1)^{1/2}} \quad (6)$$

Donde  $S_y$  es la desviación estándar de los logaritmos de la muestra, y  $z$  es la desviación normal estandarizada.

## **Función de distribución Gamma**

En hidrología, una gran cantidad de fenómenos naturales son considerados como variables aleatorias que sólo asumen valores positivos (como caudal y precipitación) y donde a menudo las distribuciones de probabilidad relativas a estos datos son asimétricas a la derecha. Es decir la mayor parte del área bajo la función de densidad se encuentra cerca del origen y la función de densidad disminuye gradualmente cuando el valor de la variable aleatoria aumenta. La ecuación de la función de densidad de probabilidad Gamma está definida por dos parámetros:  $\lambda$  y  $k$  de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(k)} (\lambda x)^{k-1} e^{-\lambda x} \quad \text{para } x \geq 0 \quad (7)$$

Sus parámetros son:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{k}{\lambda} & \sigma^2 &= \frac{k}{\lambda^2} & M(\theta) &= \left(1 - \frac{\theta}{k}\right)^{-k} \\ \lambda &= \frac{\bar{x}}{S^2} & k &= \frac{\bar{x}^2}{S^2} & \Gamma(k) &= \text{Función Gamma} \quad (8) \\ \Gamma(k) &= (k-1)! & \Gamma(0) &= 1 & \Gamma(1/2) &= \sqrt{\pi} \\ \Gamma(k) &= \int_0^\infty t^{k-1} e^{-t} dt \end{aligned}$$

*Función de distribución Log-Normal con 3 parámetros (LNIII)*

Las variables físicas de interés en hidrología, tal como se mencionó anteriormente (precipitación, caudal, evaporación y otras) son generalmente positivas, por lo cual es usual que se presenten distribuciones de frecuencia asimétricas. Por ello, diferentes investigadores han propuesto aplicar una transformación logarítmica a la variable de interés y luego utilizar el modelo de distribución Normal para la variable transformada.

La distribución Log-Normal de III parámetros (LNIII) está dada por (Kite, 1988):

$$f(x) = \frac{1}{(x-c)b\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x-c)-a)^2}{2b^2}} \quad c \leq x \leq \infty \quad (9)$$

Donde a, b, c son los parámetros de la función.

Los estadísticos estimados por el método de momentos son (Kite, 1988):

$$\begin{aligned} C_{v(x-c)} &= \frac{1 - \omega^{2/3}}{\omega^{1/3}}, & \text{con } \omega &= \frac{-C_s + (C_s^2 + 4)^{1/2}}{2} \\ a = \mu_y &= \ln\left(\frac{\sigma}{C_{v(x-a)}}\right) - \frac{1}{2} \ln(C_{v(x-a)} + 1) & \sigma_y &= \left[\ln(C_{v(x-a)}^2 + 1)\right]^{1/2} \end{aligned} \quad (10)$$

$$c = \bar{x} - \frac{S}{C_v(x-a)}$$

Donde  $C_v(x-a)$  es el coeficiente de variación de los  $(x-a)$ ;  $C_v(x-c)$  es el coeficiente de variación de los  $(x-c)$ ;  $C_s$  es el coeficiente de asimetría de los  $x$ ; y  $S$  es la desviación estándar de la muestra.

### *Función Gumbel Tipo I (GUM)*

La función de densidad de probabilidad de la función está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x-u}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right] \quad \text{con } -\infty < x < +\infty \quad (11)$$

La estimación de los parámetros por el método de los momentos es:

$$\alpha = \frac{\sqrt{6}s}{\pi} \quad u = \bar{x} - 0.5772\alpha \quad (12)$$

El coeficiente de 0.5772 es la solución aproximada de la ecuación (3), es decir,  $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ . El parámetro  $\mu$  es la moda de la distribución (punto de máxima densidad de probabilidad).

### *Función de distribución Generalizada de Valores Extremos (GVE)*

La función de distribución de probabilidad, o función inversa de GVE, está dada por (Campos, 1996):

$$\hat{x}_p = F^{-1}(p) = a + \frac{b}{c} \left(1 - (-\ln p)^c\right) \quad (13)$$

Los parámetros de GVE, utilizando el método de los momentos, son estimados de la siguiente manera (Campos, 1996):

$$c = \omega_0 + \omega_1 C_{sc} + \omega_2 C_{sc}^2 + \omega_3 C_{sc}^3 + \omega_4 C_{sc}^4 + \omega_5 C_{sc}^5 \quad (14)$$

Si  $0.0008 < C_s < 8$ , entonces:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= 0.2792377, & \omega_1 &= -0.339836, & \omega_2 &= 0.1008508, \\ \omega_3 &= -0.0165458, & \omega_4 &= 0.0014037, & \omega_5 &= -0.0000479 \end{aligned} \quad (15)$$

Si  $-3.8 < C_s < 0.0872$ , entonces:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= 0.0277439, & \omega_1 &= -0.322359, & \omega_2 &= 0.065677, \\ \omega_3 &= 0.029405, & \omega_4 &= 0.003176, & \omega_5 &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Donde  $C_s$  es el coeficiente de asimetría, y  $C_{sc}$  es el coeficiente de asimetría corregido:

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{nS^3} \quad C_{sc} = C_s \left[ \frac{(n(n-1))^{1/2}}{n-2} \right] \quad (17)$$

así pues, los parámetros se obtienen de:

$$c = A + (-1)^j B \quad b = \varphi |c| \quad (18)$$

donde:

$$\begin{aligned} \varphi &= \left( \frac{S^2}{\Gamma(1+2c) - \Gamma^2(1+c)} \right)^{1/2} & \psi &= \bar{x} - \varphi(-1)^j \Gamma(1+c) \\ & \quad j=2 \quad \text{si } c < 0, \text{ ó} & & \quad j=3 \quad \text{si } c > 0 \end{aligned} \quad (19)$$

De acuerdo con Campos (1996), el método de los momentos ponderados permite estimar los parámetros de GVE con el siguiente procedimiento:

$$a = M_0 + \left(1 - \frac{1}{\Gamma(1+c)}\right) \left(\frac{M_0 - 2M_1}{1 - 1/2^c}\right) \quad b = \frac{K(M_0 - 2M_1)}{\Gamma(1+K)(1 - 1/2^K)} \quad (20)$$

El parámetro  $c$  puede obtenerse de la función:

$$f(c) = 2^c(v+2) + (2/3)^c - (v+3) = 0 \quad (21)$$

donde:

$$v = \frac{3u_2 - u_0}{u_0 - 2u_1} \quad u_j = \frac{1}{n \prod_{k=0}^j (n-k)} \sum_{i=1}^n \left[ x_i \prod_{k=1}^j (n-i-k) \right] \quad (22)$$

Así, bajo el empleo del método numérico de Newton-Raphson se resuelve  $f(c)$  considerando que  $c \neq 0$ , por lo que:

$$c_{j+1} = c_j - \frac{f(c_j)}{f'(c_j)} \quad (23)$$

siendo  $f'(c)$  la primera derivada de  $f(c)$ :

$$f'(c) = (v+2)\ln(2)2^c + \ln(2/3)(2/3)^c \quad (24)$$

### *Función de distribución Log-Pearson tipo III (LP III)*

Las distintas agencias locales, provinciales o federales de los Estados Unidos utilizaban para la estimación de caudales máximos procedimientos diferentes que podían conducir a resultados discordantes. Esta es la razón por la que, tras una comparación de

ajuste sobre datos reales, el Consejo de los Recursos Hídricos de los Estados Unidos (WRC, 1977) recomendó, para la estimación de los valores extremos de avenida, la utilización sistemática de la distribución Log-Pearson tipo III definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{\lambda^\beta (y - \varepsilon)^{\beta - 1} e^{-\lambda(y - \varepsilon)}}{x\Gamma(\beta)} \quad \text{donde } y = \log x \text{ con el rango } \log x \geq \varepsilon \quad (25)$$

La estimación de los parámetros por el método de los momentos es (Chow *et al.*, 1994):

$$\lambda = \frac{s_y}{\sqrt{\beta}} \quad \beta = \left[ \frac{2}{C_s(y)} \right]^2 \quad (26)$$

$$\varepsilon = \bar{y} - s_y \sqrt{\beta} \quad (\text{Suponiendo que } C_s(y) \text{ es positivo})$$

Este método de estimación de los parámetros es el llamado “método indirecto de los momentos”, que según algunos autores (Greis, 1983), no es el adecuado para muestras pequeñas. Es por esta razón que otros métodos de estimación han sido propuestos por Rao (1980), Bobée y Ashkar (1988). Si el lector desea profundizar sobre este último tema se recomienda consultar la bibliografía antes citada.

## Funciones de distribución de orden superior (valores extremos)

Recientemente, con la facilidad operacional de las computadoras, es posible utilizar modelos que consideran en su construcción un número mayor de parámetros, lo que se traduce en una mayor información, flexibilidad y precisión cuando la muestra es suficientemente grande (Llamas *et al.*, 1987, Díaz-Delgado *et al.*, 1999). Las leyes así empleadas han sido la función Wakeby (Trujillo-Flores, 1999; Campos, 1997; Haktanir *et al.*, 1995) la función Gamma con los polinomios de Laguerre (Llamas, 1975, Díaz-Delgado *et al.*, 1999, Cârsteanu *et al.*, 2004) y la función Beta con los polinomios ortogonales de Jacobi (Díaz-Delgado, 1991, Bâ *et al.*, 1996, Díaz-Delgado *et al.*, 1999). En los casos de los modelos Gamma y Beta, para lograr la combinación de una función con una serie de polinomios ortogonales, es suficiente multiplicar la

función de densidad por la serie de polinomios ortogonales apropiada y de dominio matemático similar, lo que permite aumentar el número de momentos en la nueva función de densidad. Así pues, el aumento del número de momentos tiene como objetivo extraer el máximo de información contenida en la muestra. Con respecto a lo anterior, Llamas (1993) afirma que: “actualmente se dispone de muestras extensas de fenómenos hidrológicos de buena calidad las cuales contienen una gran cantidad de información que las técnicas actuales y la facilidad operacional permite su obtención, su interpretación y su uso en la concepción, la gestión o en la ejecución de proyectos”. Acotando que, “en otras palabras, la técnica actual permite utilizar funciones con tantos parámetros que el tamaño de la muestra pueda soportar”.

### Función Wakeby

Según Landwehr *et al.*, (1979), la variable aleatoria X sigue la función de distribución Wakeby si:

$$x = m + a[1 - (1 - F)^b] - c[1 - (1 - F)^{-d}] \quad (27)$$

La estimación de los parámetros de la función Wakeby por el método de momentos ponderados (MOMP) según estos mismos autores se presenta en la Tabla 15.2

**Tabla 15.2 Parámetros de la función Wakeby, MOMP (Landwehr et al., 1979)**

Parámetros	Expresiones
b	$\frac{(N_3C_1 - N_1C_3) + [(N_1C_3 - N_3C_1)^2 - 4(N_1C_2 - N_2C_1)(N_2C_3 - N_3C_2)]^{1/2}}{2(N_2C_3 - N_3C_2)}$
d	$\frac{N_1 + bN_2}{N_2 + bN_3}$
$\forall m$	$[\{3\} - \{2\} - \{1\} + \{0\}] / 4$
a	$\frac{(b+1)(b+2)}{b(b+d)} \left[ \frac{\{1\}}{2+b} - \frac{\{0\}}{1+b} - m \right]$
c	$\frac{(1-d)(2-d)}{d(b+d)} \left[ \frac{\{1\}}{2-d} + \frac{\{0\}}{1-d} + m \right]$
Asume m=0 $N_{(4-j)}$	$-(3)^j M_{(2)} + (2)^{1+j} M_{(1)} - M_{(0)}$

$C_{(4-j)}$	$-(4)^j M_{(3)} + 2(3)^j M_{(2)} - (2)^j M_{(1)}$
$\forall m$	
$N_{(4-j)}$	$(4)^j M_{(3)} - (3)^{1+j} M_{(2)} + 3(2)^j M_{(1)} - M_{(0)}$
$C_{(4-j)}$	$(5)^j M_{(4)} - 3(4)^j M_{(3)} + (3)^{1+j} M_{(2)} - (2)^j M_{(1)}$
$\{k\}$	$(k+1)(k+1+b)(k+1-d)M_k \quad k = 0,1,2,3,4$

$$\text{Con } M_{(k)}^* = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} x_i \binom{n-i}{k}}{\binom{n-1}{k}} \quad (29)$$

### *Función de distribución Beta – Jacobi (BJ)*

La función Beta asociada a una serie de polinomios ortogonales de tipo Jacobi es (Llamas, 1993, Díaz-Delgado *et al.*, 1999):

$$f(y) = \frac{y^{p-1}(1-y)^{q-1}}{\beta(p,q)} \sum AnGn(y), \text{ para } 0 \leq y \leq 1 \quad (30)$$

Donde: Gn: representa la familia de polinomios ortogonales de tipo Jacobi de orden n; An= es el coeficiente numérico que depende de n y g(y).

$$\begin{aligned}
 An &= \frac{(p)_n (p+q-1)_n (2n+p+q-1)}{n!(q)n(p+q-1)} \sum_{k=0}^n C_k^n (-1)^k \\
 &\frac{(p+q-1+n)}{(p)_k} \mu_k \\
 \text{para: } (q)_k &= q(q+1)(q+2)\dots(q+k-1) \\
 Gn &= \sum_{k=0}^n C_k^n (-1)^k \frac{(p+q-1+n)_k}{(p)_k} y^k \\
 \text{para: } C_k^n &= \frac{(-n)_k}{k!(-1)_k} \\
 (n)_k &= n(n+1)(n+2)\dots(n+k-1)
 \end{aligned} \quad (31)$$

*Función de distribución Gamma – Laguerre (GL)*

La función Gamma asociada a una serie de polinomios ortogonales de tipo Laguerre es (Llamas, 1993, Díaz-Delgado *et al.*, 1999, Cârsteanu *et al.*, 2004):

$$f(x) = g(x)T(x, \mu'_k) \quad (32)$$

$$\text{donde : } g(x) = \frac{e^{-\frac{x}{2g}} x^{\frac{h}{2}-1}}{(2g)^{\frac{h}{2}} \Gamma\left(\frac{h}{2}\right)} \quad \text{para } x > 0 \quad (33)$$

Los parámetros g y h representan respectivamente la escala y el número efectivo de grados de libertad. Por el método de momentos se obtiene:

$$g = \frac{\mu'_1}{h} = \frac{\bar{x}}{h} \quad h = \frac{2(\mu'_1)^2}{\mu_2} = \frac{2\bar{x}^2}{\sigma^2} \quad (34)$$

$$T(x, \mu'_k) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i! \Gamma\left(\frac{h}{2}\right)}{\Gamma\left(i + \frac{h}{2}\right)} \cdot \frac{d_i}{(2g)^i} L_i^{\left(\frac{h}{2}-1\right)}\left(\frac{x}{2g}\right) \quad (35)$$

donde:

$L_i^{(c)}(y)$ : es el polinomio de Laguerre de orden i.

$$L_i^{(c)}(y) = \sum_{j=0}^i \binom{i+c}{i-j} \frac{(-y)^j}{j!} \quad (36)$$

$$d_i = \sum_{j=0}^i \binom{i-1+\frac{h}{2}}{i-j} (-1)^j (2g)^{i-j} \frac{\mu'_j}{j!} \quad (37)$$

En la práctica,  $i$  puede variar entre 3 y 8 dependiendo, claro está, de la dimensión de la muestra (Díaz-Delgado *et al.*, 1999). Sin embargo, Cârsteanu *et al.*, (2004), indican que en la mayoría de los casos el valor adecuado de  $i$  es 3 o 4.

## Software y caso de estudio.

En el campo del análisis de eventos hidrológicos extremos, se han difundido herramientas computacionales que van desde pequeños programas hasta software más elaborados. En la mayoría de los casos, sólo se incluyen algunas funciones de distribución clásicas. Además, la mayoría no considera el análisis de la calidad de la muestra y la bondad de ajuste.

Trujillo-Flores (1999), llevó a cabo una revisión bibliográfica de herramientas computacionales disponibles en este campo, de los cuales es posible mencionar los más relevantes:

El U. S. Geological Survey (1997), desarrolló un software denominado PEAKFQ para análisis de frecuencia en sitio y/o a nivel regional, basado en los lineamientos descritos en el Boletín 17B publicado por la U.S. Interagency Advisory Committee on Water Data (USWRC, 1982). La versión más reciente apareció en julio de 1997. Este programa, escrito en lenguajes Fortran y C trabaja en PC's bajo el sistema operativo DOS, y en equipos con sistema operativo basado en UNIX. PEAKFQ utiliza el método de los momentos para ajustar la distribución Pearson tipo III a los logaritmos de flujos máximos, y arroja resultados en formato gráfico y tabular.

HYDROTEC versión 1.2, es un software para PC's con ambiente Windows, desarrollado por Science Technology Associates (STA, IQ-97) que incluye diversos módulos útiles en el análisis y manipulación de datos hidrológicos históricos y de calidad del agua. Con respecto al análisis de frecuencias, el paquete informático detecta valores singulares y maneja las distribuciones Pearson 3, LogPearson tipo 3, Normal, logNormal y Gumbel; las gráficas se obtienen en papel aritmético o logarítmico en el eje de los valores observados. Los intervalos de confianza se estiman por el método empírico. Se utilizan las fórmulas de posicionamiento gráfico California, Hazen, Weibull, Chegodayev, Blom y Tukey.

Como parte del sistema SMADA, la University of Central Florida (1997), se desarrolló el programa DISTRIB versión 2.0 para análisis de frecuencias, fue programado en lenguaje Visual Basic para PC's con sistema operativo Windows. Utiliza las funciones de distribución Normal, LogNormal, LogNormal de II y III parámetros, Pearson, LogPearson y Gumbel; calcula sus parámetros con los métodos de Momentos

y Máxima Verosimilitud. Las gráficas de los ajustes se obtienen en papel aritmético con la fórmula de Weibull. Estima intervalos de confianza con el método empírico.

Entre los trabajos más completos para el análisis de frecuencias desarrollado en los últimos años, se encuentran los del grupo de trabajo encabezado por Bobée (1999):

- a) HFA -Hidrologyc Frequency Analysis (Bobée *et al.*, 1991). Es un software para PC's con sistema operativo DOS. Aplica las pruebas de calidad de datos de Wald-Wolfowitz, Mann-Withney y Grubbs and Beck. Las distribuciones de probabilidad incluidas son: Gamma, Log-Gamma, Pearson tipo III, Log-Pearson tipo III, y Gamma Generalizada. Los parámetros de las distribuciones son estimados por los Métodos de Máxima Verosimilitud, Momentos, Momentos Ponderados, y Generalizado de Momentos entre otros. Los resultados gráficos se presentan en papel probabilidad Normal y Gamma. Las fórmulas empíricas utilizadas son las de Cunnane, Hazen, Weibull y Chegodayev.
- b) Ajuste 1.1 (Bobée *et al.*, 1993). Software para PC's con sistema operativo DOS. La calidad de los datos se verifica con: Wald-Wolfowitz, Mann-Withney y Grubbs y Beek. Los ajustes se realizan utilizando las distribuciones de probabilidad: Normal, Gamma, Log-Gamma, Pearson tipo III, Log-Pearson tipo III, Gamma Generalizada, GVE, Gumbel y Weibull. Los métodos de estimación de parámetros incluidos son: Máxima Verosimilitud, Momentos, Momentos Pesados y Generalizado de Momentos entre otros. El paquete informático incluye gráficas en papel probabilidad: Normal, Gamma y Gumbel, utiliza las fórmulas empíricas de Cunnane, Hazen, Weibull y Chegodayev. Los intervalos de confianza de los cuantiles se obtienen con el método empírico.
- c) Ajuste 2 (Bruneau *et al.*, 1996). Este programa para PC's trabaja bajo ambiente operativo Windows y fue programado en Visual C++ y Fortran. Pruebas de calidad de datos: Wald-Wolfowitz, Kendall y Stuart, Mann-Withney, Grubbs y Beck. Funciones de distribución de probabilidad: Exponencial, Gumbel, Halphen, Normal, Log-Normal de II y III parámetros, GVE, Weibull, Gamma, Gamma Generalizada, Pearson tipo III, y Log-Pearson tipo III. Métodos de estimación de parámetros: Máxima Verosimilitud, Momentos, Momentos Ponderados, y Generalizado de Momentos entre otros. Pruebas de eficiencia de ajuste: Criterio de Akaike, PPCC,  $\chi^2$ , Kolgomorov-Smirnov y Prueba del Coeficiente de Asimetría. Gráficas en papel probabilidad: Normal, Gamma y Gumbel, con las fórmulas empíricas de Cunnane, Hazen, Weibull y Chegodayev. La estimación de intervalos de confianza se realiza con el método empírico.

- d) HYFRAN(2002): Este software es una mejora significativa de Ajuste 2 y los dos han sido desarrollados en la Cátedra de Hidrología Estadística del INRS-ETE de la Universidad de Québec, Canadá ([www.ete.inrs.ca](http://www.ete.inrs.ca)). Además de todas las posibilidades ofrecidas en Ajuste, este software considera también las funciones de distribución Halphen. HYFRAN es un software de uso comercial.

Adicionalmente, en los últimos años diferentes software han sido desarrollados por el Cuerpo Académico de Hidrología en el Centro Interamericano de Recursos del Agua (CIRA) de la Universidad Autónoma del Estado de México. Los software HIDESTAD (Bâ, 1998), ANFREHID (Tujillo-Flores, 1999), AFA (Cano-García, 2005) incluyen las funciones de distribución clásicas y de orden superior. Además consideran algoritmos para la estimación de los intervalos de confianza. Los 2 últimos software consideran las pruebas de calidad de la muestra, gráficas en papel probabilístico y pruebas de bondad de ajuste, sin embargo requieren de una actualización para que puedan funcionar en las nuevas plataformas de Windows. Como evolución natural y actualización de herramientas hidrológicas, se implementaron estas funciones de distribución en una plataforma MatLab en la nueva versión del software HIDESTAD-versión 3 (Magaña-Hernández *et al.*, 2011). En la Tabla 15.3 se presenta el contenido actual de análisis de calidad estadística de muestras hidrológicas, así como el conjunto de funciones disponibles para el análisis de frecuencia de valores hidrológicos extremos de la herramienta HIDESTAD-versión 3. Igualmente, en la Fig. 15.1, se muestra una de las ventanas del programa con resultados de salida de un análisis de frecuencia.

**Tabla 15.3 Contenido actual de pruebas de análisis de calidad estadística de muestras y funciones de distribución consideradas en el software HIDESTAD-versión 3**

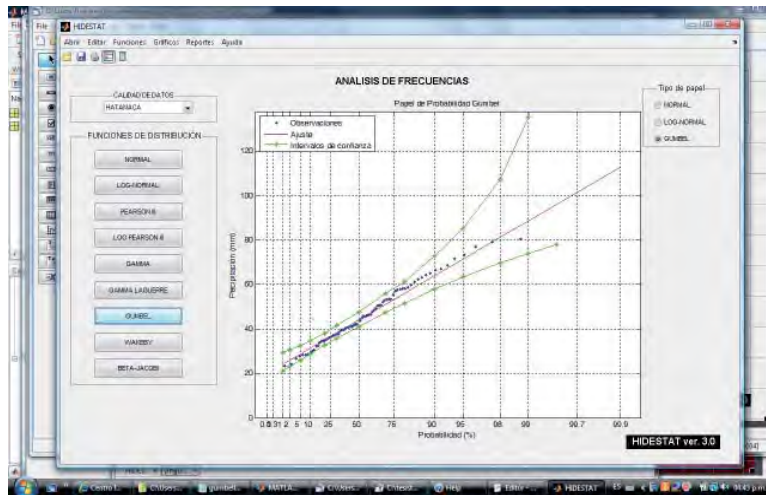
<i>Pruebas de calidad estadística de muestras hidrológicas</i>
<i>Prueba de aleatoriedad</i>
• Hatanaca
<i>Pruebas de independencia</i>
• Wald-Wolfowitz
• Correlación ordenada
• Inversión
<i>Pruebas de homogeneidad</i>
• Iteración
• Mann-Withney

## MODELACIÓN DISTRIBUIDA DEL FENÓMENO LLUVIA-ESCURRIMIENTO

<i>Funciones clásicas</i>
• Normal
• Log-Normal
• Pearson III
• Log-Pearson III
• Gamma
• Gumbel
<i>Funciones de orden superior</i>
• Wakeby
• Beta-Jacobi
• Gamma Laguerre
<i>Gráficos</i>
• Papel Normal
• Papel Log-Normal
• Papel Gumbel
<i>Desarrollado: en plataforma Matlab</i>

Fuente: elaboración propia.

**Fig. 15.1 Ventana del programa HIDESTAT-versión 3**



Fuente: elaboración propia.

El análisis de frecuencia presentado en la Fig. 15.1, a manera de ejemplo, corresponde a la serie de datos de precipitaciones máximas de diarias registradas en la

estación climatológica de Tacubaya, México, D.F. durante el periodo de 1901 a 1999 (Breña-Puyol y Breña-Naranjo, 2005). Los parámetros estadísticos y la muestra se presentan respectivamente en las Tabla 15.4 y 14.5.

**Tabla 15.4 Parámetros estadísticos de la muestra de precipitaciones máximas diarias en la estación de Tacubaya, México, D.F.**

Número de datos	Media (mm)	Desviación estándar	Coefficiente de asimetría
99	46.9	13.1416	0.560

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 15.5 Precipitación máxima diaria en la estación de Tacubaya, México, D.F. (1901-1999)**

Año	Precipitación (mm)	Año	Precipitación (mm)	Año	Precipitación (mm)
1901	32.3	1934	50.4	1967	79.3
1902	42.2	1935	29.5	1968	77
1903	34.7	1936	37.2	1969	43.9
1904	55.5	1937	37.1	1970	45.7
1905	57.7	1938	50.8	1971	65
1906	35.6	1939	37.7	1972	53.4
1907	52	1940	30	1973	58.3
1908	52.9	1941	58.2	1974	46.5
1909	24.3	1942	59.9	1975	57.1
1910	23.3	1943	33.9	1976	64.2
1911	49.3	1944	32.4	1977	73.4
1912	36.5	1945	37.7	1978	50.8
1913	28.3	1946	35.2	1979	41.8
1914	37.4	1947	61.2	1980	63.2
1915	71.7	1948	41	1981	34.6
1916	62.2	1949	26.7	1982	41.5
1917	39.7	1950	80.6	1983	54.9
1918	38.7	1951	46.3	1984	77

MODELACIÓN DISTRIBUIDA DEL FENÓMENO LLUVIA-ESCURRIMIENTO

1919	44.8	1952	41.1	1985	60.8
1920	28.4	1953	34.3	1986	33.6
1921	36.4	1954	41.1	1987	46
1922	43.9	1955	66.4	1988	33.5
1923	28.5	1956	30.4	1989	41.6
1924	58.6	1957	27.9	1990	40.3
1925	53.2	1958	39.5	1991	60.1
1926	46.2	1959	36.2	1992	62.5
1927	57.8	1960	47.8	1993	46.5
1928	68.8	1961	40.9	1994	46
1929	42.2	1962	53.5	1995	52.9
1930	40.5	1963	45.7	1996	40.1
1931	39.7	1964	67	1997	50.4
1932	41.5	1965	45.6	1998	59.9
1933	48.6	1966	40.1	1999	47.1

Fuente: Breña-Puyol y Breña-Naranjo, 2005

Asimismo, se ha verificado que la muestra utilizada cumple con las características estadísticas requeridas; es decir, que sea una serie homogénea, consistente, de valores independientes, y que no presente ningún valor singular no justificado. La hipótesis de independencia entre los datos, de acuerdo con la prueba de Wald-Wolfowitz, es aceptada considerando un umbral del 5%. La prueba de homogeneidad de Mann-Whitney confirma que los datos son homogéneos. Finalmente, de acuerdo con la prueba de Grubbs y Beck, ningún valor singular ha sido detectado. Para estimar los parámetros de las seis funciones de distribución (LNII, GUM, LPIII, BJ4momentos, GL4momentos y WAKEBY) utilizadas en este caso de estudio se empleó el método de los momentos con ayuda del programa HIDESTAD-versión 3, mismo que permite la estimación de los cuantiles para cada una de las funciones. Los resultados de los cálculos para diferentes periodos de retorno se presentan en la Tabla 15.6 y las Fig. 15.2 y 14.3.

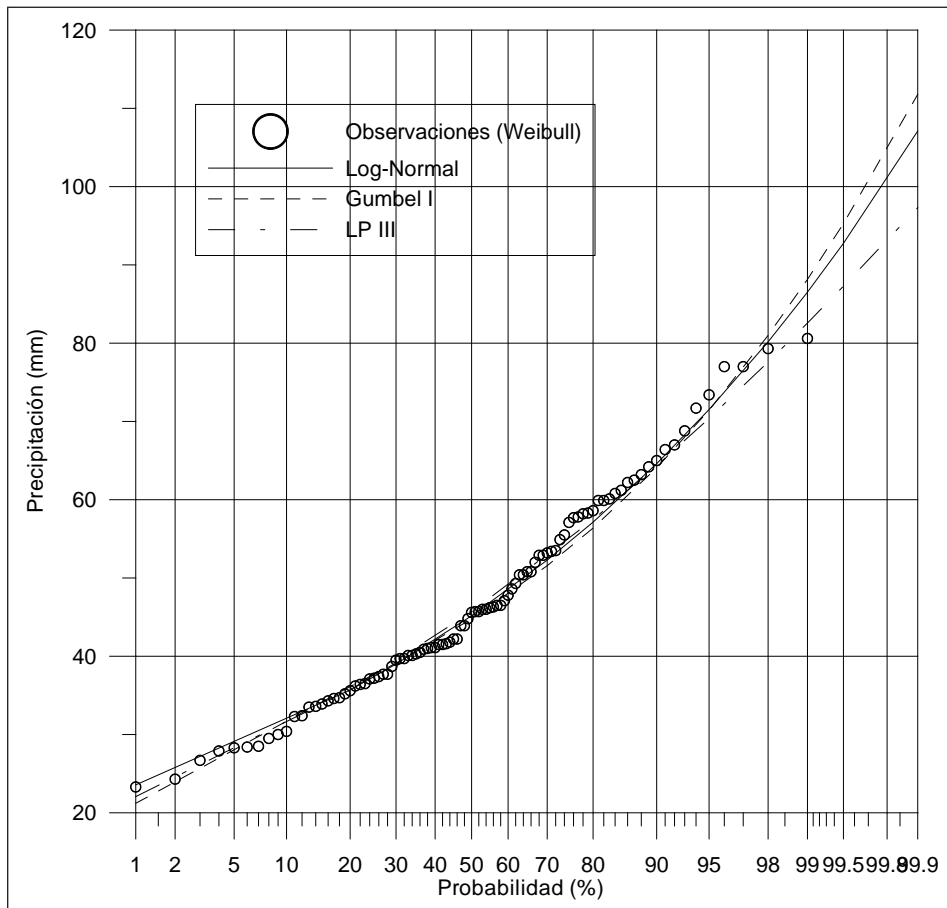
**Tabla 15.6 Resultados de los ajustes de las funciones de distribución a la muestra de precipitaciones máximas diarias en la estación de Tacubaya, México, D.F.**

Tr (años)	LNII	GUM	LPIII	BJ4	GL4	Wakeby
2	45.2	44.8	45.7	45.1	45.2	45.6
5	57.1	56.4	57.5	57.8	57.6	57.5
10	64.6	64.1	64.3	65.3	65.1	64.1
20	71.5	71.4	70.4	71.5	71.5	70.5
50	80.2	81.0	77.6	78.0	78.6	79.1

100	86.5	88.2	82.6	81.9	82.9	86.0
200	92.8	95.3	87.3	84.9	86.5	93.2
1000	107.1	111.8	97.3	89.3	92.1	111.5

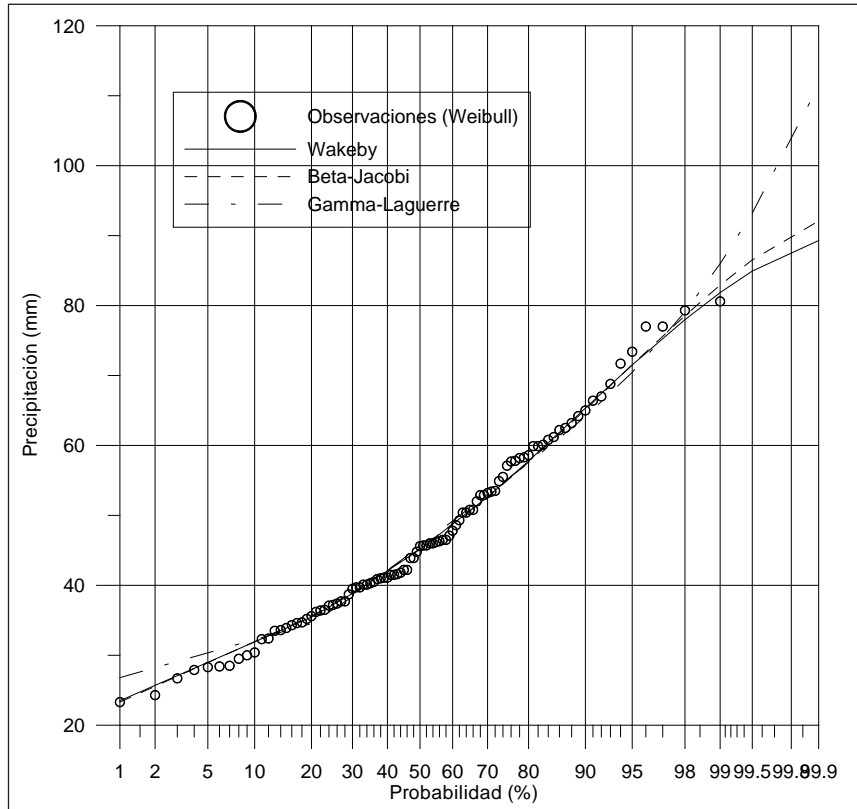
Fuente: elaboración propia.

**Fig. 15.2 Ajuste de funciones de distribución clásicas a la muestra de precipitaciones máximas diarias en la estación de Tacubaya, México, D.F.**



Fuente: elaboración propia.

**Fig. 15.3 Ajuste de funciones de distribución de orden superior a la muestra de precipitaciones máximas diarias en la estación de Tacubaya, México, D.F.**



Fuente: elaboración propia.

### Comentarios finales

Tal como se observa en los resultados numéricos y gráficos, la mayoría de las funciones de distribución de probabilidad se acercan a la función empírica de probabilidad únicamente en los valores centrales, mientras que las funciones de orden superior (Gamma-Laguerre, Beta-Jacobi y Wakeby) se aproximan a la mayoría de los valores en prácticamente todo el dominio de existencia. Mayor información sobre la pertinencia, sensibilidad y aplicabilidad de las funciones de orden superior puede ser consultada en la bibliografía citada. La profundidad de dichos análisis rebasa los alcances del

presente trabajo. Sin embargo, con base en la literatura correspondiente se considera que este tipo de funciones de distribución de probabilidad podrían representar y estimar con mayor realidad el comportamiento del fenómeno hidrológico en cuestión, en este caso del fenómeno de precipitaciones máximas diarias.

Se subraya que este trabajo incluye los desarrollos teóricos y tecnológicos más recientes en el marco del análisis de frecuencia de valores hidrológicos extremos y que el producto obtenido se centró en la compilación y en el diseño de una herramienta científica operacional. Finalmente, se menciona que este desarrollo tecnológico está ahora disponible y se espera que contribuya a una mejor toma de decisiones en el marco de los diseños de obras hidráulicas.

## Referencias

### *Artículos*

- Adlouni, E.S. and Bobée, B. (2007). "Sampling Techniques for Halphen Distributions". en *Journal of Hydrologic Engineering* ©ASCE/November/December.
- Bâ, K.M., Díaz-Delgado, C., Llamas, J. (1996). "La Fonction Bêta-Jacobi comme Nouvelle Méthode d'Analyse des Crues". en *Collection Environnement de l'Université de Montréal /Association Canadienne des Ressources Hydriques*. Vol. II n° 6, pp. 558-567.
- Bobée, B. and Ashkar, F. (1988). "The generalized method of moments applied to the Log-Pearson type 3 distribution". en *J. Hydraul.Engineering ASCE*, 114(8):899-909.
- Bobée, B. and Ashkar F. (1991). "The Gamma Family and Derived Distributions". en *Water Resources Publications*.
- Bobée, B., Bruneau, P., Brosseau, G., Fortin, V., Legendre, P., Mathier, L., Perreault, L., Perron, H. (1993). "Ajuste, Guide de l'utilisateur". en *INRS-Eau et Hydro-Quebec*.
- Bobée, B. (1999). "Estimation des événements extrêmes de crue par l'analyse fréquentielle: une revue critique". en *La Houille Blanche*, n°7/8:100-105.
- Bruneau, P.; Perron, H. (1996). "Détermination des Événements Hydrologiques Extrêmes. Développement durable et rationnel des ressources hydriques". en *CWRA, ACRH*. Vol. I, 44-52.
- Cârsteanu, A., K.M., Ba, Díaz-Delgado, C. (2004). "Gamma-Laguerre formalism: Rigorous approach and application to hydrologic time series". en *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 275-279 pp., USA.

- Díaz-Delgado, C., BA, K.M., Trujillo, E. (1999). “Las funciones Beta-Jacobi y Gamma-Laguerre como métodos de análisis de valores hidrológicos extremos; Caso de precipitaciones máximas anuales”. en *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XIV, n° 2, 39-48.
- Greis, N.P. (1983). “Flood frequency analysis: A review of 1979-1982”. en *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 21(3):699-706.
- Grubs, F., Beck, G. (1972). “Technometrics”. 14(4):847-854.
- Hanktair, T. (1991). “Statistical modelling of annual maximum flows in Turkish rivers”. en *Hydrological Sciences- Journal-des Sciences Hydrlogiques*, 36(4): 367-389.
- Haktanir, T.; Bozduman, A. (1995). “A study on sensitivity of the probability-weighted moments method on the choice of the plotting position formula”. en *Journal of Hydrology*. 168:265-281.
- Houghton, J.C. (1978). “Birth of Parent: The Wakeby Distribution for Modeling Flood Flows”. en *Water Resources Research*, 14(6): 1105-1109.
- Kite, G.W. (1985). *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. en *Water Resources Publications*.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., Wallis, J.R. (1979). “Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles”. en *Water Resources Research* 15(5):1055-1064.
- Llamas, J. (1975). “Mathematical approach for Water Resources Development in Yamaska River Basin”. en *Proc. Second World Congress, IWRA (New Delhi)*, vol.III.
- Llamas, J., Charbonneau, R. et Rassam, J.-C. (1987). “Analyse statistique d'événements extrêmes”. en *IAHS Proceedings, Italy*.
- Man, H.B.; Whitney, D.R. (1947). *Ann Math*. 18 :50-60.
- Perreault, By L. Bobée, B., Rasmussen, P. F. (1999a). “Halphen Distribution System. I. Mathematical and Statistical Properties”. en *Journal of Hydrologic Engineering/ July 1999*: 189-199.
- Perreault, By L. Bobée, B., Rasmussen, P. F. (1999b). “Halphen Distribution System. II. Parameter and Quantile Estimation”. en *Journal of Hydrologic Engineering/ July 1999*: 200-206.
- Rao, D.V. (1980). “Log\_Pearson type 3 distribution: Method of mixed moments”. en *J. Hydraul. Div. ASCE*, 106(6):999-1019.
- Shane, R.M.; Graver, D.P. (1969). “Determination of Optimal Flood Protection Levels with Small Exceedance Probabilities”. en *Wat. Res.* 5, December.
- Wald, A.; Wolfowitz, J. (1943). *Ann Math. en Statist.* 14:378-388.

### *Libros*

- Aparicio, M. F.J. (1987). Apuntes de Hidrología de Superficie. Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Chow, V.T., Maidment, D.R., Mays, L.W. (1994). Hidrología Aplicada. McGraw-Hill.
- Breña-Puyol, A.F., Breña-Naranjo, J.A. (2005). Frecuencia de Valores Extremos en Hidrología, Universidad de Colima, 237 p.
- Campos, A. D.F. (1997). Análisis de Frecuencia de Crecientes con Métodos no Paramétricos. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.
- Campos, A. (1996). Análisis estadístico-Probabilístico de la precipitación diaria máxima anual del estado de San Luis Potosí. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.
- Gumbel, E.J. (1958). Statistics of extremes. Columbia University Press, N.Y. 375p.
- Kite, G. W. (1988). Frequency and risk analyses in hydrology, Fourth Printing, Revised Edition. Water Resources Publications, Littleton, Colorado, U.S.A.
- Llamas, J. (1993). Hidrología General: Principios y Aplicaciones. Servicio Editorial Universidad del País Vasco.
- Stedinger, J.R., Vogel, R.M., Foufola-Georgiou, E. (1993). Frequency Analysis of Extreme Events, in Handbook of Hydrology. Maidment, D.R.-Editor in Chief, Chapter 18. McGraw-Hill.
- USWRC. (1982). Guidelines for determining flood flow frequency. Bulletin 17B. US Water Resources Council, Washington, D.C.
- WRC. (1967). A uniform technique for determining flood flow frequencies, Bulletin 15. US Water Resources Council, Hydrology Committee, Washington.
- WRC. (1977). Guidelines for determining flood flow frequency, US Water Resources Council, Hydrology Committee, Washington.

### *Tesis*

- Cano-García A. (2005). Solución informática para el análisis de frecuencia de eventos máximos hidrológico. Tesis Licenciatura en ingeniería de computación. Facultad de ingeniería, UAEM, Toluca, Estado de México.
- Díaz-Delgado, C. (1991). Application de la fonction Bêta et des polynômes de Jacobi en hydrologie. Thèse de doctorat, Université Laval.

Trujillo-Torres, E. (1999). Análisis Estadístico-Probabilístico para la determinación de Eventos Extremos Hidrológicos (Concepción y diseño de un Software de Aplicación). Tesis de Maestría. CIRA-UAEM.

### *Software*

Bâ, K.M. (1998). HIDESTAD 2. Programa para computadora. Centro Interamericano de Recursos del Agua, Universidad Autónoma del Estado de México. khalidou@uaem.mx khalidouba@yahoo.com

Magaña-Hernández, F., Bâ K.M., Salinas-Tapia, H., (2011). Software HIDESTAD versión 3. CIRA-UAEM. [www.cira.uaemex.mx](http://www.cira.uaemex.mx) o <http://cira.uaemex.mx>

U.S. Geological Survey. (1997). PEAKFQ, Programa para computadora.

University of Central Florida. (1997). Distrib 2.0. Programa para computadora.

*Avances en ciencia del agua*  
se terminó de imprimir en enero de 2015  
en Editorial CIGOME, S.A. de C.V.,  
Vialidad Alfredo del Mazo núm. 1524,  
ex Hacienda La Magdalena, C.P. 50010,  
Toluca, México.

El tiraje consta de 300  
ejemplares.

La obra *Avances en ciencia del agua* difunde los hallazgos de los investigadores especializados en cuestiones de disponibilidad, calidad, tecnologías y gestión del recurso hídrico. Este libro comprende 24 capítulos, de los cuales 16 reportan los resultados de investigaciones recientes en materia de calidad del agua y su tratamiento, hidrología superficial y subterránea, así como de geomática aplicada al agua. Muchas de las investigaciones se relacionan con problemas de contaminación de río, sobreexplotación de acuífero, polución difusa y cambio climático en la Cuenca Alta del Río Lerma. El resto de los capítulos presenta el estado de arte sobre temas selectos de interés (manganeso, flúor, adsorción, fitorremediación, corrosión).

