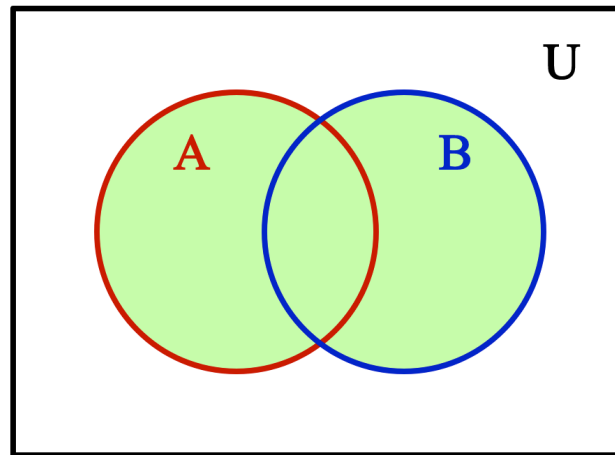


1.1 Teoremas de reducción.

Álgebra de Boole

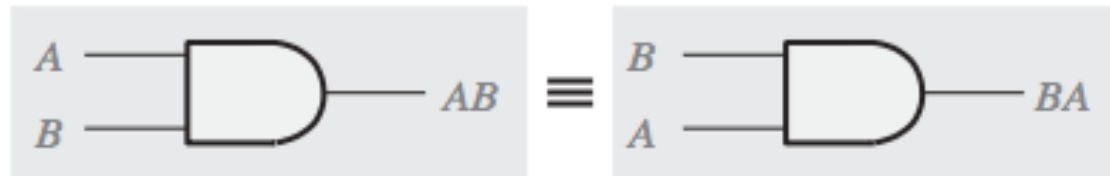
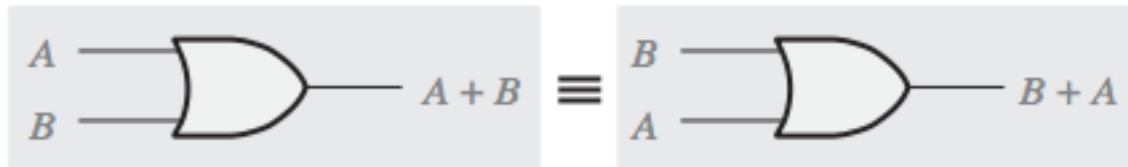
- Es un tipo de álgebra que, basándose en la teoría de conjuntos, se aplica a sistemas matemáticos en los que solo existen dos elementos posibles: el 0 y el 1.



Leyes del álgebra de Boole

- Ley conmutativa: $A+B = B+A$

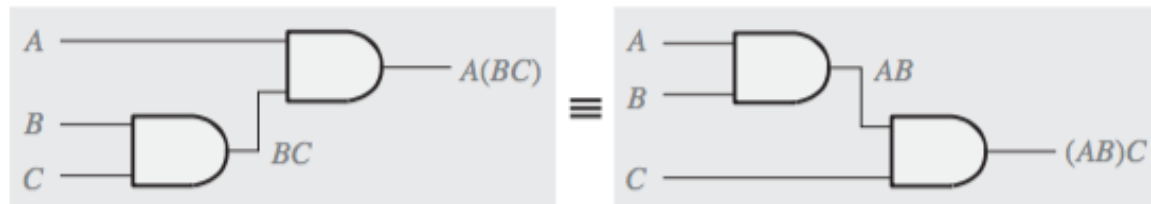
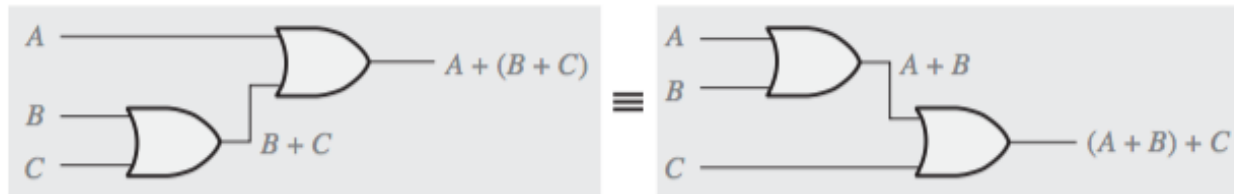
$$AB = BA$$



Leyes del álgebra de Boole

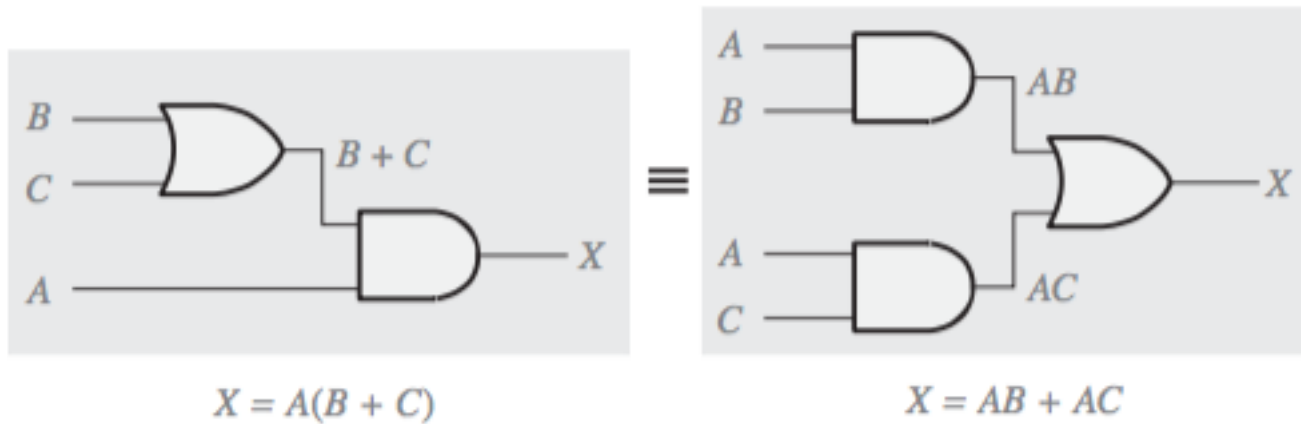
- Ley asociativa: $A+B+C = (A+B)+C$

$$ABC = A(BC)$$



Leyes del álgebra de Boole

- Ley **distributiva**: $A+(B+C) = AB+AC$



Reglas del álgebra de Boole

1. $A + 0 = A$

2. $A + 1 = 1$

3. $A \cdot 0 = 0$

4. $A \cdot 1 = A$

5. $A + A = A$

6. $A + \bar{A} = 1$

7. $A \cdot A = A$

8. $A \cdot \bar{A} = 0$

9. $\bar{\bar{A}} = A$

10. $A + AB = A$

11. $A + \bar{A}B = A + B$

12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

1.2 Método de mapas de Karnaugh .

Métodos tabulares de reducción

- Existen bastantes métodos para realizar la simplificación de ecuaciones booleanas, pero en la práctica son dos los más empleados:
- **Mapas de Karnaugh:** se pueden utilizar para simplificar funciones de dos a seis variables, aunque comúnmente se empleen para funciones de dos a cinco variables.
- **Tablas de Quine McCluskey:** se pueden emplear en la simplificación de ecuaciones de cualquier número de variables, sin embargo se usan a partir de cinco variables.

Mapas de Karnaugh

- Están constituidos por una cuadrícula en forma de encasillado cuyo número de casillas depende del número de variables que tenga la función a simplificar.
- Cada una de las casillas representa las distintas combinaciones de las variables que puedan existir.

Mapa de Karnaugh de cuatro variables

		AB					
		00	01	11	10	ABCD	ABCD
CD	00	0	4	12	8	0000 - 0	1000 - 8
	01	1	5	13	9	0001 - 1	1001 - 9
	11	3	7	15	11	0010 - 2	1010 - 10
	10	2	6	14	10	0011 - 3	1011 - 11
						0100 - 4	1100 - 12
						0101 - 5	1101 - 13
						0110 - 6	1110 - 14
						0111 - 7	1111 - 15

Representación de ecuaciones booleanas en mapas de Karnaugh

- Cada una de las casillas que conforman el mapa pueden representar términos tanto minterms como maxterms.

a_0	a_1	y_0	y_1	y_2	y_3
0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

y_0	a_0	$\overline{a_0}$	y_1	a_0	$\overline{a_0}$
a_1			a_1		
$\overline{a_1}$		1	$\overline{a_1}$	1	

y_2	a_0	$\overline{a_0}$	y_3	a_0	$\overline{a_0}$
a_1		1	a_1	1	
$\overline{a_1}$			$\overline{a_1}$		

Maxterms

X_1	X_2	X_3	Maxtermo
0	0	0	$M_0 = X_1 + X_2 + X_3$
0	0	1	$M_1 = X_1 + X_2 + \bar{X}_3$
0	1	0	$M_2 = X_1 + \bar{X}_2 + X_3$
0	1	1	$M_3 = X_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3$
1	0	0	$M_4 = \bar{X}_1 + X_2 + X_3$
1	0	1	$M_5 = \bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_3$
1	1	0	$M_6 = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + X_3$
1	1	1	$M_7 = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3$

Simplificación de ecuaciones en mapas de Karnaugh

- El principio de simplificación de los mapas se basa en una de las leyes del álgebra de Boole:

$$ab + ab' = a$$

Simplificación de ecuaciones en mapas de Karnaugh

- Como podemos observar en la tabla, todas las casillas contiguas, según los ejes coordenados, se caracterizan por diferenciarse solo en una variable, que se encuentra negada en una de ellas y sin negar en la otra. Esta característica que se cumple en los mapas permite aplicar de forma automática la ley anterior.

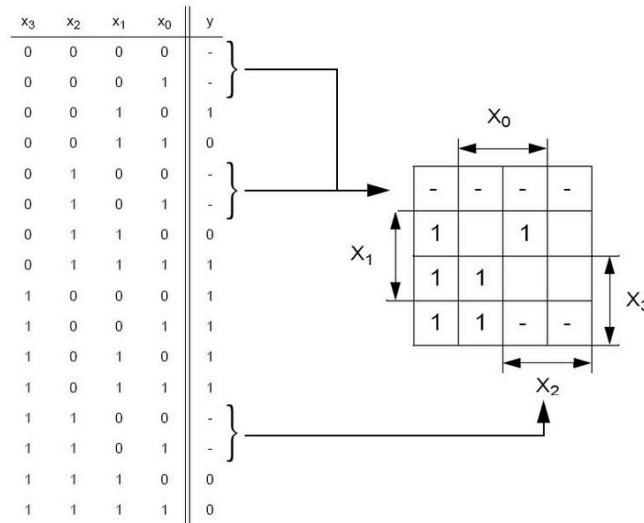
		AB					
		00	01	11	10	ABCD	ABCD
CD	00	0	4	12	8	0000 - 0	1000 - 8
	01	1	5	13	9	0001 - 1	1001 - 9
	11	3	7	15	11	0010 - 2	1010 - 10
	10	2	6	14	10	0011 - 3	1011 - 11
						0100 - 4	1100 - 12
						0101 - 5	1101 - 13
						0110 - 6	1110 - 14
						0111 - 7	1111 - 15

Mapas de Karnaugh

- Generalizando este proceso de simplificación, en los mapas de Karnaugh, se pueden simplificar entre sí por sus variables comunes los siguientes grupos de casillas.
- Grupos de 2, 4, 8, 16, 32, 64 casillas contiguas según los ejes coordenados. **Nunca diagonales.**
- Los grupos de casillas de los bordes del mapa opuestas entre sí.
- El grupo de casillas constituido por las cuatro esquinas del mapa.

Términos indiferentes en la función booleana

- Sucede a veces que en los circuitos digitales que ciertas combinaciones de sus variables de entrada no pueden producirse nunca debido a que otros circuitos anteriores impiden su llegada a nuestro circuito. A estas combinaciones de entrada las llamamos términos indiferentes.



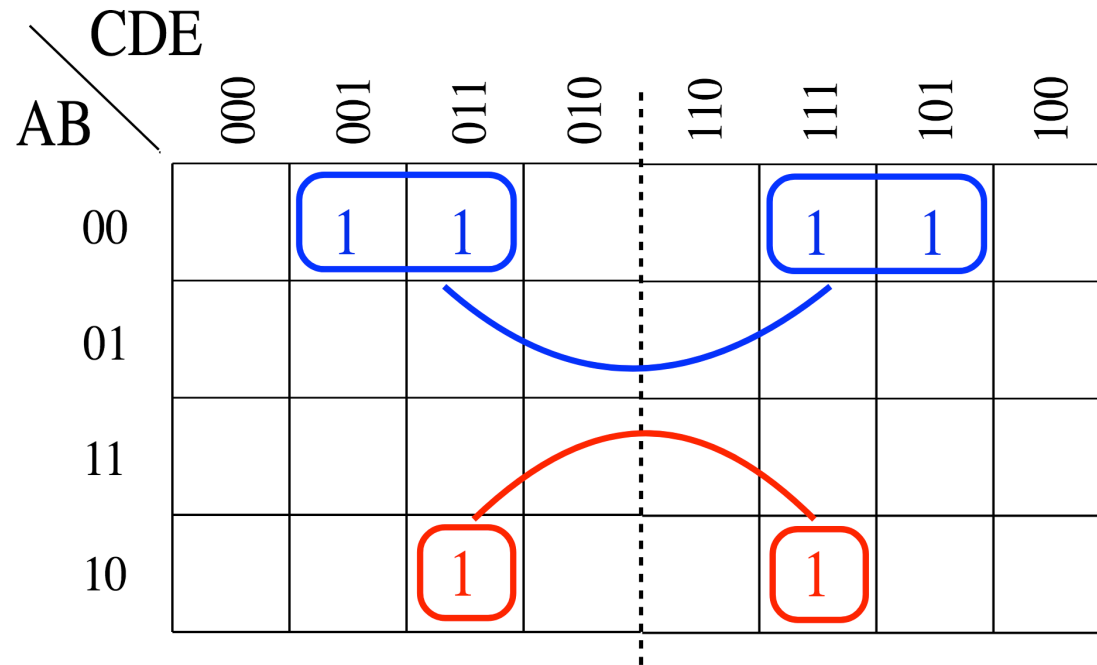
Ejemplo K.1

- Representar en un mapa de Karnaugh la siguiente función booleana y simplificarla.

$$F = ab'c'de + ab'cde + a'b'c'd'e + a'b'c'de + a'b'cde + a'b'cd'e$$

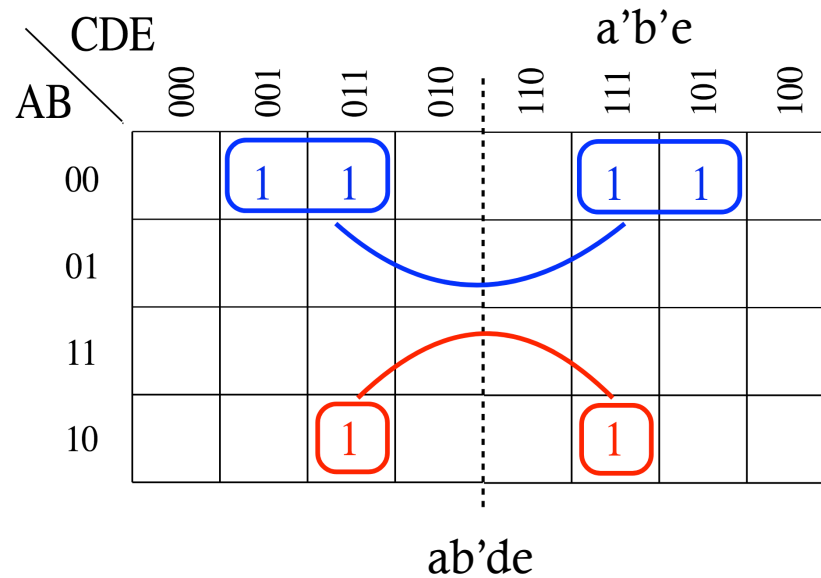
Ejemplo K.1

- Representando en un mapa de Karnaugh la función queda.



Ejemplo K.1

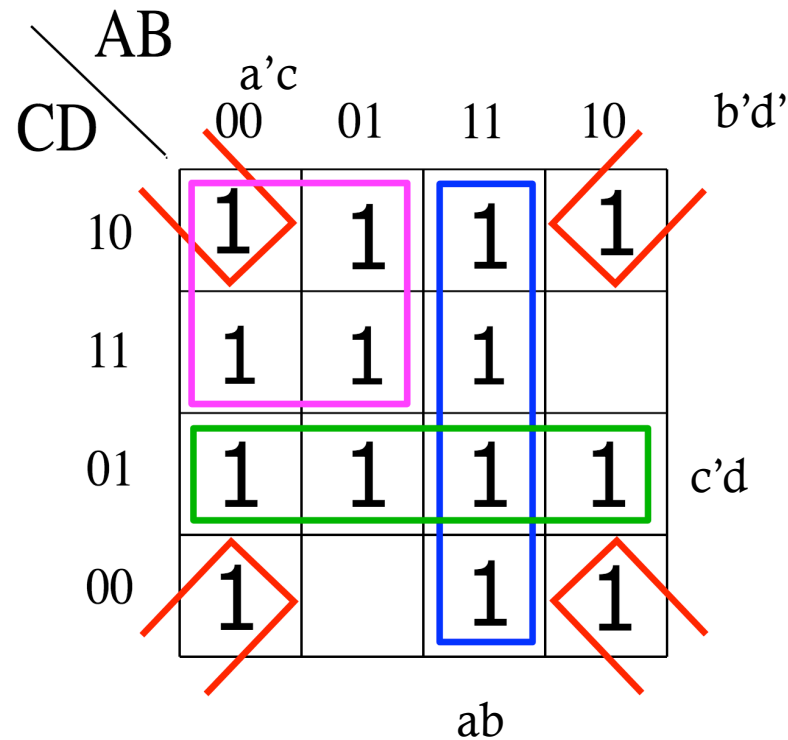
- El resultado obtenido de la simplificación es .



$$F = ab'de + ab'e$$

Ejemplo K.2

- Realizar la simplificación del siguiente mapa.



Conclusiones

- La minimización es el proceso que da como resultado una expresión booleana suma de productos o un producto de sumas que contiene el menor número de literales posible por término.
- Mapa de Karnaugh. Disposición de celdas que representan las combinaciones de literales en una expresión booleana y que se utiliza para la simplificación sistemática del término.

Referencias

1. Tocci R. J. (2016) Digital Systems. (12^a Edición). Prentice Hall, Pearson.
2. Morris M. M. (2013) Diseño digital. (5^a Edición). México: Pearson.
3. Floyd, T.L. (2010) Fundamentos de sistemas Digitales. (9^a Edición). Prentice Hall, Pearson.
4. Garza, G. J.(2006) Sistemas digitales y electrónica digital.(1^a Edición).México: Pearson Education.
5. Morris M. M. (2012) Fundamentos de diseño lógico y de computadoras. (3^a Edición). Prentice Hall, Pearson.